Andreas Binder

Elektrische Maschinen und Antriebe

Grundlagen, Betriebsverhalten

2. Auflage

EBOOK INSIDE

Springer Vieweg

Elektrische Maschinen und Antriebe

Andreas Binder

Elektrische Maschinen und Antriebe

Grundlagen, Betriebsverhalten

2., aktualisierte Auflage

Springer Vieweg

Andreas Binder
Technische Universität Darmstadt
Darmstadt
Deutschland

Die Darstellung von manchen Formeln und Strukturelementen war in einigen elektronischen Ausgaben nicht korrekt, dies ist nun korrigiert. Wir bitten damit verbundene Unannehmlichkeiten zu entschuldigen und danken den Lesern für Hinweise.

ISBN 978-3-662-53240-9 ISBN 978-3-662-53241-6 (eBook)
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Springer Vieweg

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.
Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

Für Brigitte, Anna, Josef, Franziska, Elisabeth und Simon, die mit großer Geduld die Entstehung dieses Buches begleitet haben.

Vorwort zur zweiten Auflage

Liebe Leserin! Lieber Leser!

Dank der guten Aufnahme dieses Lehrbuchs durch eine interessierte Leserschaft ist nun eine zweite Auflage entstanden. Der Inhalt der zweiten Auflage entspricht im Wesentlichen dem Inhalt der ersten Auflage, doch wurden diverse Fehler, die mir auch dankenswerter Weise von Lesern mitgeteilt wurden, ausgebessert. Weiter wurden manche Textpassagen überarbeitet, um besser verständlich zu sein, so z. B. beim Induktionsgesetz. Am Ende jedes Kapitels wird kurz auf die besondere Aufgabenstellung der Beispiele in dem begleitenden Übungsbuch „Binder, A.: Elektrische Maschinen und Antriebe, Übungsbuch: Aufgaben mit Lösungsweg, Springer, 2. Auflage" eingegangen, die so eine wertvolle Ergänzung der theoretischen Überlegungen bilden, und nicht einfach nur Übungsbeispiele für die Vorbereitung auf eine Prüfung aus elektrischen Maschinen und Antrieben sind.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Schuhmann, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden, und unserem Herrn M. Sc. Marcel Lehr für das Korrekturlesen, unserem Herrn Dipl.-Ing. Björn Deusinger für die Hilfe beim Einarbeiten der Korrekturen und Verbesserungen, und unserer Frau Anette Ptaschek für die Umsetzung der korrigierten technischen Abbildungen in *AutoCAD* ®. Dem Springer-Verlag danke ich für die gute Zusammenarbeit. Für Hinweise zu etwaigen Fehlern bin ich weiterhin dankbar und natürlich zu Anregungen zur Verbesserung der Buchgestaltung offen.

Darmstadt im Dez. 2016 Andreas Binder

Vorwort

„So ist die Sach'!" – Oh, wie so leise,
wenn überhaupt, sagt dies der Weise! (Wilhelm Busch)

Liebe Leserin! Lieber Leser!

Die elektrischen Maschinen sind spröde, aber treue Bräute. Spröde deshalb, weil der Zugang zu ihrem tieferen Verständnis nicht leicht ist, sondern profunde Grundlagenkenntnisse auf den Gebieten der Physik und Mathematik bedarf. Hat man sich aber einmal diesen tieferen Zugang erarbeitet, so hilft einem dieses Wissen in der Regel zu einem gesicherten Broterwerb ein Leben lang. Insofern ist der oben gebrauchte Ausdruck von der Treue zu verstehen. Die elektrischen Maschinen ersetzen in vielen Fällen die Arbeit der Muskelkraft, die in früheren Jahrhunderten von Mensch und Tier zu leisten war, um z. B. Lasten zu heben oder zu bewegen. Sie sind also unverzichtbarer Bestandteil unseres täglichen Lebens. Sie sind seit über 160 Jahren einem technisch-evolutionären Veränderungsprozess unterworfen, der ganze Generationen von etablierten elektrischen Maschinen wie z. B. die Drehstrom-Kommutatormaschinen, Repulsionsmaschinen, Querfeldmaschinen und Amplidynen aussterben hat lassen, während neue Technologien, besonders in Verbindung mit der Umrichterspeisung, auf dem Markt erschienen sind. Deshalb werden beständig Experten und Expertinnen auf dem Gebiet der elektrischen Maschinen und Antriebe benötigt, um diesen Fortschrittsprozess weiter zu tragen. Um auch künftigen Ingenieursgenerationen diesen vertieften Zugang zum Verständnis der elektrischen Maschinen zu erleichtern, wurde in diesem Buch versucht, ausgehend von den physikalischen Grundlagen einen Bogen zu schlagen bis hin zu einer Einführung in das dynamische Betriebsverhalten. Dabei fokussiert die Thematik auf die drei Hauptvertreterinnen elektrischer Maschinen, nämlich die Asynchronmaschine, die Synchronmaschine und die Gleichstrommaschine, und daraus abgeleitete Sonderformen wie die Reluktanzmaschinen, die doppeltgespeisten Asynchronmaschinen oder die permanentmagneterregten Maschinen. Da die hohe Ausnutzung der eingesetzten Werkstoffe aus wirtschaftlichen und teilweise auch technischen Gründen beim Bau elektrischer

Maschinen heute unabdingbar ist, wird auch ausführlich auf Parasitäreffekte z. B. durch Feldoberwellen oder durch verzerrte Kurvenformen von Strom und Spannung bei Umrichterspeisung eingegangen. Mit dem Fokus auf den drei Grundtypen elektrischer Maschinen wird ein Großteil der Einsatzgebiete elektrischer Maschinen von Großgeneratoren über industrielle Antriebe bis hin zu Traktionmaschinen abgedeckt. Trotzdem ist das Feld der elektrischen Maschinen so weit, dass viele Themen nicht ausführlich oder gar nicht behandelt werden konnten, wie z. B. Details zu Linearmaschinen oder Sonderbauformen wie Scheibenläufer. Auch müsste ein Grundsatzkapitel zu Transformatoren und über die Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen und Transformatoren ergänzt werden, obwohl manches zur Erwärmung und Kühlung in diesem Buch an unterschiedlichen Stellen angesprochen wird. Es wird dazu auf die im Buch genannte umfangreiche vertiefende Spezialliteratur verwiesen. Aufgrund des nicht unbeträchtlichen Umfangs des vorliegenden Buchs wurde auf diese genannten zusätzlichen Kapitel bewusst verzichtet, und dafür durchgerechneten Beispielen breiterer Raum gegeben. Dabei habe ich einige Bespiele von meinen Lehrern *em. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. habil. Hans Kleinrath* und *Dipl.-Ing. Dr. techn. Gerhard Holzer*, beide *TU Wien*, und von meinem Amtsvorgänger *em. Prof. Dr.-Ing. Egon-Christian Andresen, TU Darmstadt*, übernommen. Die Herren sind zwischenzeitlich leider verstorben. Zahlreiche Beispiele zu Messungen stammen aus meiner Industrietätigkeit im Versuchsfeld der *Siemens AG* in *Bad Neustadt/Saale* und aus unserem Forschungslabor an der *TU Darmstadt*. Weitere Berechnungsbeispiele sind in einer begleitenden Aufgabensammlung „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“ enthalten, die es Studierenden ermöglichen soll, sich besser auf die entsprechenden Klausuren zu elektrischen Maschinen und Antrieben in ihrem Studium vorzubereiten. Natürlich ist dieses Buch, wie jedes menschliche Werk, nicht frei von Fehlern. Der Autor ist dankbar für Hinweise dazu, die in einer möglichen späteren Auflage korrektiv einfließen können.

Damit dieses umfangreiche Werk entstehen konnte, war neben guter Gesundheit und günstigen Lebensumständen des Autors auch die Hilfe anderer erforderlich. Es ist mir daher an dieser Stelle eine angenehme Pflicht, folgenden Personen für ihre Mithilfe zu danken:

Herrn *em. Prof. Dr.-Ing. Konrad Reichert*, *ETH Zürich*, für die Durchsicht des ersten Manuskriptentwurfs,

Herrn *em. Prof. Dr.-Ing. Manfred Liese, TU Dresden,* für die gründliche Durcharbeitung des Manuskripts und für zahlreiche wertvolle Ergänzungen, die in dieses Buch eingeflossen sind, den Herren *Dipl.-Ing. Stefan Dewenter*, *M.Sc. Nam Anh Dinh Ngoc*, *Dipl.-Ing. Thomas Knopik, Dipl.-Ing. Fabian Mink*, alle vom *Institut für Elektrische Energiewandlung*, *TU Darmstadt*, für das Korrekturlesen des finalen Texts und auch für zahlreiche Formatierungsarbeiten, die vom Verlag nicht übernommen wurden,

Herrn *Dipl.-Ing. Dr. techn. Georg Traxler-Samek*, *Alstom Hydrogeneratoren, Birr*, *Schweiz*, für die gründliche Kontrolle der Beispiele in der begleitenden Aufgabensammlung „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“,

Frau *Anette Ptaschek*, *Institut für Elektrische Energiewandlung*, *TU Darmstadt*, für die graphische Umsetzung der technischen Abbildungen mit dem Programm *AutoCAD* ®.

Weiter sei allen Firmen gedankt, die Bildmaterial für dieses Buch zur Verfügung stellten, wie es bei den einzelnen Bildern jeweils gesondert vermerkt ist. Dem *Springer-Verlag* danke ich für die mir entgegengebrachte Geduld, zog sich dieses Projekt doch über mehr als fünf Jahre aufgrund der Tatsache, dass die schriftstellerische Arbeit parallel zu den unvermindert eingeforderten sonstigen Pflichten des Autors erfolgte. Zu guter Letzt ist es mir ein Anliegen, meiner Gattin *Brigitte* und unseren Kindern *Anna*, *Josef*, *Franziska*, *Elisabeth* und *Simon* für das mir entgegengebrachte Verständnis zu danken, dass diese schriftstellerische Tätigkeit an zahlreichen Wochenenden und während vieler Abendstunden unter der Woche der Familie den Gatten bzw. den Vater entzogen hat.

Ich wünsche den Leserinnen und Lesern bei der Lektüre dieses Buches den ersehnten Erkenntnisgewinn und bin für Anregungen zur Verbesserung offen. Über das Sekretariat des *Instituts für Elektrische Energiewandlung*, *TU Darmstadt*, bin ich für Zuschriften erreichbar. Möge dieses Buch seinen Beitrag zur Ausbildung künftiger Ingenieursgenerationen auf dem Gebiet der elektrischen Maschinen und Antriebe leisten.

Darmstadt, im Jan. 2012 Andreas Binder

Inhaltsverzeichnis

Allgemeines

Das griechische Alphabet

A	α	Alpha
B	β	Beta
Γ	γ	Gamma
Δ	δ	Delta
E	ε	Epsilon
Z	ζ	Zeta
H	η	Eta
Θ	ϑ	Theta
I	ι	Jota
K	κ	Kappa
Λ	λ	Lambda
M	μ	My (mue)
N	ν	Ny (nue)
Ξ	ξ	Xi
O	o	Omikron
Π	π	Pi
P	ρ	Rho
Σ	σ	Sigma
T	τ	Tau
Υ	υ	Ypsilon
Φ	φ	Phi
X	χ	Chi
Ψ	ψ	Psi
Ω	ω	Omega

Auswahl der wichtigsten Formelzeichen und Symbole

(Die Formelzeichen werden im Text erläutert an der ersten Stelle ihres Auftretens!)

a	–	Anzahl paralleler Wicklungszweige bei Drehfeldmaschinen, aber: HALBE Anzahl paralleler Wicklungszweige bei Gleichstrommaschinen
a_{i}	–	Anzahl paralleler Leiter je Windung
A	A/m	Strombelag
A	m^2	Fläche
b	m	Breite
b_{p}	m	Polschuhbreite
b_{Stab}	m	Stabbreite
B	T	magnetische Induktion (magnetische Flussdichte)
$c_{\mathrm{d}}, c_{\mathrm{q}}$	–	Feldfaktoren der Längs-, Querachse
c_{ϑ}	Nm/rad	Ersatzfederkonstante der Synchronmaschine
C	$\mathrm{kVA \cdot min/m^3}$	Esson'sche Ausnutzungsziffer
C	m	Integrationsweg
d_{E}	m	Eindringtiefe
d_{si}	m	Bohrungsdurchmesser
D	$\mathrm{As/m^2}$	elektrische Verschiebung (elektrische Flussdichte)
E	V/m	elektrische Feldstärke
f	Hz	elektrische Frequenz
F	N	Kraft
g	–	ganze Zahl
g	$\mathrm{m/s^2}$	Erdbeschleunigung (9.81 $\mathrm{m/s^2}$)
h	m	Höhe
H	A/m	magnetische Feldstärke
I	A	elektrische Stromstärke
j	–	imaginäre Einheit
J	$\mathrm{A/m^2}$	elektrische Stromdichte
J	$\mathrm{kg \cdot m^2}$	polares Trägheitsmoment
k	–	Ordnungszahl
k_{C}	–	Carter-Faktor
k_{d}	–	Zonenfaktor
k_{Fe}	–	Eisenfüllfaktor
k_{K}	–	Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis
k_{p}	–	Sehnungsfaktor

k_R, k_L	–	Stromverdrängungsfaktoren
k_R	Vs/A	Proportionalitätskonstante der Reaktanzspannung
k_w	–	Wicklungsfaktor
K	–	Anzahl der Kommutatorsegmente
l	m	Länge (axial)
l_e	m	ideelle Eisenlänge
L	H	Selbstinduktivität
L	m	Gesamtlänge
L_p	dB	Schalldruckpegel
m	–	Strangzahl
m	kg	Masse
M	H	Gegeninduktivität
M	Nm	Drehmoment
M_b	Nm	asynchrones statisches Kippmoment
M_{p0}	Nm	synchrones statisches Kippmoment
M_s	Nm	Kupplungsmoment, Wellenmoment (shaft)
M_1	Nm	Anfahrmoment der Asynchronmaschine (Schlupf $s = 1$)
n	1/s	Drehzahl
N	–	Windungszahl je Strang
N_c	–	Spulenwindungszahl
p	–	Polpaarzahl
p	W/m^3	Leistungsdichte
P	W	Wirkleistung
q	–	Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang)
Q	–	Nutzahl
Q	VAr	Blindleistung (1 VAr = 1 VA reaktiv)
R	Ω	elektrischer Widerstand
r	–	elektrischer Widerstand in „per unit"-Angabe
r	–	Kraftwellenordnungszahl
s	–	Schlupf
s	1/s	Laplace-Operator
s	m	Weglänge
s_Q	m	Nutöffnungsbreite
S	VA	Scheinleistung
t	s	Zeit
T	s	Zeitkonstante, Periodendauer
T_J	s	Nenn-Anlaufdauer

u	–	Spulenseiten je Nut und Schicht
U	V	elektrische Spannung
U_f	V	elektrische Spannung der Erregerwicklung
U_p	V	Polradspannung
$ü$	–	Übersetzungsverhältnis
$ü_U$, $ü_I$	Spannungs-, Stromübersetzungsverhältnis	
v	m/s	Geschwindigkeit
v_{10}	W/kg	Ummagnetisierungsverluste bei 1.0 T, 50 Hz je 1 kg
v_{15}	W/kg	Ummagnetisierungsverluste bei 1.5 T, 50 Hz je 1 kg
V	A	magnetische Spannung
V	m^3	Volumen
W	J	Energie
W	m	Spulenweite
x	m	Umfangskoordinate
X	Ω	Reaktanz
X_d, X_q	Ω	synchrone Längs-, Querreaktanz
y	–	Weite einer Spule, gezählt in Nutteilungen
z	–	gesamte Leiterzahl
Z	Ω	Impedanz
α	rad	Zündwinkel
α_e	–	ideelle (äquivalente) Polbedeckung
α_Q	rad	Nutwinkel
γ	rad	Umfangswinkel
δ	m	Luftspaltweite
δ_e	m	ideelle (äquivalente) Luftspaltweite
ε	As/(Vm)	Dielektrizitätskonstante
η	–	Wirkungsgrad
ϑ	rad	Polradwinkel
Θ	A	elektrische Durchflutung
κ	S/m	elektrische Leitfähigkeit
Λ	Vs/A	magnetischer Leitwert
μ	–	Ordnungszahl
μ	Vs/(Am)	magnetische Permeabilität
μ_0	Vs/(Am)	magnetische Permeabilität des Vakuums ($4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am))

ν	–	Ordnungszahl
ξ	–	„reduzierte" Leiterhöhe
σ	–	Blondel'scher Koeffizient der Gesamtstreuung, Streuziffer
σ_{o}	–	Streuziffer der Oberfelderstreuung
τ_{c}	m	Kommutatorstegteilung
τ_{Q}	m	Nutteilung
τ_{p}	m	Polteilung
φ	rad	Phasenwinkel
Φ	Wb	magnetischer Fluss
Ψ	Vs	magnetische Flussverkettung
ω	1/s	elektrische Kreisfrequenz
Ω_{m}	1/s	mechanische Winkelgeschwindigkeit
Ω	1/s	elektrische Winkelgeschwindigkeit

Indizes

a Anker, außen
av Mittelwert
b Bürste, asynchrones Kippen
B Batterie
Batt Batterie
c Spule, Kommutator
com Kommutierungs-
C Koerzitiv-
Cu Kupfer
d direct (längs), DC (Gleichgröße), Zone (distribution), Verluste (dissipation)
D Dämpferwicklung in der Längsachse
dyn dynamisch
e elektrisch, äquivalent
f Feld
fr Reibung
Fe Eisen
Ft Foucault-Verluste (Wirbelstromverluste)
ges gesättigt, gesamt
h Haupt-
i induziert, innen
i Zählvariable
in zugeführt
k Kurzschluss-

LL	verkettet (Linienspannung)
m	Magnetisierungs-
m	mechanisch
mag	magnetisch
N	Nenn
out	abgegeben
o	Oberfelder
p	Pol, Polrad, Sehnung (pitch)
ph	Phasenwert
q	quadrature (quer)
Q	Dämpferwicklung in der Querachse
Q	Nut
r	Rotor
R	Reaktanz- (Gleichstrommaschine), Remanenz, Reibung
s	Stator
s	Welle (shaft)
S	Strang
syn	Synchron
sh	Shunt
T	Takt
v	Vorwiderstand
w	Wicklung
W	Wendepol
y	Joch
Z	Zusatzverluste, Zugkraft
δ	Luftspalt
σ	Streu-
0	Leerlauf
1	Anfahrpunkt ($s = 1$ bei Asynchronmaschine)

Notationen

i	Kleinbuchstabe: z.B.: elektrische Stromstärke, Augenblickswert
I	Großbuchstabe: z.B.: elektrische Stromstärke, Effektivwert oder Gleichstrom-Wert
X, x	Großbuchstabe: z.B. Reaktanz, Kleinbuchstabe: z.B. bezogene Reaktanz (p.u. -Wert)
$\underline{I}$	unterstrichen: komplexe Größe
$\hat{I}$	Spitzenwert, Amplitude

I'	auf Ständerwicklungsdaten umgerechnet
X', X''	transiente, subtransiente Reaktanz
I^*	konjugiert komplexer Wert von $\underline{I}$
Re(.)	Realteil von ...
Im(.)	Imaginärteil von ...

Verwendete Abkürzungen

B2H	Halbgesteuerte zweipulsige Gleichrichterbrücke
B2C	Vollgesteuerte zweipulsige Gleichrichterbrücke
B6C	Vollgesteuerte sechspulsige Gleichrichterbrücke
EZS	Erzeugerzählpfeilsystem
GR	Gleichrichter
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IVP	Induktiver Volllastpunkt
PEM	Polymer-Elektrolyt-Membran
PM	Permanentmagnete
PWM	Pulsweitenmodulation
PKW	Personenkraftwagen
ü.e.	übererregt
u.e.	untererregt
VZS	Verbraucherzählpfeilsystem
WR	Wechselrichter
ZK	Zwischenkreis

Grundlagen elektromechanischer Energiewandler

1

In Kap. 1 werden nach einem Überblick über die Vielfalt unterschiedlicher elektromechanischer Energiewandler und Schwerpunkte ihrer Einsatzgebiete die elektrotechnischen Grundlagen zusammengestellt, die für das Verständnis der Funktionsweise der elektromechanischen Energiewandlung notwendig sind. Auf weiterführende Literatur wird in allen Kapiteln durch Nennung entsprechender Literaturstellen im Text verwiesen, die im Anhang detailliert aufgelistet sind. Dabei wurde hauptsächlich deutschsprachige und englischsprachige Literatur aufgeführt. Eine Übersetzung englischer Fachbegriffe ins Deutsche (und umgekehrt) gelingt ausgezeichnet mit dem Fachwörterbuch (Bezner 1993).

1.1 Überblick und Bedeutung elektromechanischer Energiewandler

Elektrische Maschinen sind elektromechanische Energiewandler und formen als Motoren elektrische Energie in mechanische Bewegungsenergie um, während sie als Generatoren umgekehrt mechanische Bewegungsenergie in elektrische Energie umwandeln.

a) Mechanische Charakterisierung der Energiewandler: Bei elektromechanischen Energiewandlern kann die mechanische Bewegung linear oder rotierend erfolgen, sodass zwischen Linearmaschinen und rotierenden elektrischen Maschinen unterschieden wird. Dabei muss das bewegte Medium nicht notwendigerweise ein Festkörper sein. Bei den magnetohydrodynamischen (MHD-)Wandlern wird ein elektrisch leitfähiges Fluid, zumeist ein heißes, ionisiertes Gas, in einem Magnetfeld bewegt (MHD-Generator: Schmidt 1975; Komarek 1995), oder durch elektromagnetische Kräfte bewegt (z. B. MHD-Plasmaantrieb für Satelliten). Das feststehende Teil der elektrischen Maschine heißt i. A. Stator (Ständer), das bewegte Teil Rotor (Läufer). Beim Beispiel des MHD-Generators ist der Läufer

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_1

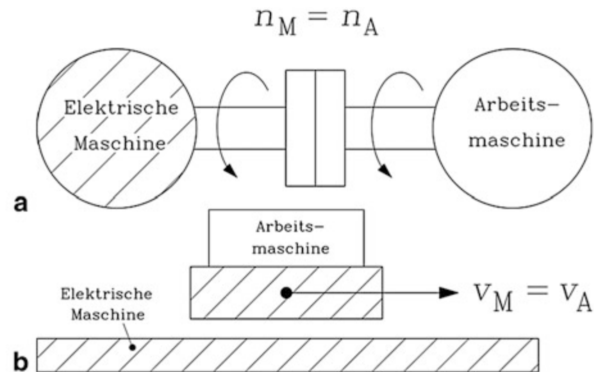


Abb. 1.1 Elektrische Maschine als Antrieb einer mit ihr gekuppelten Arbeitsmaschine: (**a**) rotatorisches Prinzip, (**b**) translatorisches Prinzip (Linearprinzip)

ein bewegtes Fluid. Erfolgt die Bewegung nicht kontinuierlich, sondern diskontinuierlich in Bewegungsschritten, spricht man von Schrittantrieben, die hauptsächlich im kleinen Leistungsbereich unter typisch 100 W eingesetzt werden.

Beispiel 1.1 (Elektromotor (Abb. 1.1a))

Der Elektromotor ist ein rotatorischer elektromechanischer Energiewandler, der elektrische Energie aus dem elektrischen Netz entnimmt und in mechanische Energie umformt. Diese Energie wird zum Antrieb einer mechanischen Arbeitsmaschine, z. B. einer mit dem Elektromotor gekuppelten Pumpe benötigt. Die Drehzahl des rotierenden Läufers (Rotors) des Elektromotors n_M ist bei direkter Kupplung mit der Arbeitsmaschine auch die Drehzahl n_A dieser Arbeitsmaschine.

Beispiel 1.2 (Linearmotor (Abb. 1.1b))

Linear bewegende Elektromotoren (Linearmaschinen) sind durch die Geschwindigkeit v_M ihres bewegten Sekundärteils gekennzeichnet, die in der Regel auch die Geschwindigkeit v_A der angetriebenen Arbeitsmaschine ist. Linearmaschinen werden z. B. in Werkzeugmaschinen verwendet, aber auch bei Hochgeschwindigkeitszügen im Verbund mit magnetischem Schweben (z. B. Transrapid-Versuchsstrecke im Emsland: $v_{M,max} = 500$ km/h, Transrapid in Schanghai/China: $v_{M,max} = 430$ km/h, Yamanashi-Projekt in Japan: $v_{M,max} = 550$ km/h).

b) Elektrische Charakterisierung der Energiewandler: Die elektrische Energie wird überwiegend entweder in Gleichstromsystemen oder in Wechselstromsystemen bzw. Drehstromsystemen verwendet. Demgemäß wird zwischen Gleichstrom- oder Wechselstrom- bzw. Drehstrommaschinen unterschieden. Für diese unterschiedlichen Systeme unterscheiden sich die Bauweisen der elektrischen Maschinen grundsätzlich. Die elektrische Energie kann dabei in der Form konstanter Gleich- oder Wechselspannungen,

im letzteren Fall mit konstanter Frequenz, für den Betrieb der elektrischen Maschinen verwendet werden. Man spricht vom Netzbetrieb z. B. am Batterienetz bei Gleichstrommaschinen oder am öffentlichen Drehstromnetz bei Drehstrommaschinen. Mithilfe rotierender elektrischer Umformer – das sind wieder elektrische Maschinen – oder mithilfe leistungselektronischer Schaltungen können die Amplituden der Gleich- und Wechselspannungen und im letzteren Fall auch ihre Frequenz verändert werden, sodass die damit gespeisten elektrischen Maschinen ebenfalls ihr Betriebsverhalten verändern, z. B. eine in weiten Bereichen veränderbare Drehzahl aufweisen. Dabei überwiegen in der Anwendung heute die Wechsel- und Drehstrommaschinen, sodass in diesem Buch nach einer Zusammenstellung der wichtigsten elektrotechnischen Grundlagen in diesem Kap. 1 mit den Grundlagen für das Verständnis der Wechsel- und Drehstrommaschinen begonnen wird (Kap. 2 bis 4). Da eine elektromechanische Energiewandlung mit Mehrphasensystemen (Drehstromsysteme) im Vergleich zum Einphasensystem (Wechselstromsystem) einen deutlich besseren Wirkungsgrad aufweist und keine zeitlich pulsierende Leistung verursacht, sind die meisten größeren elektrischen Maschinen ab einer Bemessungsleistung von ca. 1 kW mehrphasig ausgeführt. Diese mehrphasigen elektrischen Maschinen funktionieren auf der Basis rotierender magnetischer Felder, die in der Regel von im Stator ruhenden, elektrisch betriebenen Spulensystemen erregt werden. Es werden zwei Gruppen unterschieden. Bei den Synchronmaschinen bewegt sich der Läufer gleich schnell wie das magnetische Feld, bei den Asynchronmaschinen ist der Läufer i. A. entweder langsamer oder schneller als das Magnetfeld. Kap. 5 bis 7 sind den Asynchronmaschinen gewidmet, Kap. 8 bis 10 den Synchronmaschinen. Kap. 11 beschreibt die Gleichstrommaschinen. Alle diese Maschinentypen können als Linear- oder als Rotationsmaschinen ausgeführt werden. Wegen der überwiegend rotativ eingesetzten elektrischen Maschinen sind die Darstellungen hauptsächlich auf die Rotationsbewegungen beschränkt.

c) Charakterisierung der Energiewandler anhand der Betriebsweise: Man unterscheidet das stationäre und das dynamische Betriebsverhalten elektromechanischer Energiewandler. Beim stationären Betriebsverhalten sind die wesentlichen mechanischen und elektrischen Betriebsgrößen Drehzahl, Drehmoment, Spannungs- und Stromamplitude bzw. bei Wechsel- und Drehstrommaschinen auch deren Frequenz oder Phasenwinkel zeitlich konstant. In den Kap. 5 bis 11 wird dieses stationäre Betriebsverhalten der Wechselstrom-/Drehstrommaschinen und Gleichstrommaschinen anhand der stationären Betriebskennlinien beschrieben. Beim Einschalten oder Ausschalten elektrischer Maschinen, bei plötzlichen Laständerungen, aber auch bei Betriebsstörungen wie dem elektrischen plötzlichen Kurzschluss, ändern sich die Betriebsgrößen u. U. sehr rasch (z. B. im Millisekundenbereich). Dieses dynamische Betriebsverhalten kann in der Regel nicht mehr durch Kennlinien beschrieben werden, sondern wird durch den Zeitverlauf der Betriebsgrößen charakterisiert. Die Grundlagen zum Verständnis des dynamischen Betriebsverhaltens werden für die drei Grundtypen Gleichstrommaschine, Asynchronmaschine, Synchronmaschine in den Kap. 12 bis 16 dargestellt.

d) Bedeutung der elektromechanischen Energiewandler: Der effiziente Bau und der verlustarme Betrieb moderner Energiewandler fußt nicht nur auf der profunden Kenntnis der elektromagnetischen Grundgesetze, die bereits in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts bekannt waren, sondern auch auf dem Fortschritt der Werkstofftechnologie, der Fertigungstechnik und des Maschinenbaus, sowie auf dem vermehrten Einsatz ausgefeilter numerischer Berechnungsmethoden wie z. B. mechanischer und elektromagnetischer Berechnungen mit der Methode der Finiten Elemente, der erst durch die moderne Computertechnologie möglich ist (Eriksson 2001). Die Wirkungsprinzipien elektromechanischer Energiewandler sind als überliefertes Wissensgut der Elektroingenieure der ersten Stunde aus der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts anzusehen. Neben der elektromechanischen Energiewandlung waren übrigens nahezu alle uns heute bekannten Wandlerprinzipien bereits zur vorigen Jahrhundertwende bekannt, so z. B. auch das Funktionsprinzip der Brennstoffzelle, der elektrochemischen Batterien und Akkumulatoren, aber auch der MHD-Wandler (Schmidt 1975). Ihr effizienter Einsatz ist jedoch nur durch das unermüdliche Bestreben, die Umsetzung dieser Wirkprinzipien zu verbessern und durch den Einsatz der Leistungselektronik, um den Energiewandlern neue Einsatzbereiche zu eröffnen, möglich geworden (Leijon 1998). Aktuelle Entwicklungen bei den elektromechanischen Energiewandlern wie

- Hochdrehzahlantriebe, Abb. 1.2a, (Canders 1998; Schneider et al. 2006),
- supraleitende Generatoren, Abb. 1.2b, (Komarek 1995; Eckels und Snichtler 2005),
- Plasma- und Ionenantriebe (Auweter-Kurtz 1992),
- Erhöhung der Ausnutzung der Wandler zwecks Volumenverringerung,
- Ersatz von verschleißbehafteten mechanischen Komponenten (z. B. Getriebe, Ventile) durch elektrische Antriebselemente (Direktantriebe (Gißler 2005), Magnetlager (Schweitzer et al. 1993),
- Erhöhung des Wirkungsgrads zwecks Senkung der Kosten und Schonung der Umwelt (Doppelbauer 2007),
- Anpassung an das Optimum des Prozesses durch Drehzahlveränderbarkeit (z. B. bei Pumpen und Schiffsantrieben als Ersatz von Festdrehzahlantrieben), wiederum verbunden mit deutlichen Wirkungsgradvorteilen (Auinger 2000), kennzeichnen diesen Fortschritt.

Basis dazu sind der Elektromagnetismus und sein Zusammenwirken mit der Leistungselektronik, der Regelungs- und Automatisierungstechnik, der Mikroelektronik und Sensortechnik und den vielfältigen Anwendungen im Maschinenbau, die im unteren Leistungsbereich unter dem Schlagwort mechatronische Antriebslösungen zusammengefasst werden. Dank der ständigen Weiterentwicklung dieser elektromechanischen Energiewandler in der Form von Generatoren als wesentliche Komponenten der elektrischen Energieerzeugung und –verteilung, und in der Form von Motoren für die elektrische Energieanwendung in der Industrie, in Gewerbe und Haushalt ist es uns möglich, die komfortable elektrische Energie nutzbringend für unsere Gesellschaft flächendeckend,

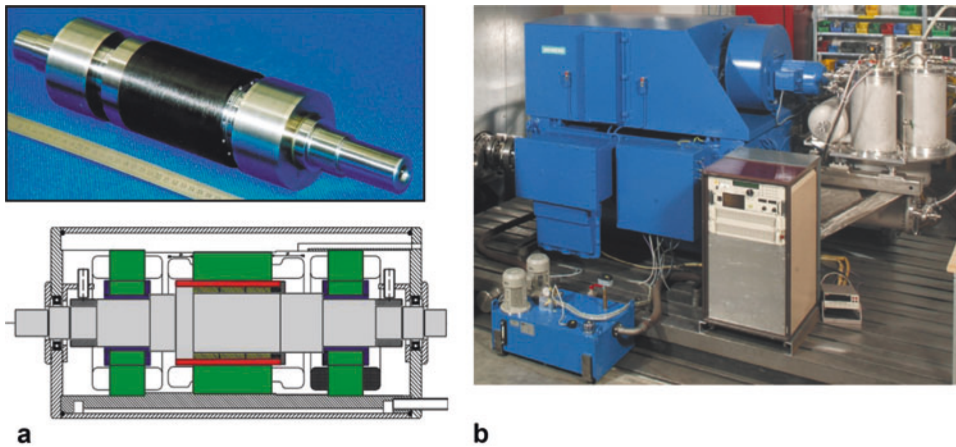


Abb. 1.2 (**a**) Magnetgelagerter 40 kW-Permanentmagnet-Synchronmotor mit Kohlefaserbandage zur Läufermagnetbefestigung bei 40000/min als Kompressorantrieb, oben: PM-Läufer mit zwei Radialmagnetlagern, unten: axialer Schnitt durch den Motor (Mitte) und die beiden Radialmagnetlager (links und rechts) (Quelle: Klohr 2007), (**b**) Zweipoliger 4 MW-Synchrongenerator für Schiffe, 3600/min, 60 Hz, Hochtemperatur-Supraleiterwicklung im Läufer, Neon-Kaltgaskühlung, 30 K (Quelle: Siemens AG)

kostengünstig, mit gleichbleibender Qualität und zu jeder Zeit gesichert zur Verfügung zu haben. Elektrische Energiewandler haben damit einen bedeutenden Anteil am hohen Niveau des Wohlstands unserer Gesellschaft.

1.2 Vielfalt elektrischer Maschinen

a) Unterschiedliche Bauarten elektrischer Maschinen: Elektrische Maschinen werden in einem weiten Leistungsbereich von ca. 12 Zehnerpotenzen von ca. 1 mW bei Kleinstantrieben bis ca. 2 GW bei den weltgrößten Kernkraftwerksgeneratoren gebaut und eingesetzt (Sedlazeck et al. 2009). Neben den bereits erwähnten Grundtypen der Gleichstrom- und Wechselstrommaschinen sind eine Vielzahl weiterer Kombinationen bekannt und viele davon auch in größeren Stückzahlen im Einsatz. Diese Sonderbauarten elektrischer Maschinen wurden u. A. deshalb erfunden, um auch am Drehstromnetz ohne Einsatz der Leistungselektronik oder rotierender Umformer drehzahlveränderbare Antriebe zu erhalten. Wesentliche Vertreter sind die Drehstrom-Kommutatormaschinen, deren Aufbau dem der Gleichstrommaschinen ähnlich ist, aber die am Drehstromnetz drehzahlveränderbar betrieben werden (Richter 1950; Andresen 1960). Ebenfalls auf der Bauweise der Gleichstrommaschine basiert der für den drehzahlveränderbaren Betrieb am Wechselstromnetz geeignete Repulsionsmotor. Eine Sonderform der Gleichstrommaschine ist die

Unipolarmaschine, die – anders als die Gleichstrommaschine – nicht nur an ihren Klemmen, sondern auch in ihrem „Inneren" – nur elektrische Gleichgrößen aufweist (Kap. 11). Für die Umwandlung von Gleichstrom in Wechselstrom und umgekehrt wurden – wieder auf Basis der Gleichstrommaschinen-Bauform – Einankerumformer entwickelt, für die Umformung von Einphasen- in Mehrphasensysteme größerer Leistung rotierende Umformersätze, die sich der Sonderbauform der Scherbius-Hintermaschine als einer Komponente des Umformersatzes bedienten. Für die Erzeugung oder den Betrieb bei deutlich höheren Frequenzen als 50 Hz oder 60 Hz wurden als Sonderformen der Synchronmaschinen „Mittelfrequenzmaschinen" im Bereich bis ca. 2 kHz erfunden, die als Hetero- oder Homopolarmaschinen ausgeführt wurden (Richter und Brüderlink 1963). Diese und weitere neuere Sonderbauformen (z. B. Binder 1996a) sind aber im Vergleich zu den unten angeführten Grundtypen elektrischer Maschinen weit weniger verbreitet. Vor allem sind sie durch den zunehmenden Einsatz der Leistungselektronik, die eine Umformung von Gleichstrom- und Wechselstromsystemen ohne bewegte mechanische Teile gestattet, verdrängt worden. Durch die Kombination leistungselektronischer Steller mit den drei Grundtypen elektrischer Maschinen Gleichstrommaschine, Synchron- und Asynchronmaschine lassen sich alle wesentlichen Betriebscharakteristiken am Gleichstrom- und Wechselstrom- bzw. Drehstromnetz darstellen, sodass auf die erwähnten Sonderbauformen in der Regel verzichtet werden kann. Deshalb ist dieses Buch nur den drei Grundtypen der elektrischen Maschine gewidmet, der Asynchronmaschine, der Synchronmaschine und der Gleichstrommaschine. Ihr Einsatzbereich ist sehr breit gefächert (Binder et al. 2003, 2005) und wird im Folgenden – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – stichwortartig überflogen.

b) Unterschiedliche Einsatzgebiete elektrischer Maschinen:

b1) Gleichstrommaschinen:

Kleinmotoren: Kleinmotoren mit Permanentmagneterregung (Abb. 1.3a) sind im Bereich von wenigen Watt bis einigen 100 Watt Leistung im Einsatz z. B. als Hilfsantriebe im Kraftfahrzeug (Fensterheber, Spiegelverstellung, ...), als Spielzeugmotoren (Modellbahn, Modellflug, ...), in Konsumgütern (Videogeräte, HiFi-Anlagen, ...), in feinmechanischen Instrumenten, ... (Lazaroiu und Slaiher 1976; Stölting und Kallenbach 2001).

Drehzahlveränderbare Antriebe: In der drehzahlveränderbaren Antriebstechnik im Leistungsbereich von einigen hundert Watt bis mehreren Megawatt Maschinenleistung sind Gleichstrommaschinen (Abb. 1.3b) zumeist in Kombination mit Stromrichtern im Einsatz. Die Veränderung der Drehzahl ist auf Grund der variablen Gleichspannung durch den Stromrichter möglich, daher ergibt sich ein vielfältiger Einsatz in Elektroautos und Gabelstaplern, als Antrieb in Kranen, Drahtziehmaschinen, Walzwerken,

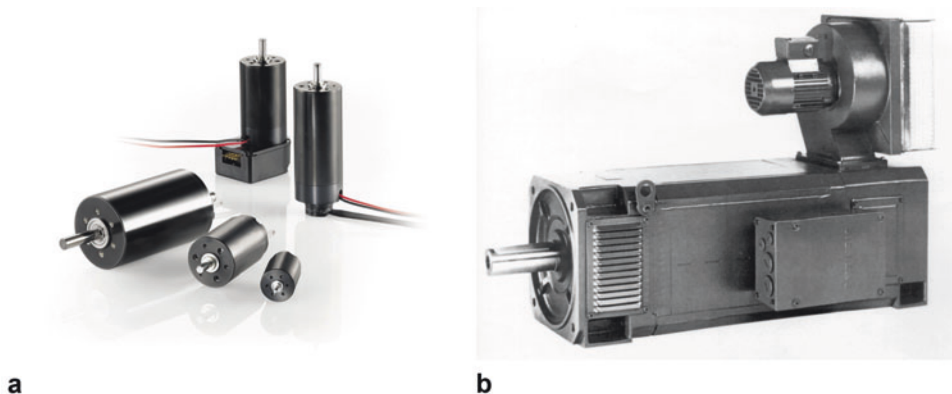


Abb. 1.3 (**a**) Gleichstrom-Kleinstmotoren für Präzisionsantriebe im Wattbereich (Quelle: Faulhaber), (**b**) Fremderregte unkompensierte vierpolige Gleichstrommaschine mit aufgebautem Fremdlüfter als drehzahlveränderbarer Industrieantrieb 0 … 4500/min, 100 kW, 400 V (Quelle: Siemens AG)

Papier- und Druckmaschinen, Extrudern, Kalandern, Prüfstandsgeneratoren, als U-Boot-Unterwasserantriebe, Straßenbahn-, U-Bahn-, Vollbahnantriebe, … (Auernhammer et al. 1992; Heil 1995).

b2) Wechselstrommaschinen: Diese Maschinen werden direkt am Einphasen-Wechselstromnetz (z. B. 230 V, 50 Hz) betrieben.

Kleinmotoren: Der Leistungsbereich der Wechselstrom-Kleinmotoren umfasst wenige Watt bis einige hundert Watt bzw. einige kW (Lazaroiu und Slaiher 1976; Stölting und Kallenbach 2001), wobei unterschiedliche Bauweisen unterschieden werden.

Universalmotoren: Universalmotoren sind Gleichstrommotoren mit Reihenschluss-Erregerwicklung mit einfachem Stromrichter als Phasenanschnittsteuerung (Triac-Schaltung) als drehzahlveränderbarer Antrieb in einer Vielzahl von Haushaltsgeräten (Staubsauger, Mixer, Waschmaschinen, Elektrowerkzeuge wie Bohr- und Schleifmaschinen, Elektrorasenmäher, …),

Einphasen-Asynchronmaschinen und Spaltpol-Asynchronmaschinen: Diese Käfigläufer-Asynchronmaschinen sind Konstantdrehzahlantriebe in Kleingeräten als Lüfterantriebe, in Klimageräten, Haushaltspumpen, Waschmaschinen, …

Großmaschinen: Wechselstrommaschinen wurden als Motoren bis ca. 1.5 MW gebaut, und zwar nur als Einphasen-Reihenschluss-Kommutatormotoren (= „überdimensionaler Universalmotor“) bei Vollbahnen als Lokomotivantrieb älterer Bauart, der noch bei

zahlreichen Bahngesellschaften vor allem in Deutschland, Österreich, Schweiz, Norwegen, ... in Betrieb ist. Als Stromerzeuger sind einphasige Synchrongeneratoren zur Einspeisung in das einphasige Bahnnetz im MW-Bereich im Einsatz.

b3) Drehstrommaschinen:

b3.1) Synchronmaschinen

Kleinmotoren: Der Leistungsbereich der Kleinmotoren umfasst wenige Watt bis einige hundert Watt. Der Läufer der Synchron-Kleinmotoren ist zumeist permanentmagneterregt. Bei Netzspeisung ist die Drehzahl direkt zur Netzfrequenz (z. B. 50 Hz oder 60 Hz, Neidhöfer 2008) proportional und wird als Antrieb z. B. für Synchronuhren (auch mit Einphasenspeisung) verwendet. Mit einem Umrichter, der Spannungen variabler Amplitude und Frequenz erzeugt, entsteht ein drehzahlveränderbarer Motor (Gutt 1990) mit kontinuierlicher Drehbewegung oder bei schrittweiser Anspeisung mit Ruckbewegungen als Schrittmotor (Rummich (Hrsg.) 1992; Kenjo und Sugawara 1995). Schrittmotoren werden entweder mit Permanentmagnet-Läufer oder Reluktanzläufer oder einer Mischung aus beiden als Hybrid-Schrittmotoren ausgeführt (Kap. 10). Bei Rückführung der Information über die Läuferlage an den speisenden Umrichter wird eine höhere Kurzzeit-Überlastbarkeit erreicht. Es entsteht der im kleinen Leistungsbereich „Elektronikmotor" genannte Umrichter-Antrieb mit Permanentmagnet-Synchronmaschine mit Einsatzgebieten z. B. in HiFi- und Multimediageräten (z. B. Antrieb im CD-Player, in Kameras), in der Medizintechnik (Merwerth 2003), als Lüftermotor in Computern o. ä. mit dem Vorteil gegenüber Gleichstrom-Kleinmotoren, keine Bürstenkontakte zu benötigen.

Industrieantriebe: Mit Permanentmagnetläufer und Umrichterspeisung (Mohan 1995) wird die Synchronmaschine von ca. 100 Watt bis einige kW („brushless DC"-Antrieb) als drehzahlveränderbarer Antrieb und Positionierantrieb (mit Positionslagegeber) in Werkzeugmaschinen, Elektroautos, Verpackungsmaschinen, Robotern, Spinnmaschinen, Textilfasererzeugung, ... eingesetzt. Mit Reluktanzläufer wird der Synchronmotor im gleichen Leistungsbereich ebenfalls eingesetzt, ist dadurch kostengünstiger, hat aber dafür eine geringere Leistung bei gleicher Motorgröße (Gutt 1988). Mit elektrischer Läufererregung und Umrichterspeisung wird die Synchronmaschine als Großantrieb im Bereich von ca. 1 MW ... 100 MW in Walzwerken anstelle der älteren Gleichstromtechnik (von Musil und Schmatloch 1987) eingesetzt; weitere Einsatzgebiete sind Kompressor- und Großgebläseantriebe (Bahtia et al. 1998; Neidhöfer und Troedson 1999), elektrische Schiffsantriebe (Abb. 1.4a, Jokinen et al. 2005), Rohrmühlen- und Drehofenantriebe (Salzmann und Wokusch 1980), Bahnantriebe (Steimel 2004), ...

Stromerzeuger: Als Stromerzeuger mit i. A. elektrisch erregtem Läufer sind Synchrongeneratoren von wenigen kW bis ca. 2 GW in Kraftwerken im Einsatz. Mit ca. 2 GW Bemessungsleistung sind sie die größten bis dato gebauten elektrischen Maschinen

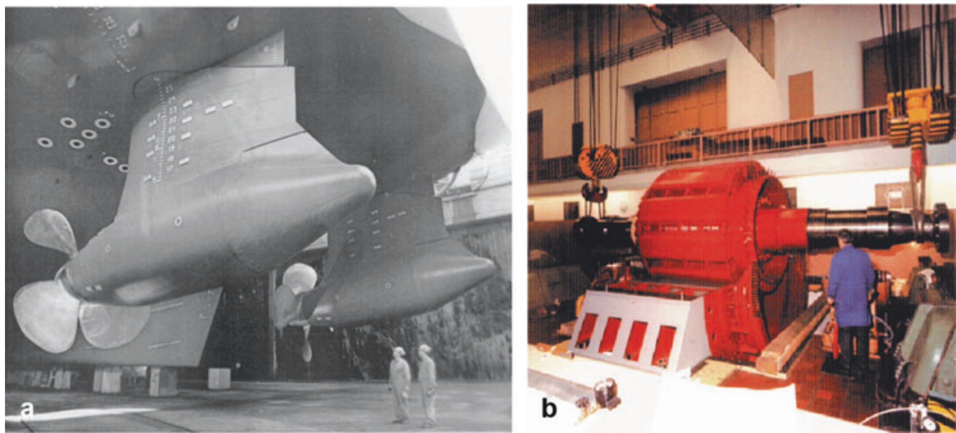


Abb. 1.4 Synchronmaschinen: (**a**) Getriebelose Schiffspropellerantriebe, umrichtergespeist, 2 × 14 MW, 0 ... 150/min, Kreuzfahrtschiff M/S „Elation“ (Quelle: Pakaste et al. 1999), (**b**) Kraftwerks-„Upgrading“ von 50 MVA auf 60 MVA: Einbau des 10-poligen Generatorläufers, Pumpspeicher-Kraftwerk Kaprun, Österreich (Quelle: Andritz Hydro, Österreich)

überhaupt. Sie finden Einsatz in einem weiten Bereich der Stromerzeugung als Notstromaggregate, Lichtmaschinen in Kraftfahrzeugen, Bordnetzgeneratoren in Schiffen und Flugzeugen, in Kleinwasserkraftwerken, Windkraftanlagen, vor allem als Kraftwerksgeneratoren als der Generatortyp schlechthin in allen Kraftwerken ab ca. 1 MW bis 1.8 GW Leistung, mit Wasserturbinen-, Dampfturbinen- und Gasturbinenantrieb je nach Kraftwerkstyp (Abb. 1.4b).

b3.2) Asynchronmaschinen:

Kleinmotoren: Als Drehstrommotoren werden kleine Asynchronmaschinen wegen der zu hohen Kosten eher selten eingesetzt. Hier dominiert die o. g. billigere Einphasen-Asynchronmaschine.

Industrieantrieb: Mit Käfigläufer ist der Asynchronmotor der Standard-Industriemotor schlechthin von wenigen hundert Watt bis ca. 30 MW Bemessungsleistung. Vor allem im unteren und mittleren Leistungsbereich bis ca. 500 kW als „Norm-“ und „Transnormmotor“ mit herstellerunabhängig genormten Hauptabmessungen ist er am weitesten verbreitet von allen elektrischen Motortypen. Am Drehstromnetz arbeitet er als Konstant-Drehzahl-Antrieb für Pumpen, Transportbänder, Sägen, Ventilatoren, ... Mit Umrichterspeisung als drehzahlveränderbarer Antrieb ist er im Einsatz für Elektroautos, Extruder, Kalander, Aufzüge, Straßenbahn-, U-Bahn- und Vollbahnantriebe (Abb. 1.6, Moritz und Röhlk 1979; Maiß 1981; Steimel 2004), Kräne, Prüfstände, Werkzeugmaschinen (Binder et al. 2009), wird aber auch als Großantrieb im Bereich mehrerer MW z. B. in

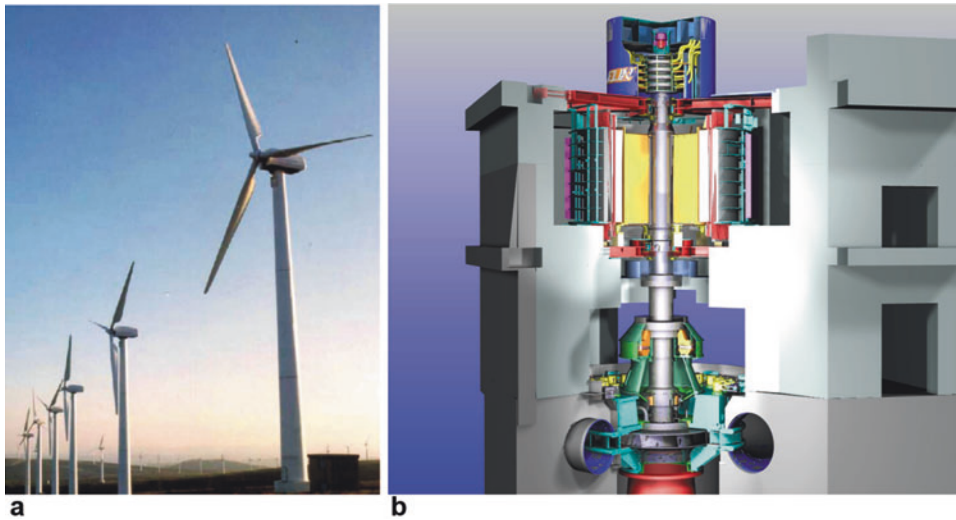


Abb. 1.5 Asynchrongeneratoren: (**a**) Windgeneratoren mit Käfigläufer und Getriebe für direkten Netzbetrieb (Quelle: Siemens AG), (**b**) Doppeltgespeiste Asynchronmaschine als Motor-Generator mit vertikaler Welle im Pumpspeicherkraftwerk Goldisthal, Deutschland, $S_N = 340$ MVA, $2p = 18$, $f = 50$ Hz, $n_{syn} = 333$/min, $s = \pm 10\,\% \ldots 5\,\%$ (300 …346/min). Oben Schleifringe, darunter Asynchronmaschine, unten Pumpturbine (Quelle: *Andritz Hydro*)

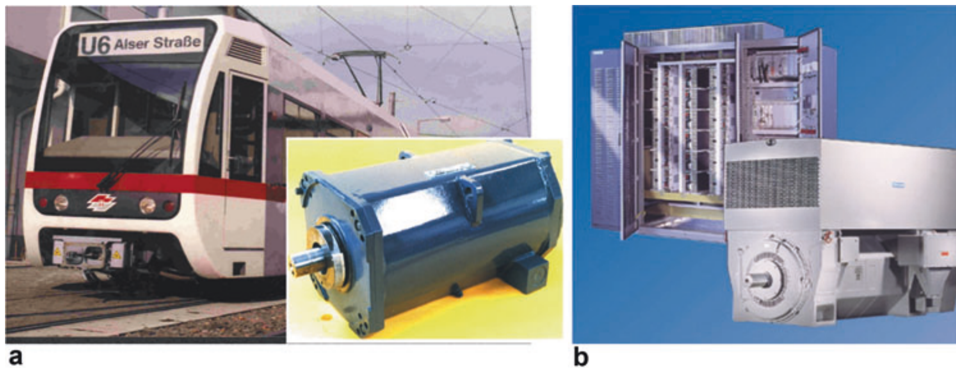


Abb. 1.6 Asynchronmotoren: (**a**) Wassergekühlte 100 kW-Fahrmotoren für die U-Bahn in Wien, Österreich (Alu-Käfig-Läufer), (Quelle: ELIN EBG Motoren GmbH), (**b**) Umrichtergespeister Industriemotor, 1 MW, Kupferkäfig, aufgesetzter Luft-Luft-Kühler, dahinter: Umrichter (Quelle: Siemens AG)

Bahnumformerwerken, bei Kesselspeisepumpen und Saugzuggebläsen in Kraftwerken in vielfältigster Weise verwendet. Als drehzahlveränderbarer Antrieb verdrängt er den auf Grund seiner Bürsten wartungsintensiveren Gleichstromantrieb (Kleinrath 1980).

Stromerzeuger: Bis ca. 1 MW ist die Asynchronmaschine als Stromerzeuger aus Windenergie im Einsatz als Käfigläufer (Abb. 1.5a) und bis ca. 6 MW in der Bauform als doppeltgespeister Schleifringläufer-Asynchrongenerator mit Umrichterspeisung im Läufer und Netzspeisung im Ständer (Müller et al. 2002; Stupin und Kühne 2005). Bei Kleinwasserkraftanlagen und Windkraftanlagen ist er im System mit dem Umrichter i. A. kostengünstiger als der vergleichbare Synchrongenerator. Als Sonderbauform für große Leistungen in Pumpspeicher-Kraftwerken als drehzahlveränderbarer Motor-Generator wird er neuerdings auch eingesetzt z. B. mit ca. 300 MW im Pumpspeicher-Kraftwerk Goldisthal/Deutschland, und an einigen Standorten in Japan. Weitere Projekte sind z. B. in der Schweiz in Planung.

1.3 Grundgesetze der Mechanik, Elektromagnetik und Drehstromtechnik

In diesem Abschnitt werden die für das Verständnis der Funktionsweise elektrischer Maschinen erforderlichen physikalischen Grundgesetze zusammenfassend und so einfach wie möglich dargestellt.

1.3.1 Mechanische Grundgesetze

a) Kraft und Drehmoment: Das 2. Newton'sche Axiom (1.3) besagt, dass die Kraft F, die auf eine Masse m wirkt, diese beschleunigt (Abb. 1.7a), wobei die Beschleunigung a die Änderung der Geschwindigkeit v mit der Zeit t ist. Dabei ist die Geschwindigkeit v die Änderung des Ortes x der Masse m mit der Zeit t (Parkus 1966).

$$v = dx/dt \tag{1.1}$$

$$a = dv/dt = d^2x/dt^2 \tag{1.2}$$

$$F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \tag{1.3}$$

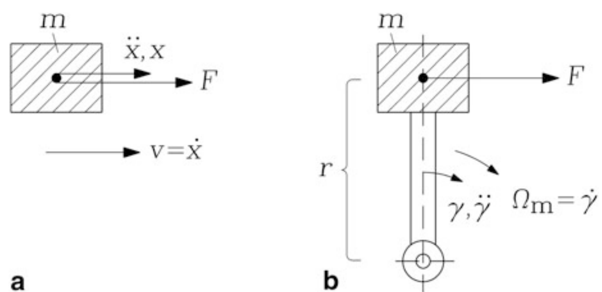


Abb. 1.7 Zweites Newton'sches Axiom für (**a**) linear bewegte und (**b**) rotierende Massen

Wird die Masse m im Abstand r von einem Drehpunkt starr mit einer „masselosen“ Verbindung befestigt (Abb. 1.7b), so kann sie sich nur auf einer Kreisbahn bewegen. Die Verbindungslinie vom Drehpunkt zum Massenmittelpunkt (Schwerpunkt) überstreicht bei dieser Bewegung den Winkel γ. Aus dem zurückgelegten Weg x auf einem Kreisbogen folgt die Bahngeschwindigkeit v und die Beschleunigung a.

$$x = \gamma \cdot r \tag{1.4}$$

$$v = \dot{x} = r \cdot d\gamma/dt, \quad a = \ddot{x} = r \cdot d^2\gamma/dt^2 \tag{1.5}$$

Aus (1.3) folgt durch Multiplikation mit der Länge des Hebelarms r das 2. Newton'sche Axiom für rotierende Massen (1.6):

„Drehmoment = Trägheitsmoment · Winkelbeschleunigung“.

Dabei sind J das Trägheitsmoment, M das mechanische Drehmoment und Ω_m die mechanische Winkelgeschwindigkeit.

$$F \cdot r = m \cdot r \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot r^2 \cdot \frac{d^2\gamma}{dt^2} \quad \Rightarrow \quad M = J \cdot \frac{d^2\gamma}{dt^2} = J \cdot \frac{d\Omega_\mathrm{m}}{dt} \tag{1.6}$$

$$J = m \cdot r^2, \quad M = F \cdot r, \quad \Omega_\mathrm{m} = d\gamma/dt \tag{1.7}$$

Bei einer mechanischen Drehfrequenz (Drehzahl) n von einer Umdrehung je Sekunde wird genau der Winkel $\gamma = 2\pi$ überstrichen. Daher ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_m das 2π-fache der mechanischen Drehzahl n.

$$\Omega_\mathrm{m} = 2\pi \cdot n \tag{1.8}$$

b) Arbeit und Leistung: Die z. B. von einem Linearmotor geleistete Arbeit W, wenn er die Masse m mit einer konstanten Kraft F längs des Wegs x bewegt, ist die mechanische Energie, die dieser Linearmotor an die Arbeitsmaschine abgibt:

„Arbeit = Kraft · Weg“.

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{x},$$

bei $\vec{F} = F \cdot \vec{e}_\mathrm{x}$: $W = \int F \cdot dx$, bei $F =$ konst.:

$$W = F \cdot x \tag{1.9}$$

Die je Zeiteinheit t geleistete Arbeit W ist die vom Linearmotor erbrachte mechanische Leistung P: „Leistung = Kraft · Geschwindigkeit“.

$$P = dW/dt = F \cdot dx/dt = F \cdot v \quad \Rightarrow \quad P = F \cdot v \tag{1.10}$$

Durch Erweiterung von (1.10) mit der Länge des Hebelarms r und dessen Kehrwert $1/r$ wird die entsprechende Formel für die rotatorische Bewegung abgeleitet:

„Leistung = Drehmoment · Winkelgeschwindigkeit“

$$P = F \cdot r \cdot dx/dt \cdot \frac{1}{r} = M \cdot \frac{d\gamma}{dt} = M \cdot \Omega_\mathrm{m} \quad \Rightarrow \quad P = M \cdot \Omega_\mathrm{m} \tag{1.11}$$

Die von der bewegten Masse m gespeicherte mechanische Bewegungsenergie heißt kinetische Energie, die aus (1.10) für die Bewegung in x-Richtung durch Integration berechnet wird.

$$W = \int P \cdot dt = \int F \cdot \frac{dx}{dt} \cdot dt = \int m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot v \cdot dt = \int m \cdot v \cdot dv = m \cdot \frac{v^2}{2} \tag{1.12}$$

Für rotierende Massen entsteht aus (1.12) durch die angegebene Umformung der Ausdruck der kinetischen Energie für rotierende Massen (1.13). In Schwungmassenspeichern (das sind rasch rotierende Massen mit hohem Trägheitsmoment) wird dieser Effekt zur Speicherung von kinetischer Energie genutzt (Hibbeler 2006b).

$$W = m \cdot r^2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{v^2}{2} = J \cdot \frac{\Omega_\mathrm{m}^2}{2} \tag{1.13}$$

1.3.2 Elektromagnetische Grundgesetze im Überblick

Die Wirkprinzipien der elektromechanischen Energiewandlung beruhen auf der Anwendung der folgenden elektromagnetischen Grundgesetze (Prechtl 1995; Hambley 2008).

- Die Erzeugung der magnetischen Feldstärke H durch stromdurchflossene Spulen wird durch den Ampère’schen Durchflutungssatz beschrieben.
- Die berührungslose Energieübertragung von ruhenden auf bewegte Teile oder von einer Spule auf eine zweite, galvanisch getrennte Spule durch Spannungsinduzierung wird durch das Faraday’sche Induktionsgesetz bestimmt.
- Die Erzeugung mechanischer Kräfte F durch die Wirkung magnetischer Felder auf stromdurchflossene Leiter beschreibt das Lorentz’sche Kraftgesetz.

- Die Feldlinien der magnetischen Flussdichte B sind stets geschlossen, d. h. Nord- und Südpole treten immer paarweise auf. Es sind bis jetzt keine magnetischen „Monopole“ bekannt.

Die Werkstoffgesetze beschreiben:

- die Wirkung von Permanentmagneten zur Magnetfelderzeugung (Hystereseschleife $B(H)$ in Abb. 1.11),
- den Stromfluss I in Leiterwerkstoffen mit dem elektrischen Widerstand R bei angelegter elektrischer Spannung U (Ohm’sches Gesetz (1.14)), lokal ausgedrückt als Verknüpfung von elektrischer Stromdichte J und elektrischer Feldstärke E über die elektrische Leitfähigkeit κ: $\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E}$.
- die Verringerung der für eine bestimmte magnetische Flussdichte B erforderlichen magnetischen Feldstärke H in magnetisierbaren (ferromagnetischen) Stoffen (z. B. Eisen) $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$,
- die isolierende Wirkung von elektrisch nicht leitfähigen Werkstoffen z. B. zwischen spannungsführenden Leitern und dem geerdetem metallischen Gehäuse der elektrischen Maschine.
- Als Isolierwerkstoffe kommen Kunststoffe, Glas, Glimmer und Kunstharze zum Einsatz. Als Leiterwerkstoffe sind hauptsächlich Kupfer und Aluminium, fallweise auch Legierungen wie Bronzen oder Silumin, in Verwendung. Der elektrische Widerstand R der Leiterwerkstoffe nimmt mit steigender Temperatur ϑ zu (Tab. 1.1).

$$U = R(\vartheta) \cdot I \tag{1.14}$$

Mit der elektrischen Stromdichte J durch die Stromdurchtrittsfläche A erhalten wir die elektrische Stromstärke.

$$I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \tag{1.15}$$

Tab. 1.1 Vergleich von Stoffwerten der Metalle Silber, Kupfer, Aluminium, Eisen (reine Stoffe) bei $\vartheta = 20°C$. Die Zunahme des ohm’schen Widerstands R mit der Temperatur ϑ (gemessen in °C) ist im Temperaturbereich von ca. –40°C bis +250°C linear

$R = R_{20°C} \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - 20°C)]$		Silber	Kupfer	Aluminium	Eisen
Elektrische Leitfähigkeit κ	[S/m]	$62.5 \cdot 10^6$	$57.0 \cdot 10^6$	$34.0 \cdot 10^6$	$10.0 \cdot 10^6$
Dichte ρ	[kg/dm^3]	10.5	8.9	2.7	7.9
Widerstandskoeffizient α	[1/K]	0.0036	0.0039	0.0040	0.0045
Wärmedehnung (linear) α_l	[1/K]	$19.3 \cdot 10^{-6}$	$16.8 \cdot 10^{-6}$	$24 \cdot 10^{-6}$	$11.5 \cdot 10^{-6}$

Die elektrische Spannung U als Potenzialdifferenz zwischen zwei Punkten 1 und 2 ist das Wegintegral der elektrischen Feldstärke E längs des Wegs l zwischen 1 und 2.

$$U = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{1.16}$$

Beispiel 1.3

(1) Elektrischer Widerstand eines Leiters mit der Länge l und dem Querschnitt A, der gleichmäßig vom Strom I durchflossen wird:

$$I = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = J \cdot A, \quad U = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot l \Rightarrow$$
$$R = U/I = (E/J) \cdot l/A = l/(\kappa \cdot A)$$

(2) Verlustdichte (= Stromwärmeverluste/Volumen) im elektrischen Widerstand:

$$p = P/V = (U \cdot I)/(A \cdot l) = E \cdot J = J^2/\kappa$$

1.3.3 Erzeugung magnetischer Felder

In Abschn. 1.4 wird gezeigt, dass die elektromechanische Energiewandlung mit magnetischen Feldern – außer im Bereich der Mikromotoren – zu deutlich höheren Energiedichten führt als jene mit elektrischen Feldern. Die Erregung magnetischer Felder erfolgt mit stromdurchflossenen Spulen gemäß dem Ampère'schen Durchflutungssatz (Abschn. 1.3.4) oder mit Permanentmagneten (Abschn. 1.3.5 und Kap. 9).

a) Magnetfelderzeugung durch stromdurchflossene Spulen:
Vorteile:

- beliebig hohe Felder möglich
- Magnetfeld veränderbar über den Strom
- bei großen Wandlern kostengünstiger als Permanentmagnete

Nachteile:

- Stromwärmeverluste in den Spulen (Ausnahme: Supraleitende gleichstromdurchflossene Spulen)
- Stromversorgung nötig

b) Magnetfelderzeugung durch Permanentmagnete:
Vorteile:

- keine „Erregerverluste"
- einfacher Aufbau des Wandlers

Nachteile:

- Magnetfeld nicht veränderbar
- Magnetwerkstoffe mit hoher Energiedichte sind relativ teuer
- B-Felder auf etwa 1.2 T begrenzt
- Gefahr der Entmagnetisierung im großen Gegenfeld anderer stromführender Spulen

1.3.4 Ampère'scher Durchflutungssatz und magnetischer Fluss

Die Berechnung elektromagnetischer, niederfrequenter stromerregter Felder in elektrischen Maschinen erfolgt mit dem Ampère'schen Durchflutungssatz. Der Ampère'scher Durchflutungssatz lautet: In einem magnetischen Feld mit der Feldstärke $\vec{H}$ ist das Linienintegral über die magnetische Feldstärke H entlang einer geschlossenen Linie C stets gleich der gesamten elektrischen Durchflutung Θ, die durch die von der Linie C aufgespannten Fläche A_C hindurch tritt.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta \tag{1.17}$$

Ein positiver Durchtrittssinn des Stroms durch die Fläche ist gegeben, wenn der gewählte Durchlaufsinn der Kurve C die Stromflussrichtung von I rechtswendig umläuft. Wenn die vier gekrümmten Finger der rechten Hand (ab dem Zeigefinger) in Richtung des Durchlaufsinns der Kurve C weisen, so zeigt der Daumen in die Richtung des positiven Durchtrittssinns durch die von der Kurve C aufgespannte Fläche („Rechte-Hand-Regel").

Beispiel 1.4

Bestimmen Sie die elektrische Durchflutung für die Fläche und Leiteranordnung gemäß Abb. 1.8!

Lösung:
Die Durchflutung ist $\Theta = N \cdot I_1 - I_2$, da die Windungszahl für den ersten Stromkreis N und für den zweiten Eins ist. Die beiden Stromrichtungen sind unterschiedlich. Strom I_1 durchfließt die Fläche gemäß der Rechten-Hand-Regel positiv, Strom I_2 negativ.

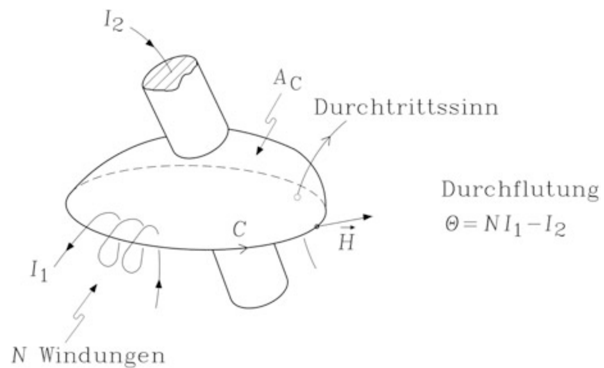


Abb. 1.8 Geschlossene Kurve C um stromdurchflossene Leiter, Stromstärken I_1, I_2. Die Kurve C ist beliebig gewählt, also nicht notwendig eine „Feldlinie“ von H, sodass der Winkel zwischen dem Vektor der magnetischen Feldstärke H und der Tangente an die Kurve C i. A. nicht Null ist (Quelle: Prechtl 1995)

Wir definieren den magnetischen Fluss Φ durch eine Fläche A als das Flächenintegral des Vektorfelds der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ über dieser Fläche.

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{1.18}$$

Der Fluss Φ durch eine geschlossene Oberfläche A eines Volumens V wird magnetischer Hüllenfluss genannt. Da die Flussröhren („Feldlinien“) des Vektorfelds von B stets geschlossen sind, treten eben so viele Feldlinien in positiver wie negativer Richtung durch die geschlossene Hüllfläche, sodass der Hüllenfluss als Summe aller Teilflüsse Null ist. Es gilt somit für die magnetische Flussdichte B das Gesetz vom magnetischen Hüllenfluss: Der magnetische Hüllenfluss ist stets Null!

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \Phi = 0 \tag{1.19}$$

Anschaulich interpretiert heißt das, dass ebensoviel magnetischer Fluss Φ aus dem Volumen V aus- wie eintritt, da der Gesamtfluss über die geschlossene Oberfläche A Null ist. Folglich sind die Flussröhren von $\vec{B}$ (im Zweidimensionalen die „Feldlinien“ von $\vec{B}$) in sich geschlossen (Abb. 1.9). Daher ist die auf die Fläche A normal stehende Komponente B_n innerhalb des Volumens V und außerhalb gleich groß („Konstanz der B-Normalkomponente)“:

$$B_{\mathrm{n},1} = B_{\mathrm{n},2} \tag{1.20}$$

Regionen austretender Flussröhren werden „Nordpole“, Regionen eintretender Flussröhren „Südpole“ genannt. Somit besagt (1.19), dass es stets nur Nord- und Südpole gemeinsam gibt. Magnetische Monopole sind bis dato noch nicht entdeckt worden. Das magnetische Feld – auch das in elektrischen Maschinen – ist zumindest ein Dipolfeld. Die

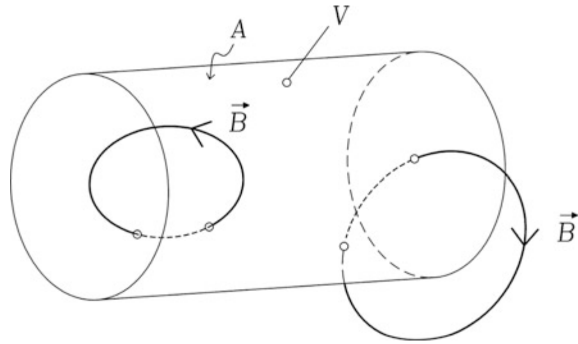


Abb. 1.9 Es treten ebenso viele Flussröhren bzw. Feldlinien der Flussdichte B aus dem Volumen V durch die geschlossene Oberfläche A aus wie ein, da die Flussröhren der Flussdichte geschlossen sind

Mindest-Polzahl ist 2, nämlich ein Nord- und ein Südpol. Die Anzahl der Magnetpole wird mit $2p$ angegeben; es wird die Polpaarzahl $p = 1, 2, 3, \ldots$ verwendet.

Beispiel 1.5 (Magnetischer Eisenkreis mit Luftspalt und Erregerspule)

Der Durchflutungssatz wird für die spezielle Geometrie von Abb. 1.10 gemäß (1.21) vereinfacht. Die geschlossene Kurve C wird identisch mit der gestrichelten Feldlinie von H gewählt, sodass der differentielle Tangentenvektor $d\vec{s}$ in Abb. 1.8 stets parallel mit dem Vektor $\vec{H}$ ist. Daher wird das Skalarprodukt der Vektorrechnung $\vec{H} \cdot d\vec{s}$ durch das Produkt der Algebra $H \cdot ds$ ersetzt. Das Feld in den einzelnen Jochabschnitten mit den Längen l_{i}, $i = 1, \ldots, n$ (Abb. 1.10: $n = 6$ Abschnitte inklusive Luftspalt δ) ist nahezu homogen, daher wird das Integral durch eine Summe ersetzt.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = N \cdot I \approx \sum_{i=1}^{n} H_i l_i = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + \ldots + H_n \cdot l_n \qquad (1.21)$$

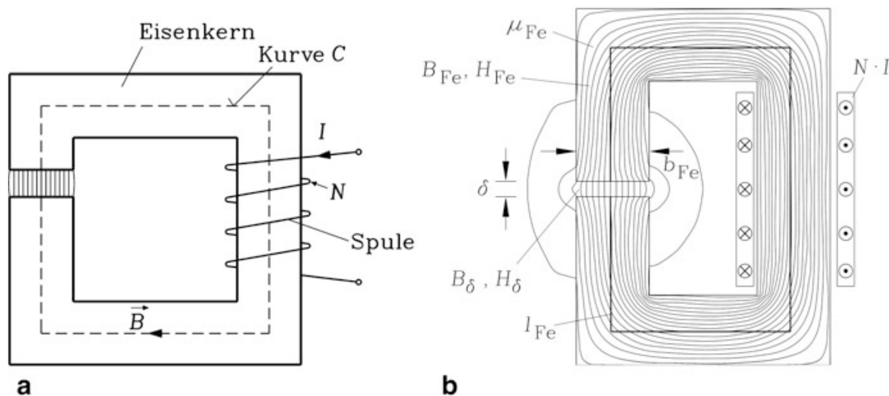


Abb. 1.10 Eisenjoch mit Luftspalt und Erregerspule: Im Luftspalt soll eine magnetische Flussdichte B erregt werden. (**a**) Gestrichelt: Idealisierte Feldlinie von B (geschlossene Kurve C). (**b**) Numerisch berechnete Feldlinien der Flussdichte B als Vektorfeld. Der B-Vektor variiert ortsabhängig nach Betrag, Richtung und Orientierung

Der Strom fließt in die von C aufgespannte Fläche A_C in Blickrichtung hinein. Dabei bedeuten die Symbole $\otimes$ eine in die Papierebene weisende Stromrichtung (Gefieder des Richtungspfeils, Strom negativ), während Symbole mit $\bullet$ die umgekehrte Richtung (Spitze des Richtungspfeils, Strom positiv) andeuten. Das zugehörige Magnetfeld mit der in Abb. 1.10 eingetragenen positiven Feldrichtung umkreist die Durchflutung im Uhrzeigersinn und erfüllt damit die Rechte-Hand-Regel. In Abb. 1.10 sind $N = 4$ Spulenwindungen gegeben: $\Theta = N \cdot I = 4I$. Wegen den geschlossenen B-Feldlinien ist bei Vernachlässigung von aus dem Eisenkreis austretenden Streufeldern der magnetische Fluss Φ in jedem Querschnitt A des Eisens konstant. Da die Flussdichte in den einzelnen Jochabschnitten als homogen angenommen wurde (was in etwa der Realität entspricht), ist sie über dem Querschnitt A konstant.

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \approx B \cdot A \tag{1.22}$$

1.3.5 Verminderung des Magnetisierungsbedarfs durch den Einsatz von Eisen

Wir betrachten ein Stück Eisen im Magnetfeld einer vom Strom I erregten Spule ähnlich wie in Abb. 1.24, wenn wir dort den Stabmagneten durch ein zylindrisches Eisenstück ersetzen. Der Spulenstrom I erregt eine magnetische Feldstärke H. In Luft ist die zugehörige Flussdichte B der Feldstärke H über μ_0 direkt proportional.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{1.23}$$

Eisen besteht aus vielen kleinen „Elementarmagneten", den Weiss'schen Bezirken, die sich auf Grund der auf sie wirkenden Kraft im Feld H der Spule möglichst parallel zu dieser Feldrichtung auszurichten versuchen und so eine eigene resultierende Magnetflussdichte J erzeugen. Diese zusätzliche Flussdichte J wird als magnetische Polarisation oder alternativ über $\vec{J} = \mu_0 \cdot \vec{M}$ als zusätzliche magnetische Feldstärke, die Magnetisierung M, bezeichnet. Die magnetische Polarisation J verstärkt im Eisen das H-Feld der Spule zur resultierenden magnetischen Flussdichte B. Die verstärkende Wirkung kommt durch die relative Permeabilität $\mu_r > 1$ zum Ausdruck, die in isotropen Materialien eine reelle Zahl ist.

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{J} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_r \cdot \mu_0 \vec{H} >> \mu_0 \cdot \vec{H} \tag{1.24}$$

Diese feldverstärkend wirkende „spontane" Magnetisierbarkeit heißt Ferromagnetismus, eine Eigenschaft von Eisen, Nickel, Kobalt und den Heusler-Legierungen. Bei gleicher Flussdichte B in Luft und Eisen ist die magnetische Feldstärke H im Eisen viel kleiner als in Luft, sodass der Magnetisierungsbedarf $N \cdot I$ in Abb. 1.10 dank des Eisenjochs deutlich kleiner für eine bestimmte Flussdichte B im Luftspalt ausfällt als ohne dieses

Joch. Oberhalb der Curie-Temperatur, die z. B. für Eisen 744 °C beträgt, erlischt diese spontane Magnetisierbarkeit (Fasching 1994). Da in elektrischen Maschinen die Isolierwerkstoffe der Erregerspulen schon ab ca. 180 ... 240°C geschädigt werden können, ist die deutlich darüber liegende Curie-Temperaturgrenze i. A. als Temperaturgrenzwert für den Betrieb elektrischer Maschinen irrelevant. Wenn alle „Elementarmagnete" parallel zum äußeren H-Feld ausgerichtet sind, ist der Maximalwert von J, die Sättigungspolarisation J_s erreicht. Dieser Sättigungseffekt tritt bei Eisen ab ca. 1.7 T auf. Die Permeabilität μ ist daher bei kleinen Werten von B, im ungesättigten Betrieb, mit μ = ca. $5000\mu_0$ groß, und nimmt mit steigenden B-Werten ab, um im Grenzfall wegen $\vec{B}(\vec{H} \rightarrow \infty) = \vec{J}_s + \mu_0\vec{H}$ dem Grenzwert μ_0 zuzustreben, was als vollständige Sättigung bezeichnet wird.

Abb. 1.11 zeigt mit Kurve 1 qualitativ die $B(H)$-Abhängigkeit von weichmagnetischen Werkstoffen wie z. B. reinem Eisen. Nach dem Abschalten des Spulenstroms I verschwindet wegen des Durchflutungssatzes das Feld H, aber es verbleibt eine Restpolarisation J_R, da nicht alle „Elementarmagnete" sich beliebig regellos im Eisen ausrichten. Dies ist die Remanenzflussdichte $B_R = J_R$. Erst durch Anlegen eines negativen Felds $-H_{CB}$, der Koerzitivfeldstärke für das B-Feld, wird B als resultierende Flussdichte Null. Wegen $H_{CB} = -J/\mu_0$ ist dabei die magnetische Polarisation J noch positiv. Bei der noch größer negativen Feldstärke $-H_{CJ}$, der Koerzitivfeldstärke für das J-Feld, wird J Null, wobei die Flussdichte mit $B = -\mu_0 \cdot H_{CJ}$ dann bereits negativ ist. Die so entstehende $B(H)$-Schleife in Abb. 1.11 heißt Hystereseschleife (hysteresis (griechisch): Nachhinken, da B dem H „nachhinkt", denn es ist noch positiv, wenn H schon negativ ist, und umgekehrt). Die im mathematisch positiven Zählsinn (Gegenuhrzeigersinn) umfahrene Fläche innerhalb der B-H-Schleife während eines Zyklus mit der Dauer T einer zeitlichen H-Schwingung in jedem Raumpunkt des magnetisierbaren Materials entspricht der pro Volumen V und Zeit T im magnetisierbaren Material umgesetzten Wärme w_{hys} durch innere „Reibungsprozesse" der Weiss'schen Bezirke beim Ummagnetisieren. Beim Durchlaufen eines vollen Zyklus von $+H_{max}$ auf $-H_{max}$ und wieder zurück zu $+H_{max}$, etwa wenn I ein Wechselstrom ist, entstehen somit im magnetisierbaren Material die Hystereseverluste $P_{hys} = \int_V w_{hys} \cdot dV/T$. Diese Verluste P_{hys} steigen somit linear mit der Ummagnetisierungsfrequenz $f = 1/T$.

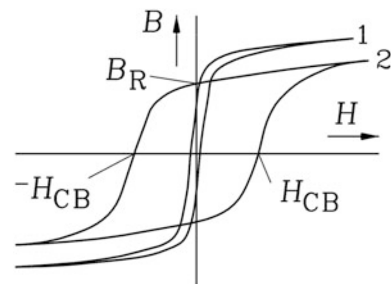


Abb. 1.11 $B(H)$-Kennlinien ferromagnetischer Werkstoffe: Kurve 1: weichmagnetische Werkstoffe (z. B. Reineisen), Kurve 2: hartmagnetische Werkstoffe (Permanentmagnete), B_R: Remanenzflussdichte, H_{CB}: Koerzitivfeldstärke für das B-Feld

Bei Eisen als „weichmagnetischem Werkstoff" ist H_{CB} klein, sodass die Hystereseschleife schmal ist und die Hystereseverluste klein sind. Die $B(H)$-Kurve wird dann in der Regel ohne die schmale Schleife dargestellt (Abb. 1.27). Bei Permanentmagneten als „hartmagnetischem Werkstoff" ist durch geeignete Werkstoffwahl H_{CB} stark vergrößert (Abb. 1.11, Kurve 2). Die Hystereseschleife ist deutlich verbreitert. So sind z. B. beim Permanentmagnetwerkstoff Neodymium-Eisen-Bor (NdFeB) eine Remanenzflussdichte von ca. 1 ... 1.3 T und eine B-Koerzitivfeldstärke von ca. 900 ... 1000 kA/m möglich. Die Permanentmagnete werden beim Betrieb elektrischer Maschinen nicht ummagnetisiert, sondern dienen zur Erzeugung von magnetischen Gleichfeldern z. B. in Gleichstrommaschinen oder im Polrad von Synchronmaschinen. Für die Permanentmagnete interessiert dann nur der Arbeitsbereich mit positiver Flussdichte B (für Nordpole) unter dem Einfluss entmagnetisierender (negativer) äußerer Felder H, also der zweite Quadrant der $B(H)$-Schleife, und der dritte Quadrant für den Arbeitsbereich mit negativer Flussdichte B (für Südpole) (siehe Kap. 9).

Ändert sich der Spulenstrom $i(t)$ zeitlich sinusförmig, so ändert sich auch die von ihm erregte magnetische Feldstärke $H(t)$ in jedem Punkt des Magnetkreises in gleicher Weise: $H(t) = \hat{H} \cdot \sin(2\pi t/T)$. Wegen des nichtlinearen Zusammenhangs $B(H)$ im Eisen in Abb. 1.11 ändert sich die Flussdichte $B(t)$ nicht sinusförmig. In Abb. 1.12 ist bei vernachlässigtem Hystereseeinfluss der Zeitverlauf $B(t)$ für die positive Halbschwingung aus der Sinushalbschwingung $H(t)$ graphisch ermittelt und zeigt eine abgeplattete Kurve $B(t)$. Eine Rechnung mit Sinusgrößen ist nicht mehr möglich. Ermittelt man zu der Kurve $B(t)$ die zugehörige Sinusgrundschwingung $B_1(t)$, indem man die periodische Funktion $B(t)$ durch eine Fourier-Reihe darstellt (Kap. 3), so kann zu jeder Amplitude $\hat{H}$ die zugehörige Amplitude der Sinusgrundschwingung $\hat{B}_1$ ermittelt werden. Anstelle der $B(H)$-Kennlinie

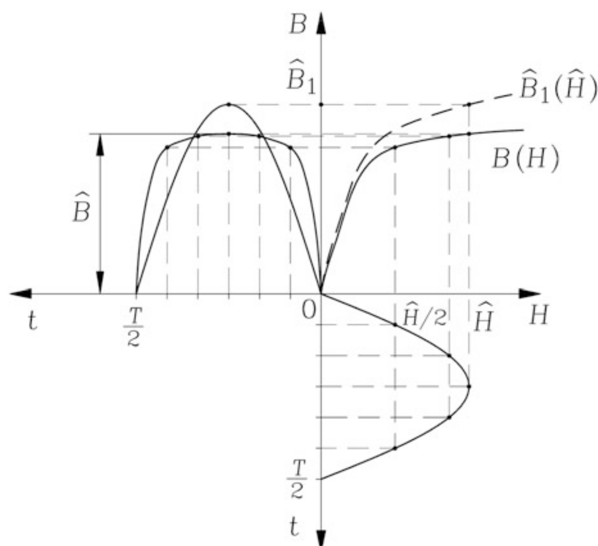


Abb. 1.12 Nichtsinusförmige B-Änderung bei zeitlich sinusförmiger H-Änderung durch die nichtlineare $B(H)$-Kennlinie: Es kann über die Sinusgrundschwingung B_1 eine Ersatzkennlinie gebildet werden, die näherungsweise ein Rechnen mit zeitlich sinusförmig veränderlichen B- und H-Größen erlaubt

wird ersatzweise die Kennlinie $\hat{B}_1(\hat{H})$ verwendet, die eine näherungsweise Rechnung mit Sinusgrößen ermöglicht. Wegen des abgeplatteten Verlaufs von $B(t)$ ist gemäß Abb. 1.12 $\hat{B} < \hat{B}_1$, sodass die Ersatzkennlinie $\hat{B}_1(\hat{H})$ über der magnetischen Kennlinie $B(H)$ liegt. Alternativ ist der Fall einer zeitlich sinusförmig eingeprägten Flussdichte (z. B. über Induzierung, siehe Abschn. 1.3.6) möglich: $B(t) = \hat{B} \cdot \sin(2\pi t/T)$. Mit der gleichen graphischen Methode wie in Abb. 1.12 wird die zugehörige Zeitfunktion $H(t)$ ermittelt, die einen anstelle des abgeplatteten einen spitzen Verlauf hat. Auch hier ermöglicht anstelle der $B(H)$-Kennlinie eine Ersatz-Kennlinie $\hat{B}(\hat{H}_1)$ weiterhin eine näherungsweise Rechnung mit Sinusgrößen. Wegen des spitzen Verlaufs von $H(t)$ ist $\hat{H} > \hat{H}_1$, sodass die Ersatzkennlinie $\hat{B}(\hat{H}_1)$ auch über der magnetischen Kennlinie $B(H)$ liegt. Wird zusätzlich die Hystereseschleife bei der Konstruktion in Abb. 1.12 berücksichtigt, so ist $B(t)$ gegenüber $H(t)$ nacheilend phasenverschoben (Abb. 1.13). Wenn z. B. ein von außen aufgeprägtes rotierendes H-Feld auf einen zylindrischen Läufer aus hysteretischem Material einwirkt, so sind die N- und S-Pole des B-Felds im Läufer gegenüber den N- und S-Polen des rotierenden H-Felds auch räumlich phasenversetzt, sodass es zwischen diesen zu einer Anziehungskraft und damit zu einem Hysterese-Drehmoment auf den Läufer kommt. Dieses i. A. kleine Drehmoment wird in Hysterese-Kleinmotoren genützt (vgl. Kap. 5), um ein Antriebsmoment zu erzeugen.

Bei zeitlich periodisch veränderlichen Größen werden meist der magnetische Fluss Φ, die magnetische Flussdichte B und die magnetische Feldstärke H wegen der nichtlinearen $B(H)$-Kennlinie des Eisens als Scheitelwerte der Ersatzkennlinie $\hat{B}_1(\hat{H})$ bzw. $\hat{B}(\hat{H}_1)$, je nach der Art der elektrischen Speisung (Stromspeisung: H sinusförmig eingeprägt; Spannungsspeisung: B sinusförmig eingeprägt) angegeben. Es sind dann mit den Symbolen Φ, B, H stets diese Scheitelwerte gemeint. Wo Verwechslungsgefahr besteht, sind in diesem Buch die Scheitelwerte besonders gekennzeichnet (z. B. $\hat{\Phi}$).

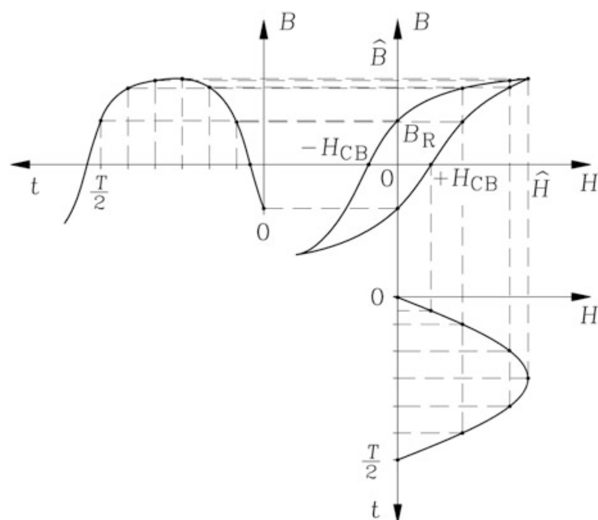


Abb. 1.13 Auf Grund der Hysterese kommt es bei zeitlich periodisch veränderlichen B- und H-Größen zu einer nacheilenden Phasenverschiebung von $B(t)$ gegenüber $H(t)$, was zu einem Hysteresemoment in rotierenden elektrischen Maschinen führt

Beispiel 1.6 (Berechnung eines einfachen magnetischen Eisenkreises mit ungesättigtem Eisen $\mu = 5000\mu_0$)

Die Geometrie in Abb. 1.10 zeigt, dass die Eisenabschnitte und der Luftspaltabschnitt stets denselben Querschnitt A aufweisen. Da μ deutlich größer als μ_0 ist, ist die magnetische Flussdichte B im Eisen deutlich größer als in den benachbarten parallelen Luftwegen. Im Luftspaltbereich ist wegen der Stetigkeit der Normalkomponenten B_n die Flussdichte so groß wie im Eisen. Somit genügt es, für die Berechnung des magnetischen Flusses Φ sich auf den im Eisenkern kanalisierten Fluss zu beschränken, ohne einen großen Fehler zu machen, da die Flussdichte in dem den Eisenkern umgebenden Luftbereich verschwindend klein ist. Damit ist der Fluss in jedem Eisenquerschnitt gleich groß. Wegen der gleichen Querschnittsflächen sind die mittleren magnetischen Flussdichten B_{Fe} im Eisen und im Luftspalt B_δ gleich groß.

$$B_{Fe} = \Phi/A = B_\delta \tag{1.25}$$

Die magnetische Feldstärke im Eisen H_{Fe} ist gemäß (1.26) deutlich kleiner als in Luft H_δ, da die Flussdichte B_{Fe} hauptsächlich durch den Beitrag J der „Elementarmagnete" aufgebracht wird.

$$H_\delta = B_\delta/\mu_0,\; H_{Fe} = B_{Fe}/\mu = B_\delta/\mu = H_\delta/5000 << H_\delta \tag{1.26}$$

Der Durchflutungssatz erlaubt auf Grund der hier gewählten einfachen Geometrie die Unterscheidung von nur zwei Abschnitten der geschlossenen Kurve C, dem Eisenabschnitt mit der Länge s_{Fe} und dem Luftspalt mit der Weite δ.

$$H_{Fe}s_{Fe} + H_\delta\delta = N \cdot I = V_{Fe} + V_\delta \tag{1.27}$$

Die einzelnen Beiträge V zur Gesamtdurchflutung $N \cdot I$ heißen in Analogie zur elektrischen Spannung „magnetische Spannungen" (Einheit: A!). Obwohl die Luftspaltweite δ deutlich kleiner als die Länge s_{Fe} der Kurve C im Eisen ist, kann bei ungesättigtem Eisen i. A. V_{Fe} gegenüber V_δ vernachlässigt werden, wie folgende Abschätzung zeigt. Sei z. B. $\delta/s_{Fe} = 1/100$. Dann ist trotzdem wegen $\mu = 5000\mu_0$ das Verhältnis der magnetischen Spannungen von Eisen versus Luftspalt mit 0.02 klein.

$$\frac{V_{Fe}}{V_\delta} = \left(\frac{B_{Fe} \cdot s_{Fe}}{\mu_{Fe}}\right) \Big/ \left(\frac{B_\delta \cdot \delta}{\mu_0}\right) = \frac{s_{Fe} \cdot \mu_0}{\delta \cdot \mu_{Fe}} = \frac{100 \cdot 1}{1 \cdot 5000} = 0.02$$

Fazit:

Die magnetische Spannung im ungesättigten Eisen ist trotz des längeren Wegabschnitts s_{Fe} der Kurve C im Eisen gegenüber der magnetischen Spannung im Luftspalt vernachlässigbar klein. Es muss nur die Magnetisierung der Luftspaltweite δ durch die

Erregerspule aufgebracht werden, da die magnetische Feldstärke im Eisen verschwindend klein ist.

$$B_\delta \approx \mu_0 \cdot N \cdot I/\delta \tag{1.28}$$

Wird z. B. $B_\delta = 1\,\mathrm{T}$ bei einer Luftspaltweite $\delta = 3\,\mathrm{mm}$ gewünscht, so ergibt sich ein Erregerbedarf $\Theta = 2390$ A.

$$1\,\mathrm{T} = B_\delta = \frac{\mu_0 \cdot \Theta}{\delta} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{Vs/(Am)} \cdot \Theta}{0.003\mathrm{m}}, \Theta = N \cdot I = \frac{1 \cdot 0.003}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 2390\,\mathrm{A}$$

Fazit:
Für die Erregung einer Gleichflussdichte $B_\delta = 1\,T$ im Luftspalt von Abb. 1.10 kann die Erregerspule mit $N = 100$ Windungen ausgerüstet werden, was einen Strombedarf (Gleichstrom) $I = 23.9$ A ergibt, oder z. B. mit $N = 250$ Windungen bei einem Strombedarf von $I = 9.56\,A$. Die Wahl der Windungszahl und der Stromstärke ist frei, während die erforderliche Durchflutung („Ampere-Windungen“) festgelegt ist.

1.3.6 Das Induktionsgesetz

Das Induktionsgesetz (1.29) von M. Faraday besagt: Jegliche Änderung des mit einer Leiterschleife C verketteten Flusses Φ ruft eine induzierte Spannung u_i hervor; die induzierte Spannung ist gleich der negativen Änderung dieses Flusses. Hat die Schleife N_c Windungen in Serie, so ist u_i N_c-mal so groß.

$$u_\mathrm{i} = -N_\mathrm{c} \cdot d\Phi/dt \tag{1.29}$$

Mit der Flussverkettung (Abb. 1.14a)

$$\Psi = N_\mathrm{c} \cdot \Phi = N_\mathrm{c} \cdot \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{1.30}$$

wird das Induktionsgesetz in seiner allgemeinen Form (1.31) formuliert.

$$u_\mathrm{i} = -d\Psi/dt \tag{1.31}$$

Dabei ist gemäß Abb. 1.14b die Richtung des Flächennormalenvektors $d\vec{A}$ auf der Schleifenfläche A rechtswendig zum Umlaufsinn des Spannungsfalls von 2 nach 1 längs der Schleife (Kurve C, Tangentenvektor $d\vec{s}$) zugeordnet.

Ruhinduktion nennt man den Fall, wenn die Flussänderung durch eine zeitliche Änderung der Flussdichte gemäß $\partial\vec{B}(x, y, z, t)/\partial t$ hervorgerufen wird (Abb. 1.15a). Das Symbol

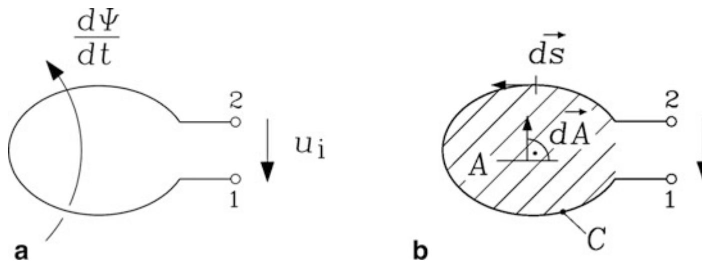


Abb. 1.14 Spannungsinduzierung in eine Leiterschleife: (**a**) Induzierte Spannung u_i von 2 nach 1 bei Zunahme der Flussverkettung Ψ in der eingezeichneten Richtung $d\Psi/dt$, (**b**) Rechtswendige Zuordnung des Spannungsumlaufsinns längs der Kurve C um die umschlossene Fläche A mit Tangentenvektor $d\vec{s}$ und Flächennormalenvektor $d\vec{A}$

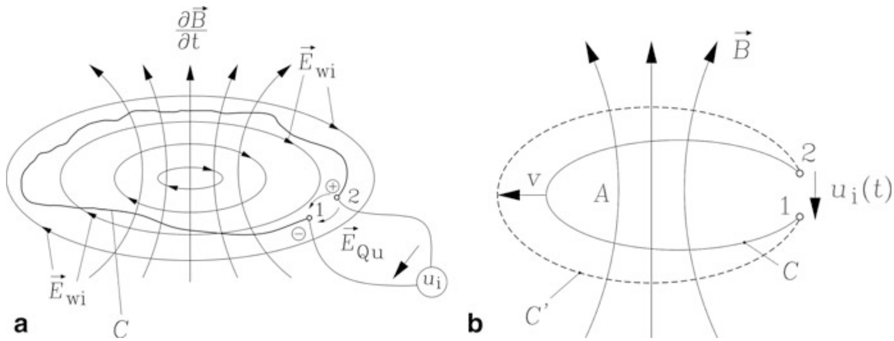


Abb. 1.15 Spannungsinduzierung in eine Leiterschleife C: (**a**) Ruhinduktion: Die Leiterschleife ruht, aber das Magnetfeld ändert sich, sodass eine elektrische Wirbelfeldstärke E_wi mit geschlossenen Feldlinien auftritt, die elektrische Ladungen entlang der Leiterschleife so verschiebt, dass zwischen den Klemmen 1 und 2 eine induzierte elektrische Spannung auftritt. (**b**) Bewegungsinduktion: Die Leiterschleife bewegt sich mit der Geschwindigkeit v bei zeitlich konstantem Feld B, sodass eine elektrische Bewegungsfeldstärke E_b auftritt, die über Ladungsverschiebung in der Leiterschleife zu einer induzierten elektrischen Spannung u_i zwischen den Klemmen 1 und 2 führt

$\partial \cdot / \partial t$ besagt, dass die Ableitung nur nach der Zeit erfolgt, nicht aber nach den Ortskoordinaten $x,\ y,\ z$. Bei Bewegungsinduktion tritt die Flussänderung durch eine Bewegung der Leiterschleife mit der Geschwindigkeit v im zeitlich unveränderlichen Feld $\vec{B}(x, y, z)$ auf. Dabei kann sich die Form der Kurvenberandung (Kurve C) ändern, sodass sich die Fläche A der Schleife ändert (Abb. 1.15b). Dann tritt eine Änderung des verketteten Flusses selbst bei räumlich homogenem, also konstanten Feld $B =$ konst. auf. Oder es bewegt sich die „starre" Schleifenform durch das ortsabhängig veränderliche, aber zeitlich konstante Feld, sodass auch bei unveränderlicher Fläche A eine Änderung des Flusses durch die Schleife dadurch auftritt, dass bei unterschiedlichen Positionen der Schleife das räumlich verteilte Feld unterschiedlich groß ist. Bei der Ruhinduktion tritt eine induzierte elektrische Wirbelfeldstärke E_Wi mit geschlossenen Feldstärkelinien auf, deren Integral längs

der Leiterschleife zwischen den Klemmen 2 und 1 die induzierte Spannung u_i ergibt. Bei der Bewegungsinduktion tritt mit der örtlichen Geschwindigkeit der bewegten Kurve C $\vec{v}(x, y, z, t)$ eine bewegungsinduzierte elektrische Feldstärke $\vec{E}_\mathrm{b} = \vec{v} \times \vec{B}$ an den einzelnen Orten der Schleifenberandung C auf, deren Integral längs der Leiterschleife zwischen den Klemmen 2 und 1 wiederum die induzierte Spannung u_i ergibt (Herleitung siehe Aufgabe A1.11 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch").

Bei offenen Klemmen 1 und 2, also stromloser Leiterschleife, treten im allgemeinen Fall einer Ruh- und Bewegungsinduktion die elektrische Wirbelfeldstärke $\vec{E}_\mathrm{Wi}$ und die Bewegungsfeldstärke $\vec{E}_\mathrm{b}$ gemeinsam auf. Gemäß dem Minusvorzeichen in (1.31) ist $\vec{E}_\mathrm{Wi}$ linkswendig zur Richtung des Vektors der Flussdichteänderung $\partial\vec{B}/\partial t$ orientiert. Die resultierende elektrische Feldstärke verschiebt die elektrischen Ladungen in der Schleife. Bei offenen Klemmen 1, 2 in Abb. 1.15 kann kein Strom in der Leiterschleife C fließen, sodass sich die Enden (Klemmen 1, 2) der Leiterschleife mit entgegen gesetzter Polarität aufladen und die Quellenfeldstärke E_Qu verursachen. Die zugehörige Potenzialdifferenz ist als elektrische induzierte Spannung messbar. Da kein Strom fließt, ist die resultierende Kraft F auf die elektrischen Ladungsträger mit der Ladung Q im Leitermaterial der Schleife zu jedem Zeitpunkt Null.

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = Q \cdot (\vec{E}_\mathrm{Wi+b} + \vec{E}_\mathrm{Qu}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{E}_\mathrm{Wi+b} = -\vec{E}_\mathrm{Qu} \tag{1.32}$$

Da Klemme 1 und 2 unmittelbar benachbart sind, ist das Wegintegral längs C von 2 nach 1 etwa gleich dem geschlossenen Kurvenintegral: $\int_2^1 \ldots \cdot d\vec{s} = \oint_C \ldots \cdot d\vec{s}$. Daher ist die induzierte Spannung das Integral über die elektrische Feldstärke aus Ruh- und Bewegungsinduktion.

$$u_\mathrm{i} = \oint_C \left(\vec{E}_\mathrm{Wi} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{s} \approx \int_2^1 \left(\vec{E}_\mathrm{Wi} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{s} = \int_2^1 \vec{E}_\mathrm{Wi+b} \cdot d\vec{s} \tag{1.33}$$

Die an den Klemmen von 2 nach 1 messbare Spannung ist folglich die negative induzierte elektrische Spannung und definiert die positive Zählweise der induzierten Spannung von 2 nach 1 in Abb. 1.14 und 1.15.

$$u_{21} = \int_2^1 \vec{E}_\mathrm{Qu} \cdot d\vec{s} = \int_2^1 (-\vec{E}_\mathrm{Wi+b}) \cdot d\vec{s} = -u_\mathrm{i} \tag{1.34}$$

$$u_\mathrm{i} = \oint \vec{E}_\mathrm{Wi} \cdot d\vec{s} + \oint \vec{E}_\mathrm{b} \cdot d\vec{s} = -\int_A \partial\vec{B}/\partial t \cdot d\vec{A} + \oint \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{s} \tag{1.35}$$

Bei Anschluss einer externen idealen Spannungsquelle u – das ist eine Spannungsquelle mit einem Innenwiderstand Null – an die Klemmen 1 und 2 der induzierten Leiterschleife

C mit dem Spannungszählpfeil von 2 nach 1 fließt i. A. ein Strom i, der sowohl von der induzierten Spannung als auch von der externen Spannung gemeinsam getrieben wird und vom Innenwiderstand R der Schleife begrenzt wird.

$$R \cdot i = u + u_\mathrm{i} = u - d\Psi/dt \qquad \Rightarrow \qquad R \cdot i + d\Psi/dt = u \tag{1.36}$$

Mit (1.36) wird auch ohne die Hilfsvorstellung, dass bei Leerlauf ($i = 0$) (1.32) gilt, die Klemmenspannung u an der induzierten Spule berechnet. Es führt $R \cdot i = 0 = u + u_\mathrm{i}$ auf $u = -u_\mathrm{i}$ in Übereinstimmung mit (1.34) (siehe dazu auch die Aufgabe A1.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch").

Beispiel 1.7 (Ruhinduktion)

In dem Luftspalt des Magnetkreises Abb. 1.16a befindet sich eine Spule mit N_c Windungen, deren Spulenfläche $A = b \cdot l$ gleich groß ist wie der Querschnitt des Eisenjochs, sodass der volle Fluss im Eisen umfasst wird. Der zeitlich veränderliche Strom $I = i(t)$ in der Erregerspule erregt eine in gleicher Weise zeitlich veränderliche Luftspaltflussdichte $B_\delta(t) \sim i(t)$, die für $\mu_\mathrm{Fe} \to \infty$ gemäß (1.37) berechnet wird.

$$B_\delta(t) = \mu_0 \cdot N \cdot i(t)/\delta \tag{1.37}$$

Da die Luftspaltweite δ deutlich kleiner ist als die Abmessungen b und l, ist die Luftspaltflussdichte über der Fläche A etwa konstant. Der mit der Spule verkettete zeitlich veränderliche Fluss ist dem Betrag nach $\Psi(t) = N_\mathrm{c} \cdot \Phi(t) = 1 \cdot \Phi(t) = B_\delta(t) \cdot A$. Bei

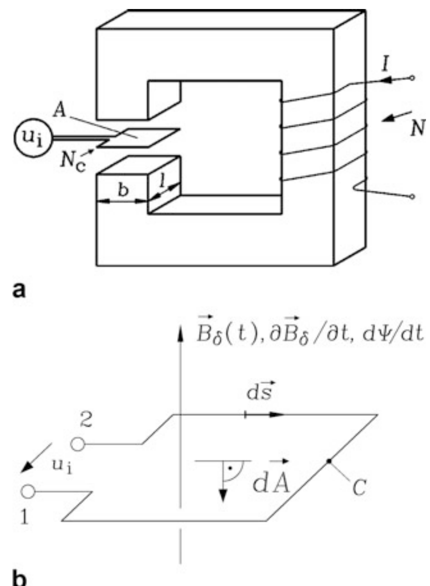


Abb. 1.16 (**a**) Leiterschleife ($N_\mathrm{c} = 1$ Windung) im Luftspalt eines Magnetkreises (Spulenfläche $A = b \cdot l$, angeschlossenes Voltmeter für die Messung der induzierten Spannung u_i), N Windungen der Erregerspule, Erregerstrom $I = i(t)$, (**b**) Richtung der Flussverkettungsänderung $d\Psi/dt$ relativ zur Flächennormalen der Schleifenfläche

positivem Strom $i(t) > 0$ ist gemäß dem Ampère'schen Durchflutungssatz $\vec{B}_\delta(t)$ an der Schleife von unten nach oben gerichtet (Abb. 1.16b). Wenn auch die Stromänderung positiv ist $di(t)/dt > 0$, so weist auch die Flussdichteänderung $\partial\vec{B}_\delta(t)/\partial t$ in diese Richtung, also entgegen $d\vec{A}$. Dann ist $\partial\Psi/\partial t = \int_A \partial\vec{B}_\delta/\partial t \cdot d\vec{A} = -\mu_0 \cdot N_c N \cdot (di(t)/dt)/\delta < 0$ negativ. Wegen (1.31) wird die elektrische Spannung $u_i(t)$ von 2 nach 1 positiv in die Luftspaltspule induziert, solange $di(t)/dt > 0$.

Beispiel 1.8 (Bewegungsinduktion)

Die Luftspaltspule in Abb. 1.16 wird bei zeitlich konstantem Erregerstrom I und damit konstantem Luftspaltfeld B_δ mit der Geschwindigkeit $v(t)$ seitlich aus dem Luftspalt gezogen. Dann verringert sich die Fläche $A(t)$ innerhalb der Spule, durch die die magnetische Flussdichte hindurch tritt, gemäß (1.38) (Abb. 1.17), sodass die Flussverkettung (von unten nach oben gerichtet) abnimmt, also von oben nach unten zunimmt. Sie ist damit rechtswendig mit der Schleife C verkettet, mithin in Richtung von $d\vec{A}$ (vgl. Abb. 1.16b).

$$A(t) = (b - \int v(t) \cdot dt) \cdot l \tag{1.38}$$

Mit (1.31) folgt, dass trotz zeitlich konstanten Magnetfelds eine induzierte Spannung u_i von Klemme 2 nach 1 auftritt, die wegen $d\Psi/dt > 0$ negativ ist.

$$u_i(t) = -N_c \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} = -N_c \cdot (-B_\delta) \cdot \frac{dA(t)}{dt} = -N_c \cdot v \cdot B_\delta \cdot l \tag{1.39}$$

In Abb. 1.17 bilden die Richtungen von $\vec{B}_\delta$, $\vec{v}$ und der Spulenseite l zueinander rechte Winkel. Die Luftspaltflussdichte B_δ ist längs der Leiterlänge l räumlich konstant. Mit

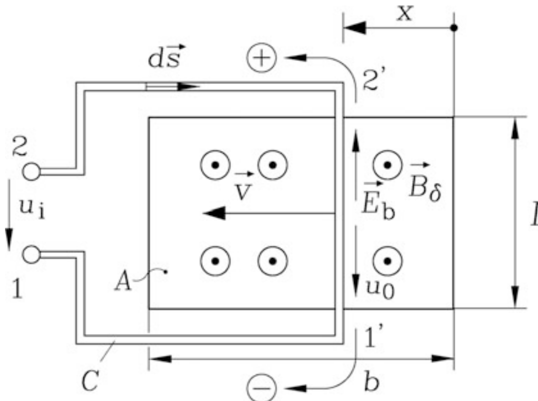


Abb. 1.17 Bewegte Leiterschleife von Abb. 1.16, Aufsicht, bewegungsinduzierte Spannung

der Dreifinger-Regel („UVW-Regel“, Abb. 1.21) wird die Richtung der bewegungsinduzierten Feldstärke $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}_\delta$ ermittelt. Der Daumen zeigt in Richtung der Ursache (Geschwindigkeit $\vec{v}$), der Zeigefinger in Richtung der Flussdichte $\vec{B}_\delta$ (Vermittlung zwischen Ursache und Wirkung), der Mittelfinger in Richtung der Wirkung (elektrische Feldstärke $\vec{E}_b$). Die Feldstärke E_b ist maximal, wenn die Richtung des B_δ–Vektors und die Richtung von v wie in Abb. 1.17 zueinander rechte Winkel aufweisen. Dies wird bei der Konstruktion elektrischer Maschinen beachtet. An den beiden Enden des Leiters l und damit zwischen 2 und 1 tritt die elektrische Spannung $u_i = \int_l \vec{E}_b \cdot d\vec{s}$ auf. Dabei ist wie in (1.34) $d\vec{s}$ der differentielle Tangentenvektor an die bewegte Kurve der Leiterschleife.

$$\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}_\delta \Rightarrow E_b = v \cdot B_\delta \qquad (1.40)$$

Es tritt ein rechter Winkel zwischen $\vec{E}_b$ und $d\vec{s}$ auf, und es ist E_b entlang l konstant. Durch $\vec{E}_b$ werden negative Ladungen nach 1 verschoben, sodass analog zu Abb. 1.15 bei offener Schleife das Quellenfeld $\vec{E}_{Qu}$ von 2 nach 1 auftritt, sodass in dem Schleifenleiter $\vec{E}_{Qu} = -\vec{E}_b$ ist. Dies führt mit (1.34) auf die induzierte Spannung (1.41).

$$u_{21} = -u_i = \int_2^1 \vec{E}_{Qu} \cdot d\vec{s} = -\int_2^1 \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \int_{1'}^{2'} \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = \int_l \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = E_b \cdot l = v \cdot B_\delta \cdot l$$
$$u_i = -v \cdot B_\delta \cdot l, \quad N_c = 1 \qquad (1.41)$$

Bei N_c Windungen ergibt sich in Übereinstimmung mit (1.39) die induzierte Spannung, die sowohl mit dem allgemeinen Induktionsgesetz (1.31) in der Form (1.39) als auch mit der speziellen Formulierung (1.40) als (1.41) gleichermaßen berechnet wurde. Bei Anlegen einer äußeren idealen Spannungsquelle u an die Klemmen von 2 nach 1 tritt wie in (1.36) wieder gemäß $R \cdot i = u + u_i$ i. A. ein durch den Schleifen-Innenwiderstand R begrenzter Stromfluss i auf. Mit $u = R \cdot i - u_i = R \cdot i + u_0$ wird mit $u_0 = -u_i$ (Abb. 1.17) eine „innere“ Schleifenspannung u_0 („Urspannung“) definiert, die z. B. in (1.36) den Wert $u_0 = d\Psi/dt$ hat. Bei elektrischen Maschinen und Transformatoren ist diese Schreibweise (1.36) gemäß $R \cdot i + d\Psi/dt = u$ bzw. $u = R \cdot i + u_0$ üblich. Häufig wird dabei, da u_0 in elektrischen Maschinen als induzierte Spannung entsteht (in Batterien entsteht sie z. B. elektrochemisch), diese innere Spannung gleich als induzierte Spannung u_i bezeichnet, obwohl tatsächlich $u_0 = -u_i$ gilt. Es wird anstelle von u_0 das Symbol u_i geschrieben, und das richtige Vorzeichen über den Bezugspfeil von u_0 (Abb. 1.17) korrekt berücksichtigt. Demnach schreibt man im hier diskutierten Beispiel einfach

$$u_i = N_c \cdot v \cdot B_\delta \cdot l, \qquad (1.42)$$

passend zum gewählten Spannungsbezugspfeil u_0 wie z. B. in den Abb. 1.33b und 1.34. Dort ist bereits für U_0 das Symbol U_i verwendet, in gleicher Weise wie auch in Abb. 1.20 und in den weiteren Kapiteln des Buchs, so z. B. in Abschn. 8.2, Abb. 8.4b und 8.5 (dort als $\underline{U}_h$ oder $\underline{U}_i$ anstelle $\underline{U}_0$) oder in Abschn. 11.3, Abb. 11.20.

Beispiel 1.9 (Kurzgeschlossene ruhende Leiterschleife im zeitlich veränderlichen Feld)

Die Leiterschleife C in Abb. 1.15 wird an den Klemmen 1 und 2 leitend verbunden und damit kurzgeschlossen (Abb. 1.18). Somit ist $u = 0$. Die zeitliche Änderung des Fremdfelds $\vec{B}$ bewirkt eine Zunahme des Felds, das von unten nach oben durch die Schleifenfläche A durchtritt und induziert daher die Wirbelfeldstärke E_{Wi}. Die linkswendig mit der Änderungsrichtung $\partial\vec{B}/\partial t$ verkettete Feldstärke E_{Wi} treibt in ihre Richtung einen Kurzschlussstrom $i = u_i/R$. Dieser erregt gemäß dem Durchflutungssatz ein rechtswendig mit dem Strom verkettetes Eigenfeld B_e (Rechte-Hand-Regel), das damit der Ursache der induzierten Spannung, nämlich der Feldänderung $\partial\vec{B}/\partial t$ entgegen gerichtet ist. Dieses Reaktionsfeld B_e versucht, die Feldänderung zu verringern, was als „Lenz'sche Regel" formuliert wird: Der von der induzierten Spannung u_i getriebene Strom erregt ein Eigenfeld, das der Feldänderung als Ursache von u_i entgegen wirkt.

Beispiel 1.10

Faraday'sche Scheibe (Barlow'sches Rad): Die Faraday'sche Scheibe (Abb. 1.19) ist ein einfaches Modell für eine Unipolarmaschine, die ohne jeglichen elektronischen

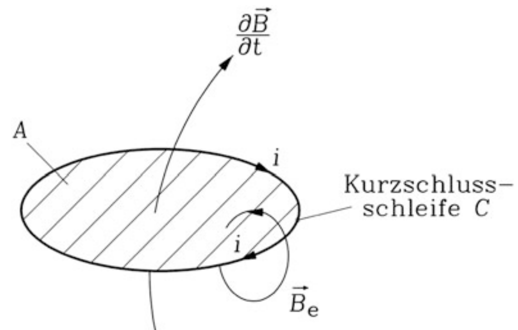


Abb. 1.18 Die in eine kurzgeschlossene Spule durch eine Feldänderung induzierte Spannung u_i treibt einen Strom i, dessen Eigenfeld B_e der Feldänderung entgegenwirkt

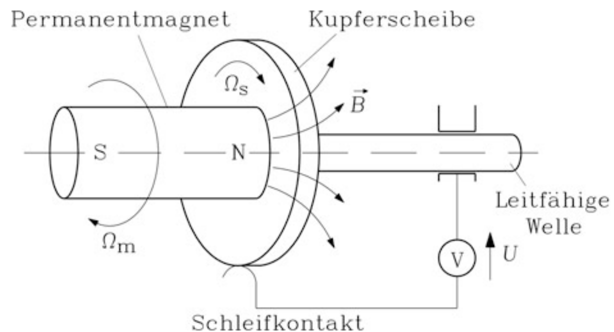


Abb. 1.19 Faraday'sche Scheibe: Rotierende Kupferscheibe im Magnetfeld

oder mechanischen Gleichrichter eine ideal glatte Gleichspannung erzeugt. Eine leitfähige Scheibe (z. B. aus Kupfer) ist mit einer leitfähigen Welle drehbar gelagert. Zwei Schleifkontakte, einer an der Welle (Wellenradius r_i) und einer am Außenrand der Scheibe (Scheibenradius r_a), erlauben einen Spannungsabgriff U. Ein Stabmagnet ist unabhängig von der Scheibe ebenfalls drehbar gelagert und koaxial zur Welle angeordnet.

Fall a): Wird die Scheibe mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_s gedreht, während der Magnet ruht ($\Omega_\mathrm{m} = 0$), so tritt Bewegungsinduktion auf, da der Leiter, nämlich die Scheibe, sich im Feld bewegt. Der Magnet selbst ändert sein Feld nicht: B = konst. Es tritt keine Ruhinduktion auf: $\partial B/\partial t = 0$. Die Geschwindigkeit

$$v = r \cdot \Omega_\mathrm{s} \tag{1.43}$$

jedes Punkts der Scheibe im Abstand r von der Drehachse ist im rechten Winkel zum Radiusstrahl (Einheitsvektor $\vec{e}_\mathrm{r}$, $|\vec{e}_\mathrm{r}| = 1$), also in Umfangsrichtung, orientiert. Das Magnetfeld $\vec{B}$ tritt axial senkrecht durch die Scheibe und ist daher rechtwinklig zum Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ gerichtet. Daher ist die Bewegungsfeldstärke

$$\vec{E}_\mathrm{b} = \vec{v} \times \vec{B} = v \cdot B \cdot \vec{e}_\mathrm{r} \tag{1.44}$$

radial von innen nach außen gerichtet. Folglich wird der äußere Rand der Scheibe positiv aufgeladen. Die induzierte Spannung U_i, gezählt gemäß Abb. 1.19 vom Scheibenrand zum Wellenradius, ist daher negativ. Wegen E_b bildet sich eine entgegengesetzt gleich große Quellenfeldstärke E_Qu vom äußeren zum inneren Scheibenrand, deren Wegintegral als Gleichspannung über Schleifkontakte gemessen werden kann.

$$U(= U_{21}) = \int_{r_\mathrm{a}}^{r_\mathrm{i}} \vec{E}_\mathrm{Qu} \cdot d\vec{s} = -\int_{r_\mathrm{a}}^{r_\mathrm{i}} \vec{E}_\mathrm{b} \cdot d\vec{s} = \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} \vec{E}_\mathrm{b} \cdot d\vec{s} = \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} v \cdot B \cdot dr = -U_\mathrm{i} \tag{1.45}$$

Ist B längs des Radius konstant $B(r) = B$, so folgt für diesen Spezialfall eine einfache Formel für die induzierte Gleichspannung.

$$U = \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} v \cdot B \cdot dr = \int_{r_\mathrm{i}}^{r_\mathrm{a}} r \cdot \Omega_\mathrm{s} \cdot B \cdot dr = \Omega_\mathrm{s} \cdot B \cdot \left(r_\mathrm{a}^2 - r_\mathrm{i}^2\right)/2 \tag{1.46}$$

Fazit:
Die induzierte Spannung nimmt proportional mit der Drehfrequenz der Scheibe und mit der Flussdichte zu. Bei Vorzeichenwechsel von Ω_s oder B ändert U_i bzw. U sein Vorzeichen.

Fall b): Ruht die Scheibe ($\Omega_s = 0$) und rotiert der Magnet ($\Omega_m > 0$), tritt dennoch keine Spannung proportional $B\Omega_m$ auf. Es tritt nämlich keine Änderung der Flussverkettung auf, da das Magnetfeld zeitlich konstant ist und längs des Umfangswinkels γ der Scheibe auf Grund der Rotationssymmetrie des Stabmagneten ebenfalls konstant ist. Daher ist die induzierte Spannung Null, ob der Magnet nun rotiert oder nicht, solange nur die Scheibe selbst ruht. Der Irrtum, eine Spannungsinduzierung proportional $B\Omega_m$ zu vermuten, liegt darin begründet, dass die Feldlinien bzw. Flussröhren fälschlicherweise als materielle Gebilde gedacht werden, deren Relativbewegung beobachtbar wäre, anstatt sie als mathematisches Modell zu verstehen. Für die Spannungsinduktion, z. B. im Fall a), ist es bei rotationssymmetrischem B-Feld unerheblich, wie groß Ω_m ist. Es kommt nur auf die Größe Ω_s an.

Fall c): Ruht die Scheibe ($\Omega_s = 0$) und rotiert das Voltmeter mit seinen beiden Schleifkontakten, tritt wieder Spannungsinduktion auf, unabhängig ob der Magnet rotiert oder nicht. Dabei ist Ω_m nicht von Relevanz! Ist die Voltmeter-Rotationsgeschwindigkeit z. B. $-\Omega_s$, so tritt wieder die induzierte Spannung (1.45) auf (Prechtl 1995).

Für die Funktion von elektrischen Maschinen und Transformatoren ist das Induktionsgesetz von fundamentaler Bedeutung, wobei es oft in einer seiner Sonderformen Ruh- oder Bewegungsinduktion zur Anwendung kommt (Tab. 1.2). Bei der elektromechanischen Energiewandlung wird elektrische Leistung in mechanische Leistung umgesetzt (und umgekehrt), wenn eine Relativbewegung zwischen zwei elektromagnetischen Systemen stattfindet (Abschn. 1.4). Daher ist die elektromechanische Energiewandlung stets mit Bewegungsinduktion verbunden.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass der Ausdruck für die bewegungsinduzierte Feldstärke in der Form $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$ nur für gegenüber der Vakuumlichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s kleine Geschwindigkeiten $v << c$ gilt. Will man den allgemein gültigen Ausdruck herleiten, muss man bedenken, dass ein mit der mit v bewegten Leiterschleife mitbewegter Beobachter das elektromagnetische Feld von einem mit v bewegten Bezugssystem aus wahrnimmt, während ein ruhender Beobachter die Feldgrößen bezüglich seines ruhenden Bezugssystem feststellt. Damit in beiden Bezugssystemen die

Tab. 1.2 Bedeutung des Induktionsgesetzes in elektrischen Maschinen und Transformatoren

Ruhinduktion	Bewegungsinduktion
Feld B zeitlich veränderlich	Feld B zeitlich konstant
Spule ruht	Spule bewegt sich mit Geschwindigkeit v
$u_i = -d\Psi/dt$	$u_i = -d\Psi/dt$
$u_i = -\partial\Psi/\partial t = \oint \vec{E}_{Wi} \cdot d\vec{s}$	$u_i = \oint \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E}_b \cdot d\vec{s}$
Anwendung des Induktionsgesetzes:	
z. B. Transformatorspulen, Ständerspulen in Drehfeldmaschinen	z. B. Rotierende Ankerwicklung in Gleichstrommaschinen
Transformatorische Induzierung	Rotatorische Induzierung

Lichtgeschwindigkeit denselben Wert hat, wie es die spezielle Relativitätstheorie gemäß vielen diesbezüglichen Experimenten fordert, müssen sowohl die Ortskoordinaten als auch Zeit vom ruhenden in das bewegte Bezugssystem transformiert werden $x \to x'$, $y \to y'$, $z \to z'$, $t \to t'$ (Lorentz-Transformation). Bei den oben angestellten Betrachtungen zur Bewegungsinduktion wurden nur die Ortskoordinaten transformiert, die Zeit aber als absolut angenommen ($x \to x'$, $y \to y'$, $z \to z'$, $t' = t$, Galilei-Transformation, siehe Aufgabe A1.11 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“). So ist z. B. in (1.38) $A(t) = (b - \int v(t) \cdot dt) \cdot l = (b - x(t)) \cdot l$ der Ausdruck $b'(t) = b - x(t)$ die Galilei-Transformation der x-Koordinate der Lage der rechten Spulenseite. Es treten bei der Lorentz-Transformation im bewegten Bezugssystem geänderte Feldgrößen $\vec{B} \to \vec{B}'$, $\vec{H} \to \vec{H}'$, $\vec{D} \to \vec{D}'$, $\vec{E} \to \vec{E}'$ auf, die von der Größe v/c abhängen (Prechtl 1995). Für $v/c << 1$ erhält man daraus $\vec{B}' \approx \vec{B}$, $\vec{H}' \to \vec{H} - \vec{v} \times \vec{D}$, $\vec{D}' \approx \vec{D}$, $\vec{E}' \to \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$. Also selbst bei der Galilei-Transformation werden H- und E-Feld im Bezugssystem der bewegten Leiterschleife mit geänderter Größe festgestellt. Während aber bei den in elektrischen Maschinen vorkommenden typischen Geschwindigkeiten bewegter Spulen $v < 200\,\mathrm{m/s}$ der Ausdruck $\left|\vec{v} \times \vec{D}\right| / \left|\vec{H}\right| << 1$ ist, sodass auch näherungsweise $\vec{H}' \approx \vec{H}$ gilt, ist der Ausdruck $\left|\vec{v} \times \vec{B}\right| / \left|\vec{E}\right|$ nicht vernachlässigbar klein. Er ist eben jene bewegungsinduzierte Feldstärke E_b, die, wie Tab. 1.2 zeigt, fundamental für die Wirkung einiger elektromechanischer Energiewandler ist. Würden diese Wandler sich so schnell bewegen, dass die Spulengeschwindigkeit v in die Nähe der Lichtgeschwindigkeit kommt („relativistische Elektromaschine“), müssten die mit der Lorentz-Transformation berechneten Felder $\vec{B}'$, $\vec{H}'$, $\vec{D}'$, $\vec{E}'$ zur Bestimmung ihres Betriebsverhaltens verwendet werden; der Ausdruck $\vec{E}_b = \vec{v} \times \vec{B}$ wäre dann falsch.

1.3.7 Die elektromagnetische Kraft

Das Lorentz’sche Kraftgesetz besagt, dass auf einen differentiell kurzen, im Magnetfeld $\vec{B}$ befindlichen, vom Strom I stromdurchflossenen Leiter mit der Leiterlänge ds, ausgedrückt durch den Leiterrichtungsvektor $d\vec{s}$, eine elektromagnetische Kraft $d\vec{F}$, die Lorentz-Kraft, ausgeübt wird, deren Richtung im rechten Winkel zu der von $d\vec{s}$ und $\vec{B}$ aufgespannten Ebene liegt. Die Summierung aller Kraftanteile $d\vec{F}$ entlang der Leiterlänge l ergibt die resultierende Gesamtkraft auf den Leiter.

$$d\vec{F} = I \cdot (d\vec{s} \times \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \int_l I \cdot (d\vec{s} \times \vec{B}) \tag{1.47}$$

Mit der Dreifinger-Regel bzw. UVW-Regel (Abb. 1.21) wird die Richtung der Kraft ermittelt. Der Daumen zeigt in Richtung der Ursache (Stromfluss I, Richtungsvektor $d\vec{s}$), der Zeigefinger in Richtung der Flussdichte $\vec{B}$ (Vermittlung zwischen Ursache und Wirkung), der Mittelfinger in Richtung der Wirkung (Kraft $d\vec{F}$). Die Kraft F (1.47) ist maximal, wenn das B-Feld und die Leiterachse (Richtung von l) zueinander rechte Winkel aufweisen. Dies wird bei der Konstruktion elektrischer Maschinen beachtet. Ändert sich B entlang der Leiterlänge l nicht und ist der Leiterabschnitt l gerade, wie das in elektrischen Maschinen

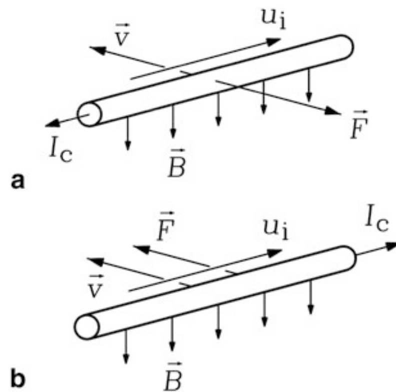


Abb. 1.20 Bewegter gerader Leiterabschnitt der Luftspaltspule von Abb. 1.17 im Magnetfeld B (**a**) Generatorbetrieb: bremsende Lorentz-Kraft (Erzeugerzählpfeilsystem, siehe Abschn. 1.4.3), (**b**) Motorbetrieb: antreibende Lorentz-Kraft (Verbraucherzählpfeilsystem, siehe Abschn. 1.4.3). Die induzierte Spannung u_i ist als Urspannung eingezeichnet

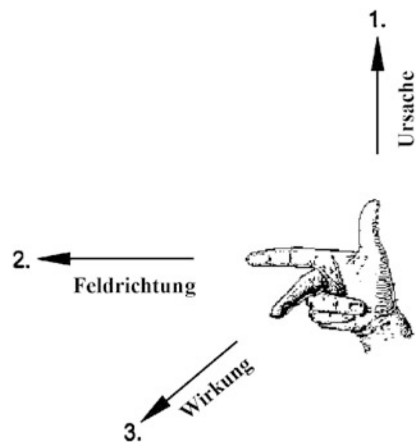


Abb. 1.21 Dreifinger-Regel bzw. „UVW-Regel“

häufig der Fall ist, ergibt sich bei rechtem Winkel zwischen $\vec{ds}$ und $\vec{B}$ das Kraftgesetz in der Form (1.48).

$$\vec{F} = \int_l I \cdot (\vec{ds} \times \vec{B}) \Rightarrow F = \int_0^l I \cdot B \cdot ds = I \cdot B \cdot l \qquad (1.48)$$

In Abb. 1.20 ist das Lorentz'sche Kraftgesetz auf die Luftspaltspule von Abb. 1.16 bzw. Abb. 1.17 angewendet. In Abb. 1.20a ist angenommen, dass anstelle des Voltmeters in Abb. 1.16 ein Belastungswiderstand R angeschlossen ist (Abb. 1.33a). Diese Spule wird mechanisch von außen mit der Geschwindigkeit v bewegt. Aus den Richtungen von v und

B ergibt sich über die Dreifinger-Regel die Richtung von E_b und damit von u_i in entgegen gesetzter Richtung. Die induzierte Spannung u_i treibt den Spulenstrom I_c in Richtung von E_b über den Belastungswiderstand. Die sich gemäß der Drei-Finger-Regel einstellende Lorentz-Kraft F ist entgegen v gerichtet, wirkt also bremsend, und muss durch eine äußere, entgegengesetzt gerichtete Antriebskraft überwunden werden (Generatorbetrieb der Spule). Hat die Spule N_c Windungen, so liegen N_c Leiterelemente der Länge l im Magnetfeld des Luftspalts B_δ, sodass die Gesamtkraft auf die Spule N_c-mal so groß ist wie in (1.48).

$$F = N_c \cdot I_c \cdot B_\delta \cdot l \tag{1.49}$$

In Abb. 1.20 b) ist angenommen, dass anstelle des äußeren Belastungswiderstands eine externe Spannungsquelle angelegt wird, deren Spannung u größer als die induzierte Spannung u_i ist, und deren Polarität gegen jene von u_i (diese im Sinn einer Urspannung) wirkt. Dies ist in Abb. 1.34a angedeutet, wenn man dort den gestrichelt gezeichneten Widerstand R entfernt und die dafür die Spannungsquelle $u = U$ einsetzt. Damit kehrt sich die Richtung des Spulenstroms I_c um, und er fließt in die Richtung von u_i und damit gegen die Richtung von E_b. Daher ist die Lorentz-Kraft F in v–Richtung gerichtet und treibt den Leiter an, sodass die Bewegung des Leiters v durch die elektromagnetische Kraft selbst zustande kommt (Motorbetrieb). Die Kraftwirkung kann auch unmittelbar aus dem B-Feldlinienbild verstanden werden (Abb. 1.22). Das homogene Fremdfeld B ist von unten nach oben orientiert (unten N-Pol, oben S-Pol). Der Strom I_c im Leiter fließt aus der Zeichenebene auf den Betrachter zu und erregt ein kreisförmiges Feldlinienbild, dessen Richtung gemäß der Rechte-Hand-Regel im Gegen-Uhrzeigersinn orientiert ist. Die Überlagerung beider Felder ergibt das resultierende B-Feld, das links vom Leiter kleiner als rechts vom Leiter ist. Die Feldlinien dürfen in ihrer Wirkung wie „elastische Gummischnüre" aufgefasst werden, die eine Zugspannung (Maxwell'scher Zug) ausüben, die so wirkt, dass sie sich nach Möglichkeit verkürzen wollen. Daher üben sie auf den Leiter eine nach links gerichtete Lorentz-Kraft $F = I_c \cdot B \cdot l$ aus. Zu demselben Ergebnis kommt man auch mit (1.48) und der UVW-Regel.

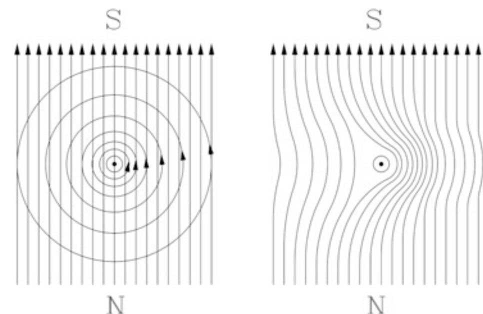


Abb. 1.22 *B*-Feldlinienbild zur Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Fremdfeld: links: Fremdfeld und Leitereigenfeld (kreisförmige Feldlinien); rechts: Summenfeld

Diese „elastischen“ Eigenschaften des Magnetfelds werden durch die magnetischen Kräfte pro Fläche $f = F/A$ als Zug- und Schubspannungen in jedem Punkt des Magnetfelds beschrieben. Wird an einem beliebig gewählten Punkt des felderfüllten Raums eine kleine Probefläche mit einer willkürlich gewählten räumlichen Orientierung des Normalenvektors auf die Probefläche gelegt, so treten an dieser Probefläche drei Spannungskomponenten auf:

- eine auf die Fläche normal wirkende Zugspannung,
- zwei tangential zur Fläche und zueinander normal orientierten Schubspannungen.

Da die Probefläche mit ihrer Flächennormalen im dreidimensionalen Raum in alle drei Raumrichtungen x, y, z orientiert werden kann, treten neun Spannungskomponenten, nämlich drei Zug- und sechs Schubspannungen auf, die als die 9 Komponenten des Maxwell'schen Spannungstensors, dargestellt als 3×3-Matrix, bezeichnet werden. Die elektromagnetische Kraft auf einen Körper im Magnetfeld wird nun so berechnet, dass eine beliebige, aber einfach geschlossene Hüllfläche A um den Körper gelegt wird, und die an ihre auftretenden Zug- und Schubspannungen über diese Fläche zur Gesamtkraft integriert werden. Im Beispiel von Abb. 1.22 legen wir die z-Achse in die Leiterachse, die x-Achse nach rechts und die y-Achse nach oben (Abb. 1.23). Das Feldbild Abb. 1.22 ist ein ebener Schnitt in der x-y-Ebene. Wir setzen in diesem zweidimensionalen Sonderfall im Abstand $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ vom Ursprung eine dort unter dem Winkel α zur y-Achse geneigte kleine Probefläche (Abb. 1.23). An ihr treten die Normalspannung $f_n = (B_n^2 - B_t^2)/(2\mu_0)$ in Richtung von r und wegen des zweidimensionalen Falls nur eine Tangentialspannung als Schubspannung $f_t = B_n B_t/\mu_0$ auf.

$$\vec{f}(\alpha, t) = \begin{pmatrix} f_n(\alpha, t) \\ f_t(\alpha, t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2\mu_0} \begin{pmatrix} B_n^2 - B_t^2 \\ 2B_n B_t \end{pmatrix} \tag{1.50}$$

Der Radialspannungs-Vektor $\vec{f}_n$ am Ort (r,α) ist um den Winkel α gegen die Waagrechte (x-Achse) geneigt, der Tangentialspannungsvektor $\vec{f}_t$ um 90° nach links orientiert und daher um den Winkel α gegen die Lotrechte (y-Achse) geneigt (Abb. 1.23).

Aus beiden ergeben sich die Komponenten des Spannungsvektors in die x- und y-Richtung:

$$f_x = f_n \cdot \cos\alpha - f_t \cdot \sin\alpha, \qquad f_y = f_n \cdot \sin\alpha + f_t \cdot \cos\alpha \tag{1.51}$$

Die Kraft auf den stromdurchflossenen Leiter in Abb. 1.22 wird nun durch die Integration der Spannungsvektoren entlang einer geschlossenen Hüllfläche A, die im zweidimensionalen Feld einer geschlossenen Kurve C um den Leiter entspricht, berechnet. Wird als Hüllfläche ein Zylinder mit dem Radius R und der Länge l gewählt, erhalten wir:

$$F_x = R \cdot l \int_0^{2\pi} f_x(R, \alpha) \cdot d\alpha, \quad F_y = R \cdot l \int_0^{2\pi} f_y(R, \alpha) \cdot d\alpha \tag{1.52}$$

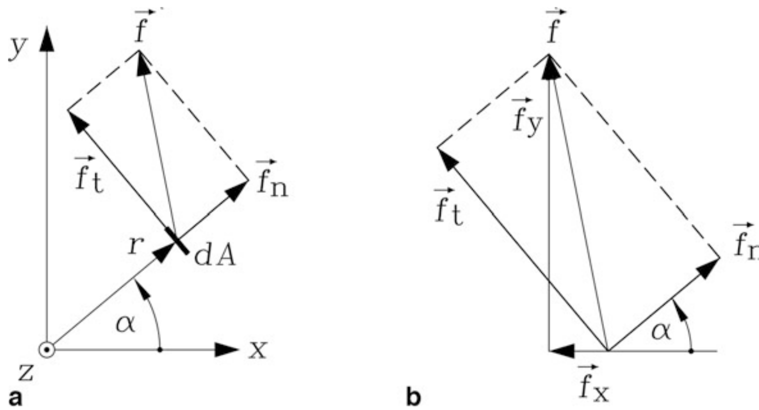


Abb. 1.23 (**a**) Vektor der lokalen Kraftdichte f im Magnetfeld (Maxwell'sche Zugspannung) an einer differentiell kleinen Fläche dA im Abstand r vom Koordinatenursprung und seine Tangential- und Normalkomponente f_t und f_n, (**b**) Kraftdichtekomponenten f_t und f_n sowie f_x und f_y

Die weitere Rechnung ist als Aufgabe A1.8 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“ angegeben. Das Ergebnis lautet: $F_x = -I \cdot B \cdot l$, $F_y = 0$, in Übereinstimmung mit (1.48), wobei das Minuszeichen anzeigt, dass die Kraft nach links gerichtet ist.

Diese von Maxwell entwickelte Methode, die magnetischen Kräfte auf Körper nicht aus Volumenkräften wie der Lorentz-Kraft, sondern aus Oberflächenkräften, gebildet aus den Maxwell'schen Spannungen des magnetischen Felds, an geschlossenen, den Körper umhüllenden Oberflächen zu berechnen, wird oft missverstanden, in dem den gemäß (1.52) berechneten Teilkräften an Flächenausschnitten der geschlossenen Oberfläche wie z. B.

$$F_{x,\pi/4} = R \cdot l \int_0^{\pi/4} f_x(R, \alpha) \cdot d\alpha \tag{1.53}$$

eine physikalische Realität beigemessen wird, die diese nicht haben. Nur die Summenkraft auf der geschlossenen Oberfläche hat eine physikalische Bedeutung.

Lediglich an Oberflächen von ideal magnetisierbaren Körpern ($\mu \to \infty$), deren Inneres frei von elektrischen Strömen ist, sind die Maxwell'schen Spannungen identisch mit den lokal angreifenden Spannungen. Der Kraftangriff erfolgt dann an der Oberfläche; das Körperinnere ist kräftefrei. Wegen $\mu \to \infty$ ist die Tangentialkomponente $B_t = 0$; die Spannungen sind folglich normal zur Körperoberfläche gerichtet ($\vec{f}_n = B_n^2/(2\mu_0) \cdot \vec{e}_n, \vec{e}_n$: Einheitsvektor normal auf die Oberfläche). Tritt in der Oberfläche auch eine elektrische Flächenstromdichte (Strombelag $A_s \cdot \vec{e}$ in (A/m), $\vec{e}$: Einheitsvektor in der Oberfläche) auf, so ist wegen $\vec{B}_t = \mu_0 \cdot A_s \cdot \vec{e}_t$ ($\vec{e}_t$: Einheitsvektor in der Oberfläche, der normal auf $\vec{e}$ steht) an der Oberfläche $B_t \neq 0$, und es existieren sowohl normale als auch tangentiale Maxwell'sche Spannungen, die wiederum identisch mit der lokalen Spannungsverteilung sind.

Bei magnetisierbaren Körpern mit μ = konst., aber $\mu < \infty$, findet der Kraftangriff zwar ebenfalls direkt an der Körperoberfläche statt, ist aber zahlenmäßig nicht identisch mit den Maxwell'schen Spannungen. Bei $\mu >> \mu_0$ können aber mit guter Näherung diese lokalen Oberflächenspannungen mit den Maxwell'schen Spannungen gleich gesetzt werden.

1.3.8 Flussverkettungen und Induktivitäten

a) Haupt- und Streufluss: Die Verkettung einzelner Windungen einer Spule mit den Feldlinien eines Magnetfelds ist für die Berechnung der induzierten Spannung wesentlich. Die geschlossenen B-Feldlinien bzw. Flussröhren sind bei Feldanordnungen ohne Eisenrückschluss i. A. kompliziert verteilt, wie das Feldbild eines rotationssymmetrischen Permanentmagnet-Stabmagneten in einer Zylinderspule zeigt (Abb. 1.24a). Einzelne Windungen der Spule sind mit einer unterschiedlichen Anzahl von Feldlinien verkettet, sodass die Flussverkettung Ψ von Windung zu Windung variiert. Die Festlegung einer gewünschten Flussverkettung gestaltet sich bei Verwendung ferromagnetischer Konstruktionsteile zur Flussführung wesentlich einfacher, weshalb diese gezielt eingesetzt werden. Wegen der feldverstärkenden Wirkung des Ferromagnetikums (in elektrischen Maschinen in der Regel Eisen) ist die Flussdichte im Eisen deutlich größer als das Feld auf zum Eisenpfad parallelen Wegen in der umgebenden Luft. Die Feldlinien verlaufen somit so weit wie möglich im Eisen, sodass von im Eisen gebündelten Feldlinien als „Flusskanalisierung" ausgegangen werden kann. Damit ist nahezu jede einzelne Windung der Erregerspule

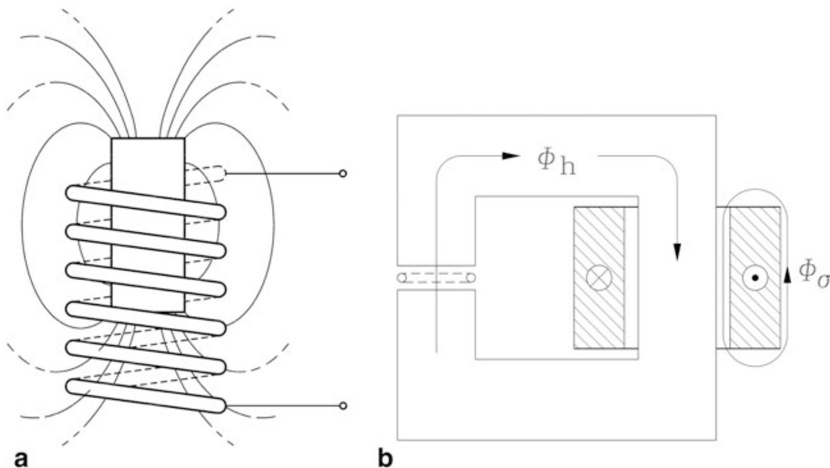


Abb. 1.24 Magnetflussverkettungen und Magnetflüsse: (**a**) Permanent-Stabmagnet in einer Zylinderspule: Deren einzelne Windungen sind in unterschiedlichem Ausmaß mit dem B-Feld verkettet. (**b**) Schematische Aufteilung des Gesamtflusses in Hauptfluss Φ_h und Streufluss Φ_σ. Beide sind mit allen Windungen der Erregerspule (schraffiert) verkettet, jedoch nur der Hauptfluss mit der Spule im Luftspalt

(schraffierter Querschnitt) des Eisenjochs in Abb. 1.24b mit allen Feldlinien verkettet, sodass in guter Näherung alle N Windungen der Spule als mit dem Fluss verkettet betrachtet werden können. Jener Teil des Flusses, der durch den Luftspalt durchtritt und damit auch mit der zweiten Spule im Luftspalt verkettet ist, wird als Hauptfluss Φ_h bezeichnet, da er für die Spannungsinduzierung in die Luftspaltspule genutzt werden kann. Ein kleiner Anteil der B-Feldlinien schließt sich in der Luft außerhalb des Luftspalts als Streufluss Φ_σ, der nicht zur Induzierung der Luftspaltspule beiträgt. Gemäß (1.17) sind sowohl die Feldlinien des Haupt- als auch des Streuflusses mit der gleichen Spulendurchflutung verkettet, aber die Streufeldlinien legen deutlich größere Wege in Luft zurück, sodass die Streuflussdichte deutlich kleiner als die Flussdichte im Luftspalt von Abb. 1.24b ist. Der Streufluss ist also deutlich kleiner als der Hauptfluss, obwohl er sich auch teilweise über das Jocheisen schließt. Seine Größe wird durch die Streuziffer σ_s (1.54) ausgedrückt. In Abb. 1.24b ist wegen des verwendeten Eisenkerns der Hauptfluss groß und der Streufluss klein,sodass $\sigma_s < 1$ ist. Für die induktive Energieübertragung von der Erregerspule in Abb. 1.24b auf die Spule im Luftspalt sind ein großer Haupt- und ein kleiner Streufluss wünschenswert. Allerdings gibt es in der Praxis auch Anforderungen an eine gewisse Mindestgröße des Streuflusses, um etwa den Einschaltstrom in Asynchronmaschinen (Kap. 5) oder den Kurzschlussstrom in Asynchron- und Synchronmaschinen (Kap. 15 bzw. 16) zu begrenzen.

$$\sigma_s = \Phi_\sigma / \Phi_h \tag{1.54}$$

Abb. 1.25a zeigt als Beispiel der Flusskanalisierung durch das Eisen den Querschnitt durch den genuteten Stator und Rotor einer Asynchronmaschine. Die stromdurchflossenen Spulenseiten in den Ständernuten (Details siehe Kap. 5) erregen ein zweipoliges Magnetfeld, dessen Feldlinien sich über den Luftspalt und das Läufereisen als Hauptfluss schließen. Die magnetischen Zähne im Läufer führen dazu, dass der Hauptfluss an den Läuferspulenseiten vorbei ins Läuferjoch geführt wird, sodass alle Spulenwindungen je Nut mit demselben Fluss verkettet sind. Abb. 1.25b zeigt den Querschnitt einer im Rotor mit supraleitenden Spulen ausgeführten Synchronmaschine. Bei den dann im Rotor erforderlichen tiefen Temperaturen wird aus Werkstoffgründen ein unmagnetischer Stahl verwendet (Komarek 1995; Kalsi 2003).

Daher entfällt die Flussführung durch ein Ferromagnetikum im Rotor; der unmagnetische Stahl wirkt magnetisch wie Luft. Es bildet sich im Beispiel des zweipoligen Felds ein Homogenfeld im Läufer aus. Zwei auf unterschiedlichen Radien im Läufer angeordnete Spulen, z. B. die außen liegende Dämpferwicklung (Index D) und die innen liegende Feldwicklung, sind daher mit unterschiedlichen Flüssen verkettet, wie Abb. 1.25b unmittelbar zeigt. Es existieren zwei Hauptflüsse, der größere mit der Dämpferwicklung verkettete Hauptfluss Φ_{Dh} und der kleinere mit der Feldwicklung verkettete Hauptfluss Φ_h (Details zur Synchronmaschine siehe Kap. 8).

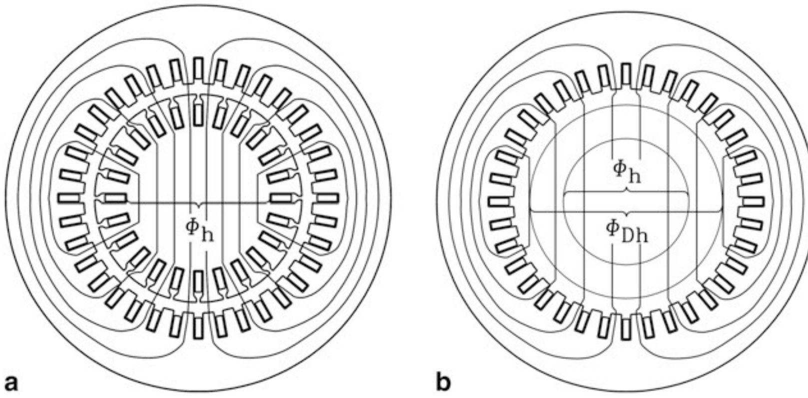


Abb. 1.25 **a)** Hauptflussverkettung Φ_h mit Flusskanalisierung in einer Asynchronmaschine mit ferromagnetischem Stator und Rotor. **b)** Hauptflussverkettungen Φ_h und $\Phi_{Dh} > \Phi_h$ ohne Rotor-Flusskanalisierung einer Synchronmaschine mit unmagnetischem Rotor

Fazit:
Zur Flussführung werden gezielt ferromagnetische Konstruktionsteile (zumeist Eisen) eingesetzt. Die gebündelten Flüsse gestatten eine Unterscheidung in Haupt- und Streufluss. Ohne diese Flusskanalisierung z. B. bei Feldern in Luft muss sorgfältig zwischen den unterschiedlichen Flussverkettungen einzelner Windungen oder Spulen unterschieden werden.

b) Induktivitäten: Der Faktor zwischen Flussverkettung Ψ einer Spule und dem den Fluss Φ erregenden Strom i heißt Selbstinduktivität L, wenn der Strom in der betrachteten Spule selbst fließt.

$$\Psi(t) = L \cdot i(t) \tag{1.55}$$

Wenn der erregende Strom i_2 in einer zweiten Spule fließt und dessen Feld mit der betrachteten ersten Spule als Ψ_{12} verkettet ist, heißt der Faktor Gegeninduktivität M.

$$\Psi_{12}(t) = M \cdot i_2(t) \tag{1.56}$$

Die N Windungen der Erregerspule von Abb. 1.16 sind mit Haupt- und Streufluss verkettet. Die Hauptflussverkettung ist $\Psi_h = N \cdot \Phi_h$, die Streuflussverkettung ist $\Psi_\sigma = N \cdot \Phi_\sigma$. Die N_c Windungen der Luftspaltspule sind nur mit dem Hauptfluss gemäß $\Psi_{h,N_c} = N_c \cdot \Phi_h$ verkettet. Dies wird durch die Gegeninduktivität M beschrieben, die im Folgenden für $\mu_{Fe} \to \infty$ berechnet wird, wobei der Strom i in der Erregerspule fließt.

$$M = \frac{\Psi_{h,N_c}}{i} = \frac{N_c \Phi_h}{i} = \frac{N_c B_\delta A}{i} = N_c A \cdot \frac{\mu_0 N \cdot i/\delta}{i}$$
$$M = N_c N \cdot \mu_0 \cdot (A/\delta) = N_c N \cdot \Lambda_h \tag{1.57}$$

Der magnetische Leitwert des Hauptflusses $\Lambda_h = \mu_0 \cdot A/\delta$ nimmt mit steigender Flussdurchtrittsfläche A zu und sinkt mit steigender Luftspaltweite δ. Der Kehrwert $1/\Lambda_h$ heißt magnetischer Widerstand oder magnetische Reluktanz. Die Selbstinduktivität L der Erregerspule ist die Summe aus Hauptinduktivität L_h und Streuinduktivität L_σ.

$$L = \frac{\Psi_{h+\sigma}}{i} = \frac{N(\Phi_h + \Phi_\sigma)}{i} = \frac{NB_\delta A}{i} + \frac{N\Phi_\sigma}{i}$$

$$L = N^2 \cdot \Lambda_h + N^2 \cdot \Lambda_\sigma = L_h + L_\sigma \tag{1.58}$$

$$L_h = N^2 \cdot \mu_0 \cdot A/\delta, \quad L_\sigma = N^2 \cdot \Lambda_\sigma \tag{1.59}$$

Der magnetische Leitwert des Hauptflusses Λ_h kann wegen des im Eisen gebündelten Flusses relativ genau analytisch berechnet werden. Der magnetische Leitwert des Streuflusses Λ_σ ist wegen des dreidimensional sich ausbildenden Felds im Luftraum um die Erregerspule i. A. nur mithilfe der numerischen Feldberechnung bestimmbar und wird häufig mit aus Messwerten für ausgewählte Spulengeometrien zurück gerechneten Leitwerten rechnerisch bestimmt.

Fazit:
Die Selbstinduktivität ist proportional zum Quadrat der Spulenwindungszahl, die Gegeninduktivität proportional zum Produkt der Windungszahlen der verketteten Spulen.

1.3.9 Ummagnetisierungsverluste

Bei Speisung der Erregerspule mit zeitlich veränderlichem Erregerstrom i ändert sich auch der Hauptfluss zeitlich. Nicht nur in der Luftspaltspule von Abb. 1.26, sondern auch im Eisenjoch wird eine Spannung induziert, da auch das Eisenjoch von dem Hauptfluss durchsetzt wird, also mit ihm „verkettet“ ist. Im elektrisch leitfähigen Eisen fließen daher analog zu Abb. 1.18 Ströme auf in sich geschlossenen Strombahnen als Foucault'sche Kreis- oder Wirbelströme, die Stromwärmeverluste im Eisen als Wirbelstromverluste P_{Ft} verursachen.

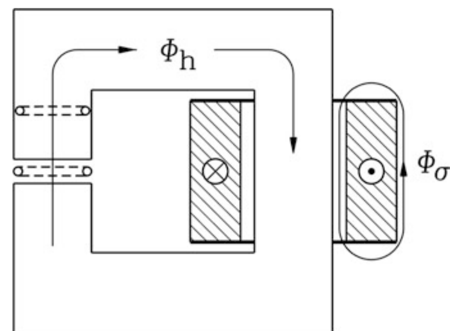


Abb. 1.26 Auch in das elektrisch leitfähige Eisenjoch von Abb. 1.16 wird bei zeitlich veränderlichem Erregerstrom eine Spannung induziert, die Wirbelströme als Kreisströme im Eisen treibt

Wird das Eisenjoch aus einzelnen gegeneinander isolierten Blechen als lamellierter Eisenkern geschichtet, so werden diese Strombahnen wirkungsvoll unterbrochen. Es können nur noch sehr kleine Wirbelströme in jedem Blech fließen, die umso geringer sind, je dünner die Blechdicke ist. Die Summe aus Wirbelstromverlusten P_{Ft} und Hystereseverlusten P_{hys} heißt Ummagnetisierungsverluste P_{Fe}, auch Eisenverluste genannt (Bertotti 1988).

$$P_{\mathrm{Fe}} = P_{\mathrm{Ft}} + P_{\mathrm{hys}} \tag{1.60}$$

Beispiel 1.11

Berechnen Sie (1) die induzierte Wirbelstromdichte J_{Ft} und (2) die mittleren Verluste je Volumen p_{Ft} in einem elektrisch leitfähigen Blech (Dicke b, Länge l, Höhe h, elektrische Leitfähigkeit κ), dessen Querschnitt $b \cdot l$ von einem homogenen, mit der Frequenz f pulsierenden Feld mit der Flussdichteamplitude $B(t) = B \cdot \cos(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$, durchsetzt wird. Die Feldlinien sind damit parallel zur Kante h des Blechs. Die Länge l ist deutlich größer als die Breite b.

Lösung:
(1) Die induzierte Wirbelstromdichte J_{Ft} im Blech (Koordinate quer zur Blechdicke $-b/2 \leq x \leq b/2$) folgt aus der induzierten Spannung u_{i}. Der Wechselfluss durch eine Schleife innerhalb des Blechs mit der Breite $2x$ ($0 \leq x \leq b/2$) und der Länge l, die die Fläche $A = 2x \cdot l$ aufspannt, ist $\Phi(x,t) = B \cdot 2x \cdot l \cdot \cos \omega t$.
Induzierte Spannung, Feldstärke und Stromdichte durch Ruhinduktion:

$$u_{\mathrm{i}}(x,t) = -\partial \Phi / \partial t = \omega \cdot B \cdot 2x \cdot l \cdot \sin \omega t, \quad E(x,t) = u_{\mathrm{i}}/(2l)$$
$$J_{\mathrm{Ft}}(x,t) = \kappa \cdot E(x,t) = \kappa \cdot \omega \cdot B \cdot x \cdot \sin(\omega t), \quad -b/2 \leq x \leq b/2$$

Die Wirbelstromdichte $J_{\mathrm{Ft}} = J$ nimmt im Blech über die halbe Breite $\pm b/2$ linear zu, da mit steigendem x mehr induzierender Fluss umfasst wird. Das von der Wirbelstromdichte erregte Eigenfeld, das der Änderung des Fremdfelds B entgegen wirkt, wurde wegen der angenommenen geringen Blechdicke (Bedingung: $b < 1/\sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa \cdot \mu}$, μ: Permeabilität des Blechs) vernachlässigt. Dadurch wird die Wirbelstromdichte zu groß berechnet. Bei dicken Blechen muss der Einfluss des Eigenfelds berücksichtigt werden, ähnlich wie bei der Berechnung der Wirbelströme in den Läuferstäben der Käfigläufer-Asynchronmaschine (Kap. 6).

(2) Die Verluste pro Volumen werden als Verlustdichte $p(x,t) = J^2(x,t)/\kappa$ ausgedrückt. Gemittelt über eine Periode $T = 1/f$ und integriert über das Volumen erhalten wir die Verluste P_{Ft} im Blech. Diese Verluste werden auf das Volumen bezogen als p_{Ft}.

$$p_{\mathrm{Ft}} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{b} \int_0^T \int_{-b/2}^{b/2} \left[J^2(x,t)/\kappa \right] \cdot dx \cdot dt$$

$$p_{\mathrm{Ft}} = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{b} \int_{0}^{T} \int_{-b/2}^{b/2} \kappa \cdot (\omega \cdot B \cdot x \cdot \sin(\omega t))^2 \cdot dx \cdot dt$$

$$p_{\mathrm{Ft}} = \frac{\pi^2}{6} \cdot \kappa \cdot (f \cdot B \cdot b)^2 \qquad (1.61)$$

Fazit:
Die Wirbelstromverluste in geblechten Eisenkernen steigen mit dem Quadrat der Frequenz, der Blechdicke und der Flussdichteamplitude, jedoch linear mit der Leitfähigkeit. Dies ist gültig, solange die „reduzierte Blechdicke“ $\xi = b \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa \cdot \mu} < 1$ *ist, das Blech also dünn ist, sodass das Eigenfeld der Wirbelströme vernachlässigt werden darf.*

Beispiel 1.12

(1) Berechnen Sie die mittleren Wirbelstromverluste je Volumen und je Masse in einem Eisenkern ($B(H)$-Kennlinie 1 aus Abb. 1.27) aus 0.5 mm dicken, isolierten Eisenblechen bei $f = 50\,\mathrm{Hz}$, $B = 1.5\,\mathrm{T}$, $\kappa_{\mathrm{Fe}} = 10\,\mathrm{MS\,/\,m}$ (Massendichte von Eisen: $\gamma = 7850\,\mathrm{kg/m^3}$).

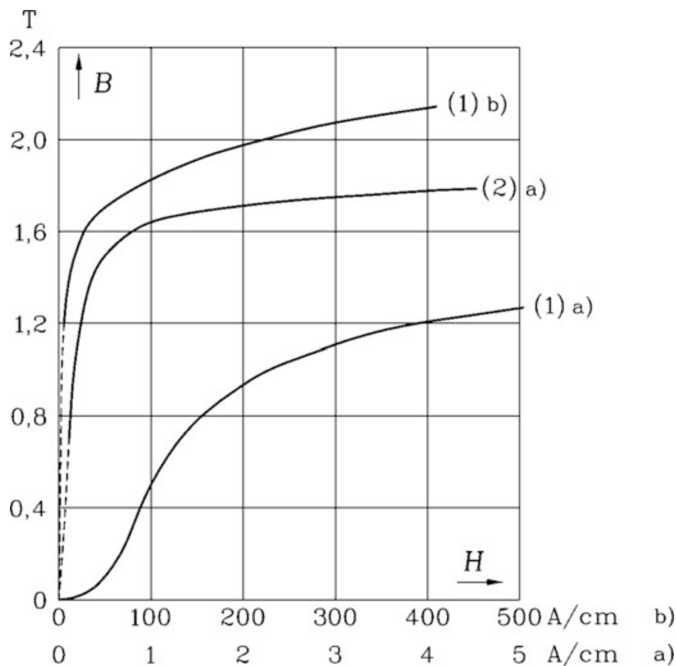


Abb. 1.27 Gleichstrom-Magnetisierungskurven $B(H)$, Hystereseschleife vernachlässigt, (1) warmgewalztes Elektroblech, 0.5 mm dick, $v_{10} = 3\,\mathrm{W/kg}$ bei 1.0 T, 50 Hz, (2) kaltgewalztes, kornorientiertes Blech, 0.35 mm dick, Vorzugsrichtung dargestellt, $v_{10} = 0.45\,\mathrm{W/kg}$ bei 1.0 T, 50 Hz (Quelle: Fischer 2004). Die Kurve (1) ist im Abschnitt 1 …5 A/cm (Teil a)) mit vergrößertem Maßstab und im Abschnitt bis 500 A/cm (Teil b)) mit 1/100 kleinerem Maßstab dargestellt

(2) Ist die Verwendung von Formel (1.61) zulässig?

Lösung:

(1) Wirbelstromverluste je Volumen:

$$p_{\mathrm{Ft}} = \frac{\pi^2}{6} \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot (50 \cdot 1.5 \cdot 0.0005)^2 = 23132\,\mathrm{W\,/\,m^3}$$

Wirbelstromverluste je Masse:

$$v_{\mathrm{Ft}} = p_{\mathrm{Ft}}/\gamma = 23132\,\mathrm{W\,/\,m^3}/(7850\,\mathrm{kg\,/\,m^3}) = 2.95\,\mathrm{W\,/\,kg}$$

(2) Es wird eine Permeabilität μ des Eisens über $B = 1.5\,\mathrm{T}$ aus Kennlinie 1, Abb. 1.27, mit $H(B = 1.5\,\mathrm{T}) = 20\,\mathrm{A/cm}$ abgeschätzt:

$$\mu = B/H = 1.5/2000 = 600\mu_0$$

Da $\xi = b \cdot \sqrt{\pi \cdot f \cdot \kappa \cdot \mu} = 0.0005 \cdot \sqrt{\pi \cdot 50 \cdot 10^7 \cdot 600 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 0.54 < 1$, ist die Verwendung von Formel (1.61) zulässig.

Die Ummagnetisierungsverluste werden z. B. bei $B = 1.5\,\mathrm{T}$ Amplitude und $f = 50$ Hz Frequenz im Epstein-Rahmen gemessen. Dieser Rahmen besteht aus vier lamellierten Eisenquadern, die wie in Abb. 1.26 zu einem viereckigen Joch („Rahmen") ohne Luftspalt zusammen gebaut werden. Jeder der vier Quader trägt eine gleichsinnig gewickelte Erregerspule. Alle vier Spulen sind in Serie zu einer Gesamt-Prüfspule geschaltet und werden mit Wechselstrom I so erregt, dass im Joch eine Flussdichte mit 1.5 T Amplitude auftritt. Die Aufnahmeleistung P_e der Gesamt-Prüfspule umfasst die Stromwärmeverluste P_{Cu} in den Spulendrähten und die in dem Eisenrahmen hervorgerufenen Ummagnetisierungsverluste. Bei bekanntem Spulenwiderstand R werden die Stromwärmeverluste $P_{\mathrm{Cu}} = RI^2$ berechnet und damit die Ummagnetisierungverluste $P_{\mathrm{Fe}} = P_e - P_{\mathrm{Cu}}$ bestimmt. Sie werden bezogen auf die Eisenmasse als spezifische Ummagnetisierungsverluste v_{15} in W/kg (bei 1.5 T, 50 Hz) oder v_{10} in W/kg (bei 1.0 T, 50 Hz) angegeben. Bei 50 Hz betragen die Hystereseverluste von geblechten Eisenkernen mit 0.5 mm dicken Blechen etwa 75 % von P_{Fe}, und die Wirbelstromverluste etwa 25 %. Da die Hystereseverluste proportional f, die Wirbelstromverluste aber proportional f^2 steigen, ist der prozentuale Anteil der Wirbelstromverluste bei hohen Frequenzen dominierend. Durch den Einsatz dünnerer Bleche (z. B. Hochfrequenzbleche mit 0.1 mm Dicke), aber auch durch die Verringerung der elektrischen Leitfähigkeit der Eisenbleche durch Beimengung von Silizium im Eisen können die Wirbelstromverluste herabgesetzt werden. Diese so legierten Bleche heißen Dynamo- oder Elektrobleche (Abb. 1.27, Kurve 1). Da Silizium unmagnetisch ist, sinkt dabei die Magnetisierbarkeit der Bleche und damit μ etwas gegenüber reinem Eisen. Beim Magnetkreis von Abb. 1.10, aber auch bei Transformatoren, ist die Richtung der Feldlinien stets parallel zu den Eisenjochlängsrichtungen. Für diese Blechkörper wurden

spezielle kaltgewalzte Blech entwickelt, bei denen die magnetische Orientierung der Weiss'schen Bezirke bevorzugt in Walzrichtung angeordnet ist. Daher ist in Blechlängsrichtung (= Walzrichtung = Vorzugsrichtung) μ deutlich erhöht, in Querrichtung aber deutlich verringert, also die Magnetisierbarkeit anisotrop. Diese kornorientierten Bleche (Abb. 1.27, Kurve 2) sind für rotierende elektrische Maschinen, wo die Feldrichtung in der Blechebene ständig dreht, nicht geeignet, da hier für jede Feldrichtung eine gleich große Magnetisierbarkeit, also isotropes Verhalten erforderlich ist (Reinboth 1966).

1.3.10 Erzeugung eines Drehstromsystems

Die Synchronmaschine (Kap. 8) als elektrischer Energiewandler (Abb. 1.28) besteht im einfachsten Fall aus einem mit Permanentmagneten bestückten Läufer, der ein zweipoliges Magnetfeld erzeugt. Dieses rotiert, wenn der Läufer von einer mit ihm gekuppelten Turbine angetrieben wird. Drei Ständerspulen als Ständer-Wicklungsstränge sind in Abb. 1.28 über Eisenkerne gewickelt und am Umfang jeweils räumlich um 120° versetzt angeordnet. Die Endklemmen der drei Stränge X, Y, Z (Abb. 1.29a) sind im Sternpunkt N zusammen geschaltet. Die drei Anfangsklemmen U, V, W sind mit je einer Phase einer Fernleitung verbunden. Die Turbine rotiert mit der Drehzahl n, sodass die drei Ständerstränge eine Änderung der Flussverkettung $\Psi(t)$ mit der Frequenz $f = n$ bzw. der elektrischen Kreisfrequenz ω (1.62) erfahren. Wir nehmen an, dass die Polschuhe des Läufers der Synchronmaschinen so gebaut sind, dass die zeitliche Änderung der Flussverkettung Ψ der drei Wicklungsstränge mit dem Läuferfeld hochgradig sinusförmig ist. Wegen des räumlichen Versatzes der Stränge zueinander sind die Flussverkettungen (1.63) um ein Drittel der Schwingungsperiode $1/f$ phasenverschoben. Wird die Dauer der

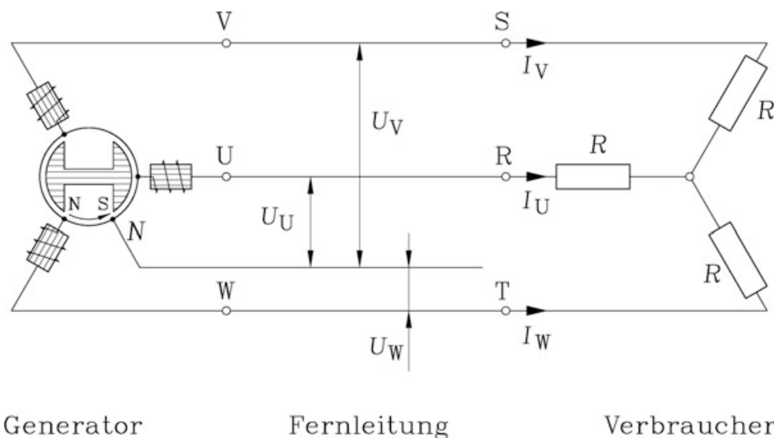


Abb. 1.28 Zweipoliger Synchrongenerator (schematisch), in Stern geschaltete Wicklungsstränge U, V, W; Fernleitung; dreiphasiger resistiver symmetrischer Verbraucher

Schwingungsperiode mit dem elektrischen Winkel 2π gleichgesetzt, so ist der „elektrische Winkel" der Phasenverschiebung $2\pi/3 = 120°$el.

$$\omega = 2\pi f \tag{1.62}$$

$$\Psi_U(t) = -\hat{\Psi} \cdot \sin(\omega \cdot t),\ \Psi_V(t) = -\hat{\Psi} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$
$$\Psi_W(t) = -\hat{\Psi} \cdot \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3) \tag{1.63}$$

Mit dem Induktionsgesetz wird die induzierte Spannung je Strang aus der zeitlichen Änderung der Flussverkettung berechnet. Im Leerlauf, wenn also der Stromfluss Null ist, z. B. bei aufgetrennter Fernleitung, ist an den Klemmen U-N, V-N, W-N die induzierte Spannung als Strangspannung messbar. In Abb. 1.29 sind die zeitlichen Verläufe der drei Leerlaufstrangspannungen u_U, u_V, u_W dargestellt.

$$u_{i,U}(t) = -\frac{d\Psi_U(t)}{dt} = \omega\hat{\Psi} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$
$$\Rightarrow \quad u_U(t) = u_{i,U}(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{1.64a}$$
$$u_{i,V}(t) = \omega\hat{\Psi} \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$
$$\Rightarrow \quad u_V(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t - 2\pi/3) \tag{1.64b}$$
$$u_{i,W}(t) = \omega\hat{\Psi} \cdot \cos(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$
$$\Rightarrow \quad u_W(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t - 4\pi/3) \tag{1.64c}$$

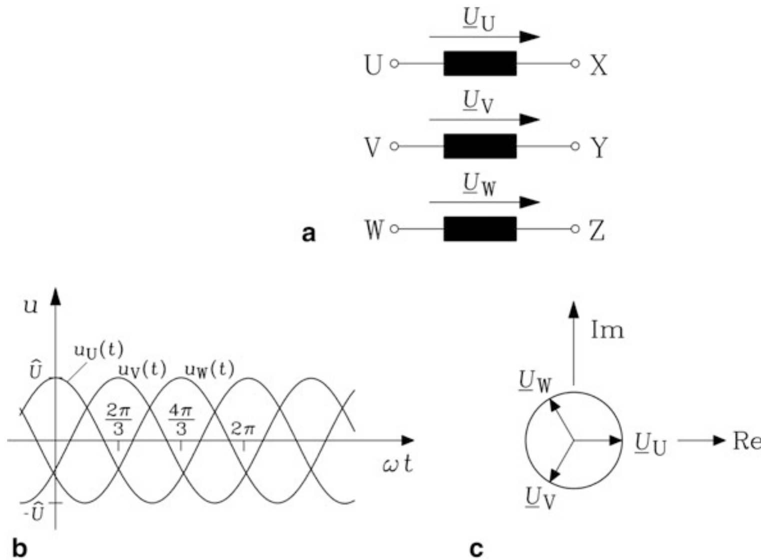


Abb. 1.29 Drehstromsystem: (**a**) die drei Wicklungen des Drehstromsynchrongenerators, (**b**) zeitlicher Verlauf der drei Strangspannungen (1.64), (**c**) zugehörige komplexe Ersatzdarstellung (1.65)

Bei zeitlich sinusförmiger Änderung von Strömen, Spannungen und Flüssen wird die komplexe Wechselstromrechnung mit Vorteil verwendet. Dies wird anhand des komplexen Spannungszeigers $\underline{U}$ in der aus Realteilachse (Re-Achse) und Imaginärteilachse (Im-Achse) gebildeten komplexen Ebene erläutert. Das Ende des Zeigers $\underline{U}$ wird im Ursprung der komplexen Ebene fixiert gedacht. Die Lage des Zeigers $\underline{U}$ zum Zeitpunkt $t = 0$ in der komplexen Zahlenebene wird durch den Winkel φ zwischen Zeiger und Realteil-Achse, dem Phasenwinkel φ, festgelegt. Der komplexe Zeiger $\underline{U}$ besteht somit aus einer Komponente U_{Re} in Richtung der Re-Achse und U_{Im} in Richtung der Im-Achse und führt so auf die kartesische Darstellung des Zeigers: $\underline{U} = U_{\mathrm{Re}} + jU_{\mathrm{Im}}$. Dabei ist $j = \sqrt{-1}$ die imaginäre Einheit, deren Betrag Eins ist. Die polare Darstellung des Zeigers $\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi}$ wird über $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j \cdot \sin\varphi$ in die kartesische Darstellung umgerechnet.

$$\underline{U} = U_{\mathrm{Re}} + jU_{\mathrm{Im}}, \quad U_{\mathrm{Re}} = U \cdot \cos\varphi, \quad U_{\mathrm{Im}} = U \cdot \sin\varphi \tag{1.65}$$

Die Länge des komplexen Zeigers $\underline{U}$ gibt den Effektivwert der Spannung U an, der bei zeitlich sinusförmig veränderlicher Spannung $u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ mit (1.66) als $U = \hat{U}/\sqrt{2}$ aus der Amplitude der Spannung berechnet wird.

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t) \cdot dt} \tag{1.66}$$

Alle komplexen Zeiger drehen in der komplexen Ebene mit der Kreisfrequenz ω im Gegenuhrzeigersinn. Daher nimmt der Winkel zwischen Zeiger und Re-Achse um den Wert ωt ständig zu: $U \cdot e^{j\cdot(\omega t+\varphi)}$. Den realen Zeitverlauf der Wechselspannung $u(t)$ erhält man aus $\underline{U}$, indem man den Zeiger $\underline{U}$ mit $\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}$ multipliziert und davon den Realteil bildet.

$$\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi} \tag{1.67}$$

$$u(t) = Re\left\{\underline{U} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{U \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t}\right\} \tag{1.68a}$$

$$u(t) = U \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \tag{1.68b}$$

In Abb. 1.29c sind die komplexen Zeiger $\underline{U}_{\mathrm{U}}$, $\underline{U}_{\mathrm{V}}$, $\underline{U}_{\mathrm{W}}$, passend zum Zeitverlauf in Abb. 1.29b, graphisch dargestellt. Diese drei Spannungen treiben bei symmetrischer, d. h. in allen drei Strängen gleichartiger Belastung wie z. B. den drei symmetrischen Widerständen R in Abb. 1.28, drei Wechselströme, die ebenfalls um jeweils 120° el. zueinander phasenverschoben sind, das so genannte Drehstromsystem.

1.3.11 Strangspannung und verkettete Spannung

Die zwischen Anfangs- und Endklemme eines Stranges messbare Spannung heißt Strangspannung, so z. B. im Strang U zwischen den Klemmen U und X die Strangspannung u_{U}.

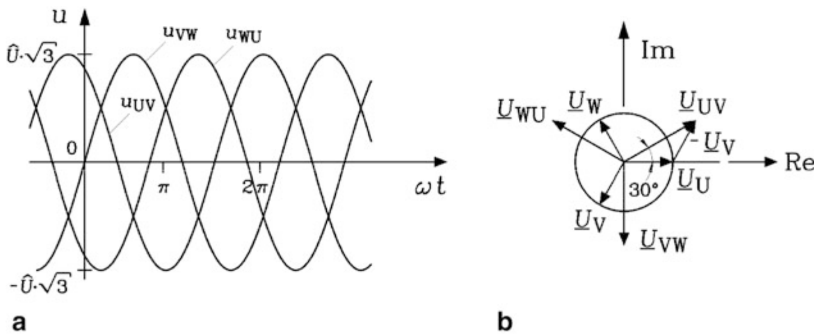


Abb. 1.30 Verkettete Spannungen: **a)** Zeitlicher Verlauf, **b)** komplexes Zeigerdiagramm

Auf der Fernleitung in Abb. 1.28 sind nur die zwischen den Klemmen U, V, W anliegenden Spannungen messbar, da der Sternpunkt N nicht mit geführt ist. Diese Spannungen heißen verkettete Spannungen, so z. B. die zwischen U und V messbare verkettete Spannung u_{UV}.

$$u_{\mathrm{UV}} = u_{\mathrm{U}} - u_{\mathrm{V}} \quad \text{bzw.} \quad \underline{U}_{\mathrm{UV}} = \underline{U}_{\mathrm{U}} - \underline{U}_{\mathrm{V}} \tag{1.69}$$

Im Zeigerbild Abb. 1.30b ist diese Differenzbildung graphisch durch Anwendung der komplexen Zeigerrechnung vorgenommen worden. Die Amplitude der verketteten Spannung u_{UV} ist um den Faktor $2 \cdot \cos(30°) = 2 \cdot \sqrt{3}/2 = \sqrt{3}$ größer ist als die Amplituden der Strangspannungen. Es eilt u_{UV} der Spannung u_{U} um 30° el. vor (Abb. 1.30a). Gleiches gilt für u_{VW} und u_{V} bzw. u_{WU} und u_{W}.

1.3.12 Leistungen in Gleich-, Wechsel- und Drehstromsystemen

Die elektrische Momentanleistung ist das Produkt aus Momentanwert von Strom und Spannung in einem elektrischen Einphasensystem.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \tag{1.70}$$

a) Gleichstromsystem: Im Fall von Gleichgrößen $u(t) = U$ und $i(t) = I$ ist die elektrische Leistung ebenfalls unabhängig von der Zeit eine konstante Größe.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U \cdot I = P \tag{1.71}$$

Diese elektrische Leistung kann theoretisch vollständig in mechanische Leistung umgewandelt werden.

b) Einphasen-Wechselstromsystem: Im Gegensatz zur Leistungsbilanz von Gleichgrößen ist bei zeitlich veränderlichen Strom und Spannung die Leistung i. A. nicht zeitlich konstant. Wir betrachten Wechselspannung und Wechselstrom, die sich zeitlich sinusförmig mit der Frequenz f ändern. Bei Einphasensystemen, aber auch in jedem Strang der Synchronmaschine von Abb. 1.28, pulsiert die elektrische Leistung mit doppelter Frequenz $2f$ von Spannung und Strom, wie (1.73) zeigt. Es wird in (1.72) angenommen, dass der Wechselstrom i der Spannung u um den Phasenwinkel φ nacheilt.

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = \hat{U}\cos(\omega t) \cdot \hat{I}\cos(\omega t - \varphi) \tag{1.72}$$

Mit Anwendung der Summensätze für trigonometrische Funktionen folgt aus (1.72):

$$p(t) = P_\sim \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q_\sim \cdot \sin(2\omega t) \tag{1.73}$$

mit

$$P_\sim = U \cdot I \cdot \cos\varphi, \quad Q_\sim = U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad . \tag{1.74}$$

Es sind U und I die Effektivwerte von Strangspannung und Strangstrom.

Die Wirkleistung $P_\sim \cdot [1 + \cos(2\omega t)]$ pulsiert mit $2f$ um den Mittelwert $P_\sim$ mit der Amplitude $P_\sim$ zwischen 0 und $2P_\sim$. Daher pulsieren bei jeder einphasig betriebenen Wechselstrommaschine notwendig auch die mechanische Leistung und damit das Drehmoment. Die Blindleistung $Q_\sim \cdot \sin(2\omega t)$ pulsiert mit $2f$ um den Mittelwert Null mit der Amplitude $Q_\sim$. Bei einem Phasenwinkel $\varphi = 0$ bzw. 2π zwischen Strom und Spannung ist die mittlere Wirkleistung $P_\sim$ positiv maximal, bei $\varphi = \pi$ negativ maximal, und die Blindleistung $Q_\sim$ dabei Null. Bei einem Phasenwinkel $\varphi = \pi/2$ bzw. $3\pi/2$ ist die mittlere Wirkleistung $P_\sim$ Null, und die Blindleistung $Q_\sim$ maximal positiv bzw. negativ. Die Scheinleistung $S_\sim$ als Produkt aus den Effektivwerten von Strom und Spannung ist ein Maß für die elektrische Beanspruchung und unabhängig vom Phasenwinkel φ. Der Phasenwinkel φ wird vom Stromzeiger $\underline{I}$ zum Spannungszeiger $\underline{U}$ gezählt, und zwar gemäß dem Zeigerbild Abb. 1.31 im mathematisch positiven Drehsinn.

$$S_\sim = \sqrt{P_\sim^2 + Q_\sim^2} = U \cdot I \cdot \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = U \cdot I \tag{1.75}$$

c) Drehstromsystem: Jeder Strang in einem Drehstromsystem ist ein Einphasensystem (1.72). Allerdings kommt die Phasenverschiebung von jeweils $120° = 2\pi/3$ zwischen den Strängen hinzu.

$$p_\mathrm{U}(t) = P_\sim \cdot [1 + \cos(2\omega t)] + Q_\sim \cdot \sin(2\omega t) \tag{1.76a}$$

$$p_\mathrm{V}(t) = P_\sim \cdot \left[1 + \cos(2\omega t - 2 \cdot 2\pi/3)\right] + Q_\sim \cdot \sin(2\omega t - 2 \cdot 2\pi/3) \tag{1.76b}$$

$$p_\mathrm{W}(t) = P_\sim \cdot \left[1 + \cos(2\omega t - 2 \cdot 4\pi/3)\right] + Q_\sim \cdot \sin(2\omega t - 2 \cdot 4\pi/3) \tag{1.76c}$$

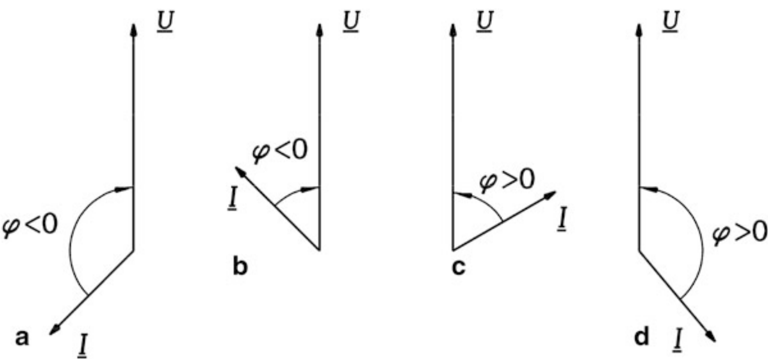


Abb. 1.31 Vier unterschiedliche Zustände im Wechselstromsystem (**a**) bis (**d**) entsprechend den Eigenschaften in Tab. 1.3

Tab. 1.3 Die vier grundsätzlichen Varianten in Wechselstrom- und Drehstromsystemen hinsichtlich der Vorzeichen von elektrischer Wirk- und Blindleistung

Abb. 1.31a	Abb. 1.31b	Abb. 1.31c	Abb. 1.31d
$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ vor	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ nach	$\underline{I}$ eilt $\underline{U}$ nach
System kapazitiv	System kapazitiv	System induktiv	System induktiv
$Q < 0$	$Q < 0$	$Q > 0$	$Q > 0$
$P < 0$	$P > 0$	$P > 0$	$P < 0$

Die Summe der Momentanleistungen $p(t) = p_U(t) + p_V(t) + p_W(t)$ ergibt die gesamte von der Synchronmaschine in Abb. 1.28 erzeugte Wirkleistung. Da die Summen

$$\cos(2\omega t) + \cos(2\omega t - 4\pi/3) + \cos(2\omega t - 8\pi/3) = 0$$
$$\sin(2\omega t) + \sin(2\omega t - 4\pi/3) + \sin(2\omega t - 8\pi/3) = 0$$

jeweils Null sind, folgt aus (1.76) eine zeitlich konstante Summen-Momentanleistung für das komplette Drehstromsystem.

$$p(t) = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi = P = 3P_{\sim} \tag{1.77}$$

Die Scheinleistung (1.78) gibt wieder die Strom- und Spannungsbelastung des Energiewandlers an. Sie kann auch mit der verketteten Spannung $U_{LL} = \sqrt{3} \cdot U$ ausgedrückt werden.

$$S = 3S_{\sim} = 3 \cdot U \cdot I \tag{1.78}$$
$$S = 3 \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I \tag{1.79}$$

Daraus folgt der Leistungsfaktor $\cos\varphi$, während die Blindleistung Q mit (1.75) berechnet wird.

$$\cos\varphi = P/S = \lambda \tag{1.80}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 3 \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi = 3Q_{\sim} \tag{1.81}$$

1.4 Elektromechanische Energiewandler

1.4.1 Grundsätzliches zur elektromechanischen Energiewandlung

Elektromechanische Energiewandler basieren für Leistungen ab etwa 1 Watt aufwärts bis hin zu größten Leistungen auf der Wirkung magnetischer Felder, da diese in der Regel eine deutlich höhere Energiedichte aufweisen als elektrische Felder. Nur bei kleinsten Wandlern in der Mikrosystemtechnik wird die Energiewandlung auf Basis des elektrischen Feldes z. B. mit Piezoaktoren realisiert, da sich magnetische Spulensysteme schlechter miniaturisieren lassen als kapazitive und piezoresistive Systeme.

Im Elektromagnetismus sind elektrisches Feld E bzw. elektrische Flussdichte $D = \varepsilon \cdot E$ („dielektrische Verschiebung“) und magnetisches Feld H bzw. magnetische Flussdichte $B = \mu \cdot H$ („magnetische Induktion“) prinzipiell miteinander verkoppelt. Bei niedrigen Änderungsraten dieser Feldgrößen, also ausreichend niedrigen Frequenzen f bis einige kHz kann diese Kopplung ohne großen Fehler vernachlässigt werden, sodass elektrisches und magnetisches Feld getrennt betrachtet werden. Die Energiedichte w als Energie je Volumeneinheit im elektrischen Feld E bzw. im magnetischen Feld H ist durch (1.82) bestimmt.

$$w = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon} \text{ bzw. } w = \frac{\mu \cdot H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu} \tag{1.82}$$

In einem Kondensator mit dem Plattenabstand d zwischen Plus- und Minusplatte und der Plattenfläche A (Abb. 1.32a) ist die elektrische Energie W als das Produkt „Volumen · Energiedichte“ gespeichert.

$$W = (A \cdot d) \cdot \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2} \tag{1.83}$$

Die in einem Luftspalt mit der Länge d zwischen zwei Polschuhen eines Magnetsystems (Nord- und Südpol, Polfläche A) gespeicherte magnetische Energie W (Abb. 1.32b) ist das Produkt „Luftspaltvolumen · Energiedichte“.

$$W = (A \cdot d) \cdot \frac{\mu \cdot H^2}{2} = (A \cdot d) \cdot \frac{B^2}{2\mu} \tag{1.84}$$

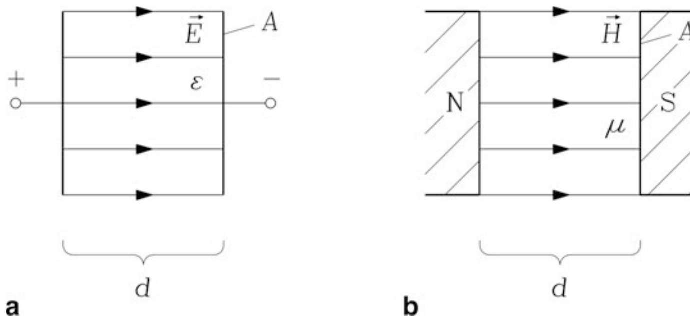


Abb. 1.32 Gespeicherte Energie: (**a**) elektrische Energie im Plattenkondensator, (**b**) magnetische Energie im Luftspalt zwischen zwei Polschuhen eines Magneten. (Annahme: idealisiertes Homogenfeld, Streufelder an den Rändern des Kondensators bzw. Magneten vernachlässigt)

Beispiel 1.13

Vergleich der gespeicherten elektrischen Energie a) in einem Kondensator mit b) der magnetischen Energie in einem Luftspalt gleichen Volumens ($d = 1$ mm und $A = 1\ \text{m}^2$):

a) Kondensator: Dielektrikum „Luft", Dielektrizitätskonstante: $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ As/(Vm).

In Luft ist die elektrische Feldstärke durch die Durchschlagfeldstärke E_D der Luft mit ca. 40 kV/cm begrenzt.

Gespeicherte Energie im elektrischen Feld:

$$W = A \cdot d \cdot \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = 1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{8.854 \cdot 10^{-12} \cdot (4 \cdot 10^6)^2}{2} = 0.07\,\text{Ws}$$

b) Magnetfeld: Permeabilität von Luft: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am).

Das Eisen der Polschuhe des Magneten sättigt ab ca. $B = 1.7\,\text{T}$, sodass hier $B = 1\,\text{T} < 1.7\,\text{T}$ verwendet wird.

Gespeicherte Energie im magnetischen Feld:

$$W = A \cdot d \cdot \frac{B^2}{2\mu_0} = 1 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 400\,\text{Ws}$$

Mit welcher Zugkraft F ziehen sich die Platten des Kondensators bzw. die Oberflächen der Magnetpolschuhe an? Die gespeicherte Energie W kann in mechanische Arbeit („Kraft · Weg") verwandelt werden, wenn durch die Anziehungskraft F die beiden Platten des Kondensators bzw. die beiden Polschuhoberflächen sich aufeinander zu bewegen. Sie legen dabei den Weg x zurück, um den sich der Abstand d verkürzt. Wir nehmen an, dass sich dabei das E-Feld bzw. B-Feld nicht ändert. Die gespeichert Energie nimmt dabei um

den Wert $(d - x)/d$ ab und wird in mechanische Arbeit ungesetzt. Die Abnahme der Energie $-dW$ entspricht der geleisteten Arbeit $F \cdot dx$. Die Kraftwirkung kann unmittelbar aus dem Feldlinienbild verstanden werden (Abb. 1.32). Die E- bzw. B-Feldlinien können in ihrer Wirkung wie „elastische Gummischnüre“ aufgefasst werden, die sich nach Möglichkeit verkürzen wollen und daher auf die Kondensatorplatten bzw. Polschuhflächen eine Zugkraft ausüben. Für die elektrische Kraft F erhalten wir aus $-dW = F \cdot dx$:

$$F = -dW/dx = -\frac{d}{dx}\left(\frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2} \cdot A \cdot (d - x)\right) = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2} \cdot A. \tag{1.85}$$

In gleicher Weise erhalten wir als Magnetkraft

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot A. \tag{1.86}$$

Beispiel 1.14

Elektrische und magnetische Zugkraftdichte $f = F/A$
a) im Kondensator und b) im Luftspalt zwischen den Polschuhen (Daten von Bsp. 1.13):

a) Kondensator:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\,\text{As/(Vm)},\ E_\text{D} = 40\,\text{kV/cm} = 4 \cdot 10^6\,\text{V/m}:$$
$$f = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2} = \frac{8.854 \cdot 10^{-12} \cdot (4 \cdot 10^6)^2}{2} = 70.8\,\text{N/m}^2$$

b) Magnet:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{Vs/(Am)},\ B = 1\,\text{T}:$$
$$f = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 398089\,\text{N/m}^2$$

Fazit:
Das magnetische Feld erlaubt wesentlich höhere Energiedichten (hier: 400/0.07 = 5700!) bzw. Kräfte, sodass elektromechanische Energiewandler ab einer Bemessungsleistung von ca. 1 W bevorzugt mit magnetischen Feldern arbeiten.

1.4.2 Einfacher elektromechanischer Energiewandler

Anhand des einfachen Wandlersystems von Abb. 1.33 werden die Grundgesetze der elektromechanischen Energiewandlung dargestellt (Meisel 1966; Reiser 1968). Eine

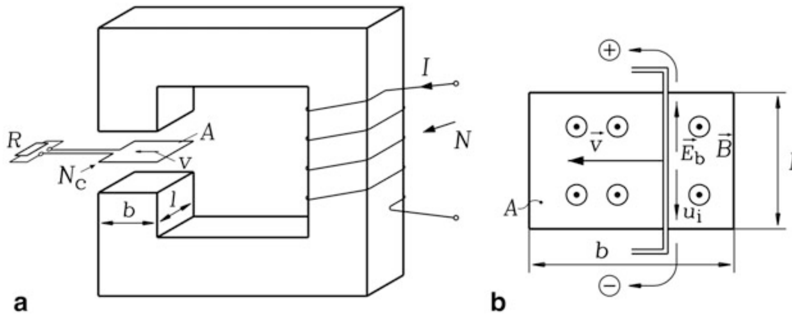


Abb. 1.33 Einfacher elektromechanischer Energiewandler: (**a**) Eine Spule wird durch eine mechanische Kraft in einem Magnetfeld, das zwischen zwei Eisen-Polen von einer Erregerspule erzeugt wird, bewegt. (**b**) In die bewegte Spule wird eine elektrische Spannung induziert (im Bild als Urspannung eingezeichnet), sodass bei Belastung der Spule mit einem Widerstand Strom fließen kann. Es wird mechanische Bewegungsenergie der Spule in elektrische Energie gewandelt, der Wandler arbeitet als elektrischer Generator

Spule mit N_c Windungen wird durch eine äußere Kraft F_m in einem Magnetfeld $B = B_\delta$, das zwischen zwei Polen eines magnetischen Eisenkreises von einer Erregerspule (N Windungen, Erregerstrom I) erzeugt wird, mit der Geschwindigkeit v bewegt. In die bewegte Spule wird durch Bewegungsinduktion eine elektrische Spannung u_i induziert, die bei konstanter Geschwindigkeit v und räumlich konstantem Feld B_δ (Homogenfeld) eine Gleichspannung U_i ist.

$$U_i = N_c \cdot v \cdot B_\delta \cdot l \tag{1.87}$$

Hat die bewegte Spule den Spuleninnenwiderstand R_c und wird sie mit dem äußeren Widerstand R belastet, so fließt ein Spulenstrom I_c.

$$I_c = U_i/(R + R_c) \tag{1.88}$$

Der Strom fließt gegen die Richtung der induzierten Spannung U_i und in Richtung des äußeren Spannungsfalls $U = R \cdot I_c$ am Widerstand R (Abb. 1.34a). Es tritt eine bremsende Lorentz-Kraft F an der Spule auf (Abb. 1.34b).

$$F = N_c \cdot I_c \cdot B_\delta \cdot l \tag{1.89}$$

Um die Bewegung der Spule mit konstanter Geschwindigkeit v aufrecht zu erhalten, muss ständig eine äußere Kraft $F_m = F$ entgegen der Richtung von F aufgebracht werden. Von dem die Spule antreibenden mechanischen Antriebssystem wird der Spule die mechanische Leistung P_m zugeführt, die im Luftspalt in elektrische, „innere" Leistung, auch Luftspaltleistung P_δ genannt, umgewandelt wird.

$$P_m = F_m v = P_{in} \tag{1.90}$$

$$P_{in} = F_m \cdot v = F \cdot v = N_c I_c l B_\delta v = I_c \cdot (N_c v B_\delta l) = I_c U_i = P_\delta \tag{1.91}$$

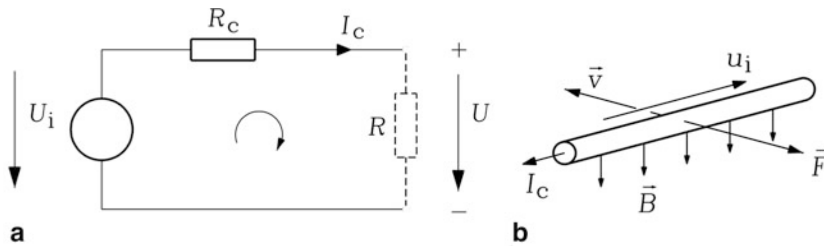


Abb. 1.34 (**a**) Elektrisches Ersatzschaltbild der bewegten Spule als Generator (Erzeugerzählpfeilsystem, siehe Abschn. 1.4.3), induzierte Spannung U_{i} als Urspannung, (**b**) bremsende Lorentz-Kraft zu a) auf die stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld

Abgegeben wird die elektrische Leistung P_{out} an den Belastungswiderstand R.

$$P_{\mathrm{out}} = RI_{\mathrm{c}}^2 = \frac{R \cdot U_{\mathrm{i}}^2}{(R + R_{\mathrm{c}})^2} \tag{1.92}$$

Das Verhältnis von abgegebener zu zugeführter Leistung ist der Wirkungsgrad η.

$$\eta = \frac{P_{\mathrm{out}}}{P_{\mathrm{in}}} = \frac{R}{R_{\mathrm{c}} + R} < 1 \tag{1.93}$$

Zugeführte mechanische und abgegebene elektrische Leistung wurden hier positiv gezählt, was dem Erzeugerzählpfeilsystem entspricht (siehe Abschn. 1.4.3).

Beispiel 1.15

Elektromechanischer Energiewandler gemäß Abb. 1.33 als bewegte Spule mit den Daten: $N_{\mathrm{c}} = 5$, Magnetfeld $B_{\delta} = 1.2\,\mathrm{T}$, Geschwindigkeit $v = 100\,\mathrm{m/s} = 360\,\mathrm{km/h}$, Länge der Spulenseite $l = 0.5\,\mathrm{m}$, $R_{\mathrm{c}} = 0.1\,\Omega$, $R = 1\,\Omega$. Berechnen Sie die induzierte Spannung U_{i}, den Spulenstrom I_{c}, die Lorentz-Kraft F, die mechanische aufgenommene und die elektrische abgegebene Leistung P_{m} und P_{out} sowie den Wirkungsgrad η der Energiewandlung!

Lösung:

$$U_{\mathrm{i}} = N_{\mathrm{c}} \cdot v \cdot B_{\delta} \cdot l = 5 \cdot 100 \cdot 1.2 \cdot 0.5 = 300\,\mathrm{V}$$

$$I_{\mathrm{c}} = U_{\mathrm{i}}/(R + R_{\mathrm{c}}) = 300/(0.1 + 1) = 272.73\,\mathrm{A}$$

$$F = N_{\mathrm{c}} \cdot I_{\mathrm{c}} \cdot B_{\delta} \cdot l = 5 \cdot 272.73 \cdot 1.2 \cdot 0.5 = 818.18\,\mathrm{N}$$

$$P_{\mathrm{m}} = F_{\mathrm{m}} v = P_{\mathrm{in}} = 818.18 \cdot 100 = 81818\,\mathrm{W}$$

Kontrolle: $P_{\text{in}} = P_\delta = I_c U_i = 272.73 \cdot 300 = 81818\,\text{W}$

$$P_{\text{out}} = RI_c^2 = 1 \cdot 272.73^2 = 74382\,\text{W}$$
$$\eta = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} = \frac{74382}{81818} = 0.909 \quad \text{bzw.} \quad \eta = \frac{R}{R_c + R} = \frac{1}{0.1 + 1} = 0.909$$

1.4.3 Zählpfeilsysteme

Fasst man den Energiewandler, also in Abb. 1.33 die bewegte Spule im Luftspalt, als Black-Box auf, so kann gemäß Abb. 1.35a bei positiver an den Klemmen anliegender Spannung U ein in den Wandler fließender Strom I_c, der hier allgemein I genannt wird, positiv gezählt werden. Die Stromflussrichtung I wird damit gegen den Zählpfeil der Spannung U positiv gezählt, also genau entgegengesetzt zur Zählweise in Abb. 1.34a. Dann ist auch die zugeführte elektrische Wirkleistung $P = U \cdot I$ positiv zu zählen. Sie wird dem Wandler zugeführt, und er verbraucht diese Wirkleistung. Dieses Zählpfeilsystem heißt deshalb Verbraucher-Zählpfeilsystem (VZS) und wird überwiegend für elektrische Verbraucher verwendet. In gleicher Weise wird die vom Wandler abgegebene mechanische Leistung positiv gezählt. Wird jedoch wie in Abb. 1.34a und 1.35b, der aus dem Wandler fließende Strom I positiv gezählt, so fließt er in Richtung des Zählpfeils der Spannung U. Diese Zählweise nennt man das Erzeuger-Zählpfeilsystem (EZS). Es wird überwiegend für elektrische Erzeuger (z. B. Generatoren) verwendet. Im EZS werden die vom Wandler abgegebene elektrische Leistung und die aufgenommene mechanische Leistung positiv gezählt. Ein Elektromotor nimmt elektrische Energie auf und wandelt sie in mechanische Energie um. Er ist ein elektrischer Verbraucher. Ein Generator nimmt mechanische Energie auf und wandelt sie in elektrische Energie um. Er ist ein elektrischer Erzeuger. Elektrische Verbraucher wie Heizwiderstände, Elektromotoren, Batterien im Ladezustand, etc. nehmen im VZS positive Wirkleistung ($P > 0$) aus dem Netz auf. Elektrische Erzeuger wie Generatoren, Batterien im Entladezustand, Brennstoffzellen etc. nehmen im VZS negative Wirkleistung aus dem Netz auf ($P < 0$); sie liefern Wirkleistung ins Netz. In diesem Buch wird hauptsächlich das Verbraucher-Zählpfeilsystem sowohl für elektrische Erzeuger als auch Verbraucher verwendet; nur im Kap. 11 (Gleichstromantriebe) wird bei

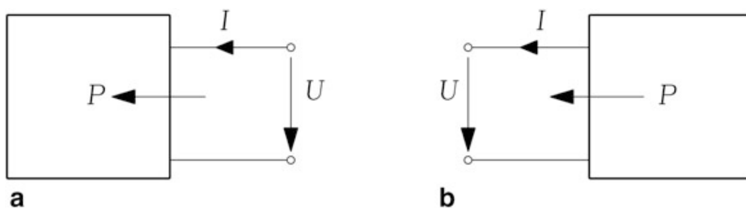


Abb. 1.35 Positive Strom-, Spannungs- und Wirkleistungsflussrichtung, (**a**) Verbraucher-Zählpfeilsystem, (**b**) Erzeuger-Zählpfeilsystem

den Gleichstromgeneratoren auch das EZS verwendet, da dies in der Praxis häufig so gemacht wird.

Beispiel 1.16

Elektromotor, VZS:
Elektromotor: Bemessungsleistung = mechanische Abgabeleistung: 10 kW, Wirkungsgrad: 0.9

- Zugeführte elektrische Leistung: $P_1 = 10/0.9 = 11.1$ kW > 0
- Abgegebene mechanische Leistung: $P_2 = 10$ kW > 0
- Verluste im Motor: $P_d = P_1 - P_2 = 11.1 - 10 = 1.1$ kW > 0

Beispiel 1.17

Elektrischer Generator, VZS:
Lichtmaschine (Bordnetzgenerator) im Auto: Bemessungsleistung = elektrische Abgabeleistung: 750 W, Wirkungsgrad: 0.7

- Abgegebene elektrische Leistung: $P_1 = -750$ W < 0
- Zugeführte mechanische Leistung: $P_2 = -750/0.7 = -1071$ W < 0
- Verluste im Generator: $P_d = P_1 - P_2 = -750 - (-1071) = 321$ W > 0

Die Verluste sind „verbrauchte“ Leistung und daher im VZS stets positiv.

Beispiel 1.18

Energiewandler von Bsp. 1.15 im Verbraucher-Zählpfeilsystem:
Der Energiewandler arbeitet als Generator, daher ist bei positiver Geschwindigkeit v und positivem Feld B_δ die Spannung U_i positiv, aber der Strom gemäß Abb. 1.35a im VZS negativ, da er gegen die Richtung von U_i fließt.

$$I_c = -272.73\,\text{A},\ \text{ebenso}\ P_m = -81818\,\text{W und}\ P_e = -74382\,\text{W}.$$

Erfolgt eine Stromzufuhr aus einer externen Spannungsquelle $U > U_i$, so kehrt sich die Stromrichtung um. Der Strom I_c ist positiv. Daher wirkt die Lorentz-Kraft in Richtung der Spulenbewegung und bewegt sie daher (Motorbetrieb, Tab. 1.4). In der I_c-v-Ebene können Generator- und Motorbetrieb durch Einteilung in „Quadranten“ dargestellt werden (Abb. 1.36). Bei positiver Geschwindigkeit $v > 0$ (= Vorwärtsbewegung der Luftspaltspule) erfolgt bei $I_c > 0$ Motorbetrieb (1. Quadrant) und bei $I_c < 0$ Generatorbetrieb (2. Quadrant). Bei negativer Geschwindigkeit $v < 0$ (Rückwärtsbewegung) erfolgt motorischer Betrieb bei $I_c < 0$ (3. Quadrant) und bei $I_c > 0$ generatorischer Betrieb (4. Quadrant).

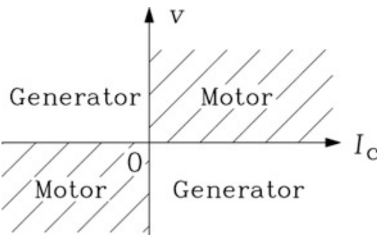


Abb. 1.36 Vier-Quadranten-Betrieb: Verbraucher-Zählpfeilsystem (VZS): $v > 0, I_c > 0$ und $v < 0$, $I_c < 0$: Motor; $v > 0, I_c < 0$ und $v < 0$, $I_c > 0$: Generator

Tab. 1.4 Generatorische und motorische Energiewandlung des Energiewandlers Abb. 1.33 im Verbraucherzählpfeilsystem bei Vorwärtsbewegung der Luftspaltspule

$v > 0, B_\delta > 0 \Rightarrow U_i > 0$	
Generatorischer Betrieb	*Motorischer Betrieb*
$I_c < 0, v > 0$	$I_c > 0, v > 0$
$P_\delta = U_i I_c < 0$	$P_\delta = U_i I_c > 0$
$P_e = P_{out} < 0$	$P_m = P_{out} > 0$
$P_m = P_{in} < 0$	$P_e = P_{in} > 0$
I_c-v-Ebene: 2. Quadrant	I_c-v-Ebene: 1. Quadrant

Dieses Zählpfeilsystem, hier am Beispiel eines einfachen Wandlers mit Gleichgrößen erklärt, ist auch für Wechsel- und Drehstrommaschinen verwendbar.

Motorbetrieb: Im Motorbetrieb sind die elektrische (aufgenommene) Leistung P_e und der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ positiv, die mechanische (abgegebene) Leistung P_m ebenfalls. Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment M_e ist ebenfalls positiv und wirkt antreibend. Es muss das bremsende Moment M_L der angetriebenen Arbeitsmaschine überwinden, damit die Drehbewegung der elektrischen Maschine aufrecht erhalten werden kann.

Generatorbetrieb: Im Generatorbetrieb ist der Leistungsfaktor $\cos\varphi$ negativ, der Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung dem Betrag nach größer als 90° und kleiner als 270°. Die elektrische (abgegebene) Leistung P_e ist daher negativ, ebenso die mechanisch aufgenommene Leistung P_m. Sie wird dem antreibenden mechanischen System entzogen. Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment M_e der Maschine ist ebenso negativ, es bremst und muss vom antreibenden mechanischen Moment M_T z. B. einer Turbine überwunden werden, damit die Drehung der elektrischen Maschine aufrechterhalten werden kann.

Im betrachteten Gesamt-System muss über die Leistungsbilanz die Energieerhaltung erfüllt sein.

Wirkleistungsbilanz: Das elektrische und mechanische System müssen gemeinsam betrachtet werden, da bei elektrischen Maschinen eine Energiewandlung zwischen beiden

Systemen erfolgt. Die Summe aus mechanischer Leistung P_m und thermischer Verlustleistung P_d (z. B. Stromwärmeverluste) ist im VZS gleich der elektrischen Leistung P_e.

Beispiel 1.19

Elektromotor von Bsp. 1.16:

$$P_m + P_d = 10.0\,\text{kW} + 1.1\,\text{kW} = 11.1\,\text{kW} = P_e$$

Generator von Bsp. 1.17: $P_m + P_d = -1071\,\text{W} + 321\,\text{W} = -750\,\text{W} = P_e$

Blindleistungsbilanz: Für die Blindleistungsbilanz genügt die Betrachtung des elektrischen Systems. In einem geschlossenen elektrischen System wird kein Blindleistungsüberschuss erzeugt, d. h. kapazitive und induktive Blindleistung gleichen einander aus. In Tab. 1.5 sind diese Zusammenhänge für ein symmetrisches Mehrphasensystem mit m Wicklungssträngen dargestellt. Hat z. B. ein dreiphasiger Elektromotor einen Leistungsfaktor $\cos\varphi = 0.8$ und eine elektrische Aufnahmeleistung $P_e = 1$ kW, so nimmt er die induktive Blindleistung $Q = P_e \cdot \sin\varphi / \cos\varphi = 0.75\,\text{kVAr}$ auf. Das dreiphasige speisende Netz, im einfachsten Fall ein Generator wie in Abb. 1.28, muss daher als Kapazität wirken und die kapazitive Blindleistung $Q_{Netz} = -0.75\,\text{kVAr}$ zur Verfügung stellen. Die Summe der Blindleistungen ist Null: $Q + Q_{Netz} = 0.75\,\text{kVAr} - 0.75\,\text{kVAr} = 0$. Wie ein Generator, der im Wesentlichen aus Magneten und Spulen aufgebaut ist, kapazitiv wirken kann, wird in Kap. 8 erläutert.

Im begleitenden Übungsbuch „Binder, A.: Elektrische Maschinen und Antriebe, Übungsbuch: Aufgaben mit Lösungsweg, Springer, 2. Auflage“ wird in Aufgabe A1.1 der Durchflutungsbedarf für einen magnetisch nichtlinearen Eisenkreis vom Typ der Abb. 1.10 berechnet, in A1.2 die Ruhinduktion und in A1.3 die Bewegungsinduktion in eine Spule gemäß Abb. 1.16. In A1.4 wird ein bewegter stromdurchflossener elektrischer Leiter im Magnetfeld als einfachster Fall eines elektromechanischen Wandlers behandelt, in A1.5 die Faraday’sche Scheibe gemäß Abb. 1.19 quantitativ analysiert und in A1.6 die elektrische Leistung in einem Drehstromsystem berechnet. In A1.7 wird ein vereinfachter Ablenkmagnet berechnet, wie er in Teilchenbeschleunigern zum Einsatz kommt. In

Tab. 1.5 Zusammenhang zwischen Phasenwinkel sowie Vorzeichen von Wirk- und Blindleistungsfluss in einem m-phasigen Energiewandler im Verbraucher-Zählpfeil-System

	Wirkleistung $P = mUI\cos\varphi$	Blindleistung $Q = mUI\sin\varphi$
$0 \le \varphi < 90°$	$P > 0$, Motorbetrieb	$Q > 0$, induktiver Verbraucher
$90° \le \varphi < 180°$	$P < 0$, Generatorbetrieb	$Q > 0$, induktiver Verbraucher
$180° \le \varphi < 270°$	$P < 0$, Generatorbetrieb	$Q < 0$, kapazitiver Verbraucher
$270° \le \varphi < 360°$	$P > 0$, Motorbetrieb	$Q < 0$, kapazitiver Verbraucher

A1.8 wird die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im magnetischen Homogenfeld gemäß Abb. 1.22 mithilfe der Maxwell'schen Spannungen berechnet, und in A1.9 die Bewegungsinduktion in eine linear bewegte Spule im magnetischen Homogenfeld wahlweise über $\vec{v} \times \vec{B}$ und $d\Psi/dt$ bestimmt. In A1.10 werden in ähnlicher Weise die Ruh- und Bewegungsinduktion in eine rotierende Spule untersucht. In A1.11 wird der in Tab. 1.2 angegebene Sachverhalt zu Ruh- und Bewegungsinduktion als Sonderformen des allgemeinen Induktionsgesetzes hergeleitet.

2 Wicklungen für Drehfelder in elektrischen Maschinen

In diesem Kapitel werden die verteilten ein- und mehrsträngigen Wicklungssysteme dargestellt, die zur Erzeugung von magnetischen Dreh- und Wanderfeldern in elektrischen Drehfeld- bzw. Wanderfeld-Maschinen benötigt werden. Es wird zwischen Ein- und Zweischichtwicklungen, Ganzloch- und Bruchlochwicklungen unterschieden. Der Schwerpunkt der Darstellung liegt bei dreisträngigen Wicklungssystemen. Anhand eines vereinfachten Berechnungsverfahrens werden die von diesen stromdurchflossenen Wicklungssystemen erregten magnetischen Luftspaltfelder für unendlich permeablen Eisenrückschluss bestimmt.

2.1 Was ist ein Drehfeld?

Ein wesentlicher Teil der rotierenden elektrischen Energiewandler umfasst die Drehfeldmaschinen. Die elektromechanische Energiewandlung erfolgt von mechanischer in elektromagnetische Energie und umgekehrt über rotierende Magnetfelder. Die Hauptvertreterinnen der Drehfeldmaschinen sind Synchron- und Asynchronmaschinen, die einen überragenden Anteil an der Erzeugung elektrischer Energie und an der modernen Antriebstechnik haben. Prinzipiell ist jedes rotierende magnetische Feld ein Drehfeld, also auch das Magnetfeld eines rotierenden Permanent-Hufeisenmagneten oder der gebündelte Magnetstrahl eines Pulsars, – das ist ein in der Regel sehr schnell rotierender Neutronenstern. Hier ist aber das rotierende Magnetfeld im Luftspalt zwischen Stator und Rotor einer elektrischen Maschine gemeint. Es wird mit einem System bestromter, aber ruhender Spulen, die in den Nuten des Statorblechpakets untergebracht sind, erzeugt. Die Realisierung und mathematische Analyse des Drehfelds werden in diesem Kapitel behandelt (Abb. 2.1).

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_2

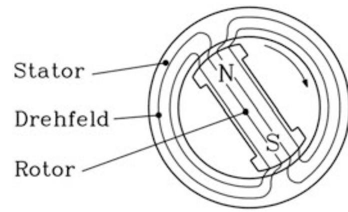


Abb. 2.1 Grundprinzip der Synchronmaschine: Ein im Stator über die Statorwicklung erregtes, rotierendes Magnetfeld zieht einen frei drehbaren Stabmagneten als Rotor mit. (Quelle: Kleinrath 1975)

2.2 Vereinfachte Feldberechnung im Luftspalt elektrischer Maschinen

a) Vereinfachende Annahmen zur Luftspaltfeld-Berechnung: Für das Verständnis elektrischer Maschinen und eine einfache Abschätzung der umgesetzten Leistung genügt eine vereinfachte analytische Berechnung. Wesentlich für die analytische Berechnung ist, dass einige vereinfachende Randbedingungen angenommen werden:

- Das Eisen ist schwach gesättigt oder ungesättigt. Dann kann näherungsweise μ unendlich groß angenommen werden. Daher treten wegen $\mu >> \mu_0$ die Feldlinien von B nahezu rechtwinklig in das Eisen ein.
- Die Luftspaltweite δ in elektrischen Maschinen ist deutlich kürzer als die gemäß (2.2) definierte Polteilung und längs des Läuferumfangs konstant. Das Magnetfeld weist im Luftspalt eine dominante Radialkomponente (= Normalkomponente) auf.
- Da die axiale Maschinenlänge l_{Fe} wesentlich länger als δ ist, können Randeffekte, also Flussröhren, die als Stirnstreufluss aus den Stirnflächen des zylindrischen Rotors in die Stirnflächen des Stators einmünden, gegenüber dem Luftspaltfluss vernachlässigt werden.
- Die Öffnungen der Nuten, in denen die Spulenseiten liegen, werden gegenüber der Luftspaltweite als viel kleiner angenommen, sodass konzentrierte Nutdurchflutungen vorliegen.

b) Luftspaltfeld einer stromdurchflossenen Spule: Betrachten wir eine zweipolige elektrische Maschine im axialen Querschnitt, deren elektrische Wicklung im Stator aus einer einzigen Spule mit der Spulenwindungszahl N_{c} besteht, und über den Spulenstrom I_{c} gemäß Abb. 2.2 mit der elektrischen Durchflutung $\Theta = N_{\mathrm{c}} I_{\mathrm{c}}$ erregt wird. Mit dem Durchflutungssatz (2.1) wird die Luftspaltflussdichte B_δ berechnet. Als geschlossene Kurve C wird z. *B*. eine Feldlinie von B verwendet. Da die Eisenpermeabilität μ_{Fe} unendlich groß angenommen wurde, muss die magnetische Feldstärke im Eisen $\vec{H}_{\mathrm{Fe}} = \vec{B}/\mu_{\mathrm{Fe}}$ Null sein. Daraus folgt, dass jene Anteile des Durchflutungs-Umlaufintegrals der geschlossenen Kurve C, die im Eisen des Stators oder Rotors verlaufen (Wegabschnitt $2\Delta_{\mathrm{Fe}}$ in (2.1)), Null sind. Es verbleiben die beiden Abschnitte für den Luftspalt. Da dessen Spaltweite δ

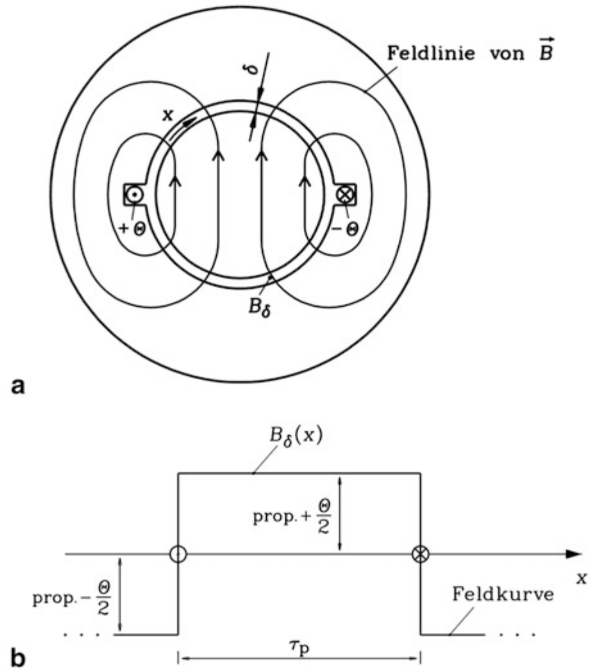


Abb. 2.2 (**a**) Querschnitt einer einfachen elektrischen Maschine mit einer Spule und konstantem Luftspalt: Die mit der elektrischen Durchflutung Θ durchflossene Spule erregt das zweipolige Feld B. (**b**) Verteilung der magnetischen Luftspalt-Flussdichte längs des Maschinenumfangs

klein ist, ändert sich $\vec{H}$ über die Spaltweite hinweg nahezu nicht und kann als konstanter Wert H_δ, der die Radialkomponente des Vektorfelds $\vec{H}$ im Luftspalt darstellt, angenommen werden.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2H_{Fe}\Delta_{Fe} + 2H_\delta\delta = 2H_\delta\delta = \Theta \tag{2.1}$$

Mit den eingangs gemachten Annahmen sind H_δ und $B_\delta = \mu_0 H_\delta$ längs des halben Umfangs der oberen Maschinenhälfte positiv konstant und in der unteren Hälfte im Luftspalt negativ konstant (Abb. 2.2b). Tatsächlich ergibt sich auf Grund der endlichen Luftspaltweite selbst bei vernachlässigbar kleinen Nutöffnungen keine sprungförmige, sondern ein annähernd lineare Änderung der Normalkomponente der Luftspaltflussdichte und der Feldstärke zwischen beiden Feldpolaritäten über einem Wegabschnitt $\Delta x \approx 0.8 \cdot \delta$ im Bereich der konzentrierten Nutdurchflutung. Durch den Einfluss der Nutöffnungen wird dieser Bereich Δx verbreitert, sodass für $B_\delta(x)$ bzw. $H_\delta(x)$ genauer Trapezverläufe anstelle der Rechteckverläufe in Abb. 2.2b zu verwenden wären. Der Maschinenumfang im Luftspalt wird mit dem Innendurchmesser des Stators d_{si}, dem Bohrungsdurchmesser, zu $d_{si}\pi$ berechnet und zerfällt in zwei gleiche Abschnitte, die Polteilungen τ_p, wo B_δ entweder positiv (Nordpol) oder negativ (Südpol) ist. Die Polteilung wird für eine Maschine mit der Polzahl $2p$ mit (2.2) berechnet.

$$\tau_p = \frac{d_{si}\pi}{2p} \tag{2.2}$$

Die Feldvektoren von $\vec{H}$ und $\vec{B}$ bestehen in Abb. 2.2a im Luftspalt nur aus radialen Komponenten (2.3), da kein Drehmoment auf den Läufer übertragen wird.

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta = \mu_0 \frac{\Theta}{2\delta} = \mu_0 \frac{N_c I_c}{2\delta} \tag{2.3}$$

Der magnetische Summenfluss durch eine geschlossene Hüllfläche A um den zylindrischen Rotor im Luftspalt muss Null sein. Da der Stirnflächenfluss vernachlässigt wird, wird nur die Zylinderfläche $A = 2p\tau_p l_{Fe}$ betrachtet (2.4), und mit Abb. 2.2b folgt, dass der Summenfluss Null ist.

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = l_{Fe} \int_{x=0}^{2p\tau_p} B_\delta(x) \cdot dx = 0 \tag{2.4}$$

Fazit:
Der Luftspaltfluss je Pol ist zur Fläche unter der Feldkurve $B_\delta(x)$ proportional. Die gesamte Fläche unter der Feldkurve $B_\delta(x)$ im Luftspalt längs des Maschinenumfangs ist Null, da der Summenfluss Null ist. Positive und negative Flächen unter der Feldkurve, die dem positiven oder negativen Fluss $\Phi' = \Phi / l_{Fe}$ je axialer Längeneinheit entsprechen, müssen daher gleich groß sein (Abb. 2.2b).

Beispiel 2.1

Berechnung der Luftspaltflussdichte und des Flusses pro Pol für die Anordnung von Abb. 2.2: $N_c = 100$, $I_c = 10\,\text{A}$, $\delta = 1\,\text{mm}$, $d_{si} = 300\,\text{mm}$, $l_{Fe} = 400\,\text{mm}$, $\mu_{Fe} \to \infty$.

Durchflutungssatz: Feldlinie von B als geschlossene Kurve C gewählt:

$$B_\delta = \mu_0 \frac{N_c I_c}{2\delta} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100 \cdot 10}{2 \cdot 0.001} = 0.63\,\text{T}$$

$$\tau_p = \frac{d_{si}\pi}{2p} = \frac{0.3 \cdot \pi}{2} = 0.471\,\text{m}$$

$$\Phi = l_{Fe} \int_{x=0}^{\tau_p} B_\delta(x) \cdot dx = l_{Fe} \cdot \tau_p \cdot B_\delta = 0.4 \cdot 0.471 \cdot 0.63 = 0.1187\,\text{Wb}$$

c) Magnetische Spannung V(x) und Strombelag A(x): Die Feldkurve $B_\delta(x)$ der Luftspalt-Flussdichte (Abb. 2.2b) beschreibt wegen des konstanten μ_0 auch die Feldkurve der magnetischen Feldstärke $H_\delta(x)$. Wegen des konstanten Luftspalts δ gilt das auch für die Kurve des Produkts $\delta H_\delta(x)$. Da die Feldstärke H_{Fe} im Eisen wegen $\mu_{Fe} \to \infty$ Null ist, entspringen beim Nordpol die Feldlinien von H_δ an der Rotoroberfläche und enden an der

Statoroberfläche. Es wird gemäß Abschn. 1.3.5 die magnetische Spannung im Luftspalt V_δ definiert.

$$V_\delta = H_\delta \cdot \delta \tag{2.5}$$

$$B_\delta(x) = \mu_0 \frac{V_\delta(x)}{\delta} \tag{2.6}$$

Aufgrund der vernachlässigten Nutöffnungen springt die Kurve $V_\delta(x)$ an den Stellen x, wo die elektrische Nutdurchflutung Θ lokalisiert ist, um den Wert Θ (Abb. 2.2b). Dabei bedeuten die Symbole $\otimes$ eine in die Papierebene weisende Stromrichtung (Gefieder des Richtungspfeils, Θ negativ), während Symbole mit $\bullet$ die umgekehrte Richtung (Spitze des Richtungspfeils, Θ positiv) andeuten. Abb. 2.3 zeigt als Beispiel einen Ausschnitt für eine willkürliche Anordnung von Nutdurchflutungen längs des Luftspalts und die dazu ermittelte Kurve der magnetischen Spannung $V_\delta(x)$ bzw. der Flussdichte $B_\delta(x)$.

Fazit:
Bei $\mu_{Fe} \to \infty$ sind die Feldkurven $B_\delta(x)$ und die Kurve $V_\delta(x)$ identisch bis auf den Faktor μ_0/δ.

Da die Nutdurchflutungen jeweils punktweise konzentriert angenommen wurden, ergibt sich die Feldkurve in Treppenform als „Feldtreppe". Die Stromdichte in der jeweiligen Spule in der Nut ist dabei unendlich groß, und die Nut unendlich klein. Die Nutöffnungsbreite s_Q ist Null, da der Einfluss dieser Nutöffnung auf die Feldkurvenform vernachlässigt ist.

Die Durchflutung je Längeneinheit x am Umfang wird Strombelag $A(x)$ genannt. Im Fall einer konzentrierten Nutdurchflutung Θ am Ort x_0 ist der Strombelag A dort unendlich groß und Null sonst. Der Strombelag A (Einheit: A/m) ist somit eine Funktion der Umfangskoordinate x.

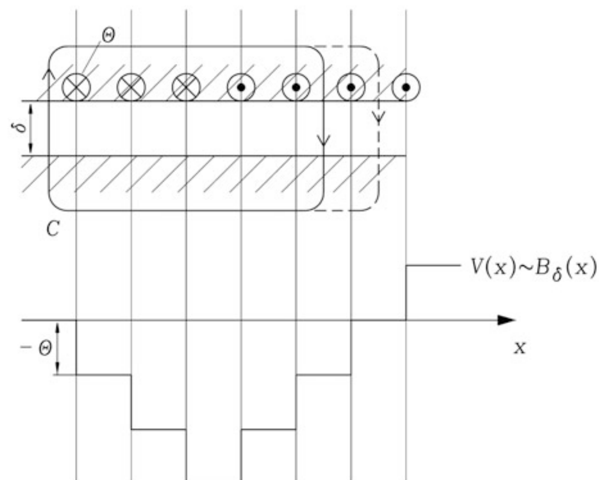


Abb. 2.3 Ermittlung der Feldkurve $B_\delta(x)$ aus der magnetischen Spannungskurve $V(x)$ bei vorgegebener Durchflutungsverteilung (Stator, Rotor und Luftspalt der Maschine in abgewickelter Form dargestellt)

$$A = \lim_{s_Q \to 0} \frac{\Theta}{s_Q} \text{ im Nutbereich, } A = 0 \text{ außerhalb des Nutbereichs} \tag{2.7}$$

Dies wird mathematisch für eine am Ort x_0 angeordnete Nutdurchflutung durch eine Dirac'sche Impulsfunktion $f(x\text{–}x_0) : f(0) \to \infty, f(x \neq x_0) = 0$ beschrieben, sodass die Nutdurchflutung aus dem Integral des Strombelags längs des Maschinenumfangs berechnet wird:

$$\Theta = \int_{\text{Umfang}} A(x) \cdot dx = \int_{\text{Umfang}} f(x - x_0) \cdot dx.$$

In Beispiel der Abb. 2.3 ist der Strombelag $A(x)$ eine äquidistante Folge von Dirac-Impulsfunktionen unterschiedlicher Polarität, aber gleicher Intensität Θ. Ihr unbestimmtes Intergral $V(x) = \int A(x) \cdot dx$ ergibt den in Abb. 2.3 dargestellten Treppenverlauf der magnetischen Spannung, da an jedem Ort x_0 einer Nutdurchflutung das Integral um den Wert $+\Theta$ bzw. $-\Theta$ „springt“. Die Integrationskonstante V_0 im unbestimmten Integral $V(x) = \int A(x) \cdot dx + V_0$ ist Null zu setzen: $V_0 = 0$. Im Falle $V_0 \neq 0$ würde im Luftspalt eine Unipolarflussdichte $B_0 = \mu_0 V_0/\delta$, also ein Feld, das im Luftspalt nur eine Polarität hat, auftreten. Dessen Feldlinien schließen sich nicht über den Luftspalt, sondern außerhalb, sodass eine dreidimensionale Feldverteilung vorliegt, die nicht von den Nutenleitern, sondern von einer zusätzlichen Erregung außerhalb des Luftspaltbereichs hervorgerufen wird (Schröder und Seinsch 1981). Solche Unipolarfelder werden in Unipolarmaschinen (Gleichpolmaschinen, vgl. Kap. 1: Faraday-Scheibe) eingesetzt, treten aber in den hier behandelten Heteropolarmaschinen (Wechselpolmaschinen) nicht auf, es sei denn als unerwünschter Parasitäreffekt in „Störfällen“. Da gemäß Abb. 2.2 eine Spule stets aus Hin- und Rückleitern besteht, ist in elektrischen Maschinen mit den hier dargestellten Wicklungsanordnungen die Summe aller Durchflutungen längs des Luftspaltumfangs Null, und damit auch das Integral über den Strombelag.

$$V(x) = \int A(x) \cdot dx, \quad A(x) = dV(x)/dx, \quad \int_0^{2p\tau_p} A(x) \cdot dx = 0 \tag{2.8}$$

Die Berechnung der Feldkurve B_δ lässt sich anstelle mit $V(x)$ direkt mit $A(x)$ formulieren.

$$B_\delta(x) = \mu_0 H_\delta(x) = (\mu_0/\delta) \cdot \int A(x) \cdot dx = (\mu_0/\delta) \cdot V(x) \tag{2.9}$$

Da kein Unipolarfluss auftritt, also (2.4) erfüllt ist, sind die positiven und negativen Flächen unterhalb der $V(x)$-Kurve gleich groß. Bei der grafischen Ermittlung von $V(x)$ z. B. in Abb. 2.3 ist somit darauf zu achten, dass die Abszisse x so gelegt, dass die Bedingung gleicher Flächen nach einer Periode von $V(x)$ erfüllt wird.

Das Modell des Strombelags $A(x)$ kann allgemein für jede beliebige Durchflutungsverteilung längs des Luftspaltsumfangs verwendet werden. Um z. B. eine sinusförmig

verteilte Grundwelle $B_\delta(x)$ (2.25) zu erregen, muss auch der sie erregende Strombelag sinusförmig verteilt sein.

Beispiel 2.2

Sechspoliger sinusförmig verteilter Strombelag: $A(x) = \hat{A} \cdot \sin(x \cdot \pi/\tau_p)$

a) $\int_0^{2p\tau_p} A(x) \cdot dx = -(\hat{A} \cdot \tau_p/\pi) \cdot \left[\cos(2p\pi) - \cos(0)\right] = 0$

b) Vom Strombelag erregtes Luftspaltfeld bei konstanter Luftspaltweite δ:

$$B_\delta(x) = (\mu_0/\delta) \cdot \int A(x) \cdot dx = -\frac{\mu_0 \cdot \hat{A} \cdot \tau_p}{\delta \cdot \pi} \cdot \cos\left(x \cdot \pi/\tau_p\right)$$

d) Magnetisches Feld von Spulengruppen: Im Allgemeinen sind die Windungen einer Wicklung pro Polpaar nicht in einer einzigen Spule in einem Nutpaar konzentriert, sondern auf mehrere in Serie geschaltete Spulen pro Polpaar verteilt, die „Spulengruppe". In Abb. 2.4 besteht die Spulengruppe aus zwei Spulen gleicher Weite; die Spulenweite W ist identisch mit der Polteilung τ_p. Die Spulen einer Spulengruppe sind im Abstand der Nutteilung τ_Q angeordnet. Bei mehr als zwei Polen können die Spulengruppen pro Polpaar in Serie oder parallel geschaltet werden. Die Durchflutung aller Spulen ist gleich und hat den Betrag Θ. Die von der in Abb. 2.4 dargestellten Folge von Spulengruppen erregte Feldtreppenkurve wird gemäß (2.8) ermittelt. Bei positiver Nutdurchflutung erfolgt ein positiver Θ-Sprung und bei negativer Nutdurchflutung ein negativer Θ-Sprung. Die Flächen unter der Feldkurve sind entgegengesetzt gleich groß, womit (2.4) erfüllt ist. Die

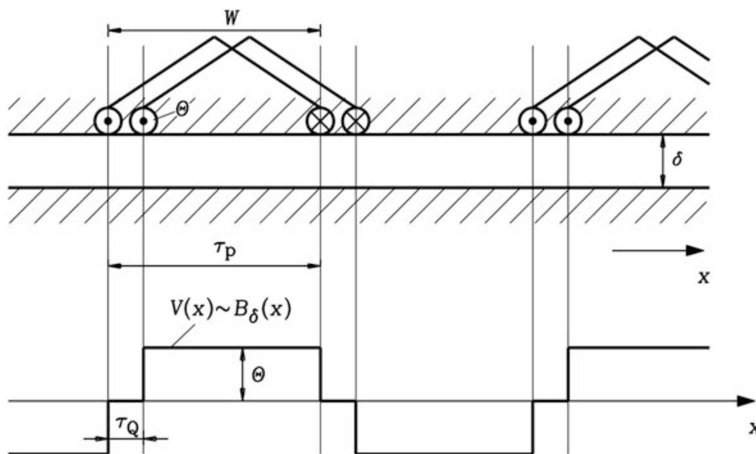


Abb. 2.4 Magnetische Spannung $V(x)$ und Luftspalt-Flussdichte $B_\delta(x)$ einer Folge von Spulengruppen

Feldkurve ist wie in Abb. 2.2 abszissensymmetrisch, d. h. die Kurvenverläufe oberhalb und unterhalb der Abszisse (x-Achse) liegen spiegelbildlich, wenn man z. B. die oberhalb liegenden Kurvenabschnitte um τ_p nach links oder rechts verschiebt. Somit sind die Nord- und Südpole gleichartig ausgeprägt. Elektrische Maschinen sind zumeist in dieser Weise konstruiert (Sequenz 1950), sodass (2.10) erfüllt ist.

$$B_\delta(x \pm \tau_p) = -B_\delta(x) \tag{2.10}$$

Fazit:
In Nuten verteilte Drehstromwicklungen können durch einen äquivalenten Strombelag mathematisch beschrieben werden. Dessen Integral ist die magnetische Spannung, deren Verteilung längs des Maschinenumfangs bei in unendlich schmalen Nuten konzentrierten Spulenströmen treppenförmig ist. Bei konstantem und gegenüber der Nutteilung kleinen Luftspalt sowie unendlich permeablem Eisen von Stator und Rotor ist auch die Feldkurve der Normalkomponente des Luftspaltfelds treppenförmig.

2.3 Erzeugung von magnetischen Drehfeldern

a) Magnetisches Wechselfeld: Wird die Spulengruppen-Anordnung in Abb. 2.4 nicht mit Gleichstrom I_c, sondern sinusförmigem Wechselstrom i_c mit der Amplitude $\hat{I}_c$, der Frequenz f bzw. Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ gespeist,

$$i_c(t) = \hat{I}_c \cos \omega t \tag{2.11}$$

so ändert sich gemäß (2.3) das Luftspaltfeld ebenfalls zeitlich sinusförmig. Dabei behält das Feld seine räumliche Form, also die Verteilung längs x bei. Die Größe des Felds am Ort x ändert sich kontinuierlich mit der Frequenz f zeitlich sinusförmig zwischen ihrem positiven und negativen Maximalwert.

$$B_\delta(x,t) = B_\delta(x) \cdot \cos \omega t \tag{2.12}$$

Aus einem stehenden, zeitlich unveränderlichen, „statischen“ Magnetfeld ist ein stehendes, zeitlich mit f pulsierendes Magnetfeld, das magnetische Wechselfeld, entstanden.

b) Magnetisches Drehfeld: Aus einer Kombination räumlich versetzter, zeitlich versetzt pulsierender Wechselfelder (2.12) kann ein Drehfeld entstehen. Es werden dazu in Abb. 2.4 weitere – räumlich versetzte – Spulen, die von zeitlich versetzten Wechselströmen gespeist werden, hinzu genommen. Abb. 2.4 ist so gezeichnet, dass zwischen die beiden Spulenseiten einer Spulengruppe jeweils zwei Spulenseiten zweier weiterer Spulengruppen hineinpassen, die ebenfalls äquidistant mit dem Spulenabstand gleich einer Nutteilung

angeordnet sind. Die ursprüngliche Spulengruppe und Fortsetzung am Maschinenumfang z. B. über eine Serienschaltung wird als „Strang U“ bezeichnet. Die beiden weiteren, versetzt angeordneten Wicklungsstränge heißen „Strang V“ und „Strang W“. Man erhält so eine dreisträngige verteilte Drehfeldwicklung mit der Strangzahl $m = 3$; prinzipiell sind auch andere Strangzahlen m möglich. Die räumlich positive Stromrichtung je Spulengruppe wird so gewählt, dass sie im Strang V gegenüber U um $2\,\tau_p/3$ versetzt ist, im Strang W um das Doppelte, also $4\,\tau_p/3$ (Abb. 2.5 oben). Die beiden Spulenseiten je Spulengruppe im Strang U mit positiver Stromrichtung werden mit „Zone +U“ bezeichnet, jene mit negativer Stromrichtung mit „Zone –U“. Analog ist die Bezeichnung für die Zonen von Strang

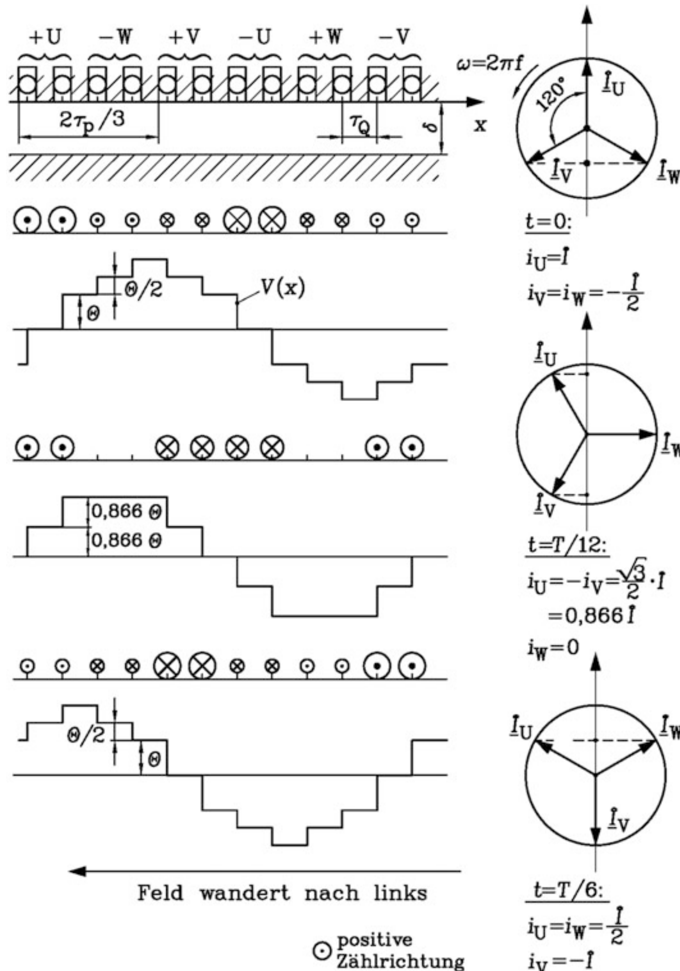


Abb. 2.5 Ein Wicklungssystem aus drei um je $2\,\tau_p/3$ versetzten Wicklungssträngen, gespeist mit um je $T/3$ phasenversetzten Wechselströmen, erzeugt ein magnetisches Wanderfeld (Linearmotor) oder Drehfeld (rotierende Drehfeldmaschine)

V und W. So entstehen je Polpaar $2\,\tau_{\mathrm{p}}$ am Maschinenumfang sechs Zonen mit der Bezeichnungsfolge +U, –W, +V, –U, +W, –V. Danach wiederholt sich diese Folge identisch, und zwar so oft, wie Polpaare am Umfang der Maschine vorgesehen sind. Im Beispiel von Abb. 2.4 sind je Zone zwei Spulenseiten, jede in einer Nut, angeordnet, sodass man zwei Nuten je Pol und Strang bzw. die „Lochzahl" $q = 2$ erhält. Allgemein sind natürlich auch andere Lochzahlwerte q ausführbar.

Wie bereits in Abschn. 1.3.10 ausgeführt, entsteht ein Drehfeld, wenn die räumlich am Umfang um je $2\,\tau_{\mathrm{p}}/3$ versetzt angeordneten Wicklungsstränge U, V, W mit zeitlich um jeweils $T/3$ phasenversetzten Wechselströmen $i_{\mathrm{U}}(t)$, $i_{\mathrm{V}}(t)$, $i_{\mathrm{W}}(t)$ gespeist werden, wobei $T = 1/f$ die Schwingungsperiode des Wechselstroms ist.

$$i_{\mathrm{U}}(t) = \hat{I}\cos(\omega t + \varphi) \tag{2.13}$$

$$i_{\mathrm{V}}(t) = \hat{I}\cos(\omega t + \frac{\omega T}{3} + \varphi) \tag{2.14}$$

$$i_{\mathrm{W}}(t) = \hat{I}\cos(\omega t + \frac{2\omega T}{3} + \varphi) \tag{2.15}$$

$$i(t) = Re\left\{\underline{I}\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\omega t}\right\} = Re\left\{I\cdot e^{j\varphi}\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\omega t}\right\} = \hat{I}\cos(\omega t + \varphi) \tag{2.16}$$

$$\underline{I} = I\cdot e^{j\varphi} \tag{2.17}$$

In Abb. 2.5 ist dies grafisch für verschiedene Zeitpunkte dargestellt. Dabei können die zu einem bestimmten Zeitpunkt t in den Wicklungssträngen fließenden Ströme $i(t)$ gemäß der komplexen Wechselstromrechnung (2.16) dadurch bestimmt werden, dass die Wechselstrom-Zeitverläufe (2.13) – (2.15) als mit der Winkelgeschwindigkeit ω kreisende Zeiger $\underline{I}$ (2.17) in der komplexen Zahlenebene aufgefasst werden. Deren Projektion auf die Realteilachse, in Abb. 2.5 ist das die Vertikalachse, ergibt nach Multiplikation mit $\sqrt{2}$ die Augenblickswerte $i(t)$. Wird der Phasenwinkel φ Null gesetzt, dann ist in Abb. 2.5 zum Zeitpunkt $t = 0$ der Strom im Strang U positiv maximal, daher im Strang V und W nur halb so groß und negativ. Die zugehörige Durchflutungsverteilung und die damit verbundene Feldkurve $B_{\delta}(x)$ bzw. die ihr proportionale Kurve der magnetischen Spannung $V_{\delta}(x)$ sind gemeinsam mit der augenblicklichen Lage der drei komplexen Strangstrom-Zeiger unterhalb des Nutenplans dargestellt. Wenig später – zum Zeitpunkt $t = T/12$ – ist der Strom im Strang U betragsmäßig gleich groß wie im Strang V, jedoch mit entgegen gesetzter Polarität, während im Strang W der Strom Null ist. Die zugehörige Feldkurve hat ihre Form verändert, und die Nord- und Südpole sind nach links um $2\,\tau_{\mathrm{p}}/12$ weiter gewandert. Zum Zeitpunkt $T/6$ tritt wieder die ursprüngliche Form der Feldkurve auf; diese ist um $2\,\tau_{\mathrm{p}}/6$ nach links verschoben. Nach einer vollen Schwingungsperiode T der drei Strangströme ist das Magnetfeld um zwei Polteilungen $2\,\tau_{\mathrm{p}}$ weiter gewandert. In einer linearen Ständer-Läufer-Anordnung wandert das Feld mit der synchronen Wellengeschwindigkeit v_{syn}

$$v_{syn} = \frac{2\tau_p}{T} = 2f\tau_p. \tag{2.18}$$

Linear sich bewegende Wanderfelder werden bei Linearmotoren eingesetzt, um den Läufer geradlinig zu bewegen.

Beispiel 2.3

Magnetschwebebahn Transrapid: Im Fahrweg ist eine dreisträngige Wanderfeldwicklung verlegt, die aus Umrichtern mit Wechselströmen mit Frequenzen bis zu ca. 270 Hz gespeist wird. Sie hat eine Polteilung von $\tau_p = 258$ mm und erregt ein Wanderfeld mit der Synchrongeschwindigkeit $v_{syn} = 2f\tau_p = 2 \cdot 270 \cdot 0.258 = 139.3$ m/s $= 501.6$ km/h. Da das Fahrzeug über Magnetkräfte von dem Wanderfeld synchron, d. h. gleich schnell mitgezogen wird, ist die Reisegeschwindigkeit 501.6 km/h. Über eine Änderung der Frequenz des speisenden Umrichters zwischen 0 … 270 Hz wird die Geschwindigkeit stufenlos verändert.

Im Fall der rotierenden elektrischen Maschine kann Abb. 2.5 als deren lineare Abwicklung aufgefasst werden. Dann ist v_{syn} die Umfangsgeschwindigkeit des Magnetfelds, bezogen auf die Statorbohrung. Dem entspricht die synchrone Winkelgeschwindigkeit ω_{syn} und die Synchrondrehzahl n_{syn}, mit der das Drehfeld rotiert.

$$\omega_{syn} = 2\pi \cdot n_{syn} = \frac{v_{syn}}{d_{si}/2} = \frac{v_{syn}}{p\tau_p/\pi} = \frac{2\pi f}{p} = \frac{\omega}{p} \tag{2.19}$$

$$n_{syn} = f/p \tag{2.20}$$

Beispiel 2.4

Einfluss der Polpaarzahl auf die Drehzahl des Drehfelds bei Speisung der Wicklungsstränge mit Wechselströmen mit der festen Frequenz $f = 50$ Hz:

- Zweipolige Maschine ($2p = 2$): Drehfeld dreht mit $n_{syn} = 50$ Hz $= 3000$/min
- Vierpolige Maschine ($2p = 4$): $n_{syn} = 25$ Hz $= 1500$/min
- Sechzigpoliger Wasserkraftgenerator ($2p = 60$): $n_{syn} = 100$/min

Beispiel 2.5

Einfluss der Speisefrequenz auf die Synchrondrehzahl:
Bei gegenüber Bsp. 2.4 um 20 % erhöhter Speisefrequenz 60 Hz dreht das Magnetfeld um 20% schneller.

- Zweipolige Maschine ($2p = 2$): Drehfeld dreht mit $n_{syn} = 60$ Hz $= 3600$/min
- Vierpolige Maschine ($2p = 4$): $n_{syn} = 30$ Hz $= 1800$/min
- Sechzigpoliger Wasserkraftgenerator ($2p = 60$): $n_{syn} = 120$/min
- Weitere Ergebnisse sind in Tab. 2.1 enthalten.

Tab. 2.1 Typische Synchrondrehzahlen am 50 Hz- und 60 Hz-Netz

	$2p$	[-]	2	4	6	8	10	12	14
$f = 50$ Hz	n_{syn}	[1/min]	3000	1500	1000	750	600	500	428.6
$f = 60$ Hz	n_{syn}	[1/min]	3600	1800	1200	900	720	600	514.2

In Abb. 2.5 kehrt sich die Wander- bzw. Drehrichtung des Feldes um, wenn der Strom in zwei Wicklungssträngen getauscht wird. Überzeugen Sie sich selbst davon mithilfe einer Konstruktion analog zu Abb. 2.5, indem Sie in Strang V den Strom i_W einprägen und in Strang W den Strom i_V.

Fazit:
Bei fest vorgegebener Speisefrequenz f ist die Synchrondrehzahl bei zweipoligen Wicklungen am höchsten. Sie sinkt mit steigender Polzahl. Eine Drehrichtungsumkehr des Drehfelds wird durch Tausch zweier Phasenanschlüsse bewirkt.

2.4 Ein- und Zweischichtwicklungen

a) Einschichtwicklungen: In Abb. 2.5 wurde eine dreisträngige Wicklung mit den Stränge U, V, W (Strangzahl $m = 3$) dargestellt. Es ist eine Sechszonenwicklung, da je Polpaar sechs Zonen, bestehend aus drei positiven Zonen +U, +V, +W und drei negativen Zonen –U, –V, –W, angeordnet sind. Dabei ist man zunächst frei, wie viele Spulen q je Spulengruppe, also je Zone angeordnet sind. Mit der Lochzahl q, der Polzahl $2p$ und der Strangzahl m wird die Gesamtnutzahl Q des Stators einer $2p$-poligen Maschine bestimmt.

$$Q = 2p \cdot m \cdot q \tag{2.21}$$

Da in den Abb. 2.5 und 2.6 in jeder Nut nur stets Windungen einer Spule liegen, nennt man diese Wicklung Einschichtwicklung. Nord- und Südpol des Magnetfelds werden mit einer Spulengruppe erregt, sodass für z. B. vier Pole nur zwei Spulengruppen pro Strang erforderlich sind. Die in Serie geschalteten Spulen je Spulengruppe können dabei gemäß Abb. 2.6 als Spulen gleicher Weite identisch ausgeführt sein, oder aber als konzentrische Spulen mit innen liegenden kürzeren und außen liegenden längeren Spulen, ohne dass dies etwas an der Durchflutungsverteilung ändert, wie Abb. 2.6 zeigt. Allerdings ergibt sich bei Spulen gleicher Weite in Einschichtwicklungen das Problem der Kreuzungspunkte der Spulen im Stirnbereich, das innerhalb einer Spulengruppe bei konzentrischen Spulen umgangen wird, weshalb diese bevorzugt bei Einschichtwicklungen eingesetzt werden.

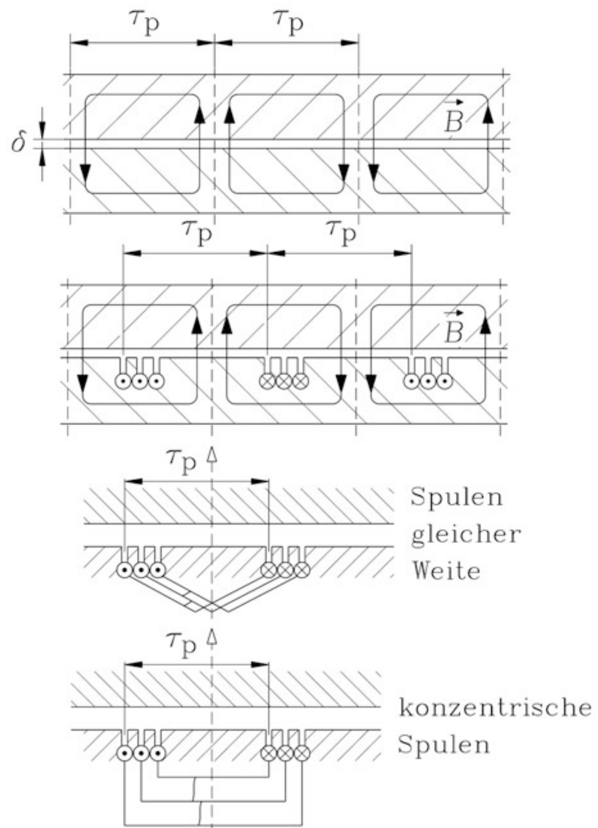


Abb. 2.6 Einschichtwicklung: Spulengruppe mit $q = 3$ Spulen, ausgeführt mit Spulen gleicher Weite $W = \tau_p$ bzw. konzentrische Spulen

Beispiel 2.6

Berechnen Sie die Nutzahl Q für eine dreisträngige, 12-polige Maschine mit $q = 3$ Spulen je Gruppe. Ein Polpaar ist in Abb. 2.6 dargestellt.

Lösung:
$Q = 2p \cdot m \cdot q = 12 \cdot 3 \cdot 3 = 108.$

Beispiel 2.7

Einschichtwicklung mit konzentrischen Spulen in abgewickelter Darstellung (Abb. 2.7) als Wicklungsschema: Vierpolige, dreisträngige Drehfeldwicklung $2p = 4$, $m = 3$, $q = 2$: Nutzahl $Q = 24$.

In der Ausführung mit konzentrischen Spulen haben je Spulengruppe die inneren Spulen eine Weite $W_1 = 5\tau_Q$ und die äußeren Spulen eine Weite $W_2 = 7\tau_Q$. Die mittlere Weite entspricht einer Polteilung:

$$W_{mit} = (W_1 + W_2)/2 = 6\tau_Q = \tau_p.$$

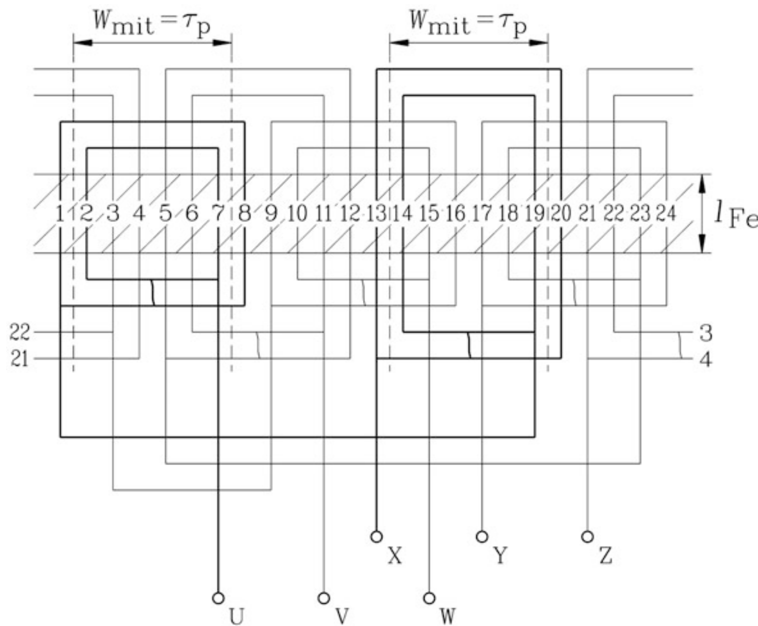


Abb. 2.7 Dreisträngige Einschichtwicklung mit konzentrischen Spulen ($2p = 4$, $m = 3$, $Q = 24$, $q = 2$) als Zwei-Etagen-Wicklung mit kurzen und langen Spulen (U, V, W: herausgeführte Wicklungsenden; X, Y, Z: Zur Verschaltung der Wicklung gegeneinander verfügbare Wicklungsanfänge)

Die Aufsicht auf die Wicklung in Abb. 2.7 zeigt das Problem bei Einschichtwicklungen: Im Wickelkopf, also an den Stirnseiten im Bereich außerhalb des Blechpakets, wo die Spulen sich kreuzen, ist kein Platz für die Kreuzungspunkte, da alle Spulen in der gleichen Ebene liegen. Daher müssen die Stirnverbindungen von einigen Spulen hoch gebogen werden. Bei Runddrahtwicklungen, wie sie für Niederspannungswicklungen, also mit Bemessungsspannungen unter 1000 V, häufig eingesetzt werden, ist dieses Biegen der Wickelköpfe möglich (Abb. 2.11a, b). Man kann dieses Biegen erleichtern, in dem man wie in Abb. 2.7 abwechselnd je eine Spulengruppe eines Stranges mit kürzeren bzw. längeren Stirnverbindungen ausführt. Die Spulen mit den längeren Wickelköpfen können leichter hoch gebogen werden. Es sind aber zumindest vier Pole (und ihre Vielfachen) erforderlich, um je Strang die gleiche Gesamtwindungslänge und damit denselben Strangwiderstand zu erhalten. Im seitlichen Schnitt durch den Wickelkopf liegen die Stirnverbinder der kurzen Spulen in der Nutebene und die Verbinder der hoch gebogenen Spulen darüber auf einer zweiten Ebene, weshalb diese Art von Wicklungsausführung auch Zwei-Ebenen- oder „Zwei-Etagen-Wicklung" genannt wird. Die Einschichtwicklungen werden bevorzugt bei kleinen Maschinen mit Runddrahtwicklung eingesetzt und werden häufig mit Wicklungsautomaten mit der Spuleneinziehtechnik bewickelt, wofür sich besonders die konzentrischen Spulen eignen. Die einzelnen Drähte einer Spule werden dabei in halbgeschlossene Nuten eingezogen. Die Nutöffnungsbreite s_Q ist dabei kleiner als die Nutbreite

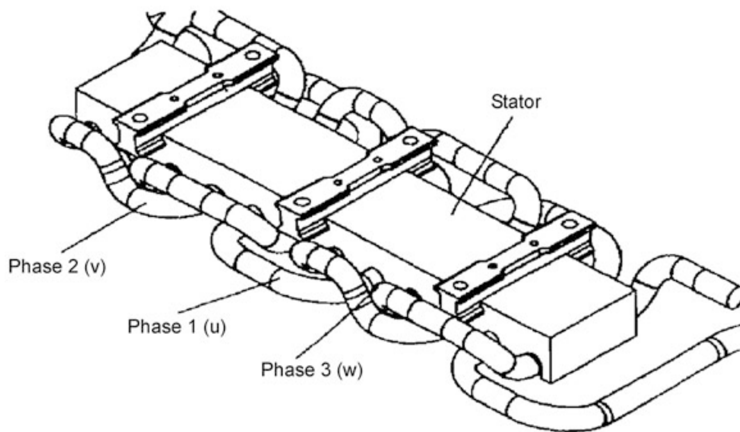


Abb. 2.8 Dreisträngige Einschicht-Wellenwicklung mit einer Spule je Pol und Strang, Transrapid-Magnetschwebe-Schnellbahn ($m = 3$, $q = 1$) (Quelle: Fürst 1993)

b_Q. Beim Einlegen der Spulen von Hand bei Maschinen mit größerer Bemessungsleistung werden ebenfalls die Drähte einzeln durch die schmalen Nutöffnungen „eingeträufelt“, weshalb die Runddrahtwicklungen in halbgeschlossenen Nuten auch Träufelwicklung heißen.

Die Spulenanordnung in Abb. 2.7 wird Schleifenwicklung genannt, da jede Spule mit ihren Windungen als „Schleife“ betrachtet werden kann. Bei der Wellenwicklung werden die beiden Spulenseiten einer Spule durch einen wellenartige Spulenform ausgeführt, was besonders bei Spulen mit nur einer Windung ($N_c = 1$) ausgeführt wird, um die Leitermasse im Stirnverbinderbereich zu minimieren. Bei hochpoligen Wasserkraft-Synchrongeneratoren (Abb. 2.11d), aber auch bei der Langstatorwicklung der Magnetschwebebahn Transrapid (Abb. 2.8) kommt eine Wellenwicklung zum Einsatz.

Beispiel 2.8

Drehstrom-Wellenwicklung des Transrapid-Linear-Langstators: $m = 3$, $q = 1$, $N_c = 1$. Es kommen Spule gleicher Weite für alle drei Stränge U, V, W zum Einsatz. Das Problem der Kreuzungspunkte im Stirnbereich wird wie folgt gelöst: Die Stirnverbindungen von Strang U liegen in der Nutebene, jene von Strang W sind hoch gebogen als 2. „Etage“, während jene von Strang V S-förmig gebogen sind.

b) Zweischichtwicklungen: Bei größeren Bemessungsleistungen der Drehfeldmaschinen ab typisch 500 kW bis 1 MW und vor allem bei Hochspannungswicklungen, also bei Bemessungsspannungen über 1 kV, werden Spulenleiter aus Profilkupfer mit Rechteck-Querschnitt verwendet. Diese werden in Zweischichtwicklungen als Spulen gleicher Weite eingesetzt. Wie Abb. 2.9 zeigt, kann die Durchflutungsverteilung von Abb. 2.6 mit z. B.

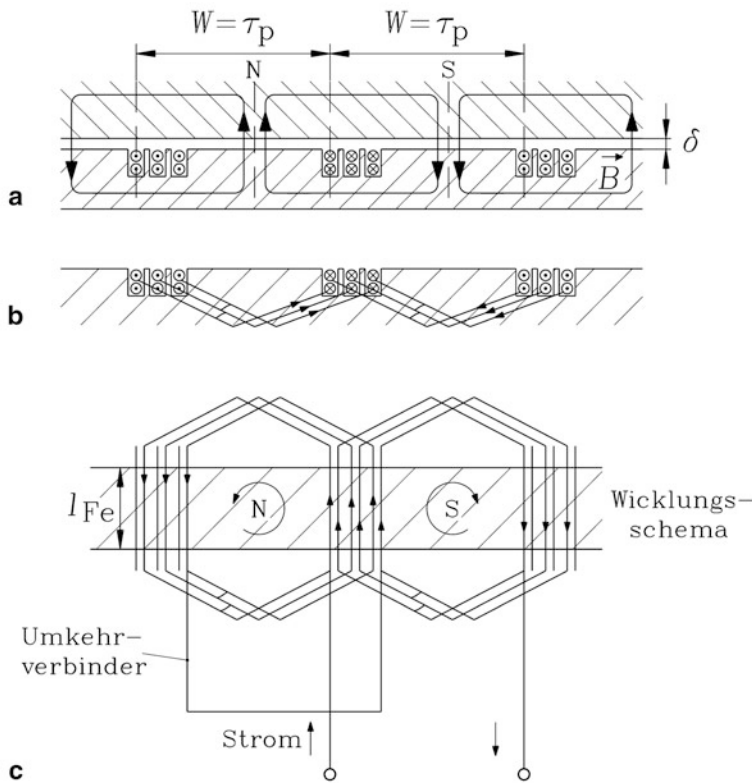


Abb. 2.9 Entstehung eines Wicklungsstrangs einer ungesehnten Zweischichtwicklung für $q = 3$ in den Schritten (**a**), (**b**), (**c**). Dargestellt sind bei (**c**) die beiden Spulengruppen eines Polpaars und der sie verbindende Umkehrverbinder

$q = 3$ Spulen je Gruppe auch so realisiert werden, dass je Nut zwei Spulenseiten übereinander liegen, die zu unterschiedlichen Spulen gehören. Beide zusammen bilden die Durchflutung Θ einer Nut. Nord- und Südpol eines Magnetpolpaars werden von zwei Spulengruppen erzeugt. Daher muss die Stromrichtung in der Spulengruppe im S-Pol-Bereich entgegengesetzt zu jener im N-Pol-Bereich sein, was durch den Umkehrverbinder im Stirnbereich (Abb. 2.9), der die Spulengruppe von Nord- und Südpol miteinander verbindet, verwirklicht wird. Für z. B. vier Pole sind somit vier Spulengruppen pro Strang erforderlich.

Durch die Ausführung in zwei Schichten vermeidet man die Kreuzungspunkte im Wickelkopf, da die Spulen stets von der oberen in die untere Ebene wechseln und sich im Wickelkopf berührungslos ineinander schmiegen (Abb. 2.11c). Sie müssen dazu im Wickelkopf speziell gebogen bzw. geformt werden und werden im Unterschied zu den Runddrahtspulen als Formspulen bezeichnet. Der Wickelkopf ist dadurch eine regelmäßige, ausgeglichene Anordnung von Stirnverbindungen, die von der Ober- in die Unterschicht wechseln (Abb. 2.10a und Abb. 2.11c). Die vorgefertigten

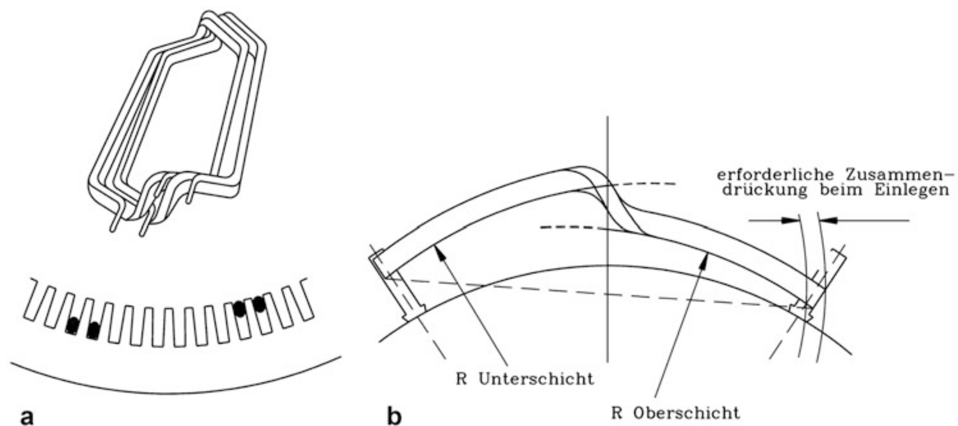


Abb. 2.10 Zweischichtwicklung: (**a**) Zwei Formspulen vor dem Einlegen in die Nuten des Blechpakets: Es gibt keine Kreuzungspunkte im Wickelkopf, (**b**) In die Nuten eingelegte Formspule (Quelle: Böning 1978)

Profilkupfer-Formspulen werden von Hand in die offenen Nuten eingelegt, sodass Nutöffnungsbreite s_Q und Nutbreite b_Q i. A. identisch sind (Abb. 2.10b). Die offenen Nuten werden danach durch Keile verschlossen. Besondere Bedeutung kommt dem Einlegen der letzten Spule zu, da deren Unterschicht-Spulenseite unter die Oberschicht-Spulenseite einer bereits eingelegten Spule gelegt werden muss. Bei einwindigen Spulen ($N_c = 1$), wie sie bei Großmaschinen häufig eingesetzt werden, ist es möglich, dass die Spulen geteilt werden und als zwei getrennte Spulenseiten, die „Stäbe", gefertigt werden. Bei der Herstellung der Wicklung werden zunächst alle Unterstäbe in die Nuten eingelegt, dann alle Oberstäbe. Sodann werden Ober- und Unterstäbe im Wickelkopfbereich zu den resultierenden Spulen verlötet (Abb. 2.11d) (Sequenz 1973).

c) Serien- und Parallelschaltung von Spulengruppen: Bei Zweischichtwicklungen existiert je Pol eine Spulengruppe je Strang, bei Einschichtwicklungen nur eine Spulengruppe je Polpaar und Strang. Wie erwähnt werden bei Zweischichtwicklungen durch die Verbindung des Anfangs der ersten Spulengruppe mit dem Anfang der zweiten Spulengruppe die Spulengruppen in Gegenreihe und nicht in Reihe geschaltet (Abb. 2.12a). In der ersten Spulengruppe wird die Spannung z. B. von einem N-Pol des Läufers induziert, und in der zweiten Gruppe daher von einem S-Pol des Läufers.

Sie haben folglich entgegengesetzte Polarität $U_1 = U$ und $U_2 = -U$. Daher ergibt sich für die resultierende induzierte Spannung je Polpaar durch die Gegenreihenschaltung $U_1 - U_2 = 2U$. In gleicher Weise können die Spannungen U_1 und $-U_2$ der beiden Spulengruppen parallel geschaltet werden (Abb. 2.12b). Die Spulengruppen werden somit zu Wicklungssträngen verschaltet, wobei Serien- und/oder Parallelschaltung der

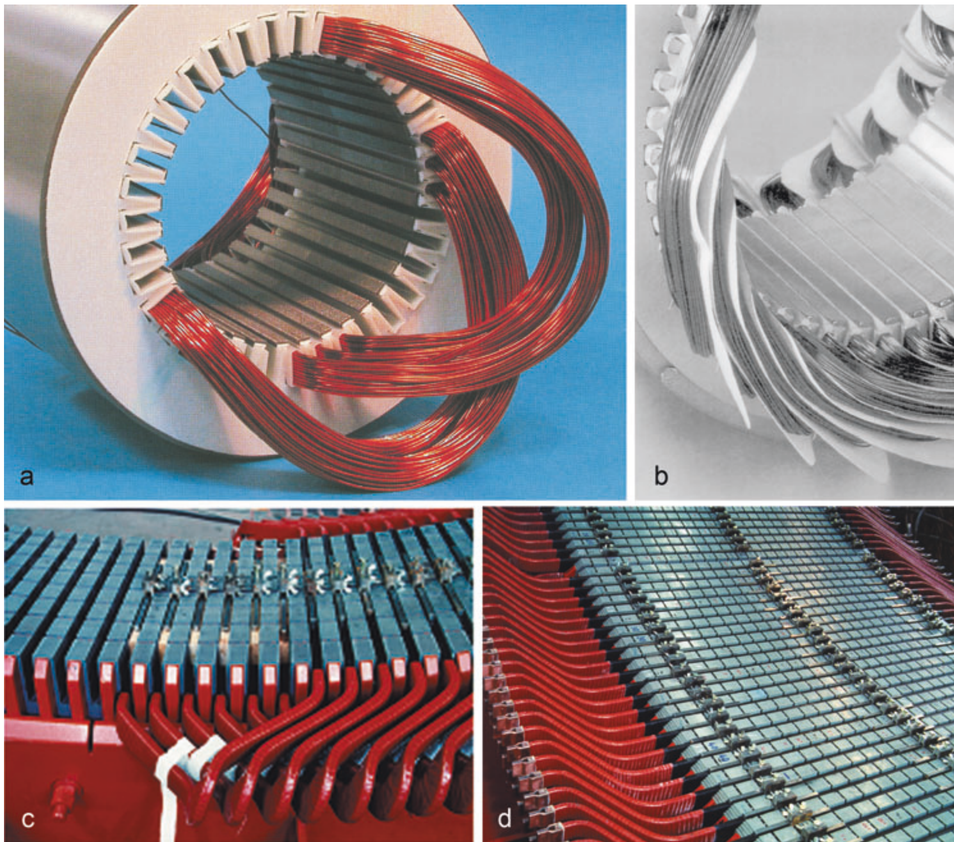


Abb. 2.11 Wicklungen während der Herstellung: (**a**) konzentrische Runddraht-Spulen, Niederspannungs-Einschichtwicklung, (**b**) Runddrahtspulen gleicher Weite, Niederspannungs-Zweischichtwicklung, mit Phasenisolationen im Wickelkopf, (Quelle: Fa. Krempel) (**c**) Hochspannungs-Formspulen beim Einlegen in die offenen Nuten des Blechpakets, (**d**) Stab-Wellen-Wicklung für Hochspannung mit den Lötschuhen an den Stabenden zum Verlöten von Ober- und Unterstab (Quelle: Fa. Andritz Hydro)

Spulengruppen möglich ist. Die Anzahl der parallelen Zweige je Strang wird bei Drehfeldwicklungen mit a bezeichnet. Bei Serienschaltung addieren sich die Spannungen der a Spulengruppen zur höheren, a-fachen Klemmenspannungen, bei Parallelschaltung aller Spulengruppen je Strang ist die Klemmenspannung gleich der Spulengruppenspannung, und es addieren sich die a Ströme der Spulengruppen in den Zuführungsleitungen zum a-fachen Strangstrom.

Durch eine Kombination von abschnittsweise in Serie oder parallel geschalteten Spulengruppen wird die jeweils geforderte Klemmenspannung grob eingestellt (Beispiel 2.9). Die Feinabstimmung geschieht durch die Wahl der Nutzahl und der Windungszahl je Spule (Heller und Klima 1970b)

Abb. 2.12 Ungesehnte Zweischichtwicklung $q = 3$: (**a**) Serienschaltung der Spulengruppen von N-Pol und S-Pol über den Umkehrverbinder, (**b**) Parallelschaltung der beiden Spulengruppen

Beispiel 2.9

Schaltungsvarianten eines Strangs einer achtpoligen Drehfeldwicklung:

(i) *Zweischichtwicklung:* Es sind 8 Spulengruppen zu je q Spulen pro Strang vorhanden. Schaltvarianten: $a = 1$: Serienschaltung aller 8 Spulengruppen
$a = 2$: 4 Spulengruppen in Serie, parallel mit dem zweiten Serienabschnitt
$a = 4$: 2 Spulengruppen in Serie, vier parallele Serienabschnitte
$a = 8$: Alle 8 Spulengruppen parallel geschaltet

(ii) *Einschichtwicklung:* Es sind 4 Spulengruppen zu je q Spulen pro Strang vorhanden. Schaltvarianten: $a = 1$: Serienschaltung aller 4 Spulengruppen
$a = 2$: 2 Spulengruppen in Serie, parallel mit dem zweiten Serienabschnitt
$a = 4$: Alle 4 Spulengruppen parallel geschaltet

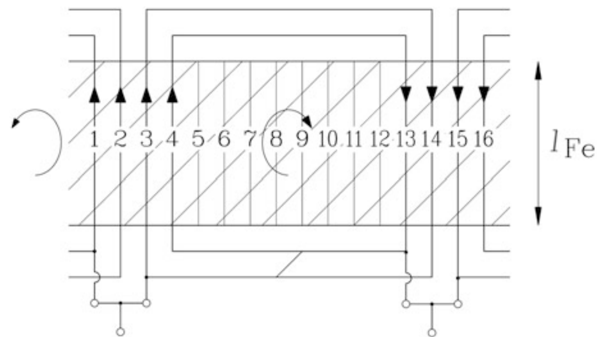
Beim Sonderfall einer geraden Lochzahl q kann auch bei der Einschichtwicklung die Schaltvariante $a = 8$ ausgeführt werden. Bei z. B. $q = 4$ werden je zwei konzentrische Spulen ausgeführt, die nebeneinander liegen (Abb. 2.13). In beide Halbgruppen wird dieselbe Spannung induziert, sodass sie parallel geschaltet werden können.

Die magnetisch wirksame Windungszahl je Strang N ergibt sich aus der Schaltungsart über die Windungszahl je Spule N_c und die Polzahl $2p$.

$$N = \frac{pqN_c}{a} \qquad \text{Einschichtwicklung} \tag{2.22}$$

$$N = \frac{2pqN_c}{a} \qquad \text{Zweischichtwicklung} \tag{2.23}$$

Abb. 2.13 Geteilter Wickelkopf bei der Einschichtwicklung mit konzentrischen Spulen und gerader Lochzahl q: Es können $q/2$ Spulen (hier: 2) als halbe Spulengruppe mit der zweiten halben Spulengruppe parallel geschaltet werden, da in beide dieselbe Spannung induziert wird



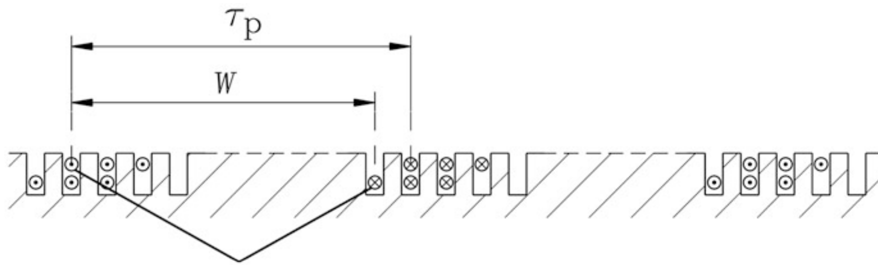


Abb. 2.14 Spulengruppe wie Abb. 2.9, jedoch Spulenweite W um eine Nutteilung verringert („gesehnte“ Spulen)

Beispiel 2.10

Berechnen Sie die Windungszahl je Strang für die vierpolige Drehfeldwicklung von Abb. 2.15: Lochzahl $q = 2$, elfwindige Spulen $N_c = 11$, Serienschaltung aller vier Spulengruppen: $a = 1$.

Lösung:
Windungszahl je Strang $N = 4 \cdot 2 \cdot 11/1 = 88$ Windungen.

d) Sehnung von Spulen: Die Zweischichtwicklung gestattet einen weiteren Freiheitsgrad bei der Wicklungsgestaltung, nämlich die gesehnte Spulenausführung. Abb. 2.14 zeigt, dass eine Verkürzung der Spulenweite W in ganzen Nutteilungseinheiten S möglich ist.

$$W = \tau_p \cdot \frac{m \cdot q - S}{m \cdot q} = \tau_p \cdot \frac{Y_Q}{m \cdot q} \tag{2.24}$$

Durch diese Sehnung wird die Kurvenform der „Feldtreppe“ besser an die erwünschte Sinusform angeglichen, wie der Vergleich von Abb. 2.1 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“, wo die Feldkurve zur Wicklung von Abb. 2.15 dargestellt ist, mit Abb. 2.5 zeigt. In beiden Abbildungen sind die

Abb. 2.15 Gesehnte Zweischichtwicklung $q = 2$, $W/\tau_p = 5/6$: Wicklungsschema einer vierpoligen Anordnung $2p = 4$, $m = 3$, $Q = 24$ in Serienschaltung $a = 1$. Strang U ist hervorgehoben mit Stranganfangsklemme U, Endklemme X, den beiden Umkehrverbindern zwischen N- und S-Polen und dem Serienverbinder zwischen den beiden Spulengruppen des ersten und des zweiten Polpaars. Die Oberschicht ist als volle Linie, die Unterschicht gestrichelt dargestellt

Felderregerkurven $V(x)$ einer dreisträngigen Wicklung mit $q = 2$ für den Zeitpunkt, wo ein Strangstrom Null und die anderen beiden Strangströme entgegengesetzt gleich groß sind, dargestellt. In Abb. 2.5 ist es eine Einschichtwicklung, die folglich ungesehnt ist, in Abb. 2.15 ist es eine gesehnte Zweischichtwicklung $W/\tau_p = 5/6$. Die Felderregerkurve von Abb. 2.1 hat mehr Stufen und nähert sich damit besser der Sinusform an. Sehnungen mit $W/\tau_p < 2/3$ werden zumeist nicht ausgeführt, da der von der Spule umfasste Fluss und damit die von ihm induzierte Spulenspannung zu klein werden.

Beispiel 2.11

Wicklungsschema einer gesehnten Zweischicht-Drehstromwicklung mit den Daten: Vierpolige Maschine $2p = 4$, $m = 3$, $Q = 24$, $q = 2$. Eine Sehnung ist möglich mit folgenden Schrittverkürzungen $S < m \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$: $S = 1, 2, 3, 4, 5$. Der Spulenschritt, der die Spulenweite W ergibt, ist folglich bei ungesehnten Spulen mit $S = 0$ von Nut 1 (Oberschicht) in Nut 7 (Unterschicht), von Nut 2 in Nut 8 usw.; der Spulenschritt beträgt – gezählt in Nutteilungen – $Y_Q = W/\tau_Q = 6$, was einer Polteilung entspricht. Bei einer Schrittverkürzung $S = 1$ erfolgt der Spulenschritt von Nut 1 in Nut 6, von Nut 2 in Nut 7 usw.; der Spulenschritt beträgt $Y_Q = W/\tau_Q = 5$. In Abb. 2.15 ist $S = 1$ und daher $W/\tau_p = 5/6$.

e) Stern- und Dreieckschaltung: Die Wicklungsenden der drei Stränge z. B. in Abb. 2.7 U und X, V und Y, W und Z sind zunächst offen und können je nach Bedarf

a) von drei getrennten Spannungsquellen in „offener“ Schaltung über die 6 Klemmen gespeist werden, oder
b) wesentlich häufiger in Dreieckschaltung oder Sternschaltung verschaltet werden, sodass sie über drei Klemmen gespeist werden. Das Schaltbild zur Stern- und Dreieckschaltung ist in Kap. 7 bei der Erläuterung des „Stern-Dreieck-Anlaufs“ angegeben.

Sternschaltung: Sternpunkt X-Y-Z verbunden, U, V, W werden an das Drehstromnetz angeschlossen

Dreieckschaltung: X-V, Y-W, Z-U werden verbunden und U, V, W an das Drehstromnetz angeschlossen.

f) Dreizonenwicklungen: Die bisher behandelten Sechszonenwicklungen der dreisträngigen Drehfeldwicklungen können sowohl bei Ein- als auch Zweischichtwicklungen ausgeführt werden. Sie erregen bei ganzzahligem q, den Ganzlochwicklungen, sowohl bei ungesehnten, als auch bei gesehnten Spulen stets abszissensymmetrische Feldverteilungen. Die Feldkurven von N-Pol und S-Pol sind spiegelbildlich. Dreizonenwicklungen sind bei Zweischichtwicklungen ausführbar. Hier folgen einander stets die Zonen +U, +V, +W der mit positivem Richtungssinn stromdurchflossenen Spulenseiten in der Oberschicht. Die Zonen –U, –V, –W der mit negativem Richtungssinn stromdurchflossenen Spulenseiten liegen in der Unterschicht. Bei gerader Lochzahl q sind die Feldkurven von N-Pol und S-Pol ebenfalls spiegelbildlich. Bei ungerader Lochzahl q tritt prinzipiell eine Sehnung der Spulen auf, da der Spulenschritt der ungesehnten Spule $m \cdot q/2 = 3q/2$ nicht ganzzahlig und damit nicht ausführbar ist. Weiter ist die erregte Feldkurve der Dreizonenwicklung mit ungeradem q nicht abszissensymmetrisch. Die Feldkurve von N-Pol und S-Pol ist nicht spiegelbildlich. Deshalb werden Dreizonenwicklungen selten ausgeführt, z. B. bei der polumschaltbaren Wicklung nach Dahlander (Kap. 7).

Beispiel 2.12

Felderregerkurven zweier dreisträngiger Zweischicht-Dreizonen-Wicklungen für $i_U = -i_W$, $i_V = 0$:

a) $q = 4$ (gerade Zahl), ungesehnte Spulen, Abb. 2.16a,
b) $q = 3$ (ungerade Zahl), gesehnte Spulen $W/\tau_p = 4/4.5 = 8/9$, Abb. 2.16b.

Die Felderregerkurve ist im Fall a) abszissensymmetrisch, im Fall b) nicht.

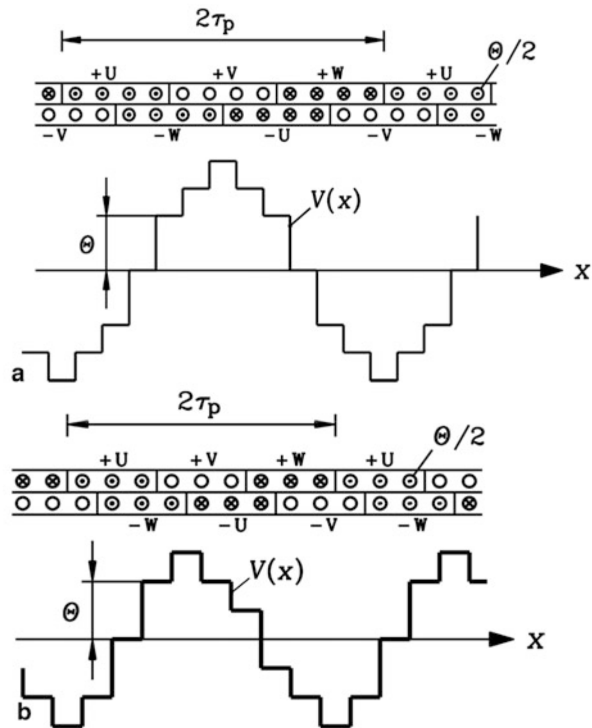


Abb. 2.16 Felderregerkurven zweier Zweischicht-Dreizonenwicklungen für $i_U = -i_W$, $i_V = 0$: (**a**) $q = 4$, $W/\tau_p = 1$, (**b**) $q = 3$, $W/\tau_p = 8/9$. Die Felderregerkurve ist bei (**b**) nicht abszissensymmetrisch

Fazit:
Verteilte dreisträngige Drehstromwicklungen werden als Ein- und Zweischichtwicklungen sowie als Drei- oder wesentlich häufiger als Sechszonenwicklungen ausgeführt. Ganzloch-Sechszonenwicklungen erregen Nord- und Südpol mit derselben Feldkurvenform des Luftspaltfelds. Das Wicklungsschema wiederholt sich nach einem Polpaar. Zweischichtwicklungen können mit gesehnten Spulen gleicher Weite ausgeführt werden, während Einschichtwicklungen zumeist konzentrisch gewickelte Spulen aufweisen.

2.5 Grundwellendrehfeld

Das Luftspaltfeld kann als magnetische Wanderwelle bzw. Drehwelle aufgefasst werden. Dazu eine grundsätzliche Vorbemerkung: Es besteht ein fundamentaler Unterschied zwischen Wellen und Schwingungen. Bei der periodischen Welle ändert sich deren Größe räumlich und zeitlich periodisch, bei einer Schwingung deren Elongation nur zeitlich periodisch. So stellt die Feldverteilung $B_\delta(x, t)$ im Luftspalt eine Welle dar, während der Wechselstrom je Strang $i(t)$ eine Schwingungsform ist.

Die treppenförmige Kurvenform der Wanderwelle $B_\delta(x, t)$ im Luftspalt ändert gemäß Abb. 2.5 beim „Wandern" $T/6$-periodisch ihre Form. Man ist nur an der der Feldtreppe

innewohnenden sinusförmigen Grundwelle interessiert. Diese Welle hat als Wellenlänge $2\,\tau_p$ und ändert beim Wandern ihre Form nicht, wie im Kap. 3 bewiesen wird. Sie ist für die Funktion der elektrischen Maschine, der elektromechanischen Energiewandlung, erforderlich. Sie wird aus $B_\delta(x,t)$ über eine Fourier-Reihenentwicklung ermittelt (Kap. 3).

a) Drehwellen, Wanderwellen: Die Grundwelle der Feldtreppe hat die mathematische Form

$$B_\delta(x,t) = \hat{B}_\delta \cdot \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - 2\pi f \cdot t\right). \tag{2.25}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Grundwelle eine Cosinus-Funktion mit dem Maximum bei $x = 0$ (Abb. 2.17a).

$$B_\delta(x,0) = \hat{B}_\delta \cdot \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p}\right) \tag{2.26}$$

Nach der Zeit $t = T/4$ (mit $T = 1/f$) ist sie eine Sinusfunktion mit dem Maximum bei $x = \tau_p/2$.

$$B_\delta(x,T/4) = \hat{B}_\delta \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - \frac{\pi}{2}\right) = \hat{B}_\delta \sin\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p}\right) \tag{2.27}$$

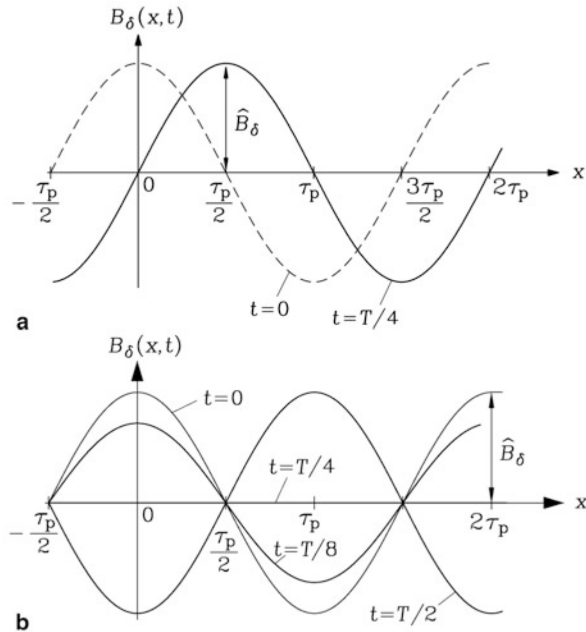


Abb. 2.17 Feldwellen im Luftspalt: (**a**) Feld-Grundwelle der Feldverteilung aus Abb. 2.5 als Wanderwelle, (**b**) Stehende Welle als Grundwelle der Feldverteilung eines Wicklungs-Strangs Abb. 2.4

Die Welle ist um die Strecke $\tau_p/2$ weiter gewandert. Die Umfangs-Geschwindigkeit v_{syn} der Drehwelle (oder beim Linearmotor in linearer „Abwicklung" der gekrümmten Geometrie die Geschwindigkeit v der Wanderwelle) berechnen wir, in dem wir uns gedanklich mit dem Maximum der Welle mitbewegen. Das Maximum tritt bei $x\pi/\tau_p - 2\pi ft = 0$ auf, sodass für Orte x, wo das Maximum zur Zeit t sich befindet, gilt:

$$x = 2\pi ft \cdot (\tau_p/\pi) \tag{2.28}$$

Die Änderung des Ortes mit der Zeit ist die Geschwindigkeit der Welle.

$$v_{syn} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left((2\pi ft) \cdot \frac{\tau_p}{\pi}\right) = 2f\tau_p \tag{2.29}$$

Dieses Ergebnis wurde bereits in Abb. 2.5 auf grafischem Weg (2.19) hergeleitet. Eine in die entgegengesetzte Richtung laufende Welle als „Gegenläufiges Drehfeld" (2.30) hat die Synchrongeschwindigkeit $v_{syn} = -2f\tau_p$.

$$B_\delta(x,t) = \hat{B}_\delta \cdot \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} + 2\pi f \cdot t\right) \tag{2.30}$$

Bei $f = 50\,\text{Hz}$ ist die Synchrongeschwindigkeit v_{syn} als Zahlenwert in m/s genauso groß wie die Polteilung in cm.

$$f = 50\text{Hz}: \quad v_{syn}^{[m/s]} = \tau_p^{[cm]} \tag{2.31}$$

Beispiel 2.13

Synchronmaschine: Zweipoliger Turbogenerator ($2p = 2$) mit einer Bemessungsscheinleistung von 900 MVA in einem thermischen Kraftwerk:

Synchrondrehzahl $n_{syn} = 3000/\text{min}$, Bohrungsdurchmesser $d_{si} = 1.2$ m, Polteilung $\tau_p = 1.2\pi/2 = 1.88\,\text{m} = 188\,\text{cm}$, Synchrongeschwindigkeit $v_{syn} = 188\,\text{m/s} = 676\,\text{km/h}$. Dies ist die Umfangsgeschwindigkeit des Läufers, der synchron mit der Drehwelle läuft. Sie ist sehr hoch und führt zu einer hohen Fliehkraftbelastung des Läufers.

b) Stehende Wellen: Die Feldverteilung eines Strangs wandert gemäß Abschn. 2.3 nicht bei Wechselstromspeisung, sondern „steht" räumlich fest, pulsiert aber zeitlich mit der Frequenz f. Deren Fourier-Grundwelle ist eine stehende, pulsierende Welle (Abb. 2.17b).

$$B_\delta(x,t) = \hat{B}_\delta \cdot \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p}\right) \cdot \cos(2\pi f \cdot t) \tag{2.32}$$

Sie ändert die Lage ihrer Schwingungsknoten (Nullstellen) und Schwingungsbäuche (Maxima) nicht, wohl aber pulsiert die Amplitude. Zur Zeit $t = 0$ hat das Maximum bei $x = 0$ den Wert $\hat{B}_\delta$, bei $t = T/8$ nur noch $\hat{B}_\delta/\sqrt{2}$, bei $t = T/4$ den Wert Null, bei $t = T/2$ den Wert $-\hat{B}_\delta$ usw.

c) Entstehung der Drehwelle aus drei stehenden, phasenversetzten Wellen: Die in Abschn. 2.3 dargestellten stehenden, pulsierenden Wechselfelder, die von einem Wicklungsstrang bei Wechselspeisung erregt werden, sind räumlich treppenförmig. Die ihnen innewohnenden Grundwellen sind stehende, pulsierende Wellen gemäß (2.32). Wir betrachten die stehenden, pulsierenden Grundwellen der magnetischen Spannungsverteilung V der drei Stränge U, V, W im Luftspalt und verwenden dabei den „elektrischen" Umfangswinkel $\gamma = x \cdot \pi / \tau_p$, der je Polpaar zwischen 0 und 2π variiert. Durch den räumlichen Versatz der Wicklungsstränge V und W gegenüber U um $2\,\tau_p/3$ und $4\,\tau_p/3$ erregen diese beiden Stränge je ein magnetisches Wechselfeld, deren Grundwellenmaximum um $\gamma = 2\pi/3$ bzw. $\gamma = 4\pi/3$ gegenüber der Lage des Grundwellenmaximums von Strang U (2.33) $\gamma = 0$ verschoben ist. Sie werden mit Sinusströmen i_V und i_W gespeist, die gegenüber Strangstrom i_U um die Phasenwinkel $2\pi/3$ bzw. $4\,\pi/3$ phasenverschoben sind, was zu den Grundwellendarstellungen (2.34) und (2.35) führt.

$$V_U(\gamma, t) = \hat{V}_{strang} \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\omega t) \tag{2.33}$$

$$V_V(\gamma, t) = \hat{V}_{strang} \cdot \cos(\gamma - 2\pi/3) \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) \tag{2.34}$$

$$V_W(\gamma, t) = \hat{V}_{strang} \cdot \cos(\gamma - 4\pi/3) \cdot \cos(\omega t - 4\pi/3) \tag{2.35}$$

Die stehenden, pulsierenden Wellen (2.33) – (2.35) werden mit dem trigonometrischen Summensatz (2.36) in mit- und gegenläufige Drehwellen zerlegt.

$$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \tag{2.36}$$

$$V_U(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma + \omega t) + \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \omega t) \tag{2.37}$$

$$V_V(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3} + \omega t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3} - \omega t + \frac{2\pi}{3}) \tag{2.38}$$

$$V_W(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3} + \omega t - \frac{4\pi}{3}) + \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3} - \omega t + \frac{4\pi}{3}) \tag{2.39}$$

Alle über dem Umfang verteilten Strangdurchflutungen überlagern sich an jedem Ort des Umfangs zu einer resultieren lokalen Durchflutung. Diese Summenbildung von $V(\gamma, t) = V_U(\gamma, t) + V_V(\gamma, t) + V_W(\gamma, t)$ ergibt eine Drehwelle, wie nun gezeigt wird.

$$V_U(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma + \omega t) + \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \omega t)$$

$$V_V(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma + \omega t - \frac{4\pi}{3}) + \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \omega t)$$

$$V_W(\gamma, t) = \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma + \omega t - \frac{8\pi}{3}) + \frac{\hat{V}_{strang}}{2} \cos(\gamma - \omega t)$$

Wegen der für beliebige Werte λ gültigen Beziehung (2.40) folgt, dass sich die jeweils drei ersten Summanden, also die gegenläufigen Teildrehwellen, bei der Summenbildung auslöschen.

$$\cos(\lambda) + \cos(\lambda - 4\pi/3) + \cos(\lambda - 8\pi/3) = 0 \tag{2.40}$$

Die drei zweiten Summanden, also die mitlaufenden Teilwellen, addieren sich gleichphasig zu einem resultierenden Drehfeld mit der 1.5-fachen Amplitude gegenüber den stehenden Wechselfeldern je Strang.

$$V(\gamma, t) = \frac{3}{2}\hat{V}_{\text{strang}} \cos(\gamma - \omega t) \tag{2.41}$$

Daraus folgt für unendlich permeables Eisen, konstanten Luftspalt und vernachlässigbar kleine Nutschlitze mit $B_\delta = \mu_0 V/\delta$ die in (2.25) angegebene Drehwelle des Grundfelds. Damit ist gezeigt, dass die hier vorgestellten dreisträngigen $2p$-poligen symmetrischen Wicklungsanordnungen bei Speisung mit einem symmetrischen Drehstromsystem der Frequenz f eine Felddrehwelle mit der Drehzahl $n_{\text{syn}} = f/p$ erregen, deren Amplitude das 3/2-fache der Amplitude der stehenden Feldwelle eines Strangs ist.

Beachten Sie, dass in Abb. 2.5 die Phasenfolge der Ströme U, W, V ist, und damit eine Vertauschung von V mit W gegenüber (2.33) bis (2.35) erfolgte. Für diese Phasenfolge ergibt die Rechnung in (2.41) eine Welle mit entgegen gesetzter Drehrichtung $\cos(\gamma + \omega t)$. Die Strangzahl $m = 3$ kann durch eine andere Strangzahl, z. B. $m = 5$ bei einer fünfsträngigen Maschine, ersetzt werden, wenn die m Wicklungsstränge des Drehstromsystems mit m, z. B. fünf, Strömen mit dem Effektivwert I_s gespeist werden, die um den Phasenwinkel $2\pi/m$ (z. B. $2\pi/5$) phasenversetzt sind. Dies gilt für ungerade Strangzahlen m, während für gerade Strangzahlen π/m gilt (Abschn. 2.6). Der Wicklungsfaktor der Ständerwicklung k_{ws} für die Grundwelle berücksichtigt, dass die Wicklung verteilt entlang des Maschinenumfangs angeordnet und gesehnt ist und beträgt etwa 0.9 … 0.95. Die Herleitung der Beziehung (2.42) für die sich daraus ergebende Amplitude der Felddrehwelle erfolgt im Kap. 3.

$$\hat{B}_\delta = B_{\delta 1} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m}{p} \cdot N_s \cdot k_{\text{ws}} \cdot I_s \tag{2.42}$$

d) Beschreibung der Drehwelle durch einen Raumzeiger: Abb. 2.18 zeigt das numerisch berechnete Magnetfeld einer zweipoligen dreisträngigen Einschicht-Drehfeldwicklung im Ständer mit $q = 3$ Nuten je Pol und Strang für den Zeitpunkt, wo $i_U = -i_W$ und $i_V = 0$ ist (zu Methoden der numerischen Feldberechnung in elektrischen Maschinen siehe z. B. Salon 1995). Die räumlich konstant angenommene Permeabilität des Eisens im Ständer und Läufer ist deutlich größer als die Permeabilität μ_0 im Luftspalt. Die Anzahl der Feldlinien je Längeneinheit am Umfang x des Luftspalts repräsentiert die Flussdichte $B_\delta(x)$. Der genutete Läufer ist stromlos. Das Luftspaltfeld besteht hauptsächlich aus einer radialen Komponente, da das Drehmoment auf den Läufer Null ist.

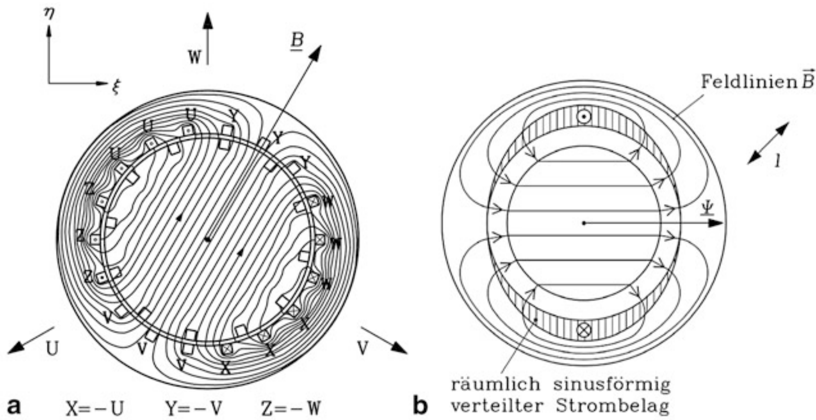


Abb. 2.18 Magnetische Flussdichte einer zweipoligen Drehfeldwicklung und der zugehörige Raumzeiger der Grundwelle. Der Läufer ist stromlos: (**a**) Numerisch berechnetes Ständerfeld einer Einschichtwicklung ($m = 3$, $q = 3$) für den Zeitpunkt, wo $i_U = -i_W$ und $i_V = 0$ ist. Der Raumzeiger der Grundwelle $\underline{B}$ ist eingetragen. (**b**) Schematische Darstellung der Grundwelle des Ständermagnetfelds. Die axiale Länge der Maschine ist $l_{Fe} = l$

Die Flussdichteverteilung $B_\delta(x)$ weicht infolge der in den Ständernuten konzentrierten und durch die Zonen U, –W, V, –U, W, –V verteilten Spulenströme von der Sinusverteilung ab. Hinzu kommen zusätzliche Einsenkungen der Feldverteilungen im Luftspalt über den Nutöffnungen von Ständer- und Läufernuten. Trotzdem ist die Feldverteilung $B_\delta(x)$ – abgesehen von diesen Abweichungen – annährend sinusförmig. Deshalb ist das Feld im Läufer homogen, wie Abb. 2.18b zeigt. Die Grundwelle des Felds wird durch die Grundwelle der Verteilung des Strombelags erregt. Die Maxima des Sinus-Strombelags liegen dort, wo die Flussdichteverteilung im Luftspalt Null ist, und seine Minima dort, wo die Maxima der Flussdichteverteilung liegen. Wenn also die Grundwelle der Flussdichteverteilung durch eine Cosinus-Funktion in Abhängigkeit von γ beschrieben wird, so wird die Grundwelle des Strombelags durch eine Sinus-Funktion beschrieben.

Die Grundwellen-Luftspaltflussdichte wird ersatzweise durch einen Raumzeiger $\underline{B}$ der Flussdichte oder der ihr zugeordneten Flussverkettung

$$\underline{\Psi} = N_s k_{ws} \frac{2}{\pi} \tau_p l_{Fe} \hat{B}_\delta$$

dargestellt (Abb. 2.19). Seine Amplitude ist proportional zur Feldamplitude der Radialkomponente von $\vec{B}$. Der Raumzeiger ist in der Achse der beiden Maxima der Sinusgrundwelle orientiert und zeigt in die Richtung des N-Pols.

Dieser Raumzeiger hat die Eigenschaften eines Vektors, repräsentiert aber nur die Eigenschaften des Grundwellenfelds im Luftspalt. Dieser Zeiger ist nicht zu verwechseln

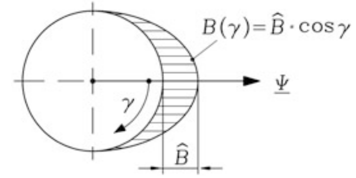


Abb. 2.19 Die Luftspaltflussdichte der Grundwelle ist sinusförmig am Umfang verteilt und kann ersatzweise durch einen „Raumzeiger" $\underline{B}$ oder $\underline{\Psi}$ dargestellt werden

mit dem Vektor $\vec{B}$ der lokalen Feldgröße B in der Querschnittsebene der Maschine (kartesische Koordinaten ξ, η), der bei der numerischen Feldberechnung (Abb. 2.18a) ermittelt wird. Dieser Feldvektor hat zwei Komponenten $\vec{B} = (B_\xi(\xi,\eta), B_\eta(\xi,\eta))$. Die Verteilung der Feldvektoren liegt tangential an die Feldlinien in Abb. 2.18a; die Länge der Feldvektoren ist proportional zur Dichte der Feldlinien. Zur Vermeidung von Verwechslungen mit diesem Vektorfeld wird der Raumzeiger oft als komplexer Zeiger $\underline{B}$ mit den Komponenten „Realteil" und „Imaginärteil" in einem komplexen kartesischen Koordinatensystem der Querschnittsebene der Maschine beschrieben (siehe Kap. 14). Wenn das Drehfeld mit Synchrondrehzahl rotiert, dann rotiert auch der Raumzeiger mit gleicher Winkelgeschwindigkeit. Seine Spitze beschreibt dabei eine Kreisbahn, weshalb man das Drehfeld auch „Kreisdrehfeld" nennt.

Beispiel 2.14

Berechnung der Feldverteilung im Läufer (Radius r_r, Länge l_Fe) einer zweipoligen Drehfeldmaschine bei Sinusverteilung des Felds im Luftspalt:

Lösung:
Wir nehmen an, dass das Läuferfeld B_r gemäß Abb. 2.18b homogen ist und in Richtung des Luftspaltfeldmaximums ($\gamma = 0$) ausgerichtet ist. Wir beweisen diese Behauptung. Das Luftspaltfeld (Radialkomponente) ist sinusförmig verteilt: $B_\delta(\gamma) = \hat{B}_\delta \cdot \cos\gamma$. Der beim Umfangswinkel γ auftretende Winkelzuwachs $\mathrm{d}\gamma$ umfasst über dem Bogenausschnitt des Läuferumfangs $r_\mathrm{r}\cdot\mathrm{d}\gamma$ den Luftspaltfluss $B_\delta(\gamma)\cdot r_\mathrm{r}\cdot d\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}$. Die infinitesimal kleine Fläche $r_\mathrm{r}\cdot\mathrm{d}\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}$ ist gegen die Richtung des angenommenen Homogenfelds ($\gamma = 0$) um den Winkel γ geneigt. Durch die projizierte Fläche normal zum Homogenfeld $r_\mathrm{r}\cdot\mathrm{d}\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}\cdot\cos\gamma$ tritt im Läufer der Fluss $B_\mathrm{r}\cdot r_\mathrm{r}\cdot\mathrm{d}\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}\cdot\cos\gamma$, der auf Grund der Flusskonstanz zwischen Feldlinien gleich dem Luftspaltfluss $B_\delta(\gamma)\cdot r_\mathrm{r}\cdot d\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}$ sein muss.

$$B_\mathrm{r}\cdot r_\mathrm{r}\cdot\mathrm{d}\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}\cdot\cos\gamma = B_\delta(\gamma)\cdot r_\mathrm{r}\cdot d\gamma\cdot l_\mathrm{Fe}$$
$$B_\mathrm{r}\cdot\cos\gamma = B_\delta(\gamma) = \hat{B}_\delta\cdot\cos\gamma \Rightarrow B_\mathrm{r} = \hat{B}_\delta$$

Damit ist gezeigt, dass der Betrag des Feldvektors im Läufer unabhängig vom Ort im Läufer konstant ist. Das Läuferfeld ist somit homogen, seine Amplitude ist gleich der Amplitude des sinusverteilten Luftspaltfelds. Das Homogenfeld ist in Richtung $\gamma = 0$ orientiert (siehe auch Kap. 1, Abb. 1.25).

Fazit:
Die Verteilung der magnetischen Spannung eines Strangs am Maschinenumfang als Strang-Felderregerkurve pulsiert bei Wechselstromspeisung mit der Speisefrequenz. Sie enthält eine stehende, pulsierende Sinusgrundwelle. Durch die Summenwirkung aller drei Stränge entsteht eine mit Synchrondrehzahl drehende Grundwelle mit konstanter 1.5-facher Amplitude. Jede Grundwelle kann durch einen Raumzeiger dargestellt werden.

2.6 Wahl der Wicklungsstrangzahl

Das Drehfeld in Abb. 2.5 kann anstatt mit $m = 3$ um $T/3$ ($\omega T/3 = 120°$) zeitlich phasenversetzten Sinus-Wechselströmen in drei um räumlich $2\,\tau_p/3$ versetzten Spulengruppen auch allgemein mit m Wechselströmen eines m-Phasensystems erzeugt werden. Es sind drei Fälle zu unterscheiden, ungerade und gerade Strangzahlen $m > 1$ und der Sonderfall $m = 1$.

a) Strangzahl $m > 1$ ist ungerade: Die m Strangströme müssen zeitlich um T/m phasenverschoben sein und in m um $2\,\tau_p/m$ räumlich versetzten Wicklungssträngen fließen. Der Sonderfall $m = 3$ hat sich aus ökonomischen Gründen im Starkstrombereich durchgesetzt, da damit bei der Übertragung des Stroms auf Fernleitungen die minimale Anzahl von Stromleitungen, nämlich 3, verwendet werden kann.

b) Strangzahl $m > 1$ ist gerade: Die m Strangströme müssen zeitlich um $T/(2m)$ phasenverschoben sein und in m um τ_p/m räumlich versetzten Wicklungssträngen fließen. Würde wie bei ungeradem m die Phasenverschiebung T/m gewählt, so erhielte man z. B. bei $m = 2$ zwischen den beiden Strangströmen i_a und i_b die Phasenverschiebung 180°, also $i_a = -i_b$. Das wirkt wie eine einphasige Speisung und führt zu einem pulsierenden Wechselfeld. Es muss daher in diesem Fall die Phasenverschiebung 90° gewählt werden. Für die Stromfernübertragung benötigt man dazu drei Leiter, nämlich die beiden Leiter a und b und den gemeinsamen Rückleiter.

c) Strangzahl $m = 1$: Der Sonderfall $m = 1$ benötigt zwei Leitungen zur Fernübertragung elektrischer Leistung, erzeugt aber kein Drehfeld, sondern ein stehendes Wechselfeld. Einsträngig sind die Einphasen-Synchrongeneratoren für das einphasige Bahnnetz (z. B. 15 kV, 16.7 Hz in Deutschland, Österreich, Schweiz, Norwegen) ausgeführt, ebenso kleine Synchronuhrenantriebe als Minimotoren. Das stehende pulsierende Wechselfeld kann – wie in Abschn. 2.5 erläutert – in zwei gegenläufig rotierende Drehfelder halber Amplitude mit den Drehzahlen n_{syn} und $-n_{syn}$ zerlegt gedacht werden. Der mit Gleichstrom erregte Läufer bildet mit dem in die gleiche Richtung drehenden Drehfeld („mitlaufendes Drehfeld“) ein konstantes Drehmoment, sei es antreibend im Motor- oder bremsend

im Generatorbetrieb, während das andere gegenläufige Feld („Inversfeld") bezüglich des Läufers die Relativgeschwindigkeit $-2n_{syn}$ hat und deshalb mit ihm ein mit doppelter Ständerfrequenz $2f_s$ pulsierendes Drehmoment erzeugt. Daraus ergibt sich die in Kap. 1 beschriebene Einphasen-Leistung als mit doppelter Ständerfrequenz um den Mittelwert pulsierend. Der Mittelwert entspricht der Leistung aus dem „mitlaufenden Feld" und der pulsierende Anteil der Wechselleistung aus dem Inversfeld in Wechselwirkung mit dem Läufer. Da sich das Drehmoment gemäß „Actio est reactio" über den Ständer im Fundament abstützt, wird dieses durch die Momentpulsation zu Schwingungen mit doppelter Ständerfrequenz angeregt (z. B. Bahnnetz: $2f_s = 2 \cdot 16.7 = 33.4$ Hz). Um diese Fundamentschwingungen zu verringern, werden Einphasen-Bahngeneratoren auf Federpakete gestellt, deren Eigenfrequenz mit der Generatormasse deutlich unterhalb von $2f_s$ liegt. Damit wird die Kraftamplitude der Schwingung stark abgemindert auf das Fundament übertragen. Die Federpakte nehmen die Schwingungsenergie auf. Weiter hilft ein im Läufer angeordneter Kurzschlusskäfig, der Dämpferkäfig, durch das Eigenfeld der in ihn vom Inversfeld induzierten Dämpferströme das Inversfeld kräftig abzudämpfen (siehe Kap. 8). Abb. 2.20 zeigt eine einsträngige Einschichtwicklung, die man sich aus einer dreisträngigen Anordnung entstanden denken kann, indem man einen Strang (hier: V) weglässt und einphasig mit $i_U(t) = -i_W(t)$ speist. Es entsteht eine stehende, zeitlich pulsierende Felderregerkurve, die über 2/3 des Umfangs erregt wird und über einem Drittel des Umfangs sich räumlich nicht ändert.

Diese „Zwei-Drittel"-Bewicklung des Umfangs ist ein ökonomischer Kompromiss. Eine vollständige Bewicklung des Ständers mit positivem bzw. negativem Stromfluss je Polteilung brächte nur eine etwa 15 % höhere Amplitude der Grundwelle, würde aber 50 % mehr Wicklungsmasse erfordern und eine um 50 % höhere Stromwärme ergeben als bei der Zwei-Drittel-Bewicklung (siehe Aufgabe A3.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch").

Bei kleinen Synchronuhren mit einsträngiger Speisung (z. B. am Lichtnetz 230 V, 50 Hz) ist der Läufer permanentmagneterregt. Der Luftspalt zwischen Ständer und Läufer ist zu beiden Seiten jedes Läuferpols unterschiedlich groß. Durch diese magnetische

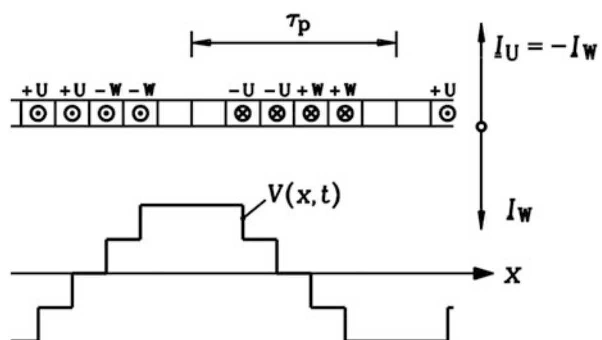


Abb. 2.20 Felderregerkurve einer einsträngigen Einschichtwicklung für $q = 2$ Nuten je Pol und Zone, mit den Zonen +U, –U, +W, –W als „Zwei-Drittel-Bewicklung" des Ständers eines Einphsen-Synchrongenerators

Asymmetrie dreht der Läufer bevorzugt in die Richtung der Polseite mit dem kleineren Luftspalt und bildet mit der in diese Richtung drehenden Feldwelle das Drehmoment. Das pulsierende Drehmoment als Einfluss des störenden Inversfelds wird bei diesen kleinen Leistungen hingenommen (vgl. Abb. 10.3.2-5).

d) Strangzahl $m = 2$: Zweiphasige Netze mit um 90° phasenverschobenen Spannungen U_a und U_b wären erforderlich, um mit einem zweisträngig bewickelten Stator ein reines Drehfeld zu erregen, wie es in Abb. 2.21 dargestellt ist. Solche Netze sind in der Regel nicht verfügbar. Allerdings werden Käfigläufer-Asynchronmotoren für das Einphasennetz (230 V, 50 Hz) häufig zweisträngig ausgeführt. Der erste Strang wird als „Hauptphase“ direkt vom Einphasennetz gespeist.

Der zweite Strang wird als „Hilfsphase“ künstlich über einen Kondensator C erzeugt, der die notwendige Phasenverschiebung um 90° für den Strangstrom des zweiten Strangs durchführt (Abb. 2.22). Über diesen Kondensator wird der zweite Strang an das Einphasen-Netz angeschlossen (Vaske 1965b). Allerdings hängt die Motorimpedanz selbst in ihrer Größe und Phase von der Relativgeschwindigkeit des Läufers zum Ständerdrehfeld ab. Daher erfolgt eine um 90° phasenverschobene Stromaufnahme im zweiten Strang mit etwa gleicher Stromamplitude wie im ersten Strang nur in einem bestimmten

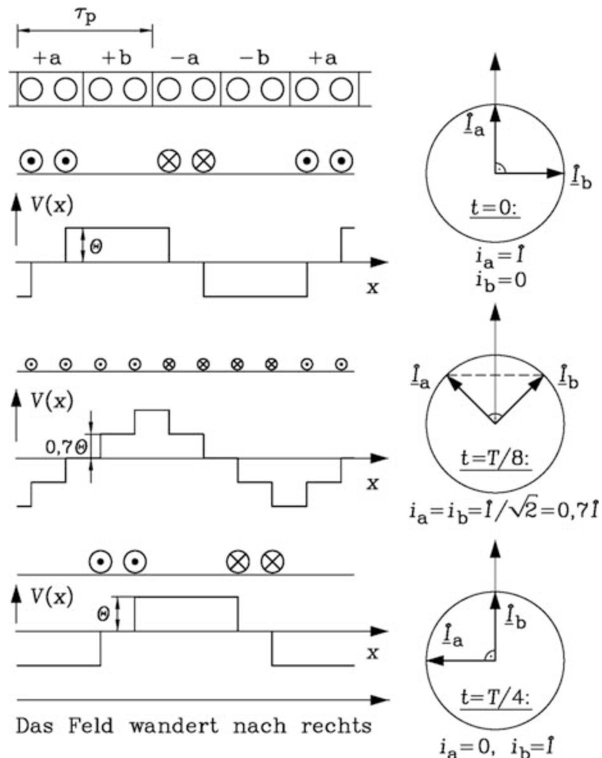


Abb. 2.21 Die Felderregerkurve einer zweisträngigen Einschichtwicklung mit den Strängen a und b, ausgeführt mit $q = 2$ Nuten je Pol und Strang, erregt von den beiden um 90° phasenverschobenen Sinuswechselströmen i_a und i_b, dargestellt zu den Zeitpunkten $t = 0$, $T/8$ und $T/4$

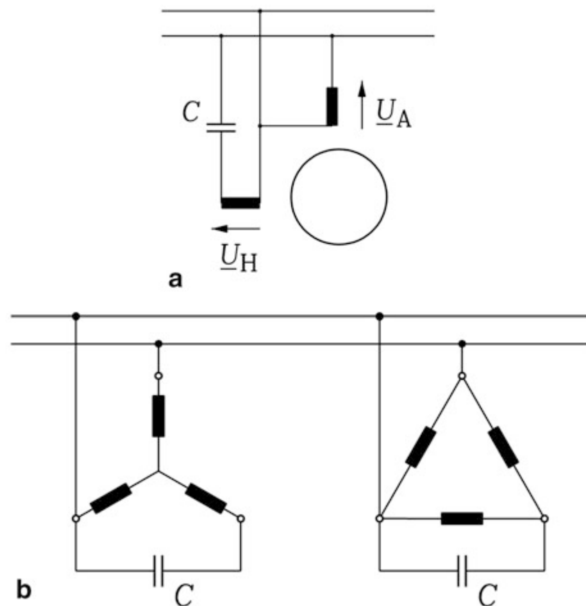


Abb. 2.22 Betrieb am Einphasennetz: (**a**) „Einphasenmotor“ (zweisträngige Wicklung) mit „Arbeits“- und „Hilfs“-Phase mit Kondensator C („Kondensatormotor“), siehe Aufgabe A6.5 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“, (**b**) „Steinmetz“-Schaltung bei Stern- und Dreieckschaltung der Drehfeldwicklung

Betriebspunkt, z. B. bei Bemessungsdrehzahl. In allen anderen Betriebspunkten haben die Sinuswechselströme in den Strängen a und b unterschiedliche Amplituden und eine Phasendifferenz, die von 90° abweicht. Daher entsteht dann gemäß Abschn. 2.5 kein reines Drehfeld, sondern es überlagert sich dem Drehfeld ein stehendes pulsierendes Wechselfeld. Sind nämlich die beiden Zeiger $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$ schiefwinkelig zueinander und ungleich lang, so kann z. B. $\underline{I}_a$ als Summe eines zu $\underline{I}_b$ rechtwinkelig liegenden Zeigers gleicher Länge $\underline{I}_{a1}$ (mit $I_{a1} = I_b$) und eines zweiten Zeigers $\underline{I}_{a2}$ stets dargestellt werden: $\underline{I}_a = \underline{I}_{a1} + \underline{I}_{a2}$. Das System $\underline{I}_{a1}$, $\underline{I}_b$ erzeugt ein Drehfeld und der Strom $\underline{I}_{a2}$ erregt ein pulsierendes stehendes Feld. Die Amplitude der Grundwelle des Drehfelds beschreibt in Abhängigkeit der Zeit, aufgetragen als Polardiagramm über ihrem Lagewinkel γ, einen Kreis. Die Amplitude der Grundwelle des stehenden pulsierenden Wechselfelds beschreibt in Abhängigkeit der Zeit, aufgetragen als Polardiagramm über ihrem Lagewinkel γ, eine Strecke mit pulsierender Länge. Die Überlagerung beider beschreibt eine Ellipse, deshalb spricht man dann von einem „elliptischen“ Drehfeld (Abb. 2.23). Das Feld dreht mit ungleichmäßiger Drehfrequenz und seine Amplitude schwankt dabei zwischen einem Minimal- und Maximalwert. Mit einem zweiten, zuschaltbaren Kondensator kann für einen zweiten Betriebspunkt, z. B. bei Drehzahl im Anlaufpunkt des Asynchronmotors, ein Kreisdrehfeld erzeugt werden. Damit ergibt sich ein zeitlich konstantes Anzugsmoment. Nach erfolgtem Anlauf wird über einen Fliehkraftschalter dieser Anlaufkondensator weggeschaltet, und es verbleibt der Betriebskondensator (Gahleitner 1971).

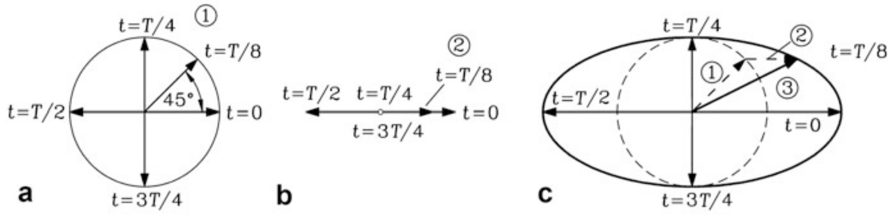


Abb. 2.23 Polardiagramm der Lage der Grundwellenamplitude in Abhängigkeit der Zeit, dargestellten mit ihren Lagewinkel in elektrischen Graden: (**a**) Drehfeld (1), (**b**) Wechselfeld (2), (**c**) Elliptisches Drehfeld (3) als Überlagerung (Summe) von (1) und (2)

Allgemein wird das Betriebsverhalten einer zweisträngigen Wicklung bei Speisung mit einem beliebigen Sinusstromsystem $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$ mit der Methode der symmetrischen Komponenten für zweiphasige Systeme $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$ analysiert (für dreiphasige Systeme siehe Kap. 8). Mit der Definition

$$\underline{I}_a = \underline{I}_1 + \underline{I}_2, \quad \underline{I}_b = j \cdot \underline{I}_1 - j \cdot \underline{I}_2 \tag{2.43}$$

und der sich daraus ergebenden Umkehrung

$$\underline{I}_1 = (\underline{I}_a - j \cdot \underline{I}_b)/2, \quad \underline{I}_2 = (\underline{I}_a + j \cdot \underline{I}_b)/2 \tag{2.44}$$

kann stets aus dem Stromsystem $\underline{I}_a$, $\underline{I}_b$ ein Mitsystem $\underline{I}_1$ und ein Gegensystem $\underline{I}_2$ mit (2.44) berechnet werden. Das Strom-Mitsystem ($\underline{I}_1$, $j\underline{I}_1$) fließt als Strom $\underline{I}_1$ in Strang a und als Strom $j\underline{I}_1$ in Strang b. Also läuft der Strom in Strang b jenem in Strang a um 90° vor, und wir haben ein symmetrisches Stromsystem. Das Strom-Gegensystem ($\underline{I}_2$, - $j\underline{I}_2$) fließt als Strom $\underline{I}_2$ in Strang a und als Strom $-j\underline{I}_2$ in Strang b. Damit wird die Situation von Abb. 2.21 mit einem symmetrischen Stromsystem erhalten, denn dort entspricht der Strom $\underline{I}_a$ dem Strom $\underline{I}_2$, also $\underline{I}_a = \underline{I}_2$, und der Strom $\underline{I}_b$ dem Strom $-j\underline{I}_2$, also $\underline{I}_b = -j \cdot \underline{I}_2$. Daher muss gemäß (2.43) das Mitsystem $\underline{I}_1$ Null sein: $\underline{I}_1 = (\underline{I}_a - j \cdot \underline{I}_b)/2 = (\underline{I}_2 - j \cdot (-j\underline{I}_2))/2 = 0$. Es entsteht das in Abb. 2.21 dargestellte rechtsläufige Drehfeld. Wenn bei einem der beiden Wicklungsstränge Anfang und Ende vertauscht werden (Klemmentausch), kehrt sich die Drehrichtung des Feldes um. Denn wenn z. B. in Strang b Klemmentausch erfolgt, so gilt für die beiden Strangströme anstelle von ($\underline{I}_2$, $-j\underline{I}_2$) nunmehr ($\underline{I}_2$, $j\underline{I}_2$). Damit ist aus dem Gegensystem ein Mitsystem geworden, und das Drehfeld rotiert in die entgegengesetzte Richtung.

Die Überlagerung des Mit- und Gegensystems ergibt gemäß (2.43) die reale Stromspeisung und führt zu einer Überlagerung zweier gegenläufiger Kreisdrehfelder mit i. A. unterschiedlicher Amplitude, wenn $\underline{I}_1$ und $\underline{I}_2$ unterschiedliche Größe haben. Die Überlagerung dieser beiden Kreisdrehfelder führt wiederum auf das in Abb. 2.23c dargestellte elliptische Drehfeld, das wir nun auf anderem Weg erhalten haben.

Beispiel 2.15

1) Mit- und Gegensystem sind identisch: $\underline{I}_1 = \underline{I}_2$. Welche Art von Luftspaltfeld stellt sich ein?
2) Was passiert im Fall $\underline{I}_1 = -\underline{I}_2$?

Lösung:

1) $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 : \underline{I}_a = 2\underline{I}_1, \underline{I}_b = 0$. Nur in Strang a fließt ein Strom. Die Speisung eines Stranges mit Wechselstrom führt zu einem stehenden pulsierenden Feld (Wechselfeld).
Alternative Betrachtung: Die Überlagerung zweier gegenläufiger Kreisdrehfelder gleicher Amplitude und Drehfrequenz führt auf ein stehendes pulsierendes Feld (Wechselfeld).
2) $\underline{I}_1 = -\underline{I}_2 : \underline{I}_a = 0, \underline{I}_b = j2\underline{I}_1$. Nur in Strang b fließt ein Strom. Die Speisung eines Stranges mit Wechselstrom führt wieder zu einem stehenden pulsierenden Feld (Wechselfeld), allerdings räumlich und zeitlich um je 90° versetzt.

In diesem Zusammenhang sei der Betrieb einer symmetrischen dreisträngigen Wicklung am Einphasennetz erwähnt (Vaske 1965a). Eine dreisträngige Wicklung, sei es in Stern- oder Dreieckschaltung, erzeugt am Einphasennetz nur ein Drehfeld, wenn mit Kondensatoren die Phasenlage der Ströme in den drei Strängen künstlich so verschoben wird, dass ein symmetrisches Drehstromsystem entsteht. In der Steinmetz-Schaltung wird nur ein Kondensator C verwendet. Daher weicht die Phasenverschiebung zwischen den drei Strangströmen deutlich von 120° i. A. für jede Drehzahl des Motors ab. Auch die Strangstromamplituden sind unterschiedlich. Daher tritt wieder eine Überlagerung eines Kreisdrehfelds und eines pulsierenden Wechselfelds zu einem elliptischen Drehfeld auf (Abb. 2.23). Deshalb ist diese Schaltung nur für kleine Motorleistungen brauchbar und wird dann angewendet, wenn zwar ein Drehstrommotor vorhanden ist, aber nur ein Einphasennetz zur Verfügung steht. Für die rechnerische Untersuchung steht wieder die Methode der symmetrischen Komponenten zur Verfügung, wobei die drei Strangströme in ein Mit-, ein Gegen- und ein Nullsystem zerlegt werden. Diese Methode ist in Kap. 8 ausführlicher erläutert.

Eine sehr einfache Art, ein elliptisches Drehfeld mit nur einem Strang und einer zusätzlichen Kurzschluss-Hilfswicklung zu erzeugen, ist die Anordnung mit Spaltpolen (Abb. 2.24a). Eine einsträngige konzentrische Wicklung mit der Windungszahl N_1, gespeist mit dem Wechselstrom $\underline{I}_1$, erregt im Luftspalt ein stehendes pulsierendes Wechselfeld mit dem Wechselfluss $\underline{\Phi}_{1\,\mathrm{h}}$. Wird ein Teil des von der Wicklung umfassten Pols als Spaltpol „abgespalten" und mit einer kurzgeschlossenen konzentrischen Spule mit N_R Windungen umgeben, so induziert der von dieser Kurzschlussspule umfasste Wechselfluss in dieser eine Spannung, die den Kurzschlussstrom $\underline{I}_\mathrm{R}$ treibt. Dieser Strom eilt der Spannung auf Grund des Induktionsgesetzes (Kap. 1) nach. Im Luftspalt treten somit zwei Wechselflüsse auf: Der nicht von der Kurzschlussspule umfasste Teil $\underline{\Phi}_\mathrm{H}$ des

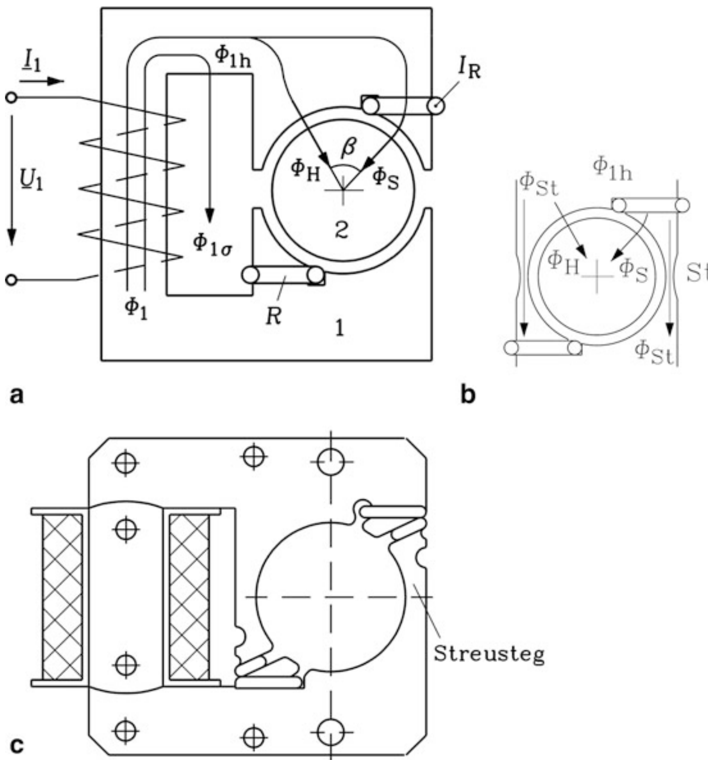


Abb. 2.24 Aufbau eines zweipoligen Spaltpolmotors: (**a**) Schematisch: 1: Ständerwicklung mit Hauptfluss $\underline{\Phi}_{1\,h}$ und Ständerstreufluss $\underline{\Phi}_{1\,\sigma}$. 2: Käfigläufer, R: Kurzschlusswindung um den Spaltpol, (**b**) Streustege St und Flüsse, (**c**) Ständerbauform eines zweipoligen Spaltpolmotors mit geteiltem Spaltpol (Quelle: Fischer 2004)

Wechselflusses $\underline{\Phi}_{1\,h}$ und der durch die Kurzschlussspule tretende Wechselfluss $\underline{\Phi}_S$. Der Fluss $\underline{\Phi}_H$ wird von $\underline{\Theta}_1 = N_1 \underline{I}_1$ erregt, der Fluss $\underline{\Phi}_S$ von $\underline{\Theta}_S = N_1 \underline{I}_1 + N_R \underline{I}_R$. Der räumliche Versatz der beiden zugehörigen Feldachsen ist durch die Mittelachsen der beiden Polflächen des „gespaltenen“ Pols β (Abb. 2.24a) bestimmt. Der zeitliche Versatz der erregenden Durchflutungen $\underline{\Theta}_1$ und $\underline{\Theta}_S$ führt gemeinsam mit dem räumlichen Versatz der Wechselflüsse dazu, dass ein umlaufendes Drehfeld entsteht. Da die Amplituden der beiden Wechselflüsse nicht gleich sind ($\Phi_S < \Phi_H$) und deren Phasenverschiebung α kleiner als 90° ist ($\underline{\Phi}_S$ eilt $\underline{\Phi}_H$ nach), kann die Spaltpolanordnung nur ein elliptisches Drehfeld ausbilden. Die Drehrichtung ergibt sich durch den nacheilenden Spaltpolfluss $\underline{\Phi}_S$ stets vom Haupt- zum Spaltpol. Zur Vergrößerung des Phasenwinkels α zwischen $\underline{\Phi}_S$ und $\underline{\Phi}_H$ erhalten Spaltpolmotoren im Ständerblech am Rande des Polbogens Streustege St (Abb. 2.24b). Anstelle von $\underline{\Phi}_{1\,h} = \underline{\Phi}_H + \underline{\Phi}_S$ erhalten wir mit dem Fluss $\underline{\Phi}_{St}$ in jedem der beiden Streustege die Summe $\underline{\Phi}_{1\,h} = \underline{\Phi}_H + \underline{\Phi}_S + 2\underline{\Phi}_{St}$. Diese zusätzliche Flusskomponente erfordert einen größeren Phasenwinkel α' zwischen $\underline{\Phi}_S$ und $\underline{\Phi}_H$, um die

gleiche Summe $\underline{\Phi}_{1\,\mathrm{h}}$ zu erhalten. Durch den vergrößerten Phasenwinkel wird das elliptische Drehfeld etwas besser an die Kreisform angenähert. Meist wird die Kurzschlussspule durch eine Kurzschlusswindung mit entsprechend großem Querschnitt oder auch durch zwei Windungen mit geteiltem Spaltpol (Abb. 2.24c) ausgeführt. Der Läufer erhält i. A. eine Käfigwicklung (Asynchronmaschine), doch sind auch prinzipiell Dauermagnetläufer verwendbar (Synchronmaschine).

Die Spaltpolanordnung wird auch in elektromagnetisch betätigten Schaltern (Schütze) angewendet. Im geschlossenen Zustand des Schalters erfährt die Magnetkraft zwischen dem magnetisierbaren beweglichen und dem ruhenden Teil des Schützes auf Grund des speisenden Wechselstroms in der Schalterspule zweimal pro Periode einen Nulldurchgang. Diese mit doppelter Speisefrequenz pulsierende Kraft führt zu einem Klappern des Schalters mit dieser Frequenz. Durch eine Spaltpolanordnung entstehen zwei phasenverschobene Wechselkräfte durch die beiden Wechselflüsse $\underline{\Phi}_{\mathrm{S}}$ und $\underline{\Phi}_{\mathrm{H}}$, sodass keine Nulldurchgänge der resultierenden Magnetkraft mehr auftreten. Auf diese Weise wird das Klappern vermieden.

Die hier vorgestellten elliptischen Drehfelder induzieren in Käfigläufern auf Grund des Gegensystem-Drehfelds zusätzliche Spannungen im Läuferkäfig, die entsprechende zusätzliche Ströme und diese zusätzliche Verluste und zusätzliche Kräfte in Wechselwirkung mit dem Ständerfeld hervorrufen. Es entstehen ein bremsendes konstantes Drehmoment, mit doppelter Speisefrequenz pulsierende Momentenanteile und pulsierende Normalkräfte (vgl. Kap. 4), sodass einerseits der Wirkungsgrad dieser Maschinen eher niedrig ist und andrerseits störende Schwingungen und Geräusche auftreten. Daher ist der Einsatz der hier vorgestellten Wicklungen zu Erzeugung von Drehfeldern am Einphasennetz auf Motoren kleiner Leistung, zumeist mit Käfigläufer (Kap. 6), beschränkt. Kondensatormotoren werden meist nur zwei- und vierpolig und nur typisch bis etwa 1 kW gebaut mit maximalen Wirkungsgraden von etwa 75 %. Spaltpolmotoren werden zumeist zweipolig ausgeführt mit Bemessungsleistungen unter 150 W und Wirkungsgraden zwischen 15 % (10 W) bis 25 % (50 W).

e) Strangzahl $m = 6$: In Abb. 2.25 ist eine sechssträngige Einschichtwicklung $m = 6$ mit $q = 1$ mit den Strängen a, b, c, d, e, f dargestellt, die von sechs um $360°/(2m) = 360°/12 = 30°$ phasenverschobenen Strangströmen gespeist wird. Das Sechsphasensystem wird durch zwei um 30° zueinander phasenverschobene Drehstromsysteme $m = 3$, hier U-V-W, U′-V′-W′ genannt, erzeugt. Indem die sechs Zonen U, –W, V, –U, W, –V einer dreisträngige Sechszonen-Wicklung mit ganzzahligem q halbiert werden mit der neuen Lochzahl $q/2$, entstehen zwölf Zonen U, U′, –W, –W′, V, V′, –U, –U′, W, W′, –V, –V′. Die Zonen U = a, U′ = b, –W = c, –W′ = d, V = e, V' = f ergeben mit den Strömen $-\underline{I}_{\mathrm{W}} = \underline{I}_{\mathrm{c}}$, $-\underline{I}_{\mathrm{W'}} = \underline{I}_{\mathrm{d}}$ die gewünschte Sechszonen-Wicklung mit dem Sechsphasen-Stromsystem. Das Luftspaltfeld der sechssträngigen Wicklung nähert sich bei gleicher Nutzahl besser an die gewünschte Sinusform an als das Feld einer dreisträngigen Wicklung. Deshalb werden große Asynchron- und Synchronmotoren im MW-Leistungsbereich häufig sechssträngig ausgeführt. Über einen Drehstrom-Dreiwicklungstransformator wird

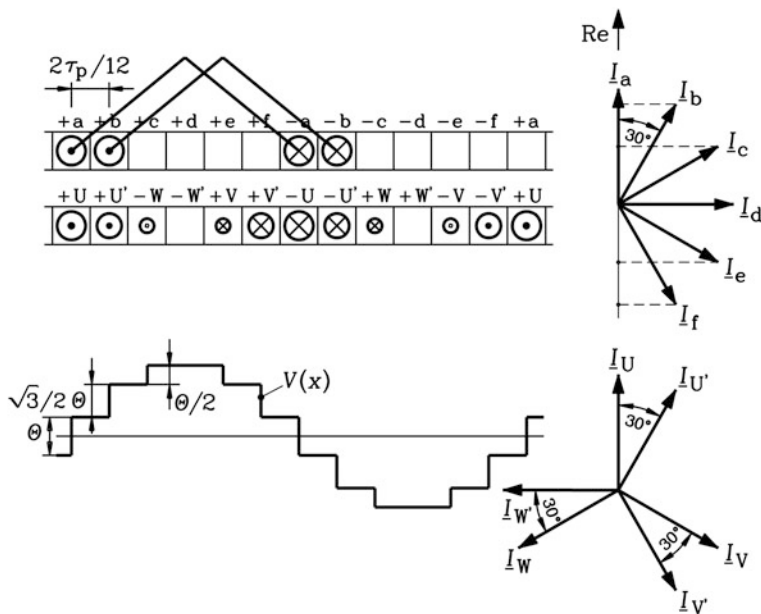


Abb. 2.25 Sechssträngige Drehfeld-Einschichtwicklung mit $q = 1$: Die sechs Strangströme a, b, c, d, e, f werden aus zwei um 30° phasenverschobenen Drehstromsystemen U-V-W, U′-V′-W′ gebildet. Die Felderregerkurve, dargestellt für den Augenblick, wo der Strom im Strang a maximal ist, nähert sich bei gleicher Nutzahl besser an die gewünschte Sinusform an als bei einer dreisträngigen Wicklung

das sechsphasige Spannungssystem erzeugt. Die Primärwicklung ist in Stern geschaltet. Die eine der beiden Sekundärwicklungen ist in Stern und die andere in Dreieck geschaltet, wobei das Spannungsübersetzungsverhältnis bei beiden durch Anpassung der Windungszahl je Sekundärwicklungsstrang bei beiden Sekundärwicklungen gleich ist. Das Drehspannungssystem der Dreieckwicklung U-V-W eilt dem System der Sternwicklung U′-V′-W′ um 30° vor (Kap. 1). Diese sechsphasig gespeisten Drehfeldmaschinen werden zumeist über zwei dreiphasige Umrichter U-V-W und U′-V′-W′ mit veränderlicher Spannungsamplitude und Ausgangsfrequenz drehzahlveränderbar z. B. als Antrieb für Kompressoren betrieben.

Fazit:
Verteilte Wicklung in elektrischen Maschinen werden zumeist dreisträngig („dreiphasig“) ausgeführt. Einsträngige Wicklungen werden nur in Einphasensystemen verwendet. Das Luftspaltfeld ist dann eine stehende pulsierende Welle. Zweisträngige E-Maschinen werden im kleinen Leistungsbereich an über Kondensatoren aus dem Einphasen-Netz erzeugten Zweiphasensystemen betrieben. Als Kleinmotoren kommen auch die kostengünstigen Spaltpolmotoren mit allerdings sehr schlechtem Wirkungsgrad zum Einsatz.

Bei großen Bemessungsleistungen kommen außer den gängigen dreisträngigen auch fallweise 6-strängige Systeme zum Einsatz, um eine bessere Annäherung der treppenförmigen Feldkurve an die erwünschte Sinusform der Grundwelle zu erreichen. Damit werden Parasitäreffekte wie magnetisch erregte Geräusche und Schwingungen, Momentenpulsationen und Zusatzverluste verringert.

2.7 Bruchlochwicklungen

Die in Abschn. 2.4 vorgestellten Ein- und Zweischichtwicklungen haben eine ganze Anzahl von Nuten je Pol und Strang q und heißen Ganzlochwicklungen. Wenn die Anzahl der Spulen je Spulengruppe von Pol zu Pol sich innerhalb eines Wicklungsstrangs ändert, dann ist im Mittel die Nutzahl je Pol und Strang keine ganze Zahl mehr, sondern ein echter Bruch.

$$q = \frac{Q}{2p \cdot m} = \frac{Z}{N} \tag{2.45}$$

Dabei sind der Zähler Z und der Nenner N natürliche Zahlen, und Z durch N nicht ohne Rest R/N mit $0 < R < N$ teilbar. Es werden Bruchlochwicklungen mit $q > 1$ und $q < 1$ unterschieden. Erstere führen in der Regel zu verteilten Drehstromwicklungen. Wird bei $q < 1$ die Lochzahl $q \approx 1/m$ gewählt, so führt dies auf Zahnspulen, deren Weite genau einen Zahn zwischen zwei Nuten umfasst. Diese Spulenweite ist dann etwa gleich einer Polteilung des Läufers, der dann häufig als Permanentmagnetläufer ausgeführt ist, sodass diese Art der „konzentrierten" Wicklung (auch Zahnspulenwicklung genannt) bei modularen Permanentmagnet-Synchronmaschinen eingesetzt wird (Kap. 9). Die Bruchlochzahlen $q = \mathrm{Z}/m$ bzw. $q = 1/m$ oder allgemein jene Bruchlochzahlen, bei denen der Nenner N ein ganzzahliges Vielfaches von m ist, werden selten ausgeführt, da die zugehörigen Drehfeldwicklungen unsymmetrisch sind. Die Abfolge der Spulengruppen ist in den einzelnen Strängen dann unterschiedlich, sodass die Impedanz je Strang und damit die Stromaufnahme je Strang bei Speisung mit einem m-phasigen symmetrischen Drehspannungssystem in den einzelnen Strängen unterschiedlich ist. Beachten Sie, dass $q < 1$ nur zu Zahnspulenwicklungen führt, wenn $q \approx 1/m$ ist, ansonsten aber auch auf verteilte Wicklungssysteme. So führt für $m = 7$ die Lochzahl $q = 3/4 < 1$ auf eine verteilte Bruchloch-Zweischichtwicklung (z. B.: $2p = 4$, $Q = 21$, $W/\tau_p = 16/21$), aber $q = 1/6 \approx 1/m = 1/7 < 1$ auf eine Zahnspulen-Bruchloch-Zweischichtwicklung (z. B.: $2p = 6$, $Q = 7$, $W/\tau_p = 6/7$).

Bruchlochwicklungen werden sowohl bei Ein- als auch bei Zweischichtwicklungen ausgeführt. Ganzlochwicklungen stellen den Sonderfall von Bruchlochwicklungen dar, wo q ein unechter Bruch ist: $q = \mathrm{Z}/N =$ natürliche Zahl; z. B. $q = 2 = 2/1$. Man überblickt den Aufbau und die Eigenschaften von Bruchlochwicklungen sehr gut in der Wicklungsdarstellung nach Tingley (Heller und Kauders 1935).

a) Ganzlochwicklungen in der Darstellung des Tingley-Schemas Die lineare Darstellung der abgewickelten Wicklungsanordnung umfasst als Grundperiode, auch „Urschema“ genannt, stets zwei Pole. Nummeriert man die Nuten fortlaufend innerhalb eines Polpaars und ordnet Nord- und Südpol untereinander an, erhält man die Wicklungsdarstellung als „Nutenplan“ im Tingley-Schema. Dabei ist die Lage der linken Spulenseiten bzw. der Spulenseiten in der Oberlage einer Zweischichtwicklung in den nummerierten Nuten von Relevanz. Die Nutenlage der rechten Spulenseiten bzw. der Spulenseiten der Unterlage ergibt sich durch Addition des Spulenschritts in Nutteilungen $Y_Q = W/\tau_Q$ zur Nutenlage der linken Spulenseite. Die Zugehörigkeit der linken Spulenseiten zur Zone U bzw. –U, V bzw. –V und W bzw. –W wird im Tingley-Schema unmittelbar sichtbar, da die Zonen U und –U, V und –V und W und –W jeweils übereinander liegen. Diese Darstellung ist für jede beliebige Strangzahl m möglich, und wird hier für den wichtigen Fall $m = 3$ besprochen.

Beispiel 2.16

Tingley-Schema einer Ganzlochwicklung $m = 3$, $q = 2$ (Abb. 2.26).

(i) *Einschichtwicklung:* Die Nuten 1 und 2 gehören zur Zone U und werden von den linken Spulenseiten der Spulen 1 und 2 belegt. Für die Zone -U existieren keine Nuten, die mit linken Spulenseiten belegt sind. Bei Spulen gleicher Weite ist der

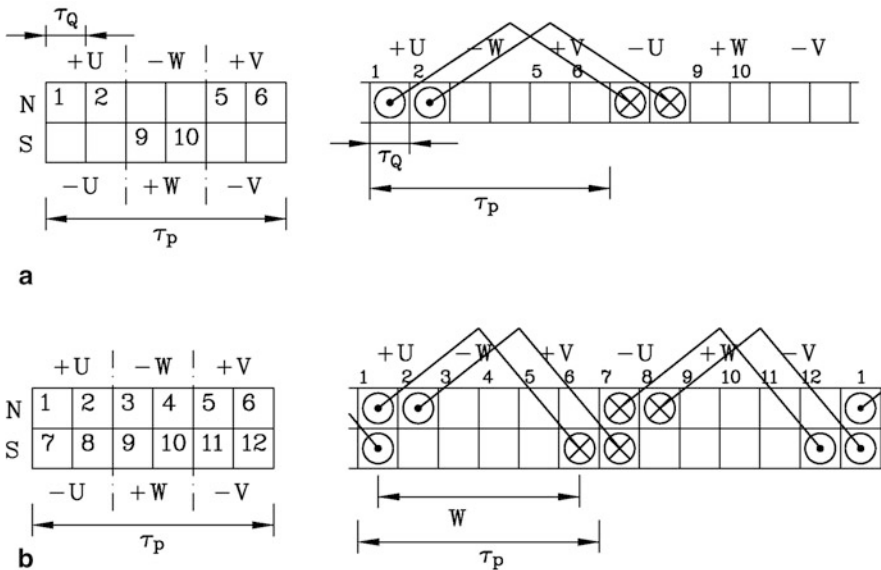


Abb. 2.26 Dreisträngige Ganzlochwicklung $q = 2$ in der Darstellung des Tingley-Schemas: (**a**) Einschichtwicklung, (**b**) Gesehnte Zweischichtwicklung $W/\tau_p = 5/6$

Spulenschritt für alle Spulen gleich: $Y_Q = 6$. Damit ergeben sich die Nutenlagen der rechten Spulenseiten der Spulen 1 und 2 gemäß 1 + 6 = 7 bzw. 2 + 6 = 8. Die Nuten 7 und 8 in der Zone –U werden durch die rechten Spulenseiten der Spulen 1 und 2 belegt und sind für das Tingley-Schema nicht von Relevanz. In gleicher Weise gehören die Nuten 5 und 6 zur Zone V und die Nuten 9 und 10 zur Zone W. Der Wicklungssinn der Spulen 1, 2, 5, 6, 9, 10 ist identisch, z. B. rechtswindig.

(ii) Zweischichtwicklung: Die Nuten 1 und 2 gehören zur Zone U, die Nuten 7 und 8 zur Zone –U. Letztere sind in der Oberschicht mit den linken Spulenseiten der Spulen 7 und 8 belegt, die wegen –U den umgekehrten Wicklungssinn wie die Spulen 1 und 2 haben, z. B. linkswindig. Bei gesehnten Spulen gleicher Weite ist der Spulenschritt für alle Spulen gleich, z. B. $Y_Q = 5$ (Abb. 2.26b). Damit ergeben sich die Nutenlagen der rechten Spulenseiten der genannten vier Spulen in der Unterschicht gemäß 1 + 5 = 6, 2 + 5 = 8, 7 + 5 = 12, 8 + 5 = 13 bzw. 13 – 12 = 1. Die Lage der rechten Spulenseiten wird im Tingley-Schema nicht dargestellt. In gleicher Weise gehören die Nuten 5 und 6 zur Zone V, 11 und 12 zu –V, 9, 10 zu W, 3, 4 zu –W. Der Wicklungssinn der Spulen 5, 6, 9, 10 ist identisch mit dem von Spulen 1, 2, jener der Spulen 3, 4, 11, 12 identisch mit dem Wicklungssinn der Spulen 7 und 8.

b) Halblochwicklungen Halblochwicklungen sind Bruchlochwicklungen, bei denen der Bruchlochnenner $N = 2$ ist. Häufig werden die Halblochwicklungen bei größeren Maschinenleistungen als Zweischichtwicklungen ausgeführt. Wegen des Bruchlochnenners $N = 2$ unterscheidet sich die Anzahl der Spulen je Spulengruppe von N- und S-Pol um Eins. Wenn die Lochzahl der Spulengruppe je Strang im N-Polbereich q_N ist, dann ist jene im S-Polbereich $q_S = q_N \pm 1$. Die mittlere Lochzahl ist

$$q = (q_N + q_S)/2 = (2q_N \pm 1)/2 = Z/N.$$

Wie bei den Ganzlochwicklungen wiederholt sich das Wicklungsschema nach zwei Polen periodisch, sodass das Tingley-Schema als Urschema wieder nur zwei Nutenzeilen (N-Pol und S-Pol) untereinander umfasst.

Beispiel 2.17

Tingley-Schema einer Zweischicht-Halblochwicklung $m = 3$, $q = 3/2$ (Abb. 2.27).

Die Nuten 1 und 2 gehören zur Zone U, die Nut 6 zur Zone –U. Nut 6 ist mit der linken Spulenseite der Spule 6 in der Oberschicht belegt, die wegen –U den umgekehrten Wicklungssinn wie die Spulen 1 und 2 hat. Die Anordnung der Spulen ist also +1, +2, –6. Die Lochzahl der Spulengruppe im N-Polbereich ist $q_N = 2$, im S-Polbereich $q_S = q_N - 1 = 1$. Die mittlere Lochzahl ist $q = (2 + 1)/2 = 3/2$. Für die Stränge V und W ergibt sich dieselbe Anordnung der Spulengruppen, nämlich +4, +5, –9 bzw. +7, +8, –3, wie das *Tingley*-Schema Abb. 2.27 zeigt. Die Wicklung ist somit symmetrisch. In Abb. 2.27 wurde die Sehnung durch den Spulenschritt „1 in 5“ mit $W/\tau_p = 4/4.5 = 8/9$

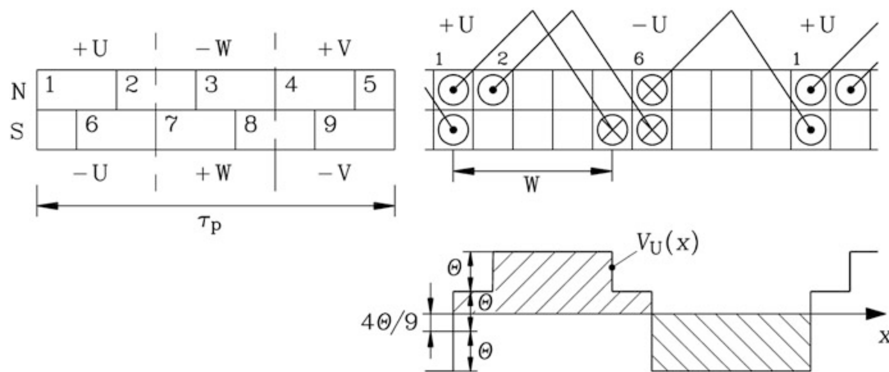


Abb. 2.27 Dreisträngige Zweischicht-Halblochwicklung $q = 3/2$ in der Darstellung des Tingley-Schemas, des Wicklungsschemas je Strang und der zugehörigen Felderregerkurve je Strang, Sehnung $W/\tau_p = 8/9$

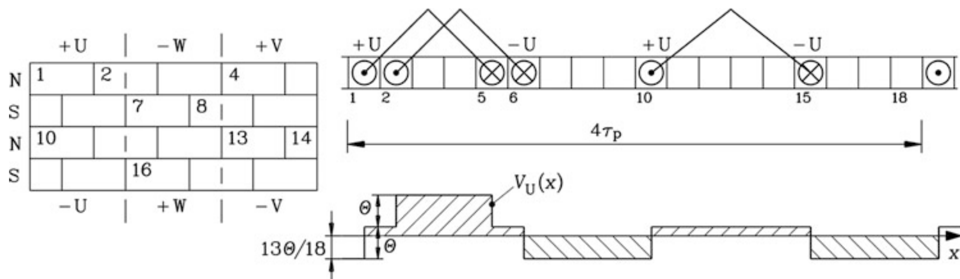


Abb. 2.28 Dreisträngige Einschicht-Halblochwicklung $q = 3/2$ in der Darstellung des Tingley-Schemas, des Wicklungsschemas je Strang und der zugehörigen Felderregerkurve je Strang, unterschiedliche Spulenweite von 4 bzw. 5 Nutteilungen

gewählt. Eine ungesehnte Anordnung ist nicht möglich. Die Felderregerkurve je Strang, in Abb. 2.27 am Beispiel von Strang U, $V_U(x)$ wiederholt sich nach einem Polpaar periodisch, aber sie ist nicht mehr wie bei den Ganzlochwicklungen abszissensymmetrisch. Die Formen der Feldkurven des N- und S-Pols sind unterschiedlich.

Bei Maschinen kleiner Leistung werden auch fallweise Einschicht-Bruchlochwicklungen ausgeführt.

Beispiel 2.18

Tingley-Schema einer Einschicht-Halblochwicklung $m = 3$, $q = 3/2$ (Abb. 2.28):

Die Nuten 1, 2 und 10 gehören zu Zonen U, in denen die linken Spulenseiten der Spulen 1, 2, 10 liegen. Die rechten Spulenseiten liegen in den Nuten 5, 6 und 15, die im Tingley-Schema nicht näher bezeichnet werden. Der Wickelsinn der drei

Spulen ist – typisch für Einschichtwicklungen – gleich. Es ergeben sich unterschiedliche Spulenweiten, für Spule 1 und 2 die Weite $4\tau_Q$, für Spule 10 die Weite $5\tau_Q$. Die Wicklungsanordnung je Strang wiederholt sich erst nach vier Polen. Die Lochzahl der ersten Spulengruppe im N-Polbereich ist $q_{N1} = 2$, im zweiten N-Polbereich $q_{N2} = 1$. Die mittlere Lochzahl ist $q = (2 + 1)/2 = 3/2$. Für die Stränge V und W ergibt sich dieselbe Anordnung der Spulengruppen, nämlich 13, 14, 4 bzw. 7, 8, 16. Die Wicklung ist symmetrisch. Die Felderregerkurve je Strang, in Abb. 2.28 am Beispiel von Strang U, $V_U(x)$ wiederholt sich nach zwei Polpaaren periodisch, und sie ist nicht abszissensymmetrisch. Der Fluss pro Pol ist zur Fläche unter der Felderregerkurve proportional. Er ist von Pol zu Pol unterschiedlich. Für die Erregung $V_U(x)$ verhalten sich die vier Polflüsse wie 79:52:25:52. Der Summenfluss je Urschema und Strang ist Null: $79 - 52 + 25 - 52 = 0$.

Während sich bei Halbloch-Zweischichtwicklungen das Wicklungsschema schon nach zwei Polen wiederholt, ist dies bei Halbloch-Einschichtwicklungen erst nach vier Polen der Fall. Zweipolige Maschinen sind daher mit Halbloch-Einschichtwicklungen nicht ausführbar. Die Feldkurve der Einschichtwicklung weicht deutlich stärker von der gewünschten Sinusform ab als jene der Zweischichtwicklung, wie der Vergleich der Abb. 2.27 und 2.28 erahnen lässt. Deshalb werden vor allem bei größeren Maschinen Bruchlochwicklungen bevorzugt als Zweischichtwicklungen ausgeführt. Die folgenden Ausführungen beschränken sich daher auf die Eigenschaften der Bruchloch-Zweischichtwicklungen.

c) Eigenschaften von dreisträngigen Zweischicht-Bruchlochwicklungen Während bei Zweischicht-Halblochwicklungen (Bruchlochnenner $N = 2$) nach 2 Polen eine Periodizität des Luftspaltfelds auftritt, tritt allgemein bei Zweischicht-Bruchlochwicklungen

a) mit geradem Bruchlochnenner N (z. B. $N = 4$) die Periodizität erst nach N Polen auf,
b) mit ungeradem Bruchlochnenner N (z. B. $N = 5$) die Periodizität erst nach $2 \cdot N$ Polen auf.

Die Grundperiode der Wicklung heißt, wie erwähnt, „Urschema" und wird im Folgenden so bezeichnet. Die Form der Feldkurve der N- und S-Pole unterscheiden sich, sodass keine Abszissensymmetrie der Feldkurve auftritt.

Beispiel 2.19

Typische Bruchlochzahlen $q > 1$ bei dreisträngigen Zweischicht-Drehfeldwicklungen:

Da Vielfache von 3 als Bruchlochnenner unsymmetrische Wicklungen ergeben, treten diese Bruchlochzahlen selten auf. Es verbleiben daher Bruchlochnenner 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20, 22, 23, 25 usw. Die zugehörigen Polzahlen je Urschema sind 4, 10, 14, 8, 10, 22, 26, 14, 16, 34, 38, 20, 22, 46, 50 usw.

Eine Parallelschaltung ist bei geradem Bruchlochnenner nur je Urschema möglich, da sich erst nach einem Urschema die Anordnung der Spulen identisch wiederholt. Im Beispiel 2.17 mit $q = 3/2$ wäre bei einer sechspoligen Maschine die Parallelschaltung $a = 3$ möglich, wo die drei Urschemen zu je zwei Polen parallel geschaltet sind. Eine Parallelschaltung $a = 6$ aller sechs Pole wie bei einer Ganzloch-Zweischichtwicklung ist nicht möglich.

Bei ungeradem Bruchlochnenner sind bereits halbe Urschemen parallelschaltbar, da sich nach der Hälfte eines Urschemas (z. B. bei $q = 7/5$ nach 5 Polen) das Wicklungsschema mit derselben Spulenabfolge, aber mit umgekehrtem Wickelsinn der Spulen wie in der ersten Urschema-Hälfte, wiederholt (Aufgabe A2.5 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“).

d) Nachteile der Bruchlochwicklungen: Wird die Feldkurvenform der bestromten Bruchlochwicklungen durch eine Fourier-Reihe von Sinuswellen dargestellt, so erstreckt sich die Wellenlänge der langwelligsten Welle über ein Urschema, also z. B. beim Bruchlochnenner $N = 4$ über vier Pole. Die Nutzwelle hat eine Wellenlänge von zwei Polteilungen und ist somit bezogen auf die langwelligste Welle eine Oberwelle. Sie wird trotzdem als Grundwelle bezeichnet und die längerwelligen Wellen als Unterwellen. Während also bei Ganzlochwicklungen die Nutzwelle die Grundwelle ist und die treppenförmigen Abweichungen der Feldkurve von der idealen Sinusform als Oberwellen mit kürzeren Wellenlängen in der Fourier-Reihe auftreten, existieren bei Bruchlochwicklungen auch längerwellige Unterwellen. Diese Unter- und Oberwellen können beträchtliche Amplituden aufweisen, besonders bei den Zahnspulenwicklungen. Sie können mit dem Läuferfeld zusätzliche, zeitlich schwankende Drehmomente erzeugen, aber auch zeitlich pulsierende Radialkräfte, die das Ständerblechpaket zu mechanischen Schwingungen und zur Schallabstrahlung anregen. Bei Käfigläufer-Asynchronmaschinen induziert nicht nur die Grundwelle, sondern jede Unter- und Oberwelle den Läuferkäfig und verursacht dort zusätzliche Läuferströme, die Verluste und in Wechselwirkung mit dem Ständerfeld Bremsmomente, Pulsationsmomente und geräuschanregende Kräfte hervorrufen. Deshalb werden Bruchlochwicklungen bevorzugt bei Synchronmaschinen eingesetzt. In Verbindung mit permanentmagneterregten Läuferformen für Umrichterbetrieb, wo kein Kurzschlusskäfig im Läufer vorhanden ist, ist die schädliche Wirkung der Unter- und Oberwellen deutlich geringer als bei Asynchronmaschinen. Allerdings können diese Wellen, da sie mit einer gegenüber der Läuferdrehzahl unterschiedlichen Drehzahl drehen, im leitfähigen Magnetmaterial oder im leitfähigen Läufereisen (z. B. bei Läuferpolschuhen) Spannungen induzieren, die Wirbelströme treiben, die ihrerseits ohm’sche Verluste und damit eine unerwünschte zusätzliche Läufererwärmung hervorrufen (Kap. 9). Deshalb müssen dann oft die Magnete unterteilt und elektrisch isoliert ausgeführt werden, um die Wirbelstrombahnen zu unterbrechen. Bei direkt am Netz betriebenen Synchronmaschinen ist in der Regel ein Läuferkäfig als Dämpferkäfig vorhanden, der Drehzahlschwankungen des Läufers bei Laständerungen über das Bremsmoment der dann in den Käfig induzierten Läuferströme abdämpft (Kap. 8). Wie bei der Käfigläufer-Asynchronmaschine

werden daher in den Dämpferkäfig durch die Unter- und Oberwellen schädliche Läuferströme induziert. Da aber gegenüber Asynchronmaschinen der Luftspalt δ im Verhältnis zur Polteilung deutlich größer ausgeführt wird (Kap. 8), sind die Amplituden der Flussdichten der Unter- und Oberwellen $B \sim V/\delta$ entsprechend kleiner. Trotzdem muss die Größe dieser auch im Synchronbetrieb bei konstanter Drehzahl auftretenden Verluste bei der Auslegung der Synchronmaschinen berücksichtigt werden, ebenso wie die parasitären schwingungsanregenden Kräfte. Man fragt sich angesichts dieser Nachteile, warum Bruchlochwicklungen überhaupt eingesetzt werden.

e) Vorteile der Bruchlochwicklungen: Bei großen hochpoligen, direkt am Netz betriebenen Synchrongeneratoren, wie sie bei Flusskraftwerken mit ihren langsam drehenden Kaplan-Turbinen eingesetzt werden, ist die Anzahl der Nuten pro Pol und Strang q wegen der kleinen Polteilungen klein. Die Polzahl $2p$ liegt über die Netzfrequenz f und die Turbinendrehzahl n fest. Wegen der großen Leistungen und damit verbundenen hohen Strangströme ist die Windungszahl je Spule of nur noch $N_c = 1$. Um trotzdem eine ausreichend hohe Spannung zu induzieren, werden daher oft alle Spulen je Strang der Zweischichtwicklung in Serie geschaltet ($a = 1$). Diese Ausführung hat auch den Vorteil, die Spulen wellenförmig miteinander zu verbinden und so die Anzahl erforderlicher Kupferverbinder zu minimieren (vgl. Bsp. 2.8). Wegen $N_s = 2p \cdot q \cdot N_c/a = 2p \cdot q$ verbleibt nur der Freiheitsgrad der Wahl von q zur Festlegung der erwünschten Windungszahl je Strang N_s der Ständerwicklung. Bei Ganzlochwicklungen wäre mit den Optionen $q = 1$, 2, 3,… nur eine sehr grobe Stufung der Windungszahl je Strang N_s, vor allem zwischen $q = 1$ und 2, möglich. Durch die Ausführung einer Bruchloch-Zweischichtwicklung, z. B. bei $2p = 60$ die Wahl $q = 6/5$, 7/5, 8/5, 9/5, aber auch $q = 5/4$, $6/4 = 3/2$, 7/4 oder $q = 11/10$, 12/10,… 19/10, usw. kann die erwünschte Windungszahl wesentlich feinstufiger eingestellt werden. Es muss die Polzahl durch die Anzahl der Pole je Urschema ganzzahlig teilbar sein. Beim Bruchlochnenner $N = 4$ ergeben sich vier Pole je Urschema, somit $60/4 = 15$ Urschemen je Strang. Bei $N = 5$ und 10 ergeben sich 10 Pole je Urschema, somit $60/10 = 6$ Urschemen je Strang. Es sind somit die Bruchlochnenner 2, 4, 5, 10, 20 möglich. Alle anderen Nenner bis 60 sind entweder durch 3 teilbar oder ihre Polzahl je Urschema nicht ganzzahlig in der Polzahl enthalten. Man wählt die Bruchlochzahl mit möglichst kleinem Bruchlochnenner, also wenn möglich halbzahlig, um das Auftreten der schädlichen Unterwellen zu vermeiden bzw. zu minimieren. In Abb. 2.11c ist eine Zweischicht-Bruchlochwicklung als Spulenwicklung für $q = 5/2$ mit einem Spulenschritt „1 Oberschicht" in „7 Unterschicht" dargestellt, was bei 7.5 Nuten pro Pol einer Sehnung $W/\tau_p = 6/7.5 = 4/5$ entspricht.

Bei hochpoligen Permanentmagnet-Synchronmaschinen für Umrichterbetrieb, wie sie z. B. für den Einsatz bei Positionierantrieben für große Drehmomente, aber relativ niedrige Drehzahlen als „High-Torque"-Antriebe eingesetzt werden (Kap. 9), bietet die Ausführung $q \approx 1/3$ den Vorteil, Zahnspulenwicklungen einsetzen zu können. Bei hohen Polzahlen und relativ kleinen Maschinenabmessungen sind die Polteilungen τ_p so klein, dass selbst die Ausführung $q = 1$ Nutteilungen τ_Q unter 10 mm ergeben kann. Ganzlochwicklungen

sind dann mechanisch schwer ausführbar. Die Zahnspulenwicklung erlaubt Nutteilungen und damit Spulenweiten in der Größe etwa der Polteilung, also etwa drei Mal so groß wie bei $q = 1$. Die Wickelköpfe der Zahnspulen kreuzen sich nicht, sodass die Isolation zwischen den Strängen und den Spulen sehr einfach ist. Die Wickelköpfe der Zahnspulen sind folglich sehr kurz ausführbar, sodass die axiale Maschinenlänge kürzer ausfällt und die Stromwärmeverluste kleiner sind als bei Einsatz einer verteilten Ganzlochwicklung. Die Fertigung der Zahnspulenwicklung ist in der Regel deutlich einfacher und daher kostengünstiger als bei verteilten Wicklungen. Man kann sogar den Ständer segmentiert und trotzdem bereits vollständig bewickelt ausführen, da keine Spulenkreuzungen im Wickelkopf über Segmente hinweg vorkommen (Abb. 2.31). Beim Zusammensetzen der Segmente müssen lediglich die Anschlüsse der Zahnspulen entsprechend verbunden werden. Jede Wicklungszone U, V, W wird dabei als Modul bezeichnet, da innerhalb einer Zone die Zahnspulenverdrahtung identisch ist. Mit solchen modularen Synchronmaschinen können auch Maschinen mit großem Ständerdurchmesser als bereits vollständig bewickelte Segmente realisiert und transportiert werden, die am Einsatzort einfach zusammengesetzt werden können, ohne noch fehlende Spulen einlegen und isolieren zu müssen, wie das bei verteilten Wicklungen und segmentierten Statoren stets der Fall ist.

Das Läufermagnetfeld ist polperiodisch und tritt bei Synchronmaschinen mit Permanentmagnetläufern bereits bei stromloser Ständerwicklung auf. Dieses Leerlauffeld bewirkt auf Grund der magnetischen Tangentialkraft auf die Ständerzahnköpfe ein magnetisches Rastmoment, das den Läufer in Vorzugsstellungen mit einer möglichst großen Überdeckung von Ständerzahnköpfen pro Pol stellt (Kap. 9). Bei Ganzlochwicklungen ist die Nutzahl pro Pol eine ganze Zahl, sodass ständernutperiodisch diese Raststellungen mit relativ großer Rastmomentamplitude auftreten. Durch Schrägen der Läufermagnete oder der Ständernuten wird diese Amplitude verringert. Bei Bruchlochwicklungen ist die Nutzahl pro Pol $Q/(2p) = m \cdot q$ keine ganze Zahl. Die Momentamplitude in den Vorzugsstellungen ist daher deutlich kleiner, wie in Kap. 9 erläutert wird. Man kann somit niedrige Rastmomente erzielen, ohne Läufer oder Ständer schrägen zu müssen. Dabei ist das Rastmoment umso kleiner, je größer das kleinste gemeinsame Vielfache aus Ständernutzahl je Urschema und zugehörige (Läufer)-Polzahl ist. Bei $q = 1$ ist die Nutzahl je Urschema 6, die zugehörige Läuferpolzahl 2, das kleinste gemeinsame Vielfache 6. Bei $q = 3/8$ ist die Nutzahl je Urschema 9, die zugehörige Läuferpolzahl 8, das kleinste gemeinsame Vielfache 72 (Aufgabe A2.6 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Das Rastmoment ist bei $q = 3/8$ – bezogen auf das Nutzmoment – deutlich kleiner als bei $q = 1$, ähnliche Nut- und Läufergeometrie vorausgesetzt.

f) Beispiele für Bruchlochzahlen $q > 1$:

Beispiel 2.20

Tingley-Schema einer symmetrischen Zweischicht-Bruchlochwicklung $m = 3$, $q = 5/4$ (Abb. 2.29):

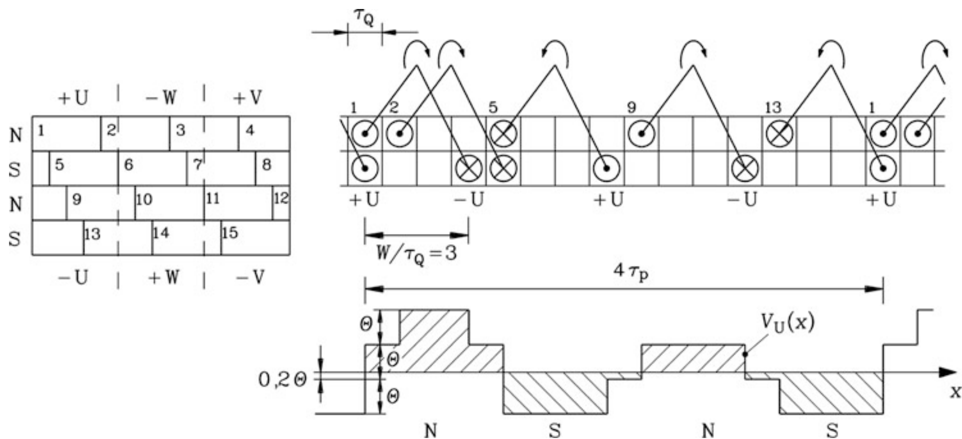


Abb. 2.29 Dreisträngige Zweischicht-Bruchlochwicklung $q = 5/4$ in der Darstellung des Tingley-Schemas, des Wicklungsschemas je Strang und der zugehörigen Felderregerkurve je Strang, Sehnung $W/\tau_p = 4/5$

Die Nuten 1, 2, 9 mit positivem Wickelsinn gehören zu Zonen U, die Nuten 5, 13 mit negativem Wickelsinn zu Zonen –U. Die Anordnung der Spulen ist also +1, +2, –5, +9, –13. Für die Stränge V und W ergibt sich dieselbe Anordnung der Spulengruppen, nämlich +11, +12, –15, +4, –8 bzw. +6, +7, –10, +14, –3, wie das Tingley-Schema Abb. 2.29 zeigt. In Abb. 2.29 wurde die Sehnung durch den Spulenschritt „1 in 4" mit $W/\tau_p = 12/15 = 4/5$ gewählt. Eine ungesehnte Anordnung ist nicht möglich. Die Felderregerkurve je Strang, in Abb. 2.29 am Beispiel von Strang U, $V_U(x)$ wiederholt sich nach zwei Polpaaren periodisch, und ist nicht abszissensymmetrisch. Für die Erregung $V_U(x)$ verhalten sich die vier Polflüsse wie 26:19:12:19. Der Summenfluss je Urschema und Strang ist Null: $26 - 19 + 12 - 19 = 0$. Ein Wicklungsbeispiel mit ungeradem Bruchlochnenner ist als Aufgabe A2.5 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch" enthalten.

Ist der Bruchlochnenner durch drei teilbar, so ist die dreisträngige Wicklung unsymmetrisch in den drei Strängen, wie Beispiel 2.21 zeigt.

Beispiel 2.21

Tingley-Schema einer unsymmetrischen Zweischicht-Bruchlochwicklung $m = 3$, $q = 4/3$ (Abb. 2.30):

Gemäß dem Tingley-Schema sollten in der Oberschicht der Nuten 1, 2, 9, 10, 17, 18 die linken Spulenseiten der Spulen mit positivem Wickelsinn liegen, die die Zonen U bilden, und in den Nuten 5, 6, 13, 14, 21, 22 die Oberschicht-Spulenseiten der Spulen mit negativem Wickelsinn, die die Zonen –U bilden. Für die Stränge V und W ergäbe sich eine Anordnung der Spulengruppen mit halb so viel Spulen, nämlich +4, –8, +12,

Abb. 2.30 Tingley-Schema einer unsymmetrischen dreisträngigen Zweischicht-Bruchlochwicklung $q = 4/3$

	+U	–W	+V	
N	1	2	3	4
S	5	6	7	8
N	9	10	11	12
S	13	14	15	16
N	17	18	19	20
S	21	22	23	24
	–U	+W	–V	

–16, +20, –24 bzw. –3, +7, –11, +15, –19, +23. Mit dieser hohen Unsymmetrie ist die Wicklung nicht ausführbar. Es müssen von den sechs überzähligen Spulen des Strangs U je zwei Spulen noch den Strängen V und W zugeordnet werden. Diese Zuordnung erfolgt an Hand der über das Tingley-Schema ermittelten induzierten Spulenspannungen durch die rotierende Grundwelle des Stator- oder Rotorfelds (siehe Kap. 4), sodass die induzierte Spannung je Strang in allen drei Strängen möglichst die gleiche Amplitude hat und die Phasenverschiebung zwischen den drei Strangspannungen möglichst 120° beträgt. Eine mögliche Lösung ist die folgende Spulenzuordnung, bei der die Amplituden der drei von der Feldgrundwelle induzierten Strangspannungen sich verhalten wie $U_{iU} : U_{iV} : U_{iW} = 7.4 : 7.43 : 7.43$. Der Phasenwinkel zwischen $\underline{U}_{iU}$ und $\underline{U}_{iV}$ bzw. zwischen $\underline{U}_{iU}$ und $\underline{U}_{iW}$ beträgt jeweils 118.4° bzw. –118.4°. Der Phasenwinkel zwischen $\underline{U}_{iV}$ und $\underline{U}_{iW}$ beträgt 123.2°.

Strang U: –5, –6, +10, –13, –14, +18, –21, –22
Strang V: –16, –17, +20, –24, –1, 4, –8, –9
Strang W: –2, –3, +7, –11, –12, +15, –19, +23

Eine mögliche Sehnung ist der Spulenschritt „1 Oberschicht in 4 Unterschicht“ mit $W/\tau_p = 9/12 = 3/4$. Eine ungesehnte Anordnung ist ebenfalls möglich mit dem Schritt „1 in 5“. Die Felderregerkurve $V(x)$ wiederholt sich gemäß $2N = 6$ nach sechs Polen periodisch, und ist nicht abszissensymmetrisch.

g) Beispiele für Bruchlochzahlen $q \approx 1/3$ Wenn die Spulenweite W etwa gleich der Polteilung sein soll, und der Bruchlochnenner 3 nicht verwendet werden soll, um unsymmetrische Wicklungsanordnungen zu vermeiden, muss die Lochzahl als echter Bruch so gewählt werden, dass ihr Wert $q = Z/N$ möglichst nahe am Wert $1/3 = 0.333$ liegt. Zu den erlaubten Nennerwerten N, die nicht durch drei teilbar sind, also 2, 4, 5, 7 ..., wird mit dieser Bedingung der passende Zählerwert Z gefunden.

In Tab. 2.2 sind mögliche Bruchlochzahlen mit aufsteigenden Nennerwerten 2, 4, 5, 7 ... angegeben, die diese Bedingung erfüllen, gemeinsam mit der Nutzahl Q_u und der Polzahl $2p_u$ je Urschema.

Tab. 2.2 Einige günstige Bruchlochzahlen für Zahnspulen, die die Bedingung $q \approx 1/3$ erfüllen

q	1/2	1/4	2/5	2/7	3/8	3/10	4/11	4/13	5/14	5/16	6/17	6/19
q	0.5	0.25	0.4	0.286	0.375	0.3	0.364	0.308	0.357	0.313	0.353	0.316
Q_u	3	3	12	12	9	9	24	24	15	15	36	36
$2p_u$	2	4	10	14	8	10	22	26	14	16	34	38
W/τ_p	2/3	4/3	5/6	7/6	8/9	10/9	11/12	13/12	14/15	16/15	17/18	19/18

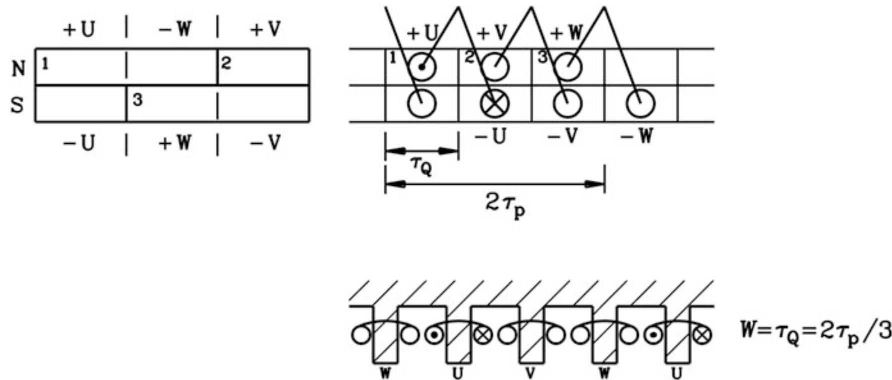


Abb. 2.31 Dreisträngige Zweischicht-Bruchloch-Zahnspulenwicklung $q = 1/2$ in der Darstellung des Tingley-Schemas, des Wicklungsschemas und der Anordnung der Zahnspulen, Sehnung $W/\tau_p = 2/3$

Beispiel 2.22

Tingley-Schema einer symmetrischen konzentrierten Zweischicht-Bruchlochwicklung $m = 3$, $q = 1/2$ (Abb. 2.31 und 2.32):

In der Nut 1 liegt die linke Spulenseite der Spule 1 mit positivem Wicklungssinn. Sie bildet die Zone U, in der Nut 2 liegt ihre rechte Spulenseite. Die Spule 1 umfasst damit einen Zahn und wird als Zahnspule bezeichnet. Sie ist gleichzeitig das Modul U. Es ergibt sich eine Sehnung 2/3. Für die Stränge V und W ergibt sich dieselbe Anordnung von Zahnspulen in den Nuten 2 und 3 bzw. 3 und 1. Das Wicklungsschema wiederholt sich nach zwei Polen. Die beiden Spulenseiten je Nut werden nicht als Ober- und Unterschicht übereinander liegend ausgeführt wie bei der verteilten Wicklung, sondern nebeneinander als Spulenseiten konzentrierter Zahnspulen.

Beispiel 2.23

Tingley-Schema einer symmetrischen konzentrierten Zweischicht-Bruchlochwicklung $m = 3$, $q = 1/4$ (Abb. 2.33):

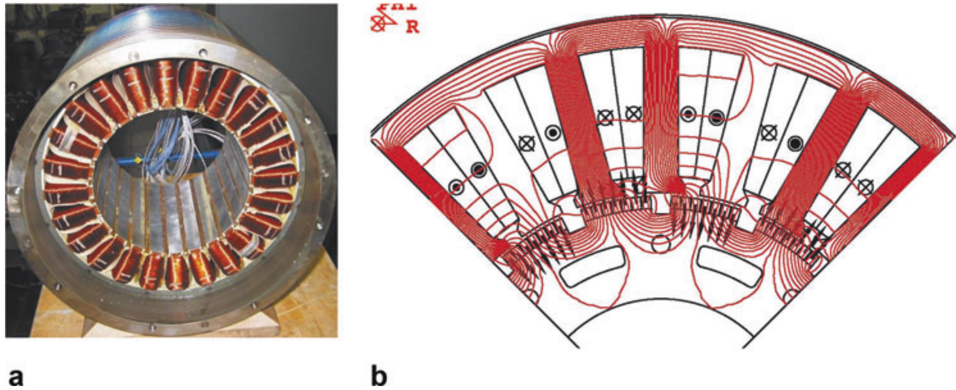


Abb. 2.32 Dreisträngige Zweischicht-Bruchloch-Zahnspulenwicklung $q = 1/2$ mit 8 Urschemen für eine 16-polige Permanentmagnet-Synchronmaschine. (**a**) Ausführung mit 24 halbgeschlossenen Ständernuten und 24 Runddraht-Zahnspulen. Daten: 45 kW, 1000/min, 133.3 Hz. (**b**) Numerisch berechnetes, aus Ständer- und Läuferfeld der Oberflächen-Permanentmagnete resultierendes Feldbild der Flussdichte B bei Bemessungsmoment 430 Nm. Es sind zwei Urschemen dargestellt. (Quelle: Deak und Binder 2007a)

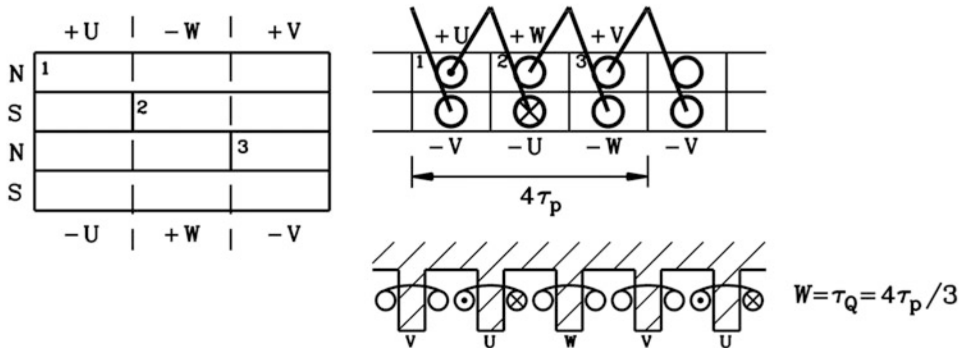


Abb. 2.33 Dreisträngige Zweischicht-Bruchloch-Zahnspulenwicklung $q = 1/4$ in der Darstellung des Tingley-Schemas, des Wicklungsschemas und der Anordnung der Zahnspulen, Sehnung $W/\tau_p = 4/3$

Die Verteilung der Spulen in den Nuten 1 bis 3 ist identisch mit Bsp. 2.22. Allerdings soll jetzt das von diesen Spulen erregte Magnetfeld mit einem vierpoligen Läuferfeld ein Drehmoment bilden. Deshalb erstreckt sich das Tingley-Schema über vier Pole. Bezüglich dieser gegenüber Bsp. 2.22 halbierten Polteilung ergibt sich eine Sehnung 4/3. Das Wicklungsschema wiederholt sich nach vier Polen.

Dass dieselbe Spulenanordnung Bsp. 2.22 und Bsp. 2.23 einmal mit zwei und einmal mit vier Polen je Urschema ein Drehmoment bilden kann, ist nur möglich, weil die Feldkurve

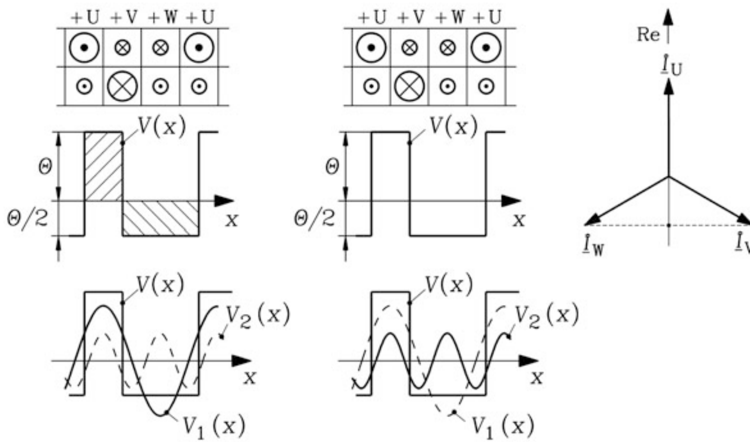


Abb. 2.34 Urschema einer dreisträngigen Zweischicht-Bruchloch-Zahnspulenwicklung mit 3 Zahnspulen U, V, W, die als drei Module U, V, W wirken. Die Felderregerkurve $V(x)$ ist für $i_U = -2i_V = -2i_W$ dargestellt. In Kombination mit einem zweipoligen Läuferfeld je Urschema wirkt die Wicklung als Bruchlochwicklung $q = 1/2$, wobei das Drehmoment mit der Grundwelle $V_1(x)$ gebildet wird. In Kombination mit einem vierpoligen Läuferfeld je Urschema wirkt die Wicklung als Bruchlochwicklung $q = 1/4$, wobei das Drehmoment mit der ersten Oberwelle $V_2(x)$ gebildet wird

der konzentrierten Ständerwicklung, die für beide Beispiele identisch ist, als Fourier-Reihe von Sinuswellen unterschiedlicher Wellenlänge dargestellt werden kann (siehe Kap. 3). Die Welle mit der längsten Wellenlänge ist in Bsp. 2.22 die Grundwelle als Nutzwelle, die mit dem zweipoligen Läuferfeld ein Drehmoment bildet. In Abb. 2.34 ist die Felderregerkurve $V(x)$ für die Strangstromwerte $i_U = \hat{I}, i_V = i_W = -\hat{I}/2$ dargestellt. Die Spulendurchflutung der Zahnspule 1 (Zone U) ist zu diesem Zeitpunkt mit $\Theta = N_c \cdot \hat{I}$ maximal. Die Lage der Grundwelle und der ersten Oberwelle mit halber Wellenlänge ist ebenfalls eingezeichnet. Die Fourier-Reihen-Entwicklung von $V(x)$ ergibt mit der in Kap. 3 dargestellten Rechenmethode für die Grundwelle eine Amplitude $\hat{V}_1 = 0.8 \cdot \Theta$ und für die erste Oberwelle $\hat{V}_2 = 0.4 \cdot \Theta$. Während für $q = 1/2$ diese und die weiteren Oberwellen für die Drehmomentbildung mit dem zweipoligen Läuferfeld nicht genutzt werden (Abb. 2.34 links), wird bei $q = 1/4$ diese erste Oberwelle als Nutzwelle bzw. „Grundwelle für $q = 1/4$" für die Drehmomentbildung mit dem vierpoligen Läuferfeld verwendet (Abb. 2.34 rechts). Die Unterwelle $\hat{V}_1 = 0.8 \cdot \Theta$ und die weiteren Oberwellen werden nicht genutzt und wirken i. A. störend. Prinzipiell wäre es auch möglich, eine höhere Oberwelle des Ständerfelds zur Drehmomentbildung zu nutzen. Doch sind die zugehörigen Feldamplituden zu klein, um eine sinnvolle elektromagnetische Ausnützung der elektrischen Maschine zu erzielen.

Fazit:
Bei den konzentrierten Bruchlochwicklungen existieren je Urschema zwei Läuferfeld-Polzahlen, die mit dem Feld der Bruchlochwicklung ein Drehmoment bilden können. Dabei

wirkt in jedem der beiden Fälle eine andere Teilwelle des Ständerfelds als Nutzwelle, während die verbleibenden Teilwellen des Ständerfelds nicht an der Bildung des Nutzdrehmoments teilnehmen und störend wirken, z. B. durch die Erzeugung geräuschanregender Radialkräfte.

Gemäß Tab. 2.2 gehören zur Anordnung mit 3 Nuten je Urschema die Kombinationen mit zwei oder vier Läuferpolen zur Drehmomentbildung, zur Anordnung mit 9 Nuten die Kombinationen mit acht oder zehn Läuferpolen je Urschema, zur Anordnung mit 12 Nuten die Kombinationen mit zehn oder vierzehn Läuferpolen je Urschema usw. Nur bei der Bruchlochzahl $q = 1/2$ wirkt die Grundwelle als Nutzwelle. In allen anderen Fällen wird eine Oberwelle zur Drehmomentbildung genützt.

Wie bei $q > 1$ ist auch bei der konzentrierten Wicklung eine Ausführung als Einschicht-Wicklung möglich und führt – wie bei $q > 1$ – zu einer schlechteren Annäherung der Feldkurve an die gewünschte Sinusform bzw. zu einem größeren Spektrum an unerwünschten Unter- und Oberwellen, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 2.24

Tingley-Schema einer symmetrischen konzentrierten Einschicht-Bruchlochwicklung $m = 3$, $q = 1/2$ (Abb. 2.35):

In jeder Nut befindet sich nur eine Spulenseite. Die linke Spulenseite der Spule 1 des Strangs U liegt in Nut 1. Die rechte Spulenseite als Rückleiter liegt in Nut 2 und ist im Tingley-Schema Abb. 2.35 deshalb nicht besonders gekennzeichnet. In gleicher Weise liegen die linken Spulenseiten der V-Spule in Nut 5 und der W-Spule in Nut 3, deren Rückleiter als rechte Spulenseiten in Nuten 6 bzw. 4. Es ergibt sich wie bei q = 1/2 in Zweischicht-Anordnung die Sehnung 2/3, jedoch wiederholt sich das Wicklungsschema als Urschema erst nach vier Polen. Die Felderregerkurve $V(x)$ Abb. 2.35 weicht gegenüber Abb. 2.34 deutlich stärker von der gewünschten Sinusform ab. Dies wird dadurch deutlich, dass die Amplitude der Grundwelle nur $\hat{V}_1 = 0.5 \cdot \Theta$ anstelle $\hat{V}_1 = 0.8 \cdot \Theta$ (Abb. 2.34) beträgt. Die erste Oberwelle $\hat{V}_2 = 0.4 \cdot \Theta$ ist gleich groß wie bei der Zweischicht-Wicklung. In Abb. 2.36 sind für $q = 1/2$ die a) Zweischichtwicklung und b) Einschichtwicklung bei gleicher Nutzahl 6 gegenübergestellt. Bei a) ist gemäß Abb. 2.34 eine Kombination mit einem vierpoligen bzw. achtpoligen Läuferfeld zur Drehmomentbildung sinnvoll; bei b) ist gemäß Abb. 2.35 eine Kombination mit einem zwei- bzw. vierpoligen Läuferfeld sinnvoll.

Da bei der konzentrierten Einschicht-Wicklung nur jeder zweite Zahn bewickelt wird, können die bewickelten Zähne breiter als die unbewickelten Zähne ausgeführt werden. Damit kann die Spulenweite W in gewissen Grenzen frei gewählt werden; sie kann z. B. so groß wie die Polteilung ausgeführt werden, um einen möglichst großen Fluss zu umfassen.

Beispiel 2.25

Symmetrische konzentrierte Einschicht-Bruchlochwicklung $m = 3$, $q = 1/2$ (Abb. 2.37) mit breiten bewickelten und schmalen unbewickelten Zähnen. Es ist die Spulenweite

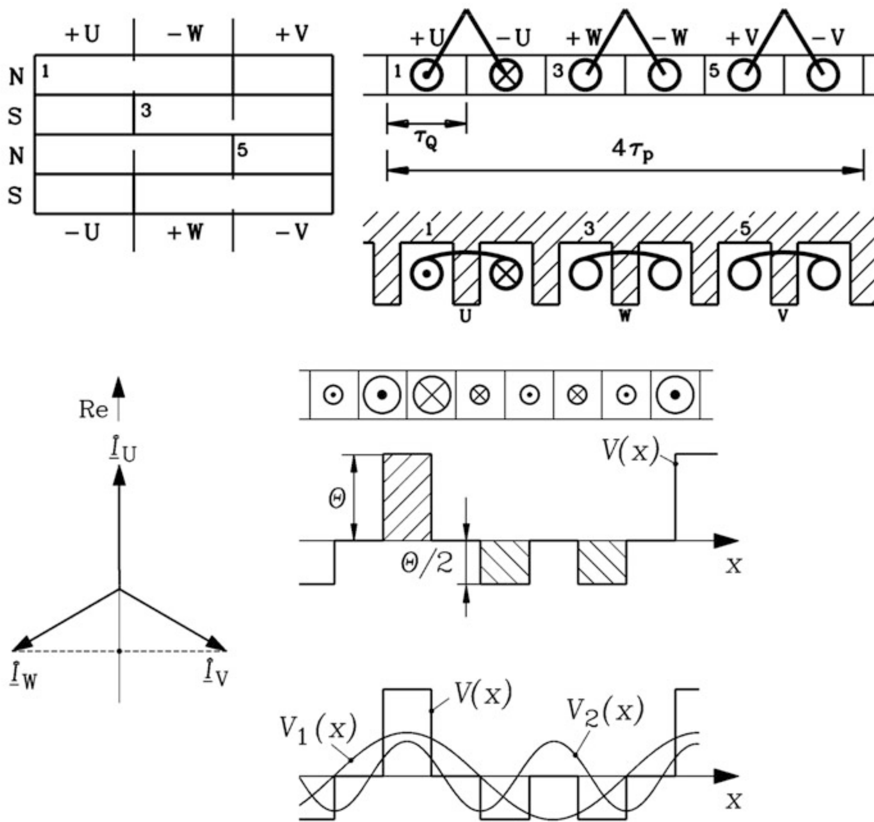


Abb. 2.35 Dreisträngige Einschicht-Bruchloch-Zahnspulenwicklung $q = 1/2$ in der Darstellung des Tingley-Schemas, des Wicklungsschemas und der Anordnung der Zahnspulen. Die Sehnung ist $W/\tau_p = 2/3$. Die Felderregerkurve $V(x)$ und die Lage ihrer Grundwelle $V_1(x)$ und ersten Oberwelle $V_2(x)$ sind für $i_U = -2i_V = -2i_W$ dargestellt

$W = \tau_p$. In der Nomenklatur „Nuten je Pol und Strang" ist es eine Einschicht-Halbloch-Wicklung. In der Nomenklatur „Spulen je Pol und Strang" wirkt sie wie $q = 1/4$ einer Zweischicht-Bruchloch-Wicklung.

Fazit:

Bei Bruchlochwicklungen wird – außer bei Zweischicht-Halbloch-Wicklungen – das Drehmoment mit einer Oberwelle des Ständerfelds als Nutzwelle erzeugt, sodass die langwelligeren Teilwellen des Ständerfelds als Unterwellen bezeichnet werden. Wegen der gegenüber den Ganzlochwicklungen doppelt so großen Anzahl von Ober- bzw. Unterwellen mit im Verhältnis zur Amplitude der Nutzwelle größeren Amplituden werden Bruchlochwicklungen hauptsächlich bei Synchronmaschinen eingesetzt, jedoch kaum bei Asynchronmaschinen.

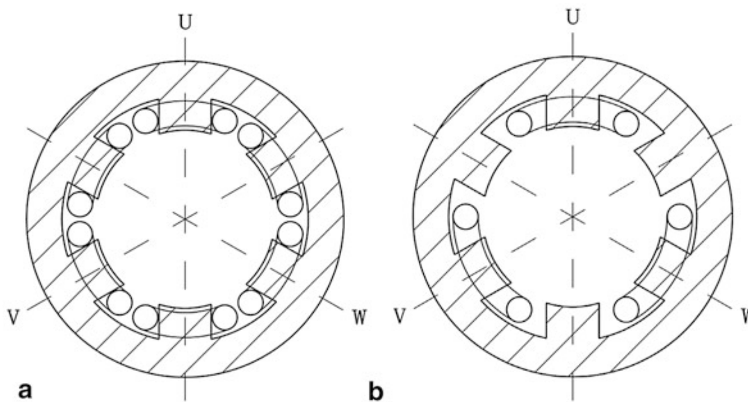


Abb. 2.36 Dreisträngige Bruchloch-Zahnspulenwicklung $q = {}^1\!/_2$ für den Betrieb mit vier- oder achtpoligem Läufer. Gegenüberstellung der (**a**) Zweischicht- und (**b**) Einschicht-Wicklung. Bei der Einschicht-Wicklung ist nur jeder zweite Zahn bewickelt

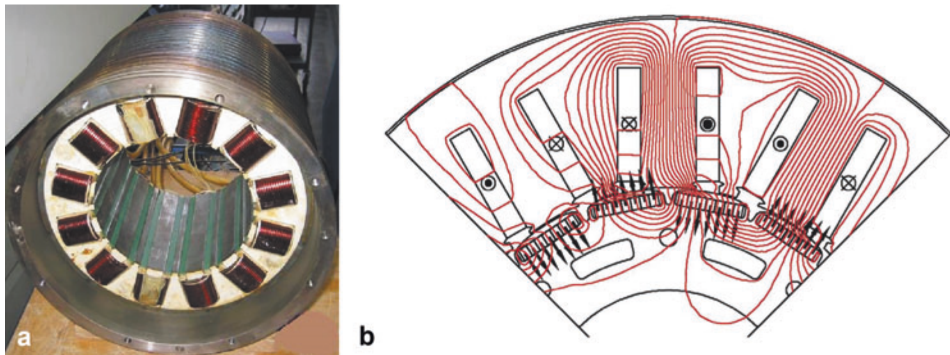


Abb. 2.37 Dreisträngige Zweischicht-Bruchloch-Zahnspulenwicklung mit $q = 1/2$ Nuten je Pol und Strang und ${}^1\!/_4$ Spulen je Pol und Strang, hier mit 4 Urschemen für eine 16-polige Permanentmagnet-Synchronmaschine. (**a**) Ausführung mit 24 offenen Ständernuten und 12 Profildraht-Aufsteck-Zahnspulen. Daten: 45 kW, 1000/min, 133.3 Hz. (**b**) Numerisch berechnetes, aus Ständer- und Läuferfeld der Oberflächen-Permanentmagnete resultierendes Feldbild der Flussdichte B bei Bemessungsmoment 430 Nm. Es ist ein Urschema dargestellt. (Quelle: Deak und Binder 2007a)

2.8 Wanderwellenwicklungen

Für die Erregung linear bewegter Magnetfelder als Wanderfelder werden die in den Abschn. 2.4 und 2.7 besprochenen Ein- und Zweischicht-Ganzloch- und -Bruchlochwicklungen in ebener („linearer") Anordnung ebenfalls eingesetzt (Greubel et al. 1999). Die häufigste Spulenanordnung einer linear angeordneten Wicklung entsteht durch „Aufschneiden" einer Drehfeldwicklung gemäß Abb. 2.38. Der Stator wird

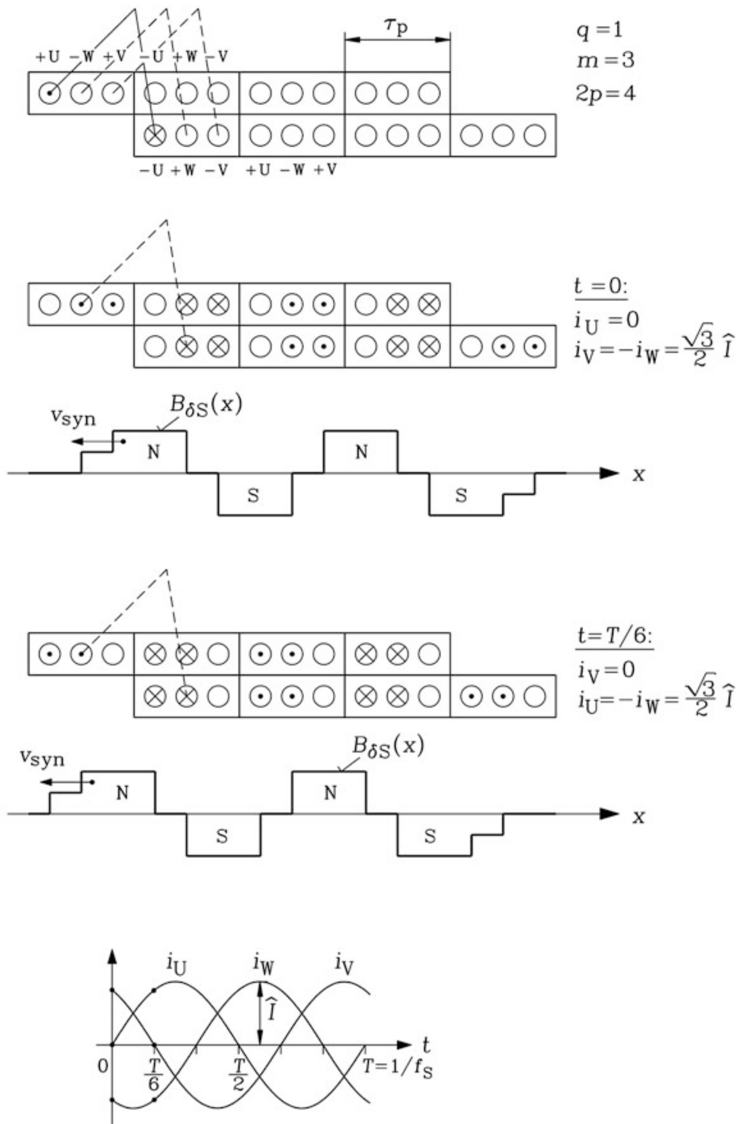


Abb. 2.38 Entstehen eines Wanderfelds bei Speisung einer dreisträngigen, vierpoligen, ungesehnten Zweischicht-Ganzloch-Wanderfeldwicklung $m = 3$, $q = 1$ mit einem Sinus-Drehstromsystem mit der Frequenz f_s

hier als Primärteil und der Rotor als Sekundärteil bezeichnet. Eine Besonderheit gegenüber den Drehfeldwicklungen tritt an den Wicklungsenden auf, wo z. B. bei einer linearen Zweischicht-Ganzlochwicklung in den Nuten entweder nur Unterschicht- oder nur Oberschichtleiter liegen (Abb. 2.38). Eine vierpolige Sechszonen-Wicklung enthält somit drei

Polteilungen als „Mittelabschnitte“ mit belegten Ober- und Unterschichten in den Nuten und zwei Polteilungen als „Randabschnitte“ an den Enden mit halbgefüllten Nuten entweder mit Oberschicht- oder Unterschichtleitern. Es sind somit 5 Polteilungen mit je drei Wicklungszonen U, V, W für eine vierpolige Wicklung erforderlich; allgemein bei einer $2p$-poligen Wanderfeldwicklung sind es $2p + 1$ bewickelte Polteilungen. Abb. 2.38 zeigt das Wanderfeld $B_{\delta S}(x)$ einer Langstator-Wicklung, das am rechten Ende der Wanderfeldwicklung „entspringt“, nach links mit der Geschwindigkeit $v_{syn} = 2f_s\tau_p$ wandert und am linken Ende „versickert“. Der Strombelag $A(x,\ t)$ in den Mittenabschnitten wird von den Hin- und Rückleitern der Spulen aller drei Wicklungsstränge U, V, W gebildet. Die zugehörige Grundwelle ist somit wie bei den Drehfeldwicklungen eine Wanderwelle

$$A_{II}(x,t) = -\hat{A} \cdot \sin(x \cdot \pi/\tau_p - \omega t).$$

Die beiden Randzonen I links und III rechts werden nur von den Hin- oder Rückleitern der Spulen von U, V, W gebildet, sodass der Strombelag dort nur als halb so große Wanderwelle $A_I(x,t) = -(\hat{A}/2) \cdot \sin(x \cdot \pi/\tau_p - \omega t)$ bzw.

$$A_{III}(x,t) = -(\hat{A}/2) \cdot \sin(x \cdot \pi/\tau_p - \omega t)$$

wirkt. Für unendlich permeables Ständer- und Läufereisen und konstanten Luftspalt δ wird die Luftspaltflussdichte in den drei Abschnitten I, II, III berechnet.

$$B_\delta(x,t) = \mu_0 \cdot V(x,t)/\delta = (\mu_0/\delta) \cdot \int A(x,t) \cdot dx \tag{2.46}$$

Mit der Wanderwellenamplitude

$$\hat{B}_\delta = \frac{\mu_0 \cdot \hat{A} \cdot \tau_p}{\delta \cdot \pi}$$

ergibt die Integration über den Strombelag in den drei Abschnitten die Flussdichten für $0 \le x \le (2p+1) \cdot \tau_p$ mit den Integrationskonstanten C_I, C_{II}, C_{III}.

$$B_{\delta I}(x,t) = (\hat{B}_\delta/2) \cdot \cos(x \cdot \pi/\tau_p - \omega t) + C_I(t), \quad 0 \le x \le \tau_p \tag{2.47}$$

$$B_{\delta II}(x,t) = \hat{B}_\delta \cdot \cos(x \cdot \pi/\tau_p - \omega t) + C_{II}(t), \qquad \tau_p \le x \le 2p \cdot \tau_p \tag{2.48}$$

$$B_{\delta III}(x,t) = \frac{\hat{B}_\delta}{2} \cdot \cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - \omega t\right) + C_{III}(t),\ 2p\tau_p \le x \le (2p+1) \cdot \tau_p \tag{2.49}$$

Am Beginn der Wicklung $x = 0$ und am Ende der Wicklung $x = (2p + 1) \cdot \tau_p$ muss die Flussdichte Null sein und an den Nahtstellen zwischen I und II und II und III muss sie stetig sein.

$$B_{\delta I}(0,t) = 0 \Rightarrow C_I(t) = -(\hat{B}_\delta/2) \cdot \cos(\omega t) \tag{2.50}$$

$$B_{\delta I}(\tau_p,t) = B_{\delta II}(\tau_p,t) \Rightarrow C_{II}(t) = 0 \tag{2.51}$$

$$B_{\delta\text{II}}(2p\tau_\text{p}, t) = B_{\delta\text{III}}(2p\tau_\text{p}, t) \Rightarrow C_\text{II}(t) = 0 \quad (2.52)$$

$$B_{\delta\text{III}}((2p+1)\tau_\text{p}, t) = 0 \Rightarrow C_\text{III}(t) = (\hat{B}_\delta/2) \cdot \cos(\omega t) \quad (2.53)$$

Damit setzen sich die Feldlösungen in den Randbereichen I und III aus einem Wanderfeldanteil und einem stehenden pulsierenden, räumlich konstanten Anteil zusammen. Nur im Mittelteil II tritt ein reines Wanderfeld auf.

$$B_{\delta\text{I}}(x,t) = (\hat{B}_\delta/2) \cdot \left[\cos(x \cdot \pi/\tau_\text{p} - \omega t) - \cos(\omega t)\right], \quad 0 \leq x \leq \tau_\text{p} \quad (2.54)$$

$$B_{\delta\text{II}}(x,t) = \hat{B}_\delta \cdot \cos(x \cdot \pi/\tau_\text{p} - \omega t), \quad \tau_\text{p} \leq x \leq 2p \cdot \tau_\text{p} \quad (2.55)$$

$$B_{\delta\text{III}}(x,t) = \frac{\hat{B}_\delta}{2} \cdot \left[\cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_\text{p}} - \omega t\right) + \cos(\omega t)\right], \quad 2p\tau_\text{p} \leq x \leq (2p+1)\tau_\text{p} \quad (2.56)$$

In Abb. 2.38 ist diese Überlagerung von stehendem pulsierenden Feld und Wanderfeld halber Amplitude durch den gegenüber der Feldform im Mittelteil abweichenden Feldverlauf erkennbar. Während die Wanderwelle halber Amplitude in den Randzonen nur die halbe magnetische Schubkraft mit dem Magnetfeld des Sekundärteils erzeugt, was durch die halbe Leiterzahl auch unmittelbar verständlich ist, induziert der pulsierende Feldanteil in den leitfähigen Teilen des Sekundärteils zusätzliche Wirbelströme, die einerseits zusätzliche Stromwärmeverluste verursachen und andrerseits mit dem Primärfeld eine bremsende Lorentz-Kraft in Bewegungsrichtung erzeugen. Wegen dieser störenden Längs-Bremskraft wird dies als „longitudinaler Endeffekt" bezeichnet, der vor allem bei Linear-Asynchronmaschinen nachteilig wirkt (Oberretl 1973).

Fazit:
Verteilte Wicklungen für Linearmaschinen werden i. A. mit der gleichen Wicklungstechnologie wie bei rotierenden elektrischen Maschinen, zumeist dreisträngig („dreiphasig") ausgeführt. Eine Besonderheit besteht an den beiden Enden der Linearwicklung, wo neben dem Wanderfeld auch ein stehendes, pulsierendes Feld auftritt, das störend wirkt.

Im begleitenden Übungsbuch werden in Aufgabe A2.1 und A2.2 Felderregerkurve und Wicklungsanordnung von gesehnten Drehstrom-Ganzlochwicklungen $q = 2$ behandelt. In A2.3 wird die Felderregerkurve der gesehnten Zweischicht-Drehstrom-Halblochwicklung $q = 3/2$ bestimmt, und in A2.3 jene der Einschichtvariante $q = 3/2$, wobei das Tingley-Schema verwendet wird. Mit dem Tingley-Schema wird in Aufgabe A2.5 die Felderregerkurve der verteilten Drehstrombruchlochwicklung $q = 7/5$ ermittelt, in A2.6 jene der Zahnspulenwicklung $q = 3/8$ und in A2.7 die Drehstrom-Bruchloch-Zweischichtwicklung $q = 7/2$ eines Rohrmühlenantriebs untersucht.

Check for updates

Mathematische Analyse von Luftspaltfeldern 3

In diesem Kapitel wird mit der Fourier-Reihenentwicklung (Dirschmid 1992, 1996) der Luftspaltfeldkurve die Zerlegung des Luftspaltfelds in Feldwellen unterschiedlicher Wellenlänge, Geschwindigkeit und Amplitude gezeigt. Es wird zwischen der für die Funktion der elektrischen Drehfeld- bzw. Wanderfeld-Maschinen wichtigen Arbeitsdrehwelle und den restlichen Ober- und ggf. Unterwellen unterschieden. Als Ergebnis stehen die Wicklungsfaktoren unterschiedlicher Wicklungstypen zur Verfügung, die die Größe der Wellenamplituden mitbestimmen. Für die Arbeitswelle soll der Wicklungsfaktor nahe dem Wert Eins sein.

3.1 Grund- und Ober- bzw. Unterwellen des Luftspaltfelds

In Kap. 2 wurde gezeigt, dass das treppenförmige wandernde bzw. drehende Luftspaltfeld durch eine sinusförmige Wanderwelle bzw. Drehwelle, der Arbeitswelle, die bei Ganzlochwicklungen die Grundwelle ist, angenähert werden kann. Da die Betrachtungen für Dreh- und Wanderwellen grundsätzlich dieselbe ist, werden im Folgenden die Zusammenhänge anhand der Drehwellen besprochen. Da das Maschinenverhalten durch die Grundwellen bestimmt wird, ist die Grundwellenbetrachtung für das grundsätzliche Verständnis der elektrischen Drehfeldmaschinen ausreichend. Die Berechnung der Größe der Amplitude der Grundwelle aus den Wicklungsdaten und den Amplituden der erregenden Ströme wird in diesem Kapitel gezeigt. Mithilfe der Fourier-Reihenentwicklung des treppenförmigen Luftspaltfelds ist es möglich, unterschiedliche Wicklungsanordnungen hinsichtlich der Entstehung von möglichst wenigen Unter- und Oberwellen mit möglichst kleiner Amplitude zu vergleichen. Es werden hier nur symmetrische („phasenreine") Drehfeldwicklungen betrachtet, also Wicklungen mit identisch ausgeführten Wicklungssträngen. Damit sind *m*-strängige Wicklungen ausgeschlossen, deren Lochzahl

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_3

ein echter Bruch mit dem Nenner m oder ganzzahligen Vielfachen davon ist. Anstatt die resultierenden Treppenkurven der magnetischen Spannung zu analysieren, werden wesentlich rationeller die Rechteckkurven der einzelnen Spulen Fourier-analysiert und deren Wellenspektrum ermittelt. Die harmonischen Wellen aller Spulen je Strang und dann die aller m Stränge werden addiert und die resultierenden Wellenamplituden ermittelt, wobei als wesentlicher Amplitudenparameter der Wicklungsfaktor auftritt.

3.2 Fourier-Reihenentwicklung der Felderregerkurve von 2*m*-Zonen-Ganzlochwicklungen

Eine periodische Funktion $V(\gamma)$ mit der Periode 2π kann als Summe einer unendlichen Zahl von sinusförmigen Funktionen (Harmonischen) in Form einer Fourier-Reihe dargestellt werden.

$$V(\gamma) = V_0 + \sum_{\nu=1,2,3,\ldots}^{\infty} \left[\hat{V}_{\nu,\mathrm{a}} \cdot \cos(\nu \cdot \gamma) + \hat{V}_{\nu,\mathrm{b}} \cdot \sin(\nu \cdot \gamma)\right] \tag{3.1}$$

Die einzelnen Amplituden $\hat{V}_\nu$ zu den Ordnungszahlen

$$\nu = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \tag{3.2}$$

werden mit den Integralen

$$\hat{V}_{\nu,\mathrm{a}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\gamma) \cdot \cos(\nu \cdot \gamma) \cdot d\gamma \tag{3.3a}$$

$$\hat{V}_{\nu,\mathrm{b}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V(\gamma) \cdot \sin(\nu \cdot \gamma) \cdot d\gamma \tag{3.3b}$$

und der Mittelwert V_0 mit der Formel

$$V_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(\gamma) \cdot d\gamma \tag{3.4}$$

berechnet.

a) Fourier-Reihe der Felderregerkurve eines Strangs mit ungesehnten Spulen ($q = 1$): Die räumliche Verteilung der Felderregerkurve bzw. der magnetischen Spannung $V_\mathrm{c}(x)$ eines Wicklungsstrangs mit $q = 1$ Spulen pro Pol und Strang ist gemäß Kap. 2 (Abb. 3.1a) unabhängig von der zeitlichen Kurvenform des Spulenstroms i_c eine Rechteckfunktion. Je Nut

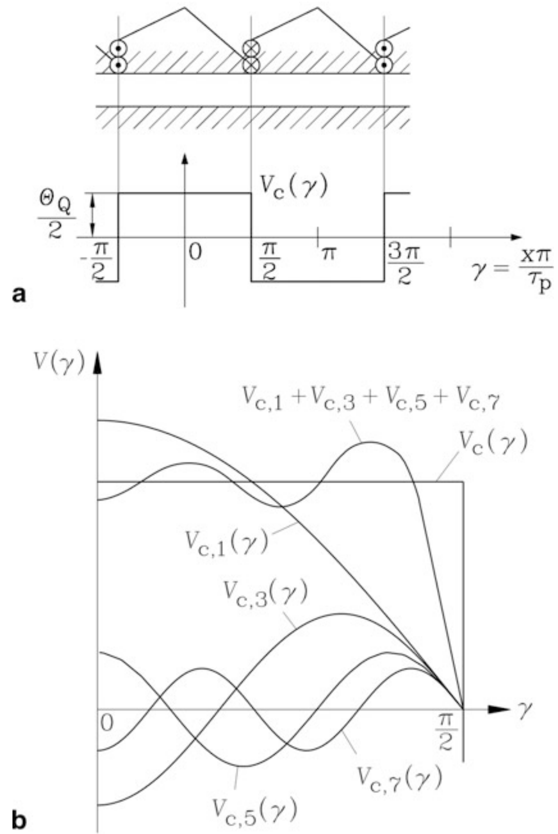


Abb. 3.1 (**a**) Rechteckförmige magnetische Spannung $V_c(\gamma)$ einer Folge von ungesehnten, bestromten Spulen einer Zweischichtwicklung ($q = 1$), (**b**) Grundwelle $\nu = 1$ und Oberwellen $\nu = 3, 5, 7$ der Rechteckwelle von a) sowie deren Summe

ist bei einer Einschichtwicklung die „konzentrierte“ Nut-Durchflutung $\Theta_Q = N_c i_c$ und bei einer ungesehnten Zweischichtwicklung $\Theta_Q = 2N_c i_c$ vorhanden. Der Durchflutungssatz, angewendet auf eine geschlossene Kurve um eine Nutdurchflutung, ergibt bei unendlich permeablem Eisen $-V_{c,\text{links}} + V_{c,\text{rechts}} = \Theta_Q$.

Aus Symmetriegründen ist $-V_{c,\text{links}} = V_{c,\text{rechts}} = \Theta_Q/2$ und damit die Amplitude der Rechteckfunktion der Felderregerkurve $\Theta_Q/2$. Die Umfangskoordinate x wird durch den in „elektrischen“ Graden gezählten Umfangswinkel γ

$$\gamma = x \cdot \pi/\tau_p \tag{3.5}$$

ausgedrückt. Bei $x = 2\,\tau_p$ ist der Umfangswinkel γ in elektrischen Graden stets 2π. Das entspricht bei einer zweipoligen Maschine auch dem Umfangswinkel 2π in „mechanischen Graden“, bei einer vierpoligen Maschine jedoch nur π in „mechanischen Grad“ usw. Allgemein entspricht der Wert 2π, gezählt in „elektrischen Graden“, dem Wert $2\pi/p$, gezählt in „mechanischen Graden“. Da die negativen und positiven Flächen unter der

Kurve $V_c(\gamma)$ gleich groß sind, ist $V_{c,0}$ gemäß (3.4) Null. Es tritt kein Gleichanteil in der Felderregerkurve auf. Somit wird keine Unipolarflussdichte im Luftspaltfeld erregt.

Wird die Lage von $\gamma = 0$ wie in Abb. 3.1a in der Symmetrieachse der Felderregerkurve gewählt, so ist $V_c(\gamma)$ eine „gerade“ Funktion, für die (3.6) gilt.

$$V_c(\gamma) = V_c(-\gamma) \tag{3.6}$$

Wird dies in (3.3b) eingesetzt, so folgt $\hat{V}_{c,\nu,b} = 0$, wie die Rechnung zeigt.

$$\hat{V}_{\nu,b} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} V_c(\gamma)\cdot\sin(\nu\cdot\gamma)\cdot d\gamma = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} V_c(\gamma')\cdot\sin(\nu\gamma')\cdot\cos(\nu\pi)\cdot d\gamma', \quad \gamma = \gamma' + \pi$$

$$\hat{V}_{\nu,b} = \frac{\cos(\nu\pi)}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} V_c(\gamma')\cdot\sin(\nu\gamma')\cdot d\gamma' + \int_0^{\pi} V_c(\gamma')\cdot\sin(\nu\gamma')\cdot d\gamma'\right]$$

$$V_c(\gamma') = V_c(-\gamma')$$

$$\int_{-\pi}^{0} V_c(\gamma')\cdot\sin(\nu\gamma')\cdot d\gamma' = \int_{-\pi}^{0} V_c(-\gamma')\cdot\sin(\nu\gamma')\cdot d\gamma'$$

$$= \int_{\pi}^{0} V_c(\gamma'')\cdot\sin(\nu\gamma'')\cdot d\gamma'', \quad \gamma' = -\gamma''$$

$$\hat{V}_{\nu,b} = \frac{\cos(\nu\pi)}{\pi}\left[\int_{\pi}^{0} V_c(\gamma'')\cdot\sin(\nu\gamma'')\cdot d\gamma'' + \int_0^{\pi} V_c(\gamma')\cdot\sin(\nu\gamma')\cdot d\gamma'\right] = 0$$

Fazit:
Bei der Fourier-Reihenentwicklung einer geraden Funktion treten nur Cosinus-Funktionen in der Fourier-Summe auf.

Weiter ist die Feldkurve in Abb. 3.1a eine abszissensymmetrische Funktion, da die Feldkurven von N- und S-Pol identisch sind.

$$V_c(\gamma) = -V_c(\gamma + \pi) \tag{3.7}$$

Wird dies in (3.3a) eingesetzt, so ergeben sich für gerade Ordnungszahlen $\nu = 2, 4, 6, \ldots$ die Amplituden $\hat{V}_{c,\nu,a} = 0$, wie folgende Rechnung zeigt. Für beliebige Ordnungszahlen $\nu = 1, 2, 3, \ldots$ wird das Integral (3.3) in zwei Teil-Integrale aufgeteilt.

$$\hat{V}_{c,\nu,a} = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} V_c(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} V_c(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma + \frac{1}{\pi}\int_{\pi}^{2\pi} V_c(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma \tag{3.8}$$

Das zweite Teil-Integral liefert mit der Bedingung für Abszissensymmetrie

$$\int_{\pi}^{2\pi} V_\mathrm{c}(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma = \int_{0}^{\pi} V_\mathrm{c}(\gamma' + \pi)\cos(\nu(\gamma' + \pi))d\gamma' = \int_{0}^{\pi} -V_\mathrm{c}(\gamma')\cos(\nu\gamma')(-1)^\nu d\gamma' \tag{3.9}$$

Folglich hebt sich das zweite Teil-Integral mit dem ersten Teil-Integral für gerade Ordnungszahlen auf:

$$\nu = 2,\,4,\,6,\,\ldots: \quad \hat{V}_{\mathrm{c},\nu,\mathrm{a}} = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} V_\mathrm{c}(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma - \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} V_\mathrm{c}(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma = 0 \tag{3.10}$$

Für ungerade Ordnungszahlen sind das erste und zweite Teil-Integral identisch, sodass sich der doppelte Wert des ersten Teilintegrals ergibt.

$$\nu = 1,\,3,\,5,\,\ldots: \quad \hat{V}_{\mathrm{c},\nu,\mathrm{a}} = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} V_\mathrm{c}(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma \tag{3.11}$$

Fazit:
Abszissensymmetrische Kurven wie die Felderregerkurven eines Wicklungsstrangs mit verteilten Wicklungen haben nur Oberwellen mit ungerader Ordnungszahl. Es ergibt sich für diese Felderregerkurven eine Fourier-Reihe gemäß (3.12).

$$\hat{V}_{\mathrm{c},\nu} = \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} V_\mathrm{c}(\gamma)\cos(\nu\gamma)d\gamma, \qquad V_\mathrm{c}(\gamma) = \sum_{\nu=1,3,5,\ldots}^{\infty} \hat{V}_{\mathrm{c},\nu}\cos(\nu\gamma) \tag{3.12}$$

Die Fourier-Reihe der Rechteckfunktion Abb. 3.1 liefert mit

$$-\pi/2 \le \gamma \le \pi/2: \quad V_\mathrm{c}(\gamma) = \Theta_\mathrm{Q}/2, \quad \pi/2 \le \gamma \le 3\pi/2: \quad V_\mathrm{c}(\gamma) = -\Theta_\mathrm{Q}/2$$

für $\nu = 1,\,3,\,5,\,\ldots$ die folgenden Amplituden:

$$\begin{aligned}\hat{V}_{\mathrm{c},\nu=1,3,5,\ldots} &= \frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} V_\mathrm{c}(\gamma)\cdot\cos(\nu\gamma)d\gamma \\ &= \frac{\Theta_\mathrm{Q}}{\pi}\int_{0}^{\pi/2} (\cos(\nu\gamma) - \cos(\nu\gamma + \nu\pi/2))\,d\gamma = \frac{\Theta_\mathrm{Q}}{2}\cdot\frac{4}{\nu\pi}\cdot\sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right)\end{aligned} \tag{3.13}$$

Da der Faktor $\sin(\nu\pi/2)$ stets den Betrag 1 hat, sinken die Amplituden der Oberwellen mit $1/\nu$. Die endliche Fourier-Summe in Abb. 3.1b bis zur 7. Oberwelle beschreibt die korrekte Rechteck-Verteilung $V_\mathrm{c}(\gamma)$ schon ganz brauchbar.

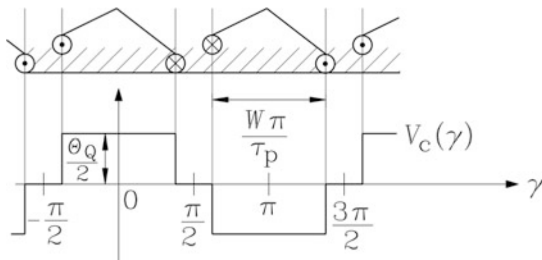


Abb. 3.2 Magnetische Spannungsverteilung $V_c(\gamma)$ einer Folge von gesehnten, bestromten Spulen eines Strangs ($q = 1$) einer Zweischichtwicklung

b) Fourier-Reihe der Felderregerkurve eines Strangs mit gesehnten Spulen ($q = 1$): Bei Zweischichtwicklungen können die Spulen gesehnt ausgeführt werden. Es verändert sich $V_c(x)$ gemäß Abb. 3.2, indem Lücken in der Felderregerkurve zwischen den einzelnen Polen auftreten. Die zugehörige Berechnung der Amplituden der Cosinus-Funktionen der Fourier-Reihe ergibt gegenüber (3.13) kleinere Amplituden.

$$\hat{V}_{c,\nu=1,3,5,\ldots} = \frac{\Theta_Q}{\pi} \cdot \int_0^{\pi \cdot W/(2\tau_p)} (\cos(\nu\gamma) - \cos(\nu\gamma + \nu\pi/2))\, d\gamma$$

$$\hat{V}_{c,\nu=1,3,5,\ldots} = \frac{\Theta_Q}{2} \cdot \frac{4}{\nu\pi} \cdot \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\nu\pi}{2}\right) \tag{3.14}$$

Im Vergleich zu den ungesehnten Spulen sind die Amplituden im Verhältnis $\sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\nu\pi}{2}\right) \Big/ \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right)$ kleiner. Man nennt (3.15) den „Sehnungsfaktor“ $k_{p,\nu}$.

$$k_{p,\nu} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\nu\pi}{2}\right) \tag{3.15}$$

Im Sonderfall $W = \tau_p$ der ungesehnten Spulen geht (3.14) in (3.13) über.

c) Fourier-Reihe der Felderregerkurve eines Strangs einer 2m-Zonen-Wicklung mit ungesehnten Spulengruppen ($q > 1$): Der Verlauf der magnetischen Spannung einer ungesehnten Spulengruppe für $q = 2$ ist in Abb. 3.3 dargestellt. Die Fourier-Reihe der magnetischen Spannungsverteilung $V_{gr}(\gamma)$ lautet für $\nu = 1, 3, 5, \ldots$:

$$\hat{V}_{gr,\nu} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_{gr}(\gamma) \cos(\nu\gamma) d\gamma = \frac{q\Theta_Q}{2} \cdot \frac{4}{\nu\pi} \cdot \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) \cdot \frac{\sin(\frac{\nu\pi}{2m})}{q \cdot \sin(\frac{\nu\pi}{2mq})} \tag{3.16}$$

Herleitung: Der Abstand zwischen benachbarten Nutdurchflutungen bei $2m$ Zonen je Polpaar mit q Nuten je Zone ist die Nutteilung $\tau_Q = \tau_p/(mq)$. Somit werden die ν-ten Wellen, die für $q = 1$ in (3.13) berechnet wurden, um den Nutwinkel $\alpha_Q = \pi \cdot \tau_Q/\tau_p$

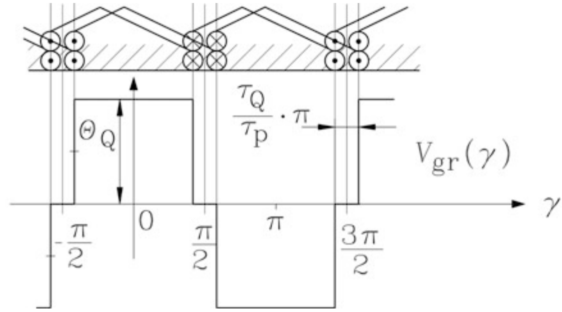


Abb. 3.3 Magnetische Spannungsverteilung $V_{gr}(\gamma)$ einer Folge von ungesehnten, bestromten Spulengruppen einer Zweischichtwicklung (im Beispiel: $q = 2$; daher Amplitude $q\Theta_Q/2 = \Theta_Q$)

$= \pi/(m \cdot q)$ räumlich phasenverschoben, und diese q Wellen zur resultierenden ν-ten Welle der Felderregerkurve der Spulengruppe addiert.

$$\sum_{l=0}^{q-1} \hat{V}_{c,\nu} \cos\left[\nu(\gamma - l \cdot \pi/(m \cdot q))\right] = \hat{V}_{c,\nu} \cdot \mathrm{Re}\left\{\sum_{l=0}^{q-1} e^{j\nu\gamma} \cdot e^{-jl\cdot\nu\cdot\pi/(m\cdot q)}\right\}$$

$$\hat{V}_{c,\nu} \cdot \mathrm{Re}\left\{\sum_{l=0}^{q-1} e^{j\nu\gamma} \cdot e^{-jl\cdot\nu\cdot\pi/(m\cdot q)}\right\} = \hat{V}_{c,\nu} \cdot \mathrm{Re}\left\{e^{j\nu\gamma} \sum_{l=0}^{q-1} \left(e^{-j\nu\cdot\pi/(m\cdot q)}\right)^l\right\}$$

Mit der Summenformel für geometrische Reihen $\sum_{l=0}^{q-1} r^l = \frac{r^q-1}{r-1}$ und $r = e^{-j\nu\cdot\pi/(m\cdot q)}$ erhalten wir:

$$\begin{aligned}
&\hat{V}_{c,\nu} \cdot \mathrm{Re}\left\{e^{j\nu\gamma} \cdot \frac{e^{-j\nu\cdot\pi/m} - 1}{e^{-j\nu\cdot\pi/(m\cdot q)} - 1}\right\} \\
&= q \cdot \hat{V}_{c,\nu} \cdot \mathrm{Re}\left\{e^{j\nu\gamma} \cdot e^{-j\frac{\nu\cdot\pi}{2m}\cdot(1-1/q)} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\nu\cdot\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\nu\cdot\pi}{2mq}\right)}\right\} \\
&= q \cdot \hat{V}_{c,\nu} \cdot \cos\left[\nu \cdot \left(\gamma - \frac{\pi}{2m} \cdot (1 - 1/q)\right)\right] \cdot k_{d,\nu}
\end{aligned}$$

Im Vergleich zu (3.13) sind die Wellen phasenverschoben $\gamma^* = \gamma + (1-1/q) \cdot \pi/(2m)$, was einer Wahl des Ursprungs $\gamma = 0$ in der Symmetrieachse der Felderregerkurve $V_{gr}(\gamma)$ wie in Abb. 3.3 entspricht. Für $q = 2$ und $m = 3$ beträgt dieser Winkel $\frac{\pi}{2\cdot 3} \cdot (1 - 1/2) = \pi/12$, was einer halben Nutteilung entspricht. Weiter sind die Amplituden mit $q \cdot \hat{V}_{c,\nu} \cdot k_{d,\nu}$ um den Faktor q größer, da sich die Anzahl der Nutdurchflutungen um den Faktor q erhöht hat, aber um den „Zonenfaktor" $k_{d,\nu}$ verringert. Im Sonderfall $q = 1$ entsteht aus (3.16) wieder (3.13).

$$k_{d,\nu} = \frac{\sin(\frac{\nu\pi}{2m})}{q \cdot \sin(\frac{\nu\pi}{2mq})} \tag{3.17}$$

Die Windungszahl je Strang ergibt sich gemäß Kap. 2 als Produkt aus N_c Windungen pro Spule, q Spulen pro Pol und $2p$ Polen, geteilt durch Anzahl a der parallelen Zweige je Strang: $N = 2pqN_c/a$. Mit der Umformung

$$\frac{q\Theta_Q}{2} = qN_c i_c = \frac{2p \cdot q \cdot N_c}{a} \cdot \frac{a \cdot i_c}{2p} = N \cdot \frac{i}{2p} \tag{3.18}$$

wird anstelle N_c die Windungszahl N je Strang und statt des Spulenstroms i_c der Strangstrom $i = a \cdot i_c$ als Parameter verwendet. Im Sonderfall der Serienschaltung aller Spulen ($a = 1$) sind Spulen- und Strangstrom identisch. Mit (3.16) und (3.18) werden die Wellenamplituden in Abhängigkeit des Strangstroms angegeben.

$$\hat{V}_{gr,\nu} = N \cdot \frac{i}{2p} \cdot \frac{4}{\nu\pi} \cdot \sin\left(\frac{\nu\pi}{2}\right) \cdot k_{d,\nu} \tag{3.19}$$

d) Fourier-Reihe der Felderregerkurve eines Strangs mit gesehnten Spulengruppen ($q > 1$): Im allgemeinen Fall eines Wicklungsstrangs mit gesehnten Spulengruppen muss in (3.19) der Ausdruck $\sin(\nu\pi/2)$ durch den Sehnungsfaktor ersetzt werden. Damit erhält man die Fourier-Reihe der Felderregerkurve $V_{strang}(\gamma)$ eines Wicklungsstrangs.

$$\hat{V}_{strang,\nu} = N \cdot \frac{i}{2p} \cdot \frac{4}{\nu\pi} \cdot k_{p,\nu} \cdot k_{d,\nu}, \quad \nu = 1, 3, 5, \ldots \tag{3.20}$$

$$\hat{V}_{strang,\nu} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{N}{p} \cdot \frac{1}{\nu} \cdot k_{p,\nu} \cdot k_{d,\nu} \cdot I \quad \nu = 1, 3, 5, \ldots \tag{3.21}$$

$$V_{strang}(\gamma, t) = \sum_{\nu=1,3,5,\ldots}^{\infty} \hat{V}_{strang,\nu} \cdot \cos(\nu\gamma) \cdot \cos(\omega t) \tag{3.22}$$

Das Produkt (3.23) heißt „Wicklungsfaktor“ $k_{w,\nu}$.

$$k_{w,\nu} = k_{p,\nu} \cdot k_{d,\nu} \tag{3.23}$$

Fazit:
Die Fourier-Reihe der magnetischen Spannungsverteilung $V_{strang}(\gamma, t)$ und damit der Feldkurve $B_\delta(x, t)$ eines Wicklungsstrangs mit der Strangwindungszahl N, der vom Strangstrom $i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$ erregt wird, wird durch (3.21), (3.22) angegeben. Die magnetische Spannungsverteilung ist eine Summe stehender, pulsierender Wellen und erregt ein magnetisches „Wechselfeld“.

Beispiel 3.1

Sehnungs-, Wicklungs- und Zonenfaktor von drei Drehstromwicklungen A, B, C für ungerade Ordnungszahlen sind in Tab. 3.1 zusammengefasst.

Tab. 3.1 Sehnungs-, Zonen- und Wicklungsfaktoren für gesehnte dreisträngige Drehstromwicklungen mit 6, 12 und 18 Nuten je Polpaar bis zur Ordnungszahl 19. Die nutharmonischen Wicklungsfaktoren sind unterstrichen

	A			B			C		
	$q = 1$, $W/\tau_p = 2/3$			$q = 2$, $W/\tau_p = 5/6$			$q = 3$, $W/\tau_p = 7/9$		
	$Q/p = 6$			$Q/p = 12$			$Q/p = 18$		
ν	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$
1	0.866	1	0.866	0.966	0.966	0.933	0.940	0.960	0.902
3	0	1	0	–0.707	0.707	–0.5	–0.5	0.667	–0.333
5	–0.866	1	$-\underline{0.866}$	0.259	0.259	0.067	–0.174	0.218	–0.038
7	0.866	1	$\underline{0.866}$	0.259	–0.259	–0.067	0.766	–0.177	–0.136
9	0	1	0	–0.707	–0.707	0.5	–1.0	–0.333	0.333
11	–0.866	1	$-\underline{0.866}$	0.966	–0.966	$-\underline{0.933}$	0.766	–0.177	–0.136
13	0.866	1	$\underline{0.866}$	–0.966	–0.966	$\underline{0.933}$	–0.174	0.218	–0.038
15	0	1	0	0.707	–0.707	–0.5	–0.5	0.667	–0.333
17	–0.866	1	$-\underline{0.866}$	–0.259	–0.259	0.067	0.940	0.960	$\underline{0.902}$
19	0.866	1	$\underline{0.866}$	–0.259	0.259	–0.067	–0.940	0.960	$-\underline{0.902}$

Es fällt auf, dass die Wicklungsfaktoren periodisch bei bestimmen höheren Ordnungszahlen, den „nutharmonischen“ Ordnungszahlen ν_Q (3.41), ebenso groß werden wie bei $\nu = 1$. Diese Werte $k_{w,\nu}$ sind in Tab. 3.1 unterstrichen. Mathematische Ursache für die Periodizität sind die im Sehnungs- und Zonenfaktor auftretenden Sinus-Terme.

Fazit:
Der Wicklungsfaktor „transformiert“ eine am Bohrungsumfang in Nuten verteilte Wicklung mit N Windungen mathematisch in eine konzentrierte Wicklung mit $k_{w,\nu} \cdot N$ effektiven Windungen. Man muss sich anschließend nicht mehr weiter um die verteilte Wicklung kümmern, sondern kann die Wicklung formelmäßig wie eine konzentrierte Wicklung mit $k_{w,\nu} \cdot N$ effektiven Windungen behandeln, die eine sinusförmige Luftspaltwelle mit der Wellenlänge $2\tau_p/\nu$ erregt.

e) Fourier-Reihe der Felderregerkurve einer drei- bzw. m-strängigen Drehstromwicklung mit sechs bzw. 2m Zonen: Die stehende pulsierende Durchflutungsverteilung je Strang (3.22) wird analog zu Abschn. 2.5 für die drei, je um $2\,\tau_p/3$ räumlich versetzten Stränge U, V, W einzeln für jede Ordnungszahl ν angeschrieben. Dabei werden die drei Stränge durch drei je um $T/3$ phasenversetzte Sinuswechselströme gespeist.

$$V_{U_\nu}(\gamma, t) = \hat{V}_{strang,\nu} \cdot \cos(\nu\gamma) \cdot \cos(\omega t) \qquad (3.24)$$

$$V_{V_\nu}(\gamma,t) = \hat{V}_{\text{strang},\nu} \cdot \cos(\nu(\gamma - 2\pi/3)) \cdot \cos(\omega t - 2\pi/3) \tag{3.25}$$

$$V_{W_\nu}(\gamma,t) = \hat{V}_{\text{strang},\nu} \cdot \cos(\nu(\gamma - 4\pi/3)) \cdot \cos(\omega t - 4\pi/3) \tag{3.26}$$

Die stehenden, pulsierenden Wellen (3.24)–(3.26) werden wie in Abschn. 2.5 in mit- und gegenläufige Drehwellen zerlegt.

$$V_{U_\nu}(\gamma,t) = \frac{\hat{V}_{\text{strang},\nu}}{2}\cos(\nu\gamma + \omega t) + \frac{\hat{V}_{\text{strang},\nu}}{2}\cos(\nu\gamma - \omega t) \tag{3.27}$$

$$V_{V\nu}(\gamma,t) = \frac{\hat{V}_{\text{strang},\nu}}{2}\cos(\nu\gamma - \frac{\nu 2\pi}{3} + \omega t - \frac{2\pi}{3}) + \frac{\hat{V}_{\text{strang},\nu}}{2}\cos(\nu\gamma - \frac{\nu 2\pi}{3} - \omega t + \frac{2\pi}{3}) \tag{3.28}$$

$$V_{W\nu}(\gamma,t) = \frac{\hat{V}_{\text{strang},\nu}}{2}\cos(\nu\gamma - \frac{\nu 4\pi}{3} + \omega t - \frac{4\pi}{3}) + \frac{\hat{V}_{\text{strang},\nu}}{2}\cos(\nu\gamma - \frac{\nu 4\pi}{3} - \omega t + \frac{4\pi}{3}) \tag{3.29}$$

$$V(\gamma,t) = \sum_{\nu=1,3,5,\ldots}^{\infty} (V_{U\nu}(\gamma,t) + V_{V\nu}(\gamma,t) + V_{W\nu}(\gamma,t)) = \sum_{\nu=1,3,5,\ldots}^{\infty} V_\nu(\gamma,t) \tag{3.30}$$

Die Summenbildung (3.30) wurde bereits im Abschn. 2.5 für $\nu = 1$ dargestellt. Das Ergebnis war, dass sich die jeweils drei ersten Summanden, die gegenläufigen Teildrehwellen bei der Summenbildung $V_1(\gamma,t) = V_{U1}(\gamma,t) + V_{V1}(\gamma,t) + V_{W1}(\gamma,t)$ auslöschen, während die drei zweiten Summanden, die mitlaufenden Teilwellen, sich gleichphasig zum resultierenden Drehfeld mit der 1.5-fachen Amplitude gegenüber den stehenden Wechselfeldern je Strang summieren. Daraus folgte mit $B_\delta = \mu_0 V/\delta$ die in Abschn. 2.5 angegebene Drehwelle als Grundwelle der Luftspaltflussdichte.

$$\begin{aligned} V_1(x,t) &= \frac{3}{2}\hat{V}_{\text{strang},1}\cos(\gamma - \omega t) \\ B_{\delta 1}(x,t) &= \hat{B}_{\delta 1}\cos\left(\frac{x \cdot \pi}{\tau_p} - 2\pi f \cdot t\right) \end{aligned} \tag{3.31}$$

In gleicher Weise wird die Summe für $\nu \neq 1$ gebildet. Es ergeben sich für die ersten vier relevanten Ordnungszahlen 3, 5, 7, 9 folgende Verhältnisse:

$$V_3(\gamma,t) = 0 + 0 = 0 \tag{3.32}$$

$$V_5(\gamma,t) = \frac{3}{2}\hat{V}_{\text{strang},5}\cos(5\gamma + \omega t) \tag{3.33}$$

$$V_7(\gamma,t) = \frac{3}{2}\hat{V}_{\text{strang},7}\cos(7\gamma - \omega t) \tag{3.34}$$

$$V_9(\gamma,t) = 0 + 0 = 0 \tag{3.35}$$

Führt man dies konsequent für weitere Ordnungszahlen ν durch, so ergibt sich, dass für Ordnungszahlen ν, die durch drei teilbar sind, die Summenwirkung der drei Stränge stets Null ist. Die drei mitlaufenden Teildrehwellen löschen einander aus, und die drei gegenläufigen Teildrehwellen ebenfalls.

$$\underline{\nu = 3,\ 9,\ 15\,,21,\ \ldots:} \qquad V_\nu(\gamma,t) = V_{\mathrm{U}\nu}(\gamma,t) + V_{\mathrm{V}\nu}(\gamma,t) + V_{\mathrm{W}\nu}(\gamma,t) = 0 \tag{3.36}$$

Für $\underline{\nu = 7,\ 13,\ 19,\ \ldots}$ löschen sich, wie bei der Grundwelle, die drei gegenläufigen Teilwellen aus, während die drei mitlaufenden Teildrehwellen sich gleichphasig addieren; es ergeben sich mit dem Grundwellenfeld mitlaufende Oberwellen.
Für $\underline{\nu = 5,\ 11,\ 17,\ \ldots}$ löschen sich die drei mitlaufenden Teilwellen aus, während die drei gegenläufigen Teildrehwellen sich gleichphasig addieren; es ergeben sich daher gegenläufige Oberwellen.

Fazit:
Eine dreisträngige Drehfeldwicklung, gespeist von einem symmetrischen Drehstromsystem, erregt eine treppenförmige Durchflutungsverteilung V(x,t), die in Grund- und Oberwellen zerlegt werden kann. Es treten nur die ungeraden Ordnungszahlen gemäß (3.38) auf.

Führt man dieselbe Rechnung allgemein für ein Wicklungssystem mit der Strangzahl *m* durch, gespeist mit einem *m*-strängigen Drehstromsystem, so treten ungerade, nicht durch *m* teilbare Ordnungszahlen gemäß (3.39) auf. Die Grundwelle der resultierenden Felderregerkurve hat dabei die $m/2$-fache Amplitude wie die Grundwelle der Felderregerkurve eines Wicklungsstrangs. In (3.37) ist deshalb allgemein die Strangzahl *m* eingesetzt. Der Sonderfall $m = 3$ ist aber der bei weitem häufigste unter den ausgeführten Drehfeldwicklungen (siehe Kap. 2).

$$V(x,t) = \sum_\nu V_\nu(x,t) = \sum_\nu \frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{m}{p}N\frac{k_{\mathrm{w},\nu}}{\nu}I\cdot\cos(\frac{\nu\cdot\pi\cdot x}{\tau_\mathrm{p}} - \omega t) \tag{3.37}$$

$$\nu = 1, -5, 7, -11, 13, -17, \ldots \ \text{für } m = 3 \tag{3.38}$$

In (3.37) wird eine vorzeichenbehaftete Ordnungszahl (3.38) verwendet, damit dieselbe Wellenformel für mit- und gegenläufige Wellen verwendet werden kann. Auf den Ausdruck $k_{\mathrm{w},\nu}/\nu$ hat dies keinen Einfluss, weil sich die Vorzeichen von Zähler und Nenner aufheben. Die Ordnungszahlen können mit der Hilfsformel (3.39) bestimmt werden.

$$\nu = 1 + 2\cdot m\cdot g \qquad g = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \quad (g : \text{ganze Zahl}) \tag{3.39}$$

Beispiel 3.2

Ordnungszahlen bei $m = 3$: $\nu = 1 + 2\cdot 3\cdot g = 1 + 6g$

g	0	–1	1	–2	2	…
ν	1	–5	7	–11	13	…

Die Umlaufgeschwindigkeiten der Oberwellen sinken mit $1/\nu$.

$$v_{\mathrm{syn},\nu} = 2f\cdot(\tau_\mathrm{p}/\nu) \tag{3.40}$$

Tab. 3.2 Relative Amplituden der Drehfeldwellen bis zur Ordnungszahl 19 für drei gesehnte Drehstromwicklungen mit 6, 12 und 18 Nuten je Polpaar

	A	B	C
	$q = 1$, $W/\tau_p = 2/3$	$q = 2$, $W/\tau_p = 5/6$	$q = 3$, $W/\tau_p = 7/9$
	$Q/p = 6$	$Q/p = 12$	$Q/p = 18$
ν	$\hat{B}_{\delta\nu}/\hat{B}_{\delta 1}$	$\hat{B}_{\delta\nu}/\hat{B}_{\delta 1}$	$\hat{B}_{\delta\nu}/\hat{B}_{\delta 1}$
[–]	[%]	[%]	[%]
1	100	100	100
–5	–20	1.4	–0.8
7	14.3	–1.0	–2.2
–11	–9.1	–9.1	–1.4
13	7.7	7.7	–0.3
–17	–5.6	–0.4	5.9
19	5.3	0.38	–5.3

Die Amplituden sinken mit $k_{w,\nu}/\nu$ und somit stärker als $1/\nu$, da $|k_{w,\nu}| < 1$ ist. Die Frequenz der Oberwellen ist einheitlich die Statorfrequenz f, da alle Wellen vom selben Statorstromsystem erregt werden. Einschicht-Ganzlochwicklungen mit $2m$ Zonen sind ein Sonderfall von (3.37) für $W = \tau_p$. Der Sehnungsfaktor hat den Betrag 1.

Beispiel 3.3

Die Feldwellen-Amplitudenspektren $\hat{B}_{\delta\nu}/\hat{B}_{\delta 1} = \hat{V}_\nu/\hat{V}_1$ für drei unterschiedliche Wicklungen A, B, C sind in Tab. 3.2 zusammengefasst.

Wicklung A:
2/3-Sehnung, Lochzahl $q = 1$: Die Amplituden der Oberwellen sind stark ausgeprägt, da die 2/3-Sehnung alle Feldwellenamplituden gleichermaßen um 0.866 verringert. Daher sinken die Amplituden mit steigender Ordnungszahl nur mit $1/\nu$.

Wicklung B:
5/6-Sehnung, Lochzahl $q = 2$: Die 5-te und 7-te Oberwelle sind stark verringert („weggesehnt"), analog dazu periodisch die 17-te, 19-te Oberwelle und entsprechende weitere Oberwellen. Die Sehnung wird vornehmlich zur Minderung der 5. und 7. Oberwelle eingesetzt, weil sie aufgrund der generellen Proportionalität der Oberwellenamplituden $\sim 1/\nu$ zu den Oberwellen mit den größten Amplituden zählen.

Wicklung C:
7/9-Sehnung, Lochzahl $q = 3$: Die feinere Nutung gegenüber $q = 2$ bewirkt, dass auch die 11. und 13. Oberwelle stark verringert sind.

Fazit:
Die Sehnung und die feinere Nutung bewirken eine starke Unterdrückung der Oberwellen und damit eine verbesserte Annäherung der „Feldtreppenkurve“ an die Sinusform.

f) Nutharmonische Oberwellen: In Tab. 3.2 fällt auf, dass bei den Ordnungszahlen

$$\nu_Q = 1 + \frac{Q}{p} g \qquad g = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \tag{3.41}$$

die Oberwellenamplituden größer sind als bei benachbarten Ordnungszahlen, die (3.41) nicht erfüllen, weil der Wicklungsfaktor bei diesen Ordnungszahlen ν_Q genau so groß ist wie bei der Grundwelle $\nu = 1$ (siehe Bsp. 3.1). Bei äquidistanten Nutteilungen gibt (3.41) die Ordnungszahl der „nutharmonischen“ Oberwellen an.

Beispiel 3.4

Nutharmonische Ordnungszahlen:

a) $Q/p = 12 : \nu_Q = 1 + 12g = -11, 13, -23, 25$ usw.,
b) $Q/p = 18: \nu_Q = 1 + 18g = -17, 19, -35, 37$ usw. (vergleiche Tab. 3.2).

Diese nutharmonischen Oberwellen haben als längste Wellenlänge etwa die Nutteilung. Sie werden durch die in den Nuten diskret lokalisierten Nutdurchflutungen bewirkt. Graphisch entspricht dies den Treppensprüngen in der Kurve $V(x)$. Diese Nutharmonischen können fallweise unangenehme magnetisch erregte akustische Töne, hohe Amplituden der Blechpaketschwingungen und vor allem Wirbelstromverluste in massiven leitfähigen Teilen bewirken. Ihr Einfluss muss, da sie nicht wirksam durch Sehnung geschwächt werden können, durch weitere Maßnahmen wie etwa die Schrägung der Ständer- gegen die Läufernuten bzw. der Läuferpole um etwa eine Ständernutteilung verringert werden.

3.3 Fourier-Reihenentwicklung der Felderregerkurve von Bruchlochwicklungen

Bei Bruchlochwicklungen ist die Lochzahl ein echter Bruch $q = Z/N = q_Z/q_N$. Um Verwechslungen mit der Windungszahl N zu vermeiden, wird im Folgenden Bruchlochzähler und –nenner statt mit Z und N (Kap. 2) mit q_Z und q_N bezeichnet. Die in der Felderregerkurve enthaltene Welle mit der längsten Wellenlänge ist i. A. nicht die Arbeitswelle und wird daher häufig auch nicht als Grundwelle, sondern langwelligste Unterwelle bezeichnet. Die Polzahl und Geschwindigkeit der Arbeitswelle muss mit der Polzahl und Geschwindigkeit des Läuferfelds übereinstimmen, um ein zeitlich konstantes Drehmoment zu erzeugen. Bezeichnet man die Ordnungszahlen der Wellen mit ganzzahligen

Werten ν^*, so ist $\nu^* = 1$ die Ordnungszahl der langwelligsten Welle. Die restlichen Wellen mit $|\nu^*| > 1$ sind wie in Abschn. 3.2 Oberwellen. Die Arbeitswelle ist eine Oberwelle. Bezeichnet man die Ordnungszahlen mit Brüchen ν, so ist $\nu = 1$ die Ordnungszahl der Arbeitswelle. Die längerwelligen Wellen haben Ordnungszahlen $|\nu| < 1$ und heißen „Unterwellen“, die Wellen mit kürzerer Wellenlänge haben Ordnungszahlen $|\nu| > 1$ und heißen wie in Abschn. 3.2 „Oberwellen“. Wir verwenden zunächst – wie bei Fourier-Reihen üblich – die ganzzahligen Ordnungszahlen ν^*. Da auch bei Bruchlochwicklungen jede Spule aus zwei Spulenseiten mit entgegen gesetzten Durchflutungen besteht, ist die Summe aller Nutdurchflutungen am Bohrungsumfang zu jedem Zeitpunkt Null und daher der Gleichanteil V_0 wie bei Ganzlochwicklungen Null: $V_0 = 0$.

a) Sehnungsfaktor bei Bruchlochwicklungen: Wird je Urschema $2p_u\tau_p$ eine Spule einer Zweischichtwicklung mit der Weite W in Abb. 3.4 betrachtet, so erregt sie bei Stromfluss mit der Nutdurchflutung $\Theta_Q/2$ je Schicht eine rechteckförmige Felderregerkurve $V_c(x)$, deren Mittelwert $V_{c,0}$ Null sein muss, da sich positive und negative Nutdurchflutung je Urschema aufheben. Es müssen daher die Flächen oberhalb und unterhalb der Abszisse x in Abb. 3.4 gleich groß sein: $A \cdot W = (2p_u\tau_p - W) \cdot B$. Weiter ist $A + B = \Theta_Q/2$, sodass die Werte A und B der Felderregerkurve berechnet werden können.

$$A = \frac{\Theta_Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{W}{2p_u\tau_p}\right), \quad B = \frac{\Theta_Q}{2} \cdot \frac{W}{2p_u\tau_p} \tag{3.42}$$

Die Felderregerkurve in Abb. 3.4 ist nicht abszissensymmetrisch. Daher treten in der Fourier-Reihe von $V_c(\gamma^*)$ auch gerade Ordnungszahlen ν^* auf: $\nu^* = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$. Die langwelligste Welle hat als Wellenlänge die Länge eines Wicklungsurschemas, da sich danach die Wicklungsanordnung periodisch wiederholt.

Wird diese Felderregerkurve als Fourier-Cosinusreihe dargestellt mit der Winkelkoordinate $\gamma^* = x\pi/(p_u\tau_p)$, so werden deren Amplituden wie in Abschn. 3.2 berechnet (3.43). Mit der Einführung von ν als ν^*/p_u erhält man wieder den bereits in Abschn. 3.2 berechneten Sehnungsfaktor $k_{p,\nu}$ (3.44).

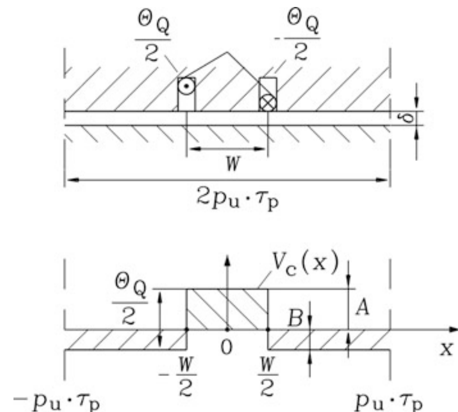


Abb. 3.4 Felderregerkurve einer Spule je Urschema einer Bruchlochwicklung

$$\hat{V}_{c,\nu^*} = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} V_c(\gamma^*)\cos(\nu^*\gamma^*)d\gamma^* = \frac{2}{\pi}\left[\int_0^{\pi\cdot W/(2p_u\tau_p)} A\cdot\cos(\nu^*\gamma^*)d\gamma^* - \int_{\pi\cdot W/(2p_u\tau_p)}^{\pi} B\cdot\cos(\nu^*\gamma^*)d\gamma^*\right]$$

$$\hat{V}_{c,\nu^*} = \frac{2}{\nu^*\pi}\cdot\frac{\Theta_Q}{2}\cdot\sin\left(\frac{\nu^* W}{p_u\tau_p}\cdot\frac{\pi}{2}\right)$$

$$V_c(\gamma^*) = \sum_{\nu^*=1,2,3,4,5,\ldots}^{\infty}\hat{V}_{c,\nu^*}\cos(\nu^*\gamma^*) \tag{3.43}$$

$$k_{p,\nu^*} = \sin\left(\frac{\nu^*\cdot W}{p_u\tau_p}\cdot\frac{\pi}{2}\right),\quad k_{p,\nu} = \sin\left(\frac{\nu\cdot W}{\tau_p}\cdot\frac{\pi}{2}\right) \tag{3.44}$$

b) Zonenfaktor bei Zweischicht-Bruchlochwicklungen: Die Summe aller Spulen-Felderregerkurven (3.43) je Strang ergibt die Fourier-Reihe der Felderregerkurve je Strang. Der Abstand zwischen benachbarten Nutdurchflutungen je Strang ist durch das Tingley-Schema bestimmt. In Abb. 3.5 ist als Beispiel für geraden Bruchlochnenner das Tingley-Schema für $q = 5/4$ mit $Q_u = 15$ Nuten je Urschema dargestellt, in Abb. 3.6 für ungeraden Bruchlochnenner bei $q = 6/5$ mit $Q_u = 36$ Nuten je Urschema. In beiden Bildern ist das Tingley-Schema auch „verdichtet" dargestellt (Heller und Kauders 1935;

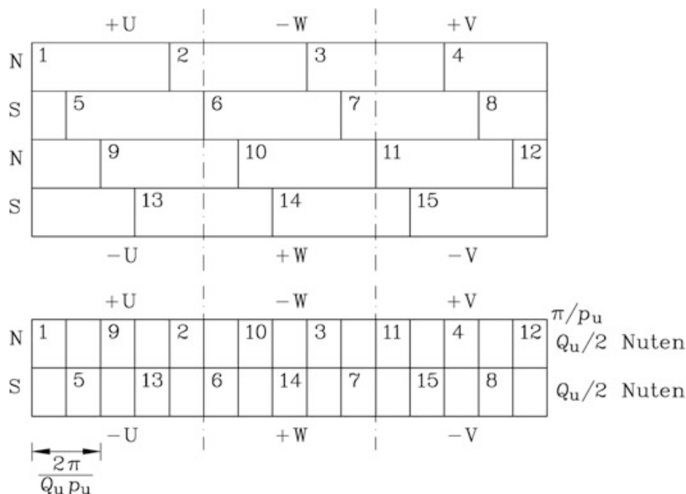


Abb. 3.5 Tingley-Schema für die dreisträngige symmetrische Zweischicht-Bruchlochwicklung $q = 5/4$, Bruchlochnenner $q_N = 4$ gerade, und darunter das „verdichtete" Tingley-Schema

	+U						−W						+V					
N	1	30	23	16	9	2	31	24	17	10	3	32	25	18	11	4	33	26
S	19	12	5	34	27	20	13	6	35	28	21	14	7	36	29	22	15	8
	−U						+W						−V					

Abb. 3.6 Wie Abb. 3.5, jedoch für $q = 6/5$, Bruchlochnenner $q_N = 5$ ungerade

Heller und Klima 1968). Dadurch wird die relative Lage der linken Spulenseiten, als Repräsentant der zugehörigen Spule, ohne dazwischen liegende ganzzahlige Vielfache der Polpaarteilung $2\,\tau_p$, innerhalb einer einzigen Polteilung τ_p des N-Pol- bzw. S-Polbereichs, die dem Winkel π/p_u entspricht, sichtbar.

Es sind je Strang q_1 Spulen, die zu einem bestimmten Zeitpunkt N-Polfelder erregen, und q_2 Spulenseiten, die S-Polfelder erregen. Ihre Anzahl wird im verdichteten Tingley-Schema sichtbar. Bei ungeradem q_N ist $Q_u = 2m \cdot q_Z$ gerade (Abb. 3.6: $Q_u = 36$). Bei gerader Nutzahl Q_u je Urschema ist stets $q_1 = q_2$, denn es ist $q_1 = q_2 = Q_u/(2m) = q_Z$ eine ganze Zahl. In Abb. 3.6 gehören also $q_1 = q_2 = q_Z = 6$ Spulen je Strang im „verdichteten" Tingley-Schema in einen N-Pol- bzw. S-Polbereich, so für den Strang U die Spulen 1, 30, 23, 16, 9, 2 in den N-Polbereich und 19, 12, 5, 34, 27, 20 in den S-Polbereich.

Bei geradem q_N ist $Q_u = m \cdot q_Z$ ungerade, da sowohl $m = 3$ als auch q_Z ungerade sind (Abb. 3.5: $Q_u = 15$). Dann ergibt $Q_u/(2m) = q_Z/2$ einen halbzahligen Wert, sodass $q_1 = q_Z/2+1/2$ um 1 größer ist als $q_2 = q_Z/2-1/2$. In Abb. 3.5 ist mit $q_Z = 5$ $q_1 = 5/2+1/2 = 3$ und $q_2 = 5/2 - 1/2 = 2$. Es befinden sich drei Spulen je Strang im „verdichteten" *Tingley*-Schema in einem N-Polbereich (Strang U: 1, 9, 2) und zwei Spulen in einem S-Polbereich (Strang U: 5, 13).

$$q_1 = q_2 = \frac{Q_u}{2m},\ Q_u \text{ gerade}, \quad q_1 = q_2 + 1 = \frac{Q_u + m}{2m},\ Q_u \text{ ungerade} \tag{3.45}$$

Der Abstand zwischen benachbarten Spulen im „verdichteten" Tingley-Schema ist $\Delta\gamma^* = 2\pi/(Q_u p_u)$. Ganze Vielfache der Polpaarteilung $2\,\tau_p$ entsprechen dem Winkel $2\pi/p_u$. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Spulen ist der Nutwinkel $\alpha_Q^* = 2\pi/Q_u$. Benachbarte Spulen im verdichteten Tingley-Schema werden nacheinander von einem $2p_u$-poligen Läuferfeld induziert. Ihr räumlicher Abstand ist ein ganzes Vielfaches des Nutwinkels $Y \cdot \alpha_Q^*$ und ist die Summe aus dem Abstand im verdichteten Tingley-Schema $2\pi/(Q_u p_u)$ zuzüglich einem ganzen Vielfachen (dem g_{min}-fachen) der Polpaarteilung $2\pi/p_u$. Die ganze Zahl g_{min} ist der kleinste Wert, für den Y eine ganze Zahl wird.

$$Y \cdot \frac{2\pi}{Q_u} = g_{min} \cdot \frac{2\pi}{p_u} + \frac{2\pi}{Q_u p_u} \Rightarrow Y = \frac{g_{min} \cdot Q_u + 1}{p_u} \tag{3.46}$$

In Abb. 3.5 beträgt der Abstand zwischen den ersten Spulen der q_1-Gruppe und der q_2-Gruppe (1 und 5) den Schritt 4 ($= 4\alpha_Q^*$), in Abb. 3.6 zwischen 1 und 19 den Wert 18. Das wird durch $\Gamma = Y \cdot \alpha_Q^* \cdot (Q_u + q_1 - q_2)/2$ ausgedrückt, wie im Beispiel 3.5 gezeigt wird.

Beispiel 3.5

a) $q = 5/4$: $q_1 = 3$, $q_2 = 2$, $Q_u = 15$, $p_u = 2$, $g_{min} = 1$, $Y = \frac{1 \cdot 15 + 1}{2} = 8$
Spulenfolge im verdichteten Tingley-Schema, Abb. 3.5:
Im N-Polbereich: 1, 9, 2, 10, 3, usw. wegen: $1+8 = 9$, $9+8 = 17 = 15+2$, $2+8 = 10$, $10 + 8 = 18 = 15 + 3$, usw.
Im S-Polbereich: 5, 13, 6, 14, 7, usw. wegen: $5 + 8 = 13$, $13 + 8 = 21 = 15 + 6$, $6 + 8 = 14$, $14 + 8 = 22 = 15 + 7$, usw.
Der Abstand zwischen Spule 1 und 5 in Nutschritten:
$\Gamma/\alpha_Q^* = Y \cdot (Q_u + q_1 - q_2)/2 = 8 \cdot (15 + 3 - 2)/2 = 64 = 4 \cdot 15 + 4$. Abzüglich der Vielfachen eines Urschemas verbleibt der Abstand 4.

b) $q = 6/5$: $Q_u = 36$, $p_u = 5$, $g_{min} = 4$, $Y = \frac{4 \cdot 36 + 1}{5} = 29$
Spulenfolge im verdichteten *Tingley*-Schema, Abb. 3.6:
Im N-Polbereich: 1, 30, 23, 16, 9, 2, 31 usw. wegen: $1 + 29 = 30$, $30 + 29 = 59 = 36 + 23$, $23 + 29 = 52 = 36 + 16$, $16 + 29 = 45 = 36 + 9$, usw.
Im S-Polbereich: 19, 12, 5, 34, 27, 20, 13, usw. wegen: $19 + 29 = 48 = 36 + 12$, $12 + 29 = 41 = 36 + 5$, $5 + 29 = 34$, usw.

Der Abstand zwischen Spule 1 und 19 in Nutschritten:
$\Gamma/\alpha_Q^* = Y \cdot (Q_u + q_1 - q_2)/2 = 29 \cdot (36 + 6 - 6)/2 = 522 = 14 \cdot 36 + 18$. Abzüglich der Vielfachen eines Urschemas verbleibt der Abstand 18.

Mit diesen Vorbemerkungen werden nun die q_1 und q_2 Felderregerkurven der Spule zur resultierenden Felderregerkurve je Strang summiert. Für die ν^*-te Welle wird dies gezeigt.

$$V_{\text{strang},\nu^*}(\gamma^*) = \sum_{l=0}^{q_1-1} \hat{V}_{\text{c},\nu^*} \cos\left[\nu^*(\gamma^* - l \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y)\right] - \sum_{l=0}^{q_2-1} \hat{V}_{\text{c},\nu^*} \cos\left[\nu^*(\gamma^* - l \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y - \varGamma)\right] \tag{3.47}$$

Der erste Summand ergibt analog zu (3.16):

$$\begin{aligned} &\hat{V}_{\text{c},\nu^*} \cdot \text{Re}\left\{ e^{j\nu^*\gamma^*} \sum_{l=0}^{q_1-1} \left[e^{-j\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y} \right]^l \right\} \\ &= \hat{V}_{\text{c},\nu^*} \cdot \text{Re}\left\{ e^{j\nu^*\gamma^*} \cdot e^{-j\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot (q_1-1)/2} \cdot \frac{\sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot q_1/2)}{\sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y/2)} \right\} \end{aligned}$$

Der zweite Summand beträgt:

$$-\hat{V}_{\text{c},\nu^*} \cdot \text{Re}\left\{ e^{j\nu^*\gamma^*} \cdot e^{-j\nu^*\varGamma} \cdot e^{-j\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot (q_2-1)/2} \cdot \frac{\sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot q_2/2)}{\sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y/2)} \right\}$$

Mit dem Ausdruck

$$\begin{aligned} &\varGamma + \alpha_{Q}^* \cdot Y \cdot (q_2 - 1)/2 = \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot (Q_{\text{u}} + q_1 - 1)/2 = Y \cdot \pi + \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot (q_1 - 1)/2, \\ &Y \cdot \pi + \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot (q_1 - 1)/2 = Y \cdot \pi + \varDelta\alpha^*, \end{aligned}$$

in dem $\varDelta\alpha^*$ die resultierende Phasenverschiebung des Maximums von V_{strang} gegenüber dem Maximum von V_{c} der ersten Spule ist, ergibt die Summation nach der Realteilbildung und mit Beachtung von $e^{j\nu^* \cdot Y \cdot \pi} = \cos(\nu^* \cdot Y \cdot \pi)$ den Ausdruck (3.48), in dem als Abkürzung k_{d,ν^*} der Zonenfaktor der Bruchlochwicklung (3.49) enthalten ist.

$$V_{\text{strang},\nu^*}(\gamma^*) = (q_1 + q_2) \cdot \hat{V}_{\text{c},\nu^*} \cdot \cos(\nu^*(\gamma^* - \varDelta\alpha^*)) \cdot k_{\text{d},\nu^*} \tag{3.48}$$

$$k_{\text{d},\nu^*} = \frac{\sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot q_1/2) - \cos(\nu^* \cdot \pi \cdot Y) \cdot \sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y \cdot q_2/2)}{(q_1 + q_2) \cdot \sin(\nu^* \cdot \alpha_{\text{Q}}^* \cdot Y/2)} \tag{3.49}$$

Da die Phasenverschiebung $\varDelta\alpha^*$ unabhängig von der Ordnungszahl ist, wird der Ursprung von γ^* um diesen Wert verschoben. Wird die Sehnung der Spulen gemäß (3.43) berücksichtigt, so erhält man die Fourier-Reihe der Felderregerkurve eines Urschema-Wicklungsstrangs einer Bruchlochwicklung mit gesehnten Spulen (Kremser 1988).

$$V_{\text{strang}}(\gamma^*) = \sum_{\nu^*=1,2,3,\ldots}^{\infty} (q_1 + q_2) \cdot \frac{2}{\nu^*\pi} \cdot \frac{\varTheta_{\text{Q}}}{2} \cdot k_{\text{p},\nu^*} \cdot k_{\text{d},\nu^*} \cdot \cos(\nu^*\gamma^*) \tag{3.50}$$

Mit $\Theta_Q = 2N_c(I \cdot \sqrt{2})/a$ für Zweischichtwicklungen, z_u Urschemen je Strang und der Windungszahl je Strang $N = z_u \cdot (q_1 + q_2) \cdot N_c/a$ erhalten wir aus (3.50) die Fourier-Reihe (3.51) eines mit Wechselstrom gespeisten Wicklungsstrangs.

$$V_{\text{strang}}(\gamma^*, t) = \sum_{\nu^*=1,2,3,4,5,\ldots}^{\infty} \hat{V}_{\text{strang},\nu^*} \cdot \cos(\nu^*\gamma^*) \cdot \cos(\omega t) \tag{3.51}$$

$$\hat{V}_{\text{strang},\nu^*} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{N}{z_u} \cdot \frac{1}{\nu^*} \cdot k_{p,\nu^*} \cdot k_{d,\nu^*} \cdot I, \quad \nu^* = 1, 2, 3, 4, 5, \ldots \tag{3.52}$$

c) Summenwirkung der m Wicklungsstränge bei Bruchlochwicklungen Auf Grund des räumlichen Versatzes der drei Stränge ($m = 3$) der hier zunächst betrachteten dreisträngigen Bruchlochwicklungen $\gamma^* - 2\pi/3$, $\gamma^* - 4\pi/3$ ergibt sich für die Summenwirkung aller drei Stränge dieselbe Rechnung wie in (3.27)–(3.30), wenn wieder die stehenden pulsierenden Wellen (3.52) in mit- und gegenläufige Teilwellen halber Amplitude zerlegt werden. Es bleiben damit die Ergebnisse gültig, dass die langwelligste Welle $\nu^* = 1$ ein Mitsystem mit 1.5-facher Strang-Wellenamplitude darstellt und alle Wellen mit durch drei teilbaren Ordnungszahlen $\nu^* = 3, 6, 9, 12, 15, \ldots$ verschwinden. Die Wellen mit ungeraden Ordnungszahlen zerfallen wieder in zwei Gruppen, die mit der langwelligsten Welle mitlaufenden Wellen mit den Ordnungszahlen $\nu^* = 7, 13, 19, \ldots$ und die gegenläufigen Wellen mit den Ordnungszahlen $\nu^* = 5, 11, 17, \ldots$. Für die geraden Ordnungszahlen ergeben sich ebenfalls zwei Gruppen: mit der langwelligsten Welle mitlaufende Wellen mit den Ordnungszahlen $\nu^* = 4, 10, 16, \ldots$ und die gegenläufigen Wellen mit den Ordnungszahlen $\nu^* = 2, 8, 12, \ldots$, wie die Rechnung am Beispiel $\nu^* = 2$ zeigt. Mit der Abkürzung $C = \hat{V}_{\text{strang},2}/2$ folgt:

$$V_{U2}(\gamma^*,t) = C \cdot \left\{\cos(2\gamma^* + \omega t) + \cos(2\gamma^* - \omega t)\right\} \tag{3.53}$$

$$V_{V2}(\gamma^*, t) = C \cdot \left\{\cos(2\gamma^* - \frac{2 \cdot 2\pi}{3} + \omega t - \frac{2\pi}{3}) + \cos(2\gamma^* - \frac{2 \cdot 2\pi}{3} - \omega t + \frac{2\pi}{3})\right\} \tag{3.54}$$

$$V_{W2}(\gamma^*, t) = C \cdot \left\{\cos(2\gamma^* - \frac{2 \cdot 4\pi}{3} + \omega t - \frac{4\pi}{3}) + \cos(2\gamma^* - \frac{2 \cdot 4\pi}{3} - \omega t + \frac{4\pi}{3})\right\} \tag{3.55}$$

$$V_2(\gamma^*, t) = V_{U2}(\gamma^*, t) + V_{V2}(\gamma^*, t) + V_{W2}(\gamma^*, t) = \frac{3\hat{V}_{\text{strang},2}}{2} \cos(2\gamma^* + \omega t) \tag{3.56}$$

Es ergibt sich somit ein Oberwellenspektrum (3.57) mit vorzeichenbehafteten Ordnungszahlen (3.58), wenn wie bei den Ganzlochwicklungen negative Ordnungszahlen für die gegenläufigen Wellen verwendet werden, die durch die Formel (3.59) berechnet werden können.

$$m = 3: \; V(\gamma^*, t) = \sum_{\nu^*=1,-2,4,\ldots}^{\infty} V_{\nu^*}(\gamma^*, t) = \sum_{\nu^*=1,-2,4,\ldots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m}{z_u} N \frac{k_{w,\nu^*}}{\nu^*} I \cdot \cos(\nu^*\gamma^* - \omega t) \tag{3.57}$$

$$\nu^* = 1, -2, 4, -5, 7, -8, 10, -11, 13, -14, 16, -17, 19, \ldots \tag{3.58}$$

$$q_\mathrm{N} \text{ gerade: } \nu^* = 1 + m \cdot g^*,\; g^* = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots,\; g^* : \text{ ganze Zahl} \tag{3.59}$$

Es ist bei Zweischichtwicklungen mit Spulen gleicher Weite zu beachten, dass bei den Felderregerkurven je Strang $V_\mathrm{strang}(\gamma^*)$ (siehe die Beispiele des Abschn. 2.7) mit Bruchlochzahlen mit ungeradem Bruchlochnenner nach einer halben Urschemalänge Abszissensymmetrie auftritt, während dies bei Bruchlochzahlen mit geradem Bruchlochnenner oder bei Einschichtwicklungen nicht der Fall ist. So ist z. B. bei $q = 7/5$ in Abb. A2.5-1 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“ diese Abszissensymmetrie nach 5 Polteilungen erkennbar, während für $q = 5/4$ in Abb. 2.29 diese Abszissensymmetrie nicht auftritt. Der Grund dafür ist im Tingley-Schema direkt erkennbar. Bei Bruchlochzahlen mit ungeradem Bruchlochnenner ist die Anzahl der Nuten je halbem Urschema $Q_\mathrm{u}/2$ eine ganze Zahl, denn der ungerade Bruchlochnenner stellt bei Zweischichtwicklungen die Anzahl der Polpaare je Urschema $q_\mathrm{N} = p_\mathrm{u}$ dar, wie die Beispiele in Kap. 2 zeigen.

$$q_\mathrm{N} \text{ ungerade: } Q_\mathrm{u}/2 = q \cdot m \cdot p_\mathrm{u} = (q_\mathrm{Z}/q_\mathrm{N}) \cdot m \cdot p_\mathrm{u} = q_\mathrm{Z} \cdot m \tag{3.60}$$

Es wiederholt sich somit der Nutbelegungsplan nach dem halben Urschema, aber mit umgekehrtem Durchlaufsinn des Stroms durch die Spulen, wie Abb. A2.5-1 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“ für $q_\mathrm{Z}/q_\mathrm{N} = 7/5$ zeigt: $Q_\mathrm{u}/2 = q_\mathrm{Z} \cdot m = 7 \cdot 3 = 21$. Damit ist die Felderregerkurve je Strang in der zweiten Hälfte des Urschemas abszissen-spiegelbildlich zum Verlauf in der ersten Hälfte des Urschemas, und es treten keine geraden Ordnungszahlen auf, sondern nur $\nu^* = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, \ldots$ (3.62). Bei geradem q_N ist dieser Wert bei Zweischichtwicklungen die Anzahl der Pole je Urschema $q_\mathrm{N} = 2p_\mathrm{u}$.

$$q_\mathrm{N} \text{ gerade: } Q_\mathrm{u}/2 = q \cdot m \cdot p_\mathrm{u} = (q_\mathrm{Z}/q_\mathrm{N}) \cdot m \cdot p_\mathrm{u} = q_\mathrm{Z} \cdot m/2 \tag{3.61}$$

Daher ist die Nutzahl je halbem Urschema keine ganze Zahl, auch nicht bei gerader Strangzahl m, denn dann darf der Bruchlochnenner nicht gerade sein, damit die Wicklung symmetrisch bleibt. Folglich ist die Felderregerkurve je Strang nicht abszissensymmetrisch, und es treten auch gerade, bei $m = 3$ nicht durch drei teilbare Ordnungszahlen ν^* auf (3.59).

$$q_\mathrm{N} \text{ ungerade: } \nu^* = 1 + 2m \cdot g^*,\; g^* = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots,\; g^* : \text{ ganze Zahl} \tag{3.62}$$

Der ungerade Bruchlochnenner $q_\mathrm{N} = 1$ ist der Sonderfall der Ganzlochwicklungen $q = q_\mathrm{Z}/1 = q_\mathrm{Z}$, bei dem ebenfalls die Felderregerkurve abszissensymmetrisch ist. Da das Urschema bei ganzem q nur zwei Pole umfasst, stellt die Felderregerkurve des halben Urschemas bereits einen Pol dar, sodass N- und S-Pol abszissensymmetrisch sind, wie

es bereits bei den Ganzlochwicklungen erwähnt wurde. Werden die Ordnungszahlen mit $\nu = \nu^*/p_u$ angegeben (mit $q_N = p_u$, q_N ungerade, bzw. $q_N = 2p_u$, q_N gerade), so erhält die Arbeitswelle die Ordnungszahl $\nu = 1$ bzw. $\nu = -1$, und es gilt bei $m = 3$, $q_Z \geq q_N$ (3.63) für die Zweischicht-Bruchlochwicklungen.

$$q_N \text{ gerade: } \nu = \frac{2}{q_N} \cdot \left(1 + m \cdot g^*\right), \; g^* = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{3.63a}$$

$$q_N \text{ ungerade: } \nu = \frac{1}{q_N} \cdot \left(1 + 2m \cdot g^*\right), \; g^* = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{3.63b}$$

Meist ersetzt man bei geradem q_N die ganze Zahl g^* durch g gemäß $g^* = g + (q_N - 2)/(2m)$, falls sich gemäß (3.63) $\nu = 1$ ergibt (z. B. bei $q_N = 2$) bzw. gemäß $g^* = -g - (q_N + 2)/(2m)$, falls sich $\nu = -1$ ergibt (z. B. bei $q_N = 4$). In gleicher Weise ersetzt man bei ungeradem q_N die ganze Zahl g^* durch g gemäß $g^* = g + (q_N - 1)/(2m)$, falls sich gemäß (3.63) $\nu = 1$ ergibt (z. B. bei $q_N = 7$) bzw. gemäß $g^* = -g - (q_N + 1)/(2m)$, falls sich $\nu = -1$ ergibt (z. B. bei $q_N = 5$). Dann entsteht sowohl für gerades als auch ungerades q_N aus beiden Formeln (3.63) ein einziger Ausdruck (3.64) für die Ordnungszahlen ν, der stets bei $g = 0$ die Ordnungszahl der Arbeitswelle $\nu = 1$ ergibt. Er gilt (Kremser 1988) sowohl für $q_Z \geq q_N$ als auch $q_Z < q_N$ (z. B. Zahnspulenwicklungen) und auch andere Strangzahlen als $m = 3$ (z. B.: $m = 2, 4, 6, \ldots$ bzw. $5, 7, \ldots$). In dieser Zählweise sind die Ordnungszahlen ν im Folgenden angegeben.

$$\nu = 1 + \frac{2m \cdot g}{q_N}, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{3.64}$$

Selbst wenn man auf die Abszissensymmetrie bei ungeradem q_N keine Rücksicht nimmt und die Ober- und Unterwellen auch für gerade Ordnungszahlen ν^* berechnet, ergibt der Zonenfaktor (3.49) für gerade ν^* den Wert Null, sodass keine Amplituden bei geraden Ordnungszahlen auftreten. Bei ungeradem q_N ist nämlich $q_1 = q_2$. Mit der natürlichen Zahl Y ist in (3.49) $\cos(\nu^* \cdot \pi \cdot Y) = 1$ für gerade ν^*. Mit $q_1 = q_2$ ergibt das den Zonenfaktor Null.

$$k_{d,\nu^*}\Big|_{q_1 = q_2, \nu^* \text{gerade}} = \frac{\sin(\nu^* \cdot \alpha_Q^* \cdot Y \cdot q_1/2) - 1 \cdot \sin(\nu^* \cdot \alpha_Q^* \cdot Y \cdot q_1/2)}{(q_1 + q_1) \cdot \sin(\nu^* \cdot \alpha_Q^* \cdot Y/2)} = 0$$

Beispiel 3.6

Ordnungszahlen ν^* (3.59), (3.62) und ν (3.64) für die Wellen der Felderregerkurve der dreisträngigen Bruchloch-Zweischichtwicklungen mit Spulen gleicher Weite mit der Lochzahl q:

(i) Verteilte Wicklung $q = 7/5$: $q_N = 5$ ungerade

ν^*	1	−5	7	−11	13	−17	19	−23	25	−29	31	−35	…
ν	−1/5	1	−7/5	11/5	−13/5	17/5	−19/5	23/5	−5	29/5	−31/5	7	…

Die fünfte Oberwelle der ν^*-Nummerierung ist die Arbeitswelle und ist daher in der ν-Nummerierung die Grundwelle. Ihre Amplitude sollte dominant sein, während die Amplituden der Unterwelle $\nu = -1/5$ und der Oberwellen $\nu = -7/5$, $11/5$, $-13/5$, ... möglichst klein sein sollten.

(ii) Verteilte Wicklung $q = 5/4$: $q_N = 4$ gerade

ν^*	1	–2	4	–5	7	–8	10	–11	13	–14	16	–17	...
ν	–1/2	1	–2	5/2	–7/2	4	–5	11/2	–13/2	7	–8	17/2	...

Die zweite Oberwelle der ν^*-Nummerierung ist die Arbeitswelle und ist daher in der ν-Nummerierung die Grundwelle. Ihre Amplitude sollte dominant sein, während die Amplituden der Unterwelle $\nu = -1/2$ und der Oberwellen $\nu = -2$, $5/2$, $-7/2$, ... möglichst klein sein sollten.

(iii) Zahnspulenwicklung $q = 3/8$: $q_N = 8$ gerade

ν^*	1	–2	4	–5	7	–8	10	–11	13	–14	16	–17	...
ν	1/4	–1/2	1	–5/4	7/4	–2	5/2	–11/4	13/4	–7/2	4	–17/4	...

Die vierte Oberwelle der ν^*-Nummerierung ist die Arbeitswelle und ist daher in der ν-Nummerierung die Grundwelle. Ihre Amplitude sollte dominant sein, während die Amplituden der Unterwellen $\nu = 1/4$ und $-1/2$ sowie der Oberwellen $\nu = -5/4$, $7/4$, -2, $5/2$, ... möglichst klein sein sollten.

Werden in (3.57) $\nu^* = p_u \cdot \nu$ und $\gamma = p_u \cdot \gamma^*$ gesetzt, der Nutwinkel $\alpha_Q = 2\pi \cdot p_u/Q_u$ eingeführt und beachtet, dass die Polpaarzahl der Maschine das Produkt aus Polpaarzahl je Urschema und der Urschemenanzahl $p = p_u z_u$ ist, so erhalten wir die Darstellung der Felderregerkurve einer Bruchlochwicklung (3.65) mit dem Wicklungsfaktor gemäß (3.66) und den Ordnungszahlen gemäß (3.64).

$$V(\gamma, t) = \sum_{\nu} V_\nu(\gamma, t) = \sum_{\nu} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m}{p} N \frac{k_{w,\nu}}{\nu} \cdot I \cdot \cos(\nu\gamma - \omega t) \tag{3.65}$$

$$\begin{aligned} k_{w,\nu} &= k_{d,\nu} k_{p,\nu} \\ k_{d,\nu} &= \frac{\sin(\nu \cdot \alpha_Q \cdot Y \cdot q_1/2) - \cos(\nu \cdot p_u \cdot \pi \cdot Y) \cdot \sin(\nu \cdot \alpha_Q \cdot Y \cdot q_2/2)}{(q_1 + q_2) \cdot \sin(\nu \cdot \alpha_Q \cdot Y/2)} \\ k_{p,\nu} &= \sin\left(\frac{\nu \cdot W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned} \tag{3.66}$$

Fazit:
Die Amplituden der Wellen der Felderregerkurve symmetrischer m-strängiger Bruchlochwicklungen sind so wie bei symmetrischen m-strängigen Ganzlochwicklungen zum Wicklungsfaktor und zur Inversen der Ordnungszahl proportional. Für den Bruchlochnenner $q_N = 1$ *gehen die Formeln (3.64)–(3.66) in die Formeln (3.17), (3.37), (3.39) über.*

Beispiel 3.7

Ganzlochwicklung als Sonderfall der Bruchlochwicklung für $q_\mathrm{N} = 1$:

$p_\mathrm{u} = 1$, $\nu = 1 + \frac{2m \cdot g}{1}$,

$Q_\mathrm{u} = 2mq$ gerade: $q_1 = q_2 = \frac{Q_\mathrm{u}}{2m} = q$, $\alpha_\mathrm{Q} = 2\pi \cdot p_\mathrm{u}/Q_\mathrm{u} = \pi/(mq)$,

$$Y = \frac{g_{\min} \cdot Q_\mathrm{u} + 1}{p_\mathrm{u}} = \frac{0 \cdot Q_\mathrm{u} + 1}{1} = 1,\ \cos(\nu\pi) = \cos(\pi + 2mg\pi) = \cos\pi = -1$$

$$k_{\mathrm{d},\nu} = \frac{\sin(\nu \cdot \frac{\pi}{mq} \cdot q/2) - \cos(\nu \cdot \pi) \cdot \sin(\nu \cdot \frac{\pi}{mq} \cdot q/2)}{2q \cdot \sin(\nu \cdot \frac{\pi}{2mq})} = \frac{\sin(\frac{\nu\pi}{2m})}{q \cdot \sin(\frac{\nu\pi}{2mq})}$$

Damit sind die Ausdrücke für die Ordnungszahlen und den Zonenfaktor der Bruchlochwicklung in gleicher Weise in jene der Ganzlochwicklung überführt, wie dies in (3.44) für den Sehnungsfaktor gezeigt wurde.

Beispiel 3.8

Fourier-Analyse der symmetrischen Zweischicht-Bruchlochwicklung $q = 7/5$, Sehnung: $W/\tau_\mathrm{p} = 20/21 = 0.9523$:

$$p_\mathrm{u} = q_\mathrm{N} = 5,\ Q_\mathrm{u} = 2p_\mathrm{u}qm = 10 \cdot (7/5) \cdot 3 = 42,$$
$$Y = \frac{g_{\min} \cdot Q_\mathrm{u} + 1}{p_\mathrm{u}} = \frac{2 \cdot 42 + 1}{5} = 17,\ q_1 = q_2 = 7$$

Da $q_\mathrm{N} = 5$ ungerade ist, ist die Felderregerkurve je Urschema abszissensymmetrisch, sodass die Ordnungszahlen $\nu^* = 1 + 2m \cdot g^*$, $g^* = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$ ungerade sind.
$\alpha_\mathrm{Q}^* = 2\pi/Q_\mathrm{u} = 2\pi/42 = 0.1496$, $\alpha_\mathrm{Q} = 2\pi p_\mathrm{u}/Q_\mathrm{u} = 2\pi \cdot 5/42 = 0.748$ bzw. $\alpha_\mathrm{Q} = 42.86°$

Ordnungszahlen der ersten beiden nutharmonischen Paare:

$$\nu_\mathrm{Q} = 1 + \frac{Q}{p}g = 1 + \frac{Q_\mathrm{u}}{p_\mathrm{u}}g = 1 + \frac{42}{5}g = -\frac{37}{5}, \frac{47}{5}, -\frac{79}{5}, \frac{89}{5} = -7\frac{2}{5}, 9\frac{2}{5}, -15\frac{4}{5}, 17\frac{4}{5}$$

Weitere Ergebnisse sind in Tab. 3.3 enthalten.

Die Felderregerkurve enthält eine Unterwelle, deren Amplitude 12 % der Arbeitswelle beträgt, und zahlreiche Oberwellen mit jedoch kleiner Amplitude. Bei den höheren Ordnungszahlen dominieren nur Amplituden der ersten beiden Paare der nutharmonischen Oberwellen, da diese nur mit $1/\nu$ abnehmen: –0.135, 0.106, –0.063, 0.056

Beispiel 3.9

Fourier-Analyse der symmetrischen Zweischicht-Bruchlochwicklung $q = 3/8$, Sehnung: $W/\tau_\mathrm{p} = 8/9 = 0.889$, „Zahnspulenwicklung“:

Tab. 3.3 Sehnungs-, Zonen-, Wicklungsfaktor und relative Wellenamplitude für die gesehnte dreisträngige Bruchloch-Drehstromwicklung $q = 7/5$ bis zur Ordnungszahl $\nu^* = 31$

ν^*	ν	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$\hat{B}_\nu/\hat{B}_{\nu=1}$
1	–1/5	–0.2946	0.0747	–0.0220	0.1156
–5	1	0.9972	0.9558	0.9531	1.0
7	–1 2/5	–0.8660	–0.1429	0.1237	–0.0927
–11	2 1/5	–0.1490	–0.0722	0.0108	0.0051
13	–2 3/5	0.6802	–0.0974	–0.0663	0.0267
–17	3 2/5	–0.9309	0.1955	–0.1820	–0.0562
19	–3 4/5	0.5633	0.0865	0.0487	–0.0134
–23	4 3/5	0.5633	0.0865	0.0487	0.0111
25	–5	–0.9309	0.1955	–0.1820	0.0382
–29	5 4/5	0.6802	–0.0974	–0.0663	–0.0120
31	–6 1/5	–0.1490	–0.0722	0.0108	–0.0018

$$p_\mathrm{u} = q_\mathrm{N}/2 = 4,\ Q_\mathrm{u} = 2p_\mathrm{u}qm = 8 \cdot (3/8) \cdot 3 = 9,$$

$$Y = \frac{g_{\min} \cdot Q_\mathrm{u} + 1}{p_\mathrm{u}} = \frac{3 \cdot 9 + 1}{4} = 7, \quad q_1 = 2,\ q_2 = 1$$

Da $q_\mathrm{N} = 4$ gerade ist, ist die Felderregerkurve je Urschema nicht abszissensymmetrisch, sodass die Ordnungszahlen $\nu^* = 1 + m \cdot g^*\ g^* = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ gerade und ungerade sind.

$\alpha_\mathrm{Q}^* = 2\pi/Q_\mathrm{u} = 2\pi/9 = 0.698$, $\alpha_\mathrm{Q} = 2\pi p_\mathrm{u}/Q_\mathrm{u} = 2\pi \cdot 4/9 = 2.79$ bzw. $\alpha_\mathrm{Q} = 160°$

Ordnungszahlen der ersten beiden nutharmonischen Paare:

$$\nu_\mathrm{Q} = 1 + \frac{9}{4}g = -\frac{5}{4}, \frac{13}{4}, -\frac{14}{4}, \frac{22}{4} = -1\frac{1}{4}, 3\frac{1}{4}, -3\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2}$$

Die Felderregerkurve enthält zwei Unterwellen, deren Amplitude je ca. 25 % der Arbeitswelle betragen, und zahlreiche Oberwellen. Die Zahnspulenwicklung ist mit $9/8 = 1.125$ Nuten pro Pol sehr grobnutig, sodass die Nutharmonischen sehr niedrige Ordnungszahlen und daher mit 80 %, 30 %, 29 % usw. relativ hohe Amplituden aufweisen. Dies ist ein Kennzeichen der Zahnspulenwicklungen, weshalb diese in der Regel nur mit Permanentmagnet-Synchronläufern, nicht aber mit Käfigläufern in Asynchronmaschinen ausgeführt werden, da sie in den Käfig hohe zusätzliche Spannungen und damit Oberströme induzieren. Wie in Kap. 2 ausgeführt, kann dieselbe Wicklung $q = 3/8$ anstatt mit einem je Urschema 8-poligen Läufer auch mit einem je Urschema 10-poligen Läufer kombiniert werden. Die Arbeitswelle ist dann jene mit der Ordnungszahl $\nu = -1\ 1/4$, also in Tab. 3.4 die erste Nutharmonische. Es treten 9 Nuten je 10 Pole auf, sodass die Wicklung als $q = 3/10$ bezeichnet wird. Die Absolutwerte des Feldwellenspektrums sind identisch mit jenem in der $q = 3/8$-Ausführung, da die Wicklungen identisch sind, wie die identischen Absolutwerte der Wicklungsfaktoren für gleiche Ordnungszahlen ν^* in Tab. 3.4 und 3.5 zeigen. Berechnet man anhand der Werte in den Tab. 3.4 und 3.5 die Amplituden, die

Tab. 3.4 Sehnungs-, Zonen-, Wicklungsfaktor und relative Wellenamplitude für die gesehnte dreisträngige Bruchloch-Drehstromwicklung $q = 3/8$ bis zur Ordnungszahl $\nu^* = 19$. Die Nutharmonischen sind unterstrichen

ν^*	ν	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$\hat{B}_\nu/\hat{B}_{\nu=1}$
1	1/4	0.3420	–0.1774	–0.0607	0.2567
–2	–1/2	–0.6428	–0.2176	0.1398	0.2959
4	1	0.9848	–0.9598	–0.9452	1.0
–5	–1 1/4	–0.9848	0.9598	–0.9452	–0.8
7	1 3/4	0.6428	0.2176	0.1398	–0.0845
–8	–2	–0.3420	0.1774	–0.0607	–0.0321
10	2 1/2	–0.3420	0.1774	–0.0607	0.0257
–11	–2 3/4	0.6428	0.2176	0.1398	0.0538
13	3 1/4	–0.9848	0.9598	–0.9452	0.3077
–14	–3 1/2	0.9848	–0.9598	–0.9452	–0.2857
16	4	–0.6428	–0.2176	0.1398	–0.0370
–17	–4 1/4	0.3420	–0.1774	–0.0607	–0.0151
19	4 3/4	0.3420	–0.1774	–0.0607	0.0135

Tab. 3.5 Sehnungs-, Zonen-, Wicklungsfaktor und relative Wellenamplitude für die gesehnte dreisträngige Bruchloch-Drehstromwicklung $q = 3/10$ bis zur Ordnungszahl $\nu^* = 19$. Die Nutharmonischen sind unterstrichen

ν^*	ν	$k_{p,\nu}$	$k_{d,\nu}$	$k_{w,\nu}$	$\hat{B}_\nu/\hat{B}_{\nu=1}$
1	–1/5	–0.3420	0.1774	–0.0607	–0.3209
–2	2/5	0.6428	–0.2176	–0.1398	0.3699
4	–4/5	–0.9848	–0.9598	0.9452	1.25
–5	1	0.9848	–0.9598	–0.9452	1.0
7	–1 2/5	–0.6428	–0.2176	0.1398	0.1057
–8	1 3/5	0.3420	0.1774	0.0607	–0.0401
10	–2	0.3420	0.1774	0.0607	0.0321
–11	2 1/5	–0.6428	–0.2176	0.1398	–0.0673
13	–2 3/5	0.9848	–0.9598	–0.9452	–0.3846
–14	2 4/5	–0.9848	–0.9598	0.9452	–0.3571
16	–3 1/5	0.6428	–0.2176	–0.1398	–0.0462
–17	3 2/5	–0.3420	0.1774	–0.0607	0.0189
19	–3 4/5	–0.3420	0.1774	–0.0607	–0.0169

proportional zu $k_{w,\nu}/\nu$ bzw. $k_{w,\nu^*}/\nu^*$ sind, so fällt auf, dass sie für gerade ν^* identisch sind, für ungerade ν^* sich aber im Vorzeichen unterscheiden. Dies entspricht einer räumlichen Verschiebung der Felderregerkurve um π, denn es gilt:
$\cos(\nu^*(\gamma^*+\pi)-\omega t) = \cos(\nu^*\gamma^*-\omega t)\cdot\cos(\nu^*\pi)$, $\cos(\nu^*\pi) = 1$ für gerade ν^* und $\cos(\nu^*\pi) = -1$ für ungerade ν^*. Diese räumliche Verschiebung kommt durch die geänderte Belegung der Spulen im Nutenplan des Tingley-Schemas bei $q = 3/8$ und $q = 3/10$ zustande, ändert

aber nichts an der räumlichen Form der Felderregerkurve, die für beide Lochzahlen identisch ist. Als relative Amplituden ergeben sich in Tab. 3.5 für $q = 3/10$ natürlich andere Werte, da die Amplituden auf die neue, je Urschema 10-polige Arbeitswelle bezogen sind. Bezüglich des 10-poligen Läufers sind die Zahnspulen $W/\tau_p = 10/9 = 1.111$ übersehnt (siehe Bsp. 3.10).

Beispiel 3.10

Fourier-Analyse der symmetrischen Zweischicht-Bruchlochwicklung $q = 3/10$, Sehnung: $W/\tau_p = 10/9 = 1.111$, „Zahnspulenwicklung":

$$p_u = q_N/2 = 5, \; Q_u = 2p_u qm = 10 \cdot (3/10) \cdot 3 = 9,$$
$$Y = \frac{g_{min} \cdot Q_u + 1}{p_u} = \frac{1 \cdot 9 + 1}{5} = 2, \quad q_1 = 2, \quad q_2 = 1$$

Ordnungszahlen $\nu^* = 1 + m \cdot g^*$ $\qquad g^* = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$
$\alpha_Q^* = 2\pi/Q_u = 2\pi/9 = 0.698$, $\alpha_Q = 2\pi p_u/Q_u = 2\pi \cdot (5/9) = 3.49$ bzw. $\alpha_Q = 200°$
Ordnungszahlen der ersten beiden nutharmonischen Paare:

$$\nu_Q = 1 + \frac{9}{5} g = -\frac{4}{5}, \frac{14}{5}, -\frac{13}{5}, \frac{23}{5} = -\frac{4}{5}, 2\frac{4}{5}, -2\frac{3}{5}, 4\frac{3}{5}$$

Im Vergleich zu $q = 3/8$ ist $q = 3/10$ ungünstiger, da die Arbeitswelle eine kleinere Amplitude hat als eine der drei Unterwellen, die als Nutharmonische auftritt.

Für Bruchloch-Einschichtwicklungen gelten die Formeln (3.57)–(3.59) bzw. (3.64)–(3.66) wegen eines geänderten Ausdrucks für den Zonenfaktor nicht. Es treten in der Regel gerade und ungerade Ordnungszahlen ν^* auf, da die Felderregerkurve i. A. nicht abszissensymmetrisch ist. Da häufig bei Bruchloch-Einschichtwicklungen Spulen unterschiedlicher Weite vorkommen, empfiehlt es sich, die Amplituden der Felderregerkurve mit einem Verfahren zu berechnen, bei dem jede Nutdurchflutung gesondert berücksichtigt wird (Kap. 4). Natürlich können die Integrale der Fourier-Amplituden der Felderregerkurve stets auch numerisch berechnet werden. Man gibt dazu die augenblickliche Stromverteilung in den m Strängen analog zur Vorgehensweise in Kap. 2 vor und bestimmt die zugehörige Felderregerkurve je Urschema für diesen Zeitpunkt. Will man die Wellen bis zur n-ten Ordnungszahl bestimmen, so müssen die Funktionswerte der Felderregerkurve an zumindest $2n + 1$ Stellen, z. B. äquidistant innerhalb des Urschemas, bekannt sein. Mit diesen werden die Integrale der Fourier-Amplituden für jede Ordnungszahl $\nu^* < n$ berechnet. Es treten als Wellen i. A. sowohl eine Sinus- als auch eine Cosinus-Funktion je Ordnungszahl auf, die zu einer resultierenden Cosinus-Funktion mit entsprechender Phasenverschiebung umgewandelt werden können. Da die Amplituden der Wellen zeitlich konstant sind, ist das Berechnungsergebnis unabhängig von dem gewählten Zeitpunkt, für den die Felderregerkurve analysiert wird. Lediglich die Phasenverschiebung der einzelnen Wellen hängt vom gewählten Zeitpunkt ab. Auch bei unsymmetrischen Wicklungen

(siehe Kap. 2, Lochzahlnenner = Strangzahl oder Vielfache) empfiehlt sich das Verfahren in Kap. 4 oder die numerische Analyse zur Bestimmung der Grund- und Ober- bzw. Unterwellen.

3.4 Fourier-Reihenentwicklung der Felderregerkurve weiterer Wicklungssysteme

Damit symmetrische („phasenreine") $2m$-Zonen-Zweischichtwicklungen entstehen, muss bei $q = q_Z/q_N$ gelten, dass m/q_N, $q_N \neq 1$, keine ganze Zahl ist, also auch $q_N \neq m$. Bei gerader Strangzahl m muss q_N folglich ungerade sein.

a) Dreizonen- bzw. m-Zonen-Zweischicht-Ganzlochwicklungen: In Kap. 2 wurde am Beispiel einer dreisträngigen Dreizonen-Zweischicht-Ganzlochwicklung gezeigt, dass die Felderregerkurve i. A. nicht abszissensymmetrisch ist, sodass auch gerade Ordnungszahlen auftreten: $\nu = 1 + m \cdot g$, $g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$. Ein Urschema enthält zwei Polteilungen, daher ist die Grundwelle die Arbeitswelle; es treten keine Unterwellen auf. Die Spulen haben gleiche Weite W, sodass der Sehnungsfaktor (3.15) weiterhin gültig ist. Wird allgemein zwischen $2m$- und m-Zonenwicklungen unterschieden, so gelten die Ausführungen in Abschn. 3.2 für $2m$-Zonenwicklungen, und müssen nun für m-Zonenwicklungen modifiziert werden. Jede der drei (allgemein: m) Zonen umfasst je Urschema den elektrischen Winkel $2\pi/3$ (allgemein: $2\pi/m$). Der Nutwinkel ist $\alpha_Q = 2\pi/(m \cdot q)$, da je Urschema $m \cdot q$ Nuten vorhanden sind. Daher ergibt die Berechnung des Zonenfaktors, durchgeführt wie in Abschn. 3.2, den Ausdruck

$$k_{d,\nu} = \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{m}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\nu\pi}{mq}\right)} \tag{3.67}$$

Damit wird die Fourier-Reihe einer m-Zonen-Zweischicht-Ganzlochwicklung mit (3.65) berechnet.

b) Käfigwicklung: Käfigläufer-Asynchronmaschinen besitzen im Läufer (Rotor, Index r) anstelle einer Spulen-Wicklung eine Käfigwicklung. Dieser Kurzschlusskäfig besteht aus Q_r leitfähigen Stäben z. B. aus Kupfer oder Aluminium in Q_r äquidistant angeordneten Nuten, die stirnseitig durch je einen leitfähigen Ring kurz geschlossen sind (Abb. 3.7a). Im Betrieb der Asynchronmaschine wird in diese Käfigwicklung vom $2p$-poligen Ständerfeld ein Spannungssystem mit der Frequenz f_r induziert, sodass ein symmetrisches Drehstromsystem – nämlich in jedem Stab ein gegenüber dem Nachbarstab um $2\pi p/Q_r$ phasenversetzter Sinusstrom – fließt. Jeder Stab ist somit ein eigener Strang. Die Strangzahl der Käfigwicklung ist daher Q_r, und der Strangstrom ist der Stabstrom. Da zwei

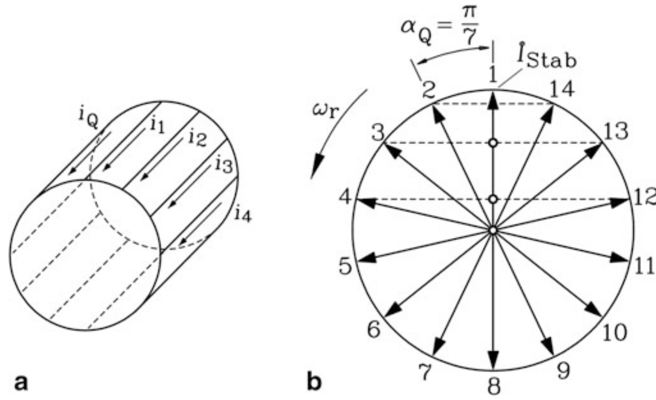


Abb. 3.7 (**a**) Käfigwicklung schematisch, 12 Stäbe, (**b**) Symmetrisches Stabstromsystem einer Käfigwicklung mit 14 Stäben je Polpaar $Q_r/p = 14$

beliebige Stäbe gemeinsam mit den sie verbindenden Ringabschnitten eine Windung bilden, stellt jeder Stab eine halbe Windung dar. In die außerhalb des Luftspaltfelds liegenden Ringabschnitte wird keine Spannung induziert, sodass sie elektrisch nur als zusätzliche Impedanz wirksam sind. Die Windungszahl je Strang ist $N_r = 1/2$. Der Sehnungs- und Zonenfaktor der Käfigwicklung sind daher 1. Wie in Abschn. 3.2 kann nun die Felderregerkurve eines stromdurchflossenen Stabs berechnet und danach die Summenwirkung aller Stäbe als resultierende Felderregerkurve bestimmt werden. Anstelle dieser exakten Rechnung wenden wir direkt das Ergebnis von Abschn. 3.2 an. Wird mit μ die Ordnungszahl der Oberwellen der Feldverteilung der Käfigwicklung bezeichnet, so wird mit diesen Entsprechungen

$$N \to 1/2, \quad m \to Q_r, \quad k_{w,\nu} \to 1, \quad I \to I_{\text{Stab}}, \quad \nu \to \mu \tag{3.68}$$

die Fourier-Cosinusreihe der Felderregerkurve aus (3.37) erhalten.

$$V(x,t) = \sum_{\mu=1,\dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{Q_r}{p} \frac{1}{2} \frac{1}{\mu} I_{\text{Stab}} \cdot \cos\left(\frac{\mu \pi x}{\tau_p} - 2\pi f_r t\right) \tag{3.69}$$

Die Ordnungszahlen werden mit der Überlegung ermittelt, dass sämtliche Oberwellen nutharmonische Oberwellen sind, da die Wicklungsfaktoren von Grund- und Oberwelle gleich groß, nämlich stets 1 sind. Diese „heuristische“ Herleitung führt auf das Ergebnis der erwähnten exakten Berechnung über die Felderregerkurven einzelner Nutdurchflutungen.

$$\mu = 1 + \frac{Q_r}{p} g_r \qquad g_r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{3.70}$$

Beispiel 3.11

Käfigwicklung mit $Q_r = 28$ Stäben, $2p = 4$ (Abb. 3.7b):

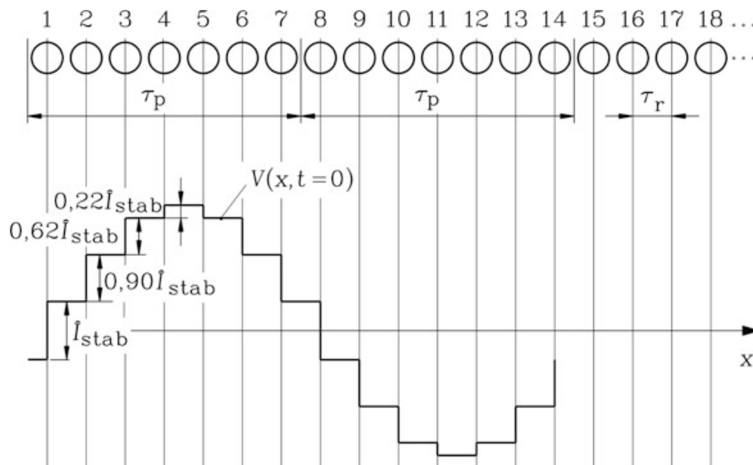


Abb. 3.8 Verteilung der magnetischen Spannung am Maschinenumfang für eine Käfigwicklung mit $Q_r/p = 14$ für den Zeitpunkt $t = 0$, Stabstrom in Nut 1 und 7 maximal

- Das Stabstromsystem wiederholt sich nach $Q_r/p = 14$ Stäben, sodass 14 unterschiedliche Stabströme existieren, davon stets je zwei in Gegenphase.
- Die Phasenverschiebung zwischen den Stabströmen zweier benachbarter Stäbe ist der Nutwinkel $\alpha_Q = 2\pi p/Q_r = \pi/7$, denn eine induzierende vierpolige Ständer-Feldwelle induziert in Stab 1 und Stab 8 gegenphasige Ströme (Phasenverschiebung π). Folglich muss die Phasenverschiebung der Stabströme 2 bis 7 jeweils $\pi/7$ sein.

In Abb. 3.8 ist die zu Abb. 3.7b gehörige Durchflutungsverteilung für den Zeitpunkt $t = 0$ dargestellt. Der Stabstrom im Stab 1 ist in diesem Augenblick maximal. Der Stabstrom im Stab 2 ist um den Faktor $\cos(\alpha_Q) = 0.90$ kleiner, der Strom im Stab 3 um den Faktor $\cos(2\alpha_Q) = 0.62$ usw. Man erkennt die gute Annäherung der Feldtreppe an die Sinusform infolge der hohen Strangzahl.

Übung: Lassen Sie das Feld in Abb. 3.8 „wandern"! Sie erzeugen dieses Wandern des Feldes, indem Sie die Verteilung $V(x,t)$ für weitere Zeitpunkte t^* zeichnen. Dann ist die Amplitude des Stabstroms 1 um den Faktor $\cos(\omega_r t^*)$ kleiner, jene des Stabstroms 2 um den Faktor $\cos(\omega_r t^* + \alpha_Q)$, Stabstrom 3 um den Faktor $\cos(\omega_r t^* + 2\alpha_Q)$ usw. Wählen Sie $\omega_r t^* = \pi/7$ und Vielfache davon. Um welche Distanz, ausgedrückt in Bruchteilen von $2\,\tau_p$, bewegt sich das Maximum der Felderregerkurve je Zeitschritt?

3.5 Fourier-Analyse von gleichstromerregten Polradfeldern

In Abb. 3.9 ist das Luftspaltfeld H_δ eines zweipoligen, elektrisch erregten Polrads (Läufers) einer Schenkelpol-Synchronmaschine dargestellt. Die Drehfeld-Wicklung im Stator

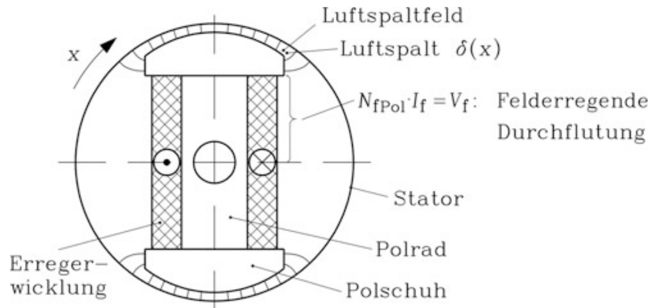


Abb. 3.9 Luftspaltfeld einer zweipoligen Synchronmaschine im Leerlauf ohne Nutöffnungseinfluss

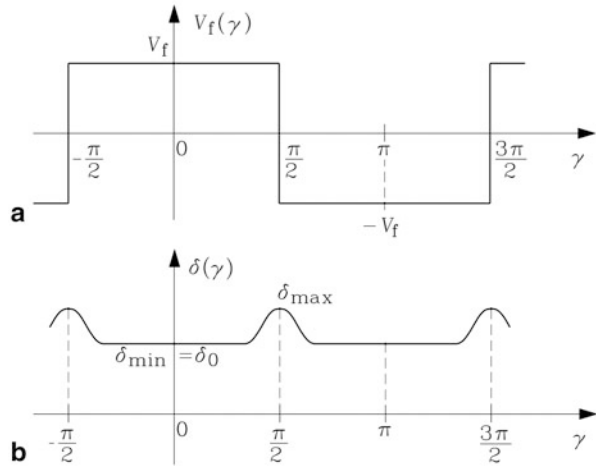


Abb. 3.10 Elektrisch erregter Schenkelpolläufer: (**a**) Felderregerkurve und (**b**) Luftspaltweite entlang der Statorbohrung ohne Nutöffnungseinfluss

sei stromlos, daher ist diese nicht eingezeichnet. Der Einfluss der Ständernutöffnungen soll vernachlässigt werden, daher sind die Ständernuten nicht eingezeichnet. Das Luftspaltfeld ist ausschließlich von der Läuferdurchflutung $N_{fPol} \cdot I_f$ erregt, wobei N_{fPol} die Läuferspulenwindungszahl pro Pol ist. Die Erregerspulen von N- und S-Pol sind üblicherweise elektrisch in Serie geschaltet und erregen im N-Polbereich eine positive magnetische Spannung $V_f = N_{fPol} \cdot I_f$ und im S-Polbereich eine negative $-V_f = -N_{fPol} \cdot I_f$. Es entsteht ein rechteckförmiger Verlauf der Felderregung (Abb. 3.10a). Wegen der Polschuhkontur und der Pollücke ist der Luftspalt nicht mehr konstant, sondern vergrößert sich zu den Pollücken hin. Er ist eine Funktion der Umfangskoordinate $\delta(x)$ (Abb. 3.10b). Die Radialkomponente B_δ des Luftspaltfelds an der Stelle x wird mit dem Durchflutungssatz berechnet. Dabei wurde die Integrationskurve C identisch mit einer geschlossenen Feldlinie des Leerlauffelds $\vec{B}$ gewählt.

Sie umfasst die Wegabschnitte in Luft $\delta(x)$ und im Eisen Δ_{Fe}. Das Eisen wird in Abb. 3.9 für die Berechnung der magnetischen Flussdichte im Luftspalt als magnetisch unendlich permeabel ($\mu_{Fe} \to \infty$) vorausgesetzt, daher ist die Feldstärke H_{Fe} längs des Flusspfades Δ_{Fe} im Eisen Null.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2N_{\mathrm{fPol}}I_{\mathrm{f}} = 2V_{\mathrm{f}} = 2H_{\delta}\delta(x) + \lim_{H_{\mathrm{Fe}}\to 0} 2H_{\mathrm{Fe}}\Delta_{\mathrm{Fe}} = 2H_{\delta}\delta(x) \tag{3.71}$$

$$B_{\delta}(x) = \mu_0 H_{\delta}(x) = \mu_0 \frac{V_{\mathrm{f}}}{\delta(x)}, \quad B_{\delta,\mathrm{max}} = \mu_0 \frac{V_{\mathrm{f}}}{\delta_0} \tag{3.72}$$

Da N- und S-Pol dieselbe Erregung und eine identische Geometrie haben, ist die Feldkurve der Luftspaltflussdichte (3.72) eine abszissensymmetrische Funktion $B_{\delta}(\gamma) = -B_{\delta}(\gamma + \pi)$ (Abb. 3.11). Deren Fourier-Cosinus-Reihe (3.73) weist daher nur Oberwellen mit ungeraden Ordnungszahlen μ auf. Bei der Rechnung wurde eine rein radiale Orientierung des Luftspaltfelds unterstellt, was zum „eckigen" Verlauf der Luftspaltflussdichte in Abb. 3.11 in den Pollücken bei $\gamma = \pm\pi/2$ führt. In der Realität ist wegen des vor allem in den Pollücken großen Luftspalts das Leerlauf-Luftspaltfeld nicht mehr radial orientiert, sondern hat – wie Abb. 3.9 zeigt – eine tangentiale und radiale Komponente. Das führt auch in der Verteilung der Radialkomponente der Luftspaltflussdichte an der (ungenuteten) Statorbohrung zu einem glatten Feldverlauf Abb. 3.12, wie z. B. die numerische Feldberechnung zeigt. Trotzdem bleibt dieser Feldverlauf abszissensymmetrisch; lediglich die Größe der Amplituden $\hat{B}_{\delta\mu}$ in (3.73) ändert sich.

$$B_{\delta}(\gamma) = \sum_{\mu=1,3,5,\ldots}^{\infty} \hat{B}_{\delta\mu} \cos(\mu \cdot \gamma) \tag{3.73}$$

Die Form der Feldkurve ist durch die Funktion $\delta(x)$ und daher durch die Kontur des Polschuhs bestimmt (Abb. 3.13b). Bei Berücksichtigung der Eisensättigung wird die Feldform

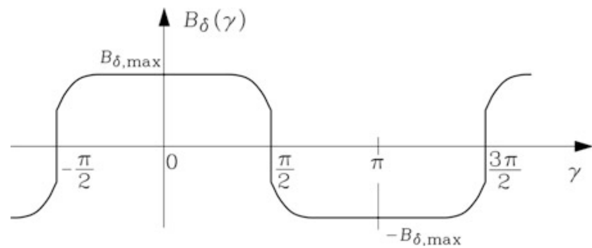


Abb. 3.11 Luftspaltflussdichte eines elektrisch erregten Schenkelpolläufers, berechnet aus der Felderregerkurve mit der Luftspaltweite von Abb. 3.10 ohne Nutöffnungseinfluss bei unendlich permeablem Eisen

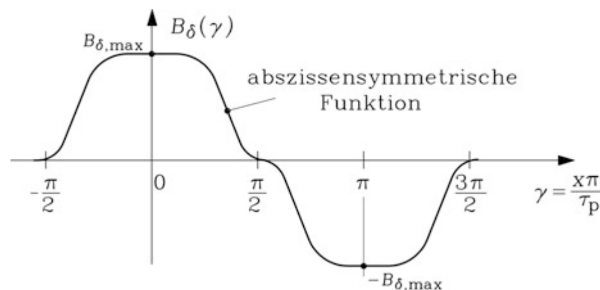


Abb. 3.12 Wie Abb. 3.11, jedoch berechnet aus dem zweidimensionalen Luftspaltfeld: Die Luftspaltflussdichte ist weiterhin eine abszissensymmetrische Feldkurve $B_{\delta}(x)$ längs der Umfangskoordinate x

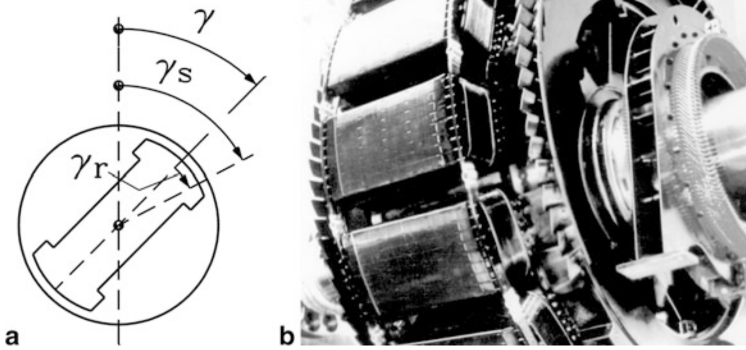


Abb. 3.13 (**a**) Position des Läufers (Polrads) einer zweipoligen Schenkelpol-Synchronmaschine relativ zum Ständer, (**b**) Ansicht eines 16-poligen Polrads einer Schenkelpol-Synchronmaschine (Quelle: LDW- Lloyd Dynamowerke)

auch dadurch beeinflusst; die Feldkurve bleibt aber abszissensymmetrisch. Die Feldkurve weicht in jedem Fall von der gewünschten Sinus- oder Cosinusform ab, da zusätzlich zur Grundwelle $\mu = 1$ die Amplituden der Oberwellen $\hat{B}_{\delta\mu}$ auftreten. Vor allem die dritte Oberwelle hat i. A. großen Einfluss auf die Feldkurvenform. Die Amplituden der Wellen werden durch numerische Integration der Fourier-Integrale berechnet, wie in Abschn. 3.4 erläutert. Bei Wahl des Nullpunkts von γ in der Polachse ist die Feldfunktion gerade, und es treten nur Cosinus-Funktionen für die Ordnungszahlen μ auf.

Die in Abb. 3.11 und 3.12 dargestellten Feldkurven – vom Gleichstrom I_f erregt – sind bezüglich des Läufers stehende Gleichfelder. Wenn das Polrad mit der konstanten mechanischen Winkelgeschwindigkeit $\Omega_m = 2\pi n = 2v_m/d_{si}$ rotiert, wirkt die Feldkurve bezüglich des Ständers als Drehfeld. Dabei ist v_m die Umfangsgeschwindigkeit des Felds am Bohrungsdurchmesser d_{si} des Ständers. Ist γ_r der Umfangswinkel im rotorfesten Koordinatensystem, gemessen in elektrischen Graden, so wächst dieser Umfangswinkel, vom statorfesten Koordinatensystem aus als Winkel γ_s gesehen, um den Drehwinkel $\gamma(t)$ mit fortschreitender Zeit t (Abb. 3.13a), was mit $\Omega_m = d\gamma_m/dt = (d\gamma/dt)/p$ berechnet wird.

$$\gamma_s(t) = \gamma_r + \gamma(t) = \gamma_r + \int_0^t d\gamma/dt \cdot dt = \gamma_r + \int_0^t p \cdot \Omega_m \cdot dt = \gamma_r + p \cdot \Omega_m \cdot t \tag{3.74}$$

Fazit:

Die bezüglich des Läufers (Polrad) ruhenden Feldwellen wirken ständerseitig als Drehwellen, die sich alle mit der gleichen Geschwindigkeit v_m bewegen.

$$B_{\delta\mu}(\gamma_r) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\gamma_r) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\gamma_s - \mu p\Omega_m t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - \omega_\mu t) \tag{3.75}$$

Diese Feldwellen wirken in jedem Punkt x am Ständerumfang als eine Flussdichteänderung mit der Frequenz

$$f_\mu = \frac{\omega_\mu}{2\pi} = \frac{\mu \cdot p \cdot \Omega_\mathrm{m}}{2\pi} = \mu \cdot p \cdot n \tag{3.76}$$

Da sich alle Drehwellen $B_{\delta\mu}$, die relativ zum Läufer ruhen, mit derselben Geschwindigkeit v_m am Ständer vorbei bewegen, ist die Frequenz f_μ der μ-ten Oberwelle μ-mal so groß wie jene der Grundwelle $\mu = 1$. Dadurch werden in den Spulen der Ständerwicklung neben der erwünschten Sinusspannung der Grundwelle zusätzliche höherfrequente Spannungen induziert, die z. B. in den zu den Maschinenzuleitungen benachbart liegenden Signalleitungen durch elektromagnetische Beeinflussung ebenfalls höherfrequente Spannungen hervorrufen und damit die Signalleitungen empfindlich stören können. Daher müssen einerseits die Amplituden der Oberwellen des Läuferfelds $\hat{B}_{\delta\mu}$ möglichst klein gehalten werden, und andrerseits durch geeignete Maßnahmen bei der Gestaltung der Ständerwicklung die durch die Läuferoberwellen induzierten Spannungen minimiert werden (siehe Kap. 4).

3.6 Einfluss der Nutöffnungen und radialen Kühlkanäle auf das Luftspaltfeld

In den Abschn. 3.1 bis 3.5 wurde der Einfluss der Nutöffnungsbreite s_Q auf das Luftspaltfeld vernachlässigt. Das Luftspaltfeld weicht aber im Bereich der Nutöffnungen seitlich zu den beiden Zahnflanken aus, da diese eine höhere Permeabilität als Luft haben. In Abb. 3.14a ist dies für offene, stromlose Statornuten dargestellt, wie sie bei Hochspannungswicklungen verwendet werden. Die bei Vernachlässigung der Nutöffnungen an der ungenuteten Läuferoberfläche homogen verteilt angenommene Radialkomponente der Luftspaltflussdichte erhält durch die Nutöffnungen eine „Nutwelligkeit", da die Flussdichte $B_\delta(x)$ im Bereich der Nutöffnungen kleiner als der Mittelwert $\overline{B}_\delta$ ist. Für die

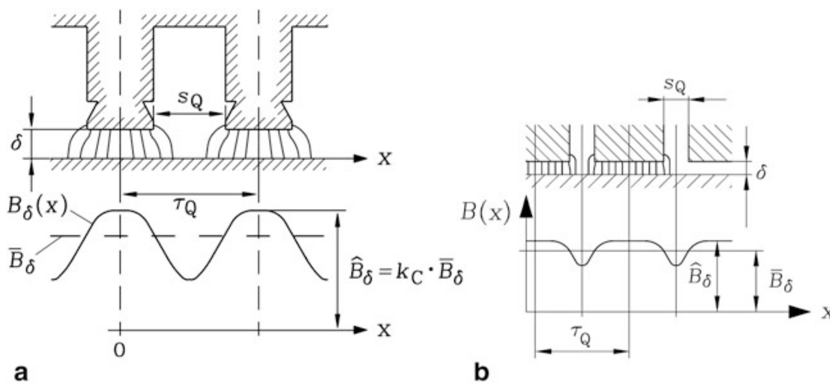


Abb. 3.14 (**a**) Bündelung der Feldlinien im Bereich der Zahnköpfe durch den Einfluss der Nutöffnungen, (**b**) Idealisierte Geometrie zur Berechnung der Luftspaltflussdichte

idealisierte Geometrie Abb. 3.14b der einseitigen Nutung wurde für unendlich permeables Eisen die Verteilung der Radialkomponente der Luftspaltflussdichte an der ungenuteten Oberfläche zunächst für eine einzige, isolierte Nut mit der Nutöffnung s_Q und der Luftspaltweite δ mithilfe der Methode der „konformen Abbildung“ aus den magnetischen Grundgleichungen (Kap. 2) berechnet und dann für eine periodische Nutfolge mit der Nutteilung τ_Q angewendet (Ollendorff 1932). Das Verhältnis von maximaler Luftspaltflussdichte $\hat{B}_\delta$, die im Luftspalt in der Zahnachse auftritt, zur mittleren Flussdichte $\overline{B}_\delta$ wird als Carter-Faktor $k_C > 1$ bezeichnet.

$$k_C = \hat{B}_\delta / \overline{B}_\delta = \frac{\tau_Q}{\tau_Q - \zeta(h) \cdot \delta} \tag{3.77}$$

Mit steigendem Verhältnis $h = s_Q/\delta$ (Abb. 3.15) nehmen der Carter-Faktor und die Nutwelligkeit des Luftspaltfelds zu.

$$\zeta(h) = \frac{2}{\pi} \cdot \left[h \cdot \arctan(h/2) - \ln\left(1 + (h/2)^2\right)\right] \approx \frac{h^2}{h+5} \tag{3.78}$$

Der Luftspaltfluss je Nutteilung wird mit der mittleren Luftspaltflussdichte bestimmt.

$$\Phi_{\delta Q} = \overline{B}_\delta \cdot \tau_Q \cdot l_{Fe} \tag{3.79}$$

Die magnetische Spannung im Luftspalt wird bei Vernachlässigung der Nutöffnung mit dem ungestörten Feld, das dem Maximalwert $\hat{B}_\delta$ entspricht, berechnet. Daher kann man gemäß (3.80) den Nutöffnungseinfluss bei der Berechnung der magnetischen Spannung im Luftspalt dadurch berücksichtigen, dass mit dem mittleren Wert der Luftspaltflussdichte je Nutteilung und damit mit dem mittleren Wert $\overline{H}_\delta = \overline{B}_\delta/\mu_0$ gerechnet wird, aber der

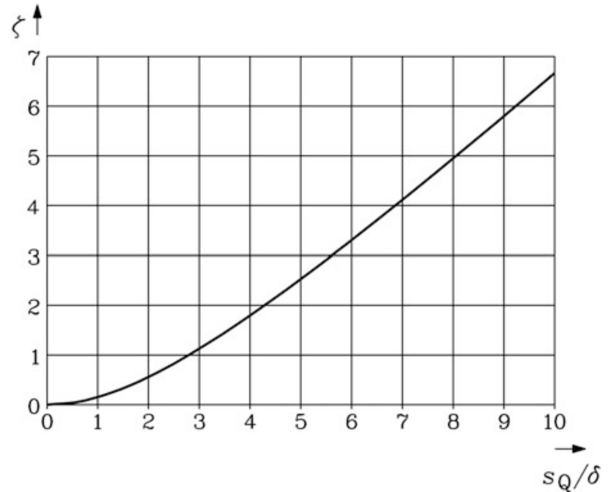


Abb. 3.15 Mit steigendem Verhältnis s_Q/δ steigt der Koeffizient ζ an, der die Größe des Carter-Faktors bestimmt

Luftspalt fiktiv vergrößert wird. Es ist anstelle des mechanisch wirksamen Luftspalts δ der größere, magnetische wirksame „äquivalente“ Luftspalt $\delta_e = k_C \cdot \delta > \delta$, auch „ideeller“ Luftspalt genannt, zu verwenden (Jacob und Seinsch 2001).

$$V_\delta = \hat{H}_\delta \cdot \delta = \frac{\hat{B}_\delta}{\mu_0} \cdot \delta = \frac{\overline{B}_\delta}{\mu_0} \cdot k_C \cdot \delta$$
$$V_\delta = \frac{\overline{B}_\delta}{\mu_0} \cdot \delta_e, \quad \delta_e = k_C \cdot \delta \tag{3.80}$$

Sind sowohl Stator als auch Rotor genutet, so wird näherungsweise die beidseitige Nutung durch Multiplikation der Carter-Faktoren bei jeweils einseitiger Nutung von Stator und Rotor (Index s bzw. r) berücksichtigt.

$$k_C = k_{Cs} \cdot k_{Cr} \tag{3.81}$$

Die Faktoren k_{Cs}, k_{Cr} werden gemäß (3.77), (3.78) mit s_{Qs}, τ_{Qs} bzw. s_{Qr}, τ_{Qr} berechnet. In gleicher Weise können radiale Kühlkanäle im Stator- und Rotorblechpaket, die ebenfalls eine Welligkeit des Luftspaltfelds – allerdings in axialer Richtung z – hervorrufen, berücksichtigt werden. Wird das Blechpaket z. B. statorseitig mit der Eisenlänge l_{Fe} durch $n_k - 1$ Kühlkanäle mit der Weite l_k (Abb. 3.16) in n_k Teilblechpakete mit der Länge l_1 unterbrochen, so erfährt die Luftspaltflussdichte, in Abb. 3.16 dargestellt an der Läuferoberfläche, eine Welligkeit. Im Bereich der Kühlkanäle ist die Luftspaltflussdichte kleiner. Wegen der geometrischen Ähnlichkeit von Abb. 3.14 und 3.16 kann (3.77) zur Berechnung der Feldwelligkeit in axialer Richtung verwendet werden, wenn anstelle von τ_Q die Weite $l_k + l_1$ und anstelle von s_Q die Kanalbreite l_k verwendet werden.

$$k'_C = B_\delta / \overline{B}_\delta = \frac{l_1 + l_k}{l_1 + l_k - \zeta(h') \cdot \delta} > 1, \quad h' = l_k/\delta \tag{3.82}$$

Ohne radiale Kühlkanäle ist die axiale Gesamtlänge des Blechpakets $l_{Fe} = n_k \cdot l_1$ und der Luftspaltfluss je Nutteilung $\Phi_{\delta Q} = B_\delta \cdot \tau_Q \cdot l_{Fe}$. Mit radialen Kühlkanälen ist die Gesamtlänge größer

$$L = n_k \cdot l_1 + (n_k - 1) \cdot l_k > l_{Fe},$$

und die mittlere Luftspaltflussdichte auf der Länge L in axialer Richtung z ist $\overline{B}_\delta < B_\delta$. Damit wird der Fluss je Nutteilung bestimmt: $\Phi'_{\delta Q} = \overline{B}_\delta \cdot \tau_Q \cdot L$.

$$\overline{B}_\delta \cdot L = B_\delta \cdot L/k'_C = B_\delta \cdot l_e \qquad l_e = L/k'_C \tag{3.83}$$
$$\Phi'_{\delta Q} = B_\delta \cdot \tau_Q \cdot l_e \tag{3.84}$$

Es gilt daher: $\overline{B}_\delta \cdot L > B_\delta \cdot l_{Fe}$, da $l_e > l_{Fe}$ ist. Soll für die Berechnung der magnetischen Spannung im Luftspalt die Luftspaltflussdichte B_δ verwendet werden, die ohne Kühlkanäle

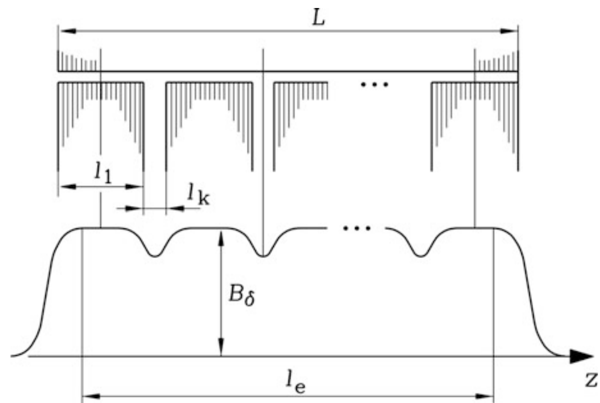


Abb. 3.16 Welligkeit des Luftspaltfelds in axialer Richtung durch radiale Kühlkanäle im Statorblechpaket

auftritt, so ist anstatt der „Netto"-Eisenlänge l_{Fe} die größere äquivalente Eisenlänge l_e, auch „ideelle" Eisenlänge genannt, zu verwenden. Der Wert der ideellen Eisenlänge liegt zwischen Netto- und Brutto-Eisenlänge: $l_{Fe} < l_e < L$. Werden stator- und rotorseitige radiale Kühlkanäle verwendet, so sind diese in der Regel gleich breit und fluchtend angeordnet, um einen möglichst ungehinderten Kühlluftstrom zu ermöglichen. Dann bündeln sich die Feldlinien im Luftspalt in die Teilblechpakete von Stator und Rotor symmetrisch zur Luftspaltmitte bei $\delta/2$. Dort treten die Feldlinien senkrecht durch, ähnlich wie sie in Abb. 3.14 senkrecht auf die Läuferoberfläche auftreffen. Es kann daher anstelle δ in Abb. 3.16 der halbe Luftspalt $\delta/2$ verwendet werden, um die stator- und rotorseitige Welligkeit des Felds gleichzeitig zu berechnen.

$$k''_C = \frac{l_1 + l_k}{l_1 + l_k - \zeta(h'') \cdot (\delta/2)} > 1, \quad h'' = l_k/(\delta/2), \quad l_e = L/k''_C \tag{3.85}$$

Fazit:
Bei der Berechnung der magnetischen Spannung im Luftspalt wird die mittlere Flussdichte je Nutteilung B_δ verwendet. Die Berücksichtigung des Nutöffnungseinflusses auf die magnetische Spannung erfolgt mit dem gegenüber dem geometrischen Luftspalt größeren ideellen Luftspalt δ_e. Der Einfluss radialer Kühlkanäle wird über die anstelle der Eisenlänge l_{Fe} größere ideelle Eisenlänge l_e bei der Berechnung des Flusses berücksichtigt.

Beispiel 3.12

Vierpolige Käfigläufer-Asynchronmaschine, Bemessungsleistung 500 kW, Hochspannungswicklung für 6.6 kV, Stator-/Rotornutzahl $Q_s/Q_r = 60/50$, Amplitude der Grundwelle der Luftspaltflussdichte $B_\delta = 0.858$ T, Stator-Bohrungsdurchmesser: $d_{si} = 458$ mm, Luftspaltweite $\delta = 1.4$ mm, Statornut-Öffnung $s_{Qs} = 12.5$ mm (offene Nut), Rotornutöffnung $s_{Qr} = 2.5$ mm (halbgeschlossene Nut). Stator- und Rotorblechpaket bestehen aus 9 Teilblechpaketen mit $l_1 = 42$ mm Länge und 8 radialen

Kühlkanälen mit der Kanalweite $l_k = 10\,\text{mm}$. Berechnen Sie die magnetische Spannung im Luftspalt und den Grundwellenfluss!

Lösung:
Ständer-/Rotornutteilung: $\tau_Q = d_{si}\pi/Q$,
Polteilung: $\tau_p = d_{si}\pi/(2p) = 359.7\,\text{mm}$

	τ_Q / mm	s_Q / mm	s_Q/δ	ζ	k_C
Stator	24.0	12.5	8.93	5.72	1.50
Rotor	28.8	2.5	1.79	0.47	1.023

Carter-Faktor bei beidseitiger Nutung: $k_C = k_{Cs} \cdot k_{Cr} = 1.5 \cdot 1.023 = 1.54$
Ideeller Luftspalt: $\delta_e = k_C \cdot \delta = 1.54 \cdot 1.4 = 2.156\,\text{mm}$

$$h'' = l_k/(\delta/2) = 10/(1.4/2) = 14.28, \zeta(h'') = 10.58,\ k_C'' = \frac{l_1 + l_k}{l_1 + l_k - \zeta(h'') \cdot (\delta/2)} = 1.166$$

Brutto-Eisenlänge: $L = 9 \cdot l_1 + 8 \cdot l_k = 9 \cdot 42 + 8 \cdot 10 = 458\,\text{mm}$
Netto-Eisenlänge: $l_{Fe} = 9 \cdot l_1 = 9 \cdot 42 = 378\,\text{mm}$
Ideelle Eisenlänge: $l_e = L/k_C'' = 458/1.166 = 392\,\text{mm}$

$$V_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \cdot \delta_e = \frac{0.858}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 0.002156 = 1472\,\text{A}$$

$$\Phi = l_e \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_\delta \cdot \cos(x\pi/\tau_p) \cdot dx = \frac{2}{\pi} \cdot l_e \tau_p B_\delta = \frac{2}{\pi} \cdot 0.392 \cdot 0.3597 \cdot 0.858 = 77\,\text{mWb}$$

3.7 Zweidimensionales Luftspaltfeld

Da in den meisten Anwendungsfällen elektrischer Maschinen die Polteilung τ_p deutlich größer als die Luftspaltweite δ ist, ist das Magnetfeld im Luftspalt im Leerlauf, d. h. wenn die Tangentialkraft zwischen Stator und Rotor Null ist, näherungsweise radial orientiert. Diese Annahme wurde der vereinfachten Luftspaltfeldberechnung in Kap. 2 zugrunde gelegt. Bei elektrischen Maschinen mit großen Luftspaltweiten wie z. B. bei zweipoligen Turbogeneratoren (Kap. 8) oder speziellen Linearmotoren z. B. im Bahnbereich tritt jedoch bereits im Leerlauf auch eine tangentiale Luftspaltfeld-Feldkomponente auf (Hague 1962). Als Beispiel wird ein Linearmotor mit einer Wanderfeldwicklung im Stator als Primärteil und einem unbewickelten ungenuteten Sekundärteil, beide aus Eisen, betrachtet. Die Eisenpermeabilität des Primär- und Sekundärteils wird unendlich hoch angenommen, sodass das *H*-Feld dort Null ist. Die von der Wanderfeldwicklung gemäß Kap. 2 erregte magnetische Spannungsverteilung *V* wird gemäß Abschn. 3.2 als Fourier-Reihe dargestellt, wobei der Einfluss der Statornutöffnungen vernachlässigt wird. Aus der

magnetischen Spannungsverteilung wird gemäß Kap. 2 die an der Oberfläche des Primärteils lokalisierte Verteilung des Strombelags A der Wanderfeldwicklung berechnet, wobei die Grund- und jede einzelne Oberwelle der V-Verteilung (3.86) getrennt betrachtet werden, sodass auch der Strombelag als Fourier-Reihe von Strombelagswellen (3.86) erhalten wird. Für jede dieser Strombelagswellen wird über den Durchflutungssatz und den Satz vom magnetischen Hüllenfluss gemäß Kap. 1 die Verteilung der Luftspaltflussdichte in Längsrichtung x und in Richtung quer zum Luftspalt y berechnet. Die Rechnung wird für die ν-te Oberwelle skizziert.

$$\begin{aligned} V_\nu(x,t) &= \hat{V}_\nu \cdot \cos\left(\nu\pi x/\tau_\mathrm{p} - \omega t\right) \\ A_\nu(x,t) &= dV_\nu/dx = \hat{A}_\nu \cdot \sin\left(\nu\pi x/\tau_\mathrm{p} - \omega t\right) \end{aligned} \tag{3.86}$$

$$\hat{A}_\nu = -\hat{V}_\nu \cdot \left(\nu\pi/\tau_\mathrm{p}\right) \tag{3.87}$$

Die Vektoren der magnetischen Feldstärke H und Flussdichte $B = \mu_0 H$ bestehen aus einer x-Komponente als Tangentialkomponente und einer y-Komponente als Normalkomponente. Im Primär- und Sekundärteil erhalten sie die Indizes Fe1 bzw. Fe2 und im Luftspalt den Index δ.

$$\vec{H}(x,y,t) = \left(H_\mathrm{x}(x,y,t), H_\mathrm{y}(x,y,t)\right), \quad \vec{B}(x,y,t) = \left(B_\mathrm{x}(x,y,t), B_\mathrm{y}(x,y,t)\right) \tag{3.88}$$

Der Index ν für die Felder ist in (3.88) weggelassen. An der Oberfläche des Primärteils $y = 0$ (Abb. 3.17) wird der Durchflutungssatz auf eine differentiell kleine geschlossene Schleife C angewendet, die aus einem Abschnitt dx im Luftspalt und einem Abschnitt dx im Eisen, jeweils in x-Richtung orientiert, besteht. Beide Abschnitte liegen sehr nahe beidseits der Trennfläche zwischen Luftspalt und Primärteil, sodass die dazwischen liegenden Wegabschnitte von C in y-Richtung vernachlässigbar kurz sind. Diese Schleife C umfasst die differentiell kleine Durchflutung $d\Theta_\nu(x,t) = A_\nu(x,t) \cdot dx$.

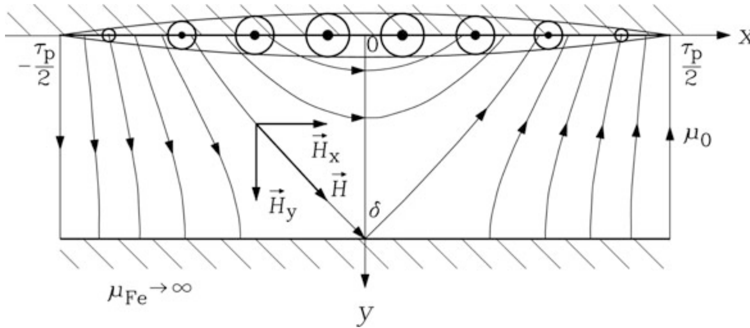


Abb. 3.17 Zweidimensionales Luftspaltfeld für die Grundwelle des Strombelags $\nu = 1$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \left[H_{\delta x}(x, y = 0, t) - H_{\mathrm{Fe1x}}(x, y = 0, t)\right] \cdot dx = H_{\delta x}(x, y = 0, t) \cdot dx$$

$$\oint_C \vec{H}_\nu \cdot d\vec{s} = d\Theta_\nu(x, t) = A_\nu(x, t) \cdot dx \tag{3.89}$$

Es tritt also prinzipiell eine Tangentialkomponente der Luftspaltfeldstärke an der Oberfläche des Primärteils auf, die gleich dem dort herrschenden Strombelag ist: $H_{\delta x,\nu}(x, y = 0, t) = A_\nu(x, t)$. An der Oberfläche des Sekundärteils tritt kein Strombelag auf, deshalb sind dort die Tangentialkomponenten $H_{\delta x}$ und $B_{\delta x}$ Null. Für das Luftspaltfeld ergibt die Berechnung mit diesen Randbedingungen die Vektorkomponenten (3.90), (3.91); das zugehörige Feldbild ist für die Grundwelle in Abb. 3.17 dargestellt.

$$B_{\delta x,\nu}(x, y, t) = \mu_0 \cdot \hat{A}_\nu \cdot \frac{\sinh\left(\nu \cdot (\delta - y) \cdot \pi/\tau_p\right)}{\sinh\left(\nu \cdot \delta \cdot \pi/\tau_p\right)} \cdot \sin\left(\nu\pi x/\tau_p - \omega t\right) \tag{3.90}$$

$$B_{\delta y,\nu}(x, y, t) = \mu_0 \cdot \hat{A}_\nu \cdot \frac{\cosh\left(\nu \cdot (\delta - y) \cdot \pi/\tau_p\right)}{\sinh\left(\nu \cdot \delta \cdot \pi/\tau_p\right)} \cdot \cos\left(\nu\pi x/\tau_p - \omega t\right) \tag{3.91}$$

Es schließen sich auf Grund des Tangentialfelds bestimmte vom Strombelag erregte Feldlinien über den Luftspalt, ohne das Sekundärteil zu erreichen. Daher ist die Flussverkettung mit einer im Primärteil angeordneten Spule s-s′ (Abb. 3.18) größer als mit einer gleich großen Spule r-r′ im Sekundärteil. So ergeben sich z. B. für die Grundwelle $\nu = 1$ zum Zeitpunkt $t = 0$ die Spulenflüsse (3.92), (3.93), wobei stets $\Phi_s > \Phi_r$ ist. Die zum Faktor $\cosh(\delta \cdot \pi/\tau_p) - 1$ proportionale Flussdifferenz $(\Phi_s - \Phi_r)/2$ ist der tangentiale Luftspaltstreufluss.

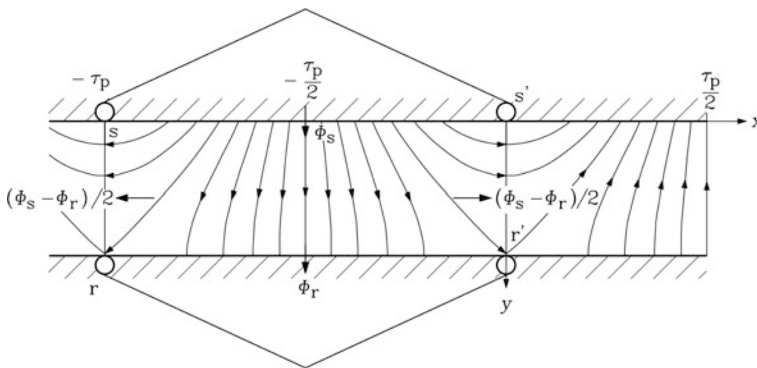


Abb. 3.18 Auf Grund des zweidimensionalen Luftspaltfelds ist der Fluss Φ_s durch die Spule im Primärteil s-s′ größer als Φ_r durch die Spule r-r′ im Sekundärteil. Im Bild: Spulenweite = Polteilung, Feldbild für die Grundwelle $\nu = 1$, Wellenlänge = doppelte Polteilung

$$\Phi_\text{s} = l_\text{e} \int_{-\tau_\text{p}}^{0} B_{\delta\text{y},1}(x,0,0)dx = \mu_0 \cdot \hat{A}_1 \cdot \frac{\cosh\left(\delta \cdot \pi/\tau_\text{p}\right)}{\sinh\left(\delta \cdot \pi/\tau_\text{p}\right)} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_\text{p} l_\text{e} \tag{3.92}$$

$$\Phi_\text{r} = l_\text{e} \int_{-\tau_\text{p}}^{0} B_{\delta\text{y},1}(x,\delta,0)dx = \mu_0 \cdot \hat{A}_1 \cdot \frac{1}{\sinh\left(\delta \cdot \pi/\tau_\text{p}\right)} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_\text{p} l_\text{e} \tag{3.93}$$

Für die Oberwellen ist wegen der um $1/\nu$ kleineren Wellenlänge das Verhältnis $\tau_\text{p}/(\nu\delta)$ deutlich kleiner, sodass der tangentiale Oberwellen-Luftspaltstreufluss $(\Phi_{\text{s}\nu} - \Phi_{\text{r}\nu})/2$ im Verhältnis zu $\Phi_{\text{s}\nu}$ größer ist als bei der Grundwelle. Die Amplituden der Oberwellen an der Oberfläche des Sekundärteils nehmen folglich im Vergleich zu ihrem Wert an der Oberfläche des Primärteils mit steigendem ν gemäß $1/\cosh(\nu \cdot \delta \cdot \pi/\tau_\text{p})$ stärker ab.

Im Extremfall eines gegenüber der Polteilung großen Luftspalts z. B. bei nutenlosen Statoren mit Luftspaltwicklungen, die direkt an der glatten Statoroberfläche mit amagnetischen Stützkonstruktionen befestigt sind, ist die Normalkomponente des Luftspaltfelds an der Oberfläche des Sekundärteils nahezu sinusförmig verteilt, obwohl die Strombelagsverteilung am Primärteil deutlich von der Sinusform abweicht (z. B. eine Rechteckverteilung). Nur noch die Grundwelle hat am Sekundärteil eine nennenswerte Größe. Die Feldlinien der Oberwellen schließen sich als tangentialer Luftspaltstreufluss quer zum Luftspalt.

Bei großem Verhältnis τ_p/δ erhalten wir hingegen aus (3.87), (3.90), (3.91) mit $\sinh(a) \approx a$, $\cosh(a) \approx 1$, $a << 1$, die Näherungslösungen (3.94), (3.95). Es tritt demnach stets gemeinsam mit einem Strombelag eine tangentiale Feldkomponente auf, die bei kleinen Luftspaltweiten etwa linear über die Luftspaltweite abnimmt, doch ist sie gegenüber der Normalkomponente um den Faktor $\nu\pi\delta/\tau_\text{p}$ kleiner, und kann somit bei kleinen Luftspalten vor allem bei der Grundwellenbetrachtung vernachlässigt werden.

$$B_{\delta\text{x},\nu}(x,y,t) \cong -\mu_0 \cdot \hat{V}_\nu \cdot \frac{\nu\pi}{\tau_\text{p}} \cdot (1 - y/\delta) \cdot \sin\left(\nu\pi x/\tau_\text{p} - \omega t\right) \tag{3.94}$$

$$B_{\delta\text{y},\nu}(x,y,t) = -\mu_0 \cdot \frac{\hat{V}_\nu}{\delta} \cdot \cos\left(\nu\pi x/\tau_\text{p} - \omega t\right) \tag{3.95}$$

Der tangentiale Luftspaltstreufluss ist bei großem τ_p/δ mit $\mu_0 \hat{V}_\nu l_\text{e} \cdot \nu\pi\delta/(2\tau_\text{p})$ entsprechend klein, sodass er bei den meisten Ausführungen elektrischer Maschinen mit gegenüber der Polteilung kleinem Luftspalt vernachlässigt wird. Für eine quantitativ genaue Berechnung des tangentialen Spaltstreuflusses muss die Krümmung des Luftspalts bei rotierenden Maschinen vor allem bei zweipoligen Maschinen und großem Luftspalt berücksichtigt werden. Darauf wird in den beiden folgenden Beispielen verzichtet.

Beispiel 3.13

Asynchronmaschine, 4-polig, 36 Statornuten, Bohrungsdurchmesser 90 mm, Luftspaltweite 0.7 mm. Berechnen Sie die Größe τ_p/δ und das Flussverhältnis $\Phi_{\text{r}\nu}/\Phi_{\text{s}\nu}$ für die Grundwelle und die nutharmonische Oberwelle $\nu_\text{Q} = 19$.

Lösung:
$\tau_p = d_{si}\pi/p = 90\pi/4 = 70.68\,\text{mm}$, $\tau_p/\delta = 100.97$, $\Phi_{r\nu}/\Phi_{s\nu} = 1/\cosh(\nu \cdot \delta \cdot \pi/\tau_p)$:
a) $\nu = 1$: $\Phi_{r1}/\Phi_{s1} = 0.9995$, b) $\nu = 19$: $\Phi_{r19}/\Phi_{s19} = 0.8475$

Beispiel 3.14

Synchronmaschine als Turbogenerator, 2-polig, 36 Statornuten, Bohrungsdurchmesser 1350 mm, Luftspaltweite 100 mm. Berechnen Sie die Größe τ_p/δ und das Flussverhältnis $\Phi_{r\nu}/\Phi_{s\nu}$ für die Grundwelle und die nutharmonische Oberwelle $\nu_Q = 37$.

Lösung:
$\tau_p = d_{si}\pi/p = 1350\pi/2 = 2120.6\,\text{mm}$, $\tau_p/\delta = 21.2$, $\Phi_{r\nu}/\Phi_{s\nu} = 1/\cosh(\nu \cdot \delta \cdot \pi/\tau_p)$:
a) $\nu = 1$: $\Phi_{r1}/\Phi_{s1} = 0.9891$, b) $\nu = 37$: $\Phi_{r37}/\Phi_{s37} = 0.0096$

Fazit:
Die in Kap. 2 verwendete Annahme eines rein radial gerichteten Luftspaltfelds bei gegenüber der Polteilung kleiner Luftspaltweite wurde anhand der Feldlösung für den allgemeinen Fall großer Luftspaltweiten als korrekt überprüft. Bei gegenüber der Polteilung großen Luftspaltweiten tritt ein tangential gerichteter Luftspaltstreufluss auf, der bei kleinen Luftspaltweiten vernachlässigt werden kann.

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A3.1 die Fourier-Reihen-Darstellung der Felderregerkurve einer gesehnten Drehstrom-Ganzlochwicklung $q = 2$ behandelt, und in A3.2 die Fourier-Reihe der Käfigwicklung mit 7 Nuten pro Pol. In A3.3 wird die Fourier-Reihen-Darstellung der Feldkurve eines Permanentmagnetläufers mit Oberflächenmagneten (vgl. Kap. 9) gezeigt und in A3.4 die Fourier-Reihe der Statorfeldkurve eines elektrische erregten Einphasen-Synchrongenerators. Aufgabe A3.5 behandelt die Fourier-Reihendarstellung der Ständer-Felderregerkurve einer dreisträngigen Bruchlochwicklung $q = 3/2$ und A3.6 jene einer zweisträngigen Ganzlochwicklung, wie sie prinzipiell in Einphasen-Kondensatormotoren (Abb. 2.22) verwendet wird. In Aufgabe A3.7 wird die Fourier-Reihe der Felderregerkurve eine sechssträngigen Drehstromwicklung behandelt, die bei großen Drehstrom-Walzwerksmotoren wegen der geringeren Drehmomentwelligkeit eingesetzt wird, und in A3.8 die Fourier-Reihen der Felderregerkurven der dreisträngigen Zahnspulenwicklungen $q = 1/2$ und $q = 1/4$.

4 Induzierte Spannung und magnetische Kräfte in Drehstrommaschinen

In diesem Kapitel wird die Spannungsinduzierung durch Drehfeldwellen in eine verteilte Drehstromwicklung gezeigt. Der in Kap. 3 eingeführte Wicklungsfaktor tritt in den Amplituden der vom Grundfeld und den Oberfeldern induzierten, sinusförmig veränderlichen Spannungen auf. Er bewirkt, dass die Amplituden der Spannungen der Oberfelder i. A. deutlich kleiner sind als die Grundschwingungsspannung. Anschließend werden die bei Stromfluss auftretenden tangentialen und radialen elektromagnetischen Kräfte in den Nutenleitern und das sich aus der Tangentialkraft ergebende elektromagnetische Drehmoment besprochen.

4.1 Induzierte Spannung in einer gesehnten Spule

Die Spannungsinduzierung in eine Spule wird am Beispiel einer Ständerspule eines Synchrongenerators gemäß Abschn. 3.5 besprochen. Die radiale Komponente des sich mit der Läuferdrehzahl drehenden Läuferfelds wird als Fourier-Reihe dargestellt und die Spannungsinduzierung in eine Ständerspule für jede einzelne μ-te Läuferdrehwelle (4.1) berechnet.

$$B_{\delta\mu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\frac{\mu\pi x}{\tau_{\mathrm{p}}} - \omega_{\mu} t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\frac{\mu\pi x}{\tau_{\mathrm{p}}} - \mu \cdot \omega \cdot t) \tag{4.1}$$

In Abb. 4.1a ist eine ruhende Spule mit der Weite $W = \tau_{\mathrm{p}}$, die in Ständernuten liegt, dargestellt. Da das Läufer-Luftspaltfeld durch die Ständerzähne wegen $\mu_{\mathrm{Fe}} >> \mu_0$ gebündelt wird (Abb. 3.14), umfassen die in den nahezu feldfreien Nuten liegenden Spulenseiten über die Stirnverbindungen den Fluss in gleicher Weise, wie wenn die Spulenseiten idealisiert unendlich dünn an der Oberfläche eines ungenuteten Eisenstators befestigt wären. Im Folgenden wird diese Idealisierung unendlich kleiner Nuten analog zu Gl. (2.7) und Abb. 2.3

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_4

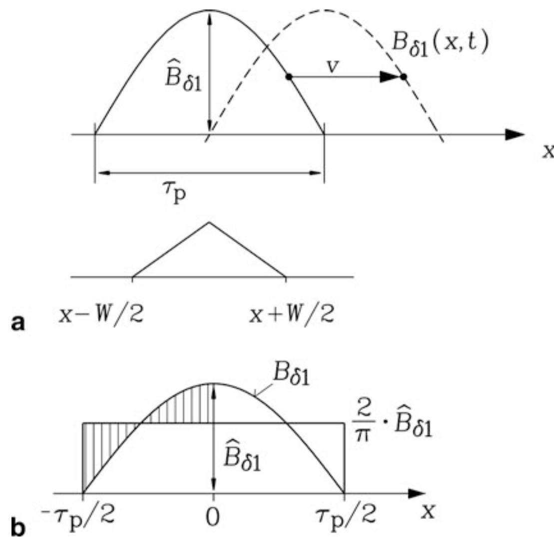


Abb. 4.1 Spannungsinduzierung in eine Spule durch eine Sinus-Dreh- bzw. Wanderwelle (**a**) Durch die relativ zur Spule zu unterschiedlichen Zeiten t unterschiedliche Lage der Drehwelle (im Bild: Grundwelle $\mu = 1$, Spulenweite $W = \tau_p$) ändert sich der mit der Spule verkettete Fluss und induziert eine elektrische Spannung, (**b**) Der von der ungesehnten Spule umfasste maximale Fluss ist zur Fläche unter der Feldkurve proportional und wird über die mittlere Flussdichte (siehe die gleich großen schraffierten Flächen) und die Spulenfläche berechnet

verwendet (vgl. Aufgabe A4.8 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Die magnetisch wirksame Länge des Blechpakets ist die ideelle Eisenlänge l_e. Außerhalb der ideellen Eisenlänge ist das Feld Null, sodass dort durch die Stirnverbindungen der Spule kein weiterer Fluss umfasst wird. Die radiale Komponente der Flussdichte einer Drehfeldwelle der Ordnungszahl μ des Luftspaltfelds (4.1) erzeugt in einer gesehnten Spule mit der Weite W den Spulen-Wechselfluss $\Phi_{c\mu}(t)$.

$$\Phi_{c\mu}(t) = l_e \int_{-W/2}^{W/2} B_{\delta\mu}(x,t) \cdot dx = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l_e \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p,\mu} \cdot \cos(\mu\omega t)$$

$$\Phi_{c\mu}(t) = \Phi_{c\mu} \cdot \cos(\mu\omega t), \quad \Phi_{c\mu} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\tau_p}{\mu} \cdot l_e \cdot \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p,\mu} \tag{4.2}$$

Herleitung:

$$\Phi_{c\mu}(t) = l_e \int_{-W/2}^{W/2} \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p} - \mu \cdot \omega \cdot t\right) \cdot dx$$

$$\Phi_{c\mu}(t) = l_e \int_{-W/2}^{W/2} \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \left[\cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p}\right)\cos(\mu\omega t) + \sin\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p}\right)\sin(\mu\omega t)\right] \cdot dx$$

$$\Phi_{c\mu}(t) = \frac{l_e \hat{B}_{\delta\mu}\tau_p}{\pi\mu} \cdot \left[\sin\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p}\right)\cos(\mu\omega t) - \cos\left(\frac{\mu\pi x}{\tau_p}\right)\sin(\mu\omega t)\right]\Bigg|_{-W/2}^{W/2}$$

$$\Phi_{c\mu}(t) = \frac{l_e \hat{B}_{\delta\mu}\tau_p}{\pi\mu} \cdot \left(\sin\left(\frac{\mu\pi W}{2\tau_p}\right) - \sin\left(\frac{-\mu\pi W}{2\tau_p}\right)\right) \cdot \cos(\mu\omega t)$$

$$\Phi_{c\mu}(t) = \frac{2}{\pi}\frac{\tau_p}{\mu} l_e \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin\left(\mu\frac{\pi}{2}\frac{W}{\tau_p}\right) \cdot \cos(\mu\omega t) = \frac{2}{\pi}\frac{\tau_p}{\mu} l_e \hat{B}_{\delta\mu} \cdot k_{p,\mu} \cdot \cos(\mu\omega t)$$

Durch die Sehnung ist der mit der Spule verkettete Fluss um den bereits in Kap. 3 eingeführten Sehnungsfaktor $k_{p,\mu}$ kleiner als bei der ungesehnten Spule $W = \tau_p$, denn bei ungesehnten Spulen ist $k_{p,\mu} = \sin(\mu\pi/2) = (-1)^{(\mu-1)/2}$ mit $\mu = 1, 3, 5, \ldots$ jeweils $1, -1, 1, -1, \ldots$. Er ändert im ungesehnten Fall nur das Vorzeichen, aber nicht die Amplitude des Flusses. Im Unterschied zu Kap. 3 hängt der Sehnungsfaktor nun von der Ordnungszahl μ der Fourier-Reihe des Läuferfelds ab.

$$k_{p,\mu} = \sin\left(\mu\frac{\pi}{2} \cdot \frac{W}{\tau_p}\right) \tag{4.3}$$

Der Spulenfluss der μ-ten Läuferdrehwelle pulsiert mit der Frequenz $f_\mu = \omega_\mu/(2\pi) = \mu \cdot \omega/(2\pi)$. Die pulsierende Spulen-Flussverkettung

$$\Psi_{c\mu}(t) = N_c \Phi_{c\mu} \cdot \cos(\mu\omega t) \tag{4.4}$$

induziert die sinusförmige Spulenwechselspannung

$$u_{i,c\mu}(t) = -\frac{d\Psi_{c\mu}(t)}{dt} = \hat{U}_{i,c\mu}\sin(\mu\omega t) \tag{4.5}$$

mit der Spannungsamplitude

$$\hat{U}_{i,c\mu} = \mu\omega \cdot N_c \Phi_{c\mu} = 2\pi \cdot \mu \cdot f \cdot N_c \cdot k_{p,\mu} \cdot \frac{2}{\pi\mu}\tau_p l_e \hat{B}_{\delta\mu} = \sqrt{2} \cdot U_{i,c\mu} \tag{4.6}$$

An dieser Stelle sei nochmals auf den Unterschied zwischen einer „Welle“ (4.1), einer räumlich-zeitlich periodisch veränderlichen Größe, und einer „Schwingung“, einer rein zeitlich periodisch veränderlichen Größe (4.2), (4.5) hingewiesen (siehe Kap. 2). Die resultierende induzierte Spannung je Spule

$$u_{i,c}(t) = \sum_\mu \hat{U}_{i,c\mu} \cdot \sin(\mu\omega t) \tag{4.7}$$

enthält neben der Grundschwingungsspannung $\mu = 1$ unerwünschte Spannungsoberschwingungen. Erwünscht ist nur die induzierende Wirkung des Grundwellenflusses, der im ungesehnten Fall den maximalen Wert (4.8) hat und auch über „mittlere Flussdichte × Polfläche" berechnet werden kann (Abb. 4.1b).

$$\Phi_{c1}\big|_{W=\tau_p} = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot l_e \cdot \hat{B}_{\delta 1} = \tau_p \cdot l_e \cdot \bar{B}_{\delta 1} \qquad \bar{B}_{\delta 1} = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{B}_{\delta 1} \tag{4.8}$$

Der Fluss der μ-ten Oberwelle ist bei $W \neq \tau_p$ wegen der um den Faktor $1/\mu$ kleineren Wellenlänge und der i. A. deutlich kleineren Oberwellenamplitude um den Faktor

$$\Phi_{c\mu}/\Phi_{c1} = k_{p\mu} \cdot \hat{B}_{\delta\mu}/(\mu \cdot k_{p1} \cdot \hat{B}_{\delta 1}) \tag{4.9}$$

kleiner als der Grundwellenfluss, pulsiert aber mit der μ-fachen Frequenz, sodass die induzierte Oberwellenspannung in einer Spule nur um den Faktor

$$U_{i,c\mu}/U_{i,c1} = k_{p\mu}\hat{B}_{\delta\mu}/(k_{p1}\hat{B}_{\delta 1}) \tag{4.10}$$

kleiner als die Grundwellenspannung ist. Ist die Spule ungesehnt, so ist mit der um $T/4 = \pi/(2\omega)$ verschobenen Zeitskala $t' = t - T/4$ und $\sin(\mu\omega t) \cdot \sin(\mu\pi/2) = \cos(\mu\omega t') \cdot (\sin(\mu\pi/2))^2 = \cos(\mu\omega t')$, $\mu = 1, 3, 5, \ldots$ wegen

$$u_{i,c}(t)\big|_{W=\tau_p} \sim \sum_{\mu=1,3,5}^{\infty} \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \sin(\mu\pi/2) \cdot \sin(\mu\omega t)$$

$$u_{i,c}(t')\big|_{W=\tau_p} \sim \sum_{\mu=1,3,5}^{\infty} \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu\omega t') \tag{4.11}$$

der Zeitverlauf der induzierten Spulenspannung direkt proportional zur räumlichen Läufer-Luftspaltfeldverteilung im läuferfesten Koordinatensystem $B_\delta(\gamma) = \sum_{\mu=1,3,5,\ldots}^{\infty} \hat{B}_{\delta\mu} \cos(\mu \cdot \gamma)$, sodass eine z. B. rechteckförmige Läuferfeldverteilung eine Spulenspannung mit rechteckförmigem Zeitverlauf induziert.

Beispiel 4.1

Berechnen Sie die induzierte Spannung in die a) ungesehnte, b) 5/6-gesehnte Ständerspule eines zwölfpoligen Synchrongenerators mit den Daten $N_c = 2$, $q = 2$, $a = 2$, $\tau_p = 0.5$ m, $l_e = 1$ m, $n = 500$/min, wenn das Läuferfeld neben der Grundwelle drei Oberwellen gemäß Tab. 4.1 enthält.

Lösung:
$2p = 12$: Grundschwingungsfrequenz $f = n \cdot p = (500/60) \cdot 6 = 50$ Hz

Während in Tab. 4.1 bei ungesehnter Spule die Beträge der relativen Spannungsamplituden der Spannungsharmonischen identisch mit jenen der Läuferfeldwellen sind,

Tab. 4.1 Spannungsinduzierung in eine a) ungesehnte, b) 5/6-gesehnte Ständerspule durch das Läufer-Grundfeld und drei Läufer-Oberfelder

μ	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$\frac{\hat{B}_{\delta\mu}}{\hat{B}_{\delta 1}}$	f_μ	$\Phi_{c\mu}\big\|_{W=\tau_p}$	$k_{p,\mu}$ $W/\tau_p = 5/6$
[-]	[T]	[%]	[Hz]	[mWb]	[-]
1	0.9	100	50	286.5	0.966
3	–0.15	–16.7	150	15.9	–0.707
5	0.05	5.6	250	3.2	0.259
7	0.05	5.6	350	–2.3	0.259
μ	a) $U_{i,c\mu}$ $W = \tau_p$	a) $\frac{U_{i,c\mu}}{U_{i,c1}}$	b) $U_{i,c\mu}$ $W/\tau_p = 5/6$	b) $\frac{U_{i,c\mu}}{U_{i,c1}}$	
[-]	[V]	[%]	[V]	[%]	
1	127.3	100	123.0	100	
3	21.2	16.7	15.0	12.2	
5	7.2	5.6	1.8	1.5	
7	–7.2	–5.6	1.8	1.5	

erfolgt bei 5/6-Sehnung eine wirkungsvolle Verringerung vor allem der 5. und 7. Oberschwingungsspannung um 74 %, während die Grundschwingungsspannung nur um 3 % verringert wird.

Schreibt man den Fluss durch die gesehnte Spule gemäß der Herleitung von (4.2) als Differenz (4.12), so ergibt sich die induzierte Spannung für die Kreisfrequenz $\omega_\mu = \mu \cdot \omega$ als Summe der beiden Teilspannungen je Spulenseite, wobei die Zählrichtung der Spannung in der linken Spulenseite als Hinleiter positiv und in der rechten Spulenseite (Abb. 4.1a) als Rückleiter negativ ist.

$$\Phi_{c\mu}(t) = \frac{l_e \hat{B}_{\delta\mu} \tau_p}{\pi \mu} \cdot \left(\sin\left(\frac{\mu\pi W}{2\tau_p}\right) - \sin\left(\frac{-\mu\pi W}{2\tau_p}\right)\right) \cdot \cos(\omega_\mu t) \tag{4.12}$$

$$u_{i,c\mu}(t) = \omega_\mu N_c \cdot \frac{l_e \hat{B}_{\delta\mu} \tau_p}{\pi \mu} \cdot \left(\sin\left(\frac{\mu\pi W}{2\tau_p}\right) - \sin\left(\frac{-\mu\pi W}{2\tau_p}\right)\right) \cdot \sin(\omega_\mu t) \tag{4.13a}$$

$$u_{i,c\mu}(t) = \sqrt{2} \cdot U_{Q\mu} \cdot \left[\cos\left(\omega_\mu t - \frac{\mu\pi W}{2\tau_p}\right) - \cos\left(\omega_\mu t + \frac{\mu\pi W}{2\tau_p}\right)\right] \tag{4.13b}$$

$$u_{i,c\mu}(t) = u_{Q\mu,-}(t) - u_{Q\mu,+}(t) \tag{4.13c}$$

Mit dem Effektivwert der Spannung je Spulenseite

$$U_{Q\mu} = \omega_\mu N_c \cdot \frac{l_e \hat{B}_{\delta\mu} \tau_p}{\sqrt{2}\pi \mu} \tag{4.14}$$

kann jede Spannung einer Spulenseite $u_{\mathrm{Q}\mu}$ als komplexer Nutspannungszeiger (4.15) dargestellt werden. Die Spulenspannung ist wegen der positiven Richtung der Hinleiter, also der linken Spulenseiten, und der der negativen Richtung der Rückleiter bzw. der rechten Spulenseiten die Differenz der beiden Nutspannungszeiger.

$$u_{\mathrm{Q}\mu}(t) = \mathrm{Re}\left\{\sqrt{2}\underline{U}_{\mathrm{Q}\mu} \cdot e^{j\omega_\mu t}\right\} \tag{4.15a}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{Q}\mu+} = U_{\mathrm{Q}\mu} \cdot e^{j\mu\gamma_+} \quad \underline{U}_{\mathrm{Q}\mu-} = U_{\mathrm{Q}\mu} \cdot e^{j\mu\gamma_-} \tag{4.15b}$$

Dabei ist der Phasenwinkel des Nutspannungszeigers durch den Lagewinkel γ der jeweiligen Nut bestimmt. Der Ursprung des Lagewinkels $\gamma = 0$ wird definitionsgemäß in die Spulenachse, also in die Spulenmitte gelegt. Daher sind die Lagewinkel der linken und rechten Spulenseite $\gamma_+ = \pi \cdot W/(2\tau_\mathrm{p})$ und $\gamma_- = -\pi \cdot W/(2\tau_\mathrm{p})$.

Beispiel 4.2

Die in Abb. 4.3a dargestellte 8/9-gesehnte Spule Nr. 1 induzierte Spannung soll mit der Methode der Nutzeiger nach Betrag und Phasenlage für eine beliebige induzierende Luftspaltfeldwelle der Ordnungszahl μ berechnet werden.

Lösung:
Nutzeiger der linken Nut: $\gamma_+ = \pi \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2}$, $\underline{U}_{\mathrm{Q}\mu+} = U_{\mathrm{Q}\mu} \cdot e^{j\mu 4\pi/9}$,
Nutzeiger der rechten Nut: $\gamma_- = -\pi \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{2}$, $\underline{U}_{\mathrm{Q}\mu-} = U_{\mathrm{Q}\mu} \cdot e^{-j\mu 4\pi/9}$.
Gemäß (4.13) ist die induzierte Spulenspannung $\underline{U}_{\mathrm{i,c}\mu} = \underline{U}_{\mathrm{Q}\mu-} - \underline{U}_{\mathrm{Q}\mu+}$.
Mit $e^{j\alpha} - e^{-j\alpha} = j \cdot 2\sin\alpha$ folgt:
$\underline{U}_{\mathrm{i,c}\mu} = -j \cdot 2U_{\mathrm{Q}\mu} \cdot \sin(\mu \cdot 4\pi/9) = -j \cdot 2U_{\mathrm{Q}\mu} \cdot k_{\mathrm{p}\mu}$. Die Spulenspannung ist das Doppelte der Nutspannung, vermindert um den Sehnungsfaktor.

$$\underline{U}_{\mathrm{i,c1}} = -j \cdot 2U_{\mathrm{Q1}} \cdot \sin(4\pi/9) = -0.985 \cdot j \cdot 2U_{\mathrm{Q1}},$$
$$\underline{U}_{\mathrm{i,c7}} = -j \cdot 2U_{\mathrm{Q7}} \cdot \sin(28\pi/9) = (-0.342) \cdot (-j) \cdot 2U_{\mathrm{Q7}}.$$

Die Phasenlage der Spulenspannung ist in Abb. 4.2 für $\mu = 1$ ($\gamma_+ = 4\pi/9$) und $\mu = 7$ ($\mu\gamma_+ = 7\gamma_+ = 7 \cdot 4\pi/9$ bzw. $\mu\gamma_+ = 7\gamma_+ = 10\pi/9$) dargestellt.

Das negative Vorzeichen des Sehnungsfaktors bei $\mu = 7$ ist durch die zu $\mu = 1$ entgegen gesetzte Richtung des Spannungszeigers $\underline{U}_{\mathrm{i,c7}}$ bedingt. Durch $u_{\mathrm{i,c}\mu}(t) = \mathrm{Re}\left\{\sqrt{2}\underline{U}_{\mathrm{i,c}\mu} \cdot e^{j\omega_\mu t}\right\}$ wird die Zeitfunktion (4.5) der Spulenspannung erhalten.

Den Sehnungsfaktor liest man grafisch aus Abb. 4.2 als Ausdruck (4.16) ab. Der Spulenspannungszeiger ist die Sehne zum Zentriwinkel $\pi \cdot W/\tau_\mathrm{p}$ an den Kreis mit dem Radius des Betrags der Nutspannungszeiger und erklärt den Namen „Sehnungsfaktor“.

$$k_{\mathrm{p},\mu} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{i,c}\mu}}{-2jU_{\mathrm{Q}\mu}} \tag{4.16}$$

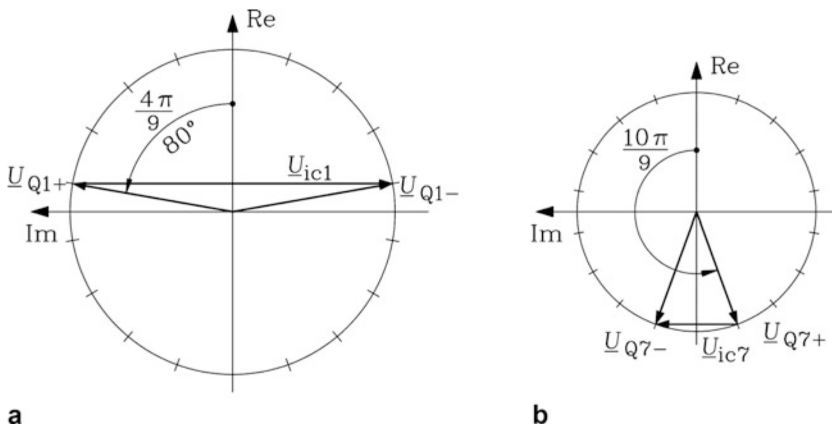


Abb. 4.2 Nut- und Spulenspannungszeiger für eine 8/9-gesehnte Spule, induziert durch die harmonische Feldwelle mit der Ordnung (**a**) $\mu = 1$, (**b**) $\mu = 7$

Fazit:
In die Ständerwicklungsstränge einer realen Maschine werden nicht nur die „Nutz"-Spannung mit der Frequenz $f = n \cdot p$ induziert, sondern zusätzliche störende Oberschwingungsspannungen mit zwar kleineren Amplituden, aber höheren Frequenzen (vgl. Tab. 4.1). Im ungünstigsten Fall einer ungesehnten Spule ist der Zeitverlauf der induzierten Spulenspannung direkt proportional zur räumlichen Verteilung des Läufer-Luftspaltfelds. Durch die Sehnung und die Anordnung der Spulen in Gruppen können die störenden Oberschwingungsspannungen verringert werden. Ebenso können durch eine Schrägung der Nuten die Oberschwingungsspannungen verringert werden (Kap. 9).

4.2 Induzierte Strangspannung einer Drehfeldwicklung

a) Spannungsinduzierung in Ganzlochwicklungen: Da jeder Strang einer Drehfeldwicklung i. A. aus einer Serien- oder Parallelschaltung von Spulengruppen besteht, deren Spulen bei Zweischichtwicklungen i. A. gesehnt sind, wird im Folgenden die induzierte Spannung in einer Spulengruppe aus q Spulen, die in Serie geschaltet in q benachbarten Nuten im Abstand je einer Nutteilung τ_Q liegen, betrachtet. Jede der Spulen wird von der Grund- und den Oberwellen mit Sinuswechselspannungen gemäß Abschn. 4.1 induziert.

Wir betrachten zunächst die Feldgrundwelle. Im Augenblick maximaler Flussverkettung für die erste Spule der Gruppe (siehe Abb. 4.3), wenn das Feldwellenmaximum der Sinusgrundwelle in der Mitte dieser Spule, der „Spulenachse", liegt, ist dieses Maximum von der Spulenachse der zweiten Spule um eine Nutteilung τ_Q entfernt. Da sich die Feldwelle mit der Umfangsgeschwindigkeit $v = 2f\tau_p$ bewegt, erreicht das Feldwellenmaximum

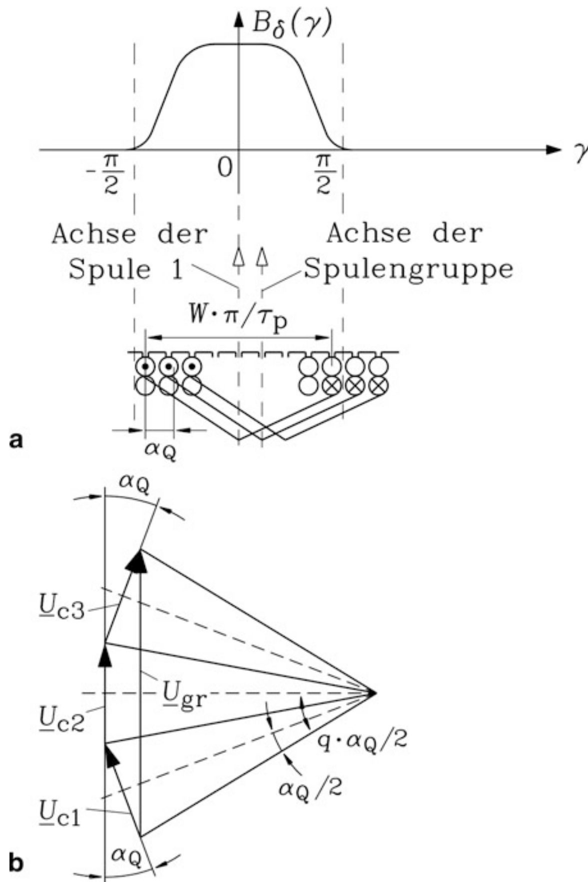


Abb. 4.3 Das Läuferfeld $B_\delta(\gamma)$ induziert eine Spannung in eine Spulengruppe aus drei gesehnten Spulen. (**a**) Relative Lage des Läuferfelds zur Ständerspulengruppe zum Zeitpunkt maximaler Flussverkettung mit Spule Nr.1, (**b**) Die Spannungssumme U_{gr}, dargestellt als komplexer Zeiger $\underline{U}_{gr}$ der $q = 3$ Spulenspannungen $\underline{U}_c$, ist um den Zonenfaktor kleiner als die algebraische Summe der drei Spulenspannungen $3U_c$

erst nach der Zeit $\Delta t = \tau_Q/v$ die Spulenachse der zweiten Spule. Mit dem Verhältnis $\tau_p/\tau_Q = mq$ (z. B. $q = 3$, $m = 3$ Stränge: $\tau_p/\tau_Q = 9$ Nuten pro Pol) folgt für diese Zeit $\Delta t = 1/(2fmq)$. Bezogen auf eine Schwingungsperiode $T = 1/f$ der induzierten Grundschwingungsspannung entspricht diese Zeit der Phasenverschiebung eines Nutwinkels.

$$\Delta t/T = f/(2fmq) = 1/(2mq) \quad \Rightarrow \quad \alpha_Q = 2\pi f \cdot \Delta t = 2\pi/(2mq) \tag{4.17}$$

Induziert eine μ-te Oberwelle, so ist diese Phasenverschiebung um den Faktor μ größer, da die Frequenz der induzierten Oberschwingungsspannung die μ-fache Grundfrequenz ist.

$$\alpha_{Q,\mu} = 2\pi \cdot \mu \cdot f \cdot \Delta t = \mu \cdot 2\pi/(2mq) \tag{4.18}$$

Da die Wellenlänge der μ-ten Oberwelle um den Faktor $1/\mu$ kleiner ist als die der Grundwelle, ist die Wegdifferenz τ_Q zwischen zwei benachbarten Spulen, bezogen auf diese Wellenlänge, μ-fach so lang. Die induzierte Spannung je Spulengruppe durch eine Felddrehwelle μ-ter Ordnung ist die Summe aus den q Spulenspannungen, die um den Phasenwinkel $\alpha_{Q,\mu}$ zueinander phasenverschoben sind, was in Abb. 4.3b für $q = 3$ und $\mu = 1$ als Summe der drei komplexen Spulenspannungszeiger dargestellt ist ($\alpha_{Q,\mu}$ wird in Abb. 4.3 als α_Q bezeichnet!). Mithilfe der in Kap. 1 eingeführten komplexen Zeigerrechnung für zeitlich sinusförmige Vorgänge erfolgt die Summenbildung der komplexen Spulenspannungszeiger geometrisch. Man liest aus Abb. 4.3b ab, dass das Verhältnis der Länge des Summenzeigers $\hat{U}_{i,gr,\mu}$ (in Abb. 4.3 als $\underline{U}_{gr}$ bezeichnet) zur algebraischen Summe der Spulenspannungszeiger $\hat{U}_{i,c,\mu}$ (in Abb. 4.3: $\underline{U}_{c1}$, $\underline{U}_{c2}$, $\underline{U}_{c3}$) der bereits in Kap. 2 berechnete Zonenfaktor ist, hier angewendet auf Läuferwellen mit der Ordnungszahl μ. Er gilt wie in Kap. 3 für Ganzlochwicklungen.

$$k_{d,\mu} = \frac{\hat{U}_{i,gr,\mu}}{q\hat{U}_{i,c,\mu}} = \frac{2\sin\left(q\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)}{q \cdot 2\sin\left(\frac{\alpha_{Q,\mu}}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\mu\frac{\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\mu\frac{\pi}{2mq}\right)} \tag{4.19}$$

Fazit:
Die induzierte Spannung einer Spulengruppe ist um den Zonenfaktor kleiner als die induzierte Spannung einer einzigen Spule mit gleicher Windungszahl wie die Spulengruppe.

Im Vergleich zu q konzentrisch in einem Nutenpaar angeordneten ungesehnten Spulen ist die induzierte μ-te Oberschwingungsspannung in einer am Bohrungsumfang verteilten Spulengruppe mit q gesehnten Spulen um das Produkt aus Sehnungsfaktor und Zonenfaktor, also um den in Kap. 3 eingeführten Wicklungsfaktor kleiner. Mithilfe des Wicklungsfaktors wird somit eine am Bohrungsumfang in Nuten verteilte Wicklung mit N Windungen mathematisch in eine konzentrierte Wicklung mit $N \cdot k_{w,\mu} < N$ effektiven Windungen transformiert. Die verteilte Wicklung kann dadurch mathematisch wie eine konzentrierte Wicklung behandelt werden kann.

$$k_{w,\mu} = k_{d,\mu} \cdot k_{p,\mu} \tag{4.20}$$

Für die Grundwelle $\mu = 1$ gilt speziell der Wicklungsfaktor $k_{w1} = k_{d1} \cdot k_{p1}$. Mit der in Kap. 2 eingeführten Windungszahl N je Strang erhalten wir den Effektivwert der von der Läuferfeldgrundwelle induzierten Spannung je Strang.

$$U_{i1} = \sqrt{2}\pi \cdot f \cdot N \cdot k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_p l_e \hat{B}_{\delta 1} \tag{4.21}$$

In gleicher Weise erhalten wir die von der μ-ten Läuferfeldoberwelle induzierte Strangspannung mit (4.20), deren Amplitude bzw. Effektivwert sich von dem der Spannungsgrundschwingung um den Wert $U_{i\mu}/U_{i1} = k_{w,\mu}\hat{B}_{\delta\mu}/(k_{w1}\hat{B}_{\delta 1})$ unterscheidet.

$$U_{i,\mu} = \sqrt{2}\pi \cdot \mu \cdot f \cdot N \cdot k_{w,\mu} \cdot \frac{2}{\pi}\frac{\tau_p}{\mu} l_e \hat{B}_{\delta\mu} \tag{4.22}$$

Analog zu (4.7) wird der Zeitverlauf der induzierten Strangspannung durch eine Summe von Sinus-Zeitfunktionen dargestellt.

$$u_i(t) = \sum_{\mu} \hat{U}_{i,\mu} \cdot \sin(\mu\omega t) \tag{4.23}$$

Beispiel 4.3

Berechnen Sie die induzierte Spannung je Strang für den zwölfpoligen Synchrongenerator von Bsp. 4.1 mit 5/6-Sehnung.

Lösung:
Strangwindungszahl: $N = 2pqN_c/a = 12 \cdot 2 \cdot 2/2 = 24$
Die Ergebnisse sind in Tab. 4.2 zusammengefasst.

Die induzierten Strangspannungs-Oberschwingungen der räumlichen Oberfelder (Oberwellen) verringern sich drastisch über der Ordnungszahl der Harmonischen.

Fazit:
Im Vergleich zur Spannung in einer ungesehnten Spule (Bsp. 4.1) ist durch die Sehnung der Spulen und durch deren Anordnung in Spulengruppen die 5. und 7.

Tab. 4.2 Induzierte Spannung je Strang durch das Läufer-Grundfeld und drei Läufer-Oberfelder

μ	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$\frac{\hat{B}_{\delta\mu}}{\hat{B}_{\delta 1}}$	f_μ	$\Phi_{c\mu}$ $W/\tau_p = 5/6$	
[-]	[T]	[%]	[Hz]	[mWb]	
1	0.9	100	50	276.7	
3	–0.15	–16.7	150	11.3	
5	0.05	5.6	250	0.8	
7	0.05	5.6	350	0.6	
μ	$k_{p,\mu}$	$k_{d,\mu}$	$k_{w,\mu}$	$U_{i,\mu}$ $W/\tau_p = 5/6$	$\frac{U_{i,\mu}}{U_{i,1}}$
[-]	[-]	[-]	[-]	[V]	[%]
1	0.966	0.966	0.933	1425.1	100
3	–0.707	0.707	–0.5	127.3	8.9
5	0.259	0.259	0.067	5.7	0.4
7	0.259	–0.259	-0.067	–5.7	–0.4

Spannungsoberschwingung von 5.6 % auf 0.4 % gesunken. Es verbleibt die zwar auch reduzierte, aber immer noch störende 3. Oberschwingung mit 8.9 % der Grundschwingung.

Die im Wicklungsfaktor $k_{w,\mu}$ zusammengefasste Filterwirkung der Drehstromwicklung für die Oberwellen-Spannungsinduzierung ist für die Unterdrückung der Wirkung der dritten Oberwelle, die eine Oberschwingungsspannung mit dreifacher Grundfrequenz verursacht, nicht ausreichend. Wird jedoch die dreisträngige Wicklung in Stern geschaltet, so sind die induzierten Strangspannungen durch die dritte Oberwelle in den drei Strängen U, V, W in Phase und damit identisch. Man sagt, sie bilden ein „Nullsystem" (siehe Kap. 8).

$$\begin{aligned} u_{iU3}(t) &= \hat{U}_{i,3} \cdot \sin(3\omega t) \\ u_{iV3}(t) &= \hat{U}_{i,3} \cdot \sin(3(\omega t - 2\pi/3)) = \hat{U}_{i,3} \cdot \sin(3\omega t) = u_{iU3}(t) \\ u_{iW3}(t) &= \hat{U}_{i,3} \cdot \sin(3(\omega t - 4\pi/3)) = \hat{U}_{i,3} \cdot \sin(3\omega t) = u_{iU3}(t) \end{aligned} \tag{4.24}$$

Deshalb tritt in den verketteten Spannungen keine dritte Spannungsharmonische auf, wie das Beispiel der verketteten Spannung zwischen den Klemmen U und V zeigt.

$$u_{iUV3}(t) = u_{iU3}(t) - u_{iV3}(t) = u_{iU3}(t) - u_{iU3}(t) = 0 \tag{4.25}$$

Zwar sind die dritten Harmonischen der Strangspannung nicht Null, aber sie können keine entsprechenden Ströme treiben, da im Sternpunkt die Summe aller zu- und abfließenden Ströme Null sein muss. Die Phasenströme der dritten Harmonischen i_3 wären wie die sie treibenden Spannungen in allen drei Strängen gleichphasig, und können somit wegen der Bedingung „Stromsumme Null" im Sternpunkt nicht fließen.

$$\begin{aligned} &i_{U3}(t) = i_{V3}(t) = i_{W3}(t) = i_3(t) \quad \Rightarrow \quad i_{U3} + i_{V3} + i_{W3} = 3i_3 = 0 \\ &\Rightarrow \quad i_3(t) = 0 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Fazit:
Die Läuferfeldoberwellen mit durch drei teilbaren Ordnungszahlen 3, 9, 15, ... induzieren in der Ständerwicklung ein gleichphasiges Strangspannungssystem. Bei Sternschaltung der Ständerwicklung kann sich das zugehörige Stromsystem nicht ausbilden. In den verketteten Spannungen treten keine entsprechenden Spannungsharmonischen auf. Auf diese Weise wird die Wirkung dieser Läuferfeldoberwellen bei der Energiewandlung völlig unterdrückt.

Auf diese Weise wird die induzierte Spannung nahezu sinusförmig, obwohl die Kurvenform des induzierenden Läuferfelds selbst deutlich von der Sinusform abweicht (Simond und Neidhöfer 1980). Bei Dreieckschaltung würden die in den drei Strängen gleichphasig fließenden harmonischen Ströme einen Kreisstrom ausbilden, der zusätzliche Verluste verursacht. Bei Sternschaltung mit angeschlossenem Sternpunktsleiter würden alle drei gleichphasigen Ströme als dreifacher Strom über den Sternpunktsleiter abfließen und

diesen erhitzen. Bei m-strängigen in Stern geschalteten Wicklungen gilt, dass die verketteten Oberschwingungsspannungen mit Ordnungszahlen als ganzzahligen Vielfachen von m nicht auftreten.

Ein Maß für den Anteil an höheren Harmonischen in einem periodischen Signal ist der Klirrfaktor, in dem der Effektivwert der Oberschwingungen auf den Gesamteffektivwert von Grund- und Oberschwingungen bezogen wird.

$$k = \sqrt{\sum_{\mu>1}^{\infty} U_\mu^2} \Big/ \sqrt{\sum_{\mu=1}^{\infty} U_\mu^2} \tag{4.27}$$

Beispiel 4.4

Berechen Sie zu Bsp. 4.3 den Klirrfaktor k_B für das Feldwellenspektrum von Tab. 4.2 und für die induzierte Strangspannung k_{U_i} und k_{U_iLL} für die induzierte verkettete Spannung k_{U_i} und k_{U_iLL} für die induzierte verkettete Spannung U_iLL bei Sternschaltung des Synchrongenerators.

Lösung:
Der Effektivwert der verketteten Spannung ist um $\sqrt{3}$ größer als der Effektivwert der Strangspannung und bei Strangspannungsharmonischen mit durch drei teilbarer Ordnungszahl Null. Durch die Wirkung der verteilten Wicklung (Wicklungsfaktor!) sinkt der Klirrfaktor von $k_B = 0.181$ auf $k_{U_\mathrm{i}} = 0.089$ um etwa 50 %, durch die Sternschaltung auf $k_{U_\mathrm{iLL}} = 0.0057$ um 1/30! Die induzierte verkettete Spannung ist weitgehend sinusförmig! Die Werte je Ordnungszahl sind in Tab. 4.3 enthalten.

$$k_B = \frac{\sqrt{0.15^2 + 0.05^2 + 0.05^2}}{\sqrt{0.9^2 + 0.15^2 + 0.05^2 + 0.05^2}} = 0.181$$

$$k_{U_\mathrm{i}} = \frac{\sqrt{127.3^2 + 5.7^2 + 5.7^2}}{\sqrt{1425.1^2 + 127.3^2 + 5.7^2 + 5.7^2}} = 0.089$$

$$k_{U_\mathrm{iLL}} = \frac{\sqrt{9.9^2 + 9.9^2}}{\sqrt{2468.3^2 + 9.9^2 + 9.9^2}} = 0.0057$$

Tab. 4.3 Induzierte Strangspannung und verkettete Spannung

μ	$\hat{B}_{\delta\mu}$	$U_{\mathrm{i},\mu}$	$U_{\mathrm{i,LL},\mu}$
[-]	[T]	[V]	[V]
1	0.9	1425.1	2468.3
3	–0.15	127.3	0
5	0.05	5.7	9.9
7	0.05	–5.7	–9.9

b) Spannungsinduzierung in Bruchlochwicklungen: Sehnungs-, Zonen- und Wicklungsfaktoren wurden in Kap. 3 über die Fourier-Reihenentwicklung der Felderregerkurve von symmetrischen Drehstromwicklungen und hier über die Berechnung der induzierten Spannung in diese Wicklungen erhalten. In beiden Fällen wurden die Formeln für Spulen mit gleicher Sehnung und für in allen m Strängen identischem Wicklungsaufbau beschrieben. Für Wicklungen mit unterschiedlich gesehnten Spulen und für unsymmetrische Wicklungen gelten diese Formeln nicht. Aber es können die Spannungszeiger je Spulenseite als Nutspannungszeiger nach Amplitude und Phasenlage für jede Ordnungszahl μ bzw. ν getrennt ermittelt und analog zu Abb. 4.3b zum resultierenden Strangspannungszeiger addiert werden. Daraus wird der Wicklungsfaktor als Verhältnis von Strangspannungszeiger und – entsprechend der Spulenseitenzahl je Strang – dem Vielfachen des Spulenseiten-Spannungszeigers für beliebige Wicklungsanordnungen berechnet. Damit die Berechnung sowohl für Ganzloch- als auch Bruchlochwicklungen gilt, wird die Ordnungszahl ν^* bzw. μ^* je Urschema verwendet. Mit dem Effektivwert der Nutspannungszeiger $U_{Q\mu^*}$ gemäß (4.14) wird jede Nutspannung einer Spulenseite $u_{Q\mu^*}$ als komplexer Nutspannungszeiger (4.28), allgemein für die l-te Nut (Nut mit Nummer l) dargestellt.

$$\begin{aligned} u_{Q\mu^* l}(t) &= \mathrm{Re}\left\{\sqrt{2}\underline{U}_{Q\mu^*}\cdot e^{j\omega_{\mu^*}t}\right\} \\ \underline{U}_{Q\mu^* l} &= \mathrm{sgn}(l)\cdot U_{Q\mu^*}\cdot e^{j\mu^*\gamma_l} \end{aligned} \tag{4.28}$$

Der Phasenwinkel des Nutspannungszeigers ist durch den Lagewinkel γ_l der l-ten Nut bestimmt. Der Zählindex l für die Nutenleiter ist vorzeichenbehaftet. Das Vorzeichen $\mathrm{sgn}(l)$ ist für Nuten, die gemäß dem *Tingley*-Schema im Nordpolbereich liegen, positiv: $\mathrm{sgn}(l) = 1$. Nuten im Südpolbereich haben negatives Vorzeichen $\mathrm{sgn}(l) = -1$. Der Ursprung des Lagewinkels $\gamma = 0$ liegt wie in Abschn. 4.1 in der Spulenachse der ersten Spule. Die linke Spulenseite der ersten Spule (Abb. 4.3a) liegt definitionsgemäß in Nut $l = 1$ im N-Polbereich. Bei Spulen gleicher Weite ist der Lagewinkel der halbe Sehnungswinkel $\gamma_0 = \frac{W\cdot\pi}{p_u\tau_p\cdot 2}$. Mit dem Nutwinkel $\alpha_Q = 2\pi/Q_u$ ergeben sich der Lagewinkel γ_{l+} der in der l-ten Nut liegenden linken Spulenseite und der zugehörige Lagewinkel γ_{l-} der rechten Spulenseite.

$$\gamma_{l+} = \gamma_0 - (|l| - 1)\cdot\alpha_Q \qquad \gamma_{l-} = -\gamma_0 - (|l| - 1)\cdot\alpha_Q \tag{4.29}$$

Für eine Spannungsinduzierung durch eine harmonische Welle der Ordnung μ^* ergibt sich der Wicklungsfaktor als das Verhältnis des Summenspannungszeigers zur Summe der $2Q_u/m$ Nutspannungszeiger je Strang bzw. der Q_u/m Spulenspannungszeiger je Strang. Der Summenzeiger hat für die niedrigste Ordnungszahl $\mu^* = 1$ den Phasenwinkel α_1 gegenüber der negativen imaginären Achse: $\underline{U}_{\mu^*=1} = -jU_{\mu^*=1}\cdot e^{j\alpha_1}$ (vgl. Abb. 4.4a). Die Phasenlage des resultierenden Spannungszeigers $\underline{U}_{\mu^*}$ im Verhältnis zur Phasenlage des Zeigers $\underline{U}_{\mu^*=1}$ ist a) das μ^*-fache oder b) das μ^*-fache $\pm 180°$ des Phasenwinkels α_1 (siehe Abb. 4.4b). Daher hat im Fall a) der μ^*-te Wicklungsfaktor dasselbe Vorzeichen,

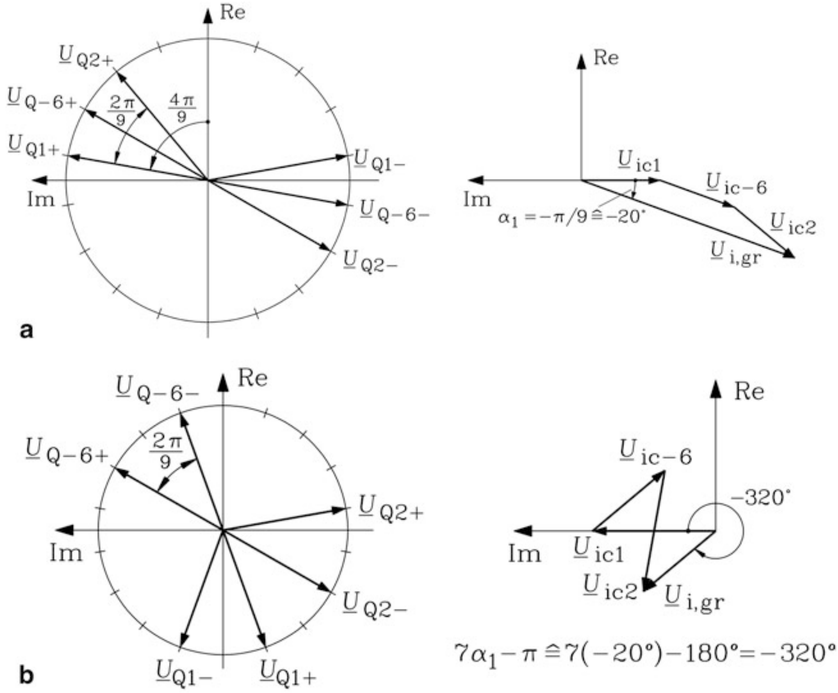


Abb. 4.4 Nut-, Spulen- und Strangsspannungszeiger für eine dreisträngige Zweischicht-Halblochwicklung $q = 3/2$, Sehnung $W/\tau_p = 8/9$, induziert durch die harmonische Feldwelle mit der Ordnung (**a**) $\mu = 1$, (**b**) $\mu = 7$ (Spannungsmaßstab bei a) und b) und in den linken und rechten Zeigerdiagrammen unterschiedlich!)

im Fall b) das entgegen gesetzte Vorzeichen von $k_{w,\mu^*=1}$. Wird daher im Nenner von (4.30) der Phasenwinkel des Summenzeigers für die Ordnungszahl μ^* mit der Phasendrehung $\mu^*\alpha_1$ gegenüber der negativen imaginären Achse gemäß $\underline{U}_{\mu^*} = -jU_{\mu^*} \cdot e^{j\mu^*\alpha_1}$ berücksichtigt, dann ist der Wicklungsfaktor ebenso positiv oder negativ reell wie im Sonderfall der Gleichung (4.19).

$$k_{w,\mu^*} = \frac{\sum_l \text{sgn}(l) \cdot \left|\underline{U}_{Q\mu^*}\right| \cdot \left(e^{j\mu^*\gamma_{l-}} - e^{j\mu^*\gamma_{l+}}\right)}{-j \cdot \left|\underline{U}_{Q\mu^*}\right| \cdot e^{j\mu^*\alpha_1} \cdot 2Q_u/m}$$

$$k_{w,\mu^*} = \frac{\underline{U}_{\mu^*}}{-j \cdot \left|\underline{U}_{Q\mu^*}\right| \cdot e^{j\mu^*\alpha_1} \cdot 2Q_u/m} \tag{4.30}$$

Allgemein gilt für unsymmetrische Mehrschicht-Wicklungen mit Spulen unterschiedlicher Weite und unterschiedlicher Windungszahl je Spule, dass für die Ermittlung des Strangspannungszeigers für jede Nut für die dort liegenden, zum Strang gehörenden Spulenseiten die Nutspannungszeiger mit der entsprechenden Länge $\left|\underline{U}_{Ql\mu^*}\right|$, dem

zugehörigen Lage- und damit Phasenwinkel γ_l und dem richtigen Vorzeichen $\mathrm{sgn}(U_{\mathrm{Q}l\mu^*})$ – je nach Spannungsrichtung – zu summieren sind. Da die Spulen dann i. A. unterschiedliche Weiten haben, werden die Spannungszeiger der Spulenseiten einer Spule nicht mehr mit $U_{\mathrm{Q}l+}$ und $\underline{U}_{\mathrm{Q}l-}$ wie in Abb. 4.2 und 4.4 bezeichnet, sondern es werden die einzelnen Spulenseiten nach der Nutlage als Nutspannungszeiger $\underline{U}_{\mathrm{Q}l}$ nummeriert. Der Begriff eines einheitlichen Sehnungs- und Zonenfaktors geht damit verloren. Es verbleibt die resultierende Wirkung des Wicklungsfaktors. Mit der Summation der Nutspannungszeiger ist für jede Ordnungszahl μ^* eine allgemein gültige Methode zur Berechnung der Wicklungsfaktoren angegeben, die dann anzuwenden ist, wo die in Kap. 3 und 4 angegebenen Formeln für Sehnungs- und Zonenfaktor nicht mehr gültig sind (Aufgabe A4.5 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Ist man am Vorzeichen des Wicklungsfaktors nicht interessiert, sondern nur am Absolutwert, um das Spektrum der induzierten Spannung zu bestimmen, wird (4.31) ohne Berücksichtigung der Phasenlage des resultierenden Spannungszeigers zur Berechnung der Wicklungsfaktoren verwendet.

$$k_{\mathrm{w},\mu^*} = \frac{\left|\sum_l \underline{U}_{\mathrm{Q}l\mu^*}\right|}{\sum_l \left|U_{\mathrm{Q}l\mu^*}\right|} = \frac{\left|\underline{U}_{\mu^*}\right|}{\sum_l \left|U_{\mathrm{Q}l\mu^*}\right|} \tag{4.31}$$

Beispiel 4.5

Berechnen Sie für die gesehnte Halblochwicklung $m = 3$, $q = 3/2$ mit der Methode der Nutzeiger nach Betrag und Phasenlage die induzierte Strangspannung für eine induzierende Luftspaltfeldwelle der Ordnungszahl a) $\mu = 1$, b) $\mu = 7$.

Lösung:
$p_\mathrm{u} = 1$, $\mu^* = \mu$, $Q_\mathrm{u} = 9$, $\alpha_\mathrm{Q} = 2\pi/9$, $\gamma_0 = -\frac{W\cdot\pi}{p_\mathrm{u}\tau_\mathrm{p}\cdot 2} = -\frac{8\cdot\pi}{9\cdot 2} = -\frac{4\cdot\pi}{9}$, Tingley-Schema gemäß Abb. 2.27, 8/9-gesehnte Spulen, N-Polspulen $l = 1, 2$, S-Polspulen $l = -6$.
a) $\mu = 1$:

$$\gamma_{1+} = \gamma_0 \quad \gamma_{1-} = -\gamma_0 \quad \gamma_{2+} = \gamma_0 - \alpha_\mathrm{Q}$$
$$\gamma_{2-} = -\gamma_0 - \alpha_\mathrm{Q} \quad \gamma_{-6+} = \gamma_0 - 5\alpha_\mathrm{Q} \quad \gamma_{-6-} = -\gamma_0 - 5\alpha_\mathrm{Q}$$

b) $\mu = 7$:

$$\gamma_{1+} = 7\gamma_0 \quad \gamma_{1-} = -7\gamma_0 \quad \gamma_{2+} = 7\cdot(\gamma_0 - \alpha_\mathrm{Q})$$
$$\gamma_{2-} = 7\cdot(-\gamma_0 - \alpha_\mathrm{Q}) \quad \gamma_{-6+} = 7\cdot(\gamma_0 - 5\alpha_\mathrm{Q}) \quad \gamma_{-6-} = 7\cdot(-\gamma_0 - 5\alpha_\mathrm{Q})$$

Der Wicklungsfaktor als Länge des resultierenden Zeigers $\underline{U}$ in Abb. 4.4, bezogen auf die sechsfache Länge ($2Q_\mathrm{u}/m = 6$) des Nutspannungszeigers, ist $k_{\mathrm{w},1} = 0.945$ und $k_{\mathrm{w},7} = 0.0606$. Gemäß Abb. 4.4 ist für $\mu = 1$ der Sehnungsfaktor positiv ($k_{\mathrm{p},1} = 0.985$), da die Spulenspannung der ersten Spule negativ imaginär ist (vgl. (4.16)), jedoch für

$\mu = 7$ negativ ($k_{p,7} = -0.342$), da die Spulenspannung der ersten Spule dann positiv imaginär ist. Gegenüber dem Zonenfaktor $k_{d,1} = 0.9598$ ist der Zonenfaktor $k_{d,7} = -0.1773$ negativ. Die Phasenlage des resultierenden Zeigers $\underline{U}$ zu $\underline{U}_{ic,1}$ der ersten Spule beträgt bei $\mu = 1$ nämlich $\alpha_1 = -20°$, bei $\mu = 7$ aber wegen $7\alpha_1 - 180°$ den Wert $7 \cdot (-20°) - 180° = -320°$, was als $\mu \cdot (-20°)$ und einem zusätzlichen Vorzeichenwechsel geschrieben werden kann. Da sowohl Zonen- als auch Sehnungsfaktor bei $\mu = 7$ negativ sind, ist der Wicklungsfaktor positiv.

4.3 Selbstinduktivität je Strang einer Drehfeldwicklung

a) Selbstinduktionsspannung des Ständerdrehfelds: Wir betrachten eine Drehfeldmaschine mit konstantem Luftspalt δ, deren Läufer unbewickelt ist. Für die Statorgrößen wird von nun an der Index „s" verwendet. In den Ständernuten ist eine m_s-strängige Drehfeldwicklung mit N_s Windungen je Strang und den Wicklungsfaktoren $k_{ws,\nu}$ angeordnet. Die durch die Spulenanordnung festgelegte Polteilung ist in der Regel deutlich größer als der Luftspalt, sodass das Feld in guter Näherung radial gerichtet und über der Luftspaltweite konstant ist. Der Einfluss der Nutöffnungen wird durch den Carter-Faktor berücksichtigt: $\delta_e = k_C \cdot \delta$. In Kap. 2 und 3 wurde gezeigt, dass diese Wicklung, wenn sie von einem symmetrischen Drehstromsystem mit der Frequenz $f = \omega/(2\pi)$ und dem Stromeffektivwert I_s als Strom je Strang erregt wird, im Luftspalt bei unendlich permeablem Eisen $\mu_{Fe} \to \infty$ ein treppenförmiges Drehfeld erregt. Dieses wurde als eine Summe von Sinusdrehwellen dargestellt, die, je nach ihrer Ordnungszahl ν, in oder entgegen der Richtung der Grundwelle umlaufen.

$$B_{\delta\nu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x}{\tau_p} - \omega t\right) \quad \hat{B}_{\delta\nu} = \frac{\mu_0}{\delta_e}\frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{m_s}{p}N_s\frac{k_{ws,\nu}}{\nu}I_s \tag{4.32}$$

Die Ordnungszahlen ν sind je nach Wicklungstyp (Ganz- bzw. Bruchlochwicklung, Strangzahl gerade oder ungerade) gemäß Kap. 3 zu bestimmen. Die Ständer-Drehwellen induzieren die Ständerwicklung, von der sie erregt wurden, infolge Selbstinduktion. Da die Ständer-Feldwellen von Ständerströmen mit der Frequenz f erregt werden, induzieren die Grund- und Oberwellen die Ständerspulen rückwirkend auch wieder mit der Frequenz f. Man sieht dies auch mit dem in Kap. 3 erläuterten Sachverhalt, dass die Umfangsgeschwindigkeit v_ν (v mit Index Nue) der Wellen und damit deren Drehzahl n_ν proportional $1/\nu$ ist. Die von einer ν-ten Welle mit $\nu \cdot p$ Polpaaren induzierte Frequenz ist $f_\nu = f$.

$$f_\nu = \nu \cdot p \cdot n_\nu = \nu \cdot p \cdot (n_{syn}/\nu) = p \cdot n_{syn} = p \cdot (f/p) = f = \frac{\omega}{2\pi} \tag{4.33}$$

Der Effektivwert der induzierten Spannung je Strang wird analog zu (4.22) in Abschn. 4.2 mit den Entsprechungen ν statt μ, $\hat{B}_{\delta,\nu}$ statt $\hat{B}_{\delta,\mu}$ und $\omega_\nu = \omega$ statt $\omega_\mu = \mu \cdot \omega$ für die ν-te harmonische Feldwelle berechnet.

$$U_{\mathrm{i},\nu} = \sqrt{2}\pi f \cdot N_{\mathrm{s}} \cdot k_{\mathrm{ws},\nu} \cdot \frac{2}{\pi}\frac{\tau_{\mathrm{p}}}{\nu} l_{\mathrm{e}} \hat{B}_{\delta\nu} \tag{4.34}$$

b) Haupt- und Streuinduktivität: Setzt man die Feldamplitude aus (4.32) in (4.34) ein, so erhält man als Faktor zwischen den Effektivwerten der induzierten Spannung und des Stroms je Strang die Reaktanz $X_{\mathrm{h}\nu} = \omega L_{\mathrm{h}\nu}$ und als Faktor zwischen dem Scheitelwert der Flussverkettung je Strang und dem Scheitelwert des Strangstroms die Selbstinduktivität $L_{\mathrm{h}\nu}$ für die ν-te harmonische Feldwelle.

$$U_{\mathrm{i},\nu} = X_{\mathrm{h}\nu} I_{\mathrm{s}} = \omega L_{\mathrm{h}\nu} I_{\mathrm{s}} \tag{4.35}$$

$$L_{\mathrm{h}\nu} = \mu_0 N_{\mathrm{s}}^2 \frac{k_{\mathrm{ws},\nu}^2}{\nu^2} \frac{2m_{\mathrm{s}}}{\pi^2} \frac{l_{\mathrm{e}}\tau_{\mathrm{p}}}{p \cdot \delta_{\mathrm{e}}} \tag{4.36}$$

Die Windungszahl und der Wicklungsfaktor $N_{\mathrm{s}} k_{\mathrm{ws},\nu}$ treten quadratisch auf, da sowohl die induzierenden Feldamplituden als Eigenschaft der erregenden Wicklung proportional zu $N_{\mathrm{s}} k_{\mathrm{ws},\nu}$ sind (Kap. 3) als auch die induzierten Spannungen proportional zu $N_{\mathrm{s}} k_{\mathrm{ws},\nu}$ sind (Abschn. 4.1 und 4.2). Die Hauptinduktivitäten sind Drehfeldgrößen, die je Strang wirksam sind, weil die induzierende Drehwelle von allen drei Strängen erregt wird, aber je Strang eine Spannung induziert. Diese Induktivitäten repräsentieren die vom Luftspaltfeld verursachten Ständer-Wicklungsflussverkettungen. Man nennt die in (4.36) beschriebenen Induktivitäten harmonische Hauptinduktivitäten $L_{\mathrm{h}\nu}$ (Index h). Da alle induzierten Spannungen $U_{\mathrm{i},\nu}$ mit gleicher Frequenz f in die Ständerwicklung induziert werden, werden sie zur induzierten Gesamtspannung je Strang $\sum\limits_{\nu} U_{\mathrm{i},\nu}$ des Luftspaltfelds zusammengefasst. Alle harmonischen Feldwellen der Statorwicklung werden vom selben Stromsystem erregt, sodass über den Strangstrom I_{s} die Gesamtfeld-Induktivität des Luftspaltfelds definiert ist.

$$L_{\mathrm{h,gesamt}} = \frac{\sum\limits_{\nu} U_{\mathrm{i},\nu}}{\omega \cdot I_{\mathrm{s}}} = \sum_{\nu} L_{\mathrm{h}\nu} = (1 + \sigma_{\mathrm{o}}) \cdot L_{\mathrm{h},\nu=1} \tag{4.37}$$

Bei Ganzloch- und bei Bruchlochwicklungen mit $q > 1$ dominiert die Induktivität $L_{\mathrm{h},\nu=1} = L_{\mathrm{h}}$. Sie ist bei Ganzlochwicklungen die Grundwellen-Hauptinduktivität, und bei Bruchlochwicklungen mit $q > 1$ die Nutzwellen-Hauptinduktivität, und wird als „Hauptinduktivität" schlechthin bezeichnet.

$$L_{\mathrm{h},\nu=1} = \mu_0 N_{\mathrm{s}}^2 k_{\mathrm{ws},1}^2 \frac{2m_{\mathrm{s}}}{\pi^2} \frac{l_{\mathrm{e}}\tau_{\mathrm{p}}}{p \cdot \delta_{\mathrm{e}}} = L_{\mathrm{h}} \tag{4.38}$$

Die Summe der Hauptinduktivitäten der Oberwellen $L_{\sigma\mathrm{o}}$ ist um den Faktor σ_{o}, die Oberfelder-Streuziffer, sehr viel kleiner, nämlich in der Regel kleiner als 0.05 … 0.08 (Tab. 4.4 und 4.5).

$$\sigma_{\mathrm{o}} = \sum_{\nu} \left(\frac{k_{\mathrm{ws},\nu}}{\nu \cdot k_{\mathrm{ws},1}} \right)^2 - 1 \qquad\qquad L_{\sigma\mathrm{o}} = \sigma_{\mathrm{o}} L_{\mathrm{h}} \tag{4.39}$$

Tab. 4.4 Oberfelder-Streuziffer $100\sigma_O$ für ausgewählte Zweischicht-Sechszonen-Ganzlochwicklungen (m_s = 3) mit ungesehnten und gesehnten Spulen (Schrittverkürzung S der Spulen in Nutteilungen $S = m_s \cdot q \cdot (1 - W/\tau_p)$)

	$q = 1$	2	3	4	5	6	7	8
$S = 0$	9.662	2.844	1.406	0.890	0.648	0.516	0.437	0.385
1	9.662	2.354	1.149	0.738	0.549	0.446	0.385	0.345
2	9.662	2.844	1.109	0.624	0.437	0.349	0.303	0.276
3		2.844	1.406	0.688	0.411	0.293	0.238	0.212
4		2.844	1.429	0.890	0.500	0.311	0.220	0.176
5		9.662	1.374	0.925	0.648	0.400	0.258	0.181
6			1.406	0.890	0.687	0.516	0.341	0.228
7			3.649	0.830	0.669	0.555	0.437	0.305
8			9.662	0.890	0.622	0.549	0.474	0.385
9				2.062	0.574	0.516	0.476	0.421
10				4.590	0.648	0.469	0.454	0.427
11				9.662	1.398	0.437	0.417	0.413

Tab. 4.5 Oberfelder-Streuziffer $100\sigma_O$ für ausgewählte Zweischicht-Vierzonen-Ganzlochwicklungen (m_s = 2) mit ungesehnten und gesehnten Spulen (Schrittverkürzung S der Spulen in Nutteilungen $S = m_s \cdot q \cdot (1 - W/\tau_p)$)

	$q = 1$	2	3	4	5	6	7	8
$S = 0$	23.37	8.403	4.680	3.301	2.649	2.291	2.074	1.932
1	23.37	5.835	3.338	2.507	2.129	1.925	1.803	1.724
2		8.403	2.844	1.771	1.470	1.375	1.348	1.345
3		23.37	4.680	1.878	1.157	0.962	0.932	0.958
4			10.19	3.301	1.480	0.890	0.706	0.675
5			23.37	6.488	2.649	1.296	0.771	0.577
6				12.22	4.862	2.291	1.205	0.723
7				23.37	8.396	3.981	2.074	1.161
8					13.82	6.495	3.439	1.932
9					23.37	10.04	5.373	3.078
10						15.05	7.973	4.641
11						23.37	11.40	6.677

Das mit Stator und Rotor verkettete Luftspaltfeld ist für die Energiewandlung von mechanischer in elektrische Energie und umgekehrt verantwortlich. Bei der „Grundwellentheorie“ wird nur die dominante Grundwelle bzw. Nutzwelle (bei Bruchlochwicklungen) bei der Berechnung der Energiewandlung berücksichtigt. Die Gesamtfeld-Induktivität wird in die Hauptinduktivität und die Oberfelder-Streuinduktivität aufgetrennt: $L_{\mathrm{h,gesamt}} = L_{\mathrm{h}} + L_{\sigma\mathrm{o}}$.

Hinzu kommen die Streuinduktivitäten der Streufelder in den Nuten $L_{\sigma\mathrm{Q}}$ und im Stirnbereich $L_{\sigma\mathrm{b}}$, die den Läufer nicht erreichen und daher dort keine Kräfte und damit keinen Energieumsatz bewirken können. Bei gegenüber der Polteilung großem Luftspalt schließt sich auch ein Teil der Feldlinien des Luftspaltflusses tangential über den Stator, sodass ein zusätzlicher Spaltstreufluss auftritt (Kap. 3). Bei Synchronmaschinen mit ihrem i. A. gegenüber Asynchronmaschinen deutlich größeren Luftspalt ist dieser Spaltstreufluss als „Zahnkopfstreuung“ mit der Streuinduktivität bzw. eine Spaltstreufluss-Induktivität $L_{\sigma\mathrm{d}}$ zu berücksichtigen, da die Feldlinien sich tangential im Luftspalt von Zahnkopf zu Zahnkopf schließen. Diese statorseitigen Streuflüsse induzieren in der Ständerwicklung Selbstinduktionsspannungen ebenfalls mit der Statorfrequenz f. Die resultierende Induktivität je Strang ist daher die Summe aus der Hauptinduktivität und der resultierenden Streuinduktivität:

$$L_{\mathrm{s}} = L_{\mathrm{h}} + L_{\sigma\mathrm{o}} + L_{\sigma\mathrm{Q}} + L_{\sigma\mathrm{b}} + L_{\sigma\mathrm{d}} = L_{\mathrm{h}} + L_{\sigma}.$$

Bei Bruchlochwicklungen treten fallweise Feldwellen mit gerader Ordnungszahl zusätzlich auf, und auch langwellige Unterwellen. Deren Beitrag zur Gesamtfeld-Induktivität erhöht die Oberfelder-Streuziffer gegenüber Ganzlochwicklungen gleicher Strangzahl i. A. geringfügig. Bei Bruchlochwicklungen mit $q < 1$, also im Wesentlichen bei den Zahnspulenwicklungen, kann die Gesamtfeld-Induktivität den Wert der Grundwellen-Hauptinduktivität deutlich übersteigen, sodass σ_{o} dann in vielen Fällen sogar deutlich größer als 1 ist (Beispiel 4.7). Durch den Einfluss der hier vernachlässigten Nutöffnungen steigt der magnetische Widerstand des Luftspalts. Deshalb ist die Oberfelder-Streuziffer bei Berücksichtigung der Nutöffnungen kleiner als der Wert gemäß (4.39).

Fazit:
Die harmonischen Luftspaltfelder (Ober- und Unterwellen) sind zwar keine „echten“ Streufelder, da sie den Läufer erreichen und dort i. A. störende radiale Kräfte und Drehmomente bewirken können, wie in Kap. 6 bei der Käfigläufer-Asynchronmaschine besprochen wird. Bei einer Betrachtung der elektrischen Energiewandlung ausschließlich über die Luftspaltgrundwelle werden diese parasitären Kräfte und Drehmomente aber vernachlässigt. Die harmonischen Luftspaltfelder induzieren, wie das Nut- und Stirnstreufeld, die Ständerwicklung mit Ständerfrequenz. Deshalb wird die Induktivität $L_{\sigma\mathrm{o}}$ *als „Oberwellen“-Streuinduktivität gemeinsam mit der Streuinduktivität der Nut- und Stirnstreuung (und ggf. der Spaltstreuung) zur Streuinduktivität je Strang* L_{σ} *zusammengefasst. Man bezeichnet die Wirkung der harmonischen Luftspaltfelder auch als „doppelt verkettete Streuung“, da diese Felder im Gegensatz zu den Nut-, Stirn- und*

Spaltflussstreufeldern sowohl mit dem Stator als auch mit dem Rotor verkettet sind. Die Streuziffer σ_o umfasst trotz der Bezeichnung „Oberfelder-Streuziffer" auch die Wirkung der bei Bruchlochwicklungen i. A. auftretenden Unterwellen.

Die Oberfelder-Streuziffer kann aus der magnetischen Energie des Luftspaltfelds als geschlossener Ausdruck berechnet werden, während gemäß (4.39) eine unendliche Reihe zu berechnen ist, die wegen der periodisch wiederkehrenden nutharmonischen Wicklungsfaktoren nur langsam gegen den geschlossenen Ausdruck konvergiert (Tab. 4.5) (Tüxen 1940). Für ungesehnte Ganzlochwicklungen gilt der in (4.76) hergeleitete geschlossene Ausdruck. Für gesehnte Ganzlochwicklungen $W/\tau_p \neq 1$ mit $W = (m_s \cdot q - S) \cdot \tau_Q$ ist eine aufwändigere Formel gültig, mit deren Hilfe die Werte in Tab. 4.4 ermittelt wurden. Die erste Zeile der Tabelle kann mit (4.76) berechnet werden. Je höher der Wert der Lochzahl, also je feiner der Stator genutet ist, desto weniger weicht die Treppenfunktion des Luftspaltfelds von der Sinusgrundwelle ab, was an der mit steigendem q abnehmenden Oberfelder-Streuziffer $\sigma_o \sim 1/q^2$ sichtbar wird. Eine Sehnung 5/6 ist bei $m_s = 3$ hinsichtlich minimaler Oberfelder-Streuziffer optimal, wie Tab. 4.4 zeigt, denn bei einer Sehnung von 4/5 wird die 5. Oberwelle Null und bei 6/7 die 7. Oberwelle Null: $5/6 \approx (4/5+6/7)/2$. Da diese beiden Oberwellen wegen der mit $k_{ws,\nu}/\nu$ sinkenden Amplituden nach der Grundwelle bei ungesehnten Wicklungen die nächst kleineren Amplituden aufweisen, erbringt ihre Minimierung auch die Minimierung von σ_o. Bei $m_s = 2$ sind die 3. und 5. Oberwelle die dominanten Oberwellen im ungesehnten Fall. Sie werden bei einer Sehnung 2/3 bzw. 4/5 Null. Somit ist eine Sehnung $0.7 \approx (2/3 + 4/5)/2$ optimal (Tab. 4.5). Die Oberfelder-Streuziffer sinkt mit steigender Strangzahl, wie der Vergleich von Tab. 4.4 mit 4.5 zeigt; die Feldtreppenform stimmt bei höherer Strangzahl besser mit ihrer Sinusgrundwelle überein, wie Beispiel 4.8 lehrt.

Beispiel 4.6

Berechnen Sie für elektrische Maschinen mit konstantem Luftspalt und dreisträngiger Ganzloch-Zweischichtwicklung $q = 2$, $W/\tau_p = 5/6$ die Oberfelderstreuziffer mit der Reihenformel (4.39) schrittweise bis inklusive der Ordnungszahlen des zweiten nutharmonischen Paares.

Lösung:
Die Ergebnisse sind in Tab. 4.6 zusammengefasst.

Die Reihe (4.39) konvergiert nur sehr langsam. Die gesamte Oberwellen-Induktivität $\sigma_o L_h$ beträgt nur 2.35 % der Grundwelleninduktivität. Sie wird hauptsächlich durch die nutharmonischen Oberwellen bestimmt.

Beispiel 4.7

Für die Zahnspulenwicklung $q = 1/4$, $W/\tau_p = 4/3$, $m_s = 3$ mit gleich breiten Zähnen wird aus der im Luftspaltfeld gespeicherten magnetischen Energie die Streuziffer $\sigma_o = \frac{\pi^2 \cdot 4}{9 \cdot k_{ws,\nu=1}^2} - 1$ berechnet (Herleitung siehe Aufgabe A4.6 im begleitenden Band

Tab. 4.6 Schrittweise Berechnung der Oberfelder-Streuziffer für die Drehstrom-Zweischichtwicklung $q = 2$, $W/\tau_p = 5/6$

ν	$k_{w,\nu}$	$100\sigma_O$
1	0.933	0
–5	–0.067	0.0206
7	–0.067	0.0311
–11	0.933	0.8576
13	0.933	1.4493
–17	–0.067	1.4511
19	–0.067	1.4525
–23	0.933	1.6416
25	0.933	1.8016
...	...	...
∞		2.3537

„Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Von den harmonischen Feldwellen mit den Ordnungszahlen $\nu = -1/2, 1, -2, 5/2, -7/2, 4, -5, 11/2, -13/2, \ldots$ ist die zweite Harmonische $\nu = 1$ die Nutzwelle. Gemäß Kap. 3 ist der Wicklungsfaktor gleich dem Sehnungsfaktor, da der Zonenfaktor 1 ist: $k_{ws,\nu} = \sin\left(\nu \frac{\pi}{2} \frac{W}{\tau_p}\right) = k_{ps,\nu}$. Mit $k_{ws,1} = \sin\left(1 \cdot \frac{\pi}{2} \frac{4}{3}\right) = 0.866$ erhalten wir:

$$\sigma_o = \frac{\pi^2 4^2}{3^2 \cdot 3} - 1 = 4.8486 = 484.86\,\%.$$

Für die Oberfelder-Streuziffer ergibt die Reihendarstellung, dass die Unterwelle $\nu = -1/2$ etwa 83 % der gesamten Streuziffer ausmacht:

$$\sigma_o = \sum_\nu \left(\frac{k_{ws,\nu}}{\nu \cdot k_{ws,1}}\right)^2 - 1 = 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{4}{25} + \frac{4}{49} + \frac{1}{16} + \ldots - 1 = 4.849$$

Die Hauptinduktivität der Arbeitswelle beträgt nur 17 % der Gesamtfeld-Induktivität des Luftspaltfelds $0.17 = 1/(4.849 + 1)$ und dokumentiert die große Abweichung der Feldtreppenfunktion des Luftspaltfelds von der Arbeitswelle.

Beispiel 4.8

Für die $2p$-polige Käfigwicklung als Q_r-strängige Wicklung mit dem Wicklungsfaktor 1 und den Ordnungszahlen

$$\mu = 1 + g \cdot Q_r/p,\; g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

wird die Oberfelder-Streuziffer als geschlossener Ausdruck ebenfalls aus der magnetischen Energie berechnet.

$$\sigma_o = \frac{1}{(\sin(h)/h)^2} - 1 \qquad h = p \cdot \pi / Q_r \tag{4.40}$$

Im Vergleich zu $\sigma_o = 1.406/100$ einer dreisträngigen Drehfeldwicklung mit 18 Nuten je Polpaar ($q = 3$) ist dank der höheren Strangzahl bei gleichem Verhältnis $Q/p = 18$ die Oberfelder-Streuziffer der Käfigwicklung $\sigma_o = 1.022/100$ um 27 % kleiner, da die Feldtreppenkurve näher an ihrer Sinusgrundwelle liegt.

c) Zusammenwirken der drei Stränge U, V, W: Die Selbstinduktion der harmonischen Luftspaltwellen in einen Wicklungsstrang ist eine Wirkung aller m_s Stränge, da sie von allen m_s Strängen gemeinsam erregt werden, was am Beispiel $m_s = 3$ für die Grundwelle erläutert wird. Die resultierende induzierte Spannung durch das Luftspaltfeld z. B. im Strang U entsteht durch Selbstinduktion des vom Strang U erregten Felds in den Strang U und durch Gegeninduktion der von den Strängen V und W erregten Luftspaltfelder in den Strang U. Das von den einzelnen Strängen erregte Feld ist gemäß Kap. 2 ein stehendes Wechselfeld (Abb. 4.5) und pulsiert mit der Frequenz f. Die Amplitude der Sinusgrundwelle des stehenden Wechselfelds wird gemäß Kap. 3 bestimmt.

$$\hat{B}_{\delta,\nu=1} = \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{2}{p} N_s k_{ws,\nu=1} I_s \tag{4.41}$$

Mit dem Fluss pro Pol der Grundwelle (Abb. 4.5) in einer z. B. ungesehnten Spule $\Phi_{c,\nu=1} = \frac{2}{\pi}\tau_p l_e \hat{B}_{\delta,\nu=1} = \Phi_1$ ist die Flussverkettung im Strang U zufolge des Strangstroms i_U mit der Strang-Selbstinduktivität L_{hU} darstellbar.

$$\Psi_{UU} = L_{hU} \cdot i_U = N_s \cdot k_{ws,1} \cdot \Phi_1 \tag{4.42}$$

$$L_{hU} = \mu_0 N_s^2 k_{ws,1}^2 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_e \tau_p}{p \cdot \delta_e} = L_{h,strang} \tag{4.43}$$

Der vom Strom i_V erregte Grundwellenfluss des stehenden Wechselfelds, der mit den Spulen des Strangs U verkettet ist und in Abb. 4.6 als schraffierte Fläche gekennzeichnet ist, ergibt bei gleicher Stromamplitude eine nur halb so große Flussverkettung wie (4.42), weil

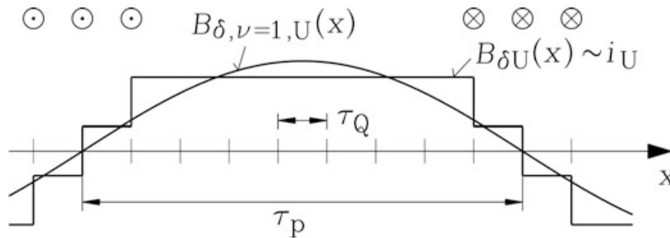


Abb. 4.5 Treppenförmige Luftspaltflussdichte B_δ und deren Fourier-Grundwelle $B_{\delta,\nu=1}$ des Wicklungsstrangs U bei $q = 3$, Einschichtwicklung, ein Pol dargestellt

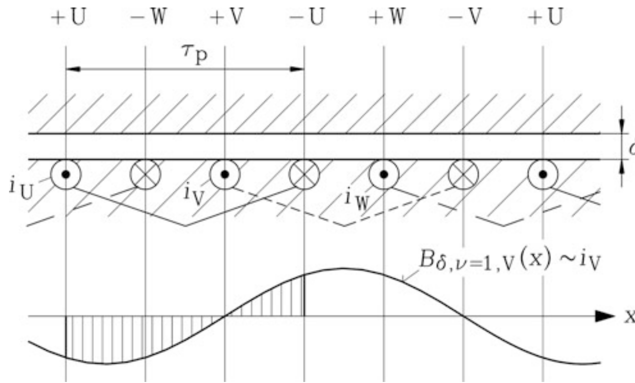


Abb. 4.6 Verkettung des Stranges U mit dem vom Strang V erregten Grundwellenfluss

die Wicklungsachse von Strang V zur Wicklungsachse von Strang U um $2\tau_p/3$ räumlich versetzt ist.

$$\Psi_{UV} = M_{hUV} \cdot i_V = \cos(2\pi/3) \cdot L_{hU} \cdot i_V = -\frac{L_{hU}}{2} \cdot i_V \tag{4.44}$$

Dasselbe gilt für Strang W, da die W-Spulen um $4\tau_p/3$ von Strang U räumlich versetzt sind.

$$\Psi_{UW} = M_{hUW} \cdot i_W = \cos(4\pi/3) \cdot L_{hU} \cdot i_W = -\frac{L_{hU}}{2} \cdot i_W \tag{4.45}$$

Im symmetrischen Drehstromsystem gilt $i_U + i_V + i_W = 0$, und daher folgt mit $i_U = -i_V - i_W$ für die resultierende Hauptinduktivität L_h des Strangs U:

$$\Psi_U = L_h i_U \tag{4.46}$$

$$\Psi_U = L_{hU} i_U - \frac{L_{hU}}{2} \cdot i_V - \frac{L_{hU}}{2} \cdot i_W \tag{4.47a}$$

$$\Psi_U = L_{hU} i_U - \frac{L_{hU}}{2} \cdot (i_V + i_W) = \frac{3}{2} \cdot L_{hU} \cdot i_U \tag{4.47b}$$

Daraus folgt in Übereinstimmung mit (4.38) die Hauptinduktivität eines Strangs für $m_s = 3$.

$$L_h = (3/2) \cdot L_{hU} = \mu_0 N_s^2 k_{ws,1}^2 \frac{6}{\pi^2} \frac{l_e \tau_p}{p \cdot \delta_e} \tag{4.48}$$

Wird nur ein Strang bestromt und dies z. B. zur Induktivitätsmessung verwendet, so ist die gemessene Induktivität, abgesehen von den Streufeldern, die Strang-Selbstinduktivität L_{hU} (4.43). Bei Betrieb am Dreiphasennetz tritt auf Grund der Gegeninduktivitäten zwischen den drei Strängen je Strang die Hauptinduktivität L_h (4.48) auf, die 1.5-mal so groß ist.

Fazit:
Es wurde gezeigt, dass die Hauptinduktivität L_h je Strang 1.5-mal (allgemein: m_s/2-mal) so groß ist wie jene Strang-Selbstinduktivität, die wirksam ist, wenn nur ein Strang mit Wechselstrom bestromt wird. Dies gilt aus Symmetriegründen für jeden der drei Stränge.

Beispiel 4.9

Elektrische Maschine als *Drehfelddrossel*: Der Ständer hat eine Drehfeldwicklung, der Läufer ist wicklungslos. Je Strang ist die Induktivität $L_{h,\text{gesamt}}$ zuzüglich der Nut- und Stirnstreuinduktivität wirksam und kann zur Strombegrenzung eingesetzt werden.

Beispiel 4.10

Berechnen Sie die Hauptinduktivität für eine elektrische Maschine mit einer Bruchloch-Drehstromwicklung und folgenden Daten: $m_s = 3$, $2p = 8$, $N_s = 276$, Statorinnendurchmesser $d_{si} = 110\,\text{mm}$, Blechpaketlänge $l_{Fe} = 42\,\text{mm}$, Nutzahl $Q_s = 36$, Luftspalt $\delta = 1\,\text{mm}$. Der Spulenschritt beträgt vier Nutenschritte. Der Einfluss der Nutöffnungen wird vernachlässigt. Es sind keine radialen Kühlschlitze im Blechpaket vorhanden, sodass $l_e \approx l_{Fe}$ ist. Es wird unendlich permeables Eisen angenommen.

Lösung:
Gemäß Aufgabe A3.5 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch" beträgt mit $q = Q_s/(2p \cdot m_s) = 36/(8 \cdot 3) = 3/2$ der Wicklungsfaktor $k_{ws,1} = 0.945$.

$$\tau_p = 110\pi/8 = 43.2\,\text{mm}$$

$$L_h = \mu_0 N_s^2 k_{ws,1}^2 \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l_e \tau_p}{p \cdot \delta_e} = \frac{4\pi}{10^7} \cdot (276 \cdot 0.945)^2 \cdot \frac{2 \cdot 3}{\pi^2} \cdot \frac{0.042 \cdot 0.0432}{4 \cdot 0.001} = 0.0236\,\text{H}$$

4.4 Gegeninduktivität je Strang zweier Drehfeldwicklungen

In Abb. 4.7a ist sowohl im Ständer wie im Läufer je eine dreisträngige Drehfeldwicklung angeordnet. Die drei Wicklungsstränge im Stator sind zwischen den Klemmen U–X, V–Y, W–Z angeordnet, im Rotor zwischen den Klemmen u–x, v–y, w–z. Statorgrößen erhalten den Index „s", Rotorgrößen den Index „r". Die symbolisch auf jeweils nur eine Durchmesserspule reduzierten Wicklungen werden in Abb. 4.7b durch Induktivitäten, die wie die realen Wicklungsstränge um je $2\,\tau_p/3$ zueinander versetzt sind, abgebildet. Wir betrachten zunächst den Sonderfall, dass der Rotor stillsteht (fest gebremst) und gegenüber dem Stator um den Winkel γ verdreht ist. Der Winkel γ wird zwischen den Wicklungsachsen der Stränge u und U des Rotors und Stators in Abb. 4.7a gemessen. Der Winkel γ ist 2π in elektrischen Graden, wenn der Rotor gegenüber dem Stator um $2\,\tau_p$ verdreht

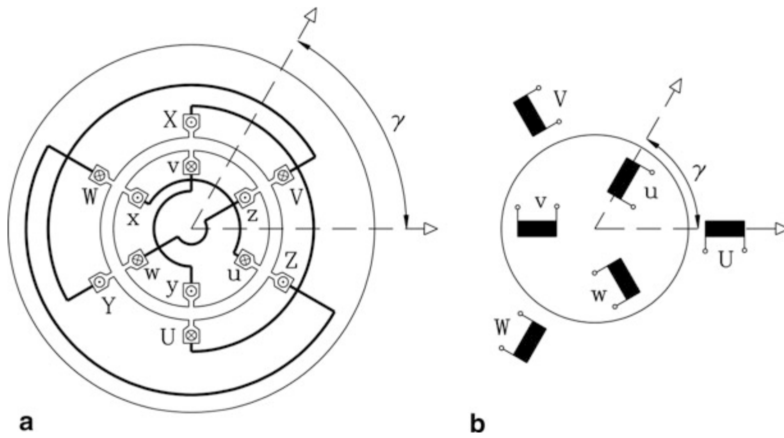


Abb. 4.7 Dreisträngige Drehfeldwicklungen im Stator und Rotor einer elektrischen Maschine mit konstantem Luftspalt, (**a**) Querschnittsdarstellung für $2p = 2$, $m_s = m_r = 3$, $q_s = q_r = 1$, $W_s = W_r = \tau_p$, (**b**) allgemeine Ersatzdarstellung mit konzentrierten Induktivitäten für beliebige Wicklungsdaten je Strang

Tab. 4.7 Stator- und Rotorwicklungskenngrößen von Drehstromwicklungen

	Stator	Rotor
Polzahl	$2p$	$2p$
Strangzahl	m_s	m_r
Windungszahl	N_s	N_r
Sehnung	W_s/τ_p	W_r/τ_p
Lochzahl	q_s	q_r
Nutzahl	Q_s	Q_r

ist. Die Polzahlen von Stator- und Rotorwicklung sind identisch $2p$, aber die Wicklungsdaten je Strang sind i. A. unterschiedlich (Tab. 4.7). In Abb. 4.7a sind die Wicklungsdaten $2p = 2$, $m_s = m_r = 3$, $q_s = q_r = 1$, $W_s = W_r = \tau_p$.

Werden die Stränge im Stator mit einem symmetrischen Drehstromsystem (Statorstrom I_s, Statorfrequenz f_s) gespeist, so laufen im Luftspalt die Drehwellen (4.32) um, die die Rotorwicklung induzieren. Wiederum wird angenommen, dass die Luftspaltweite klein gegenüber der Polteilung ist, sodass das Luftspaltfeld radial gerichtet ist und der Spaltstreufluss vernachlässigt werden kann.

Die Amplituden der rotorseitig induzierten Spannungen (4.49) werden analog zu (4.34) zu berechnet. Die Läuferfrequenz f_r auf Grund der Gegeninduktion zwischen Stator und Rotor ist im ruhenden Läufer genauso groß wie auf Grund der Selbstinduktion im ruhenden Ständer, nämlich Statorfrequenz: $f_r = f_s$.

$$U_{i,r,\nu} = \sqrt{2}\pi f_s \cdot N_r \cdot k_{wr,\nu} \cdot \frac{2}{\pi}\frac{\tau_p}{\nu} l_e \hat{B}_{\delta\nu} \qquad (4.49)$$

Damit ergibt sich für die ν-te harmonische Feldwelle (4.32) die Drehfeld-Gegeninduktivität je Strang $M_{rs,\nu}$ aus (4.41), (4.42).

$$U_{i,r,\nu} = \omega_s M_{rs,\nu} I_s \tag{4.50}$$

$$M_{rs,\nu} = \mu_0 N_s k_{ws,\nu} N_r k_{wr,\nu} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{1}{\nu^2 p} \frac{\tau_p l_e}{\delta_e} \tag{4.51}$$

Da die Rotorstränge u, v, w auch um je $2\,\tau_p/3$ versetzt angeordnet sind, sind die vom Ständerdrehfeld induzierten Rotor-Strangspannungen zueinander um $2\pi/3$ phasenverschoben. Sie bilden ein symmetrisches Drehspannungssystem. Wird umgekehrt der Rotor mit einem Drehstromsystem I_r gespeist und die induzierte Strangspannung statorseitig gemäß $U_{i,s,\mu} = \omega_s M_{sr,\mu} I_r$ bestimmt, so erhält man die Drehfeld-Gegeninduktivität $M_{sr,\mu}$.

$$M_{sr,\mu} = \mu_0 N_s k_{ws,\mu} N_r k_{wr,\mu} \cdot \frac{2m_r}{\pi^2} \frac{1}{\mu^2 p} \frac{\tau_p l_e}{\delta_e} \tag{4.52}$$

Bei unterschiedlichen Strangzahlen $m_s \neq m_r$ sind trotz gleicher Ordnungszahl $\nu = \mu$ die beiden Gegeninduktivitäten (4.51), (4.52) um den Faktor m_s/m_r unterschiedlich. Die beiden Gegeninduktivitäten werden durch das Produkt der stator- und rotorseitigen Wicklungsfaktoren bestimmt, die gemäß Kap. 3 auch die Amplituden der von der jeweiligen Wicklung erregten Felder bestimmen. Demnach wird eine Drehfeld-Wicklung von einer Fremd-Drehwelle nur dann induziert, wenn zu deren Polpaarzahl bzw. Ordnungszahl der Wicklungsfaktor der induzierten Wicklung nicht Null ist. Eine Drehfeldwicklung wird somit nur von Feldern mit solchen Polpaarzahlen induziert, die auch von der Wicklung selbst erregt werden. Durch die Gegeninduktion wird Energie vom Stator auf den Rotor übertragen, wobei sowohl die Grundwelle als auch die Oberwellen bzw. Unterwellen an der Energieübertragung teilnehmen. Da die Werte $M_{rs,\nu}$, $M_{sr,\mu}$ für die Oberwellen wenigstens mit dem Quadrat der Ordnungszahl $1/\nu^2$ bzw. $1/\mu^2$ sinken, werden sie rasch so klein, dass es völlig ausreicht, nur die Grundwelle zu betrachten.

Fazit:
Es reicht in den meisten Fällen aus, nur die Energieübertragung durch die Grundwelle im Sinne einer „Grundwellentheorie" zu betrachten. Der Einfluss der Oberwellen ist dann hinsichtlich der Selbstinduktionsspannung gemäß Abschn. 4.3 als „Oberwellenstreuung" zu berücksichtigen.

Beispiel 4.11

Drehfeld-Gegeninduktivität der Oberwelle einer dreisträngigen Ganzlochwicklung: Die erste relevante Oberwelle hat die Ordnungszahl $\nu = 5$, daher ist $M_{rs,5}/M_{rs,1} < 1/25 = 0.04$ und damit klein.

Die Flussverkettung einer Luftspalt-Drehwelle mit der Stator- und Rotorwicklung erreicht wegen der Rotorverdrehung um γ im Stator und Rotor nicht gleichzeitig ihr Maximum. Die Drehwelle muss nämlich erst die dem Verdrehwinkel entsprechende Wegstrecke zwischen den Wicklungsachsen von Stator und Rotor zurücklegen, ehe die Flussverkettung

im betreffenden Rotorstrang maximal ist. Daher sind die induzierten Strangspannungen im Rotor wegen dieser Rotorverdrehung γ (in elektrischen Graden) gegenüber den Selbstinduktions-Strangspannungen im Stator um γ phasenverschoben.

Beispiel 4.12

Drehtransformator: Schaltet man Ständer- und Läuferstrang U und u in Serie, ebenso V und v sowie W und w, so summiert man die Ständer- und Läuferstrangspannung. Wir betrachten hier nur die Wirkung der induzierten Spannungen. Man greift zwischen der Eingangsklemme des Ständerstrangs und der Ausgangsklemme des Läuferstrangs je Strang die Summenspannung $\underline{U}$ ab, deren Größe vom Rotor-Verdrehwinkel abhängt.

$$\underline{U} = \underline{U}_s + \underline{U}_r = U_s + U_r e^{-j\gamma} \tag{4.53}$$

Man kann daher bei Verdrehung des Läufers durch kontinuierliche Änderung des Winkels γ die Summenspannung kontinuierlich nach Betrag und Phasenlage verstellen. Sind z. B. Ständer- und Läuferwicklung identisch aufgebaut, so gilt $U_r = U_s$ und daher (4.54).

$$\underline{U} = U_s + U_s e^{-j\gamma} = U_s \cdot \left(1 + e^{-j\gamma}\right) \tag{4.54}$$

Bei $\gamma = 0$ ergibt sich der doppelte Wert der Ständerspannung $2U_s$, und bei $\gamma = \pi$ der Wert Null.

Fazit:
Mit dem Drehtransformator kann man kontinuierlich zwischen 0 und $2U_s$ *die Spannung verändern.*

Der Drehtransformator, auch Drehregler genannt, findet vor allem in Prüffeldern Anwendung, wo eine kontinuierlich verstellbare Spannungsamplitude z. B. für das Messen von Leerlauf- und Kurzschlusskennlinien von Asynchronmaschinen oder Transformatoren benötigt wird.

4.5 Magnetische Energie

a) Magnetische Energie eines Einphasensystems: Das magnetische Feld in elektrischen Maschinen speichert magnetische Energie. Im einfachen Fall des C-Magneten von Abb. 4.9a erregt der Strom $I(t)$ über die Luftspaltflussdichte $B(t)$ den magnetischen Fluss $\Phi(t)$, der mit der erregenden Wicklung als Flussverkettung $\Psi(t) = L \cdot I(t)$ verkettet ist, wobei L die Selbstinduktivität der Erregerwicklung ist. Die lokale magnetische Energiedichte w_{mag} als magnetische Energie W_{mag} je Volumen V ist durch das skalare Produkt der Feldvektoren der magnetischen Flussdichte und der magnetischen Feldstärke bestimmt.

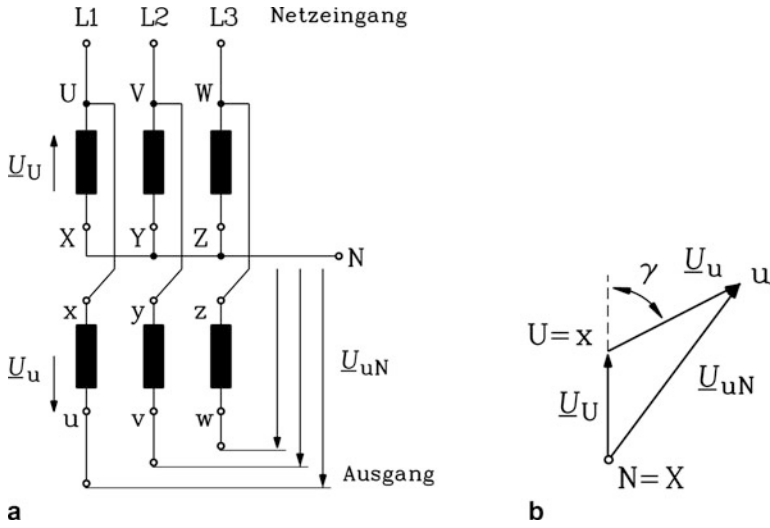


Abb. 4.8 Drehtransformator: (**a**) Prinzipschaltung, (**b**) Spannungsbildung je Strang

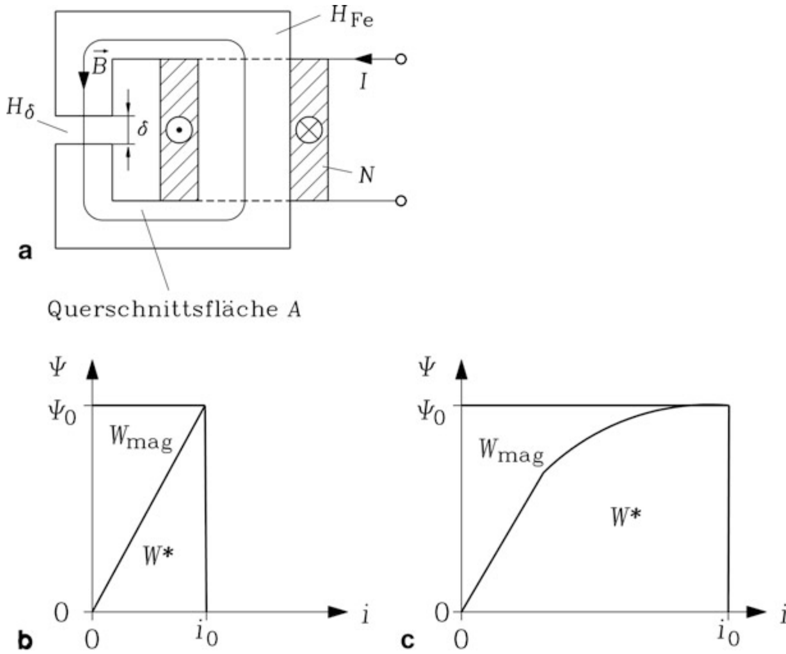


Abb. 4.9 (**a**) Magnetischer Kreis mit Eisen-C-Magnet, Luftspalt δ und der Erregerwicklung mit der Windungszahl N, (**b**) Magnetische Energie W_{mag} und Koenergie W^* in einem linearen Magnetkreis und (**c**) in einem nichtlinearen (gesättigten) Magnetkreis für den magnetischen Arbeitspunkt (Ψ_0, i_0)

$$w_{mag} = \int_0^B \vec{H} \cdot d\vec{B} \qquad W_{mag} = \int_0^V w_{mag} dV \tag{4.55}$$

Die magnetische Energiedichte ist durch Integration des Skalarprodukts von Null zum Augenblickswert von B zu bestimmen, stellt also die lokale Energiedichte beim Aufmagnetisieren von Null zum augenblicklichen Flussdichtewert dar. Durch Integration der magnetischen Energiedichte über das vom Magnetfeld erfüllte Volumen wird die im Feld gespeicherte magnetische Energie erhalten.

In magnetisch isotropen Materialien $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ sind die beiden Feldvektoren $\vec{B}$, $\vec{H}$ parallel, sodass das skalare Produkt der Vektoren durch das algebraische Produkt der Vektorbeträge ersetzt wird. Weiter wird eine vom Magnetfeld unabhängige Permeabilität μ = konst. angenommen.

$$w_{mag} = \int_0^B H \cdot dB = \int_0^B \frac{B}{\mu} \cdot dB = \frac{B^2}{2\mu} \tag{4.56}$$

Im Fall unendlich permeablen Eisens $\mu_{Fe} \to \infty$ ist die magnetische Feldstärke im Eisen Null: $H_{Fe} = 0$. Dann existiert nur im Volumen $V_\delta = A \cdot \delta$ des Luftspalts des C-Magneten von Abb. 4.9a bei $I(t) = I$ eine räumlich und zeitlich konstante magnetische Feldstärke und somit eine magnetische Energie, wenn das Streufeld im Außenbereich des C-Magneten vernachlässigt wird (vgl. Kap. 1).

$$W_{mag} = \int_{V_\delta} B_\delta^2/(2\mu_0) \cdot dV = V_\delta \cdot B_\delta^2/(2\mu_0) \tag{4.57}$$

Im Fall gesättigten Eisens ist $H_{Fe} > 0$, sodass auch die im Volumen V_{Fe} des Eisens gespeicherte magnetische Energie zu berücksichtigen ist. Zur Abschätzung ihrer Größe nehmen wir eine konstante Eisenpermeabilität μ_{Fe} und konstante Beträge der Feldvektoren B_{Fe}, H_{Fe} an. Die gesamte magnetische Energie ist dann die Summe aus der im Eisen und im Luftspalt gespeicherten magnetischen Energie $W_{mag} = V_\delta \cdot B_\delta^2/(2\mu_0) + V_{Fe} \cdot B_{Fe}^2/(2\mu_{Fe})$. Wenn in Abb. 4.9a der Flussquerschnitt im Eisen A konstant gleich jenem im Luftspalt ist, gilt $B_\delta = B_{Fe}$. Das Verhältnis der im Eisen gespeicherten magnetischen Energie zu jener im Luftspalt ist dann $(V_{Fe}/\mu_{Fe})/(V_\delta/\mu_0)$.

Fazit:
Bei den üblichen sehr kleinen Werten von μ_0/μ_{Fe} (z. B. 1/100… 1/5000 je nach Sättigungsgrad) ist μ_0/μ_{Fe} i. A. viel kleiner als das Volumenverhältnis V_{Fe}/V_δ, sodass der im Eisen gespeicherte Anteil magnetischer Energie gegenüber jenem im Luftspalt deutlich kleiner ist und oft vernachlässigt werden kann.

Führen wir im Fall $\mu_{Fe} \to \infty$ den Fluss $\Phi = B \cdot A$ und über das Ampère'sche Gesetz $H_\delta = N \cdot I/\delta$ ein, so erhalten wir mit $W_{mag} = w_{mag} V_\delta$ eine alternative Formulierung der magnetischen Energie nicht aus den lokalen Feldgrößen, sondern aus den integralen Größen des Spulenstroms und der Spulenflussverkettung.

$$w_{mag} = \int_0^{B_0} H \cdot dB = \int_0^{\Phi_0} \frac{N \cdot I}{\delta} \cdot \frac{d\Phi}{A} = \frac{1}{V_\delta} \int_0^{N\Phi_0} I \cdot d(N\Phi) = \frac{1}{V_\delta} \int_0^{\Psi_0} I \cdot d\Psi \tag{4.58}$$

Im linearen Magnetkreis $\Psi(t) = L \cdot I(t)$ ist L unanhängig von I bzw. Ψ, sodass aus der magnetischen Energie die Induktivität (4.59) berechnet werden kann.

$$W_{mag} = \int_0^{\Psi_0} I \cdot d\Psi = \frac{1}{L} \int_0^{\Psi_0} \Psi \cdot d\Psi = \frac{\Psi_0^2}{2L} = L\frac{I_0^2}{2} \tag{4.59}$$

Die magnetische Energie im bis zur Flussverkettung Ψ_0 aufmagnetisierten Magnetkreis wird in Abb. 4.9b durch die obere Dreiecksfläche dargestellt, während die untere Dreiecksfläche im linearen Ψ-I-Diagramm die fiktive Koenergie W^* ist, die im Sonderfall eines linearen Magnetkreises (μ = konst.) gleich groß wie W_{mag} ist. Für beliebige Spulengeometrien und nichtlineare Magnetkreise wird die magnetische Energie mithilfe des Faraday'schen Induktionsgesetzes berechnet:

$$U_i(t) = -d\Psi(t)/dt.$$

Das 2. Kirchhoff'sche Gesetz für die Spule in Abb. 4.9a lautet:

$$U(t) + U_i(t) = R \cdot I(t).$$

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) = R \cdot I^2 - U_i I = P_{Cu} + dW_{mag}/dt \tag{4.60}$$

$$W_{mag} = \int_0^{t_0} I(t) \cdot \frac{d\Psi(t)}{dt} \cdot dt = \int_0^{\Psi_0} I(\Psi) \cdot d\Psi \tag{4.61}$$

Gemäß Abb. 4.9c ist in nichtlinearen Magnetkreisen $\Psi(I)$ die magnetische Energie meist kleiner als die Koenergie: $W_{mag} = \int_0^{\Psi_0} I(\Psi) \cdot d\Psi < W^*$. Da die magnetische Energie im Luftspalt wesentlich größer als jene im Eisen ist, wird im Folgenden nur der magnetisch lineare Fall mit konstanter Induktivität L weiter betrachtet. Der Anteil der magnetischen Energie im Eisen kann durch eine fiktive Vergrößerung des Luftspalts als „Sättigungszuschlag" berücksichtigt werden (vgl. Kap. 6).

b) Magnetische Energie in magnetisch gekoppelten Kreisen: Sind zwei Spulen über eine Gegeninduktivität M magnetisch gekoppelt wie z. B. je eine einphasige Stator- und Rotorwicklung, so ist zwischen M und den Selbstinduktivitäten des Primär- und Sekundärkreises

L_s, L_r zu unterscheiden. Analog zu (4.60) wird bei vernachlässigten Stromwärmeverlusten mit dem Faraday'schen Gesetz die magnetische Energie aus der Leistung $U_s(t)I_s(t) + U_r(t)I_r(t)$ berechnet.

$$\begin{aligned} U_s &= -U_{is} = L_s \cdot dI_s/dt + M \cdot dI_r/dt \\ U_r &= -U_{ir} = L_r \cdot dI_r/dt + M \cdot dI_s/dt \end{aligned} \tag{4.62}$$

$$W_{mag} = \int_0^t (U_s I_s + U_r I_r)dt$$

$$W_{mag} = \int_0^I (L_s I_s dI_s + L_r I_r dI_r + M I_s dI_r + M I_r dI_s) \tag{4.63}$$

Im Fall magnetisch linearer Kreise, also stromunabhängiger Induktivitäten, folgt aus (4.63) die magnetische Energie der beiden gekoppelten Kreise, wobei zu beachten ist, dass wegen der induktiven Kopplung $I_s(t)$ proportional zu $I_r(t)$ ist.

$$W_{mag} = L_s \frac{I_s^2}{2} + L_r \frac{I_r^2}{2} + M \cdot I_s I_r \tag{4.64}$$

Fazit:
Die magnetische Energie in einem magnetisch gekoppelten System ist sowohl durch die beiden Selbstinduktivitäten als auch durch die Gegeninduktivität bestimmt.

Wird im gekoppelten Magnetkreis ein willkürlich gewähltes Übersetzungsverhältnis $ü$ eingeführt, das zu den Ersatzgrößen $L_h = üM$, $L'_r = ü^2 L_r$, $I'_r = I_r/ü$, $U'_r = üU_r$ führt, so ist die magnetische Energie sowohl in den beiden Selbstinduktivitäten L_s, L'_r als auch in der Hauptinduktivität L_h gespeichert.

$$W_{mag} = L_s \frac{I_s^2}{2} + L'_r \frac{I'^2_r}{2} + 2L_h \frac{I_s I'_r}{2} \tag{4.65}$$

Mit der Definition der Streuinduktivität des Primär- und Sekundärkreises

$$L_{s\sigma} = L_s - L_h, \; L'_{r\sigma} = L'_r - L_h \tag{4.66}$$

erhalten wir über die Flussverkettungen

$$\Psi_s(t) = L_{s\sigma} I_s(t) + L_h \cdot (I_s(t) + I'_r(t)) \tag{4.67a}$$

$$\Psi'_r(t) = L'_{r\sigma} I'_r(t) + L_h \cdot (I_s(t) + I'_r(t)) \tag{4.67b}$$

die alternative Darstellung der magnetischen Energie (4.68), die angibt, wie viel magnetische Energie im Hauptfeld und in den Streufeldern gespeichert ist.

$$W_{\text{mag}} = L_{\text{s}} \frac{I_{\text{s}}^2}{2} + L'_{\text{r}} \frac{I'^2_{\text{r}}}{2} + L_{\text{h}} \frac{2 I_{\text{s}} I'_{\text{r}}}{2} \tag{4.68a}$$

$$W_{\text{mag}} = L_{\text{s}} \frac{I_{\text{s}}^2}{2} + L'_{\text{r}} \frac{I'^2_{\text{r}}}{2} + L_{\text{h}} \frac{(I_{\text{s}} + I'_{\text{r}})^2 - I_{\text{s}}^2 - I'^2_{\text{r}}}{2} \tag{4.68b}$$

$$W_{\text{mag}} = L_{\text{s}\sigma} \frac{I_{\text{s}}^2}{2} + L'_{\text{r}\sigma} \frac{I'^2_{\text{r}}}{2} + L_{\text{h}} \frac{(I_{\text{s}} + I'_{\text{r}})^2}{2} \tag{4.68c}$$

$$W_{\text{mag}}(t) = L_{\text{s}\sigma} \frac{I_{\text{s}}^2(t)}{2} + L'_{\text{r}\sigma} \frac{I'^2_{\text{r}}(t)}{2} + L_{\text{h}} \frac{I_{\text{m}}^2(t)}{2} \tag{4.68d}$$

Fazit:
In einem magnetisch gekoppelten Kreis ist die magnetische Energie sowohl in den beiden Streuinduktivitäten des Primär- und Sekundärkreises gespeichert, bestimmt durch das Quadrat des Primär- bzw. Sekundärstroms, als auch in der Hauptinduktivität, bestimmt durch das Quadrat des fiktiven „Magnetisierungsstroms" $I_{\text{m}} = I_{\text{s}} + I'_{\text{r}}$.

c) Magnetische Energie eines magnetisch gekoppelten Dreiphasensystems: In einem magnetisch gekoppelten, symmetrischen Dreiphasensystem mit den drei Wicklungssträngen U, V, W im Stator und U, V, W im Rotor treten magnetische Kopplungen sowohl unter den drei Strängen des Stators bzw. des Rotors als auch zwischen den Stator- und Rotorwicklungssträngen auf. In Abschn. 4.3 wurde gezeigt, dass die drei Stränge des Stators bzw. des Rotors jeweils ein resultierendes Magnetfeld erregen, das durch eine Summe aus Drehwellen und zugehörige harmonische Hauptinduktivitäten dargestellt werden kann. Dabei ist die resultierende harmonische Hauptinduktivität L_{h} der ν-ten Drehwelle je Strang das 3/2-fache der jeweiligen Stranginduktivität des zugehörigen Luftspaltflusses. Die magnetische Energie in den Streuinduktivitäten $L_{\text{s}\sigma}$ und $L'_{\text{r}\sigma}$ für beliebige Zeitverläufe der Strangströme $I_{\text{sU}}(t)$, $I_{\text{sV}}(t)$, $I_{\text{sW}}(t)$ und $I_{\text{rU}}(t)$, $I_{\text{rV}}(t)$, $I_{\text{rW}}(t)$ ist gemäß (4.68) bestimmt.

$$W_{\text{mag},\sigma} = L_{\text{s}\sigma} \frac{I_{\text{sU}}^2 + I_{\text{sV}}^2 + I_{\text{sW}}^2}{2} + L'_{\text{r}\sigma} \frac{I'^2_{\text{rU}} + I'^2_{\text{rV}} + I'^2_{\text{rW}}}{2} \tag{4.69}$$

In gleicher Weise wird die magnetische Energie in den drei Hauptinduktivitäten der Stränge U, V, W über den jeweiligen Strangwert des in (4.68) eingeführten „Magnetisierungsstroms" berechet: $I_{\text{mU}} = I_{\text{sU}} + I'_{\text{rU}}$ usw.

$$W_{\text{mag,h}} = L_{\text{h}} \frac{I_{\text{mU}}^2 + I_{\text{mV}}^2 + I_{\text{mW}}^2}{2} \tag{4.70}$$

Bilden die drei Strangströme im Stator und Rotor je ein Sinus-Drehstromsystem mit den Amplituden $\hat{I}_{\text{s}}$, $\hat{I}_{\text{r}}$, so ist die Summe der Quadrate der drei Strangströme zu jedem Zeitpunkt konstant, z. B. $I_{\text{sU}}^2 + I_{\text{sV}}^2 + I_{\text{sW}}^2 = 3\hat{I}_{\text{s}}^2/2$. Dies gilt auch für die Magnetisierungsströme; daher ist die magnetische Energie bei Drehstromspeisung zeitlich konstant, wenn die Induktivitäten zeitlich konstant sind. Mit (4.70) können die Drehfeld-Hauptinduktivität und die Gesamt-Induktivität des Luftspaltfelds und die Oberfelder-Streuziffer aus ihrer Differenz berechnet werden, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird.

d) Magnetische Energie des Luftspaltfelds Die magnetische Energie einer Drehwelle

$$B_{\delta,\nu}(x,t) = \hat{B}_{\delta,\nu} \cdot \cos(\nu\pi x/\tau_p - \omega t)$$

im Luftspalt wird mit (4.56) berechnet. Wir bestimmen die zugehörige im Luftspalt gespeicherte magnetische Energie.

$$W_{mag,\nu} = \int_{V_\delta} B^2_{\delta,\nu}(x,t)/(2\mu_0) \cdot dV = \delta_e l_e p \int_0^{2\tau_p} B^2_{\delta,\nu}(x,t)/(2\mu_0) \cdot dx$$

$$W_{mag,\nu} = \delta_e l_e 2p\tau_p \cdot \hat{B}^2_{\delta,\nu}/(4\mu_0) \quad (4.71)$$

Die magnetische Energiedichte dieser Drehwelle $w_{mag,\nu} = \hat{B}^2_{\delta,\nu}/(4\mu_0)$ im Luftspaltvolumen $V_\delta = \delta_e l_e 2p\tau_p$ ist zeitlich konstant. Daher ist die magnetische Energie je Drehwelle im Luftspalt konstant und auch ihre Summe, welche die gesamte magnetische Energie im Luftspalt darstellt, – in Übereinstimmung mit der vorhin getroffenen Aussage. Daher kann die gesamte magnetische Energie zu jedem beliebigen Zeitpunkt aus dem Luftspaltfeld berechnet werden, z. B. zu dem Zeitpunkt, wo ein Strang stromlos ist. Dies wird hier am Beispiel der dreisträngigen Einschicht-Ganzlochwicklung bzw. der ungesehnten Zweischicht-Ganzlochwicklung (vgl. Abb. 2.5) gezeigt. Bei Speisung der Wicklung mit einem Drehstromsystem ist z. B. gemäß Abb. 2.5 zum Zeitpunkt $T/12$ der Strang W stromlos. Der Strom in den Spulen der Stränge U und V ist $I_c = (\sqrt{3}/2) \cdot \hat{I}/a$ und $-I_c$. Die Nutdurchflutungen bei einer ungesehnten Zweischichtwicklung sind $\Theta_Q = 2N_c I_c$. Das Feld pro Pol ist symmetrisch zur Polmitte und weist links und rechts q äquidistante Stufen mit der Breite τ_Q und mit der Stufenhöhendifferenz $\mu_0 i\Theta_Q/\delta_e$ auf. Mit dem Zählindex $i = 1, \ldots, q$ erreicht die i-te Stufe die absolute Höhe $\mu_0 \cdot i \cdot \Theta_Q/\delta_e$. Zwischen den beiden Stufenbereichen ist im Bereich von $q-1$ Nutteilungen das Feld konstant und maximal $\mu_0 q\Theta_Q/\delta_e$.

$$W_{mag} = \delta_e l_e p \int_0^{2\tau_p} B^2_\delta(x, t = T/12)/(2\mu_0) \cdot dx \quad (4.72)$$

$$W_{mag} = \delta_e l_e 2p \cdot \left(\frac{\mu_0\Theta_Q}{\delta_e}\right)^2 \cdot \left(2\sum_{i=1}^{q} i^2 + (q-1)\cdot q^2\right) \cdot \tau_Q \quad (4.73)$$

Mit der Summenformel $\sum_{i=1}^{q} i^2 = q \cdot (q+1) \cdot (2q+1)/6$, der Polteilung $\tau_p = 3\tau_Q$ und der Windungszahl je Strang $N_s = 2pqN_c/a$ wird die magnetische Energie einer dreisträngigen ungesehnten Ganzlochwicklung erhalten.

$$W_{\mathrm{mag}} = V_{\delta} \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{N_{\mathrm{s}}\hat{I}}{p\delta_{\mathrm{e}}}\right)^2 \cdot \frac{5q^2+1}{24q^2} = (3/2) \cdot L_{\mathrm{h,gesamt}} \cdot \hat{I}^2/2 \tag{4.74}$$

Die Oberfelder-Streuziffer wird mit (4.74) und der magnetischen Energie der Grundwelle (4.75) gemäß (4.76) berechnet.

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{mag},1} &= V_{\delta} \cdot \hat{B}_{\delta,1}^2/(4\mu_0) = (3/2) \cdot L_{\mathrm{h}} \cdot \hat{I}^2/2 \\ \hat{B}_{\delta,1} &= \mu_0 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot \frac{N_{\mathrm{s}}k_{\mathrm{ws},1}}{p\delta_{\mathrm{e}}} \cdot \hat{I} \end{aligned} \tag{4.75}$$

$$\sigma_{\mathrm{o}} = \frac{L_{\mathrm{h,gesamt}}}{L_{\mathrm{h}}} - 1 = \frac{W_{\mathrm{mag}}}{W_{\mathrm{mag},1}} - 1 = \left(\frac{\pi}{3k_{\mathrm{ws},1}}\right)^2 \cdot \frac{5q^2+1}{6q^2} - 1 \tag{4.76}$$

Fazit:
Die magnetische Energie in elektrischen Maschinen ist bei ideal magnetisierbarem Eisen hauptsächlich im Hauptfeld im Luftspalt zwischen Stator und Rotor und zum geringen Teil in den Streufeldern der Stator- und Rotorwicklungen lokalisiert. Sie ist in Drehfeldmaschinen, die mit Sinus-Drehstromsystemen im Stator und Rotor gespeist werden (oder wie bei Synchronmaschinen im Rotor eine Gleichstromspeisung aufweisen) zeitlich konstant, wenn sich die Haupt- und Streufeldinduktivitäten infolge der Läuferrotation nicht ändern. Werden die Nutöffnungen vernachlässigt und ein räumlich konstanter Luftspalt unterstellt, so ändern sich die harmonischen Hauptinduktivitäten nicht, und die magnetische Energie ist konstant.

4.6 Kräfte in elektrischen Maschinen

Gemäß Kap. 1 treten in elektrischen Maschinen tangentiale, radiale und axiale elektromagnetische Kräfte auf, wobei nur die Tangentialkraft im Luftspalt für die elektromechanische Energiewandlung über das Drehmoment genutzt wird (Meisel 1966; Müller et al. 2007). Die anderen Kräfte sind „parasitär“ und müssen vor allem bei großen Maschinen bekannt sein und beherrscht werden, da sie sonst zu Lagerschäden, zu großen Schwingungen der Wicklung z. B. im Wickelkopf oder des Gehäuses, „Körperschall“ genannt, oder zu magnetisch angeregten akustischen Geräuschen führen können. Selbst bei ideal axial und radial zentrischer Läuferlage treten neben der erwünschten Tangentialkraft zusätzliche, unerwünschte radiale Kräfte auf.

a) Radiale Luftspaltkräfte bei zentrischer Läuferlage: Die radiale und tangentiale Komponente des Luftspaltfeldes B_{n} und B_{t} bewirken gemäß Kap. 1 eine anziehende Kraft je Flächenelement zwischen Ständer und Läufer infolge der Maxwell'schen Zugspannung $f_{\mathrm{n}} = (B_{\mathrm{n}}^2 - B_{\mathrm{t}}^2)/(2\mu_0)$.

Gemäß Kap. 1 ist f_n nicht als physikalisch wirksame lokale Kraftgröße zu werten, sondern gewinnt erst als Hüllintegral über den betrachteten Körper (z. B. den Stator oder einen Statorabschnitt etc.) als resultierende Kraft physikalische Bedeutung. Wenn aber die Eisenpermeabilität μ_{Fe} in den ferromagnetischen Stator- und Rotorteilen näherungsweise örtlich konstant angenommen wird, dann verschwinden die magnetischen Kräfte im Eisenvolumen und konzentrieren sich nur auf der Eisenoberfläche (Seinsch 1992), sodass sie als Zugspannungen tatsächlich lokal an der Eisenoberfläche angreifende Flächenkräfte darstellen. Bei $\mu_{Fe} >> \mu_0$ werden diese lokalen Zugspannungen durch die nun lokal physikalisch wirksamen Maxwell'schen Zugspannungen $f_n = (B_n^2 - B_t^2)/(2\mu_0)$ korrekt beschrieben. Die Bedingung $\mu_{Fe} = \text{konst.} >> \mu_0$ ist in elektrischen Maschinen nur näherungsweise erfüllt, genügt aber für eine näherungsweise lokale Kraftberechnung, wie sie im Folgenden skizziert wird. Wegen der gegenüber der Polteilung τ_p i. A. deutlich kleineren mechanischen Luftspaltweite δ überwiegt auch bei Belastung der elektrischen Maschine die Normalkomponente B_n die Tangentialkomponente B_t deutlich (vergleiche Kap. 3), sodass beispielsweise bei $B_n/B_t = 10$ wegen $(B_n/B_t)^2 = 100$ der Beitrag von B_t mit nur 1 % zur Normalkraft vernachlässigbar ist. Es genügt daher, die Normalkraft pro Flächeneinheit mit $f_n \cong B_n^2/(2\mu_0)$ zu berechnen. In Abb. 4.10 ist als Beispiel der Fall der Leerlauferregung einer Schenkelpol-Synchronmaschine dargestellt. Der Läufer besteht aus abwechselnd als N-Pol und S-Pol bewickelten, mit Gleichstrom erregten Schenkelpolen. Bei generatorischem Leerlauf wird der Schenkelpolläufer von der Turbine angetrieben, während die Ständerwicklung stromlos ist (vgl. Kap. 3). Das Luftspaltfeld ist somit das Läuferfeld. Die Lage der Feldmaxima ist über den Polmitten und die der Nulldurchgänge des Felds ist in den Mitten der Pollücken, den neutralen Zonen. Die räumliche Verteilung der Radialkomponente der Luftspaltinduktion der Luftspaltfeld-Grundwelle $\mu = 1$ (Abb. 4.10) in Abhängigkeit des Umfangsorts x gehorcht der Beziehung (4.1), wobei die Kreisfrequenz $\omega_{\mu=1} = \omega = 2\pi \cdot n \cdot p$ ist. Die zugehörige radial gerichtete magnetische Zugspannung

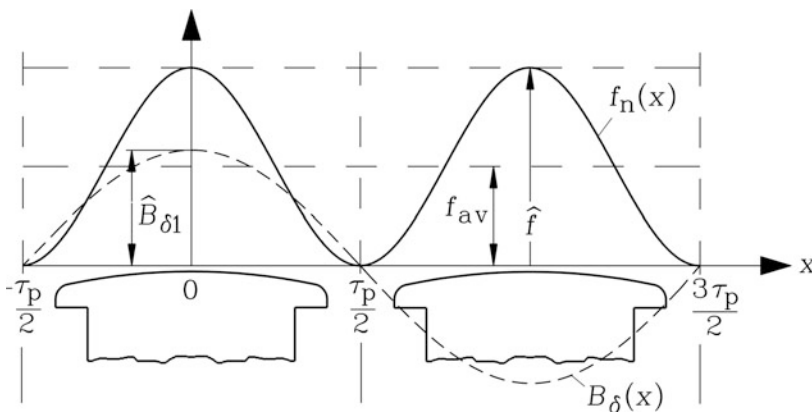


Abb. 4.10 Feldgrundwelle und Zugkraftdichte bei Leerlauferregung der Läuferwicklung einer Schenkelpol-Synchronmaschine

$$f_\mathrm{n}(x,t) = \frac{B_\delta^2(x,t)}{2\mu_0} = \frac{\hat{B}_{\delta 1}^2}{4\mu_0} \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{\tau_\mathrm{p}} - 2\omega t\right)\right) \tag{4.77}$$

setzt sich zusammen aus der konstanten mechanischen Vorspannung

$$f_\mathrm{av} = \hat{B}_{\delta 1}^2/(4\mu_0) \tag{4.78}$$

und einer Radialkraft-Zugwelle doppelter Grundwellenperiodizität

$$f_\sim(x,t) = \frac{\hat{B}_{\delta 1}^2}{4\mu_0} \cdot \cos\left(\frac{2\pi x}{\tau_\mathrm{p}} - 2\omega t\right) \tag{4.79}$$

mit einer Amplitude vom gleichen Betrag f_av. Der Höchstwert der Zugspannung am Umfang beträgt

$$\hat{f} = \hat{B}_{\delta 1}^2/(2\mu_0) = 2f_\mathrm{av} \tag{4.80}$$

Aufgrund ihrer Quadrierung tritt trotz Vorzeichenwechsels der Luftspaltinduktion beim Übergang zur jeweils nächsten Polteilung keine Richtungsumkehr der magnetischen Radialkraft auf. Diese wirkt in allen Polteilungen als Zugkraft; ihre Maxima je Flächeneinheit betragen stets $\hat{f}$.

Beispiel 4.13

Bei einer Luftspaltinduktion mit der Grundwellen-Amplitude $\hat{B}_{\delta 1} = 1\,\mathrm{T}$ beträgt der Höchstwert der Zugkraft je Flächeneinheit

$$\hat{f} = \frac{\hat{B}_{\delta 1}^2}{2\mu_0} = \frac{1^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 400\,\mathrm{kN}/\mathrm{m}^2.$$

Das sind 4 bar oder 0.4 MPa. Dieser Wert ist etwa 8-mal so groß wie die das Drehmoment bildende spezifische Schubkraft (spezifischer Drehschub) bei Bemessungsstrom (siehe Abschn. 4.7). Die konstante Vorspannung ist $f_\mathrm{av} = 200\,\mathrm{kN/m^2} = 0.2\,\mathrm{MPa}$ (2 bar), und die überlagerte Zugkraftwelle variiert zwischen den Grenzen $\pm 200\,\mathrm{kN/m^2} = \pm 0.2\,\mathrm{MPa}$ (± 2 bar).

Bei zentrischer Läuferlage und auch sonst vollständiger Symmetrie sind die Zugspannungen an diametral gegenüberliegenden Orten entgegengesetzt gleich groß und heben sich in der Summe, so auch hinsichtlich der Läuferwelle, auf. Hingegen wirken sie

- auf Sektoren des magnetischen Kreises als resultierende Kräfte, z. B. als Kräfte an Trennfugen unterteilter Ständerblechkörper bei bestimmten großen Maschinen,
- und sie verformen das Ständer-Blechpaket nach Maßgabe dessen elastischer Verformbarkeit.

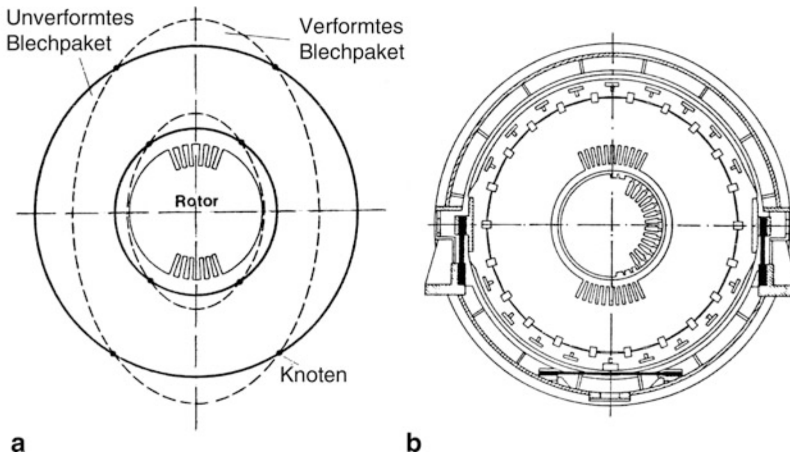


Abb. 4.11 Blechkörper-Schwingung einer zweipoligen Vollpol-Synchronmaschine (vgl. Kap. 8): (**a**) Im Läuferpolbereich tritt wegen der dort großen Luftspaltflussdichte eine Anziehung von Stator und Rotor auf und führt zu einer elliptischen Verformung des Ständerblechpakets (gestrichelte Konturen), die mit derselben Drehzahl rotiert wie der Läufer. (**b**) Querschnitt durch einen zweipoligen Turbogenerator mit elastisch aufgehängtem Blechpaket. Die Blattfedern sind als elastische Verbindungselemente zwischen dem Ständerblechpaket in einem Stahlkorsett und dem Gehäuse seitlich und unten zwischen Korsett und Gehäuse angeordnet und fett hervorgehoben (Quelle: Bohn (Hrsg.) 1987)

Das kann zu Blechpaketschwingungen und magnetischen Geräuschen führen (Üner und Jordan 1964). Die Kraftwelle (4.79) ist zum felderregenden System des Läufers ortsfest und dreht mit diesem mit Läuferdrehzahl. Der Ständer erfährt somit eine mit Läufer-Umfangsgeschwindigkeit vorbeiziehende Kraftwelle mit gegenüber den Polpaaren doppelter räumlicher Periodizität, wobei die über den Polen auf das Blechpaket wirkenden großen Zugkräfte bei zweipoligen Maschinen zu einer elliptischen Verformung (Ovalisierung) des Blechpakets führen (Abb. 4.11). Die Folge ist eine umlaufende Verformung des Blechpakets, die sich als periodische „doppelstatorfrequente Statorschwingung" auswirkt. Bei Rotation mit der Synchrondrehzahl $n = n_{\text{syn}}$ und einer entsprechenden Statorfrequenz $f_{\text{s}} = 50\,\text{Hz}$ tritt eine Blechpaket-Schwingung mit $2f_{\text{s}} = 100\,\text{Hz}$ auf.

Unter Last erregt das Ständerstromsystem das Ständerfeld (4.32), das abhängig von der Phasenlage φ des Ständerstroms relativ zur Ständerspannung gegenüber dem Läuferfeld (4.1) um einen Winkel φ_{i} phasenverschoben ist und diesem überlagert ist: $B_{\delta} = B_{\delta\text{s}} + B_{\delta\text{r}}$. Die radiale Zugspannung (4.77) ergibt wegen $B_{\delta}^2 = (B_{\delta\text{s}} + B_{\delta\text{r}})^2 = B_{\delta\text{s}}^2 + B_{\delta\text{r}}^2 + 2B_{\delta\text{s}}B_{\delta\text{r}}$ auch Beiträge aus den gemischten Produkten der Ständer- und Läuferwellen. Werden auch die Ober- und Unterwellen der Feldverteilungen betrachtet, so ergeben sich beispielsweise für die in Abschn. 4.1 besprochenen Oberwellen der Synchronmaschinen mit den Abkürzungen $\alpha = \nu\pi x/\tau_{\text{p}} - 2\pi f_{\text{s}} t$, $\beta = \mu\pi x/\tau_{\text{p}} - 2\pi \cdot \mu f_{\text{s}} t$ und der Umformung $\hat{B}_{\delta\text{s}\nu} \cos\alpha \cdot \hat{B}_{\delta\text{r}\mu} \cos\beta = \hat{B}_{\delta\text{s}\nu}\hat{B}_{\delta\text{r}\mu} \cdot [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]/2$ zusätzliche Kraftwellen (4.81) mit den Knotenzahlen $2r = 2p \cdot |\nu \pm \mu|$ und Anregefrequenzen $f_{\text{Ton}} = f_{\text{s}} \cdot |1 \pm \mu|$ aus den gemischten Produkten der Ständer- und Läuferwellen (Utecht 1987).

$$f_{n,\nu\mu}(x,t) = \frac{\hat{B}_{\delta s\nu}\hat{B}_{\delta r\mu}}{2\mu_0} \cdot \cos(2r \cdot \frac{\pi x}{2p\tau_p} - 2\pi f_{Ton} t) \tag{4.81}$$

So können auch doppeltstatorfrequente Blechpaketschwingungen aus der Wechselwirkung von Stator- und Rotorfeld erregt werden, wie Beispiel 4.14 zeigt. Sind die anregenden Frequenzen f_{Ton} niedrig (z. B. bis ca. 100 Hz), so dominiert der Einfluss der mechanischen Schwingungen der Bauteile als „Körperschall". Bei höheren Anregefrequenzen f_{Ton} wird über die Umgebungsluft Schall als Luftdichteschwingung abgestrahlt, was als magnetisch erregte Töne oder Geräusche akustisch wahrgenommen wird.

Fazit:
Gemäß Abb. 4.11 verformt die Radialkraftwelle des Grundwellen-Luftspaltfelds das Statorblechpaket, und regt es bei Rotordrehung zu periodischen Schwingungen mit $2f_s$ an.

Die periodischen Blechpaketschwingungen sind bei zweipoligen Maschinen (z. B. „volltourige" Turbogeneratoren, Kap. 8, $2p = 2$, $n_{syn} = 3000$/min bei $f_s = 50$ Hz) besonders ausgeprägt. Abb. 4.11a zeigt die bei der Ovalisierung des kreisringförmigen Blechpakets entstehende Ellipse. Kreis und Ellipse bilden in den Schnittpunkten vier gemeinsame Knoten. Allgemein gilt folglich für die Knotenzahl $2r = 4p$. Zum Fernhalten der Vierknoten-Schwingung von Gehäuse und Fundament wird der Blechkörper in ein Korsett aus Stahlelementen gespannt, das sich mit verformt. Das Korsett kann – abhängig von den Designlösungen der unterschiedlichen Hersteller – z. B. über radial-elastische Zwischenglieder, nämlich seitliche Blattfedern, unten angeordnete axiale Biegebalken und eine weitere Reihe von Blattfedern, federnd im Statorgehäuse aufgehängt werden. Die Biegeeigenfrequenz dieses Schwingungssystems f_d muss deutlich niedriger als die anregende Frequenz $2f_s$ sein. Dadurch wird die Schwingung des Blechpakets nur in stark abgeschwächter Form an das Gehäuse und das Fundament übertragen. Die Federn entkoppeln das Gehäuse vom schwingenden Blechpaket. Das Blechpaket kann sich so völlig ungehindert verformen, ohne die Umwelt zu beeinflussen. Die in das Ständerblechpaket eingebettete Ständerwicklung wird allerdings gerüttelt, was insbesondere bei losen Stäben zum Hämmern der Stäbe an die Nutwände führt. Die dadurch bewirkte Alterung der Isolierung kann zu Isolierungsfehlern führen, sodass der betriebssicheren Fixierung der Wicklung im Blechpaket vor allem bei großen Drehfeldmaschinen eine große Bedeutung zukommt. Bei vierpoligen Maschinen (z. B. „halbtourige" Turbogeneratoren, Kap. 8, $2p = 4$, $n_{syn} = 1500$/min bei $f_s = 50$ Hz) genügt die gegenüber der dann auftretenden Achtknoten-Schwingung ($2r = 4p = 8$) höhere natürliche Steifigkeit des Blechkörpers, um die Schwingungsamplitude so klein zu halten, dass keine elastische Entkopplung erforderlich ist. Bei großen langsam laufenden und daher hochpoligen Wasserkraftgeneratoren für Flusskraftwerke (vgl. Kap. 2) ist die radiale Höhe des Stator-Blechpakets gegenüber dem Bohrungsdurchmesser klein (Üner und Jordan 1964). Wegen der radial dünnen Blechkörperringe großen Durchmessers sind diese besonders biegeweich und schwingungsanfällig. Es muss eine geeignete Abstützung der Blechkörper erfolgen, derart, dass

sich die mechanischen Ring-Biegeeigenfrequenzen des Blechpakets genügend von den magnetischen Anregefrequenzen unterscheiden, um eine resonante Schwingungsanregung zu vermeiden. Dasselbe gilt für die Synchron-Generatoren bei getriebelosen Windturbinen im 5 MW-Bereich, die ebenfalls hochpolig sind. Bei kleinen E-Maschinen unterhalb 500 kW bis 1 MW sind die anregenden Radialkräfte i. A. ausreichend klein, sodass die Schwingungen mit doppelter Statorfrequenz vernachlässigt werden können.

Beispiel 4.14

Untersuchen Sie, ob für $f_s = 50\,\text{Hz}$ bei einem vierpoligen Synchrongenerator mit einer dreisträngigen Ständer-Bruchlochwicklung $q = 4.5$ für bestimmte Ordnungszahlen ν, μ eine Vierknotenschwingung $2r = 4$ mit doppelter Statorfrequenz 100 Hz lastabhängig angeregt werden kann.

Lösung:
Die Lösung wird in vier Schritten angegeben.

Schritt 1: Gemäß (4.79) werden für die Ordnungszahlen ν, μ aus den Quadraten der Ständer- und Läuferfeldwellen Kraftwellen mit folgenden Ordnungszahlen und Anregefrequenzen erregt:

$$2r = 4\,|\nu|\,p,\, f_{\text{Ton}} = 2f_s; \quad 2r = 4\mu p,\, f_{\text{Ton}} = 2\mu f_s.$$

Ordnungszahlen (Kap. 3): Stator: $\nu = 1, -2, 4, -5, 7, -8, 10, -11, 13, \ldots$
Rotor: $\mu = 1, 3, 5, 7, 9, \ldots$

Schritt 2: Aus den gemischten Produkten von Ständer- und Läuferfeldwellen werden die Parameter der Kraftwellen ermittelt:

$$2r = 2p \cdot |\nu \pm \mu|\,, \quad f_{\text{Ton}} = f_s \cdot |1 \pm \mu|$$

Schritt 3: Aus den Produkten von Ständergrund- und –oberwellen folgt:

$$2r = 2p \cdot |\nu_1 \pm \nu_2|\,, \quad f_{\text{Ton}} = f_s \cdot |1 \pm 1|$$

Schritt 4: Aus den Produkten von Läufergrund- und –oberwellen folgt:

$$2r = 2p \cdot |\mu_1 \pm \mu_2|\,, \quad f_{\text{Ton}} = f_s \cdot |\mu_1 \pm \mu_2|$$

Aus Schritt 1 und 4 folgt: Es werden bei $f_{\text{Ton}} = 2f_s$ keine Kraftwellen mit $2r = 4$ angeregt. Auf Grund der Halblochwicklung regt die Oberwelle $\nu = -2$ mit der Grundwelle $\mu = 1$ bei $f_{\text{Ton}} = f_s \cdot |1 + 1| = 2f_s$ eine Kraftwelle mit der Ordnungszahl $2r = 4 \cdot |-2 + 1| = 4$ an; ebenso dieselbe Oberwelle mit der Grundwelle $\nu = 1$. Damit kann auch bei vierpoligen Generatoren mit Halblochwicklungen eine elliptische

Blechpaketschwingung mit 100 Hz angeregt werden, die – falls die Eigenfrequenz der elliptischen Blechpaketschwingung in der Nähe von 100 Hz liegt – wegen der dann auftretenden Resonanz als Übereinstimmung von Anrege- und Eigenfrequenz erhebliche Schwingungsamplituden annehmen kann.

b) Tangentialkraft der Nutenleiter infolge des Nut-Radialfelds: Die Radialkomponente der Luftspaltflussdichte des Läuferfelds $B_n = B_\delta$ erzeugt zusammen mit den axial fließenden Leiterströmen der Nutenleiter im Stator tangential gerichtete Lorentz-Kräfte, welche über den Hebelarm des halben Durchmessers der Statorbohrung das Drehmoment der Maschine bilden (Abschn. 4.7). Wir betrachten eine einzige Nut mit der Teilung τ_Q und der Nutdurchflutung Θ_Q. Ist diese Nutdurchflutung an der ungenuteten und damit glatten Statorbohrung in einem „Luftspaltleiter“ angeordnet, wie es bei „Luftspalt-Wicklungen“ der Fall ist, so ergibt sich mit der am Ort des Luftspaltleiters auftretenden Normalkomponente der Läufer-Flussdichte im Luftspalt B_δ die tangential gerichtete Lorentz-Kraft gemäß Kap. 1.

$$F_\tau = l_e \cdot \Theta_Q \cdot B_\delta \tag{4.82}$$

Beachten Sie, dass das den stromdurchflossenen Leiter umgebende Eigenfeld keine resultierende tangentiale Kraft auf ihn ausübt. Bei Annahme sich periodisch wiederholender Q Nutanordnungen am Maschinenumfang ergibt sich die resultierende tangentiale Summenkraft, die das elektromagnetische Drehmoment ergibt. Liegen die Leiter aber wie üblich in Nuten, so ist zu berücksichtigen, dass ein Großteil des Luftspaltfelds an den Nutenleiter vorbei in den parallel dazu angeordneten, magnetisch sehr gut leitfähigen Zähnen verläuft. Nur ein kleiner Anteil des Luftspaltflusses durchdringt die Nut und erzeugt daher eine sehr geringe Lorentz-Kraft. Trotzdem tritt in Summe pro Nutteilung die Kraft (4.82) auf, denn diese kann direkt aus der radialen und tangentialen Luftspaltfeldkomponente gemäß Kap. 1 berechnet werden, wie nun gezeigt wird. Das resultierende Magnetfeld B im Luftspalt setzt sich aus dem Statorfeld der stromdurchflossenen Nutenleiter und dem Rotormagnetfeld zusammen und weist sowohl eine Radial- als auch eine Tangentialkomponente auf. Die tangential gerichtete Komponente der Maxwell'schen Spannung im Luftspalt $f_t = B_n B_t / \mu_0 = B_n H_t$ wirkt als „spezifischer Drehschub“, d. h. als Tangentialkraft pro Flächeneinheit der Ständerbohrungs-Oberfläche. Das elektromagnetische Drehmoment ergibt sich durch die Summenbildung der Tangentialspannung an einer geschlossenen Hüllfläche über den Läufer im Luftspalt als resultierende Tangentialkraft und dem zugehörigen Hebelarm. Die Hüllfläche ist bei zweidimensionaler Betrachtung eine unendlich lange Zylinderfläche. Wird z. B. die Ständerbohrungs-Oberfläche mit dem Radius $d_{si}/2$ als Hüllfläche gewählt, so ergibt sich das elektromagnetische Drehmoment mit den an dieser Zylinderhüllfläche wirksamen Feldkomponenten, der Länge l_e und dem Hebelarm $d_{si}/2$.

$$M_e = (d_{si}/2) \cdot l_e \cdot \int_C \vec{f}_t \cdot d\vec{s} = (d_{si}/2) \cdot l_e \cdot \int_0^{2p\tau_p} B_n H_t dx \tag{4.83}$$

Wie in Kap. 2 erläutert, kann jede Nutenleiteranordnung durch eine entsprechende Strombelagsverteilung $A(x,\ t)$ ersetzt werden, die im Luftspalt die gleiche Feldverteilung hervorruft wie die originale Nutenleiteranordnung. In Abb. 4.15 ist als Beispiel die Anordnung mit einem in radialer Richtung orientierten Rotor-Magnetfeld und einem Stator-Strombelag $A(x,\ t) = A_s(x,\ t)$ dargestellt. Im Teilstück dx befindet sich die Durchflutung $d\Theta(x,t) = A(x,t) \cdot dx$. Analog zur Berechnung des Felds im Luftspalt in Kap. 3 ergibt bei unendlich permeablem Eisen der Durchflutungssatz, angewendet auf eine geschlossene Kurve C, die sich um die im Teilstück dx enthaltene Durchflutung $d\Theta(x,\ t)$ schließt, dass die magnetische Tangentialfeldstärke im Luftspalt an der Bohrungsoberfläche identisch ist mit dem Strombelag.

$$\int_{x_1}^{x_2} A(x,t)dx = \Theta(x,t) = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_{x_1}^{x_2} (H_{t,\delta} - H_{t,Fe}) \cdot dx = \int_{x_1}^{x_2} H_{t,\delta} \cdot dx$$
$$A(x,t) = H_t(x,t) \tag{4.84}$$

Damit wird das elektromagnetische Drehmoment über die zylindrische Hüllfläche bei $r = d_{si}/2$ aus der Normal- bzw. Radialkomponente des Magnetfelds im Luftspalt $B_n = B_\delta$ bei diesem Radius und dem Strombelag bestimmt.

$$M_e = (d_{si}/2) \cdot l_e \cdot \int_0^{2p\tau_p} B_\delta(x,t) \cdot A(x,t) \cdot dx \tag{4.85}$$

Betrachtet man nochmals die Statornut mit der Nutöffnung s_Q und der Nutdurchflutung Θ_Q, so ist der ihr entsprechende Strombelag gemäß Kap. 2 $A = \Theta_Q/s_Q$. Analog zu (4.85) ergibt sich die Tangentialkraft je Nutteilung für einen konzentrierten Nutenleiter mit der Radialkomponente der Läufer-Flussdichte für unendlich schmale Nutöffnungen s_Q gemäß (4.86).

$$F_\tau = l_e \int_0^{\tau_Q} A(x) \cdot B_\delta(x) \cdot dx = \lim_{s_Q \to 0} l_e B_\delta \int_0^{s_Q} A(x) \cdot dx$$
$$F_\tau = l_e \cdot \Theta_Q \cdot B_\delta \tag{4.86}$$

Das ist die oben berechnete Kraft (4.82) auf einen stromdurchflossenen Leiter, der an der Oberfläche eines glatten Statorblechpakets angeordnet ist, die offenbar auch für die Anordnung des Leiters in einer Nut gültig ist. Es fehlt aber jegliche Angabe über den lokalen Ort des Kraftangriffs, da die versenkte Lage des Leiters in der Nut durch den Strombelag ersetzt wurde. Um über den lokalen Kraftangriff auf die Nutenleiter selbst und die daraus resultierende Beanspruchung der mechanisch empfindlichen Leiterisolation eine Aussage zu treffen, muss die lokale Feldverteilung in der Nut analysiert werden. Da das

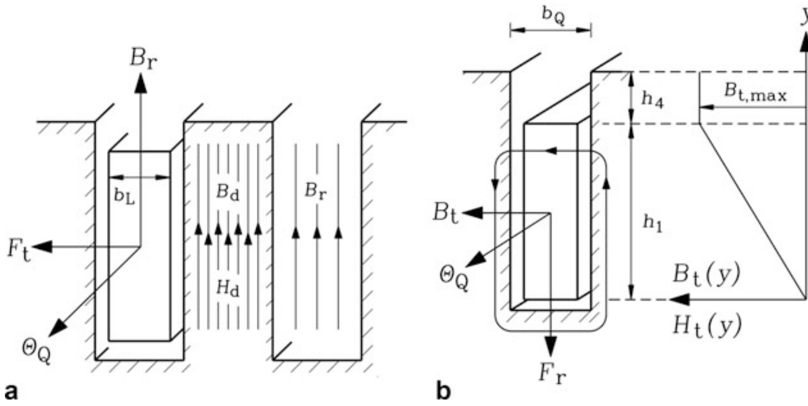


Abb. 4.12 (**a**) Tangentialkraft F_t auf die Nutenleiter und schematische Aufteilung des Radialfelds B_δ auf Nut- und Zahnbereich B_r und B_d, (**b**) Nutquerfeld B_t und Radialkraft F_r auf den Nutenleiter

Eisen eine deutlich höhere Permeabilität $\mu_{Fe} >> \mu_0$ als die amagnetischen Materialien im Nutbereich hat, verlaufen die Feldlinien des Luftspaltflusses nahezu vollständig in den Zähnen mit der Zahnbreite b_d. Der Nutraum mit der Nutbreite b_Q bleibt fast völlig frei vom Radialfeld (Abb. 4.12). Die Zahninduktion B_d und die Radial-Flussdichte in der Nut B_r werden aus dem Luftspaltfluss je Nutteilung und je axialer Länge über die je Nutteilung mittlere Luftspaltflussdichte B_δ aus der Konstanz des Flusses

$$B_\delta \tau_Q = B_r b_Q + B_d b_d$$

und der Stetigkeit der Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke an den Zahnflanken

$$B_r/\mu_0 = H_r = H_d = B_d/\mu_{\prime Fe} \quad (4.87)$$

zu

$$B_d = B_\delta \cdot \frac{\tau_Q}{b_d + b_Q \cdot (\mu_0/\mu_{Fe})},$$
$$B_r = B_\delta \cdot \frac{\tau_Q}{b_Q + b_d \cdot (\mu_{Fe}/\mu_0)} \quad (4.88)$$

berechnet. Damit kommt es zur tangential gerichteten *Lorentz*-Kraft auf den Nutenleiter

$$F_t = l_e \cdot \Theta_Q \cdot B_r, \quad (4.89)$$

mit der er an die Nutwand gedrückt wird. Hinsichtlich der Größe hat diese Kraft praktisch keine Bedeutung. Vergleicht man sie nämlich mit der gesamten Kraft einer Nutteilung entsprechend (4.86), so ist sie im Verhältnis der Radial-Flussdichten in der Nut und im Luftspalt kleiner und damit nur etwa 2 % der Tangentialkraft pro Nutteilung.

$$F_t/F_\tau = B_r/B_\delta = \frac{\tau_Q}{b_Q + b_d \cdot (\mu_{Fe}/\mu_0)} \tag{4.90}$$

Beispiel 4.15

Luftspaltflussdichte $B_\delta = 0.9\,\text{T}$, Verhältnis Zahnbreite/Nutteilung $b_d/\tau_Q = b_Q/\tau_Q = 0.5$, $\mu_{Fe}/\mu_0 = 100$:
a) Zahnflussdichte

$$B_d = B_\delta \cdot \frac{\tau_Q}{b_d + b_Q \cdot (\mu_0/\mu_{Fe})} = 0.9 \cdot \frac{2}{1 + 0.01} = 1.78\,\text{T}$$

b) Radiale Nutflussdichte: $B_r = (\mu_0/\mu_{Fe}) \cdot B_d = 0.0178\,\text{T}$
c) $F_t/F_\tau = B_r/B_\delta = 0.0178/0.9 = 0.0198 \cong 1/50$
Die Verhältniswerte F_t/F_τ sind in der Praxis etwa 1/25 … 1/50.

Das größte in der Nut auftretende Feld ist das Nutquerfeld B_t. Es wird von den Strömen der in der Nut liegende Leiter mit ihrer Durchflutung Θ_Q selbst erregt (Abb. 4.12b). Seine Feldlinien gehen nahezu geradlinig von der einen Zahnflanke quer durch die Nut zur anderen Flanke hinüber. Dieses Querfeld ist an den Nutöffnungen maximal $B_{t,max}$ und überlagert sich dem Längsfeld, das bei stromloser Nut gemäß Abb. 3.14 symmetrisch an den beiden Flanken der Zahnköpfe auf Grund der zweidimensionalen Feldverteilung ebenfalls tangential mit dem Wert B_{t0} eintritt. Somit verstärkt in Abb. 4.12b das Querfeld $B_{t,max}$ an der linken Nutseite in Höhe des Zahnkopfs das resultierende Tangentialfeld gemäß $B_{t,links} = B_{t0} + B_{t,max}$ und schwächt es an der rechten Nutseite $B_{t,rechts} = B_{t0} - B_{t,max}$. Die auf die beiden Zahnflanken in entgegen gesetzte Richtung wirkenden Maxwell'schen Zugspannungen sind somit im Gegensatz zum Fall der stromlosen Nut deutlich unterschiedlich. Ihre Differenz – integriert über die Zahnflankenhöhe – ergibt die verbleibende Tangentialkraft pro Nutteilung $F_\tau - F_t \cong F_\tau$ (Abb. 4.13a). Diese magnetische tangentiale Zugkraft je Nutteilung ist im Wesentlichen die unter (4.86) berechnete Lorentz-Kraft je Nutteilung (Abb. 4.12a).

Fazit:
Der überwiegende Teil der Tangentialkraft je Nutteilung greift als magnetische Zugkraft auf das magnetisierte Eisen der Zahnflanken an. Die Nutleiter und ihre Leiterisolation sind wegen der hohen Eisenpermeabilität gegen seitliche magnetisch erzeugte Druckspannungen stark entlastet. Demnach hat das Versenken des Leiters in die Nut lediglich einer Verlagerung des Kraftangriff-Ortes vom Leiter in den Zahn zur Folge.

Beispiel 4.16

Näherungsweise Berechnung der Lorentz-Kraft je Nutteilung aus den magnetischen Oberflächenspannungen an den Zahnflanken.

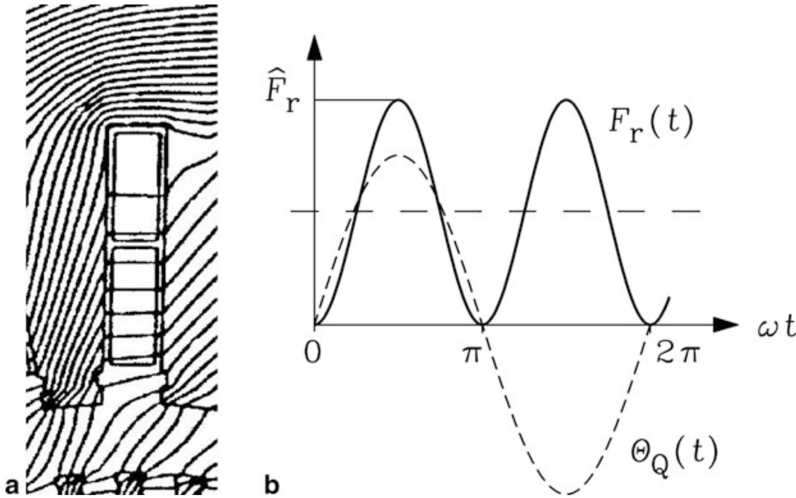


Abb. 4.13 (**a**) Das numerisch berechnete zweidimensionale Magnetfeld einer Statornut einer zweipoligen 400 MVA-Synchronmaschine (Turbogenerator) mit je einem Nutenleiter in der Ober- und Unterschicht (je 11 kA Effektivwert) zeigt den ungleichen magnetischen Zug auf die gegenüberliegenden Zahnflanken im Bereich des Zahnkopfs bzw. Nutkeils und das linear über den Nutenleitern zunehmende Nutquerfeld (Quelle: Fuchs und Senske 1981). (**b**) Die auf die Nutenleiter zufolge des Nutquerfelds wirkende Radialkraft ist zum Nutgrund gerichtet und pulsiert mit doppelter Statorstromfrequenz (Quelle: Böning 1978)

Lösung:
Für $\mu_{Fe} >> \mu_0$ und daher $H_{Fe} \cong 0$ wird das Nutquerfeld aus dem Durchflutungssatz berechnet, wobei als Integrationskurve C eine geschlossene B-Feldlinie gewählt wird (Abb. 4.12b) mit den Abschnitten b_Q als Nutbreite und s_{Fe} als Weg im Eisen. Diese Feldlinien umschließen die Nutdurchflutung einseitig über das Eisen, um möglichst weitgehend im hochpermeablen Eisen verlaufen zu können. Der Nutenleiter mit der Breite b_L und der Stromdichte $J = \Theta_Q/(b_L h_1)$ füllt die Nut im Bereich der Höhe h_1 bei Vernachlässigung der Nutisolation gänzlich aus (Näherung!). Im Bereich des Nutansatzes h_4 der Nut wird die Nut mit einem unmagnetischen Keil verschlossen.

Kreuzt man die Nut beim Durchflutungsumlauf C in Abb. 4.12b in der Höhe $0 \leq y \leq h_1$, so folgt:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_t(y) \cdot b_Q + \underbrace{H_{Fe}}_{\to 0} \cdot s_{Fe} = H_t(y) \cdot b_Q = \Theta_Q(y) = J \cdot y \cdot b_L \quad 0 \leq y \leq h_1$$

Bei Umläufen, die den Leiter komplett einschließen, gilt:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{t,max} \cdot b_Q + \underbrace{H_{Fe}}_{\to 0} \cdot s_{Fe} = H_{t,max} \cdot b_Q = \Theta_Q = J \cdot h_1 \cdot b_L \quad h_1 \leq y \leq h_1 + h_4$$

Im Bereich des Nutansatzes h_4 ist das Nutquerfeld konstant: $B_{t,max} = \mu_0 \Theta_Q / b_Q$ (Abb. 4.12b). Das Luftspaltfeld B_δ dringt gemäß Bsp. 4.15 wegen $\mu_{Fe} >> \mu_0$ nicht in den Bereich des Nutinneren h_1 vor. Wir nehmen an, dass der aus dem Luftspalt eindringende Fluss $B_\delta b_Q l_e$ im Bereich h_4 nach links und rechts in die Zahnflanken als Flussdichte $B_{t0} = B_\delta b_Q/(2h_4)$ rechtwinklig einmündet. Er überlagert sich dort mit $B_{t,max}$ als $B_{t,links} = B_{t0} + B_{t,max}$ und $B_{t,rechts} = B_{t0} - B_{t,max}$. Die resultierende Tangentialkraft je Nutteilung bei Annahme sich periodisch wiederholender Q Nutanordnungen am Maschinenumfang erfolgt über den Q-ten Teil der Integration der Maxwell'schen Zugspannungen über die geschlossene Hüllfläche des Stators, bestehend aus der geschlossenen Oberfläche über die Eisenstruktur des Stators mit der geschlossenen Kurve C_s der genuteten Statorkontur.

$$F_\tau = l_e \cdot (B^2_{t,links} - B^2_{t,rechts}) \cdot h_4/(2\mu_0) = 4l_e \cdot B_{t0} \cdot B_{t,max} \cdot h_4/(2\mu_0)$$
$$F_\tau = 4l_e \cdot \frac{B_\delta b_Q}{2h_4} \cdot \frac{\mu_0 \Theta_Q}{b_Q} \cdot \frac{h_4}{2\mu_0} = l_e \cdot \Theta_Q \cdot B_\delta$$

Bei Vernachlässigung des Radialfelds im Nutinneren ist die Tangentialkraft pro Nut nur aus der Differenz der Maxwell'schen Zugspannungen auf die Zahnflanken erklärbar.

c) Radialkraft der Nutenleiter infolge des Nutquerfelds: Durch das in den bestromten Nuten tangential verlaufende Nutquerfeld entstehen radial gerichtete Kräfte auf die stromführenden Leiter (Abb. 4.12b). Im einfachsten Fall *eines* Leiters (oder mehrerer gleichphasig stromdurchflossener Leiter) je Nut ergibt sich eine nur zum Nutgrund gerichtete Kraft F_r. In der Nut mit der Breite b_Q erzeugt die Nutdurchflutung bei Wechselstromspeisung

$$\Theta_Q(t) = \hat{\Theta}_Q \sin(\omega t) \tag{4.91}$$

im Leiterbereich mit der Höhe h_1 gemäß Beispiel 4.16 das linear von Null auf $H_t(y) = (\Theta_Q/b_Q) \cdot (y/h_1)$ zunehmende Nutquerfeld

$$B_t(y,t) = \mu_0 \frac{\Theta_Q(t)}{b_Q} \cdot \frac{y}{h_1} \tag{4.92}$$

Dieses bildet mit der Stromdichte J im Leiter eine zum Nutgrund gerichtete Lorentz-Kraftdichte als Kraft je Leitervolumen V. Bei über dem Leiterquerschnitt gleichmäßig verteilter Stromdichte ist diese nur von der Zeit t abhängig: $J(t)$.

$$\vec{F}/V = \vec{J} \times \vec{B} \Rightarrow F_r/V = J(t) \cdot B_t(y,t) \tag{4.93}$$

Durch Integration der linear von der Unter- zu Oberkante des Leiters zunehmenden Kraftdichte über das Leitervolumen ergibt sich die resultierende, auf den Leiter wirkende Lorentz-Stromkraft mit $l = l_{Fe}$ aus dem mittleren Nutquerfeld $B_{t,av}(t) = \mu_0 \Theta_Q(t)/(2b_Q)$ und der Nutdurchflutung $\Theta_Q(t)$.

$$F_r(t) = l \cdot b_L \int_0^{h_1} J(t) \cdot B_t(y,t) \cdot dy = l \cdot \Theta_Q(t) \cdot B_{t,av}(t)$$

$$F_r(t) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{l}{b_Q} \cdot \hat{\Theta}_Q^2 \cdot \sin^2(\omega t) \tag{4.94}$$

Sie pulsiert wegen $\sin^2(\omega t) = (1 - \cos(2\omega t))/2$ mit doppelter Stromfrequenz zwischen Null und dem Höchstwert

$$\hat{F}_r = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{l}{b_Q} \cdot \hat{\Theta}_Q^2 \tag{4.95}$$

und ist zum Nutgrund hin gerichtet (Abb. 4.13b). Die Kraft zeigt auch weiterhin zum Nutgrund, wenn der Strom während der negativen Halbperiode in umgekehrter Richtung fließt, denn die Richtung des vom Strom verursachten Querfeldes wechselt ebenfalls. Die Kraft ist im Betrieb ständig wirksam, abhängig vom Augenblickswert des Nutstromes, gleichgültig ob Gleich- oder Wechselstrom fließt. Vor allem bei großen Maschinen im MW-Bereich ist diese Radialkraft so groß, dass sie durch entsprechende Fertigungsverfahren sicher beherrscht werden muss. Bei Einschalt- oder Stoßkurzschluss-Stromspitzen steigt sie auf wesentlich höhere Beträge als im Normalbetrieb. Solche starken kurzzeitigen Kräfte treten auf

- bei besonderen Betriebsfällen wie Zuschaltung und Netzumschaltung von Asynchronmotoren,
- bei Störungen wie plötzlicher Klemmenkurzschluss von Synchron- und Asynchronmaschinen (Kap. 15 und 16) und
- bei Fehlsynchronisation von Synchronmaschinen (Kap. 16).

Die Stromspitzen nehmen Werte zwischen dem 5- und 15-fachen des Bemessungsstrom-Scheitelwerts an. Die Kräfte steigen quadratisch mit dem Strom, wenn man die bei diesen hohen Strömen auftretende zusätzliche Eisensättigung auf Grund des dann deutlich erhöhten Nutquerfelds vernachlässigt. Der höchste Anpressdruck als Kraft pro Fläche

$$\hat{f}_r = \hat{F}_r/(b_Q \cdot l) = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{\hat{\Theta}_Q^2}{b_Q^2} \tag{4.96}$$

erreicht aber selbst bei Stoßkurzschluss-Stromspitzen mit typisch dem 10 ... 15-fachen Bemessungsstrom nicht die Druckfestigkeit der Isolier- und Schichtpressstoffe der Nutisolierung. Kritisch für das Altern der Isolierung ist vielmehr die Kraftpulsation, weil sie eine Wechselbeanspruchung ist.

Fazit:
Das von den stromdurchflossenen Nutenleitern erregte Nutquerfeld übt auf diese eine zum Nutgrund hin gerichtete Kraft aus, die bei Wechselstromspeisung zwischen Null und dem Scheitelwert mit doppelter Stromfrequenz pulsiert.

Beispiel 4.17

Netzbetrieb eines Synchron-Turbogenerators in einem Steinkohle-Kraftwerk: $S_N = 800\,\text{MVA}$, Bemessungsspannung $U_N = 21\,\text{kV}$, 50 Hz, Zweischicht-Stabwicklung = Windungszahl je Spule $N_c = 1$, zwei parallele Wicklungszweige $a = 2$, Nutbreite $b_Q = 48$ mm, Wasserstoffkühlung in Kupfer-Hohlleitern.

a) Berechnen Sie die Anzahl der Lastwechsel pro Tag und ihre Druckamplitude!
b) Wie groß ist die Druckamplitude bei Bemessungsbetrieb und bei Stoßkurzschluss, wenn die Stoßkurzschluss-Stromamplitude den 12-fachen Bemessungsstrom-Scheitelwert beträgt!

Lösung:

a) $2f = 100\,\text{Hz}$: 100 Pulsationen je Sekunde bzw. rund 9 Millionen Pulsationen pro Tag ! $(24 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 100 = 8640000)$
b) Bemessungsbetrieb: $I_N = S_N/(\sqrt{3}U_N)$, Bemessungsstrom $I_N = 22\,\text{kA}$, Leiterstrom $I_c = I_N/a = 11\,\text{kA}$,

Nutdurchflutung $\Theta_Q = 2N_cI_c = 2N_c \cdot (I_N/a) = I_N$:
$\hat{f}_r = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{\hat{\Theta}_Q^2}{b_Q^2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2} \cdot \frac{(22000 \cdot \sqrt{2})^2}{0.048^2} = 263981\,\text{Pa} = 0.26\,\text{MPa} = 2.6\,\text{bar}$ bei Bemessungsbetrieb.
Stoßkurzschluss: $\hat{f}_r = 12^2 \cdot 263981 = 38\,\text{MPa}$

Der Anregekraft (4.94) überlagert sich die anregende Kraft des schwingenden Blechpakets, was vor allem bei 2-poligen Großmaschinen die Hauptursache für Schwingungen der Nutenleiter ist. Die Biegesteifigkeit der Spulenseiten über ihre schmale Kante ist so groß, dass sie über ihre gesamte Länge lateral in der Nut schwingen können, weil ihnen nur kleine Biegesteifigkeiten entgegenwirken. Bei mangelhafter oder nachlassender Halterung der Nutfüllung wie schlechter Verkeilung der Nutenleiter, zu weicher Leiterisolation oder Lockerung des Nutverbandes durch wiederholte unterschiedliche Wärmedehnung bei Lastwechseln und Alterung der Isolation führen die Wechselkräfte zur schwingenden Bewegung der Leiter in der Nut (Liese und Brown 2008). Deshalb ist bei elektrischen Großmaschinen, vor allem bei großen zwei- und vierpoligen Turbogeneratoren (Kap. 8), ein spezielles Nutdesign erforderlich, das hier am Beispiel einer bestimmten Ausführung

eines Herstellers mit Hohlleitern erläutert wird (Abb. 4.14), (Reichert 1966). Bei großen Synchrongeneratoren liegt in der Ober- und Unterschicht oft nur je eine Windung, aufgebaut aus vielen, elektrisch parallel geschalteten, gegeneinander isolierten und miteinander verdrillten Teilleitern, um durch das mit Statorfrequenz pulsierende Nutquerfeld hervorgerufene Wirbelströme zu unterdrücken (Bapat 1973, vgl. Kap. 6). Als halbe Windung je Nut werden sie als „Stäbe" bezeichnet (vgl. Kap. 2) (Sequenz 1973; Schuler 1980). Nach dem Erfinder dieser Drillleiter-Stäbe L. Roebel werden sie auch Roebel-Stäbe genannt.

Die Zweischichtwicklung, bestehend je Nut aus einem Ober- und einem Unterstab, ist über die Hauptisolierung gegen das geerdete Blechpaket elektrisch isoliert. Geringfügige fertigungs- oder betriebsbedingte Spalte zwischen der Isolierung und dem Blechpaket können wegen der dann dort auftretenden elektrischen Feldstärke zu lokalen Entladungen der Luft führen („Teilentladungen"), wenn die elektrische Spannung am Spalt die Glimmeinsetzspannung übersteigt. Diese Teilentladungen können die Isolierung schädigen (Weickert 1958; Weidner 2009). Deshalb ist außen auf die Isolierung eine schwach leitende Schicht als Außenglimmschutz aufgebracht. Wenn diese Schicht sowohl die Isolierung als auch das Blechpaket kontaktiert, treibt die elektrische Feldstärke einen kleinen Strom über sie und das Blechpaket gegen Erde (Kugler 1976).

Der dann auftretende Spannungsfall an der Außenglimmschicht ist kleiner als die Glimmeinsetzspannung und verhindert so die Teilentladungen. Zur Beherrschung der Stabschwingungen wird während der Fertigung die Isolierung der Stäbe bereits vorgepresst („vorgesetzt, vorgealtert"). Danach werden die Stäbe spielfrei in die Nuten eingebaut und fest verkeilt. Aber dadurch lässt sich auf Grund wechselnder Wärmedehnungen bei unterschiedlicher Belastung der E-Maschine und auf Grund der oben beschriebenen Wechselkräfte auf Dauer nichts erreichen. Der Wärmeausdehnungskoeffizient der Isolierung quer zur Isolierhülse ist 3.2-mal größer als der des Blechpaketeisens, der des Kupfers etwa 1.35-fach größer. Das Kupfer hat insbesondere bei indirekter Leiterkühlung die höchste Temperatur, das Eisen die niedrigste, und auch die Temperatur der Isolierung liegt über der Eisentemperatur. Bei Erwärmung will sich der Nutinhalt aufgrund dieser Ausgangslage über die Ränder der sich nur relativ geringfügig ausdehnenden Nut hinaus ausdehnen, kann es aber nicht. Die behinderte Wärmedehnung führt zu so großen Kräften, dass der Stab nach entsprechender plastischer Verformung der Isolierung in die Nut passt, die Stabisolierung also bleibend zusammengepresst wird. Daran ändert auch ein „Vorsetzen" der Stäbe nichts. Bei nachfolgendem, betriebsbedingtem Abkühlen tritt somit eine Lose auf. Nach dieser ersten, thermisch bedingten Lose der Stäbe wird das Spiel zwischen Stab und Wand zusätzlich durch mechanische Verformungen infolge der oben beschriebenen Wechselkräfte kontinuierlich vergrößert (Hämmern gegen die Nutwand). Von Zeit zu Zeit können Nachverkeilungen zwar für eine Verringerung der Lose sorgen. Eine dauerhafte Lösung ist aber der Einsatz von Nutkopf- und Nutseitenfedern zur Beherrschung der Stabschwingungen. Ihr maximaler Federweg in radialer und tangentialer Richtung ist größer als die thermische Dehnung des Stabes bei Erwärmung auf Betriebstemperatur. Dadurch erfährt der Stab keine zusätzlichen Kräfte, wie sie bei satter Befestigung der Stäbe in der Nut durch behinderte Wärmedehnung

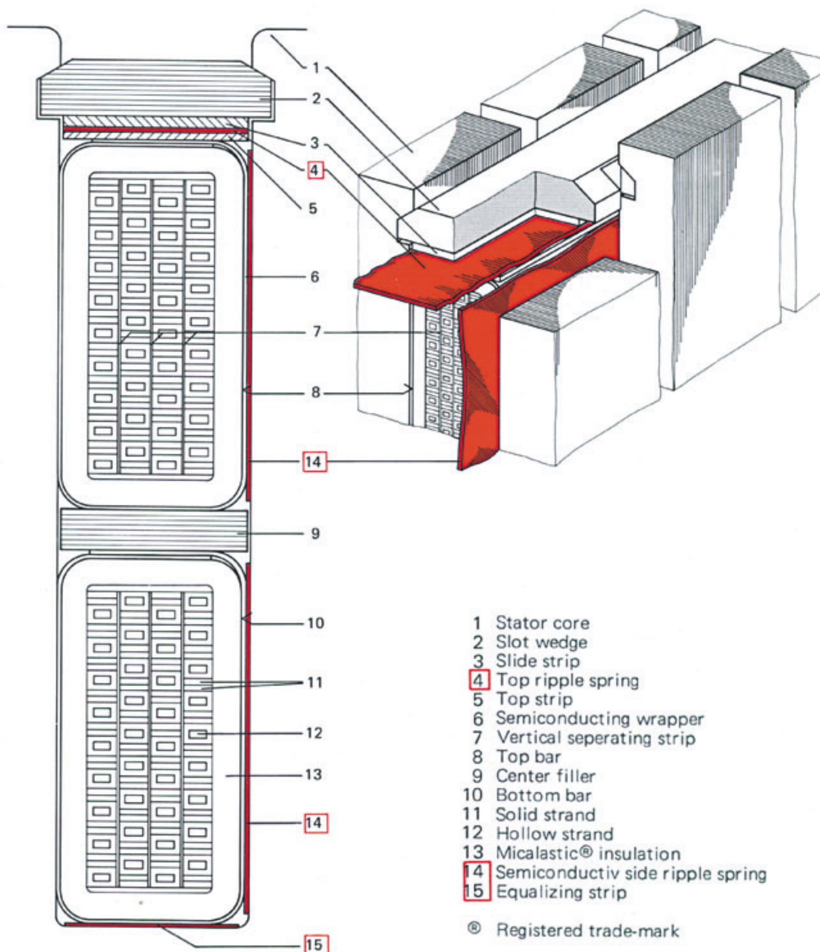


Abb. 4.14 Querschnitt durch eine Nut mit einer Zweischichtwicklung, bestehend aus einem Ober- und einem Unterstab (Weidner 2008). Jeder Stab ist aus 4 × 27 miteinander verdrillten Kupfer-Teilleitern aufgebaut, wobei jeder dritte Teilleiter hohl ist, um mit einem deionisierten Kühlwasserstrom direkt gekühlt zu werden (Jäger 1973). 1: Statorblechpaket, 2: Nutverschlusskeil, 3: Rutschstreifen, 4: Nutkopf-Wellfeder, 5: Deckstreifen, 6: halbleitender Außenglimmschutz, 7: vertikale Isolierung zwischen den Teilleitern, 8: Oberstab, 9: Zwischenstück, 10: Unterstab, 11: massive Teilleiter, 12: hohler Teilleiter, 13: Hochspannungsisolierung, 14: halbleitende Nutseiten-Wellfeder, 15: Nutausgleichsstreifen

entstehen würden. Stab und Isolierung erfahren bei der thermischen Ausdehnung nur kontrollierte Federkräfte. Das langsame, bleibende Zusammenpressen („Kriechen") der Isolierung der während der Fertigung bereits „vorgesetzten" Stäbe ist dadurch im Betrieb minimal, und die Stäbe sind auf lange Betriebszeiten praktisch spielfrei und kontrolliert in der Nut fixiert. Die Nutseitenfeder erfüllt zudem eine elektrische Aufgabe. Sie

ist schwach leitend („halbleitend“) und verbindet den Außenglimmschutz der Stäbe mit dem Erdpotenzial des Blechpakets sicher, auch bei im Betrieb auf Grund unterschiedlicher Wicklungserwärmungen veränderlicher Spaltweiten zwischen Stab und Nutwand.

4.7 Elektromagnetisches Drehmoment

a) Konstanter Luftspalt: Bei Drehfeldmaschinen mit konstantem Luftspalt wird das Drehmoment durch die tangential wirkenden *Lorentz*-Kräfte des Rotor-Magnetfelds auf die stromdurchflossenen Stator-Nutenleiter (oder umgekehrt des Stator-Magnetfelds auf die stromdurchflossenen Rotor-Nutenleiter) im Luftspalt erzeugt. Wie in Abschn. 4.6 erläutert, kann das elektromagnetische Drehmoment stets als Integration der tangentialen Maxwell'schen Spannung im Luftspalt $f_t = B_n B_t / \mu_0 = B_n H_t$, dem „spezifischen Drehschub“, an einer geschlossenen Hüllfläche über den Läufer im Luftspalt, z. B. an der Ständerbohrungs-Oberfläche, mit dem zugehörigen Hebelarm $d_{si}/2$ berechnet werden, wobei die Tangentialkomponente der magnetischen Feldstärke an der Ständerbohrung identisch mit dem Strombelag $A(x)$ ist (Abb. 4.15).

$$M_e = (d_{si}/2) \cdot l_e \cdot \int_C \vec{f}_t \cdot d\vec{s} = (d_{si}/2) \cdot l_e \cdot \int_0^{2p\tau_p} B_\delta(x,t) \cdot A(x,t) \cdot dx \tag{4.97}$$

Eine alternative, etwas anschaulichere Herleitung von (4.97) erfolgt direkt aus der *Lorentz*-Kraft ohne den Begriff der Maxwell'schen Spannungen, wenn – wie in Abschn. 4.6 erläutert – die Leiter direkt an der glatten Bohrungsoberfläche angeordnet werden. Die Lorentz-Kraft ergibt sich mit dem Vektor der magnetischen Luftspaltflussdichte B_δ, die

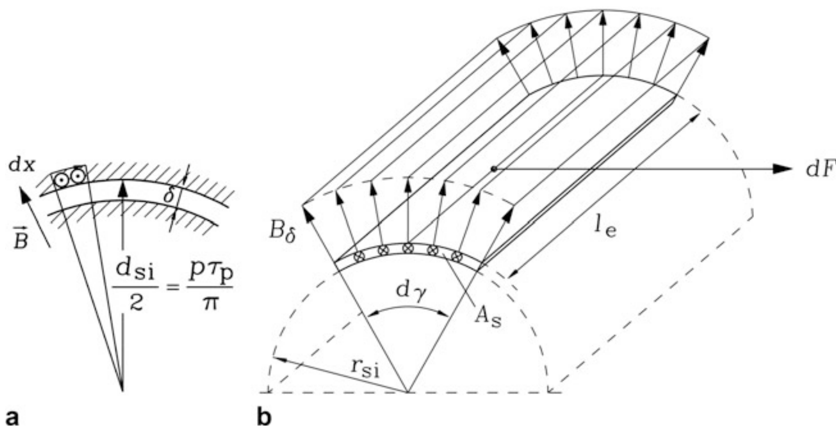


Abb. 4.15 (**a**) Radiale Luftspaltflussdichte B, Strombelag der differentiell kleinen Bogenlänge dx (Winkel $d\gamma$) und Hebelarm $r_{si} = d_{si}/2$, (**b**) Differentieller Beitrag zur Lorentz-Kraft im Abschnitt $d\gamma$

z. B. wie in Kap. 3 erläutert, von einem gleichstromerregten Polrad stammt, auf jedes stromführende Leiterstück der Länge $d\vec{s}$ (Richtungsvektor $d\vec{s}$) und wirkt in tangentialer, also Rotorumfangs-Richtung, da die Leiterachsen in Richtung der Rotordrehachse und damit rechtwinklig zum Feldvektor angeordnet sind (Abb. 4.15a).

$$d\vec{F} = I_c(t) \cdot d\vec{s} \times \vec{B}_\delta \tag{4.98}$$

Bei beliebigen zeitlichen Änderungen der Leiterstromstärke ergibt sich für die tangentiale Kraft auf ein Leiterstück (4.99).

$$dF(t) = I_c(t) \cdot B_\delta \cdot ds \tag{4.99}$$

Da die Flussdichte im Luftspalt in axialer Richtung konstant entlang der ideellen Eisenlänge l_e ist, erhalten wir für die Tangentialkraft pro Leiter:

$$F(t) = \int_0^{l_e} dF(t) = I_c(t) \cdot B_\delta \cdot \int_0^{l_e} ds = I_c(t) \cdot B_\delta \cdot l_e \tag{4.100}$$

Bei a parallelen Zweigen je Wicklungsstrang ist der Strom je Strang a-mal so groß wie der Strom je Leiter $I(t) = a \cdot I_c(t)$.

Die Gesamtzahl aller z Leiter der m Wicklungsstränge ergibt einen zunächst räumlich beliebig verteilten Strombelag A, was einer von Ort und Zeit abhängigen Stromstärke $I(x,\ t)$ in den einzelnen Leitern am Umfang mit der Umfangskoordinate x (Abb. 4.15a) entspricht. Pro Element dx am Umfang der Ständerbohrung erhalten wir einen differentiell kleinen Beitrag zum Drehmoment, z. B. durch Multiplikation der Läuferluftspaltflussdichte mit dem Ständerstrombelag.

$$dM_e(x,t) = \frac{I(x,t)}{a} \cdot \frac{z \cdot dx}{d_{si}\pi} \cdot B_\delta(x,t) \cdot l_e \cdot \frac{d_{si}}{2} \tag{4.101}$$

Das resultierende elektromagnetische Drehmoment wird durch Summierung aller Drehmomentbeiträge am Umfang erhalten (Ponick 1998).

$$M_e(t) = \int_0^{2p\tau_p} dM_e = \int_0^{2p\tau_p} \frac{I(x,t)}{a} \cdot \frac{z}{d_{si}\pi} \cdot B_\delta(x,t) \cdot l_e \cdot \frac{d_{si}}{2} \cdot dx \tag{4.102}$$

Mit dem Strombelag $A(x,t) = \frac{z \cdot I(x,t)/a}{d_{si}\pi}$ erhalten wir daraus wieder (4.97). Wir berechnen das Drehmoment für die Grundwellen des Läuferluftspaltfelds (4.1) und des Ständerstrombelags A_s, wobei das Maximum der Strombelagswelle gegenüber dem Maximum der Luftspaltfeldwelle der Radialfeldkomponente um den „inneren Phasenwinkel" φ_i verschoben ist. Die vom Ständerstrombelag A_s erregte magnetische Spannung ist $V_s(x,\ t)$

mit $A_s = dV_s/dx$ (Kap. 2). Aus der Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung wird die Grundwelle der Strombelagsverteilung bestimmt.

$$A_s(x,t) = \frac{d}{dx}(\hat{V}_1 \cdot \sin(x\pi/\tau_p - \omega t - \varphi_i))$$

$$A_s(x,t) = \frac{\hat{V}_1 \pi}{\tau_p} \cdot \cos(x\pi/\tau_p - \omega t - \varphi_i) \tag{4.103}$$

$$\hat{A}_1 = \hat{V}_1 \cdot \pi/\tau_p = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m}{p} \cdot N \cdot k_{w1} \cdot I \cdot \pi/\tau_p = \sqrt{2} \cdot k_{w1} \cdot A \tag{4.104}$$

Neben dem Grundwellen-Strombelag und seiner Amplitude $\hat{A}_1$ ist auch der „effektive" Strombelag gebräuchlich.

$$A = \frac{2 \cdot m \cdot N \cdot I}{2p \cdot \tau_p} \tag{4.105}$$

Er stellt die gleichmäßig entlang dem Ständerumfang „verteilte" Durchflutung aller m Wicklungssträngen dar, berechnet mit dem Effektivwert des Strangstroms I. Er ist groß bei intensiv gekühlten Maschinen, sagt also etwas Charakteristisches zur Stromausnutzung des jeweiligen Maschinenumfangs aus, wie in Abschn. 4.8 erläutert wird.

$$M_e = \int_0^{2\pi p} \hat{A}_1 \cos(\gamma - \omega t - \varphi_i) \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cos(\gamma - \omega t) \cdot l_e \cdot p \cdot \frac{\tau_p^2}{\pi^2} \cdot d\gamma$$

$$M_e = \frac{\pi d_{si}^2 l_e}{4} \cdot \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos \varphi_i \tag{4.106}$$

Fazit:
Das elektromagnetische Drehmoment aus der rotierenden Läuferfeldgrundwelle und der mit gleicher Geschwindigkeit rotierenden Grundwelle des Ständerstrombelags gleicher Polzahl ist zeitlich konstant. Seine Größe ist von den Amplituden der beiden Wellen und dem Phasenverschiebungswinkel zwischen ihnen abhängig. Ist die Phasenverschiebung Null ($\varphi_i = 0$)*, so ist das Moment maximal, da die maximale Flussdichte am Ort maximalen Strombelags auftritt und somit die zugehörige Lorentz-Kraft maximal ist. Das Drehmoment ist proportional zum „Bohrungsvolumen"* $d_{si}^2\pi \cdot l_e/4$ *und zum Produkt der Amplituden der Strombelags- und Feldgrundwelle.*

Beispiel 4.18

Erzeugt das Magnetfeld einer bestromten Ständerdrehfeldwicklung mit einem wicklungslosen Eisenläufer bei konstantem Luftspalt δ ein Drehmoment?

Lösung:
Die Strombelagswelle

$$A(x,t) = \hat{A}_1 \cdot \cos(x\pi/\tau_p - \omega t)$$

erzeugt gemäß $A = dV/dx$ eine magnetische Spannungsverteilung

$$V(x,t) = \hat{V}_1 \cdot \sin(x\pi/\tau_p - \omega t),$$

die bei unendlich permeablem Eisen das Luftspaltfeld

$$B_\delta(x,t) = \hat{B}_{\delta 1} \cdot \sin(x\pi/\tau_p - \omega t)$$

mit der Amplitude $\hat{B}_{\delta 1} = \mu_0 \hat{V}_1/\delta_e$ erregt. Das von dieser Feldwelle mit der Strombelagswelle erzeugte Drehmoment ist Null, da beide um $\varphi_i = 90°$ zueinander phasenverschoben sind: $\cos\varphi_i = \cos(\pi/2) = 0$.

Es wird nun geprüft, ob oder wann Oberwellen drehmomentbildend zusammenarbeiten können. Es ergeben Läuferfeldoberwellen und Ständer-Strombelagsoberwellen

$$B_{\delta\mu}(x,t) = \hat{B}_{\delta\mu} \cdot \cos(\mu \cdot x\pi/\tau_p - \omega_\mu t) \tag{4.107a}$$

$$A_\nu(x,t) = \hat{A}_\nu \cdot \cos(\nu \cdot x\pi/\tau_p - \omega_\nu t - \varphi_{i\nu}) \tag{4.107b}$$

beliebiger Polpaarzahl $\mu \cdot p$, $\nu \cdot p$ und Frequenz ω_μ, ω_ν mit der Drehmomentberechung (4.106) das Drehmoment Null, wenn die Polzahlen unterschiedlich sind, also $M_{e,\nu\mu} = 0$ für $|\nu| \neq |\mu|$. Falls die Polzahlen gleich sind ($|\nu| = |\mu|$), aber die Kreisfrequenzen unterschiedlich ($\omega_\nu \neq \omega_\mu$), ergeben sich zeitlich pulsierende Drehmomente mit dem Mittelwert Null.

$$\nu = \pm\mu : M_{e,\nu\mu} = \frac{d_{si}^2 l_e \pi}{4} \hat{A}_\nu \hat{B}_{\delta\mu} \cos((\omega_\nu \mp \omega_\mu) \cdot t + \varphi_{i\nu}) \tag{4.108}$$

Ein zeitlich konstantes Drehmoment kann auch erreicht werden, wenn alle Leiter eines Pols denselben Strom mit der gleichen Polarität führen und benachbarte Pole unterschiedliche Stromflussrichtung aufweisen. Wenn die Normalkomponente des Magnetfelds relativ zu diesem Strombelag ruht und ebenfalls abwechselnd positive und negative Polarität aufweist, ergeben sich die Verhältnisse bei der Gleichstrommaschine. Ihr elektromagnetisches Drehmoment ist zeitlich konstant (Kap. 11).

Bezieht man in (4.106) die resultierende Tangentialkraft $M_e/(d_{si}/2)$ auf die Bohrungsoberfläche $d_{si}\pi l_e$, so erhält man den spezifischen Wirk-Drehschub $\tau_{AC} = \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos\varphi_i/2$ als Tangentialkraft pro Fläche. Ist die Phasenverschiebung zwischen Strombelags- und Felddrehwellen Null, so tritt als Maximalwert der „spezifische Drehschub" auf.

$$\tau = \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1}/2 \tag{4.109}$$

Er ist für die Sinusgrundwellenmaschine das Maß für die thermische und elektromagnetische Ausnutzung, da der Strombelag über die Stromwärmeverluste in der Wicklung maßgeblich deren Erwärmung bestimmt und die Höhe der Flussdichte die Ausnutzung des magnetischen Kreises angibt.

Beispiel 4.19

Bestimmen Sie den maximal möglichen spezifischen Wirk-Drehschub einer Drehfeldmaschine bei einer Amplitude der Luftspaltflussdichte 1.0 T und einem effektiven Strombelag $A = 700$ A/cm, wie er für durchzugsbelüftete Maschinen mittlerer Größe typisch ist! Der Grundwellen-Wicklungsfaktor wird gemäß Kap. 3 mit $k_{w1} \approx 0.95$ abgeschätzt.

Lösung:
$\hat{A}_1 = \sqrt{2} \cdot k_{w1} \cdot A = 940$ A/cm. Maximaler Wirkschub tritt bei $\cos\varphi_i = 1$ auf: $\tau_{AC,max} = \tau = \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1}/2 = 94000 \cdot 1/2 = 47000\,\text{N/m}^2$.

Fazit:
Elektrische Maschinen weisen relativ geringe spezifische Drehschübe von nur ca. 0.5 bar auf. Eine Steigerung des spezifischen Drehschubs ist nur über den Strombelag, also über eine intensivierte Kühlung, möglich, da die Sättigung des Eisens einer Steigerung der magnetischen Flussdichte enge Grenzen setzt. Die von ihnen erzeugte Kraft pro Fläche ist gegenüber pneumatisch oder hydrostatisch erzeugten Drücken (z. B. hydraulische Presse) deutlich geringer. Für geringe Geschwindigkeiten, aber sehr große Kräfte, sind folglich zumeist Getriebe erforderlich. Dank der möglichen sehr hohen Umfangsgeschwindigkeiten in elektrischen Maschinen (bis zu ca. 600 km/h) sind aber trotz der geringen Kraftdichten sehr hohe Leistungen möglich. Damit lassen E-Maschinen hohe Leistungsdichten bei deutlich geringerem Verschleiß zu, da die Kräfte berührungslos übertragen werden, womit sie gegenüber hydraulischen und pneumatischen Maschinen im Vorteil sind.

b) Variabler Luftspalt: Ist die Oberfläche des Läufers so geformt, dass je Pol durch nicht-konstanten Luftspalt eine Lücke auftritt, so kann eine bestromte Ständerdrehfeldwicklung mit diesem Rotor ein Drehmoment erzeugen, ohne dass der Läufer von sich aus ein Magnetfeld erregt. Da der magnetische Widerstand, die Reluktanz, bei Annahme unendlich permeablen Eisens nur durch den Luftspalt bewirkt wird, entsteht bei polperiodisch variablem Luftspalt eine entsprechende Reluktanzänderung, die von dem mittleren effektiven Luftspalt δ_e und dem Reluktanzparameter λ abhängt, der umso größer ist, je größer der Unterschied zwischen minimalem und maximalem Luftspalt ist. Diese Aussagen werden nachfolgend begründet.

$$\frac{1}{\delta(x,t)} = \frac{1}{\delta_e} \cdot \left(1 + \lambda \cdot \sin(2x\pi/\tau_p - 2\omega t - \varphi_i)\right) \tag{4.110}$$

Die zur Grundwelle des Ständerstrombelags $\hat{A}_1 \cdot \cos(x\pi/\tau_p - \omega t)$ gehörende Verteilung der „magnetischen Spannung“

$$V(x,t) = \hat{V}_1 \cdot \sin(x\pi/\tau_p - \omega t)$$

mit der Amplitude $\hat{V}_1 = (\tau_p/\pi) \cdot \hat{A}_1$ erregt das Luftspaltfeld, das durch Modulation von V mit den magnetischen Leitwert des variablen Luftspalts drei Anteile enthält.

$$\begin{aligned} B(x,t) &= \mu_0 \frac{V(x,t)}{\delta(x,t)} = \mu_0 \frac{\hat{V}_1}{\delta_e} \cdot \sin\left(\frac{x\pi}{\tau_p} - \omega t\right) + \\ &+ \mu_0 \frac{\lambda \cdot \hat{V}_1}{2\delta_e} \cdot \cos\left(\frac{x\pi}{\tau_p} - \omega t - \varphi_i\right) - \mu_0 \frac{\lambda \cdot \hat{V}_1}{2\delta_e} \cdot \cos\left(\frac{3x\pi}{\tau_p} - 3\omega t - \varphi_i\right) \end{aligned} \tag{4.111}$$

Mit (4.106) folgt, dass die Strombelagswelle mit dem ersten Feldanteil kein Drehmoment erzeugt, weil beide Wellen um den Winkel $\varphi_i = 90°$ phasenverschoben sind. Mit dem dritten Feldanteil erzeugt die Strombelagswelle wegen der um den Faktor 3 unterschiedlichen Polpaarzahlen ebenfalls kein Drehmoment. Mit dem zweiten Feldanteil entsteht das zeitlich konstante Reluktanz-Drehmoment, das proportional zum Quadrat des Stroms bzw. der ihn treibenden elektrischen Strangspannung ist.

$$M_e = \frac{d_{si}^2 \pi \cdot l_e}{4} \cdot \mu_0 \cdot \frac{\lambda}{2\delta_e} \cdot \frac{\tau_p}{\pi} \hat{A}_1^2 \cdot \cos\varphi_i \tag{4.112}$$

Das Moment ist maximal bei $\varphi_i = 0$, also wenn die Amplitude der magnetischen Spannung am Ort zwischen minimalem Luftspalt (Längsachse, 0° el.) und maximalem Luftspalt (Querachse, 90° el.) auftritt, was gegenüber der Längsachse eine räumliche Phasenverschiebung von 45° el. bedeutet (siehe Kap. 8 und 10).

Fazit:
Das elektromagnetische Drehmoment kann auf zwei Arten erzeugt werden: als Wechselwirkung zwischen einem Magnetfeld und stromdurchflossenen Leitern über die Lorentz-Kraft oder zwischen einem Magnetfeld und einem Eisen-Sekundärteil mit unterschiedlicher Reluktanz. Da der Reluktanzunterschied durch die Luftspalt- und Läufergeometrie bestimmt und auch begrenzt ist, ist das Reluktanzmoment i. A. deutlich kleiner als das auf den Lorentz-Kräften basierende Moment, sodass dieser Effekt nur bei kleinen Maschinen im unteren kW-Bereich oder als Unterstützung für das Drehmoment aus Lorentz-Kräften eingesetzt wird.

4.8 Innere Leistung und elektromagnetische Ausnützung

Die in einer Drehfeldmaschine von der Läufergrundwelle in die Ständerwicklung induzierte Spannung $U_{i1} = \sqrt{2}\pi f \cdot N \cdot k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_p l_e \hat{B}_{\delta 1}$ bildet mit dem von der Klemmenspannung verursachten sinusförmigen Ständerstrangstrom I_s derselben Frequenz f die innere Scheinleistung (Verwendung der Effektivwerte):

$$S_\delta = m \cdot U_{i1} \cdot I_s = m \cdot \sqrt{2}\pi f \cdot N \cdot k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_p l_e \hat{B}_{\delta 1} \cdot I_s \tag{4.113}$$

Mit Verwendung des effektiven Strombelags (4.105) wird mit der Umformung

$$S_\delta = \frac{2 \cdot m \cdot N \cdot I_s}{d_{si}\pi} \cdot (d_{si}\pi)^2 \cdot \frac{f}{p} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot k_{w1} \cdot l_e \cdot \hat{B}_{\delta 1} = A \cdot d_{si}^2 \cdot l_e \cdot n_{syn} \cdot \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot k_{w1} \cdot \hat{B}_{\delta 1}$$

die Esson'sche elektromagnetische Ausnutzungsziffer C für Drehfeldmaschinen definiert (Esson 1891; Pichelmayer 1908). Sie gibt an, welche Leistung auslegungsgemäß bei gegebener Synchrondrehzahl n_{syn} über das magnetisch wirksame Bohrungsvolumen $V = d_{si}^2 l_e \cdot \pi/4 \approx d_{si}^2 l$ der betrachteten elektrischen Maschine vom mechanischen in das elektrische System und umgekehrt umgesetzt werden kann.

$$C = \frac{S_\delta}{d_{si}^2 \cdot l_e \cdot n_{syn}} = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot k_{w1} \cdot A \cdot \hat{B}_{\delta 1} \tag{4.114}$$

Die innere Wirkleistung $P_\delta = S_\delta \cdot \cos\varphi_i$ als Luftspaltleistung ergibt über die mechanische Leistungsgleichung $P_\delta = 2\pi \cdot n_{syn} \cdot M_e$ mit der Rotationsgeschwindigkeit n_{syn} des Luftspaltfelds in Übereinstimmung mit Abschn. 4.7 wieder das elektromagnetische Drehmoment.

$$M_e = \frac{S_\delta \cdot \cos\varphi_i}{2\pi \cdot n_{syn}} = \frac{d_{si}^2 l_e \pi}{4} \cdot \left(k_{w1}\sqrt{2}A\right) \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos\varphi_i \tag{4.115}$$

Fazit:
Das elektromagnetische Drehmoment kann entweder direkt aus den elektromagnetischen Tangentialkräften oder indirekt aus der Leistungsbilanz über die innere Leistung („Luftspaltleistung") berechnet werden.

Die elektromagnetische Ausnutzung der Drehfeldmaschinen kann entweder über den spezifischen Drehschub τ oder die Esson'sche Ausnutzungsziffer C beschrieben werden, die wegen

$$\tau = \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1}/2 = (\sqrt{2}k_{w1}A) \cdot \hat{B}_{\delta 1}/2 = (\pi^2/\sqrt{2}) \cdot k_{w1} \cdot A \cdot \hat{B}_{\delta 1}/\pi^2 = C/\pi^2$$

zueinander im Verhältnis

$$C = \pi^2 \cdot \tau \tag{4.116}$$

stehen. Die Bemessungsscheinleistung S_N nimmt bei konstanter Bemessungsdrehzahl (z. B. im Bereich 1500 … 1800/min) und konstanter Ausnutzung C proportional zum Volumen zu, da dieses über eine charakteristische Länge L abgeschätzt werden kann: $d_{si} \sim L$, $l_e \sim L$.

$$S_N \approx S_\delta = C \cdot d_{si}^2 \cdot l_e \cdot n_{syn} \sim C \cdot L^3 \tag{4.117}$$

Die Ausnutzung C kann durch eine Steigerung von Strombelag und Luftspaltflussdichte gesteigert werden. Da die Sättigung des Eisens bei etwa 1.7 … 2.0 T die Flussdichte vor

Tab. 4.8 Beispiele für Kennwerte elektrisch erregter Synchronmaschinen (f_s = 50 Hz): a) mit Luft innen gekühlt („durchzugsbelüftet"), zulässige Wicklungserwärmung 80 K bei 40 °C Kühlmitteleintrittstemperatur. Ähnliche Werte ergeben sich für Asynchronmaschinen gleicher Baugröße. b) Direkte Leiterkühlung und Kühlung des Blechpakets des Läufers mit Wasserstoffgas, des Ständers mit deionisiertem Wasser oder Wasserstoffgas

		a)				b)
Bemessungsscheinleistung S_N	[kVA]	200	800	4000	40000	1000000
Bemessungsdrehzahl n_N	[1/min]	1500	1500	1500	3000	3000
Polzahl $2p$	[-]	4	4	4	2	2
Strombelag A	[A/cm]	420	440	750	1000	2100
Luftspaltflussdichte $\hat{B}_{\delta 1}$	[T]	0.9	1.0	1.03	1.05	1.1
Esson-Ziffer C	[kVA · min/m^3]	4.2	4.9	6.1	8.3	25.6

Tab. 4.9 Beispiele für Kennwerte von vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmaschinen (f_s = 50 Hz) als „Normmotoren": Eigengekühlt, d. h. der Lüfter ist auf der Welle montiert („Wellenlüfter"), Oberflächenkühlung über die Kühlrippen des geschlossenen Gehäuses, zulässige Wicklungserwärmung 105 K bei 40 °C Kühlmitteleintrittstemperatur.

Bemessungsscheinleistung S_N	[kVA]	5	650
Strombelag A	[A/cm]	280	410
Luftspaltflussdichte $\hat{B}_{\delta 1}$	[T]	0.95	1.0
Esson-Ziffer C	[kVA · min/m^3]	3.0	4.5

allem in den Zähnen begrenzt, kann die Luftspaltflussdichte nicht über ca. 1.1 T gesteigert werden, wie aus (4.88) für $b_d \cong b_Q$ folgt (Tab. 4.8 und 4.9, Abb. 4.16). Daher kann die Ausnützung wesentlich nur über den Strombelag und damit über eine intensivierte Kühlung der elektrischen Maschine gesteigert werden (Polifke und Kopitz 2005). So sind in Tab. 4.8 die kleineren Maschinen (a) mit Luft gekühlt (Benecke 1966), die große (b) mit Wasserstoffgas oder Wasser bei gleichzeitiger Anwendung der direkten Leiterkühlung in hohl gebohrten Nutenleitern (Abb. 4.14) (Gotter 1962).

Beispiel 4.20

Typische Werte der Esson'schen Ausnutzungsziffer für Drehfeldmaschinen sind in den Tab. 4.8 und 4.9 zusammengefasst.

Aber auch bei gleichem Kühlsystem mit Luft kann mit steigender Baugröße die Ausnutzung über eine Erhöhung des Strombelags gesteigert werden, da bei luftgekühlten Maschinen die mit steigender Baugröße zunehmende Läuferumfangsgeschwindigkeit $v = d_{ra}\pi \cdot n \approx d_{si}\pi \cdot n$ eine bessere Wärmeabfuhr der Wicklungs-Verlustwärme an die

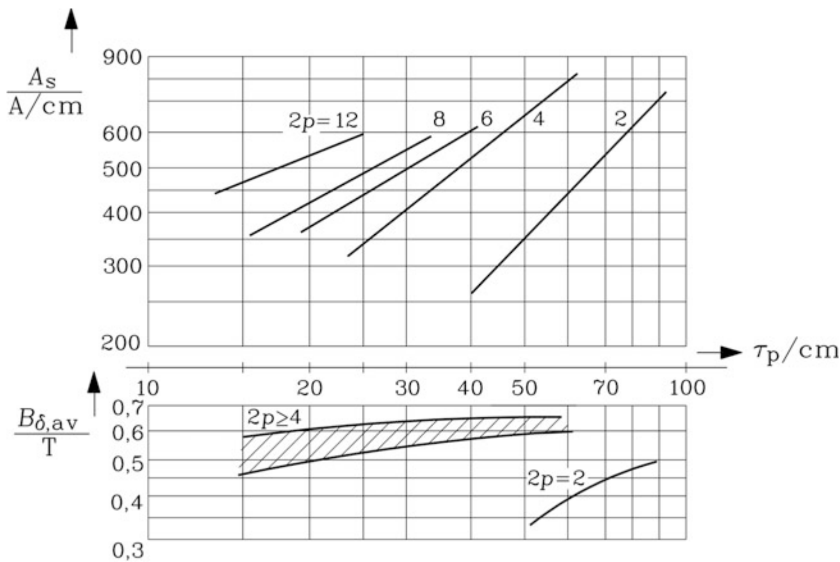


Abb. 4.16 Typische Werte für den effektiven Ständerstrombelag A_s und die mittlere Luftspaltflussdichte pro Pol $B_{\delta,av} = (2/\pi) \cdot \hat{B}_{\delta 1}$ bei großen Asynchronmaschinen mit Luftinnenkühlung, Wicklungstemperatur 120°C, für die Polzahlen 2, 4, 6, 8, 12

Kühlluft bewirkt. Somit kann bei gleicher Drehzahl n und größerer Baugröße $d_{si} \sim L$ der Strombelag A erhöht werden (Abb. 4.16, Tab. 4.8 und 4.9), sodass die Ausnützung $C \sim L$ zunimmt. Dann steigt die Bemessungsscheinleistung in etwa proportional zu L^4.

$$S_N \approx S_\delta = C \cdot d_{si}^2 \cdot l_e \cdot n \sim L^4 \tag{4.118}$$

Wegen $M_N \approx S_\delta/n = C \cdot d_{si}^2 \cdot l_e$ erreicht man eine Erhöhung des Drehmoments besser über eine Erhöhung des Durchmessers der Maschine als durch Erhöhung der axialen Länge. Der Effekt kann aber in der Praxis nicht beliebig ausgenutzt werden, weil

a) mit steigendem Durchmesser die Umfangsgeschwindigkeit des Läufers und damit dessen Fliehkraftbelastung steigt,
b) entsprechend verkürzte Maschinenlängen damit verbunden sind.

Mit verkürzter Aktivlänge und größerem Durchmesser wächst die prozentuale Länge der Wickelköpfe der Wicklungen, was ein Grund für abnehmende Wirkungsgrade sein kann. Deshalb bemüht man sich, abhängig von der Polzahl ein Optimum des Verhältnisses Polteilung/Aktivlänge zu finden. Ein möglicher Ansatz ist die Minimierung der Stromwärmeverluste in der den Luftspaltfluss $\Phi_{c1} = (2/\pi) \cdot \tau_p \cdot l_e \cdot \hat{B}_{\delta 1}$ erregenden Wicklung. Die theoretisch minimale Spulenlänge einer die Polfläche $\tau_p l_e$ umfassenden ungesehnten Spule ist je Windung $2 \cdot (\tau_p + l_e)$. Maximaler Fluss bei konstanter Windungslänge

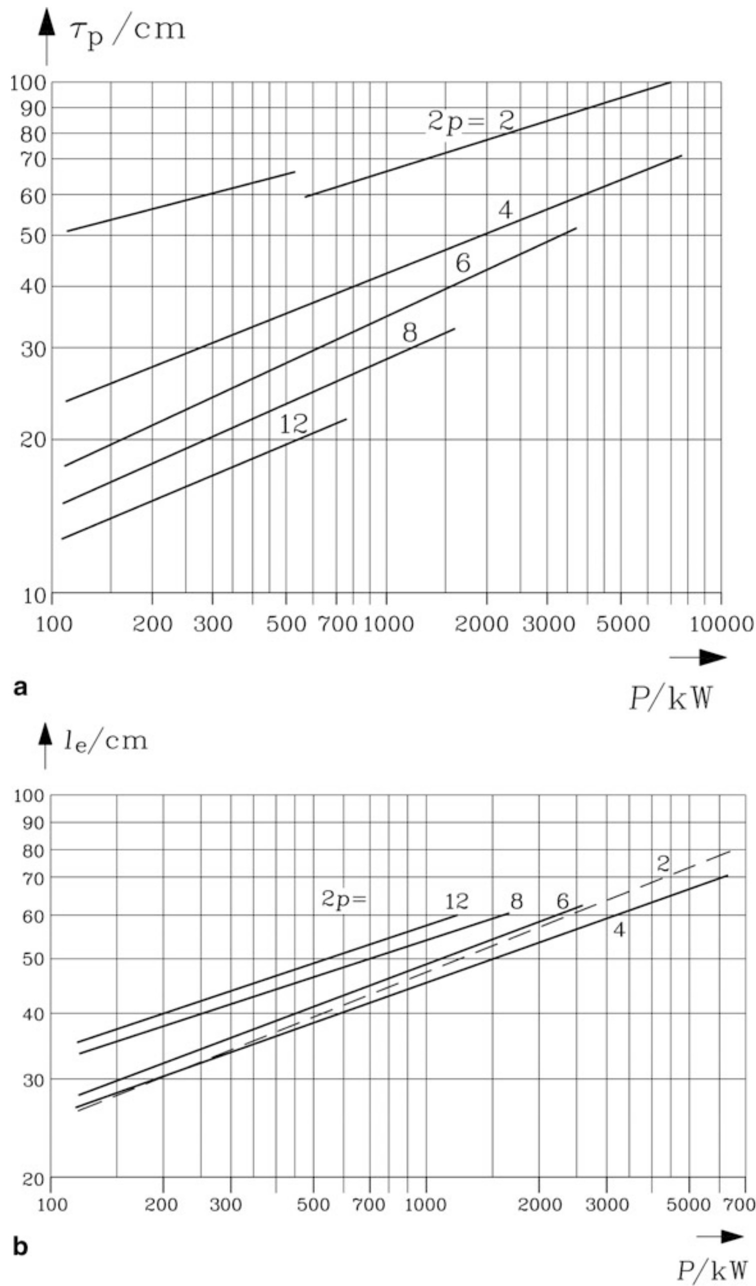


Abb. 4.17 Typische Werte für (**a**) die Polteilungen, (**b**) die ideellen Eisenlängen ausgeführter großer Asynchronmaschinen für die Polzahlen 2, 4, 6, 8, 12

$2 \cdot (\tau_p + l_e)$ und damit konstanten Stromwärmeverlusten ergibt sich bei maximaler Polfläche $\tau_p l_e$, was zur Bedingung $\tau_p = l_e$ führt. Deshalb sind bei vielen E-Maschinen kleinerer und mittlerer Leistung, die nicht der Einschränkung durch zu hohe Fliehkraft oder anderen Randbedingungen unterliegen, Polteilung und Eisenlänge etwa gleich groß (z. B. $2p = 4$ in Abb. 4.17).

Zweipolige Maschinen haben eine gewisse Sonderrolle. Da der Fluss pro Pol gegenüber höherpoligen Maschinen gleichen Durchmessers und Länge umgekehrt proportional zur Polzahl deutlich größer ist, wird auch ein großer Ständer-Außendurchmesser erforderlich, um dem Fluss im Joch hinter den Zähnen ausreichend Platz zu bieten, damit das Eisen nicht in Sättigung geht (vgl. Abb. 4.11). Das ergibt große und teure Maschinen, was man im unteren und mittleren Leistungsbereich dadurch umgeht, dass die Luftspaltflussdichte gegenüber vier- und höherpoligen Maschinen um etwa 30 % verringert wird (Abb. 4.16), sodass in gleicher Weise auch die Außenabmessungen verkleinert werden können. Dafür wählt man eine vergrößerte Länge $l_e > \tau_p$, um den Leistungsverlust durch die verringerte Ausnützung etwas auszugleichen (Abb. 4.17).

Fazit:
Da das Bemessungs-Drehmoment $M_N \sim C \cdot d_{si}^2 \cdot l_e$ *proportional zur Ausnutzungsziffer und zum Bohrungsvolumen ist, wird die Baugröße einer elektrischen Maschine durch die Größe des Bemessungsmoments bestimmt, nicht durch deren Bemessungsleistung. Die Leistung wird über die Höhe der Drehzahl bestimmt, sodass Hochleistungsmaschinen oft eine relativ kleine Baugröße, aber eine hohe Drehzahl aufweisen.*

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A4.1 die Spannungsinduktion einer magnetischen Luftspalt-Sinusfeldwelle in eine dreisträngige Wicklung mit $q = 2$ anhand der Spannungszeiger diskutiert, in A4.2 die Spannungsinduktion in eine einsträngige Statorwicklung eines Einphasen-Synchron-Generators für die elektrischen Bahnen und in A4.3 die Spannungsinduktion in eine gesehnte Ganzlochwicklung $q = 2$ eines hochpoligen getriebelosen Synchron-Windgenerators. In A4.4 wird die Radialkraft auf Nutenleiter in gesehnten Drehstromwicklungen in „Normalnuten" und „Mischnuten" als Lehrbeispiel behandelt, wie sie vor allem bei Großgeneratoren von Bedeutung ist. Aufgabe A4.5 erläutert die Spannungsinduktion in eine Drehstrom-Bruchlochwicklung $q = 3/2$ mit den Spannungszeigern. In A4.6 wird die Oberfelderstreuziffer der dreisträngigen Zahnspulenwicklung $q = 1/4$ über die Summation der Fourier-Reihen-Glieder und alternativ direkt aus der magnetischen Energie berechnet. In Aufgabe A4.7 erfolgt die Grobdimensionierung einer Käfigläufer-Asynchronmaschine mit der Esson-Ziffer. In der als Lehrbeispiel konzipierten Aufgabe A4.8 wird untersucht, wie sich die Tatsache, dass die Spulen in Nuten des Blechpakets liegen und so vom Luftspaltfeld magnetostatisch abgeschirmt werden, auf die Spannungsinduktion auswirkt.

5 Die Schleifringläufer-Asynchronmaschine

In diesem Kapitel werden der Aufbau und die Funktionsweise von Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Schleifringläufer behandelt (Jordan und Weis 1969; Reiser 1969; Bödefeld und Sequenz 1971). Die in Kap. 4 eingeführten Induktivitäten von Drehstromwicklungen werden zur Herleitung eines Vierpol-Ersatzschaltbilds verwendet. Der Leistungsfluss im Generator- und Motorbetrieb, die Verlustleistungen und der Wirkungsgrad werden erläutert (Nürnberg 1976). Für die Bestimmung der Betriebspunkte bei konstanter Ständerspannung und Ständerfrequenz werden die aus dem Ersatzschaltbild abgeleiteten Gleichungen für Ständer- und Läuferstrom, elektromagnetisches Drehmoment und Läuferdrehzahl verwendet. Die Ortskurve des Ständerstroms bei veränderlicher Läuferdrehzahl wird als Kreisdiagramm diskutiert. Abschließend sind einige grundsätzliche Anwendungen von Schleifringläufer-Asynchronmaschinen angegeben. Weitere Einsatzgebiete werden in Kap. 7 behandelt.

5.1 Funktionsweise der Schleifringläufer-Asynchronmaschine

Für die Funktionsweise der Schleifringläufer-Asynchronmaschine werden im Folgenden nur die Wirkungen der Grundwellen des Ständer- und Läuferluftspaltfelds ($\nu = \mu = 1$) und zeitlich sinusförmige Grundschwingungen betrachtet. Der Einfluss der Oberwellen des Luftspaltfelds wird bis auf die Oberfelderstreuung vernachlässigt. Der Index 1 für die Grundwellenamplitude des Luftspaltfelds wird der Übersichtlichkeit wegen nicht mehr angeschrieben, da eine Verwechslung mit Oberwellen nicht möglich ist.

a) Drehmomentbildung und Schlupf: Ausgehend vom Drehtransformator (Kap. 4), bei dem im Ständer und Läufer je eine $2p$-polige, dreisträngige Drehstromwicklung angeordnet ist, werden nun die drei Läuferwicklungsstränge, die – in Stern geschaltet – mit ihren

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_5

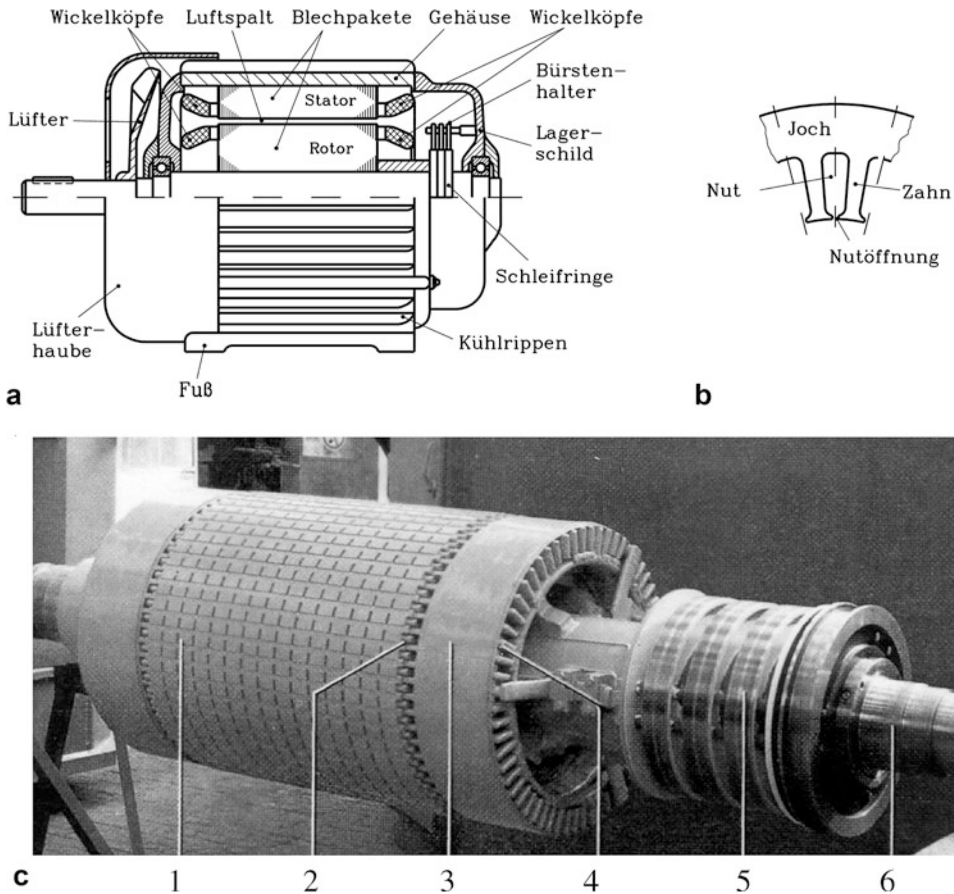


Abb. 5.1 (**a**) Längsschnitt durch eine oberflächengekühlte Schleifringläufer-Asynchronmaschine (Quelle: Kleinrath 1975), (**b**) Detailansicht des Ständerblechschnitts mit halbgeschlossenen Nuten für eine Niederspannungs-Runddrahtwicklung, (**c**) Schleifringläufer: 1: Läuferblechpaket mit radialen Kühlschlitzen, 2: in Nuten liegende Läuferwicklung, 3: Glasfaserbandage zur Wickelkopfabstützung, 4: Läuferwickelkopf, 5: Schleifringe, 6: Läuferwelle mit Kugellager (Quelle: Siemens AG)

drei Wicklungsklemmen an je einen Schleifring angeschlossen sind, an diesen Schleifringen z. B. über die drei aufgesetzten Kohlebürsten kurz geschlossen (Abb. 5.1). Die drei Ständerwicklungsstränge werden über ein symmetrisches Drehspannungssystem mit dem Spannungseffektivwert je Strang U_s und der Ständerfrequenz f_s gespeist. Es fließt je Strang der Strangstrom I_s mit der Ständerfrequenz f_s. Das von der bestromten Ständerwicklung erregte sinusförmig verteilte Grundwellen-Luftspaltfeld $B_{\delta,s}$ (Abb. 5.2) rotiert mit der synchronen Drehzahl $n_{syn} = f_s/p$ und induziert in die Läuferwicklung des stillstehenden Rotors mit Ständerfrequenz ein symmetrisches Rotorspannungssystem, das in den drei kurzgeschlossenen Läufersträngen Kurzschlussstrangströme I_r treibt.

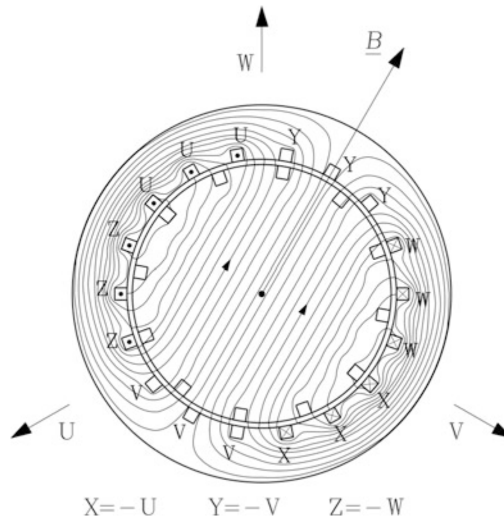


Abb. 5.2 Numerisch berechnetes, zweidimensionales Feldbild der magnetischen Flussdichte einer zweipoligen Asynchron-Schleifringläufermaschine. Die Ständer-Einschichtwicklung ($m_s = 3$, $q_s = 3$) wird mit Drehstrom gespeist, die Läuferwicklung ($m_r = 3$, $q_r = 2$) ist stromlos. Das Ständermagnetfeld ist für den Zeitpunkt dargestellt, wo $i_U = -i_W$ und $i_V = 0$ sind. Die Lage des Feldmaximums des N-Pols des Luftspaltfelds und dessen Amplitude sind durch den komplexen Raumzeiger $\underline{B}$ dargestellt

In jedem Leiter der Läuferwicklung fließt der Läuferspulenstrom $I_{c,r}$. Auf jeden stromdurchflossenen Leiter des Läufers wirkt, wenn man sich ersatzweise die Leiter an der ungenuteten Läuferoberfläche angeordnet denkt, eine tangential gerichtete Lorentz-Kraft.

$$\vec{F}_c = I_{c,r} \cdot (l_e \vec{e}_z \times \vec{B}_{\delta,s}) = I_{c,r} \cdot l_e \cdot B_{\delta,s} \cdot \vec{e}_t \tag{5.1}$$

Es ist $\vec{e}_z$ der Einheitsvektor in axialer z-Richtung, in der die Nutenleiter angeordnet sind, und l_e die ideelle Eisenlänge der Spulenseiten in den Läufernuten. Da das Feld gemäß Kap. 4 senkrecht durch den Luftspalt tritt und mit der Stromrichtung im Leiter einen rechten Winkel bildet, wirkt die Kraft über den tangentialen Einheitsvektor $\vec{e}_t$ in Umfangsrichtung. Alle Leiterkräfte sind tangential gerichtet und addieren sich in ihrer Wirkung zur Summenkraft F_e. Sie bilden mit dem halben Läuferdurchmesser $d_r/2$ als Hebelarm gemäß Kap. 4 das elektromagnetische Drehmoment M_e.

$$M_e = F_e \cdot d_r/2 \tag{5.2}$$

Auf Grund des Drehmoments dreht sich der Läufer in Richtung der Rotationsrichtung des Ständerdrehfelds. Sobald der Läufer – aus dem Stillstand beschleunigt – mit der Drehzahl n bzw. der mechanischen Winkelgeschwindigkeit $\Omega_m = 2\pi n$ dreht, sinkt die

Relativdrehzahl Δn zwischen der Drehzahl n_{syn} des Ständerdrehfelds und der Läuferdrehzahl n.

$$\Delta n = n_{syn} - n \tag{5.3}$$

Man definiert einen Schlupf s als die auf die Synchrondrehzahl bezogene Relativdrehzahl.

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} \quad \Rightarrow \quad f_r = s \cdot f_s \qquad \text{bzw.} \qquad \omega_r = s \cdot \omega_s \tag{5.4}$$

Der Schlupf hat bei Stillstand des Läufers wegen $n = 0$ den Wert 1. Der Läufer beschleunigt, solange ein positives elektromagnetisches Drehmoment auf ihn einwirkt, das größer ist als das bremsende Moment einer angekuppelten Lastmaschine. Dieses antreibende Drehmoment wiederum wirkt, solange im Läufer Ströme fließen, was wiederum so lange der Fall ist, wie Spannungen im Läufer induziert werden. Es wird die Spannung U_{hr} mit der Läuferfrequenz f_r (5.4) in die Läuferwicklung induziert, wenn die Differenzdrehzahl Δn von Null abweicht, also im gesamten Drehzahlbereich $0 \leq n < n_{syn}$, da dann in den Läuferspulen eine zeitlich sinusförmige Änderung der Flussverkettung mit Läuferfrequenz stattfindet (Abb. 5.3). Der Schlupf sinkt beim Hochlauf und wird bei $n = n_{syn}$ Null, da dann der Läufer genauso schnell rotiert wie das Ständerdrehfeld, sodass keine Änderung der Läuferflussverkettung mehr stattfindet. Es wird keine Spannung mehr induziert, die Läuferfrequenz ist $f_r = 0$, der Läufer ist stromfrei ($I_r = 0$), und das

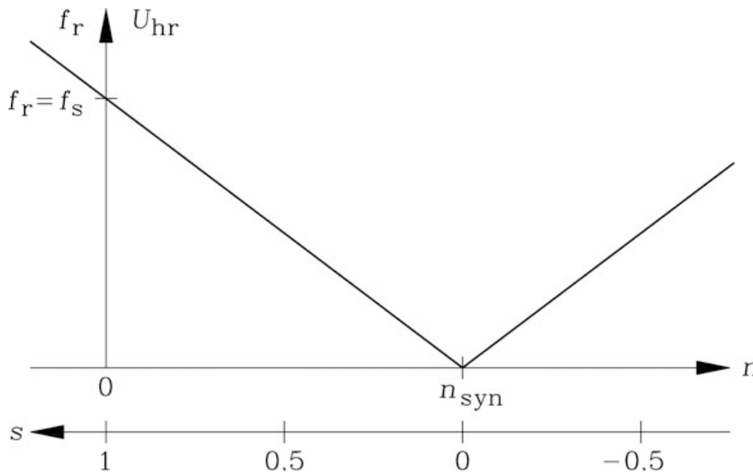


Abb. 5.3 Abnahme der Läuferfrequenz f_r und der (bei konstantem Ständerstrom I_s) induzierten Läuferspannung U_{hr} (5.6) mit steigender Drehzahl n als Motor bis zum Erreichen der Synchrondrehzahl n_{syn}. Der Drehzahlbereich $n > n_{syn}$ wird nur über ein mechanisches Antreiben des Läufers über die Synchrondrehzahl hinaus, z. B. durch eine Turbine, erreicht, sodass die Maschine als Generator arbeitet. Auch für den Drehzahlbereich $n < 0$ ist ein Antreiben des Läufers mit einem äußeren, nunmehr negativen Drehmoment erforderlich (Gegenstrombremsbereich)

elektromagnetische Drehmoment ist ebenfalls Null. Der Läufer wird nicht mehr weiter beschleunigt. Er erreicht die Synchrondrehzahl n_{syn} somit selbst bei unbelasteter Maschine nur bei Vernachlässigung seiner Luft- und Lagerreibungsverluste (sowie der Bürstenreibungsverluste, falls die Bürsten bei kurzgeschlossener Läuferwicklung nicht abgehoben sind). Tatsächlich sind Verlustmomente wie das Reibungsmoment bremsend wirksam, sodass der Läufer ein bestimmtes, wenn auch i. A. kleines antreibendes elektromagnetisches Drehmoment benötigt, um seine Leerlaufdrehzahl leicht unterhalb n_{syn} stationär halten zu können. Daher wird er in der Praxis einen bestimmten, wenn auch i. A. sehr kleinen konstanten Schlupf gegenüber dem Ständerdrehfeld aufweisen, damit Spannung in die Läuferwicklung induziert wird, die das für das elektromagnetische Drehmoment erforderliche Läuferstromsystem treibt. Der Läufer dreht folglich stets nicht gleich schnell („asynchron") zum Ständerdrehfeld, das ihn – da es etwas schneller rotiert – ständig überholt und die Läuferwicklung induziert. Dies erklärt den Namen „Asynchronmaschine" oder „Induktionsmaschine" (Richter 1954b). Die Formulierung für die Rotorfrequenz (5.4) ergibt bei übersynchronem Betrieb $n > n_{syn}$ und damit negativem Schlupf $s < 0$ einen negativen Frequenzwert. Tatsächlich sind physikalisch messbare Frequenzen stets positiv: $f_{r,mess} = |s| f_s$. Die negative Frequenz f_r bedeutet einen „elektrisch wirksamen Phasentausch" zwischen den Rotorsträngen v und w, sodass das vom Ständerdrehfeld in der Rotorwicklung induzierte Drehspannungssystem nunmehr ein Rotordrehstromsystem treibt, dessen Rotormagnetfeld entgegen der mechanischen Rotordrehrichtung rotiert. Das induzierte Rotordrehspannungssystem (als Urspannungen, Kap. 1)

$$\begin{aligned} u_u(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(\omega_r t) \\ u_v(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(\omega_r t - 2\pi/3) \\ u_w(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(\omega_r t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

ist nämlich bei $s > 0$ ($s = |s|$) ein Mitsystem (Phasenfolge u-v-w)

$$\begin{aligned} u_u(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t) \\ u_v(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t - 2\pi/3) \\ u_w(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

und bei $s < 0$ ($s = -|s|$) wegen $\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ ein Gegensystem (Phasenfolge u-w-v).

$$\begin{aligned} u_u(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t) \\ u_v(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t + 2\pi/3) = \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t - 4\pi/3) \\ u_w(t) &= \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t + 4\pi/3) = \sqrt{2}U_{hr}\cos(|s|\,\omega_s t - 2\pi/3) \end{aligned}$$

Das von ihm erregte Rotormagnetfeld rotiert bei $s > 0$ in Richtung der mechanischen Drehbewegung des Rotors und bei $s < 0$ entgegen der Richtung der mechanischen

Drehbewegung des Rotors. In beiden Fällen ist daher die resultierende Geschwindigkeit des Rotorfelds bezüglich des ruhenden Stator stets n_{syn}, wie in (5.10), (5.11) gezeigt ist.

Die Ströme im Läufer werden durch das Faraday'sche Induktionsgesetz berührungslos erzeugt. Es sind also keine Gleitkontakte wie bei der Synchronmaschine erforderlich, um die Ströme in den Läufer einzuspeisen. Die Asynchronmaschine ist folglich mechanisch robust. Allerdings können im Fall der doppelt gespeisten Asynchronmaschine über die Schleifringe und die Kohlebürstengleitkontakte in die Wicklungsstränge des Läufers bei Bedarf zusätzliche Ströme in den Läufer von extern eingespeist werden. Weiter kann man über die Gleitkontakte zusätzliche externe Widerstände, sogenannte „Anlass-Widerstände", in den Läufer einschalten, um die hohen Ströme beim Anfahren bei Schlupf $s = 1$ zu begrenzen.

b) Läuferspannungsgleichung: Da hier nur zeitlich sinusförmig veränderliche Größen von Strom und Spannung betrachtet werden, wird gemäß Kap. 1 die komplexe Wechselstromrechnung verwendet, also z. B. anstelle des sinusförmigen Zeitverlaufs des Ständerstrangstroms der entsprechende komplexe Stromzeitzeiger in der komplexen Zahlenebene.

$$i_s(t) = \sqrt{2} I_s \cos(\omega_s t - \varphi_s) = \mathrm{Re}\left(\sqrt{2}\underline{I}_s e^{j\omega_s t}\right) = \mathrm{Re}\left(\sqrt{2} I_s e^{-j\varphi_s} e^{j\omega_s t}\right)$$
$$\Rightarrow \quad i_s(t) \leftrightarrow \underline{I}_s \tag{5.5}$$

Die durch Gegeninduktion vom $2p$-poligen Ständerdrehfeld in die Läuferwicklungsstränge induzierte, f_r-frequente Läuferspannung je Strang wird gemäß Kap. 4 in komplexer Schreibweise mit der Gegeninduktivität M_{rs} angeschrieben und ist die rotorseitige Hauptfeldspannung bei $\underline{I}_r = 0$.

$$\underline{U}_{hr}(\underline{I}_r = 0) = j\omega_r M_{rs} \underline{I}_s = j2\pi f_r M_{rs} \underline{I}_s \tag{5.6}$$

Der je Strang infolge dieser Spannung mit Läuferfrequenz f_r fließende Läuferwechselstrom I_r ist in den Läufersträngen u, v, w wie die zugehörige Spannung um jeweils $2\pi/3$ phasenverschoben. Er bildet somit ein symmetrisches Drehstromsystem und erregt über die $2p$-polige Läuferdrehstromwicklung gemäß Kap. 3 ein Läufer-Luftspalt-Drehfeld, dessen Grundwelle in Abhängigkeit der Läuferumfangskoordinate x_r bzw. des Läuferumfangswinkels $\gamma_r = x_r\pi/\tau_p$ sinusförmig verteilt ist.

$$B_{\delta,r}(\gamma_r, t) = \hat{B}_{\delta,r} \cos(\gamma_r - \omega_r t), \quad B_{\delta,r} \sim I_r. \tag{5.7}$$

Wegen der gegenüber dem Ständer- und Läuferdurchmesser d_{si} und d_{ra} kleinen Luftspaltweite δ werden beide Durchmesser als gleich groß angenommen: $d_{ra} = d_{si} - 2\delta \approx d_{si}$. Deshalb wird im Folgenden zwischen der Ständer- und der Läuferpolteilung $\tau_{ps} = d_{si}\pi/(2p)$ und $\tau_{pr} = d_{ra}\pi/(2p)$ nicht unterschieden: $\tau_p = \tau_{ps} \cong \tau_{pr}$. Das Läufergrundwellen-Drehfeld

rotiert bezüglich des Läufers mit der synchronen Läufergeschwindigkeit als Umfangsgeschwindigkeit.

$$v_r = \frac{dx_r}{dt} = 2f_r\tau_p \tag{5.8}$$

Es induziert durch Selbstinduzierung in die Läuferwicklung je Strang eine Spannung mit der Frequenz f_r, die gemäß Kap. 4 durch die Selbstinduktivität der Läuferfeldgrundwelle L_{rh} dargestellt wird.

$$\underline{U}_{i,r} = j\omega_r L_{rh}\underline{I}_r = j2\pi f_r L_{rh}\underline{I}_r \tag{5.9}$$

Die Summe aus (5.6), (5.9) bildet die rotorseitige Hauptfeldspannung für $\underline{I}_s \neq 0$, $\underline{I}_r \neq 0$. Das Läufer-Drehfeld rotiert bezüglich des Ständers ebenfalls mit der synchronen Geschwindigkeit v_{syn} und damit genauso schnell wie das Ständer-Drehfeld, da sich die auf den Ständerbohrungsdurchmesser d_{si} bezogene mechanische Läuferumfangsgeschwindigkeit v_m (5.10) zur synchronen Läufergeschwindigkeit v_r addiert.

$$v_m = d_{si}\pi n = 2p\tau_p n \tag{5.10}$$

$$v_m + v_r = 2pn\tau_p + 2f_r\tau_p = 2p \cdot n_{syn} \cdot (1-s) \cdot \tau_p + 2 \cdot sf_s \cdot \tau_p$$

$$v_m + v_r = 2p \cdot \frac{f_s}{p} \cdot (1-s) \cdot \tau_p + 2 \cdot sf_s \cdot \tau_p = 2f_s\tau_p = v_{syn} \tag{5.11}$$

Fazit:
Die Grundwellen-Drehfelder von Ständer und Läufer haben dieselbe Geschwindigkeit und können somit räumlich addiert werden zum resultierenden Grundwellen-Drehfeld der Asynchronmaschine.

Die zunächst vernachlässigten Läufer-Oberfelder vergrößern die f_r-frequente Selbstinduktionsspannung gemäß Kap. 4 um die Spannung $j\omega_r\sigma_{r,o}L_{rh}\underline{I}_r$. Hinzu kommen der ohm'sche Spannungsfall am Läuferstrangwiderstand R_r und die Selbstinduktionsspannungen, die durch das Läufernutstreufeld und das Läuferstirnstreufeld mit den entsprechenden Selbstinduktivitäten $L_{r,\sigma Q}$ und$L_{r,\sigma b}$ bewirkt wird. Die Summe aller Läufer-Spannungskomponenten je Strang ergibt die Läuferspannungsgleichung. Die Summenspannung ist wegen des Kurzschlusses der Stränge an den Schleifringen Null.

$$j\omega_r M_{rs}\underline{I}_s + j\omega_r L_{rh}\underline{I}_r + j\omega_r(\sigma_{r,o}L_{rh} + L_{r,\sigma Q} + L_{r,\sigma b}) \cdot \underline{I}_r + R_r\underline{I}_r = 0 \tag{5.12}$$

In (5.12) können die drei Streuinduktivitäten zur Läuferstreuinduktivität je Strang zusammengefasst werden.

$$L_{r\sigma} = L_{r,\sigma Q} + L_{r,\sigma b} + \sigma_{r,o}L_{rh} \tag{5.13}$$

c) Übersetzungsverhältnis: Mit dem aus den Windungszahlen und Grundwellen-Wicklungsfaktoren je Strang gebildeten Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ zwischen Stator- und Rotorwicklung

$$\ddot{u} = \frac{k_{\mathrm{w,s}} N_{\mathrm{s}}}{k_{\mathrm{w,r}} N_{\mathrm{r}}} \tag{5.14}$$

können Selbst- und Gegeninduktivität L_{rh} und M_{rs} durch die Selbstinduktivität der Grundwelle des Ständerluftspaltfelds L_{sh} ersetzt werden, die dann Hauptinduktivität L_{h} genannt wird.

$$L_{\mathrm{sh}} = \ddot{u} M_{\mathrm{rs}} = \ddot{u}^2 L_{\mathrm{rh}} = L_{\mathrm{h}} \tag{5.15}$$

Es folgt nämlich aus Kap. 4 bei gleicher Strangzahl in Stator und Rotor $m_{\mathrm{r}} = m_{\mathrm{s}} = m\ (= 3)$ mit dem magnetisch äquivalenten Luftspalt $\delta_{\mathrm{e}} = k_{\mathrm{C}} \delta$ zur Berücksichtigung des Einflusses der Nutöffnungen über (5.16) und (5.17) unmittelbar (5.15).

$$\begin{aligned}
\ddot{u}^2 L_{\mathrm{rh}} &= \left(\frac{k_{\mathrm{w,s}} N_{\mathrm{s}}}{k_{\mathrm{w,r}} N_{\mathrm{r}}}\right)^2 \cdot \mu_0 N_{\mathrm{r}}^2 k_{\mathrm{w,r}}^2 \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l_{\mathrm{e}} \tau_{\mathrm{p}}}{p \delta_{\mathrm{e}}} \\
\ddot{u}^2 L_{\mathrm{rh}} &= \mu_0 N_{\mathrm{s}}^2 k_{\mathrm{w,s}}^2 \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l_{\mathrm{e}} \tau_{\mathrm{p}}}{p \delta_{\mathrm{e}}} = L_{\mathrm{sh}} \\
\ddot{u}^2 L_{\mathrm{rh}} &= L_{\mathrm{sh}} \qquad (5.16) \\
\ddot{u} \cdot M_{\mathrm{rs}} &= \frac{k_{\mathrm{w,s}} N_{\mathrm{s}}}{k_{\mathrm{w,r}} N_{\mathrm{r}}} \cdot \mu_0 \cdot N_{\mathrm{s}} k_{\mathrm{w,s}} \cdot N_{\mathrm{r}} k_{\mathrm{w,r}} \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l_{\mathrm{e}} \tau_{\mathrm{p}}}{p \delta_{\mathrm{e}}} \\
\ddot{u} \cdot M_{\mathrm{rs}} &= \mu_0 N_{\mathrm{s}}^2 k_{\mathrm{w,s}}^2 \cdot \frac{2m}{\pi^2} \frac{l_{\mathrm{e}} \tau_{\mathrm{p}}}{p \delta_{\mathrm{e}}} = L_{\mathrm{sh}} \\
\ddot{u} \cdot M_{\mathrm{rs}} &= L_{\mathrm{sh}} \qquad (5.17)
\end{aligned}$$

Die Läuferspannungsgleichung (5.12) wird mit dem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}$ erweitert.

$$j\omega_{\mathrm{r}} \ddot{u} M_{\mathrm{rs}} \underline{I}_{\mathrm{s}} + j\omega_{\mathrm{r}} \ddot{u}^2 L_{\mathrm{rh}} \frac{\underline{I}_{\mathrm{r}}}{\ddot{u}} + j\omega_{\mathrm{r}} \ddot{u}^2 L_{\mathrm{r}\sigma} \frac{\underline{I}_{\mathrm{r}}}{\ddot{u}} + \ddot{u}^2 R_{\mathrm{r}} \frac{\underline{I}_{\mathrm{r}}}{\ddot{u}} = 0 \tag{5.18}$$

Die in (5.19) mit dem Index ' (hochgestelltes Komma) bezeichneten Größen sind die auf die Ständerwicklungsdaten umgerechneten Läufergrößen. Mit der gemeinsamen Hauptinduktivität L_{h} ist ein Vierpol-Ersatzschaltbild für die Asynchronmaschine, das T-Ersatzschaltbild, möglich. Zusätzlicher Vorteil dieser Umrechnung ist, dass Ständer- und Läufergrößen, sowohl Ströme, Spannungen als auch Impedanzen, trotz deutlich unterschiedlicher Ständer- und Läuferwicklungsdaten nun von gleicher Größenordnung sind.

$$R'_{\mathrm{r}} = \ddot{u}^2 R_{\mathrm{r}}, \quad L'_{\mathrm{r}\sigma} = \ddot{u}^2 L_{\mathrm{r}\sigma}, \quad \frac{\underline{I}_{\mathrm{r}}}{\ddot{u}} = \underline{I}'_{\mathrm{r}}, \quad \ddot{u} \underline{U}_{\mathrm{r}} = \underline{U}'_{\mathrm{r}} \tag{5.19}$$

Beispiel 5.1

Ständerwiderstand $R_s = 1\,\Omega$, Läuferwiderstand $R_r = 0.003\,\Omega$, $\ddot{u} = 17.3$: Berechnen Sie den auf die Ständerwicklungsseite umgerechneten Läuferwiderstand!

Lösung:
$R_r' = 17.3^2 \cdot 0.003 = 0.9\,\Omega$. Dieser Wert ist nun etwa gleich groß wie der Ständerwiderstandswert.

Damit entsteht eine Läuferspannungsgleichung mit den '-Größen, wobei noch ω_r durch $s\omega_s$ ersetzt wird.

$$js\omega_s L_h \underline{I}_s + js\omega_s L_h \underline{I}_r' + js\omega_s L_{r\sigma}' \underline{I}_r' + R_r' \underline{I}_r' = 0 \tag{5.20}$$

d) Ständerspannungsgleichung: Das Läuferfeld $B_{\delta,r}$ (5.7) rotiert relativ zum Ständer mit synchroner Drehzahl und induziert daher die Ständerwicklung mit Ständerfrequenz f_s durch Gegeninduktion als statorseitige Hauptfeldspannung bei $\underline{I}_s = 0$.

$$\underline{U}_{hs}(\underline{I}_s = 0) = j\omega_s M_{sr} \underline{I}_r = j2\pi f_s M_{sr} \underline{I}_r \tag{5.21}$$

Das Ständerfeld $B_{\delta,s}$ induziert in der Ständerwicklung durch Selbstinduktion die Selbstinduktionsspannung $\underline{U}_{i,s}$.

$$\underline{U}_{i,s} = j\omega_s L_{sh} \underline{I}_s \tag{5.22}$$

Die Summe aus (5.21), (5.22) ist die statorseitige Hauptfeldspannung $\underline{U}_{hs} = \underline{U}_h$ bei $\underline{I}_s \neq 0$, $\underline{I}_r \neq 0$. Die Ständer-Oberfelder vergrößern die Selbstinduktionsspannung gemäß Kap. 4 um die Spannung $j\omega_s \sigma_{s,o} L_{sh} \underline{I}_s$. Hinzu kommen der ohm'sche Spannungsfall am Ständerstrangwiderstand R_s und die Selbstinduktionsspannungen durch das Ständernutstreufeld und das Ständerstirnstreufeld, entsprechend den Induktivitäten $L_{s,\sigma Q}$ und $L_{s,\sigma b}$. Die Summe aller Ständer-Spannungskomponenten muss mit der an den Klemmen anliegenden, durch das Netz vorgegebenen Strangspannung $\underline{U}_s$ im Gleichgewicht sein. Dies führt zur Ständerspannungsgleichung (5.23), in der die drei Streuinduktivitäten zur Ständerstreuinduktivität je Strang (5.24) zusammengefasst werden können.

$$\underline{U}_s = j\omega_s M_{sr} \underline{I}_r + j\omega_s L_{sh} \underline{I}_s + j\omega_s (\sigma_{s,o} L_{sh} + L_{s,\sigma Q} + L_{s,\sigma b}) \cdot \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \tag{5.23}$$

$$L_{s\sigma} = L_{s,\sigma Q} + L_{s,\sigma b} + \sigma_{s,o} L_{sh} \tag{5.24}$$

Die Erweiterung des ersten Terms von (5.23) mit $\ddot{u}$ bringt die Ständerspannungsgleichung in die Form (5.25) mit den mit Hochkomma notierten Größen.

$$\underline{U}_s = j\omega_s \cdot \ddot{u} M_{sr} \cdot \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}} + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s$$

$$\underline{U}_s = j\omega_s L_h \underline{I}_r' + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \tag{5.25}$$

Fazit:
Die Ständer- und Läuferspannungsgleichung je Strang bilden ein Gleichungssystem, das das Grundwellenverhalten der Asynchronmaschine beschreibt, wobei Oberfeldereffekte in Form der Oberfelderstreuung von Ständer- und Läuferfeld in der Ständer- und Läufer-Streuinduktivität enthalten sind.

Wird die Läuferwicklung nicht kurzgeschlossen, so steht die f_r-frequente Strangsspannung

$$\underline{U}'_r = js\omega_s L_h \underline{I}_s + js\omega_s L_h \underline{I}'_r + js\omega_s L'_{r\sigma} \underline{I}'_r + R'_r \underline{I}'_r \tag{5.26}$$

an den Schleifringen zur Verfügung. Es wird damit ein rotierender Drehstromtransformator erhalten, der ein Ständer-Drehspannungs- und –Drehstromsystem U_s, I_s mit der Frequenz f_s in ein Läufer-Drehspannungs- und – Drehstromsystem U_r, I_r mit der Frequenz f_r transformiert. Dabei wird die Hauptinduktivität L_h von allen drei Ständer- und Läufersträngen gemeinsam gebildet. Die drei Stränge im Ständer und im Läufer erregen ein mit Synchrondrehzahl rotierendes Gesamtfeld. Die Frequenzen im Ständer f_s und Läufer f_r sind außer bei Läuferstillstand unterschiedlich.

5.2 Stationäres Betriebsverhalten der Asynchronmaschine

a) T-Ersatzschaltbild: Ständer- und Läuferspannungsgleichung gelten je Strang. Sie bilden ein lineares, komplexwertiges Gleichungssystem mit dem Stator- und Rotorstrom $\underline{I}_s$, $\underline{I}'_r$ als Unbekannte. Wird (5.20) durch den Schlupf s dividiert, treten neben den ohm'schen Widerständen R_s, R'_r nur Ausdrücke mit der Ständerfrequenz $\omega_s L = X$ auf. Mit diesen Reaktanzen X werden aus (5.20) und (5.25) die Ständer- und Läuferspannungsgleichung in sehr übersichtlicher Form erhalten:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \underline{I}_s + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{5.27}$$

$$0 = \frac{R'_r}{s} \underline{I}'_r + jX'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{5.28}$$

Darin treten als Parameter die Ständerstreureaktanz $X_{s\sigma} = \omega_s L_{s\sigma}$, die Hauptreaktanz $X_h = \omega_s L_h$ und die Läuferstreureaktanz $X'_{r\sigma} = \omega_s L'_{r\sigma}$ auf. In Abb. 5.4 ist das den Gleichungen (5.27), (5.28) entsprechende Vierpol-Ersatzschaltbild, das T-Ersatzschaltbild der Grundwellen-Asynchronmaschine, dargestellt, was man durch Aufstellen der Maschengleichungen für Ständer- und Läuferkreis verifizieren kann (Kleinrath 1993).
Der „Magnetisierungsstrom"

$$\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_r \tag{5.29}$$

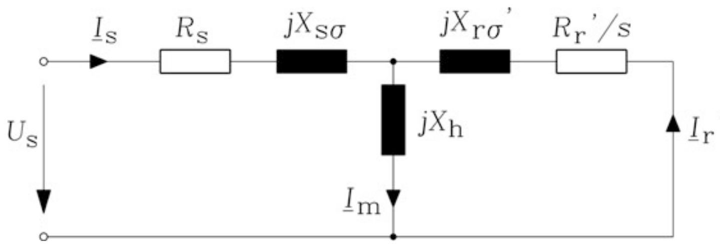


Abb. 5.4 T-Ersatzschaltbild je Strang der Grundwellen-Asynchronmaschine für sinusförmig veränderliche zeitliche Ströme und Spannungen (Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe,s}$ vernachlässigt, U_s reell angenommen)

ist nur im Leerlauf, wenn der Läufer stromlos ist, als realer Strom, nämlich als Ständer-Leerlaufstrom, messbar. Es ist der Strom, der im Leerlauf zum Aufbau des Luftspaltfeldes erforderlich ist. Unter Last ändert er sich und geht in $\underline{I}_m$ über, den Magnetisierungsstrom, der je Strang erforderlich ist, um das Luftspaltfeld als Summenwirkung von Ständer- und Läuferfeld für den Lastfall aufzubauen. Der Magnetisierungsstrom stellt somit den erforderlichen Strom dar, der in der Ständerwicklung je Strang fließen müsste, um das aus Ständer- und Läufergrundwellenfeld resultierende Hauptfeld, das sich über den Luftspalt schließt und Ständer- und Läuferwicklungen miteinander verkettet, unter Last zu erregen. Dieses resultierende Hauptfeld induziert in die Ständer- und Läuferwicklung, wie in Abschn. 5.1 erläutert, durch Selbst- und Gegeninduktion Spannungen, deren gemeinsame Wirkung Hauptfeldspannung $\underline{U}_h$ genannt wird.

$$\underline{U}_h = j\omega_s L_h \cdot \underline{I}_m \tag{5.30}$$

Obwohl in (5.28) auch auf der Rotorseite mit der Ständerfrequenz gerechnet wird, ist tatsächlich die Läuferfrequenz wirksam. Die rotorseitige Hauptfeldspannung U_{hr} ist durch (5.31) bestimmt.

$$\underline{U}_{hr} = j \cdot s \cdot \omega_s L_h \cdot \underline{I}_m / \ddot{u} \tag{5.31}$$

Wird in grober Näherung angenommen, dass I_m unabhängig vom Schlupf konstant ist, so sinkt U_{hr} linear mit sinkendem Schlupf (Abb. 5.3). Tatsächlich sinkt I_m mit zunehmendem Schlupf, wie noch gezeigt wird. Eine korrekte Trennung des Gesamtfelds in Haupt- und Streufelder durch Messungen ist außer unter vereinfachenden Annahmen in der Realität nicht möglich. Haupt- und Streuinduktivitäten sind somit nicht getrennt experimentell bestimmbar. Häufig werden die messbaren Größen „Ständerstranginduktivität" L_s und „Läuferstranginduktivität" L_r' bzw. Ständer- und Läuferreaktanz X_s, X_r' verwendet.

$$L_s = L_h + L_{s\sigma} \qquad X_s = X_h + X_{s\sigma} \tag{5.32}$$

$$L_r' = L_h + L_{r\sigma}' \qquad X_r' = X_h + X_{r\sigma}' \tag{5.33}$$

Aus (5.28) wird der Läuferstrom (5.35) in Abhängigkeit des Ständerstroms bestimmt. Wird er in (5.27) eingesetzt, so wird der Ständerstrom (5.36) in Abhängigkeit der Ständerspannung erhalten. Dabei tritt im Nenner der Ausdruck $X_s X_r' - X_h^2$ auf. Mit der von Blondel eingeführten Streuziffer σ (5.34) kann dieser Ausdruck durch $\sigma X_s X_r'$ ersetzt werden.

$$\sigma = 1 - \frac{L_h^2}{L_s L_r'} = 1 - \frac{X_h^2}{X_s X_r'} \tag{5.34}$$

$$\underline{I}_r' = -\underline{I}_s \frac{jX_h}{\frac{R_r'}{s} + jX_r'} \tag{5.35}$$

Der Ständerstrom (5.36) variiert in Abhängigkeit von der durch das Netz fest vorgegebenen Frequenz sowie der Ständer-Strangspannung, deren Phasenlage als unabhängige Größe frei wählbar und in Abb. 5.4 zu Null angenommen ist, und dem Schlupf.

$$\underline{I}_s = \underline{U}_s \frac{R_r' + jsX_r'}{(R_s R_r' - s \cdot \sigma \cdot X_s X_r') + j(s \cdot R_s X_r' + X_s R_r')} \tag{5.36}$$

Aus (5.35), (5.36) folgt für $s = 0$, dass der Läuferstrom Null ist. Der entsprechende Ständerstrom ist der Leerlaufstrom (5.37), der nur von der Ständerstrangimpedanz begrenzt wird. Ständer- und Läuferstrom ändern sich linear mit der Spannung U_s, wenn die Permeabilität im Eisen und damit die Eisensättigung konstant angenommen werden. Im T-Ersatzschaltbild sind dann die Reaktanzen konstant und unabhängig von der Stromhöhe.

$$\underline{I}_s(s = 0) = \frac{\underline{U}_s}{R_s + jX_s} \tag{5.37}$$

b) Bemessungsdaten und per-unit-Größen: Um Größenordnungen unabhängig von aktuellen Maschinendaten abzuschätzen, wurde das „per unit“-System, also das Rechnen mit bezogenen Größen, eingeführt. Jede Maschine ist für eine bestimmte Spannung U_N und einen bestimmten Strom I_N bemessen, die gemäß internationaler Norm IEC 60034-1 „Bemessungsspannung“ und „Bemessungsstrom“ genannt werden. Diese Daten stehen auf dem Leistungsschild. Die Bemessungsspannung auf dem Leistungsschild ist bei Drehstrom-Maschinen stets die verkettete Spannung, da diese Größe zwischen zwei Anschlussklemmen direkt messbar ist. Sie ist z. B. 400 V zwischen den Klemmen U-V, V-W und W-U. Gemäß Kap. 1 ist sie daher bei Dreieckschaltung der Ständerwicklung auch die Bemessungs-Strangspannung. Bei Sternschaltung ist die Bemessungs-Strangspannung als Spannungsdifferenz zwischen der Klemme U und dem Sternpunkt N bzw. V-N und W-N um den Faktor $1/\sqrt{3}$ kleiner als die Bemessungsspannung.

Beispiel 5.2

Bemessungsspannung $U_N = 400\,\text{V}$, Bemessungsstrom $I_N = 100\,\text{A}$

a) *Sternschaltung:*
Bemessungsstrangspannung $U_{s,N} = U_N/\sqrt{3} = 231\,\text{V}$,
Bemessungsstrangstrom $I_{s,N} = I_N = 100\,\text{A}$

b) *Dreieckschaltung:*
Bemessungsstrangspannung $U_{s,N} = U_N = 400\text{V}$,
Bemessungsstrangstrom $I_{s,N} = I_N/\sqrt{3} = 100/\sqrt{3} = 58\,\text{A}$

Die Bemessungs-Scheinleistung ist in beiden Fällen gleich groß.

a) $S_N = 3U_{s,N}I_{s,N} = 3 \cdot 231 \cdot 100 = 69.3\,\text{kVA}$

b) $S_N = 3U_{s,N}I_{s,N} = 3 \cdot 400 \cdot 58 = 69.3\,\text{kVA}$

Für das Ersatzschaltbild Abb. 5.4 werden in der Folge stets die Strangwerte verwendet. Daher werden für die „per unit"-Betrachtung als Bezugsgrößen die Bemessungsstranggrößen $U_{s,N}$, $I_{s,N}$ zugrunde gelegt. Mit den bezogenen Strom- und Spannungsgrößen (5.38) kann jede Impedanz Z ebenfalls als auf die Nennimpedanz $Z_N = U_{s,N}/I_{s,N}$ „bezogene" Größe z dargestellt werden.

$$u = U/U_{s,N}, \quad i = I/I_{s,N} \tag{5.38}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U/U_{s,N}}{I/I_{s,N}} \cdot \frac{U_{s,N}}{I_{s,N}} = \frac{u}{i} \cdot Z_N \text{ bzw. } z = \frac{Z}{Z_N} = \frac{u}{i} \tag{5.39}$$

Die Nennimpedanz einer elektrischen Drehfeldmaschine als Bezugsimpedanz ist der Quotient aus Bemessungsstrangspannung und Bemessungsstrangstrom. Mit dieser bezogenen Darstellung lassen sich die Größenordnungen der fünf Parameter r_s, r'_r, x_s, x'_r, σ in typischen Asynchronmaschinen leicht überblicken.

Strangwiderstände: Die bezogenen Strangwiderstände $r_s = R_s/Z_N$, $r'_r = R'_r/Z_N$ betragen nur wenige Prozent der Nennimpedanz und sind somit klein, da Wicklungen in der Regel so bemessen werden, dass sie kleine ohm'sche Widerstände und damit kleine Stromwärmeverluste aufweisen.

Strangreaktanzen: Die bezogenen Strangreaktanzen $x_s = X_s/Z_N$, $x'_r = X'_r/Z_N$ sind mit Werten von ca. 3 deutlich größer als die Nennimpedanz, da sie die große Hauptreaktanz enthalten.

Hauptreaktanz: Die Hauptreaktanz soll groß sein, da sie die magnetische Kopplung zwischen Ständer- und Läuferwicklungen beschreibt, die groß sein soll, um eine hocheffiziente Energieübertragung vom Ständer- in das Läufersystem zu ermöglichen. Die Hauptreaktanz beträgt ca. das 2.5- bis 3-fache der Nennimpedanz $X_h/Z_N = 2.5 \ldots 3.0$. In Kap. 4 wurde gezeigt, dass der Kehrwert des Luftspalts maßgeblich die Größe von L_h festlegt. Daher wird in Asynchronmaschinen i. A. ein möglichst kleiner Luftspalt angestrebt. Die mechanische Untergrenze wird dadurch bestimmt, dass ein mechanischer Kontakt des Läufers an der Ständerbohrung auf Grund einer exzentrischen Läuferlagerung, des Lagerspiels und der Läuferdurchbiegung vermieden werden muss. Der mechanische Luftspalt beträgt bei kleinen Motoren mit typisch 500 W Bemessungsleistung ca. 0.28 mm und nimmt mit steigender Bemessungsleistung und Baugröße zu. In Niederspannungsmaschinen wird versucht, durch halbgeschlossene Nuten die magnetisch wirksame Vergrößerung des Luftspalts und damit den Carter-Faktor k_C (Kap. 3) möglichst klein zu halten. Bei Hochspannungsmaschinen mit offenen Rechtecknuten wird versucht, durch magnetisch leitfähige Keile mit einer relativen Permeabilität von 5 … 10 den Einfluss der Nutöffnungen auf die magnetisch wirksame Vergrößerung des Luftspalts klein zu halten.

Streuinduktivitäten und Streuziffer: Die Größe der Summe der Streureaktanzen kann aus der Blondel'schen Streuziffer gemäß (5.40) bestimmt werden, solange die Streureaktanzen deutlich kleiner als die Hauptreaktanz sind. Dies erklärt den Namen „Streuziffer" für σ.

$$\sigma = 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{X_{s\sigma}}{X_h}\right)\left(1 + \frac{X'_{r\sigma}}{X_h}\right)} \approx 1 - \left(1 - \frac{X_{s\sigma}}{X_h}\right)\left(1 - \frac{X'_{r\sigma}}{X_h}\right) \tag{5.40}$$

$$\sigma \approx \frac{X_{s\sigma} + X'_{r\sigma}}{X_h}$$

$$X_{s\sigma} + X'_{r\sigma} \approx \sigma X_h \approx \sigma X_s \tag{5.41}$$

Moderne Asynchronmaschinen sind so entworfen, dass die Streuung möglichst klein ist, da die Streufelder an der magnetischen Kopplung zwischen Stator- und Rotorwicklung nicht mitwirken. Allerdings wirken die Streufelder kurzschlussstrombegrenzend, sodass ein Kompromiss zwischen zu kleinem und zu großem Streufeld gefunden werden muss. Die Streuziffer σ ist in der Regel 0.08 bis 0.1. Die Summe der beiden Streureaktanzen beträgt, bezogen auf die Nennimpedanz, mit den angegebenen Größenordnungen von σ und x_h ca.

$$x_{s\sigma} + x'_{r\sigma} = (0.08 \ldots 0.1) \cdot (2.5 \ldots 3) = 0.2 \ldots 0.3.$$

Bei der Berechnung der Ständer- und Läuferstreureaktanz aus der Maschinengeometrie ergeben sich etwa gleich große Werte, da die Geometrie von Ständer- und Läuferwicklung ähnlich ist:

$$X_{s\sigma}/Z_N \approx X'_{r\sigma}/Z_N \cong 0.10 \dots 0.15.$$

Eine messtechnisch eindeutige Aufteilung der Gesamtstreuung in getrennte Werte für Ständer- und Läuferstreuung ist nicht möglich, wie weiter unten erläutert wird.

c) Stromaufnahme der Asynchronmaschine:

Leerlauf: Die motorische Leerlaufdrehzahl des Läufers ist wegen der unvermeidlichen Reibungsverluste im Läufer stets etwas kleiner als die Synchrondrehzahl. Wird aber näherungsweise $s=0$ angesetzt, so ist der Läuferstrom im Leerlauf – wie zuvor erwähnt – Null, sodass nur die Ständerimpedanz strombegrenzend für den Ständerstrom wirkt. Bei Betrieb mit Bemessungsfrequenz ist i. A. der Einfluss des Ständerstrangwiderstands R_s gegenüber der Ständerstrangreaktanz X_s vernachlässigbar klein.

$$\begin{aligned} \underline{I}_s(s=0) &= \frac{\underline{U}_s}{R_s + jX_s} \approx -j\frac{\underline{U}_s}{X_s} \\ \underline{i}_{s0} &= \frac{\underline{I}_s}{I_N}(s=0) \approx -j\frac{\underline{U}_s/U_N}{X_s/Z_N} = -j\frac{u_s}{x_s} \end{aligned} \tag{5.42}$$

Beispiel 5.3

Schätzen Sie den bezogenen Leerlaufstrom, wenn die bezogene Ständerstrangreaktanz $x_s = x_h + x_{s\sigma} = 3.0 + 0.15 = 3.15$ beträgt.

Lösung:
Der Leerlaufstrom beträgt etwa 1/3 des Bemessungsstroms: $i_{s0} = 1/3.15 \approx 0.33$. Bei 100 A Bemessungsstrom beträgt der Leerlaufstrom des Asynchronmotors ca. 33 A.

Kurzschluss (Stillstand): Bei stillstehendem Läufer ist der Schlupf $s=1$. Damit der Läufer nicht unter dem Einfluss des Stillstandsmoments M_1 zu drehen beginnt, muss der Läufer blockiert werden. Werden die Widerstände in (5.36) gegenüber den Reaktanzen vernachlässigt, so ist die Stromaufnahme des Motors bei $s=1$ im Wesentlichen nur durch die i. A. kleinen Streureaktanzen begrenzt und daher kurzschlussartig groß. Deshalb wird der Anfahrstrom bei $s=1$ auch als Kurzschlussstrom bezeichnet. Mit $R_s << X_s$ und $R_r << X_r$ wird die Stromaufnahme bei $s=1$ abgeschätzt.

$$\underline{I}_s(s=1) = \underline{U}_s \frac{R'_r + jX'_r}{(R_s R'_r - \sigma \cdot X_s X'_r) + j(R_s X'_r + X_s R'_r)}$$

$$\underline{I}_s(s=1) \approx \underline{U}_s \frac{jX'_r}{-\sigma \cdot X_s X'_r} = \frac{j\underline{U}_s}{-\sigma \cdot X_s}$$

$$\underline{i}_{s1} = \frac{\underline{I}_s}{I_N}(s=1) \approx -j\frac{\underline{U}_s/U_N}{\sigma X_s/Z_N} = -j\frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \tag{5.43}$$

Fazit:
Der Ständer-Kurzschlussstrom ist um den Faktor 1/σ größer als im Leerlauf und ca. 10- bis 12-mal so groß. Daher wird der Anfahrpunkt $s=1$ auch Kurzschlusspunkt genannt, da der Strom kurzschlussartig groß ist.

Beispiel 5.4

Bestimmen Sie den Kurzschlussstrom für $\sigma = 0.08$, $u_s = 1$, $x_s = 2.6$!

Lösung:
$i(s=1) = 1/(2.6 \cdot 0.08) = 4.8$ p.u.. Der Kurzschlussstrom ist der 4.8-fache Bemessungsstrom.

Bei großen Asynchronmaschinen ist die Streuziffer i. A. kleiner als bei kleinen Maschinen, sodass dann ein 5- bis 7-facher Bemessungsstrom als Anfahrstrom möglich und daher in den einschlägigen Vorschriften der zulässige Anfahrstrom nach oben begrenzt werden muss. Um diesen großen Anfahrstrom zu begrenzen, muss der Streufluss durch z. B. schmale, tiefe Nuten und halbgeschlossene oder geschlossene Läufernuten mit erhöhten Zahnköpfen h_4 (siehe Kap. 4) künstlich erhöht werden.

Messtechnische Bestimmung der Streuziffer: Bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine wird bei Läuferstillstand die läuferseitig induzierte Spannung $U_{rh}(s=1)$ bei offenem Läuferkreis als „Läuferstillstandsspannung" gemessen. Mit dem gleichzeitig gemessenen Ständerstrom $I_s \approx I_{s0}$ ergibt sich die Gegeninduktivität $M_{rs} = U_{rh}/(\omega_s I_s)$. Aus (5.42) wird die Ständerstranginduktivität erhalten, wenn der Ständerstrangwiderstand zuvor mit einer Widerstandsmessung bestimmt wurde: $L_s = \sqrt{(U_s/I_{s0})^2 - R_s^2}/\omega_s$. Bei Speisung des Läufers mit dem Drehspannungssystem U_r, ω_s und offenen Ständerklemmen wird mit der Messung der Stromaufnahme I_{r0} umgekehrt die Läuferstranginduktivität $L_r = \sqrt{(U_r/I_{r0})^2 - R_r^2}/\omega_s$ bestimmt, wenn zuvor der Läuferstrangwiderstand mit einer Widerstandsmessung bestimmt wurde. Bei $m_s = m_r$ wird wegen $M_{sr} = M_{rs} = M$ mit dem aus den Wicklungsdaten bekannten Übersetzungsverhältnis $ü$ die Blondel'sche Streuziffer gemäß

$$\sigma = 1 - M^2/(L_s L_r)$$

aus Messdaten ermittelt. Eine Auftrennung der Streuflüsse auf die Ständer- und Läuferseite erfolgt dabei nicht und ist auch prinzipiell nicht eindeutig möglich. Aus 5.42), (5.43) folgt mit den Beziehungen $R_s << X_s$, $R_r << X_r$, $X_{s\sigma} << X_s$, $X_{r\sigma} << X_r$ eine vereinfachte Messvorschrift zur Bestimmung der Blondel'schen Streuziffer, die auch dann anwendbar ist, wenn der kurzgeschlossene Läufer wie bei der Käfigwicklung (Kap. 6) eine Messung der Läuferstillstandsspannung nicht erlaubt.

$$\sigma \cong \frac{U_s/I_s(s=1)}{U_s/I_s(s=0)} \tag{5.44}$$

Beweis:

$$\frac{U_s/I_s(s=1)}{U_s/I_s(s=0)} \cong \frac{U_s/X_s}{U_s/(\sigma X_s)} = \sigma \qquad \square$$

Durchflutungsausgleich: Der auf die Ständerwicklungsdaten umgerechnete Läuferstrom bei $s=1$ ist wegen (5.45) kaum kleiner als der Ständerstrom, aber bei vernachlässigten Widerständen gegenphasig. Ständer- und Läuferdurchflutung sind damit räumlich entgegengesetzt gerichtet und löschen einander nahezu aus, was als „Durchflutungsausgleich" bezeichnet wird.

$$\underline{I}'_r(s=1) = -\underline{I}_s \frac{jX_h}{R'_r + jX'_r} \approx -\underline{I}_s \frac{X_h}{X'_r} = -\underline{I}_s \cdot \frac{1}{1 + X'_{r\sigma}/X_h} \tag{5.45}$$

Der Magnetisierungsstrom $\underline{I}_m(s=1) = \underline{I}_s + \underline{I}'_r \approx \underline{I}_s \cdot (X'_{r\sigma}/X_h)$ ist wegen dieses Durchflutungsausgleichs bei $s=1$ deutlich kleiner als der Ständerstrom und kann bei groben Abschätzungen vernachlässigt werden. Er ist jedenfalls deutlich kleiner als bei Leerlauf, und sinkt mit steigendem Schlupf von $s=0$ auf $s=1$ kontinuierlich. Damit sind der Hauptfluss Φ_h und die Hauptflussverkettung $\Psi_h = N_s k_{ws} \Phi_h = L_h \cdot \sqrt{2} I_m$ bei Leerlauf maximal und sinken mit steigendem Schlupf.

Bemessungspunkt (Nennpunkt): Beim Bemessungsschlupf s_N ist der Strom in der Ständer- und Läuferwicklung so bemessen, dass das Bemessungsmoment erzeugt wird. Der Bemessungsschlupf beträgt in der Regel nur wenige Prozent. Die Bemessungsdrehzahl ist im Motorbetrieb daher nur geringfügig kleiner als die Leerlaufdrehzahl. Der Rotorstrom ist bereits bei diesem kleinen Schlupf nahezu gegenphasig zum Ständerstrom. In Abb. 5.5 ist ein typisches Strom-Zeigerdiagramm im Bemessungspunkt dargestellt, sowie das zugehörige Grundwellen-Feldbild, das von den Grundwellen der Ständer- und Läuferstrombelagsverteilung, die im Bild wegen der Sinusverteilungen sichelartig erscheinen, gemeinsam erregt wird. Beachten Sie, dass die Ständer-Strombelagsgrundwelle alleine ein deutlich größeres Ständerfeld erregen würde, dessen Feldachse parallel zur Richtung des Zeigers $\underline{I}_s$ gerichtet wäre. Dies gilt in gleicher Weise für die Läufer-Strombelagsgrundwelle, ihr Läuferfeld und die Richtung des Läuferstromzeigers $\underline{I}'_r$. Die

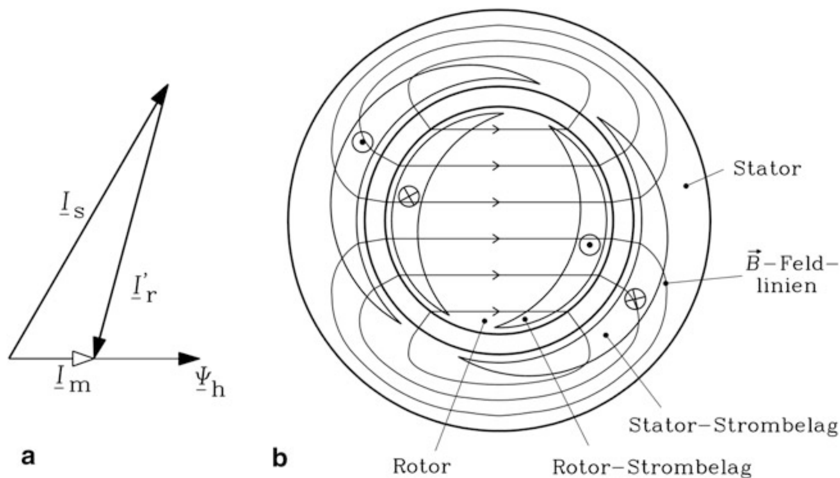


Abb. 5.5 Bemessungspunkt der Asynchronmaschine: (**a**) Zeiger-Diagramm von Ständer-, Läufer- und Magnetisierungsstrom sowie Hauptflussverkettung $\Psi_h = k_{ws} N_s \Phi_h$ (**b**) Querschnitt durch die Asynchronmaschine: Die Grundwellen-Strombeläge von Ständer und Läufer sind entsprechend der zeitlichen Phasenlagen der Zeiger von a) räumlich richtig sichelförmig eingetragen. Das von beiden erregte resultierende Feld im Luftspalt ist durch die Feldlinien der Flussdichte B dargestellt. Der „Durchflutungsausgleich" ist durch den gegenüber I_s deutlich kleineren Strom I_m erkennbar. Ständer- und Läufer-Strombelag für sich allein würden bei konstanter Eisensättigung deutlich höhere Felder mit einer zu $\underline{I}_s$ bzw. $\underline{I}'_r$ parallelen räumlichen Orientierung erregen, während das resultierende B-Feld räumlich parallel zu $\underline{I}_m$ orientiert ist (vgl. Abb. 5.2)

Amplituden der Strombelagsgrundwellen des Ständers und Läufers sind zu I_s und I'_r direkt proportional. Bei konstanter Eisenpermeabilität sind auch die zugehörigen Amplituden der Luftspaltfeldwellen von Ständer und Läufer direkt zu I_s und I'_r proportional, die Amplitude der resultierenden Feldgrundwelle direkt zu I_m proportional.

Beispiel 5.5

Vierpoliger Asynchronmotor, 400 V Y, 11 kW, am 50 Hz-Netz: Synchrondrehzahl $n_{syn} = 1500/\text{min}$, Leerlaufdrehzahl $n_0 = 1499/\text{min}$, Bemessungsdrehzahl $n_N = 1450/\text{min}$, Bemessungsschlupf $s_N = 0.033 = 3.3\,\%$.

d) Zeigerdiagramm der Asynchronmaschine: Das Zeigerdiagramm je Strang wird aus dem T-Ersatzschaltbild abgeleitet. In Abb. 5.6 ist das Zeigerdiagramm für den Bemessungspunkt im Motorbetrieb dargestellt. Der Ständerstrom eilt der Ständerspannung stets nach, denn die Asynchronmaschine wirkt sowohl im Motor- wie im Generatorbetrieb stets induktiv. Die Asynchronmaschine ist somit in Bezug auf die Blindleistung ein induktiver Verbraucher, um das Magnetfeld im Luftspalt zu erregen. Der Spannungsfall an dem „fiktiven" Widerstand R'_r/s ist zusammengesetzt aus dem „echten" Spannungsfall $R'_r \underline{I}'_r = \ddot{u} R_r \underline{I}_r$

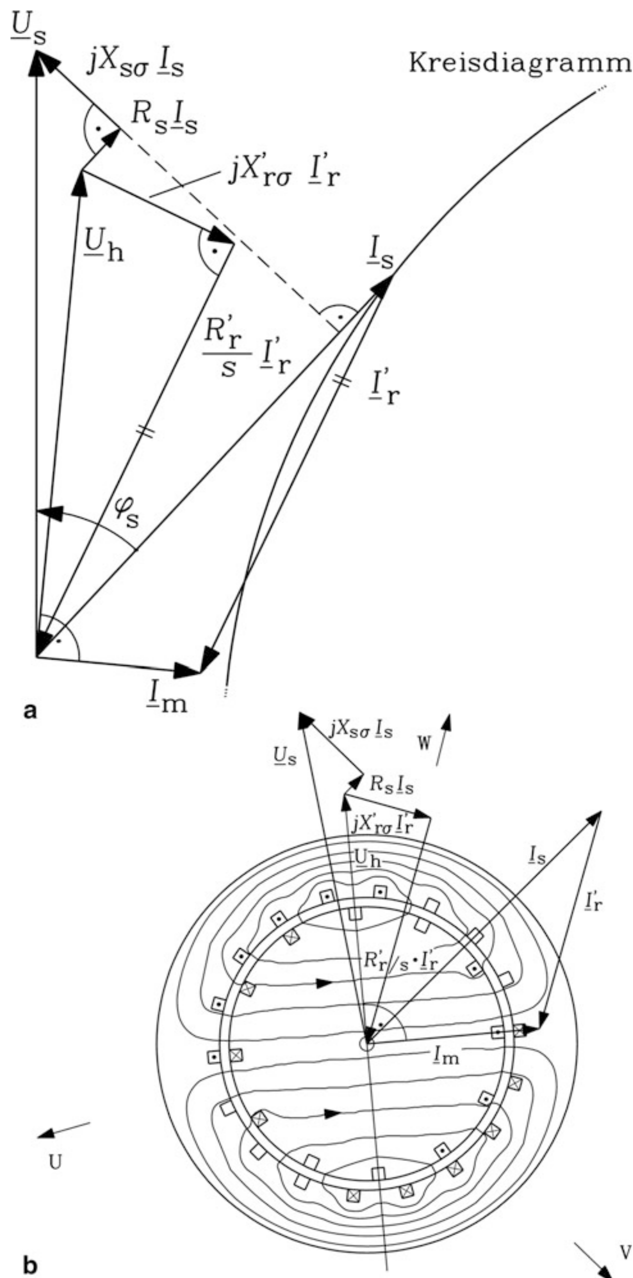


Abb. 5.6 Typisches Zeigerdiagramm je Strang einer Asynchronmaschine für den Bemessungspunkt bei Bemessungsschlupf. (**a**) Bei Veränderung des Schlupfs und damit des Lastmoments wandert die Spitze des Ständerstroms bei konstanter Strangspannung auf einem Kreis und ergibt so das Kreisdiagramm des Ossanna-Kreises. (**b**) Numerisch berechnetes Feldbild für $2p = 2$, $q_s = 3$, $q_r = 2$, Einschichtwicklung, konstante Eisenpermeabilität, und zugehöriges Zeigerdiagramm

und dem Wert $R'_r \underline{I}'_r \cdot (1/s - 1)$. Die zugehörige Leistung $m_s R'_r I'^2_r \cdot (1/s - 1) = m_s R_r I_r^2 \cdot (1/s - 1)$ stellt die Leistungsumsetzung von elektrischer in mechanische Leistung dar, wie nachfolgend erläutert wird.

e) Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie: Das von der Maschine entwickelte elektromagnetische Drehmoment kann über die Lorentz-Kraft (5.1) bestimmt werden oder deutlich einfacher aus der Leistungsbilanz. Aus dem T-Ersatzschaltbild, in dem nur die Stator- und Rotorstromwärme als Verluste berücksichtigt sind, liest man unmittelbar ab, dass die Wirkleistung, die vom Stator über den Luftspalt berührungslos auf den Rotor übertragen wird, die zugeführte Netzwirkleistung P_{in} abzüglich der Ständer-Stromwärmeverluste ist (5.47). Diese Leistung heißt „Luftspaltleistung" P_δ. Alle m_s Ständer-Stränge sind bei der Bilanz zu berücksichtigen! Dabei werden der konjugiert komplexe Stromzeiger in (5.46) und die Spannung $\underline{U}_s = U_s$ verwendet:

$$\underline{I}_s^* = (I_{s,Re} + jI_{s,Im})^* = I_{s,Re} - jI_{s,Im} = I_s \cos\varphi_s - jI_s \sin\varphi_s.$$

$$P_{in} = m_s U_s I_s \cos\varphi_s = m_s \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_s \underline{I}_s^*\right\} \tag{5.46}$$

$$P_\delta = P_{in} - m_s R_s I_s^2 \tag{5.47}$$

Dabei sind in (5.47) die weiteren ständerseitigen Verluste (Ummagnetisierungs- und netzseitig gedeckte Zusatzverluste) vernachlässigt. Über (5.47) und (5.36) kann die Luftspaltleistung durch die Ständerspannung U_s, den Schlupf s und die Ersatzschaltbildparameter dargestellt werden. Diese etwas umständliche Rechnung kann mit folgender Überlegung umgangen werden: Die auf den Läufer übertragene Leistung P_δ ist gemäß dem Ersatzschaltbild identisch mit der im fiktiven Widerstand R'_r/s umgesetzten Leistung $m_s I'^2_r R'_r/s$. Damit sind die Läuferstromwärmeverluste $P_{Cu,r} = m_s I'^2_r R'_r$ auch durch $P_{Cu,r} = sP_\delta$ bestimmt, und die im Motorbetrieb an die Lastmaschine abgegebene mechanische Leistung ist

$$P_m = P_\delta - P_{Cu,r} = (1 - s) \cdot P_\delta.$$

Mit der mechanischen Leistungsgleichung $P_m = \Omega_m \cdot M_e$ und der mechanischen Winkelgeschwindigkeit $\Omega_m = 2\pi n = (1 - s) \cdot \Omega_{syn}$ wird das elektromagnetische Drehmoment bestimmt.

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{P_\delta \cdot (1 - s)}{\Omega_{syn} \cdot (1 - s)} = \frac{P_\delta}{\Omega_{syn}} = p\frac{P_\delta}{\omega_s} \tag{5.48}$$

Aus (5.48) folgt $M_e = m_s R'_r I'^2_r/(s\Omega_{syn})$. Drückt man gemäß (5.35) den Läuferstrom durch den Ständerstrom (5.36) aus, und bildet das Quadrat seines Betrags, erhält man das elektromagnetische Drehmoment (5.49) und über (5.48) die Luftspaltleistung.

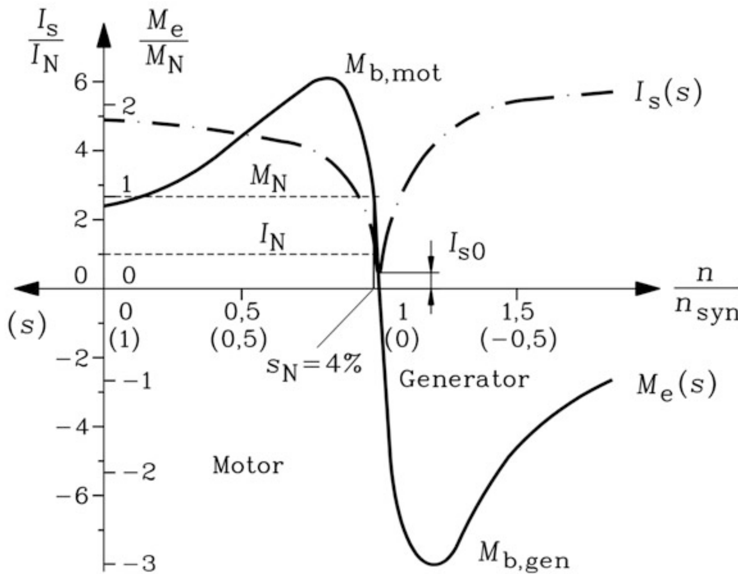


Abb. 5.7 Drehmoment M_e und Ständerstrom I_s in Abhängigkeit der Drehzahl n/n_{syn} bzw. des Schlupfs $-s$ ($R_s/X_s = 1/100$, $R_r/X_r = 1.3/100$, $\sigma = 0.067$, $X_s = X'_r = 3Z_N$)

$$M_e = m_s \frac{p}{\omega_s} U_s^2 \frac{s(1-\sigma)X_s X'_r R'_r}{(R_s R'_r - s\sigma X_s X'_r)^2 + (sR_s X'_r + X_s R'_r)^2} \tag{5.49}$$

Aus (5.48) folgt, dass das mit synchroner Winkelgeschwindigkeit $\Omega_{syn} = 2\pi n_{syn}$ rotierende Drehfeld die Luftspaltleistung auf den Läufer – unabhängig vom Schlupf – gemäß der Beziehung „Luftspaltleistung = Drehmoment × Synchron-Winkelgeschwindigkeit" überträgt. Da $n = (1-s) \cdot f_s/p$ gilt, sind gemäß (5.36) und (5.49) I_s und M_e in Abhängigkeit sowohl von s als auch von n darstellbar (Abb. 5.7).

Fazit:

- *Das elektromagnetische Moment ändert sich quadratisch mit der Ständerspannung.*
- *Im Leerlauf $s = 0$ ist das Drehmoment Null.*
- *Bei unendlich hohem positivem oder negativem Schlupf ist das Drehmoment auch Null.*
- *Daraus folgt, dass das Drehmoment sowohl im Bereich zwischen $s = 0$ und $+\infty$ als auch 0 und $-\infty$ ein Extremum hat, das sogenannte motorische und generatorische Kippmoment M_b.*

Überschreitet das Lastmoment das motorische Kippmoment, wird die Maschine bis zum Stillstand gebremst. Man sagt, sie „kippt" aus dem Betrieb (Name!).

Beispiel 5.6

Durch eine Netzstörung sinkt die Spannung um 10 % („Spannungseinbruch“). Wie ändert sich das maximale Drehmoment?
Wegen $M_{\mathrm{e}} \sim U_{\mathrm{s}}^2$ sinkt das maximale Moment um ca. 20 %.

Beispiel 5.7

Stellen Sie die Drehmoment-Schlupf-Kennlinie und Ständerstrom-Schlupf-Kennlinie einer Asynchronmaschine mit folgenden Daten dar!

$$R_{\mathrm{s}}/X_{\mathrm{s}} = 1/100,\; R_{\mathrm{r}}/X_{\mathrm{r}} = 1.3/100,\; \sigma = 0.067,\; X_{\mathrm{s}} = X'_{\mathrm{r}} = 3Z_{\mathrm{N}}$$

Lösung:
Mit dem Betrag von (5.36) und mit (5.49) ergibt sich die Darstellung von Abb. 5.7.

f) Motor- und Generatorbetrieb der Asynchronmaschine: Das Drehmoment ist positiv, wenn der Rotor langsamer dreht als das Drehfeld. Es treibt den Rotor im Schlupfbereich $1 \geq s > 0$ an, sodass dort Motorbetrieb auftritt. Der Rotor kann nur dann rascher als das Drehfeld drehen, wenn er angetrieben wird. Der Schlupf ist dann negativ ($s < 0$), da $n > n_{\mathrm{syn}}$ ist. Das elektromagnetische Drehmoment ist dabei gemäß Abb. 5.7 negativ und bremst. Die Maschine wird zum Generator. Er ist nach wie vor für das Netz eine induktive Belastung, um das Magnetfeld im Luftspalt zu erzeugen, gibt aber elektrische Wirkleistung in das Netz ab, die an der Welle in Form von mechanischer Energie z. B. durch eine Windturbine zugeführt wird. Damit hat der Asynchrongenerator am starren Netz, z. B. als Windkraft-Asynchrongenerator mit kurzgeschlossenem Läufer, keine allgemein verlangten, netzverträglichen Generatoreigenschaften. Von elektrischen Generatoren wird in der Regel verlangt, dass sie sich bezüglich der Blindleistung nicht nur als induktive Verbraucher, sondern auch als kapazitive Verbraucher verhalten können, also „Blindleistung ins Netz liefern“ können, d. h. Blindleistung für induktive Verbraucher bereitstellen. Damit können sie sich an der „Netzregelung“ zur Konstanthaltung der Spannung unabhängig von der Höhe der Netzbelastung beteiligen, um die induktive Blindleistung der typischen Verbraucher im Netz wie Asynchronmotoren, Transformatoren, Relais, belastete Kabel und Freileitungen usw. zu decken. Der Asynchrongenerator mit kurz geschlossenem Läufer ordnet sich dagegen in die Reihe der induktiven Verbraucher ein und benötigt i. A. irgendwo im Netz einen kapazitiv wirkenden Synchrongenerator, der die von ihm benötigte Blindleistung bereitstellt (Kap. 8). Erst durch den Übergang zur zusätzlichen elektrischen Speisung des Asynchronläufers kann auch der dann „doppeltgespeiste“ Asynchrongenerator kapazitiv betrieben werden (Kap. 7).

Im Inselbetrieb ohne speisendes Netz kann die Asynchronmaschine demgemäß auch nur als Generator arbeiten, wenn aus einer Spannungsquelle induktive Blindleistung für

die Erregung des Magnetfelds zur Verfügung gestellt wird. Dies kann durch eine parallel zu den Maschinenklemmen geschaltete Kondensatorbank, bestehend aus drei z. B. in Stern geschalteten Kondensatoren für die drei Statorwicklungsstränge, erfolgen. Sie nimmt kapazitive Blindleistung auf, gibt folglich induktive Blindleistung ab; der Blindleistungshaushalt der Kondensatorbank und der Asynchronmaschine ist mithin ausgeglichen; Asynchronmaschine und Kondensatoren bilden einen Serienschwingkreis. Damit nach dem Zuschalten der angetriebenen Asynchronmaschine auf die zuvor ungeladene Kondensatorbank Spannung induziert wird, muss das Läufereisen ein $2p$-poliges Restmagnetfeld in Form von Eisenremanenz aufweisen. Dieses rotierende Remanenzfeld induziert in der Ständerwicklung ein Drehspannungssystem mit Drehfrequenz (Remanenzspannung), das ein Ständerstromsystem erregt, das wegen der Kondensatorlast zur Remanenzspannung phasenverschoben ist. Wegen der Sättigung des Eisens ist aber der Ständerstrom nicht zeitlich sinusförmig, sondern verzerrt, sodass er als Fourier-Reihe von Strömen unterschiedlicher Frequenz dargestellt werden kann. Für jene Stromfrequenz, die der Eigenfrequenz des Serienschwingkreises, gebildet aus Ständerinduktivität und Kapazität, am nächsten ist, ist die resultierende Ständerimpedanz minimal und diese Stromkomponente daher maximal. Sie erregt ein dominantes Ständerdrehfeld, das proportional zu dieser Frequenz rotiert und daher gegenüber dem Läufer einen i. A. negativen Schlupf aufweist. Der Läufer wird induziert, und die asynchrone, generatorische Energiewandlung setzt ein. Diesen Vorgang nennt man die „Selbsterregung“ der Asynchrongeneratoren im Inselbetrieb. Rotoren mit geschlossenen Läufernuten weisen bei diesem Selbsterregungsvorgang i. A. eine zu hohe Nutstreuinduktivität auf, sodass die Eigenfrequenz des Schwingkreises zu niedrig ist. Dadurch stellt sich häufig kein negativer Schlupf ein, und die Selbsterregung findet nicht statt (Binder und Rummich 1990). Es verbleibt der kleine drehfrequente, technisch uninteressante Ständerstrom zufolge der Remanenzspannung. Ein nachträgliches Schlitzen der Eisenbrücken der geschlossenen Läufernuten bringt Abhilfe, da dann die Läuferstreuinduktivität sinkt und die Eigenfrequenz des Schwingkreises so weit steigt, dass sich negativer Schlupf und Selbsterregung einstellt.

g) Gegenstrombereich der $M_e(s)$-Kennlinie: Bei Betrieb mit $s > 1$ wird der Rotor gegen die Drehrichtung des Drehfelds angetrieben; die Läuferdrehzahl ist negativ: $n < 0$. Trotzdem ist das elektromagnetische Moment gemäß Abb. 5.7 positiv. Daher ist die mechanische Leistung an der Welle negativ.

$$P_{\mathrm{m}}(s > 1) = 2\pi \cdot n \cdot M < 0$$

Es wird mechanische Leistung an der Welle und gleichzeitig elektrische Leistung an den Motorklemmen zugeführt. Die gesamte Leistung wird als Verlustleistung in Form von Wärme hauptsächlich in den Wicklungen durch die Stromwärmeverluste und zum geringen Teil im geblechten Stator- und Rotoreisenkörper durch die Ummagnetisierungsverluste und in den Lagern und im Wellenlüfter als Reibungsverluste umgesetzt. Die Maschine arbeitet als mechanisch-elektrische Bremse.

h) Kippmomente: Je ein Extremwert des elektromagnetischen Drehmoments tritt im Generator- und im Motorbereich als Kippmoment auf. Aus

$$dM_e/ds = 0 \tag{5.50}$$

folgt mit (5.49) der Kippschlupf s_b im motorischen ($s_{b,mot} > 0$) und generatorischen Bereich ($s_{b,gen} < 0$). Der Betrag des Kippschlupfs s_b für Generator- und Motorbetrieb ist gleich groß.

$$s_{b,mot/gen} = \pm \frac{R'_r}{X'_r} \cdot \sqrt{\frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s^2 + \sigma^2 X_s^2}} = \pm s_b, \quad s_b = \frac{R'_r}{X'_r} \cdot \sqrt{\frac{R_s^2 + X_s^2}{R_s^2 + \sigma^2 X_s^2}} \tag{5.51}$$

$$R_s = 0: \quad s_{b,mot/gen} = \pm \frac{R'_r}{\sigma X'_r} = \pm s_b, \quad s_b = \frac{R'_r}{\sigma X'_r} \tag{5.52}$$

Da bei Netzbetrieb bei den üblichen Frequenzen 50 Hz, 60 Hz der Statorwiderstand R_s deutlich kleiner als die Statorreaktanz X_s ist, gilt die Vereinfachung (5.52) in guter Näherung. Ein hoher Läuferwiderstand und/oder eine geringe Streuung erhöhen den Kippschlupf. Einsetzen von (5.51) in (5.49) liefert das motorische und generatorische Kippmoment (5.53), wobei das Pluszeichen für das motorische, das Minuszeichen für das generatorische Kippmoment gilt.

$$M_{b,mot} = \frac{m_s}{2} \frac{p}{\omega_s^2} U_s^2 \frac{1}{\dfrac{R_s}{\omega_s} + \dfrac{1}{(1-\sigma)\omega_s X_s} \cdot \sqrt{(R_s^2 + X_s^2)(R_s^2 + \sigma^2 X_s^2)}} \tag{5.53a}$$

$$M_{b,gen} = -\frac{m_s}{2} \frac{p}{\omega_s^2} U_s^2 \frac{1}{-\dfrac{R_s}{\omega_s} + \dfrac{1}{(1-\sigma)\omega_s X_s} \cdot \sqrt{(R_s^2 + X_s^2)(R_s^2 + \sigma^2 X_s^2)}} \tag{5.53b}$$

Der Nenner des Bruchs in (5.53) ist im Generatorbetrieb kleiner als im Motorbetrieb. Daher ist das generatorische Kippmoment größer als das motorische Kippmoment, wie Abb. 5.7 zeigt. Anschaulich lässt sich das größere generatorische Kippmoment über den Leistungsfluss erklären. Im Motorbetrieb wird ein Teil der zugeführten elektrischen Leistung in Ständer-Stromwärmeverluste umgesetzt, bevor die Energiewandlung in mechanische Energie im Luftspalt erfolgt. Diese Energie fehlt bei der Drehmomentbildung. Im Generatorbetrieb müssen alle Verluste aus der mechanisch zugeführten Leistung und damit dem Luftspaltmoment gedeckt werden, also auch die Statorverluste. Diese müssen daher noch in der nun vom Läufer auf den Ständer übertragenen Luftspaltleistung enthalten sein. Daher ist das generatorische Maximal-Drehmoment um diesen Betrag größer, und es wirkt bremsend. Bei Vernachlässigung der Ständer-Stromwärmeverluste sind generatorisches und motorisches Kippmoment im Betrag gleich groß.

$$R_s = 0: \; M_{b,mot} = M_b, \quad M_{b,gen} = -M_b, \quad M_b = \frac{m_s}{2} \frac{p}{\omega_s} U_s^2 \frac{1-\sigma}{\sigma X_s} \tag{5.54}$$

i) Kloss'sche Formel: Bei vernachlässigtem Ständerwiderstand $R_s = 0$ vereinfacht sich (5.49) zu (5.55).

$$M_e|_{R_s=0} = m_s \frac{p}{\omega_s} U_s^2 \frac{1-\sigma}{X_s} \frac{sR'_r X'_r}{R_r'^2 + (s\sigma X'_r)^2} \tag{5.55}$$

Mit (5.52) und (5.54) wird (5.55) wegen $R_s \approx 0$ näherungsweise, aber sehr übersichtlich als Kloss'sche Formel dargestellt.

$$R_s = 0: \quad \frac{M_e}{M_b} = \frac{2}{\frac{s_b}{s} + \frac{s}{s_b}} \tag{5.56}$$

Fazit:

- *Bei kleinen Schlüpfen nimmt das Drehmoment linear mit dem Schlupf zu* ($M_e/M_b \approx 2s/s_b$).
- *Bei sehr großen Schlüpfen sinkt das Drehmoment hyperbolisch mit steigendem Schlupf* ($M_e/M_b \approx 2s_b/s$).
- *Im Bereich des Kippschlupfs weichen aber diese beiden Näherungsformeln um den Faktor 2 vom richtigen Wert ab (Abb. 5.8).*

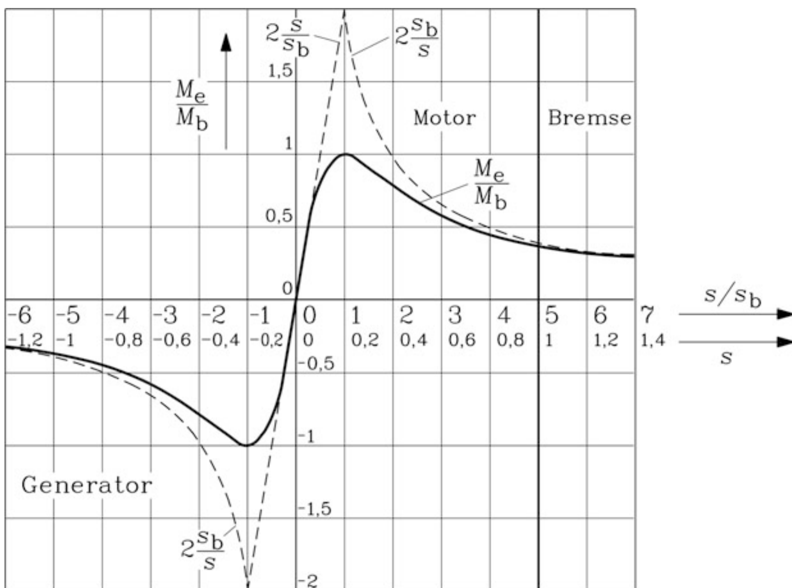


Abb. 5.8 Elektromagnetisches Drehmoment der Asynchronmaschine in Abhängigkeit des Schlupfs bei Ständerwiderstand $R_s = 0$ (Kloss'sche Formel) für das Beispiel eines Kippschlupfs $s_b = 0.2$

j) Warum tritt bei der Asynchronmaschine ein Kippmoment auf? Im Leerlauf wird nur Strom zur Magnetisierung des Luftspalts aufgenommen, und zwar soviel, dass die von dem Magnetfeld induzierte Spannung der Netzspannung das Gleichgewicht hält. Der Läufer ist stromlos, folglich kann das Magnetfeld auch kein Drehmoment erzeugen. Dieses ist Null. Bei Belastung steigt der Schlupf s. Es wird Spannung im Läufer induziert, allerdings zunächst mit sehr niedriger Läuferfrequenz $f_r = sf_s$. Daher dominiert der Läuferwiderstand R_r gegenüber der Läuferreaktanz $\omega_r L_r = s\,\omega_s L_r$. Der Läuferkreis wirkt überwiegend ohm'sch. Der Läuferstrom I_r ist nahezu in Phase mit der induzierten Spannung und erzeugt mit dem Magnetfeld ein Drehmoment. Steigt der Schlupf, so steigen auch die induzierte Läuferspannung und der Läuferstrom und damit zunächst auch das Drehmoment. Allerdings nimmt mit der Läuferfrequenz auch die Läuferreaktanz X_r zu, sodass der Läuferstrom gegenüber der induzierten Läuferspannung seine Phase dreht und nacheilt. Es steigt zwar der Läuferstrom mit steigendem Schlupf weiter an, aber hauptsächlich steigt der Blindanteil, während der drehmomentbildende Wirkanteil wegen der Phasendrehung wieder sinkt, und damit auch das Drehmoment. Anders gesagt: Durch die Phasendrehung des Läuferstroms verschiebt sich räumlich das Maximum des Läuferstrombelags gegenüber dem Maximum des Luftspaltfelds, sodass das Drehmoment wieder sinkt, obwohl der Strom zunimmt. Bei sehr großen Schlüpfen kann der Läuferwiderstand gegenüber der Läuferreaktanz vernachlässigt werden. Der Läuferstrom ist ein nahezu reiner Blindstrom. Es wird keine Wirkleistung auf den Läufer übertragen. Das Drehmoment strebt dem Wert Null zu.

5.3 Asynchrone Energiewandlung

a) Der Leistungsfluss in Asynchronmaschinen Da in der Läuferwicklung Ströme erforderlich sind, um ein Drehmoment zu erzeugen, sind auch die zugehörigen Stromwärmeverluste in der Läuferwicklung unvermeidlich.

Leistungsfluss im Motorbetrieb: Die Luftspaltleistung P_δ ist die zugeführte elektrische Leistung $P_{e,in}$, vermindert um die Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung $P_{Cu,s}$ und die Ummagnetisierungsverluste als Summe aus Wirbelstrom- und Hystereseverlusten im Ständerblechpaket $P_{Fe,s}$, die durch die mit Netzfrequenz auftretenden Pulsationen des Magnetfelds im Blechkörper entstehen. Zusatzverluste in der Ständerwicklung und im Blechpaket durch Oberwellen des Magnetfelds werden hier vernachlässigt.

$$P_\delta = P_{e,in} - P_{Cu,s} - P_{Fe,s} \qquad (5.57)$$

Zur Luftspaltleistung ist das elektromagnetische Drehmoment im Luftspalt proportional.

$$M_\mathrm{e} = \frac{P_\delta}{\Omega_\mathrm{syn}} = \frac{P_\delta}{\Omega_\mathrm{m}/(1-s)} \tag{5.58}$$

Das elektromagnetische Drehmoment ist unmittelbar mit den Stromwärmeverlusten in der Läuferwicklung $P_\mathrm{Cu,r}$ verknüpft. Beachten Sie, dass hier der Index „Cu" für Kupfer auch bei Rotoren mit Aluminium als Wicklungs-Leiterwerkstoff verwendet wird.

$$P_\delta = \frac{M_\mathrm{e}\Omega_\mathrm{m}}{1-s} = \frac{P_\mathrm{m}}{1-s} = P_\mathrm{m} + P_\mathrm{m}\frac{s}{1-s} = P_\mathrm{m} + P_\mathrm{Cu,r} \tag{5.59}$$

$$P_\mathrm{m} = M_\mathrm{e}\Omega_\mathrm{m} = (1-s)P_\delta \tag{5.60}$$

$$P_\mathrm{Cu,r} = P_\delta - P_\mathrm{m} = sP_\delta \tag{5.61}$$

Wegen der niedrigen Läuferfrequenz $f_\mathrm{r} = sf_\mathrm{s}$ im Bemessungsbetrieb sind die Ummagnetisierungsverluste im Läuferblechpaket klein und werden hier vernachlässigt. Da diese Verluste im Läufer anfallen und durch die Relativbewegung des Läufers zum Magnetfeld entstehen, erzeugen die Rotorwirbelströme und das Nacheilen der Läuferfeldstärke H_r gegenüber der Läuferflussdichte B_r auf Grund des Hystereseeffekts ein Drehmoment, das hier vernachlässigt wird. Seine parasitäre Wirkung wird unter Punkt c) in diesem Abschnitt besprochen. Die mechanische Leistung P_m muss die Reibungs- und Ventilationsverluste P_R und anfallende Zusatzverluste P_Z, die durch Oberwellen als Wirbelströme im Läufer hervorgerufen werden, und die beide den Läufer bremsen, abdecken. Als Abgabeleistung an der Welle steht nur $P_\mathrm{m,out}$ zur Verfügung (Abb. 5.9a). Damit ist das Wellenmoment als Moment an der Kupplung zur Lastmaschine M_s um das Läuferverlustmoment M_d geringer

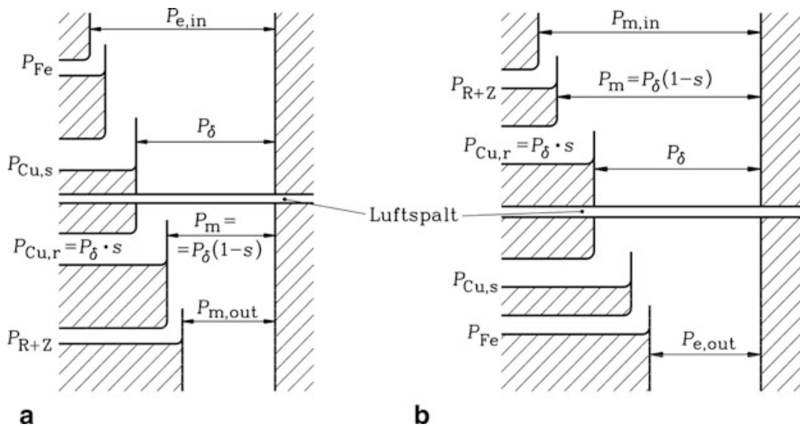


Abb. 5.9 Leistungsfluss in der Asynchronmaschine (**a**) Motorbetrieb, (**b**) Generatorbetrieb

als das elektromagnetische Moment M_e im Luftspalt.

$$P_{m,out} = P_m - P_R - P_Z \tag{5.62}$$

$$M_s = \frac{P_{m,out}}{\Omega_m} \quad < \quad M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} \quad \Leftrightarrow \quad M_d = M_e - M_s \tag{5.63}$$

Leistungsfluss im Generatorbetrieb: Im Generatorbetrieb kehrt sich der Leistungsfluss gemäß Abb. 5.9b um. Der Wirkungsgrad der Asynchronmaschine ist im

$$\text{Motorbetrieb: } \eta = \frac{P_{m,out}}{P_{e,in}}, \text{ Generatorbetrieb: } \eta = \frac{P_{e,out}}{P_{m,in}}. \tag{5.64}$$

b) Schlupfkupplung und Rad-Fahrbahn-Kontakt als mechanische Analoga zur Asynchronmaschine (Tab. 5.1): Ein mechanisches Analogon zur Asynchronmaschine mit einer asynchronen Energiewandlung und einem auftretenden Schlupf ist die Schlupfkupplung (Abb. 5.10). Das antreibende Drehmoment M an der antreibenden Welle 1 ist auch das Drehmoment an der abtreibenden Welle 2. Drehmomentübertragung ist aber nur möglich, wenn die Reibscheibe 2 gegenüber der Reibscheibe 1 schlüpft, sodass die Abtriebsdrehzahl Ω_2 um den Schlupf s kleiner ist als die Drehzahl der antreibenden Welle Ω_1, nämlich

Tab. 5.1 Entsprechungen bei Asynchronmaschine und Schlupfkupplung

Asynchronmaschine	Schlupfkupplung
Ω_{syn}, Ω_m	Ω_1, Ω_2
P_δ, $P_{Cu,r}$, P_m	P_1, P_d, P_2
M_e	M

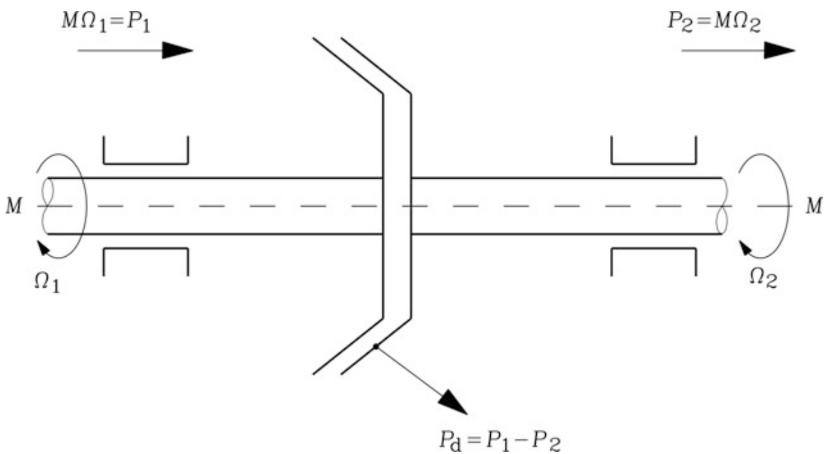


Abb. 5.10 Die Schlupfkupplung (Reibungskupplung) ist ein mechanisches Analogon zur Asynchronmaschine

$\Omega_2 = (1-s)\Omega_1$. Die abgegebene Leistung $P_2 = M\Omega_2$ ist um die Schlupfverluste $P_d = s\Omega_1 M$ kleiner als die zugeführte Leistung $P_1 = M\Omega_1$.

Ein weiteres mechanisches Analogon für die asynchrone Energiewandlung ist die Kraftübertragung vom Rad auf die Strasse bei Automobilen und vom Rad auf die Schiene bei Eisenbahnen. So müssen z. B. die Treibräder einer Lokomotive mit dem Schlupf s schlüpfen, um die Antriebskraft F_A auf die Schiene zu übertragen, während die Räder an den Laufachsen z. B. der gezogenen Waggons schlupffrei rollen, was als „reines“ Rollen bezeichnet wird. Daher ist die Raddrehzahl der rein rollenden Räder n_R über den Raddurchmesser d_R und die Zuggeschwindigkeit v direkt bestimmt: $v = d_R \pi n_R$. Bei den Treibrädern ist die durch die Raddrehzahl n_A bestimmte Rad-Umfangsgeschwindigkeit $v_U = d_R \pi n_A$ um den Schlupf s größer als die Zuggeschwindigkeit v: $v_U = v/(1-s)$. Der zwischen Rad und Schiene auftretende, vom Schlupf s abhängige Kraftschlussbeiwert $\mu(s)$ bestimmt die maximal übertragbare Antriebskraft $F_{A,max}$ vom Rad auf die Schiene. Diese hängt vom maximalen Kraftschlussbeiwert und der durch die Lokomotivmasse bedingten vertikalen Achslast F_N ab: $F_{A,max} = \mu_{max} \cdot F_N$. Abhängig von den Witterungsbedingungen variiert μ_{max} beim Rad-Schiene-Kontakt als Stahl-Stahl-Paarung zwischen $\mu_{max} = 0.15 \ \ldots \ 0.2$ bei nassen Schienen und $\mu_{max} = 0.33 \ \ldots \ 0.35$ bei trockenen Schienen. Der Kraftschlussbeiwert hängt vom Radschlupf ebenfalls über eine Kloss’sche Formel ab, wobei der Schlupf mit maximalem Kraftschlussbeiwert etwa $s_b = 0.1$ ist. Bei größerem Schlupf („Makroschlupf“) sinkt der Kraftschlussbeiwert wieder, und die Räder gleiten auf der Schiene und drehen durch („Schleudern“).

$$\frac{\mu}{\mu_{max}} = \frac{2}{\frac{s_b}{s} + \frac{s}{s_b}} \tag{5.65}$$

Der im Betrieb auftretende Schlupf ist i. A. deutlich kleiner als 1 % und wird „Mikroschlupf“ genannt. Die Antriebskraft ist deutlich kleiner als ihr maximal übertragbarer Wert: $F_A < F_{A,max}$. Die dem Rad vom Antrieb zugeführte mechanische Leistung P_1 deckt die Reibungsverluste des schlüpfenden Rads $P_d = s \cdot P_1$ und die nutzbare Antriebsleistung $P_2 = F_A \cdot v = (1-s) \cdot P_1$. Da die Reibungsverluste P_d i. A. weniger als 1 % der Antriebsleistung betragen, werden sie bei der Bestimmung der erforderlichen Leistung P_1 des Antriebs in der Regel vernachlässigt.

c) Wirkung der Ummagnetisierungsverluste im Läufer und Leistungsbilanz im Synchronpunkt: Gemäß Kap. 1 setzen sich die Ummagnetisierungsverluste im Läufer aus den Wirbelstromverlusten (prop. f_r^2) und den Hystereseverlusten (prop. f_r) zusammen. Die Verluste sind sowohl für $s > 0$ als auch $s < 0$ stets positiv.

$$P_{\mathrm{Fe,r}} = P_{\mathrm{Ft,r}} + P_{\mathrm{Hy,r}} = c_{\mathrm{Ft}} \cdot f_{\mathrm{r}}^2 + c_{\mathrm{Hy}} \cdot |f_{\mathrm{r}}| = c_{\mathrm{Ft}} \cdot s^2 \cdot f_s^2 + c_{\mathrm{Hy}} \cdot |s| \cdot f_{\mathrm{s}} \tag{5.66}$$

Wären nur diese Verluste im Läufer vorhanden, ergäbe sich aus der Drehfeldleistung (5.58), (5.59) folgendes Drehmoment M_{Fe} gemäß

$$P_\delta = M_{\mathrm{e}} \Omega_{\mathrm{syn}} = P_{\mathrm{Fe,r}}/s \Rightarrow M_{\mathrm{e}} = P_{\mathrm{Fe,r}}/(s \cdot \omega_{\mathrm{s}}/p):$$

$$M_{\mathrm{e}} = M_{\mathrm{Fe}} = \frac{p}{\omega_{\mathrm{s}}} \cdot \left[c_{\mathrm{Ft}} \cdot s \cdot f_s^2 + c_{\mathrm{Hy}} \cdot \frac{|s|}{s} \cdot f_{\mathrm{s}} \right] = M_{\mathrm{Ft}} + M_{\mathrm{Hy}} \tag{5.67}$$

Der Anteil M_{Ft} ist das Drehmoment, gebildet aus den Rotorwirbelströmen im geblechten Läuferpaket und dem Ständerfeld. Der Anteil M_{Hy} ist das Hysteresemoment, gebildet aus der gegenüber dem Ständerfeld nacheilenden Läuferfeldstärke H_{r} und dem Ständerfeld. Das Hysteresemoment wechselt wegen $|s|/s = 1$, $s > 0$ bzw. $|s|/s = -1$, $s < 0$ bei $s = 0$ sein Vorzeichen. Weiter wäre es im unter- und übersynchronen Betrieb bei drehzahlunabhängig konstanter Läuferfeldamplitude jeweils drehzahlunabhängig konstant. Es wirkt im motorischen Betrieb ($s > 0$) antreibend, im generatorischen Betrieb ($s < 0$) bremsend. Bei Hysteresemotoren im Kleinmotorenbereich werden beide Drehmomentanteile M_{Hy} und M_{Ft} auf Grund der Ummagnetisierungsverluste des Läufermaterials zum Antrieb des Läufers genutzt. Der besteht aus einer massiven Walze in der Regel aus hoch hysteretischem Stahl mit einer breiten Hystereseschleife und damit einem großen Faktor c_{Hy}. Bei Schlupf $s = 0$ ist der Läufer in einem aufmagnetisierten Zustand und somit als Permanentmagnet wirksam, sodass hier der Hysteresemotor wie ein permanentmagneterregter Synchronmotor (Kap. 9) wirkt. Im asynchronen Lauf $s \neq 0$ kommt zum Hysteresemoment das asynchrone Moment auf Grund der Wirbelstromverluste im massiven Läufer als Kloss'sche Funktion hinzu (Abb. 5.11). Mit (5.51) und dem großen Läuferwiderstand R_{r} der Stahlwalze ergibt sich ein großer Kippschlupf $|s_{\mathrm{b}}| > 1$, was die mit sinkender Motordrehzahl flach ansteigende Momentenkurve in Abb. 5.11 erklärt.

In der Momentenkurve konventioneller Asynchronmaschinen ergibt sich in gleicher Weise bei $s = 0$ ein Sprung ΔM_{e} im Verlauf des elektromagnetischen Drehmoments, dessen

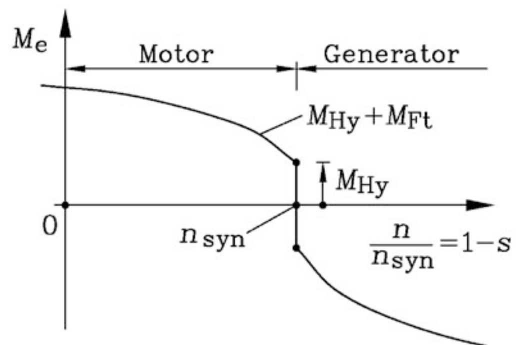


Abb. 5.11 Prinzipieller Verlauf des Drehmoments eines Hysteresemotors (M_{Hy}: Hysteresemoment, M_{Ft}: Wirbelstrommoment) bei konstanter Amplitude des Läuferfelds

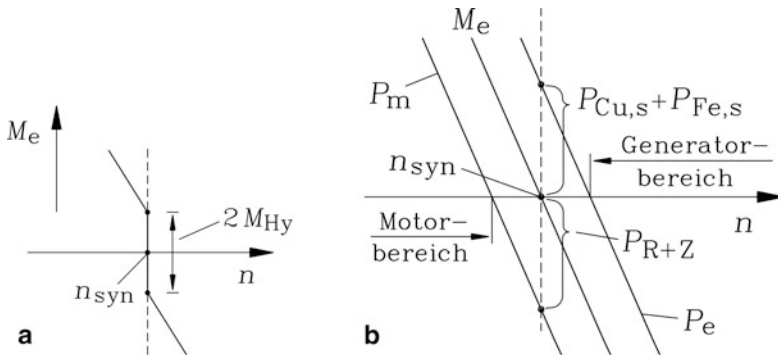


Abb. 5.12 Betriebsverhalten der Asynchronmaschine im Bereich des Synchronpunkts: (**a**) Prinzipieller Verlauf des Drehmoments einer Asynchronmaschine im Bereich des Synchronpunkts mit dem Sprung zufolge des Hysteresemoments, (**b**) Elektromagnetisches Drehmoment, elektrische und mechanische Leistung der Asynchronmaschine bei Vernachlässigung des Hysteresemoments

Höhe dem doppelten Wert der Läuferhystereseverluste bei $s = 1$ im Stillstand entspricht (Abb. 5.12a).

$$\Delta M_e = 2M_{Hy} = 2 \cdot c_{Hy} \cdot f_s / \Omega_{syn} = 2P_{Hy,s=1} / \Omega_{syn} \tag{5.68}$$

In der Folge wird in diesem Buch dieser i. A. sehr kleine Anteil von M_{Hy} vernachlässigt.

Im Synchronpunkt $s = 0$ muss der Läufer der Asynchronmaschine angetrieben werden, um die bremsenden Momentanteile zu überwinden, da die Drehfeldleistung wegen $M_e(s = 0) = 0$ und die Rotorgrundstromverluste $P_{Cu,r}$ ebenfalls Null sind: $P_\delta = 0$, $P_{Cu,r} = 0$. Bremsend wirken bei vernachlässigten Läuferummagnetisierungsverlusten $P_{Fe,r} \approx 0$ zufolge des Grundwellenfelds die bremsenden Momente der Reibungs- und rotationsbedingten Zusatzverluste, sodass die mechanische antreibende Leistung $P_m = P_{R+Z}$ ist. Die elektrische Leistung, die aus dem Netz aufgenommen wird, deckt die Ständerstromwärmeverluste und die Ständerummagnetisierungsverluste des Grundwellenfelds $P_e = P_{Cu,s} + P_{Fe,s}$ (vgl. (5.57), (5.62)). Gemäß Abb. 5.12b endet daher der Motorbereich bereits etwas vor Erreichen der Synchrondrehzahl, während der Generatorbereich erst etwas oberhalb der Synchrondrehzahl beginnt. Dazwischen wirkt die Asynchronmaschine als Verlustsenke. In diesem Übergangsbereich werden die Verluste teils elektrisch aus dem Netz und teils mechanisch durch eine erforderliche antreibende Maschine an der Welle gedeckt.

5.4 Kreisdiagramm der Asynchronmaschine

a) Die Ortskurve des Ständerstroms in Abhängigkeit des Schlupfs ist ein Kreis: Das in Abb. 5.6 dargestellte Zeigerdiagramm der Asynchronmaschine gilt nur für einen bestimmten Schlupfwert. Ist die Leistung der Asynchronmaschine deutlich kleiner als die dem

speisenden Netz entnehmbare maximal mögliche Leistung, so ändert sich die Netzspannung $\underline{U}_s$ nach Betrag, Frequenz und Phaselage nicht, auch wenn der Belastungszustand der Asynchronmaschine geändert wird. Man bezeichnet diesen Idealfall als den Betrieb am „starren" Netz. Bei Betrieb der Asynchronmaschine am starren Netz ändert der Ständerstromzeiger sich nach Betrag und Phasenlage bei variabler Belastung und damit variablem Schlupf gemäß (5.36). Die Spitze des Ständerstromzeigers beschreibt bei Änderung des Schlupfs und sonst konstanten Maschinenparametern als Ortskurve einen Kreis $\underline{I}_s(s)$ in der komplexen Zahlenebene, den Ossanna-Kreis. In (5.36) für den Ständerstromzeiger ist nur der Schlupf s veränderlich. Die restlichen Größen sind konstante komplexe Zahlen $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$.

$$\underline{I}_s(s) = \frac{\underline{A} \cdot s + \underline{B}}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \frac{1}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} \cdot (\underline{A} \cdot s + \underline{B}) = \underline{K}(s) \cdot (\underline{A} \cdot s + \underline{B}) \tag{5.69}$$

Die Spitze der komplexen Zeiger $\underline{G}(s) = \underline{C} \cdot s + \underline{D}$, die in polarer Schreibweise $\underline{G}(s) = R(s) \cdot e^{j\varphi(s)}$ lauten, beschreibt in der komplexen Ebene eine Gerade, da zum konstanten Zeiger $\underline{D}$ ein mit s linear wachsender Zeiger $s\underline{C}$ geometrisch addiert wird. Gemäß (5.70) entsteht $\underline{K}(s)$ durch Inversion von $\underline{G}(s)$.

$$\underline{K}(s) = \frac{1}{\underline{G}(s)} = \frac{1}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \frac{1}{R(s)e^{j\varphi(s)}} = \frac{1}{R(s)} e^{-j\varphi(s)} = R'(s)e^{j\varphi'(s)} \tag{5.70}$$

In Abb. 5.13 ist die Gerade $\underline{G}$ dargestellt. Ein rechtwinkliges Koordinatensystem ξ, η ist so gelegt, dass die ξ-Achse in Richtung der Abstandsnormalen vom Ursprung 0 zur Geraden weist. Der Normalenabstand beträgt a.

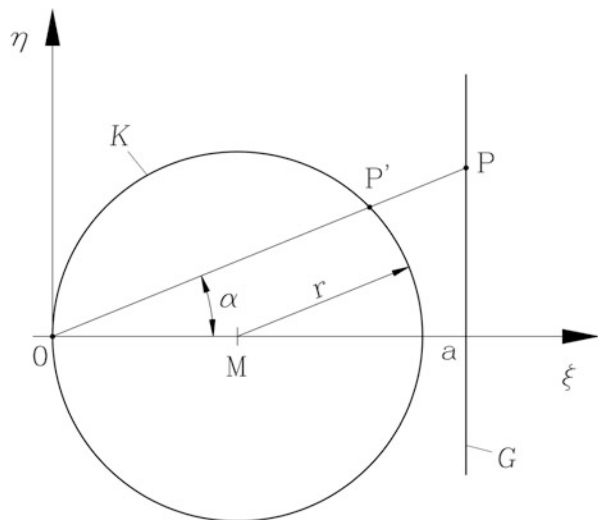


Abb. 5.13 Die Inversion einer Geraden G ergibt einen Kreis K. Inversionszentrum ist der Ursprung 0

Die Strecke $\overline{\mathrm{OP}}$ entspricht dem Betrag $R(s)$, die Strecke $\overline{\mathrm{OP}'}$ entspricht $R'(s)$. Die Koordinaten ξ, η der Kurve K sollen ermittelt werden. Aus Abb. 5.13 folgt:

$$\overline{\mathrm{OP}} = \frac{a}{\cos\alpha} \tag{5.71}$$

Gemäß (5.70) gilt:

$$R'(s) = \overline{\mathrm{OP'}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OP}}} = \frac{1}{R(s)} \tag{5.72}$$

Für die Koordinaten ξ_1, η_1 des Punktes P' folgt daraus:

$$\xi_1 = \overline{\mathrm{OP}'} \cdot \cos\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{a} = \frac{\cos(2\alpha)+1}{2a} \text{ bzw. } \cos(2\alpha) = 2a\xi_1 - 1 \tag{5.73}$$

$$\eta_1 = \overline{\mathrm{OP}'} \cdot \sin\alpha = \frac{\cos\alpha \cdot \sin\alpha}{a} = \frac{\sin(2\alpha)}{2a} \text{ bzw. } \sin(2\alpha) = 2a\eta_1 \tag{5.74}$$

Mit $\sin^2(2\alpha) + \cos^2(2\alpha) = 1$ folgt daraus für alle Punke P' auf der Kurve K eine Kreisgleichung.

$$(\xi_1 - \frac{1}{2a})^2 + \eta_1^2 = (\frac{1}{2a})^2 \tag{5.75}$$

Fazit:
Die Inversion der Geraden G ergibt einen Kreis K, dessen Mittelpunkt M auf der ξ-Achse bei 1/(2a) liegt.

Der Kreis K geht durch den Ursprung 0 und hat daher den Radius $1/(2a)$. In der komplexen Ebene kommt noch die Spiegelung $\varphi' = -\varphi$ des Kreises an der Re-Achse hinzu, die aber an der Kreisform nichts ändert, sondern nur an seiner Lage. Die Umformung $\underline{F} = \underline{A}/\underline{C}$, $\underline{E} = \underline{B} - \underline{F} \cdot \underline{D}$ ändert (5.69) in (5.76).

$$\underline{I}_{\mathrm{s}}(s) = \frac{\underline{A} \cdot s + \underline{B}}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \underline{F} + \frac{\underline{E}}{\underline{C} \cdot s + \underline{D}} = \underline{F} + \underline{E} \cdot \underline{K}(s) \tag{5.76}$$

Eine Multiplikation von $\underline{K}(s)$ mit der konstanten Zahl $\underline{E} = E \cdot e^{j\varphi_{\mathrm{E}}}$ dreht nur den Kreis um φ_{E} im mathematisch positiven Drehsinn und streckt ihn im Verhältnis E, ändert aber an der Kreisform nichts. Er geht weiterhin durch den Ursprung 0. Durch Addition mit der konstanten komplexen Zahl $\underline{F}$ wird dieser Kreis um $\underline{F}$ aus dem Ursprung verschoben. Das ist ein Kreis in allgemeiner Lage.

Fazit:
Damit ist gezeigt, dass die Ortskurve des Ständerstromzeigers ein Kreis ist.

b) Der Heyland-Kreis: Wir wollen zunächst den einfacheren Fall bei Vernachlässigung des Ständerwiderstands $R_s = 0$ betrachten. Es ergibt sich als Ortskurve des Ständerstromzeigers ebenfalls ein Kreis, der als das vereinfachte Kreisdiagramm oder Heyland-Kreis bezeichnet wird. Der Zeiger der Ständerspannung wird in die reelle Achse gelegt: $\underline{U}_s = U_s$. Mit $R_s = 0$ folgt aus (5.36) damit (5.77).

$$\underline{I}_s = U_s \frac{1}{X_s} \cdot \frac{R'_r + jsX'_r}{-s \cdot \sigma \cdot X'_r + jR'_r} = \frac{U_s}{X_s} \cdot \left(\frac{(1 - 1/\sigma) \cdot R'_r}{-s \cdot \sigma \cdot X'_r + jR'_r} - j\frac{1}{\sigma} \right) \tag{5.77}$$

Der Ausdruck im Nenner $\underline{G}(s) = -s\sigma X'_r + jR'_r$ stellt eine Gerade in der komplexen Ebene dar, die parallel zur Re-Achse verläuft (Abb. 5.14a).

Der Kehrwert von $\underline{G}(s)$ ist ein Kreis $\underline{K}(s)$, da wie oben gezeigt die Inversion einer Geraden stets ein Kreis ist. Werden die Punkte auf der Geraden $\underline{G}(s)$ als komplexe Zahlen $\underline{G}(s) = Z(s) \cdot e^{j\varphi(s)}$ bezeichnet, so geht bei der Inversion wegen

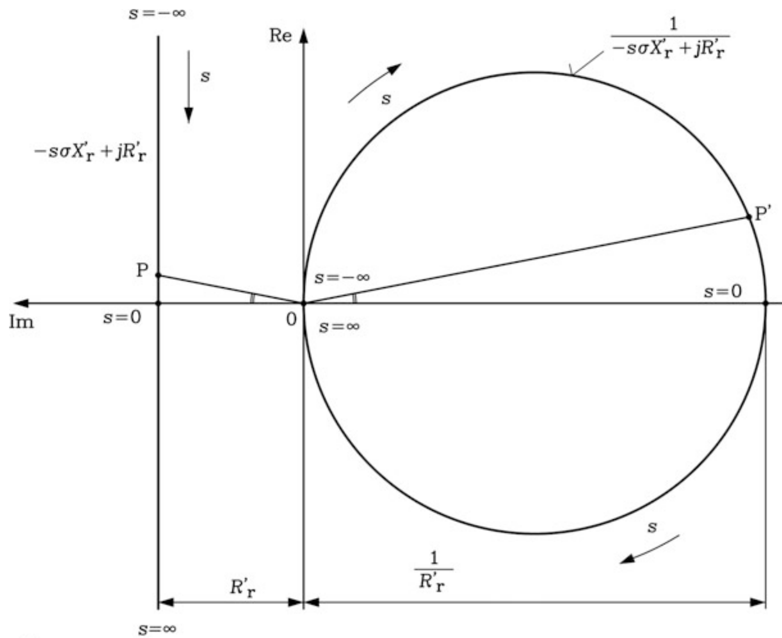
$$\underline{K}(s) = \frac{1}{\underline{G}(s)} = \frac{1}{Z(s) \cdot e^{j\varphi(s)}} = \frac{e^{-j\varphi(s)}}{Z(s)} \tag{5.78}$$

jeder Punkt P der Geraden in einen Punkt P′ des Kreises über, wobei die Strecke $\overline{0P} = Z(s)$ den Betrag der komplexen Zahl und $\overline{0P'} = 1/Z(s)$ ihren Kehrwert darstellt. Dadurch liegt der Kreismittelpunkt von $\underline{K}(s)$ auf der – Im-Achse. Durch anschließende Multiplikation mit der negativen reellen Zahl $(1 - 1/\sigma) \cdot R'_r$ gemäß (5.77) wird der Kreis an der Re-Achse und Im-Achse gespiegelt. Die Addition mit $-j/\sigma$ gemäß (5.77) verschiebt den Kreis nach rechts aus dem Ursprung 0 heraus entlang der – Im-Achse. Die anschließende Multiplikation mit U_s/X_s ändert an der Kreislage mit dem Mittelpunkt auf der – Im-Achse qualitativ nichts, sondern ändert nur den Radius und den Abstand des Kreismittelpunkts vom Ursprung (Abb. 5.14b). Die Kreispunkte P_0 und P_∞ bei den Schlupfwerten „Null“ und „Unendlich“ liegen gemäß (5.77), (5.79) und (5.80) ebenfalls auf der negativen Im-Achse. Der Ständerstrom im Punkt P_0 ist der schon erwähnte Leerlaufstrom, und im Punkt P_∞ der „ideelle Kurzschlussstrom“. Er ist gemäß Abb. 5.14b nur geringfügig größer als der bereits diskutierte Kurzschlussstrom bei $s = 1$ im Punkt P_1 und wird wegen des im realen Betrieb nie erreichbaren unendlich hohen Schlupfs „ideell“ genannt.

$$\underline{I}_s(s = 0) = -j\frac{U_s}{X_s} \text{ (Leerlaufstrom)} \tag{5.79}$$

$$\underline{I}_s(s = \pm\infty) = -j\frac{U_s}{\sigma X_s} \text{ („ideeller“ Kurzschlussstrom)} \tag{5.80}$$

Der Kreismittelpunkt M liegt auf halber Distanz zwischen diesen beiden Punkten. Die elektrische Wirkleistung (5.81) im motorischen Betriebspunkt P beim Schlupf s wird mit



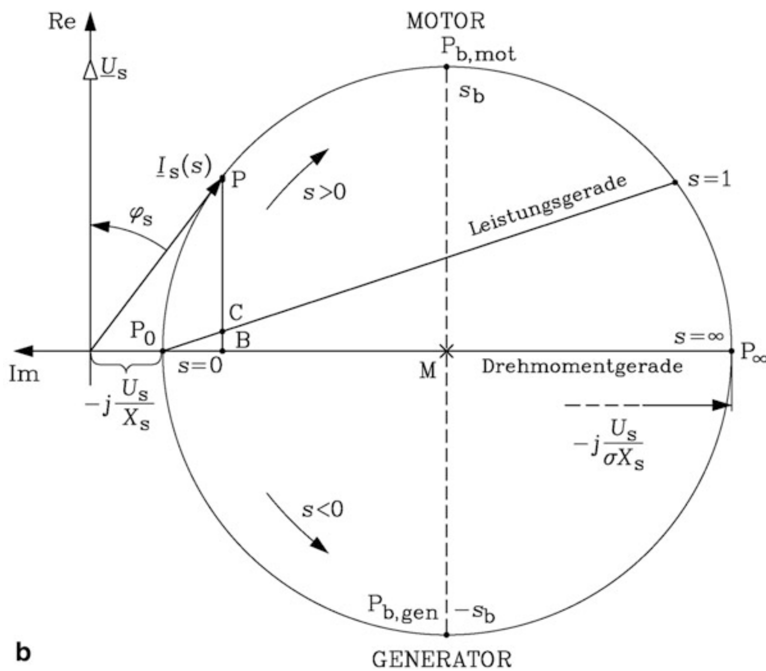


Abb. 5.14 Vereinfachte Ständerstromortskurve (Kreisdiagramm) der Asynchronmaschine in Abhängigkeit vom Schlupf s, $R_s = 0$: (**a**) Herleitung, (**b**) *Heyland*-Kreis

der Wirkkomponente des Ständerstroms (5.82), also der zur Ständerspannung parallelen Stromkomponente bestimmt.

$$P_{e,in} = m_s U_s I_{s,w} \tag{5.81}$$

$$I_{s,w} = I_s \cos\varphi_s \tag{5.82}$$

Wegen $R_s = 0$ treten als einzige Verlustleistung die Läufer-Stromwärmeverluste in der Maschine auf. Die zugeführte elektrische Leistung umfasst somit diese Verlustleistung und die mechanische Leistung (5.83). Der Ständerwirkstrom entspricht im Kreisdiagramm der Strecke $I_{s,w} \Leftrightarrow \overline{PB}$ in Abb. 5.14b. Gemäß (5.83) wird diese Strecke über den Schlupf s aufgeteilt in zwei Abschnitte $\overline{PB} = \overline{PC} + \overline{CB}$ mit $\overline{PC} = (1 - s) \cdot \overline{PB}$ und $\overline{CB} = s \cdot \overline{PB}$.

$$P_{e,in} = P_m + P_{Cu,r} = (1 - s) \cdot P_\delta + s \cdot P_\delta \Leftrightarrow m_s U_s \cdot (\overline{PC} + \overline{CB}) \tag{5.83}$$

Bei $s = 1$ ist die Drehzahl Null: $n = 0$; bei $s = 0$ ist das Drehmoment Null: $M_e = 0$. Daher ist die mechanische Leistung P_m in diesen beiden Punkten P_0 und P_1 Null. Die durch die beiden Punkte P_0 und P_1 gehende Verbindungsgerade heißt „Leistungsgerade", denn sie teilt stets die Strecke $\overline{PB}$ in die beiden Anteile $\overline{PC}$, $\overline{CB}$, wobei die Strecke $\overline{PC}$ zur mechanischen Leistung proportional ist. Wegen der vernachlässigten Ständerverluste ist die elektrische Wirkleistung gleichzeitig die Luftspaltleistung P_δ.

$$P_{e,in} = P_\delta = M_e \Omega_{syn} \Leftrightarrow m_s U_s \overline{PB} \tag{5.84}$$

Bei den Kreispunkten P_0 und P_∞ ist das Drehmoment M_e Null. Daher heißt die durch die Punkte P_0 und P_∞ gehende Gerade „Drehmomentgerade", die identisch mit der Im-Achse ist. Die Strecke $\overline{PB}$ zwischen dem Punkt B auf ihr und dem Betriebspunkt P am Kreis ist gemäß (5.84) zum Drehmoment direkt proportional. Betriebspunkte P auf der oberhalb der Im-Achse liegenden Kreishälfte stellen Motorbetrieb dar, Betriebspunkte auf der unteren Kreishälfte generatorische Betriebspunkte, da die elektrische Wirkleistung P_e dort negativ ist ($\cos\varphi_s < 0$). Die Kipp-Punkte $P_{b,mot}$ und $P_{b,gen}$ bei den Schlüpfen $s_b = s_{b,mot}$ und $-s_b = s_{b,gen}$ als Betriebspunkte mit maximalem positivem und negativem Drehmoment treten dort auf, wo die Strecke $\overline{PB}$ maximal ist. Im Heyland-Kreis entspricht diese Strecke dem Kreisradius und ist für $\overline{P_{b,mot}B}$ und $\overline{P_{b,gen}B}$ gleich groß. Die Beträge von generatorischem und motorischem Kippmoment sind gleich groß, wie es auch bei der Herleitung der Kloss′schen Formel festgestellt wurde. In Abb. 5.14 eilt der Ständerstrom stets der Ständerspannung nach; die Asynchronmaschine ist – unabhängig vom generatorischen oder motorischen Betrieb – stets induktiver Verbraucher.

c) Der Ossanna-Kreis: Wir haben in Abschnitt a) gezeigt, dass die Ortskurve des Ständerstroms ein Kreis ist und wollen im Folgenden zeigen, wie außer dem Ständerstrom weitere Größen aus dem Kreisdiagramm zu entnehmen sind. Zunächst werden ausgehend

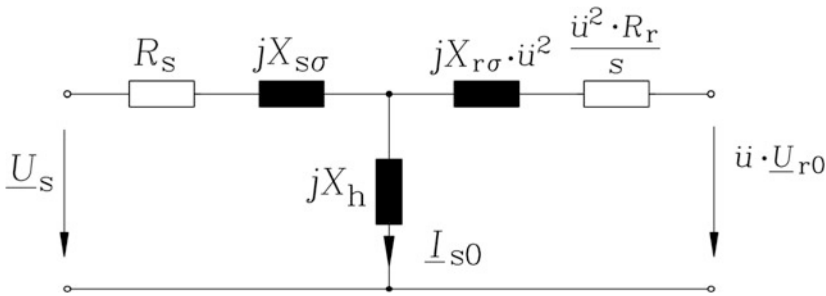


Abb. 5.15 Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit offenem Läuferkreis

vom T-Ersatzschaltbild die Verhältnisse bei offenem Läuferkreis dargestellt (Abb. 5.15). Auf der Ständerseite fließt der Leerlaufstrom.

$$\underline{I}_{s0} = \frac{\underline{U}_s}{R_s + jX_s} = \frac{\underline{U}_s}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}} \cdot \frac{e^{j\alpha_0}}{j} \qquad \alpha_0 = \arctan(R_s/X_s) \tag{5.85}$$

Damit wird der Leerlaufstrom als Stromzeiger mit dem Betrag I_{s0} unter dem Winkel α_0 gegen die imaginäre Achse in Abb. 5.17 eingetragen. Sein Endpunkt ist der Leerlaufpunkt P_0, der einen ausgezeichneten Punkt der gesuchten Ortskurve $\underline{I}_s(s)$ darstellt. Der Spannungsfall des Leerlaufstroms an der Hauptreaktanz $\underline{I}_{s0} \cdot jX_h = ü \cdot \underline{U}_{r0}$ ist die Hauptfeld-Spannung bei $s = 1$. Das ist die in Abb. 5.15 im Läuferkreis induzierte Spannung $\underline{U}_{hr} = \underline{U}_{r0}$, die im T-Ersatzschaltbild mit dem Übersetzungsverhältnis $ü$ multipliziert wirksam ist, und an den offenen Läuferklemmen als Läuferstillstandsspannung messbar ist. Wir definieren das komplexe Übersetzungsverhältnis $\underline{ü}_k$, das aus dem messbaren Verhältnis der Ständerspannung zur Läuferstillstandspannung der stillstehenden Asynchronmaschine ($s = 1$) mit offenem Läuferkreis direkt bestimmt werden kann: $\underline{ü}_k \cdot ü = \underline{U}_s/\underline{U}_{r0}$.

$$\underline{ü}_k = \frac{\underline{U}_s}{ü \cdot \underline{U}_{r0}} = \frac{R_s + jX_s}{jX_h} = \frac{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}}{X_h} \cdot e^{-j\alpha_0} \tag{5.86}$$

Da Ständerwiderstand und Ständerstreureaktanz i. A. deutlich kleiner als X_h sind ($R_s << X_h$, $X_s/X_h \approx 1.03 \ldots 1.05$), ist der Betrag von $\underline{ü}_k$ nur geringfügig größer als 1: $ü_k \cong 1.03 \ldots 1.05$. Bei widerstandsloser, streuungsloser Ständerwicklung ist $\underline{ü}_k = 1$. Um den Betriebszustand der Asynchronmaschine bei Belastung, also beliebigem Schlupf $s \neq 0$ und damit $\underline{I}_s \neq \underline{I}_{s0}$ im Kreisdiagramm darzustellen, definieren wir die Differenz zwischen dem Ständerstrom bei Leerlauf und dem bei Last als den Strom $\underline{I}_r^+ = \underline{I}_{s0} - \underline{I}_s$. Der Index „r“ für Rotor gibt an, dass dieser Differenzstrom eine direkte Folge des bei Belastung ($s \neq 0$) in der Läuferwicklung fließenden Stroms I_r ist. Dieser Differenzstrom wird wie folgt ermittelt: Ausgehend vom T-Ersatzschaltbild werden die Spannungen und Ströme in Abb. 5.16 so bestimmt, dass nach Superposition dieser Größen mit denen der Ersatzschaltung für

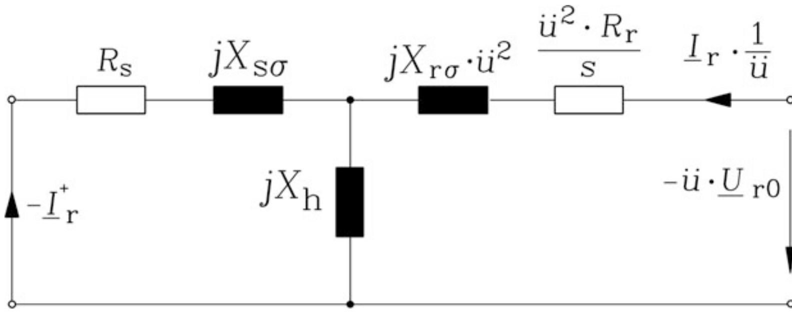


Abb. 5.16 Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit offenem Läufer- und kurzgeschlossenem Ständerkreis zur Bestimmung des Differenzstroms $\underline{I}_r^+$

Leerlauf (Abb. 5.15) sich die Spannungen und Ströme des T-Ersatzschaltbildes (Abb. 5.4) ergeben.

In der Ständermasche fließt entsprechend der Superpositionsregel $\underline{I}_{s0} - \underline{I}_r^+ = \underline{I}_s$ der Strom $-\underline{I}_r^+$. Der Strom in der Läufermasche ist dann der Läuferstrom $\underline{I}'_r = \underline{I}_r/ü$, sodass er bei Superposition mit dem Läuferstrom des Werts Null von Abb. 5.15 als Läuferstrom $\underline{I}'_r = \underline{I}_r/ü$ im T-Ersatzschaltbild Abb. 5.4 erscheint. Die Ständerspannung muss in Abb. 5.16 Null sein, weil nur so die Superposition mit Abb. 5.15 die tatsächliche Spannung $\underline{U}_s$ ergibt. Also sind die Ständerklemmen kurzzuschließen. Dagegen erscheint an den offenen Läuferklemmen der Schaltung in Abb. 5.16 die Spannung $-ü\underline{U}_{r0}$, um bei der Überlagerung mit Abb. 5.15 zum Ersatzschaltbild Abb. 5.4 schließlich zu verschwinden. Der Strom im Querzweig X_h von Abb. 5.16 wird nicht für die Herleitung benötigt. Für Abb. 5.16 ergeben Knoten- und Maschenregel die beiden Spannungsgleichungen (5.87), (5.88).

$$0 = (R_s + jX_s) \cdot \left(-\underline{I}_r^+\right) + jX_h \cdot (\underline{I}_r/ü) \tag{5.87}$$

$$-ü \cdot \underline{U}_{r0} = jX_h \cdot \left(-\underline{I}_r^+\right) + ü^2 \cdot (R_r/s + jX_r) \cdot (\underline{I}_r/ü) \tag{5.88}$$

Die Auflösung von (5.87) liefert den Rotorstrom je Strang.

$$\underline{I}_r = \underline{I}_r^+ \cdot ü \cdot \frac{R_s + jX_s}{jX_h} = \underline{I}_r^+ \cdot ü \cdot \underline{ü}_k \tag{5.89a}$$

Eingesetzt in (5.88) ergibt dies den Differenzstrom.

$$\underline{I}_r^+ = \frac{ü \cdot \underline{U}_{r0}}{jX_h - ü^2 \cdot \underline{ü}_k \cdot (R_r/s + jX_r)} \tag{5.89b}$$

Mit der Beziehung $\underline{I}_r^+ = \underline{I}_{s0} - \underline{I}_s$ lässt sich der Ständerstrom über $\underline{I}_s = \underline{I}_{s0} - \underline{I}_r^+$ als Summe aus Leerlaufstrom und Differenzstrom als Kreisdiagramm zeichnen. Dazu formen wir (5.89b) noch wie folgt um. Wir erweitern (5.89b) mit der zu $\underline{ü}_k$ konjugiert–komplexen Größe:

$$\underline{ü}_k^* = \frac{R_s - jX_s}{-jX_h} \tag{5.90}$$

Dies ergibt (5.91) für den Differenzstrom.

$$\underline{I}_r^+ = \frac{-\ddot{u} \cdot \underline{\ddot{u}}_k^* \cdot \underline{U}_{r0}}{R_s - jX_s + \ddot{u}^2 \cdot \ddot{u}_k^2 \cdot (R_r/s + jX_r)} \tag{5.91}$$

Mit den Abkürzungen

$$R_r^+ = \ddot{u}^2 \ddot{u}_k^2 R_r, \quad X_r^+ = \ddot{u}^2 \ddot{u}_k^2 X_r, \quad X_\varnothing = X_r^+ - X_s \tag{5.92}$$

vereinfacht sich der Ausdruck (5.91) zu (5.93).

$$\underline{I}_r^+ = \frac{-\ddot{u} \cdot \underline{\ddot{u}}_k^* \cdot \underline{U}_{r0}}{R_s + (R_r^+/s) + jX_\varnothing} = \frac{-\underline{\ddot{u}}_k^* \cdot \underline{U}_s / \underline{\ddot{u}}_k}{R_s + (R_r^+/s) + jX_\varnothing} \tag{5.93}$$

Aus (5.86) folgt $\underline{\ddot{u}}_k^* / \underline{\ddot{u}}_k = e^{j\alpha_0} / e^{-j\alpha_0} = e^{j2\alpha_0}$, sodass wir den Differenzstrom endgültig schreiben als (5.94).

$$-\underline{I}_r^+ = \frac{\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}}{R_s + (R_r^+/s) + jX_\varnothing} = \frac{\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}}{\underline{Z}_r(s)} \tag{5.94}$$

Diese Darstellung des negativen Differenzstroms in Abhängigkeit des Schlupfs s zeigt in Abb. 5.17, dass man in den bereits ermittelten Leerlaufpunkt P_0 den Ursprung eines neuen Koordinatensystems zu legen hat, das gegenüber den ursprünglichen Re-Im-Achsen um den Winkel $+2\alpha_0$ gedreht ist, und in dem die Spannung $\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}$ reell ist. Der Zeiger $-\underline{I}_r^+$ entsteht daher aus der Inversion der Geraden $\underline{Z}_r(s) = R_s + (R_r^+/s) + jX_\varnothing$, die parallel zu $\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}$ im Abstand $X_\varnothing$ links von ihr liegt (Abb. 5.19). Sie ist linear beziffert im Parameter $1/s$. Die Inversion dieser Geraden ergibt den Kreis $\underline{K}$, der rechts von $\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}$ liegt und durch P_0 geht. Der Ausdruck R_r^+ ist beim Schlupf $s_\varnothing = -R_r^+/R_s$ Null, sodass $\underline{Z}_r(s_\varnothing) = jX_\varnothing$ minimal und gemäß (5.94) $-\underline{I}_r^+ = -j\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}/X_\varnothing$ maximal ist. Der Kreisdurchmesser ist somit $\left|-\underline{I}_r^+(s_\varnothing)\right| = U_s/X_\varnothing$. Der Stromzeiger $-\underline{I}_r^+(s)$ beschreibt einen Kreis $\underline{K}$ durch den Punkt P_0, wenn der Schlupf s alle Werte zwischen $-\infty$ und $+\infty$ durchläuft. Er erreicht den diametral zum Leerlaufpunkt P_0 gelegenen Durchmesser-Punkt $P_\varnothing$ beim negativen Durchmesser-Schlupf $s_\varnothing = -R_r^+/R_s$. Deshalb heißt $X_\varnothing$ die „Durchmesser-Reaktanz“. Der Mittelpunkt M des Kreises $\underline{K}$ liegt auf der Durchmesserstrecke $\overline{P_0 P_\varnothing}$ (Abb. 5.18), die um den Winkel $2\alpha_0$ zur Im-Achse geneigt ist.

Fazit:
Mit der Beziehung $\underline{I}_s = \underline{I}_{s0} - \underline{I}_r^+$ erhalten wir durch Addition des konstanten Leerlaufstroms zum variablen Differenzstrom den Ständerstrom, also ist der Kreis $\underline{K}$ auch die gesuchte Ortskurve des Ständerstroms $\underline{I}_s = f(s)$, der Ossanna-Kreis.

Für die Herleitung der Drehmoment- und Leistungsgeraden im Ossanna-Kreis wird das in Abb. 5.17 entwickelte Kreisdiagramm gemäß Abb. 5.19 erweitert. Dort ist zur besseren Übersicht das geneigte Koordinatensystem stärker hervor gehoben. Die Neigung des

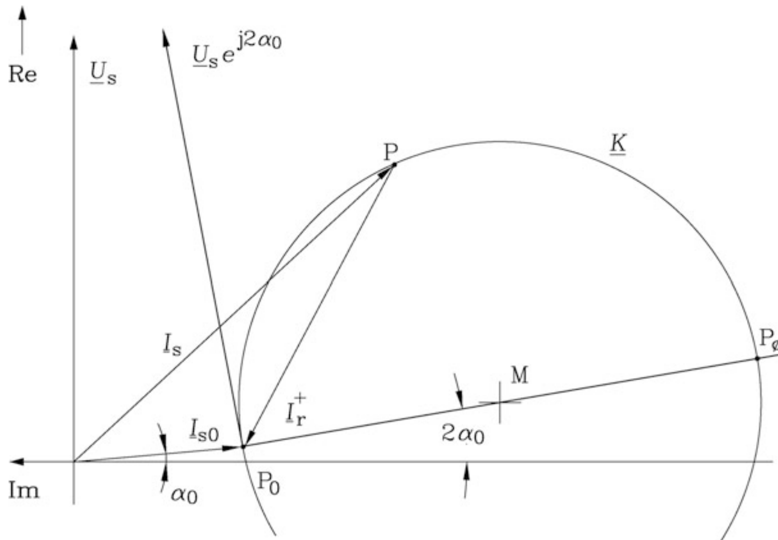


Abb. 5.17 Drehung des Koordinatensystems um den Winkel $2\alpha_0$. Ermittlung des Kreises $\underline{K}$ als Ortskurve zunächst des Differenzstroms und – in Summe mit dem Leerlaufstrom – als Ortskurve des Ständerstroms

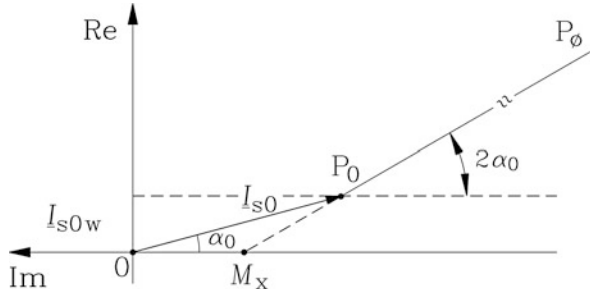


Abb. 5.18 Der Leerlaufstrom $\underline{I}_{s0}$ liegt unter dem Winkel α_0 zur Imaginärteilachse, sein Wirkanteil $\underline{I}_{s0w} = I_{s0w}$ auf der Re-Achse, der Kreisdurchmesser mit dem Mittelpunkt M, ausgehend vom Leerlaufpunkt P_0, auf dem Durchmesserstrahl, der unter dem Winkel $2\alpha_0$ geneigt ist. Zur besseren Einsicht ist der Winkel α_0 übertrieben groß dargestellt

Zeigers $\underline{I}_r^+$ gegen die gedrehte Spannung $\underline{U}_s e^{j2\alpha_0}$ ist wegen (5.94) durch das Verhältnis der Strecken $R = R_s + (R_r^+/s)$ und $X_\varnothing$ gegeben. Die Gerade $\underline{Z}_r(s) = R_s + (R_r^+/s) + jX_\varnothing$ wird im geneigten Koordinatensystem an $\underline{U}_s e^{j2\alpha_0}$ gespiegelt und im Maßstab so gestaucht, dass die Strecke $X_\varnothing$ gleich dem Kreisdurchmesser $U_s/X_\varnothing$ ist (Abb. 5.19). Die gespiegelte Gerade geht folglich als Tangente an den Kreis $\underline{K}$ durch den Punkt $P_\varnothing$. Die Strecke $R = R_s + (R_r^+/s)$ endet im Punkt P′, dem Schnittpunkt der Verlängerung von $\underline{I}_r^+$ und der gespiegelten Geraden. Die Impedanz $\underline{Z}_r(s)$ ist somit durch die Strecke $\overline{P_0P'}$ dargestellt. Damit

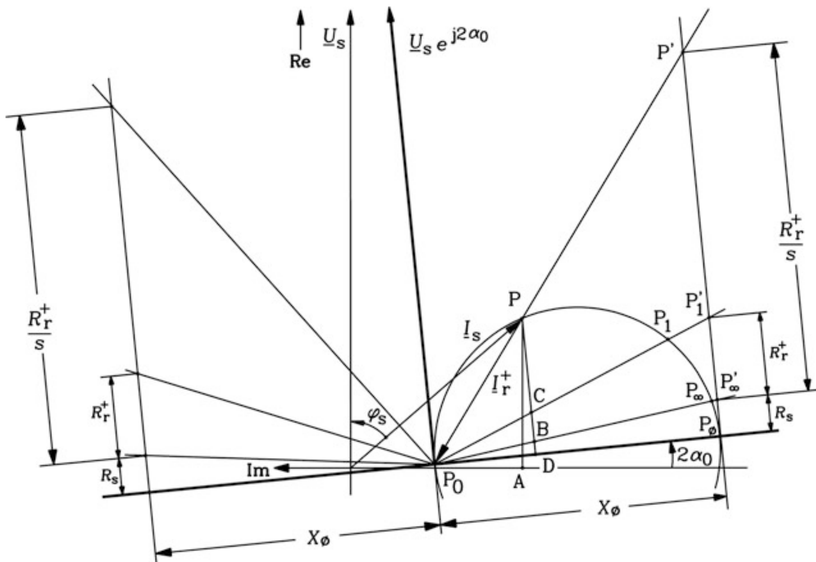


Abb. 5.19 Ermittlung der Schlupfbezifferung, der Leistung und des Drehmoments aus dem Ossanna-Kreis

findet sich der Stromzeiger $\underline{I}_r^+$ jetzt stets auf dem gleichen Strahl wie die zugehörige Impedanz $\underline{Z}_r(s)$. Die Größe $R = R_s + R_r^+/s$ ist die Strecke $\overline{P_\varnothing P'}$, die Größe R_s ist die Strecke $\overline{P_\varnothing P'_\infty}$, da bei $s = \infty$ der Ausdruck $R(s \to \infty) = R_s + R_r^+/s = R_s$ ist. Die Strecke $\overline{P'_\infty P'}$ ist die verbleibende Größe R_r^+/s. Damit sind die hier hergeleiteten mathematischen Beziehungen grafisch umgesetzt. Wird jetzt der Schlupf s als der den Betriebszustand bestimmende Parameter variiert, so ist dies eine Änderung des wirksamen Läuferwiderstands R_r^+/s, also eine Änderung der Länge $\overline{P_\infty P'}$. Es wandert der Punkt P′ auf der Normalen, und damit ändert sich die Neigung der Strecke $\overline{P_0 P'}$. Damit ändern sich die Lage des Zeigers $\underline{I}_r^+$ und des Ständerstromzeigers $\underline{I}_s$. Für einen beliebigen Schlupf s erhält man allgemein einen Punkt P′ auf der Normalen zum Kreisdurchmesser im Durchmesserpunkt $P_\varnothing$. Der Strahl $\overline{P_0 P'}$ ergibt auf dem Kreis den zugehörigen Betriebspunkt P. Für den Sonderfall der stillstehenden Maschine $s = 1$ erscheint der Wert R_r^+ direkt als Strecke bis zum Punkt P'_1. Der Strahl von dort zum Leerlaufpunkt ergibt als Schnittpunkt mit dem Kreis den Kurzschlusspunkt P_1. Lässt man den Schlupf s über den Wert 1 hinaus gegen Unendlich wachsen, so erreicht der Strahl $\overline{P_0 P'}$ die Punkte P'_∞ und P_∞. Das entspricht wegen $R_r^+/s\big|_{s\to\infty} = 0$ einem wirksamen Läuferwiderstand Null, weswegen P_∞ wieder als ideeller Kurzschlusspunkt bezeichnet wird.

Für die Ermittlung der vom Netz über die Spannung $\underline{U}_s$ der Asynchronmaschine zugeführten elektrischen Leistung wird in Abb. 5.19 das dünn gezeichnete, ursprüngliche Koordinatensystem mit $\underline{U}_s$ in Richtung der reellen Achse verwendet. Die in diesem System reelle Komponente $\overline{AP}$ des Ständerstroms ist als die Wirkkomponente von $\underline{I}_s$

proportional zur elektrischen Wirkleistung P_e. Für die Strangzahl $m_s = 3$ ergibt sich ein Leistungsmaßstab $\lambda_P = 3U_s\lambda_I$ z. B. in W/mm, wenn λ_I der Strommaßstab in A/mm ist.

$$P_e = 3\,U_s I_s \cdot \cos\varphi_s = \lambda_P \cdot \overline{AP} \tag{5.95}$$

Die zu $\underline{U}_s e^{j2\alpha_0}$ parallele Stromkomponente von $\underline{I}_r^+$ ist seine„Wirkkomponente“ in dem um $2\alpha_0$ gedrehten Koordinatensystem. Dieser Wirkstrom ist $I_{rw}^+ = \lambda_I \cdot \overline{DP}$. Er entspricht über den Strommaßstab λ_I der Strecke $\overline{DP}$ in Abb. 5.19. Der von der Spannung $\underline{U}_s \cdot e^{j2\alpha_0}$ getriebene Strom $\underline{I}_r^+$ setzt in den Ersatz-Wirkwiderständen $R_s + (R_r^+/s)$ die Ersatz-Wirkleistung P_E um.

$$P_E = 3 \cdot (I_r^+)^2 \cdot (R_s + \frac{R_r^+}{s}) = \lambda_P \cdot \overline{DP} \tag{5.96}$$

Durch Anwendung des Strahlensatzes erkennt man die beiden Summanden der Ersatz-Wirkleistung P_E als Strecken $\overline{DB}$ und $\overline{BP}$.

$$3 \cdot (I_r^+)^2 \cdot R_s = \lambda_P \cdot \overline{DB} \tag{5.97}$$

$$3 \cdot (I_r^+)^2 \cdot (R_r^+/s) = \lambda_P \cdot \overline{BP} \tag{5.98}$$

Dem ersten Summanden kommt keine physikalische Bedeutung zu. Im zweiten Summanden erkennt man nach der Umformung mithilfe von (5.89a) und (5.92) die Luftspaltleistung.

$$P_\delta = 3\left(I_r^+\right)^2 \frac{R_r^+}{s} = 3\,I_r^2 \frac{R_r}{s} = \lambda_P \cdot \overline{BP} \tag{5.99}$$

Durch erneute Anwendung des Strahlensatzes wird P_δ weiter zerlegt.

$$P_\delta = 3\left(I_r^+\right)^2 \cdot R_r^+ + 3\left(I_r^+\right)^2 \cdot R_r^+ \cdot \frac{1-s}{s} = \lambda_P \cdot \overline{BC} + \lambda_P \cdot \overline{CP} \tag{5.100}$$

Die Strecke $\overline{BC}$ entspricht der in der Läuferwicklung entstehenden Verlustleistung, und die verbleibende Strecke $\overline{CP}$ der an der Welle zur Verfügung stehenden mechanischen Leistung, wenn Reibungs- und Zusatzverluste vernachlässigt werden.

$$P_{Cu,r} = 3\left(I_r^+\right)^2 \cdot R_r^+ = 3 I_r^2 R_r = \lambda_P \cdot \overline{BC} = s \cdot P_\delta \tag{5.101}$$

$$P_m = 3\,I_r^2 R_r \cdot \frac{1-s}{s} = \lambda_P \cdot \overline{CP} = (1-s) \cdot P_\delta \tag{5.102}$$

Der Strahl $\overline{P_0P_1}$ ist daher wieder die Leistungsgerade. Über $M_e = P_\delta/(2\pi\,n_{syn})$ ist das Drehmoment zur Luftspaltleistung proportional, sodass die Strecke $\overline{BP}$ über den Maßstabsfaktor $\lambda_M = \lambda_P/(2\pi\,n_{syn})$ z. B. in Nm/mm dem von der Maschine entwickelten Drehmoment

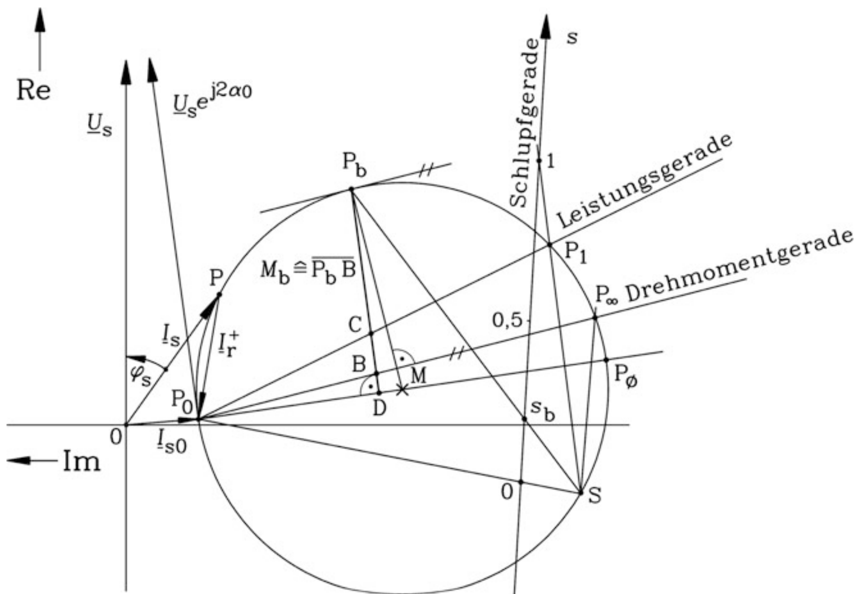


Abb. 5.20 Ossanna-Kreis mit Leistungsgerade, Drehmomentgerade und Schlupfgerade (vgl. Abb. 5.24)

entspricht. Der Strahl $\overline{P_0P_\infty}$ ist somit wieder die Drehmomentgerade (Abb. 5.20). Der größte Abstand $\overline{PB}$ von der Drehmomentgerade ergibt das Kippmoment (Abb. 5.20 und 5.23b), sodass das motorische Kippmoment kleiner als das generatorische Kippmoment ist, in Übereinstimmung mit Abschn. 5.2.

Das zu (5.36) gehörende Ossanna-Kreisdiagramm (Abb. 5.21) gilt für $R_s > 0$ und hat somit folgende wesentlichen Unterschiede zum Heyland-Kreisdiagramm:

- Der Mittelpunkt M liegt oberhalb der negativen Im-Achse.
- Die Strecke $\overline{P_0P_\infty}$ ist nicht mehr Durchmesser des Kreises. Der Punkt P_∞ rückt über die Im-Achse.
- Daher liegt die Drehmomentgerade oberhalb der Im-Achse, ebenso der durch die Punkte $s = 0$, M und den „Durchmesser-Punkt" $P_\varnothing$ gehende Kreisdurchmesser.
- Die elektrische Wirkleistung an den Motorklemmen ist zum Motorwirkstrom (Strecke $\overline{PA}$) proportional.
- Die Verluste werden wie zum gewählten Betriebspunkt P so ermittelt, dass das Lot auf den durch $s = 0$ gehenden Kreisdurchmesser gefällt wird mit dem Fußpunkt D. Die Schnittpunkte des Lots mit der Leistungs- und Drehmomentgeraden heißen wie beim Heyland-Kreis die Punkte C und B. Die Läuferstromwärmeverluste entsprechen der Strecke $\overline{BC}$, während die Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung nicht direkt als Streckenabschnitt sichtbar sind, sondern sich aus der Differenz der Strecken $\overline{PA}$ und $\overline{PB}$ gemäß $P_{Cu,s} = P_e - P_\delta$ ergeben.

Abb. 5.21 Kreisdiagramm der Asynchronmaschine bei $R_s > 0$ (Ossanna-Kreis)

Zusammenfassend werden folgende Punkte der Stromortskurve besonders erwähnt:

1. Leerlaufpunkt P_0: Der Leerlaufstrom $\underline{I}_s\,(s=0) = \underline{I}_{s0}$ wird im Leerlaufversuch gemessen, wenn die Maschine ungekuppelt am Netz betrieben wird.
2. Kurzschlusspunkt P_1: Der Anfahrstrom $\underline{I}_s\,(s=1) = \underline{I}_{s1}$ wird im Kurzschlussversuch gemessen, wenn die Maschine fest gebremst am Netz betrieben wird.
3. Bemessungspunkt P_N: Der Bemessungsstrom $\underline{I}_s\,(s=s_N) = \underline{I}_{sN}$ wird beim Belastungsversuch gemessen, wenn die am Netz betriebene Maschine über eine gekuppelte Lastmaschine so belastet wird, dass sich die Bemessungsdrehzahl n_N einstellt.
4. Ideeller Kurzschlusspunkt P_∞ für $s = \pm\infty$: Der Strom $\underline{I}_s\,(s = \pm\infty) = \underline{I}_{s\infty}$ ist i. A. nur geringfügig höher als der Anfahrstrom, ist aber nicht messbar, da eine unendlich hohe Läuferdrehzahl dafür erforderlich wäre.
5. Durchmesserpunkt $P_\varnothing$: Der Strom $\underline{I}_s\left(s_\varnothing = -R_r^+/R_s\right) = \underline{I}_{s\varnothing}$ tritt bei negativem Schlupf auf und ist i. A. der betragsmäßig größte Strom bei fester Ständerspannung. Wegen $R_r^+ = \ddot{u}^2\ddot{u}_k^2 R_r \approx \ddot{u}^2 R_r = R_r'$ und $R_r' \approx R_s$ ist $s_\varnothing \cong -1$. Der Punkt wird bei etwa doppelter Synchrondrehzahl gemessen. Der Läufer wird dazu mechanisch übersynchron angetrieben und nimmt mechanische Leistung auf, da das elektromagnetische Drehmoment negativ ist. Da der Durchmesserpunkt aber oberhalb der Im-Achse liegt, arbeitet die Maschine nicht mehr als Generator. Die Ständerwicklung liegt an Netzspannung; der große Ständerstrom und damit auch der hohe Läuferstrom verursachen so große Stromwärmeverluste, dass sogar Wirkleistung aus dem Netz aufgenommen werden muss, um

diese Verluste gemeinsam mit der aufgenommenen mechanischen Leistung zu decken. Die Maschine arbeitet als Bremse. Nur für Betriebspunkte im Kreisabschnitt unterhalb der Im-Achse ist der Ständerwirkstrom negativ; dort arbeitet die Asynchronmaschine als Generator, da die elektrische Wirkleistung negativ ist und somit ins Netz abgegeben wird. Betriebspunkte zwischen P_1 und P_∞ liegen im Gegenstrombremsbereich mit positivem Drehmoment und positiver Ständerwirkleistung, aber negativer Drehzahl. Die mechanische Leistung ist negativ und bremst. Sie wird der Maschine an der Welle zugeführt und deckt gemeinsam mit der elektrisch aufgenommenen Ständerleistung die Verluste in der Maschine. Betriebspunkte mit negativen Schlüpfen zwischen P_∞ und dem auf der negativen Im-Achse liegenden Betriebspunkt, wo der Ständerwirkstrom Null ist, stellen den übersynchronen Bremsbetrieb dar, wie er bei $s_\varnothing$ beschrieben wurde.

Kennt man drei Ströme der Stromortskurve durch Messungen, so lässt sich der Ossanna-Kreis bei Annahme konstanter Ersatzschaltbildparameter konstruieren. Bekannt seien z. B.

- Leerlaufstrom $\underline{I}_{s0}$, Betriebspunkt P_0,
- Kurzschluss- oder Anfahrstrom $\underline{I}_{s1}$, Betriebspunkt P_1,
- Strom $\underline{I}_s$ für beliebigen Schlupf s, Betriebspunkt P (Abb. 5.21).

Dann liefert der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf den Strecken $\overline{P_0P}$ und $\overline{P_0P_1}$ den Mittelpunkt M und den Radius des Kreises als Strecke $\overline{P_0M}$.

Der Durchmesserstrom $\underline{I}_{s\varnothing} = \underline{U}_s/(jX_\varnothing)$ wird durch die Durchmesserreaktanz $X_\varnothing = \ddot{u}^2\ddot{u}_k^2 X_r - X_s$ bestimmt. Gemäß (5.86) ist bei gegenüber den Reaktanzen vernachlässigbar kleinem Ständerwiderstand $R_s \to 0$ das Übersetzungsverhältnis $\underline{\ddot{u}}_k(R_s = 0) = \ddot{u}_k = X_s/X_h$. Daher ist gemäß (5.103) die Durchmesserreaktanz im Wesentlichen die Summe aus Ständer- und Läuferstreureaktanz, sodass wie beim *Heyland*-Kreis der Kreisdurchmesser durch die Größe der resultierenden Streureaktanz bestimmt wird.

$$X_\varnothing = \ddot{u}^2\ddot{u}_k^2 X_r - X_s = \frac{X_s^2 X_r'}{X_h^2} - X_s = X_s \cdot \left(\frac{1}{1-\sigma} - 1\right)$$
$$X_\varnothing = \frac{\sigma X_s}{1-\sigma} \approx \sigma X_s \approx X_{s\sigma} + X_{r\sigma}' \tag{5.103}$$

d) Ortskurve des Magnetisierungsstroms bei $R_s > 0$: Aus dem T-Ersatzschaltbild wird über (5.27) – (5.29) der Magnetisierungsstrom berechnet.

$$\underline{I}_m = \underline{U}_s \frac{R_r' + jsX_{r\sigma}'}{(R_sR_r' - s\cdot\sigma\cdot X_sX_r') + j(s\cdot R_sX_r' + X_sR_r')} \tag{5.104}$$

Die Ortskurve von $\underline{I}_m$ ist somit ebenfalls gemäß (5.69) ein Kreis K_m in allgemeiner Lage mit den drei ausgezeichneten Punkten

1. Leerlaufpunkt P_0: Magnetisierungsstrom = Leerlaufstrom.
2. Anfahrpunkt P_{m1}: Magnetisierungsstrom beim Anfahren

$$\underline{I}_{m1} = \underline{U}_s \frac{R'_r + jX'_{r\sigma}}{(R_s R'_r - \sigma \cdot X_s X'_r) + j(R_s X'_r + X_s R'_r)} \tag{5.105}$$

3. Punkt $P_{m\infty}$: Magnetisierungsstrom bei unendlich hohem Schlupf:

$$\underline{I}_{m\infty} = \frac{jX'_{r\sigma} \cdot \underline{U}_s}{-\sigma X_s X'_r + jR_s X'_r} = \frac{\underline{U}_s}{R_s + j\sigma X_s} \cdot \frac{X'_{r\sigma}}{X'_r} = \underline{I}_{s\infty} \cdot \frac{X'_{r\sigma}}{X'_r} \tag{5.106}$$

Die Punkte P_0 und $P_{m\infty}$ liegen oberhalb der Im-Achse. Wegen $X'_{r\sigma}/X'_r \approx 0.05$ ist $I_{m\infty}$ deutlich kleiner als I_{s0}, sodass $P_{m\infty}$ links von P_0 liegt. Damit liegen die Kreispunkte für positive Schlüpfe im Wesentlichen unterhalb der Im-Achse und für negative Schlüpfe oberhalb der Im-Achse (Abb. 5.22). Dies wird aus (5.105) mit $R_s \cong 0$ und $\sigma X'_r \approx X_{s\sigma} + X'_{r\sigma}$ unmittelbar ersichtlich, denn in (5.107) ist der Phasenwinkel zwischen Spannungs- und nacheilendem Stromzeiger größer als 90°.

$$\underline{I}_{m1}(R_s = 0) = \frac{\underline{U}_s}{jX_s} \cdot \frac{R'_r + jX'_{r\sigma}}{R'_r + j\sigma X'_r} \approx \frac{\underline{U}_s}{jX_s} \cdot \frac{R'_r + jX'_{r\sigma}}{R'_r + j(X'_{r\sigma} + X_{s\sigma})} \tag{5.107}$$

Abb. 5.22 Die Ortskurven von Ständer- und Magnetisierungsstrom für $R_s > 0$: Der auf die Ständerseite umgerechnete Läuferstrom wird als Differenz $\underline{I}_m - \underline{I}_s$ direkt beiden Kreisen entnommen

Zeichnet man die beiden Kreise K und K_m für Ständer- und Magnetisierungsstromzeiger, so wird gemäß Abb. 5.22 der Rotorstrom $\underline{I}'_r$ direkt als Differenz zwischen den Betriebspunkten P_m und P auf K_m und K abgegriffen.

e) Der vereinfachte Ossanna-Kreis: $R_s > 0$, aber Mittelpunkt M auf der – Im-Achse: Außer bei Maschinen kleiner Leistung typisch < 1 kW ist der Einfluss des ohm'schen Ständerwiderstands in der Regel so klein, dass der Mittelpunkt M des Ossanna-Kreisdiagramms stets nahezu auf der – Im-Achse liegt. Daher wird oft das Kreisdiagramm mit dem Mittelpunkt M auf der – Im-Achse gezeichnet, ohne jedoch die Drehmomentgerade ebenfalls in die – Im-Achse zu drehen. Die Punkte A und D sind nun identisch. Wir erhalten so den vereinfachten Ossanna-Kreis (Abb. 5.23), aus dem – ebenso wie beim exakten Kreisdiagramm – das Betriebsverhalten der Maschine abgelesen wird. Während die Läuferstromwärmeverluste wieder der Strecke $\overline{BC}$ entsprechen, sind die Ständerstromwärmeverluste nun direkt als Strecke $\overline{AB}$ sichtbar. Der Durchmesserpunkt liegt nun auf der – Im-Achse und trennt den generatorischen Bereich vom übersynchronen Bremsbereich.

f) Bezifferung des Kreises nach Schlupfwerten – die Schlupfgerade: Das Kreisdiagramm ist als Inversion einer komplexen Geraden $\underline{G}(s)$, die linear im Schlupf s beziffert ist, abgeleitet worden. Daher kann man die Bezifferung der Betriebspunkte P auf dem Kreis mit den zugehörigen Schlupfwerten in gleicher Weise ermitteln. Dabei muss nicht unbedingt die Gerade $\underline{G}(s)$ verwendet werden, sondern jede beliebige linear in s bezifferte Gerade $\underline{G}_s(s)$, „Schlupfgerade" genannt, deren Inversionszentrum S auf dem Kreis liegt. Denn auch sie wird durch Inversion auf den Kreis abgebildet. Für die Schlupfbezifferung muss die Lage dreier Betriebspunkte am Kreis als Ständerstrom nach Betrag und Phasenlage zur Spannung bekannt sein. In Abb. 5.24 sind es P_0, P_1 und P_∞. Das willkürlich auf dem Ossanna-Kreis gewählte Inversionszentrum S wird mit den Punkten P_0, P_1 und P_∞ in Form gestrichelter Geraden in Abb. 5.24 verbunden. Da auf der Geraden $\underline{G}_s(s)$ der zum Punkt P_∞ gehörige Bildpunkt im Unendlichen liegt ($s = \pm\infty$), muss $\underline{G}_s(s)$ entsprechend Euklid's Parallelenpostulat parallel zur Strecke $\overline{SP_\infty}$ liegen. Ihr Schnittpunkt mit der verlängerten Strecke $\overline{SP_\infty}$ liegt im Unendlichen. Die Schnittpunkte der Strecken $\overline{SP_0}$ und $\overline{SP_1}$ mit der Schlupfgeraden $\underline{G}_s(s)$ ergeben die Punkte $s = 0$ und $s = 1$ auf der Schlupfgeraden. Nun kann auf der Schlupfgeraden durch lineare Unterteilung ein linearer$s$-Maßstab z. B. von –0.4 bis 1.5 eingetragen werden. Durch Verlängerung der Verbindungslinien von S zu diesen einzelnen s-Werten der Schlupfgeraden erhält man die Schnittpunkte am Kreis. Sie sind die zugehörigen Ständerstrom-Betriebspunkte für den jeweiligen Schlupfwert s der Schlupfgeraden.

g) Berücksichtigung weiterer Verlustgruppen im Kreisdiagramm: Die Ummagnetisierungsverluste im Ständereisen (Abschn. 5.3) auf Grund der mit Ständerfrequenz pulsierenden Flussdichte sind (Kap. 1) proportional zum Quadrat der Flussdichteamplitude in den Zähnen und im Joch (Abb. 5.1b): $P_{Fe} \sim \hat{B}_{Fe}^2$. Diese Flussdichteamplitude im Eisen wird – abgesehen vom Ständerstreufluss – durch das sich über das Eisen schließende Luftspaltfeld

Abb. 5.23 Vereinfachter Ossanna-Kreis: Der Mittelpunkt M des Kreises wird näherungsweise auf die negative Im-Achse gelegt wie beim Heyland-Kreis, sonst aber wird $R_s > 0$ beibehalten. Daher wird zwischen den Punkten $P_\varnothing$ und P_∞ unterschieden. (**a**) Leistungsaufteilung, (**b**) Motorisches und generatorisches Kippmoment jeweils zwischen den Arbeitspunkten am Kreis mit den Schlüpfen $s_{b,mot}$ bzw. $s_{b,gen}$ und den zugehörigen Punkten B auf der Drehmomentgeraden

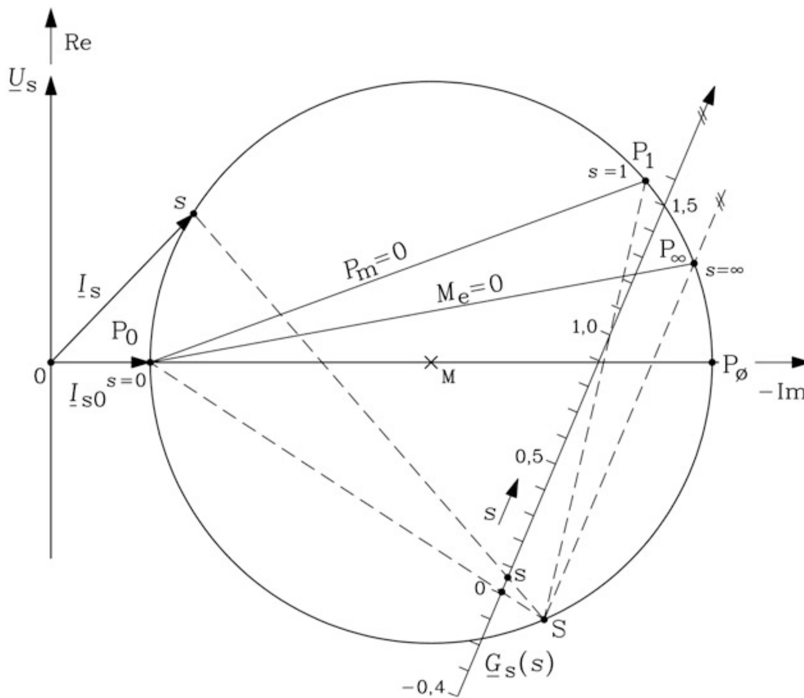


Abb. 5.24 Bezifferung des Kreisdiagramms nach Schlupfwerten s über die Schlupfgerade $\underline{G}_s(s)$ am Beispiel des vereinfachten Ossanna-Kreises: Die Schlupfgerade wird aus drei bekannten Betriebspunkten (hier: P_0, P_1 und P_∞) und einem willkürlich auf dem Kreis gewählten Inversionszentrum S konstruiert und linear in s beziffert (hier: $-0.4 \leq s \leq 1.5$). Schnittpunkte der Verbindungsstrahlen von S und den s-Werten der Schlupfgeraden mit dem Kreisdiagramm liefern die zugehörigen Orte der Spitze des Ständerstromzeigers zum jeweiligen Schlupf s

bestimmt, sodass sie zur Amplitude der Luftspaltflussdichte proportional ist: $\hat{B}_{\text{Fe}} \sim \hat{B}_\delta$. Die Ummagnetisierungsverluste im Läufer gehorchen der gleichen Proportionalität. Da die Hauptfeldspannung vom Luftspaltfluss induziert wird, ist sie zur Amplitude der Luftspaltflussdichte proportional: $U_\text{h} \sim \hat{B}_\delta$. Damit sind die Ummagnetisierungsverluste proportional zum Quadrat der Hauptfeldspannung und können im T-Ersatzschaltbild über einen zu U_h parallelen Ersatzwiderstand R_{Fe} je Strang berücksichtigt werden (Abb. 5.25a).

$$P_{\text{Fe}} = 3 \cdot U_\text{h}^2 / R_{\text{Fe}} \tag{5.108}$$

Ihre Berücksichtigung im T-Ersatzschaltbild verändert die Analytik des Kreisdiagramms, dessen hier gezeigte mathematische Entwicklung auf deren Vernachlässigung beruht. Die Reibungsverluste P_R wirken bremsend an der Welle und verringern die mechanische Leistung. Sie erscheinen nicht im T-Ersatzschaltbild, sondern sind diesem nachgeordnet (Abb. 5.25a). Die Zusatzverluste treten sowohl im Stator als auch im Rotor auf, und

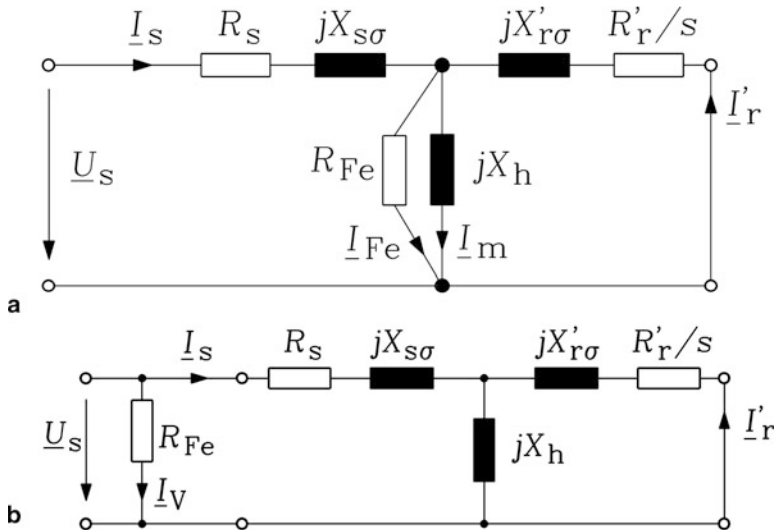


Abb. 5.25 Ersatzschaltbild je Strang der Asynchronmaschine: (**a**) Berücksichtigung von Ummagnetisierungsverlusten P_{Fe} mit dem Widerstand R_{Fe} parallel zu X_{h}, Abzug der Reibungsverluste P_{R} an der Welle: $P_{\mathrm{m,out}} = P_{\mathrm{m}} - P_{\mathrm{R}}$ (**b**) Näherungsweise Berücksichtigung der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste mit einem gegenüber a) geänderten Ersatzwiderstand R_{Fe} parallel zur Netzspannung

wirken teilweise z. B. auf Grund der Drehmomentbildung des Luftspaltfelds mit im Läuferkäfig zusätzlich induzierten Stabströmen durch Oberwellen des Luftspaltfelds ebenfalls bremsend. Ihre näherungsweise Berücksichtigung kann durch eine fiktive Erhöhung des Ständer- und/oder des Läuferwiderstands erfolgen. Dadurch wird die Kreisdiagramm-Analytik nicht verändert. Um auch die Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste näherungsweise im Kreisdiagramm zu erfassen, ohne dessen Analytik zu verändern, fasst man beide Verlustanteile in einem an den Ständerklemmen der Asynchronmaschine anliegenden fiktiven Widerstand R_{Fe} je Strang zusammen, der gegenüber dem R_{Fe}-Wert in (5.108) einen anderen Wert hat. Dieser näherungsweisen und nachträglichen Berücksichtigung der Ummagnetisierungs – und Reibungsverluste entspricht das Ersatzschaltbild Abb. 5.25b, in dem der Ersatzwiderstand zur Abbildung der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste statt parallel zur Hauptreaktanz an die Eingangsklemmen gelegt wird. Statt des Eisenstroms $\underline{I}_{\mathrm{Fe}} = \underline{U}_{\mathrm{h}}/R_{\mathrm{Fe}}$ fließt nun der Verluststrom je Strang $\underline{I}_{\mathrm{V}} = \underline{U}_{\mathrm{s}}/R_{\mathrm{Fe}}$.

$$P_{\mathrm{Fe+R}} = 3 \cdot U_{\mathrm{s}}^2/R_{\mathrm{Fe}} \tag{5.109}$$

Der Netzstrom ist daher die Summe aus Ständerstrom und Verluststrom: $\underline{I}_{\mathrm{s}} + \underline{I}_{\mathrm{V}}$. Es können somit die zuvor dargestellten Ergebnisse zum Kreisdiagramm beibehalten werden, wenn der resultierende Netzstrom als Summe des aus dem Kreisdiagramm ermittelten Ständerstroms $\underline{I}_{\mathrm{s}}$ und dem für alle Schlupfwerte konstanten Verluststrom bestimmt

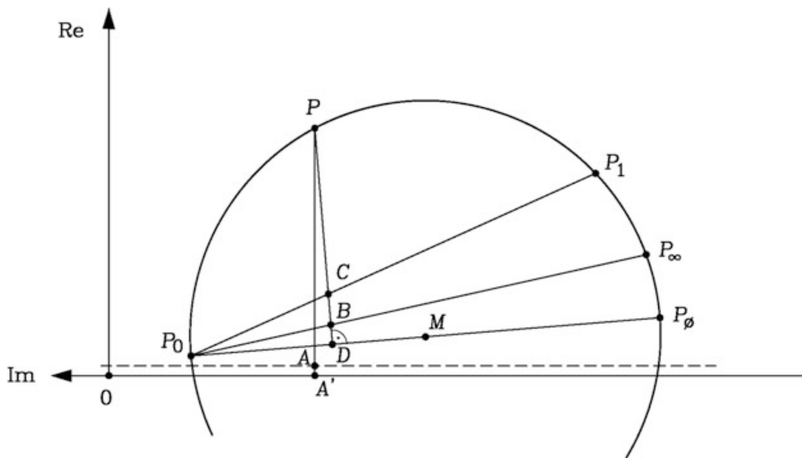


Abb. 5.26 Kreisdiagramm (Ossanna-Kreis) mit Berücksichtigung der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste: Das Kreisdiagramm wird um die Strecke $\overline{AA'}$ nach oben verschoben. Der Zeiger des Netzstroms je Strang ist aus dem Ursprung 0 zum Betriebspunkt P gerichtet und um den Verluststrom $\overline{AA'}$ größer als der Ständerstrom $\underline{I}_s$

wird. Der Verluststromzeiger $\underline{I}_V$ als reiner Wirkstrom liegt parallel zum Zeiger der Ständerstrangspannung $\underline{U}_s$ und entspricht über den Strommaßstab der Strecke $\overline{AA'}$ in Abb. 5.26. Damit werden die Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste gemäß $P_{Fe+R} = 3 \cdot U_s I_V$ bestimmt.

5.5 Anfahren eines Schleifringläufermotors mit Anfahrwiderständen

Ein besonderes Problem stellt der Anlauf der Asynchronmaschine mit Schleifringläufer dar. Das Beispiel von Abb. 5.7 zeigt, dass der Anfahrstrom ($s = 1$) etwa das 5-fache des Bemessungsstroms beträgt, das Anfahrmoment (Anzugsmoment), das zum Beschleunigen des Antriebs benötigt wird, aber nur etwa 90 % des Bemessungsmoments. Ursache ist der hohe Blindstromanteil des Stroms bei hohen Schlupfwerten, wenn s deutlich höher als der Kippschlupf ist. Besonders für Motoren, die gegen hohe „Losbrechmomente" der gekoppelten Arbeitsmaschine anfahren müssen, oder die hohe Trägheitsmomente beschleunigen müssen wie z. B. beim „Schweranlauf" von Zentrifugen o. ä., ist eine Erhöhung des Anfahrmoments erforderlich. Der hohe Anfahrstrom belastet das Netz und kann zu kurzzeitigen „Spannungseinbrüchen" führen, da die Klemmenspannung auf Grund des hohen Spannungsfalls des Anfahrstroms an den Zuleitungsimpedanzen absinkt. Weiter überlastet er thermisch den Motor; ein z. B. 5-facher Strom ergibt 25-fache Stromwärmeverluste!

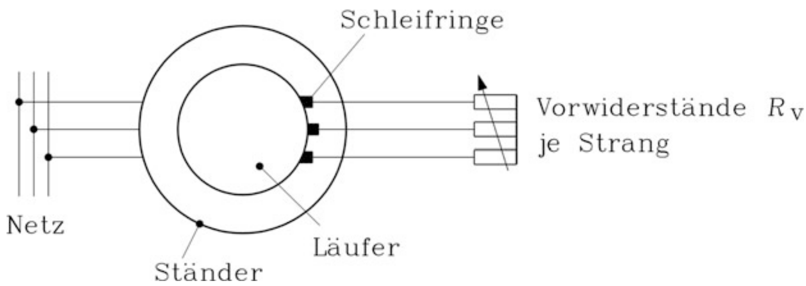


Abb. 5.27 Einschalten von externen Vorwiderständen über Schleifringe im Läuferkreis der Asynchronmaschine

Mit der Hilfe von externen Anfahrwiderständen („Anlasser"), die über die drei Schleifringe des Läufers in die drei Läuferstränge eingeschaltet werden, kann das Anfahrmoment bis zum Maximalwert, nämlich dem Kippmoment, angehoben werden, und gleichzeitig die Stromaufnahme auf den Kippstrom abgesenkt werden (Abb. 5.27).

Das T-Ersatzschaltbild zeigt, dass eine Veränderung des Läuferwiderstands R_r durch zusätzliche externe Vorwiderstände das Kreisdiagramm nicht verändert, wenn der Quotient aus Widerstand und Schlupf sich nicht ändert.

$$R_r'/s = \text{konst.} \tag{5.110}$$

Wird nun je Läuferstrang der Anlasswiderstand R_v als Vorwiderstand zum Läuferstrangwiderstand eingeschaltet, so gilt für eine unveränderte Stromaufnahme, dass der Quotient (5.110) konstant bleiben muss.

$$\frac{R_r + R_v}{s} = \frac{R_r}{s^*} = \text{konst.} \tag{5.111}$$

Fazit:
Mit Läufer-Vorwiderstand R_v verhält sich der Motor beim Schlupf s so, wie er sich ohne Vorwiderstand beim Schlupf s^* verhalten würde.

Soll also beim Anfahren $s = 1$ z. B. das motorische Kippmoment auftreten, so muss R_v so groß sein, dass gemäß (5.111) der Schlupfwert s^* dem Kippschlupf s_b entspricht.

$$\frac{R_r + R_v}{1} = \frac{R_r}{s_b} \quad \Rightarrow \quad R_v = R_r \cdot \left(\frac{1}{s_b} - 1\right) \tag{5.112}$$

Grafisch entspricht (5.111) einer „Scherung" (lineare Streckung) der $M(n)$- bzw. der $M(s)$-Kurve (Abb. 5.28). Das zu einem gewählten Wert s^* auftretende Drehmoment M_e tritt bei einem neuen, gemäß (5.111) bestimmten Wert s auf.

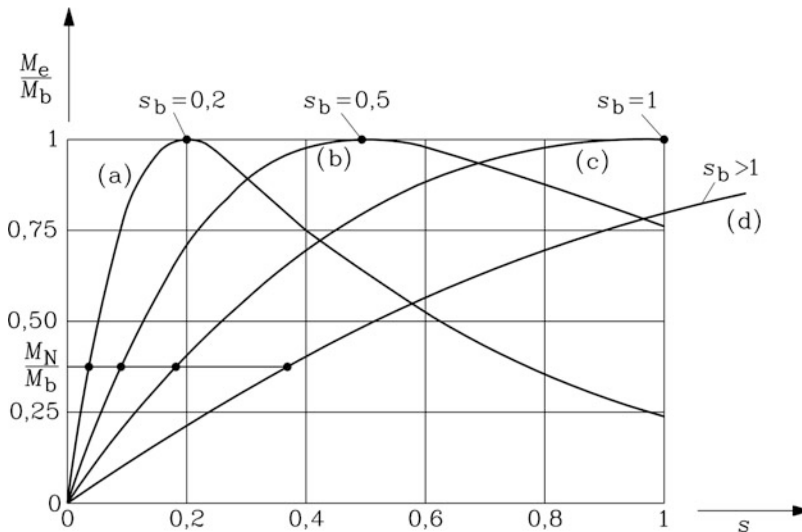


Abb. 5.28 Drehmomentverlauf eines Schleifringläufer-Asynchronmotors ($M_b/M_N = 2.65$) mit zusätzlichen Läuferwiderständen. Ohne Vorwiderstände (Kurve a) tritt das Kippmoment bei Schlupf 0.2 auf, das Anfahrmoment beträgt nur $0.24 M_b$. Mit einem Vorwiderstand/Strang $R_v = 4R_r$ ist das Anfahrmoment das Kippmoment (Kurve c). Bei Kurven b) und d) ist das Anfahrmoment bei unterschiedlichen Läufer-Vorwiderständen etwa gleich groß

Beispiel 5.8

Schleifringläufer-Asynchronmotor mit $M(s)$-Kennlinie gemäß Abb. 5.7: Die Stromaufnahme im motorischen Kipp-Punkt bei $s_b = 0.19$ beträgt ca. $3.5 I_N$ und im Anfahrpunkt ca. $5 I_N$. Mit Vorwiderständen $R_v = R_r \cdot (1/s_b - 1) = 4.25 \cdot R_r$ tritt beim Anfahren nur ein Anfahrstrom $I_1 = 3.5 I_N$ in der Höhe des Kippstroms auf. Gleichzeitig erhöht sich das Anfahrmoment auf die Höhe des Kippmoments.

Beispiel 5.9

Schleifringläufer-Asynchronmotor mit $M_b/M_N = 2.65$, Kippschlupf $s_b = 0.2$ (Abb. 5.28):

- Ohne Vorwiderstände beträgt das Anfahrmoment nur $0.65 \cdot M_N$ bzw. $0.24 \cdot M_b$ (Kurve a).
- Bei $R_v/R_r = 4$ ist Anfahren mit Kippmoment möglich (Kurve c). $R_v/R_r = (\frac{1}{s_b} - 1) = (\frac{1}{0.2} - 1) = 4$
- Können Sie abschätzen, wie hoch die Verhältnisse R_v/R_r für die restlichen beiden $M(s)$-Kurven (b) und (d) sind? (*Lösung:* $R_v/R_r = 1.5$ (b) bzw. 8 (d)).

Mit fortgesetztem Hochlauf, also abnehmendem Schlupf, nimmt das Moment ab. Man muss daher R_v möglichst kontinuierlich verkleinern, was bei sehr großen Schleifringläufer-Asynchronmaschinen z. B. über Wasserwiderstände gemacht werden kann, wenn das elektromagnetische Moment weiterhin die Größe des Kippmoments haben soll. So ist z. B. in Abb. 5.28 bei $s = 0.5$ nur mehr $R_v/R_r = 1.5$ erforderlich, um bei diesem Schlupf das Kippmoment zu erreichen. Das verbesserte Anlaufverhalten wird durch zusätzliche Stromwärmeverluste in den Anlasswiderständen erkauft, die aber außerhalb der Maschine auftreten, sodass diese vor Überhitzung geschützt ist.

5.6 Drehzahlvariabler Betrieb von Schleifringläufer-Asynchronmaschinen

Die externen Läuferwiderstände gestatten bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine eine Drehzahlstellung, die vor Entwicklung der Umrichtertechnik (Kap. 7) fallweise zum Einsatz kam. Beispielsweise ist das Drehmoment eines Lastenaufzugs unabhängig von der Drehzahl (Kap. 7): $M_L = \text{konst.}$ Die Schnittpunkte für $M_L = M_N = \text{konst.}$ mit den Momentenkurven (a) – (d) in Abb. 5.28 liefern Schlupfwerte zwischen 4 % und 37 %, also Drehzahlen $n/n_{syn} = 1 - s = 63\,\% \ldots 96\,\%$.

Fazit:
Durch Veränderung der Läufervorwiderstände ist prinzipiell drehzahlveränderbarer Betrieb der Asynchronmaschine möglich.

Nachteile dieser Drehzahlstellmethode sind:

a) Bei Entlastung des Asynchronmotors ($M_L = 0$) läuft dieser stets auf die Synchrondrehzahl hoch.
b) Auf Grund der Stromwärmeverluste in den externen Läufervorwiderständen ergibt sich ein schlechter Wirkungsgrad vor allem bei niedrigen Drehzahlen, denn eine niedrige Drehzahl bedeutet einen hohen Schlupf und damit hohe Schlupfverluste sP_δ.

Nimmt jedoch das Belastungsmoment M_L stark mit sinkender Drehzahl ab, so sinkt P_δ ebenfalls, sodass die Verluste sP_δ ausreichend klein bleiben, und der Wirkungsgrad ausreichend hoch ist. Dies ist bei Lüfter- und Pumpenantrieben der Fall, da der geförderte Volumenstrom $\dot{V}$ in Strömungsmaschinen wie Pumpen, Turbinen, Lüfter, Ventilatoren gemäß Kap. 7 proportional zur Drehzahl n ist, und der erzeugte Überdruck Δp proportional zu n^2. Daher wächst der mechanische Leistungsbedarf P einer Pumpe mit n^3, ihr Drehmoment mit n^2. Der Asynchronmotor muss daher ein elektromagnetisches Drehmoment zum Antreiben aufbringen, das proportional zu n^2 ist.

$$\dot{V} \sim n, \quad \Delta p \sim n^2 \quad \Rightarrow \quad P_m = \dot{V} \cdot \Delta p \sim n^3 \quad M_L = \frac{P_m}{2\pi n} \sim \frac{n^3}{n} = n^2 \tag{5.113}$$

Beispiel 5.10

Drehzahlveränderbarer Schleifringläufermotor über externe Läufervorwiderstände R_v: Vergleich (1) „*Aufzugsantrieb*“ und (2) „*Pumpenantrieb*“ (Tab. 5.2): Absenken der Drehzahl auf 60 % von n_{syn} für das Einfahren der Kabine in die Station (1) bzw. für das Absenken des Volumenstroms (2) (Abb. 5.29). Geben Sie die Leistungsbilanz bei Vernachlässigung aller Verluste außer den Läuferstromwärmeverlusten an!

Tab. 5.2 Drehzahlvariabler Betrieb eines Schleifringläufer-Motors über verstellbare Läufervorwiderstände bei unterschiedlichen Lastmaschinen

	(1) Aufzugsantrieb	(2) Pumpenantrieb
Gegenmoment-Gleichung der Last	$M_L = M_N = \text{konst.}$	$M_L = (n/n_{syn})^2 \cdot M_N$
Gegenmoment bei $n/n_{syn} = 0.6$	$M_L = M_N$	$M_L = 0.36 \cdot M_N$
$P_\delta(n)/P_{\delta N} = P_\delta(n)/(2\pi n_{syn} M_N)$	1.0	0.36
$P_m(n)/P_{\delta N}$	0.6	0.22
$(P_{Cu,r} + 3R_v I_r^2)/P_{\delta N}$	(!) 0.4	0.14

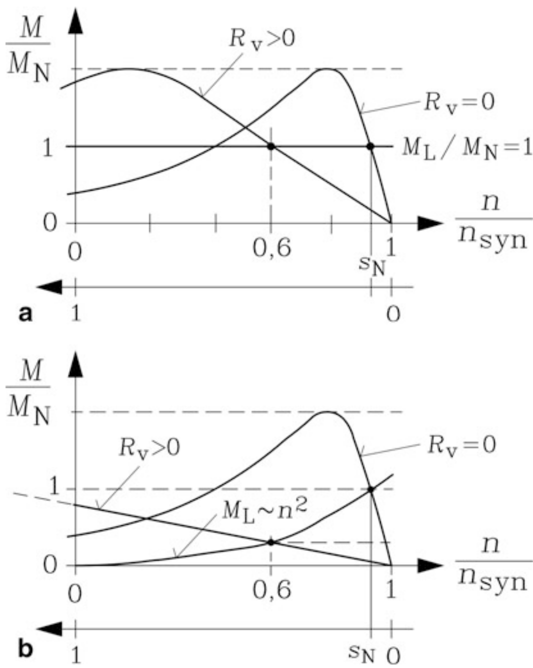


Abb. 5.29 $M(n)$-Kurve eines Schleifringläufer-Asynchronmotors mit externen Widerständen als drehzahlveränderbarer Antrieb (**a**) mit konstantem Gegendrehmoment M_L, (**b**) mit quadratisch veränderlichem Gegendrehmoment M_L einer Pumpe mit variablem Volumenstrom

Lösung:

$$P_{e,in} \cong P_\delta = P_{Cu,r} + 3R_v I_r^2 + P_m \qquad P_m = 2\pi n M_e \qquad P_\delta = 2\pi n_{syn} M_e$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 5.2 zusammengefasst.

Fazit:
Bei konstantem Gegenmoment (Fall 1) erfordert eine Absenkung der Drehzahl um 40 % Rotorverluste von 40 % der Bemessungsleistung, was technisch unbrauchbar ist. Bei Pumpenantrieben (Fall 2) ist die Verlustleistung mit nur 14 % der Bemessungsleistung erträglich, da der Leistungsbedarf der Pumpe bei 60 % der Bemessungsdrehzahl nur 22 % der Bemessungsleistung ist.

Moderne Großantriebe verwenden statt der Läufervorwiderstande eine in den Läuferkreis über einen Stromrichter eingeprägte veränderbare Gegenspannung, sodass die Stromwärmeverluste in den externen Läuferwiderständen entfallen (doppelt gespeiste Asynchronmaschine und untersynchrone Stromrichterkaskade, Kap. 7).

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A5.1 der drehzahlveränderbare Betrieb eines Schleifringläufer-Asynchronmotors über veränderbare Läufer-Vorwiderstände behandelt. In A5.2 wird die Berücksichtigung der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste im Kreisdiagramm gemäß Abb. 5.26 rechnerisch gezeigt. In A5.3 wird der Einsatz der Läufervorwiderstände für die Erhöhung des Anzugsmoments bei Schweranlauf berechnet. In A5.4 wird der Ossanna-Kreis mit seiner Schlupfbezifferung aus Messdaten ermittelt. In A5.5 werden die Betriebskennlinien der Asynchronmaschine im Schlupfbereich von 0 bis 2 bestimmt, und in A5.6 das vereinfachte Ersatzschaltbild je Strang für $R_s = 0$ behandelt, wobei die Stator- und Rotorstreureaktanz zusammengefasst als $X_\sigma = X_{s\sigma} + X'_{r\sigma}$ rotorseitig berücksichtigt werden.

6 Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine

In diesem Kapitel werden der Aufbau und die Funktionsweise von Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Käfigläufer behandelt (Jordan und Weis 1969; Bödefeld und Sequenz 1971; Taegen 1971; Hindmarsh 1985, 1991; Seinsch 1993; Giersch et al. 1998; Amin 2001). Dabei wird an die in Kap. 5 dargestellten Grundlagen zur Betriebsweise von Asynchronmaschinen bei Speisung mit einem Sinus-Drehspannungssystem angeknüpft. Die Besonderheiten der Käfigläuferwicklung wie die Vielphasigkeit, die zu einem gegenüber Kap. 5 geänderten Stromübersetzungsverhältnis führt, die Ausnutzung der Stromverdrängung in den Käfigstäben zur Erhöhung des Anlaufmoments und die damit verbundenen Grenzen der Beschreibung des Betriebsverhaltens mit einem Kreisdiagramm werden erläutert. Da anders als eine dreisträngige Wicklung die Käfigwicklung prinzipiell von Drehwellen beliebiger Polpaarzahl induziert wird, hat der Einfluss der Feldoberwellen im Luftspalt auf den stationären Betrieb der Käfigläufer-Asynchronmaschine eine besondere Bedeutung. Dieses Oberwellenverhalten wird bezüglich parasitärer Oberschwingungs-Käfigströme, zusätzlicher Drehmomente, Verluste und magnetisch erregter Geräusche beschrieben (Dreyfus 1924). Der Sonderfall der zweisträngigen, einphasig betriebenen Asynchronmaschine („Kondensatormotor“) (Stepina 1982; Stölting und Kallenbach 2001) wird in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“ behandelt.

Den Vorteilen der in Kap. 5 besprochenen Schleifringläufer-Asynchronmaschine stehen einige Nachteile gegenüber. Der bewickelte Läufer ist kostspielig zu fertigen und nicht sonderlich robust bei höheren Drehzahlen. Die Graphit-Schleifkontakte sind wartungsbedürftig, das Anfahrdrehmoment ist ohne Anlasswiderstände ziemlich klein. Michael von Dolivo-Dobrowolsky, der u. A. an der damaligen TH Darmstadt (heute: TU Darmstadt) studiert hatte, entwickelte 1889 auf Basis des von Ferraris erfundenen Kurzschluss-Läuferprinzips die robuste Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine (Neidhöfer 2004). In den Läufernuten (Abb. 6.1b) liegen massive, blanke Kupferstäbe, die an den Stirnseiten durch je einen hartgelöteten Kupferring kurzgeschlossen sind. Auch

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_6

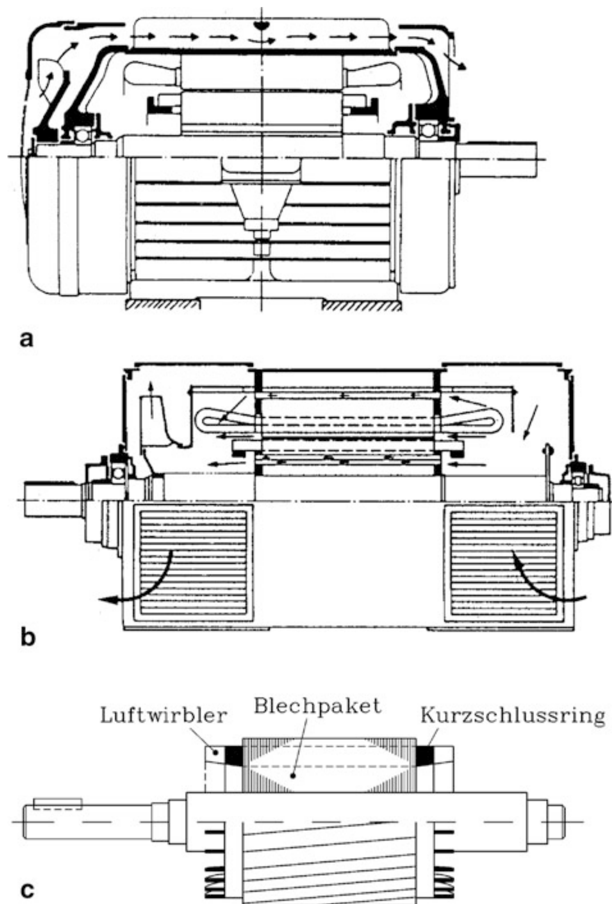


Abb. 6.1 Käfigläufer-Asynchronmaschinen: (**a**) Oberflächengekühlte Niederspannungs-Asynchronmaschine als IEC-Normmotor mit Einschicht-Runddraht-Wicklung im Ständer und Rippengehäuse, Aluminium-Druckguss-Käfig im Läufer und Wellenlüfter, (**b**) Innenbelüftete Käfigläufer-Asynchronmaschine mit Hochspannungs-Zweischichtwicklung im Ständer, hart gelötetem Kupfer-Käfig im Läufer und Radial-Wellenlüfter, axiale Kühlluftführung durch den Luftspalt und axiale Ständer- und Läuferkühlkanäle (Quelle: Bohn 1987), (**c**) Aluminium-Druckguss-Käfigläufer mit geschrägten Stäben zur Verringerung des Nutungseinflusses auf das Drehmoment, angegossene „Lüfterflügel" als Luftwirbler an den Kurzschluss-Ringen zur verbesserten Wärmeabfuhr aus dem Läuferkäfig (Quelle: Kleinrath 1975)

Aluminium-Druckguss- und Aluminium-Schleuderguss-Käfigläufer sowie fallweise Silumin-Käfigläufer für erhöhten Läuferwiderstand zur Erhöhung des Anlaufmoments sind vor allem bei kleineren Leistungen weit verbreitet (Abb. 6.1a, c).

Anstelle der dreisträngigen Drehstromwicklung der Schleifringläufer-Asynchronmaschine wirkt der Kurzschlusskäfig als stets kurzgeschlossene Läuferwicklung. Zwei benachbarte Stäbe bilden mit den zugehörenden Ringabschnitten eine kurzgeschlossene

Läufermasche, in die das Ständerdrehfeld eine Spannung induziert, sobald ein Schlupf zwischen Läuferdrehzahl und der Winkelgeschwindigkeit des Ständerdrehfelds auftritt. Der daraufhin in den Läuferstäben fließende Läuferstabstrom bildet mit dem Luftspaltfeld des Ständers – wie bei der Schleifringläufer-Maschine – das elektromagnetische Drehmoment. Damit ist das Betriebsverhalten prinzipiell dasselbe wie bei der Schleifringläufer-Maschine, sodass Ersatzschaltbild, Zeigerdiagramm, Leistungsfluss-Schema und Kreisdiagramm zumindest prinzipiell ihre Gültigkeit behalten. Trotzdem sind einige qualitative und quantitative Unterschiede bemerkenswert, die in diesem Kapitel erörtert werden.

6.1 Ströme und Spannungen im Käfigläufer

a) Induzierte Stabspannungen: Wie bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine läuft die Grundwelle des Ständerdrehfelds (Abb. 6.2a) mit der Amplitude $\hat{B}_{\delta,\mathrm{s}}$ und der Geschwindigkeit v_{syn} im Luftspalt, während sich der Käfig mit der zur Läuferdrehzahl n gehörenden Oberflächengeschwindigkeit v_{m} bewegt. Der Grundwellenfluss pro Pol ist $(2/\pi)\cdot\tau_{\mathrm{p}}l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta,\mathrm{s}}$. Das Ständerdrehfeld bewegt sich relativ zum Läuferkäfig mit der Geschwindigkeit $s\cdot v_{\mathrm{syn}} = v_{\mathrm{syn}} - v_{\mathrm{m}}$, und der Läuferkäfig relativ zum Ständerdrehfeld mit $-s\cdot v_{\mathrm{syn}}$. Der mit einer „Läufermasche", gebildet aus zwei z. B. im Abstand einer Polteilung angeordneten Stäben und zwei zugehörigen Ringabschnitten, verkettete Fluss der Ständergrundwelle ändert sich im Rotor mit der Rotorfrequenz $f_{\mathrm{r}} = sf_{\mathrm{s}}$ und induziert eine Maschenspannung. Diese Maschenspannung kann gemäß Kap. 4 als Summe aus den zwei Stabspannungen mit der Spannungsamplitude (6.1), in Kap. 4 als Nutspannungszeiger bezeichnet, dargestellt werden. Dabei stellt jeder Stab eine halbe Windung der Läufermasche dar.

$$\hat{U}_{\mathrm{i,Stab}} = sv_{\mathrm{syn}}\hat{B}_{\delta,\mathrm{s}}l_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\cdot 2\pi f_{\mathrm{r}}\frac{2}{\pi}\tau_{\mathrm{p}}l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta,\mathrm{s}} \tag{6.1}$$

Zwei benachbarte Stäbe sind im Abstand der Läufernutteilung τ_{Qr} voneinander entfernt. Daher sind die zugehörigen sinusförmigen Grundwellen-Stabspannungen um den Läufer-Nutwinkel $\alpha_{\mathrm{Qr}} = 2\pi p/Q_{\mathrm{r}}$ zueinander phasenverschoben. Diesem Winkel entspricht die Zeit, die die Ständer-Feldgrundwelle benötigt, um die Strecke τ_{Qr} zurückzulegen. Zeichnet man die Spannungszeiger aller Stäbe in der komplexen Zahlenebene auf, so entsteht ein symmetrischer „Spannungsstern" (Abb. 6.2b).

b) Stabströme, Stabkräfte und Drehmoment: Die von den Stabspannungen getriebenen Stabströme und Ringabschnittströme je Masche werden durch die induktiven und ohm'schen Widerstände von Stäben und Ringabschnitten und von der Maschen-Selbstinduktivität begrenzt. Da die Verteilung der Stabspannungen gemäß Abb. 6.2 von der induzierenden Luftspaltfeld-Feldverteilung bestimmt ist, bildet die von ihnen bewirkte Stabstromverteilung die Polzahl des sie verursachenden Ständerfelds nach. Damit ist die

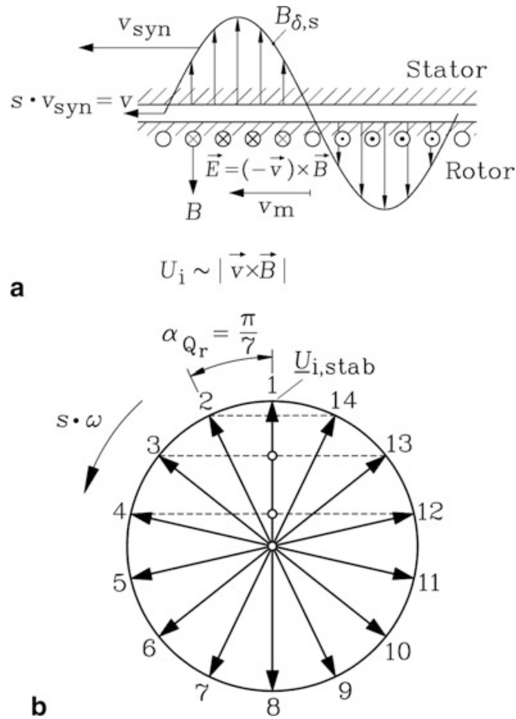


Abb. 6.2 (**a**) Die Ständer-Feldgrundwelle induziert in jeden Läuferstab eine zum Nachbarstab phasenverschobene elektrische Stabspannung, (**b**) Symmetrischer Spannungsstern je Polpaar für einen Käfigläufer mit $Q_r/p = 14$ Stäben/Polpaar. Je zwei Spannungszeiger benachbarter Stäbe sind um den Läufernutwinkel $\pi/7$ zueinander phasenverschoben. Die Stabspannungen in Stab 1 und 8, 2 und 9 usw. sind in Gegenphase. Bei einer vierpoligen Maschine wiederholt sich der Spannungsstern je Polpaar: Die Stabspannungen in 1 und 15, 2 und 16 usw. sind dann gleichphasig.

Polzahl des von den Stabströmen erregten Läuferfelds identisch mit der Polzahl des Ständerfelds. Daher wird die Käfigwicklung von Ständerfeldwellen beliebiger Polzahl stets so induziert, dass die Polzahl des von der Rotorstromverteilung erregten Rotorfelds identisch mit der Polzahl des induzierenden Statorfelds ist. Das ist ein wesentlicher Unterschied zur kurzgeschlossenen Rotordrehfeldwicklung der Schleifringläufermaschine, die gemäß Kap. 3 und 4 nur von Drehwellen mit Polzahlen induziert wird, die auch von der Wicklung selbst erregt werden. Die sf_s-frequenten Läuferstabströme (Abb. 6.4a) werden von den Spannungen Abb. 6.2b getrieben und bilden daher – dargestellt als komplexe Zeiger – einen symmetrischen Stromstern. Aus deren Augenblickswerten wurde in Kap. 3 die von ihnen erregte stufenförmige Läufer-Luftspaltfeld-Drehwelle bestimmt, deren Fourier-Grundwelle bezüglich des Läufers mit $s \cdot n_{syn}$ dreht. Sie dreht bezüglich des Ständers mit $n + s \cdot n_{syn} = n_{syn}$ und damit gleich schnell wie die Ständerfeldgrundwelle, sodass sich wie bei der Schleifringläufer-Maschine Läufer- und Ständerdrehfeld zum resultierenden Sinus-Luftspaltfeld unabhängig von der Läuferdrehzahl überlagern. Die Ständer-Feldgrundwelle bildet mit den Stabströmen tangential gerichtete Lorentz-Kräfte je Stab. Alle Stabkräfte

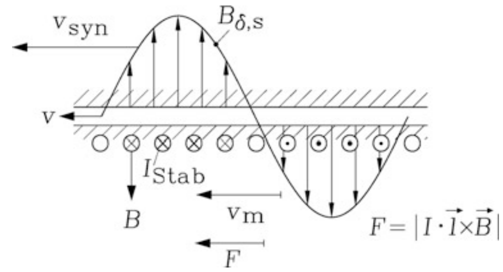


Abb. 6.3 Drehmomenterzeugung bei der Käfigläufer-Asynchronmaschine

bilden mit dem Hebelarm des halben Läuferdurchmessers $d_r/2$ das elektromagnetische Drehmoment M_e. In Abb. 6.3 ist beispielhaft die Drehmomentbildung bei kleinem Schlupf dargestellt. Wie bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine ist bei kleinem Schlupf s die strombegrenzende Wirkung der Selbstinduktivität gegenüber den ohm'schen Widerständen wegen der kleinen Läuferfrequenz vernachlässigbar, sodass die Stabströme nahezu in Phase mit den Stabspannungen sind. Damit sind gemäß Abb. 6.3 am Ort großer Ständer-Luftspaltfeldamplitude auch die induzierte Stabspannung und der Stabstrom groß, sodass die Läuferstabstromverteilung räumlich nahezu in Phase mit der Ständer-Feldgrundwelle ist. Die maximale Lorentz-Kraft $\hat{F}_{Stab} = \hat{I}_{Stab} l_e \hat{B}_{\delta,s}$ tritt dann am Ort maximaler Luftspaltflussdichte auf. Kraft und Drehmoment steigen im Bereich kleiner Schlüpfe wegen der Proportionalität $F_{Stab} \sim I_{Stab} \sim U_{i,Stab} \sim s$ linear mit s, wie es die Kloss'sche Formel (Kap. 5) für kleines s angibt. Bei großen Schlüpfen wirkt auch die Läuferinduktivität strombegrenzend, was wie bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine auf eine Kloss'sche Funktion für das Drehmoment führt.

c) Ringströme: Die in den Ringabschnitten fließenden Ringabschnittsströme (Abb. 6.4b) weisen gegenüber den Stabströmen deutlich größere Amplituden auf. So wird der Stabstrom i_2 gemäß der Kirchhoff'schen Knotenregel (Abb. 6.4b) als Differenz der Ringabschnittsströme i_{23} und i_{12} gebildet, denn an der Verbindungsstelle des Stabs Nr. 2 zu den beiden angrenzenden Ringabschnitten „12" und „23" gilt $i_{12} + i_2 - i_{23} = 0$. Allgemein ist jeder Stabstrom die Differenz der benachbarten Ringabschnittsströme. Daher bilden die Zeiger der Ringabschnittsströme – genauso wie die Zeiger der Stabströme – einen symmetrischen Stern mit einem Phasenwinkel α_{Qr} zwischen benachbarten Ringabschnittsströmen, wie durch Fortsetzung des Zeigerdiagramms Abb. 6.5 gemäß (6.2) ersichtlich wird.

$$\underline{I}_{12} + \underline{I}_2 - \underline{I}_{23} = 0 \tag{6.2}$$

Mit Abb. 6.5 werden die Ringabschnittsströme durch die Stabströme dargestellt.

$$I_2 = 2I_{12}\sin(\alpha_{Qr}/2) \quad \Rightarrow \quad I_{Ring} = I_{Stab}/(2 \cdot \sin(p\pi/Q_r)) \tag{6.3}$$

Indem man mit (6.3) die gesamten Stromwärmeverluste $P_{Cu,r}$ im Käfig berechnet, kann man aus dem ohm'schen Widerstand jedes Ringabschnitts ΔR_{Ring} einen zum

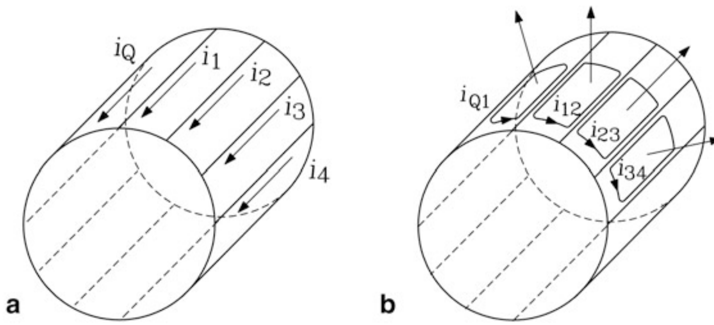


Abb. 6.4 Stromverteilung im Kurzschlusskäfig: (**a**) Stabströme, (**b**) Ringabschnittströme

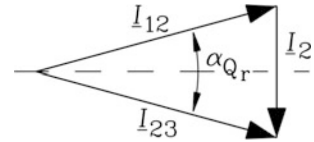


Abb. 6.5 Stromzeigerdiagramm der Kirchhoff'schen Knotenregel für zwei Ringabschnittströme $\underline{I}_{12}$ und $\underline{I}_{23}$ und den Stabstrom $\underline{I}_2$

Stabwiderstand R_{Stab} wirksamen Serien-Ersatzwiderstand ΔR^*_{Ring} (6.4) bestimmen, in dem dieselben Stromwärmeverluste wie im Ringabschnitt auftreten.

$$P_{\text{Cu,r}} = Q_r R_{\text{Stab}} I^2_{\text{Stab}} + 2 Q_r \Delta R_{\text{Ring}} I^2_{\text{Ring}} = \\ = Q_r \cdot (R_{\text{Stab}} + 2 \cdot \Delta R^*_{\text{Ring}}) \cdot I^2_{\text{Stab}}$$

$$\Delta R^*_{\text{Ring}} = \Delta R_{\text{Ring}} \cdot \frac{1}{(2 \cdot \sin(\pi p / Q_r))^2} \tag{6.4}$$

Es bietet sich an, den Widerstand des Ringabschnitts als Serien-Ersatzwiderstand (6.4) dem Stabwiderstand zum resultierenden Rotorwiderstand R_r (6.5) zuzuschlagen.

$$R_r = R_{\text{Stab}} + 2 \cdot \Delta R^*_{\text{Ring}} \tag{6.5}$$

d) Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis, T-Ersatzschaltbild: Die Stabströme weisen zwar gleiche Amplituden, aber unterschiedliche Phasenlagen auf, und sind somit unterschiedlich. Daher wird jeder Stab mit seinem anteiligen Serien-Ersatzwiderstand für die Ringabschnitte als ein eigener Wicklungsstrang aufgefasst; die Rotor-Strangzahl m_r ist dann Q_r. Da jeder Stab eine halbe Windung darstellt, ist die Windungszahl N_r je Strang $1/2$. Der Wicklungsfaktor $k_{w,r}$ dieses Einleiter-Wicklungsstrangs ist wegen des Fehlens jeglicher Sehnung oder Spulengruppenanordnung $k_{w,r} = 1$. Die Stabspannung U_{Stab} ist somit analog zu Kap. 5 die Rotorhauptfeldspannung U_{hr}. Die Grundwelle der magnetischen Spannung einer vom Strangstrom I durchflossenen $2p$-poligen, m-strängigen symmetrischen Drehfeld-Wicklung mit N Windungen je Strang und einem Wicklungsfaktor k_w erregt gemäß Kap. 3 bei konstantem Luftspalt δ_e und unendlich permeablem

Eisen ($\mu_{Fe} \to \infty$) die Grundwellen-Luftspaltfeldamplitude $\hat{B}_\delta$. Um mit der Ständerwicklung dieselbe Luftspalt-Flussdichte wie mit dem Läuferkäfig zu erregen, muss daher in der Ständerwicklung ein m_s-phasiges Stromsystem I'_r fließen, das die gleiche magnetische Spannungsamplitude erregt wie das m_r-phasige Läuferstabstromsystem $I_{stab} = I_r$.

$$\hat{B}_\delta = \frac{\mu_0}{\delta_e} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_s}{p} N_s \cdot k_{w,s} \cdot I'_r = \frac{\mu_0}{\delta_e} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_r}{p} N_r \cdot k_{w,r} \cdot I_r \tag{6.6}$$

$$I'_r = I_r \frac{N_r}{N_s} \cdot \frac{k_{w,r}}{k_{w,s}} \cdot \frac{m_r}{m_s} \qquad I'_r = \frac{I_r}{\ddot{u}_I} \tag{6.7}$$

Die in einem Ständer- und Läuferwicklungsstrang von einer Feldgrundwelle induzierten elektrischen Spannungen unterscheiden sich gemäß Kap. 4 nur um das Produkt $N_s k_{w,s}$ bzw. $N_r k_{w,r}$, sodass das Spannungsübersetzungsverhältnis $\ddot{u}_U$ wie bei der Schleifringläufer-Maschine gilt, während das Stromübersetzungsverhältnis $\ddot{u}_I$ wegen der unterschiedlichen Strangzahlen in Ständer und Läufer sich vom Spannungsübersetzungsverhältnis unterscheidet.

$$\ddot{u}_U = \frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r} = 2 k_{w,s} N_s = \frac{U'_r}{U_r} \tag{6.8}$$

$$\ddot{u}_I = \frac{k_{w,s} N_s m_s}{k_{w,r} N_r m_r} = \frac{2 k_{w,s} N_s m_s}{Q_r} = \frac{I_r}{I'_r} \tag{6.9}$$

Beispiel 6.1

Berechnung von $\ddot{u}_U$, $\ddot{u}_I$, Stabspannung, Stabstrom und Ringabschnittstrom einer vierpoligen, im Stator dreisträngigen Käfigläufer-Asynchronmaschine:
Daten:

- Verkettete Ständer-Klemmenspannung 400 V, Y
- Hauptfeldspannung je Strang bei s_N: $U_{sh} = 215$ V
- Auf die Ständerwicklung umgerechneter Läuferstrom $I'_r = 0.9 I_s$
- Ständer-Einschichtwicklung: $2p = 4$, $Q_s = 36$, $N_s = 200$, $k_{w,s} = 0.96$,
- Läuferkäfig: $Q_r = 28$, $N_r = 1/2$, $k_{w,r} = 1$:

Lösung:

$$\ddot{u}_U = \frac{0.96 \cdot 200}{0.5} = 384, \ddot{u}_I = \frac{0.96 \cdot 200 \cdot 3}{0.5 \cdot 28} = 41.1$$

Stabspannung: $U_{Stab} = U_{hr} = U_{hs}/\ddot{u}_U = 215/384 = 0.56$ V
Stabstrom: $I_{Stab} = I_r = I'_r \cdot \ddot{u}_I = 0.9 \cdot I_s \cdot 41.1 = 37 \cdot I_s$
Ringabschnittstrom: $I_{Ring} = I_{Stab}/(2 \cdot \sin(2\pi/28)) = 2.25 I_r = 83.1 \cdot I_s$

Fazit:
Die Stabspannungen sind selbst bei Käfigläufer-Asynchronmaschinen mit Hochspannungsständerwicklung wegen des großen Spannungsübersetzungsverhältnisses klein und liegen im Bereich weniger Volt, sodass auf eine Isolierung des Läuferkäfigs im Läuferblechpaket verzichtet wird. Die Stabströme sind folglich deutlich höher als die Ständerströme, sodass die Stabquerschnitte im Vergleich zu den Leiterquerschnitten der Ständerwicklung entsprechend größer sein müssen, um etwa gleiche Stromdichten zu erreichen. Meist werden die Läuferstromdichten höher als die Ständerstromdichten bemessen, da wegen des Entfalls der Läuferstabisolierung eine bessere Wärmeabfuhr vom Käfig an das Blechpaket möglich ist, was höhere Verlustdichten im Käfigleitermaterial erlaubt. Die Ringquerschnitte müssen gegenüber den Stabquerschnitten wegen der höheren Ströme für gleiche Stromdichten entsprechend größer bemessen werden (Abb. 6.6).

Wegen $m_s \neq m_r$ sind die Gegeninduktivitäten M_{sr} und M_{rs} zwischen Ständer- und Läuferwicklung – anders als beim Schleifringläufer mit $m_s = m_r$ – unterschiedlich: $M_{sr} \neq M_{rs}$. Das vom Ständer erregte Feld ist gemäß Kap. 3 proportional zur Ständerstrangzahl m_s und induziert die Läuferwicklung gemäß Kap. 4. Daher gilt $M_{rs} \sim m_s$; analog gilt $M_{sr} \sim m_r$.

$$M_{rs} = \mu_0 N_r k_{w,r} N_s k_{w,s} \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l_e \tau_p}{p\delta_e} \tag{6.10}$$

Um ein T-Ersatzschaltbild analog zu Kap. 5 zu erhalten, müssen die beiden Gegeninduktivitäten in eine einheitliche Ständer-Hauptinduktivität umgerechnet werden. Dazu wird M_{rs} mit $\ddot{u}_U$ und M_{sr} mit $\ddot{u}_I$ multipliziert.

$$L_h = L_{sh} = \ddot{u}_U \cdot M_{sr} = \ddot{u}_I \cdot M_{rs} = \mu_0 N_s^2 k_{w,s}^2 \cdot \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l_e \tau_p}{p\delta_e} \tag{6.11}$$

Die Selbstinduktivität der Läuferwicklung zufolge der Grundwelle des Läuferluftspaltfelds L_{rh} wird mit dem Produkt $\ddot{u}_U \ddot{u}_I$ multipliziert, um L_{sh} zu erhalten.

$$L_h = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{rh} = \left(\frac{k_{w,s} N_s}{k_{w,r} N_r}\right)^2 \frac{m_s}{m_r} \cdot \mu_0 N_r^2 k_{w,r}^2 \frac{2m_r}{\pi^2} \frac{l_e \tau_p}{p\delta_e} \tag{6.12}$$

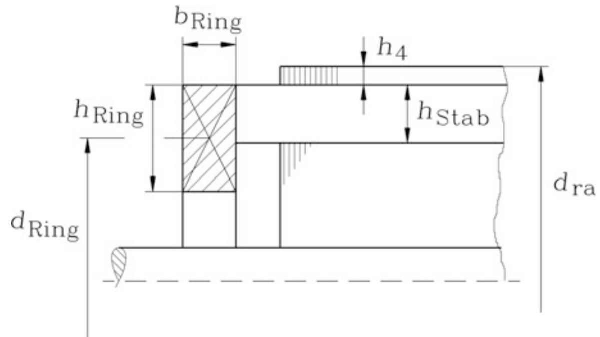


Abb. 6.6 Stab- und Ringabmessungen eines hartgelöteten Kupfer-Läuferkäfigs: Der Ringquerschnitt muss für gleiche Stromdichte einen größeren Querschnitt als die Stäbe aufweisen

Die Umrechnung von Läuferwiderstand und Läuferselbstinduktivität je Strang erfolgt somit mit dem Produkt $\ddot{u}_U \ddot{u}_I$.

$$R'_r = \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r \quad L'_{r\sigma} = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r\sigma} \quad L'_r = \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_r \tag{6.13}$$

Daher werden die Spannungsgleichungen je Ständer- und Läuferstrang, die analog zu Kap. 5 auch für die Käfigläufer-Asynchronmaschine mit den hier dargestellten Erweiterungen gelten, mit $\ddot{u}_U$ und $\ddot{u}_I$ erweitert, um zu einem T-Ersatzschaltbild zu gelangen. In gleicher Weise ist dies für Schleifringläufer-Asynchronmaschinen durchzuführen, wenn diese in Stator und Rotor Drehfeldwicklungen mit unterschiedlicher Strangzahl aufweisen.

$$\underline{U}_s = j\omega_s \cdot \ddot{u}_I M_{sr} \cdot \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}_I} + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + R_s \underline{I}_s \tag{6.14}$$

$$j\omega_r \ddot{u}_U M_{rs} \underline{I}_s + j\omega_r \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{rh} \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}_I} + j\omega_r \ddot{u}_U \ddot{u}_I L_{r\sigma} \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}_I} + \ddot{u}_U \ddot{u}_I R_r \frac{\underline{I}_r}{\ddot{u}_I} = 0 \tag{6.15}$$

Als Resultat entstehen mit $\omega_s L = X$ formal dieselben beiden Spannungsgleichungen wie bei der Schleifringläufer-Asynchronmaschine, sodass dieselbe Struktur des T-Ersatzschaltbilds verwendet wird.

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \underline{I}_s + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{6.16}$$

$$0 = \frac{R'_r}{s} \underline{I}'_r + jX'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{6.17}$$

Fazit:
Mit der Definition eines Strom- und eines Spannungs-Übersetzungsverhältnisses kann auch für Asynchronmaschinen mit unterschiedlicher Strangzahl der Wicklungen in Stator und Rotor wie beim Käfigläufer das T-Ersatzschaltbild zur Berechnung der Ständer- und Läuferströme und des Leistungsflusses bei unterschiedlichem Schlupf verwendet werden. Damit ist eine Verbindung zur Ortskurventheorie der Asynchronmaschine von Kap. 5 hergestellt, sodass die Herleitung der Drehmomentgleichung, der Verlustbilanz und der Stromaufnahme auch für die Käfigläufer-Asynchronmaschine dem Rechengang in Kap. 5 folgt. Das Betriebsverhalten der Grundwellen-Käfigläufer-Asynchronmaschine ist damit prinzipiell identisch mit dem der Schleifringläufer-Asynchronmaschine.

6.2 Stromverdrängung in den Stäben des Läuferkäfigs

Das Stromübersetzungsverhältnis ist wegen $N_r = 1/2 << N_s$ i. A. deutlich größer als Eins, sodass der Läuferstabstrom erheblich größer als der Ständerstrom ist. Die Läuferstäbe weisen folglich im Vergleich zum Leiterquerschnitt der Ständerspulen einen deutlich größeren Querschnitt A_{Stab} auf (Beispiel 6.1). In Abb. 6.7 ist ein rechteckförmiger Stab („Hochstab") dargestellt. Bei ausreichend niedriger Stromfrequenz ist die Stromdichte

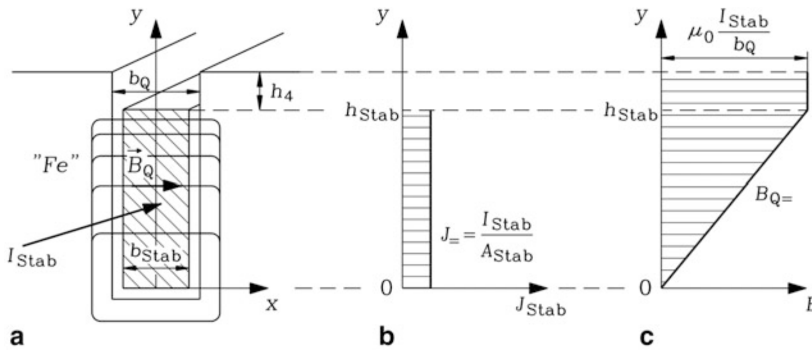


Abb. 6.7 Läufer-Hochstab: (**a**) Feldbild des Nutenstreufelds, (**b**) angenommene gleichmäßige Stromdichteverteilung im Stab, (**c**) Verteilung des Nutenstreufelds

über dem Stabquerschnitt konstant. Exakt konstant ist sie nur bei Gleichstromfluss $J_=$, wie im Folgenden gezeigt wird. Mit dem Effektivwert der Stabstromdichte J_{Stab} (= $J_=$) wird das Nutstreufeld analog zu Kap. 4, Abschn. 6, berechnet (Vogt 1996).

$$J_{Stab} = I_{Stab}/A_{Stab} \tag{6.18}$$

Die Nutstreufeldlinien umschlingen den sie erregenden Stabstrom. Wegen der hohen Permeabilität des Eisens $\mu_{Fe}/\mu_0 >> 1$ verlaufen sie nahezu vollständig im Läuferblechpaket; nur die Nutbreite b_Q müssen sie in Luft durchqueren und treten an den Nutseiten nahezu rechtwinklig in das Eisen ein (Abb. 6.7a). Dieses Berechnungsmodell ist allerdings nicht vollständig richtig. Es ist selbstverständlich physikalisch unmöglich, dass sich das magnetische Feld nur bis zum oberen Nutrand $h_Q = h_{Stab} + h_4$ erstreckt und dann schlagartig verschwindet. Tatsächlich klingt es als Zahnkopfstreufeld in den Luftspalt hinein ab. Dies wird bei einer genaueren Berechnung durch eine Korrektur berücksichtigt (Zahnkopfstreuung) (Bahr 1964).

Wir legen ein Koordinatensystem in die Nut mit dem Ursprung am Nutgrund, der x-Achse quer zur Nut und der y-Achse in Nutlängsachse. Die magnetische Feldstärke im Eisen H_{Fe} wird wegen der hohen Eisenpermeabilität ($\mu_{Fe} \to \infty : H_{Fe} \to 0$) gegenüber der Feldstärke in der Nut, dem Nutquerfeld H_Q, vernachlässigt. Mit dem Durchflutungssatz, angewendet z. B. auf eine geschlossene Kurve C, die mit einer Feldlinie, die am Ort y die Nut durchquert, deckungsgleich ist, folgt mit (6.19), dass das Nutquerfeld wie bei stromverdrängungsfreien Leitern linear mit der Stabhöhe zunimmt.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_Q(y) \cdot b_Q = J_{Stab} \cdot y \cdot b_{Stab}$$

$$B_Q(y) = \mu_0 J_{Stab} \frac{y \cdot b_{Stab}}{b_Q}$$

$$B_Q(y) = \mu_0 \frac{I_{Stab}}{b_Q} \cdot \frac{y}{h_{Stab}}, \quad 0 \le y \le h_{Stab} \tag{6.19}$$

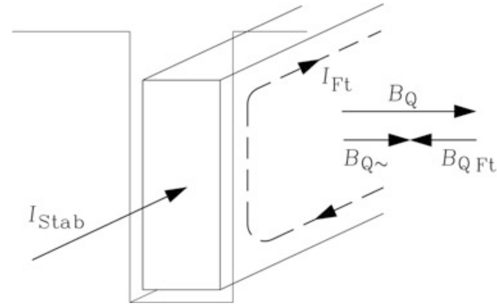


Abb. 6.8 Foucault-Wirbelstrom I_{Ft} in einem Hochstab auf Grund des mit Läuferfrequenz pulsierenden Nutquerfelds B_Q

$$B_Q = \mu_0 \frac{I_{Stab}}{b_Q}, \qquad h_{Stab} \le y \le h_Q \tag{6.20}$$

Im Bereich der Nut oberhalb des Stabs, wo der Stab verkeilt wird und daher kein Strom fließt, bleibt das Querfeld konstant (6.20). Das Nutquerfeld B_Q pulsiert mit Läuferfrequenz und durchsetzt als Fluss Φ den Stab in seiner Breitseite. Dieser stellt für das pulsierende Querfeld eine Art „Kurzschlussschleife" dar (Abb. 6.8), wo das Querfeld gemäß dem Faraday'schen Induktionsgesetz $u_i = -d\Phi/dt$ eine Spannung u_i induziert. Diese ist wegen des Minuszeichens so orientiert, dass sie einen Wirbelstrom I_{Ft} im Stab treibt, der seinerseits ein magnetisches Feld $B_{Q,Ft}$ aufbaut, das gemäß der Lenz'schen Regel dem ihn verursachenden Nutquerfeld entgegen gerichtet ist (Abb. 6.8). Folglich sind die Wirbelstromschleifen I_{Ft} (Ft: Foucault) so gerichtet, dass sie im oberen Stabbereich in und im unteren Stabbereich entgegen der Richtung des Stabstroms I_{Stab} fließen. Dadurch ergibt sich eine resultierende Stromdichteverteilung im Läuferstab, die im oberen Stabbereich zum Luftspalt hin höher ist als im unteren. Der Strom wird gleichsam vom Nutgrund zur Nutöffnung hin verdrängt. Daher heißt dieser Wechselstromeffekt Stromverdrängung. Er ist umso stärker ausgeprägt,

- je höher die Läuferfrequenz f_r ist, da dann die induzierte Spannung größer ist,
- je höher die elektrische Leitfähigkeit κ des Stabs ist, da dann die Wirbelströme größer sind,
- je größer die Stabhöhe h_{Stab} ist, da dann der Fluss Φ größer ist,
- je höher die Permeabilität μ des Stabs ist (solange nur $\mu << \mu_{Fe}$ gilt), da dann das den Wirbelstrom hervorrufende Streufeld B_Q stärker ausgeprägt ist. Da elektrische Leiter aus Kupfer oder Aluminium amagnetisch sind, ist dann $\mu = \mu_0$.

An der Größe des Stabstroms ändert der Effekt nichts, da der Erhöhung der Stromdichte an der Staboberkante eine Abnahme an der Stabunterkante entspricht. Dies gilt jedoch nur bei eingeprägtem Stabstrom. Bei der in Realität eingeprägten (induzierten) Stabspannung begrenzt die Widerstandserhöhung durch Stromverdrängung den Strom. Bei sehr stark ausgeprägter Stromverdrängung fließt der resultierende Stabstrom in einer dünnen Schicht an der Staboberkante, was auch als Haut- oder Skineffekt bezeichnet wird. Die

Abb. 6.9 (**a**) Lage des Nutenleiters und Richtungen der Strom- und Feldgrößen, (**b**) Nahezu exponentielle Stromdichteverteilung bei starker Stromverdrängung

sich einstellende Verteilung des Effektivwerts der Stromdichte $J(y)$ wird nun für den Stab mit Rechteckquerschnitt berechnet. Im gewählten Koordinatensystem (Abb. 6.9) liegt die Stabachse in z-Richtung. Sie gibt die positive Richtung des Stabstromflusses I_{Stab} und der Vektoren der Stromdichte $\vec{J} = (0, 0, J_z(y))$ und der sie treibenden elektrischen Feldstärke $\vec{E} = (0, 0, E_z(y))$ an. Die positive Richtung der Vektoren des Nutquerfelds $\vec{B} = (B_x(y), 0, 0)$ und $\vec{H} = (H_x(y), 0, 0)$ liegt in x-Richtung. Indizes „Q", „r" und „Stab" werden der Kürze wegen weggelassen. In einer in z-Richtung langen Nut (Länge l_e) kann das Querfeld als unveränderlich angesehen werden, $\vec{B}$ und $\vec{H}$ hängen dann nur vom Abstand y von der Leiterunterkante ab.

Die Anwendung des Durchflutungssatzes in der x-y-Ebene auf die Berandungskurve C eines schmalen horizontalen Rechtecks mit der Höhe dy und der Breite b_Q in der Nut, das die Durchflutung $d\Theta = J_z(y) \cdot b \cdot dy$ umfasst, ergibt $\vec{J} = \kappa\vec{E}$ und mit Verwendung des skalaren Produkts von Vektoren:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = (H_x(y) - H_x(y + dy)) \cdot b_Q = d\Theta = \kappa E_z(y) \cdot b \cdot dy \tag{6.21}$$

Der Beitrag des Kurvenintegrals längs der differentiell kleinen Abschnitte dy wird vernachlässigt. Mit dem Differentialquotient $(H_x(y + dy) - H_x(y))/dy = \partial H_x/\partial y$ folgt aus (6.21) die Differentialgleichung (6.22).

$$-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \kappa \frac{b}{b_Q} E_z \tag{6.22}$$

Die Anwendung des Faraday'schen Induktionsgesetzes in der y-z-Ebene auf eine schmale rechteckförmige Schleife C' im Stab mit der Höhe dy und der Länge l ergibt den Schleifenfluss $d\Phi = B_x(y) \cdot l \cdot dy$, dessen Änderung längs C' die Spannung u_i induziert (6.23). Der Beitrag des Kurvenintegrals längs der differentiell kleinen Abschnitte dy wird wieder vernachlässigt und führt zu (6.24).

$$\oint_{C'} \vec{E} \cdot d\vec{s} = u_i = -\partial\Phi/\partial t \tag{6.23}$$

$$u_i = -E_z(y) \cdot l + E_z(y + dy) \cdot l = -\mu \cdot l \cdot dy \cdot \frac{\partial H_x(y)}{\partial t} \tag{6.24}$$

Mit dem Differentialquotient $(E_z(y + dy) - E_z(y))/dy = \partial E_z/\partial y$ folgt aus (6.24) die Differentialgleichung (6.25).

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \tag{6.25}$$

Wird (6.22) nach t differenziert und (6.25) nach y, so tritt in beiden Gleichungen $\partial^2 H_x/(\partial y \partial t)$ auf und wird eliminiert, sodass eine resultierende partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung (6.26) zur Berechnung der Feldstärkeverteilung längs der Stabhöhe bei zeitlich beliebiger Änderung des Stabstroms erhalten wird („transienter Skineffekt").

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \mu\kappa \frac{b}{b_Q} \frac{\partial E_z}{\partial t} \tag{6.26}$$

Für einen zeitlich sinusförmig mit der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ veränderlichen Stabstrom ändern sich auch die Feldgrößen zeitlich sinusförmig. Es wird die komplexe Wechselstromrechnung verwendet. Dadurch werden die zeitabhängigen Feldgrößen $E_z(y,t), H_x(y,t), J_z(y,t)$ usw. in die komplexen zeitunabhängigen Effektivwert-Zeiger $\underline{E}_z(y), \underline{H}_x(y), \underline{J}_z(y)$ usw. überführt, die in der komplexen Zahlenebene mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotieren, sodass die Ableitung $\partial/\partial t$ durch eine $j\omega$-Multiplikation ersetzt wird.

$$H_x(y,t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{H}_x(y)\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\omega t}\right\}, \quad E_z(y,t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{E}_z(y)\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\omega t}\right\},$$
$$J_z(y,t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{J}_z(y)\cdot\sqrt{2}\cdot e^{j\omega t}\right\}$$

Es verbleibt nur die Ableitung nach y, sodass aus der partiellen Differentialgleichung (6.26) die gewöhnliche lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten (6.27) entsteht.

$$\frac{d^2\underline{E}_z(y)}{dy^2} - j\omega\mu\kappa\frac{b}{b_Q}\underline{E}_z(y) = 0 \tag{6.27}$$

Der Lösungsansatz $\underline{E}_z(y) = \underline{C}\cdot e^{\underline{\lambda}y}$ mit den zu bestimmenden komplexen Konstanten $\underline{C}$ und $\underline{\lambda}$ ergibt, eingesetzt in (6.27), mit $\sqrt{2j} = \sqrt{(1+j)^2} = 1 + j$ die Bestimmungsgleichung für die beiden Eigenwerte $\underline{\lambda}_1, \underline{\lambda}_2$, wobei die reelle Abkürzung β (6.29) verwendet wird.

$$\underline{\lambda}_{1,2} = \pm\sqrt{j\omega\mu\kappa\cdot(b/b_Q)} = \pm(1+j)\sqrt{\pi f\mu\kappa\cdot(b/b_Q)} = \pm(1+j)\cdot\beta \tag{6.28}$$
$$\beta = \sqrt{\pi f\mu\kappa\cdot(b/b_Q)} \tag{6.29}$$

Die Lösung ist somit eine Summe aus zwei komplexen Exponentialfunktionen mit den noch zu bestimmenden Konstanten $\underline{C}_1$ und $\underline{C}_2$. Mit (6.28) wird die allgemeine Lösung für die elektrische Feldstärke

$$\underline{E}_z(y) = \underline{C}_1\cdot e^{-(1+j)\cdot\beta\cdot y} + \underline{C}_2\cdot e^{(1+j)\cdot\beta\cdot y} \tag{6.30}$$

und mit (6.25) durch Differenzieren von (6.30) die Lösung für die magnetische Feldstärke (6.31) erhalten.

$$\underline{H}_x(y) = \frac{1+j}{j}\cdot\frac{\beta}{\omega\mu}\cdot\left(\underline{C}_1 e^{-(1+j)\cdot\beta\cdot y} - \underline{C}_2 e^{(1+j)\cdot\beta\cdot y}\right) \tag{6.31}$$

Die Konstanten $\underline{C}_1, \underline{C}_2$ ergeben sich aus den Randbedingungen für $\underline{H}_x(y)$. An der Stabunterkante $y = 0$ ist die magnetische Feldstärke Null, sodass (6.31) die Bedingung $\underline{C}_1 = \underline{C}_2 = \underline{C}$ liefert. Mit der Beziehung $e^{\underline{a}} - e^{-\underline{a}} = 2\cdot\sinh\underline{a}$ folgt:

$$\underline{H}_x(y) = -\frac{1+j}{j}\cdot\frac{\beta}{\omega\mu}\cdot\underline{C}\cdot 2\cdot\sinh\left[(1+j)\beta y\right] \tag{6.32}$$

An der Staboberkante $y = h$ ist die von einer Nutstreufeldlinie eingeschlossene Stabdurchflutung gleich dem Stabstromeffektivwert $\underline{I}$; die magnetische Feldstärke beträgt dort: $\underline{H}_x(y = h) = \underline{I}/b_Q$. Aus (6.32) wird $\underline{C}$ gemäß (6.33) bestimmt.

$$\underline{C} = -\frac{j}{1+j}\cdot\frac{\omega\mu}{\beta b_Q}\cdot\frac{\underline{I}}{2\cdot\sinh\left[(1+j)\beta h\right]} \tag{6.33}$$

Es folgen mit der Beziehung $e^{\underline{a}} + e^{-\underline{a}} = 2\cdot\cosh\underline{a}$ die Effektivwerte der magnetischen und elektrischen Feldstärke bei der Höhe y des Stabs

$$\underline{H}_x(y) = \frac{\underline{I}}{b_Q} \cdot \frac{\sinh\left[(1+j)\beta \cdot y\right]}{\sinh\left[(1+j)\beta \cdot h\right]} \tag{6.34}$$

$$\underline{E}_z(y) = -\frac{j}{1+j} \cdot \frac{\omega\mu}{\beta} \cdot \frac{\underline{I}}{b_Q} \cdot \frac{\cosh\left[(1+j)\beta \cdot y\right]}{\sinh\left[(1+j)\beta \cdot h\right]} \tag{6.35}$$

und daraus mit $J = \kappa E$ die Verteilung des Effektivwerts der elektrischen Stabstromdichte längs der Stabhöhe.

$$\underline{J}_z(y) = \kappa \underline{E}_z(y) = -\frac{j}{1+j} \cdot \frac{\omega\mu\kappa}{\beta} \cdot \frac{\underline{I}}{b_Q} \cdot \frac{\cosh\left[(1+j)\beta \cdot y\right]}{\sinh\left[(1+j)\beta \cdot h\right]} \tag{6.36}$$

Mit $J_z(y,t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{J}_z(y) \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t}\right\}$ wird der Augenblickswert der Stromdichteverteilung $J_z(y)$ für unterschiedliche Zeiten t erhalten (Abb. 6.10). Die Verteilung des Betrags des Stromdichte-Effektivwerts $\left|\underline{J}_z(y)\right|$ findet man über die Formeln

$$\sinh(a+jb) = \sinh a \cdot \cos b + j \cdot \cosh a \cdot \sin b,$$
$$\cosh(a+jb) = \cosh a \cdot \cos b + j \cdot \sinh a \cdot \sin b$$

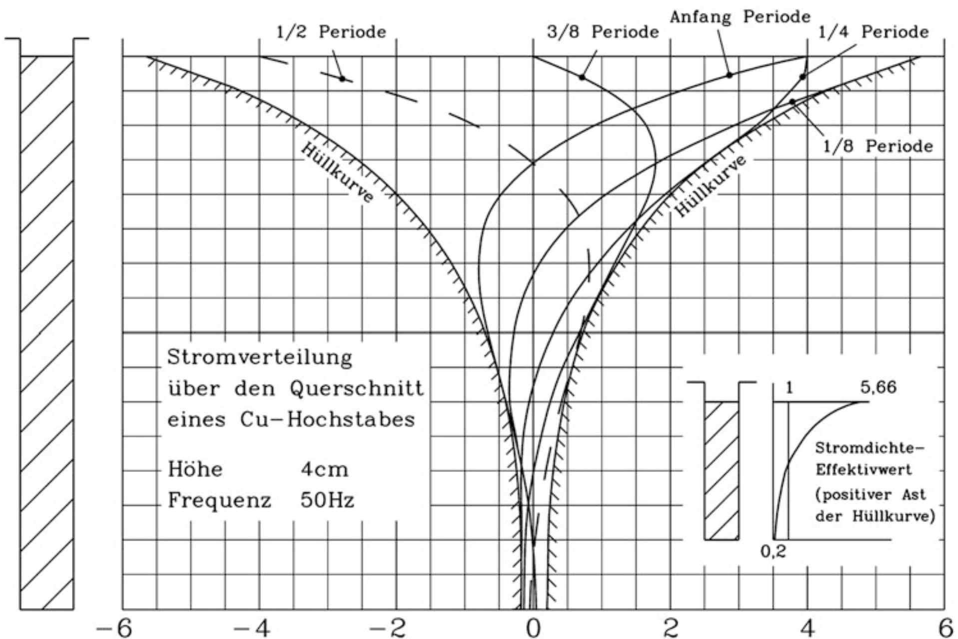


Abb. 6.10 Augenblickswerte der effektiven Stromdichteverteilung längs eines Rechteckstabs (Höhe 4 cm) bei Speisung mit Wechselstrom ($f = 50$ Hz, $T = 1/f = 20$ ms) für 5 Zeitpunkte in $T/8$-Schritten

durch Aufspalten von (6.36) in Real- und Imaginärteil und anschließende Betragsbildung zu

$$J_z(y) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\omega\mu\kappa}{\beta} \cdot \frac{I}{b_Q} \cdot \sqrt{\frac{\cosh 2\beta y + \cos 2\beta y}{\cosh 2\beta h - \cos 2\beta h}}. \tag{6.37}$$

Dies ist die einhüllende Kurve aller Augenblicksverteilungen der effektiven Stabstromdichte $J_z(y,t)/\sqrt{2}$, wie Abb. 6.10 zeigt. Die Einhüllende der Stromdichteverteilungen ist an der Staboberkante $y = h$ am größten und nimmt zum Nutgrund hin ab. Im Fall relativ hoher Stäbe $h >> 1/\beta$ sind wegen des großen Arguments βh Stromdichte und Feldstärken im unteren Stabbereich verschwindend klein, d.h. es liegt eine starke Stromverdrängung vor. Für solche Fälle lässt sich (6.37) vereinfachen, weil $\cos(2\beta h) << \cosh(2\beta h)$ ist, und mit der neuen Höhenvariablen $y' = h - y$ und $\cosh a \approx e^a/2$, $a >> 1$, umformen:

$$J_z(y') = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\omega\mu\kappa}{\beta} \cdot \frac{I}{b_Q} \cdot e^{-\beta\cdot y'} \tag{6.38}$$

Die Stromdichte und die elektrische und magnetische Feldstärke nehmen längs der Stabhöhe exponentiell zum Nutgrund hin ab (Abb. 6.9b). Die Tiefe d_E, bei der Stromdichte und Feldstärke auf den e-ten Teil ihrer Oberflächenwerte abgenommen haben, bezeichnet man als „Eindringmaß“ oder „Eindringtiefe“.

$$d_E = \frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{b_Q}{b} \cdot \frac{1}{\pi f \mu\kappa}} \tag{6.39}$$

Bei $3d_E$ sind Nutquerfeld und Stabstromdichte auf 5 % ihres Werts an der Staboberkante abgeklungen und ab einem Bereich $4 \ldots 8d_E$ nahezu Null.

Mit (6.37) ergeben sich die Stromwärmeverluste im Stab mit der Länge l_e, die über einen erhöhten „Wechselstromwiderstand $R_\sim$“ des Stabs ausgedrückt werden.

$$P_1 = \frac{b \cdot l_e}{\kappa} \cdot \int_0^h J_z^2 dy = I^2 R_\sim \tag{6.40}$$

Der Gleichstromwiderstand R_0 des Stabs als Maß für die ohm'schen Verluste ohne Stromverdrängung ist

$$R_0 = \frac{l_e}{bh\kappa} \tag{6.41}$$

Der „Stromverdrängungsfaktor“ $k_R = R_\sim/R_0$ gibt an, um wie viel sich der *ohm*'sche Widerstand bei Auftreten der Stromverdrängung gegenüber dem Gleichstromfall erhöht (Abb. 6.12a).

$$k_R = \frac{R_\sim}{R_0} = \xi \cdot \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} \tag{6.42}$$

Die „reduzierte Leiterhöhe“

$$\xi = \beta h = \frac{h}{d_\mathrm{E}} = h\sqrt{\pi f \mu \kappa \frac{b}{b_\mathrm{Q}}} = h_\mathrm{Stab}\sqrt{\pi f_\mathrm{r} \mu \kappa \frac{b_\mathrm{Stab}}{b_\mathrm{Q}}} \tag{6.43}$$

ist die auf das Eindringmaß bezogene Leiterhöhe.

Gemäß Abb. 6.8 wird durch das Eigenfeld des Wirbelstroms das resultierende Nutquerfeld verringert, wie die Darstellung des Betrags von (6.34) als $B_\mathrm{x}(y) = \mu \cdot \left|\underline{H}_\mathrm{x}(y)\right|$ in Abb. 6.11c als Nutquerfeld $B_\mathrm{Q}(y) = B_\mathrm{x}(y)$ zeigt. Abb. 6.11 zeigt qualitativ das Ergebnis für den Gleichstrom- und den Wechselstromfall. Das Nutquerfeld im Wechselstrombetrieb wird durch das rückwirkende Eigenfeld des Wirbelstroms $B_\mathrm{Q\,Ft}$, wie in Abb. 6.8 dargestellt, geschwächt und ist daher deutlich kleiner als bei Gleichstrombetrieb. Aus der magnetischen Energie (Kap. 4) wird mit Verwendung der Lösung (6.34) für die Feldstärke die entsprechende Abnahme der Nutstreuinduktivität berechnet. Ausgegangen wird von der Nutstreuinduktivität $L_{\sigma\mathrm{Q}}$ für den stromverdrängungsfreien Fall. Da das H-Feld bei unendlicher Eisenpermeabilität im Eisen Null ist, ist die gesamte magnetische Energie in der Nut mit dem Nutvolumen V konzentriert. Die magnetische Energie setzt sich aus den Beiträgen im Stabbereich $0 \leq y \leq h_\mathrm{Stab}$ und im darüber liegenden Bereich $h_\mathrm{Stab} \leq y \leq h_\mathrm{Q}$ zusammen. Mit der Verwendung von (6.19) und (6.20) und dem Nutansatz $h_4 = h_\mathrm{Q} - h_\mathrm{Stab}$ erhalten wir über die Stablänge l_e die magnetische Energie und daraus die Nutstreuinduktivität bei Gleichstrombetrieb $L_{\sigma\mathrm{Q}=}$.

$$W_{\sigma 1} = \int\limits_{V_1} \frac{B_\mathrm{Q}^2}{2\mu_0} dV = b_\mathrm{Q} l_\mathrm{e} \int\limits_0^{h_\mathrm{Stab}} \frac{B_\mathrm{Q}^2(y)}{2\mu_0} dy = \mu_0 \frac{l_\mathrm{e} h_\mathrm{Stab}}{3 b_\mathrm{Q}} \cdot \frac{I_\mathrm{Stab}^2}{2} \tag{6.44}$$

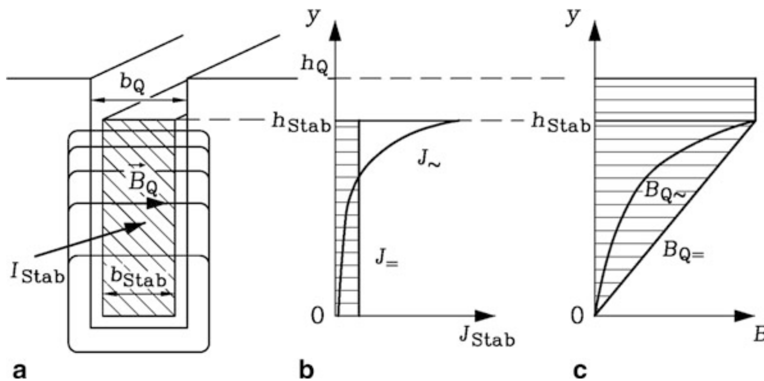


Abb. 6.11 Einseitige Stromverdrängung in einem Rechteckstab bei Wechselstrom- und Gleichstrombetrieb: (**a**) Nut- und Stabquerschnitt, (**b**) Stromdichteverteilung, (**c**) Nutquerfeldverteilung. Bei Gleichstrom (=) pulsiert das Nutquerfeld nicht, daher werden vom Nutquerfeld keine Wirbelströme induziert; es findet keine Stromverdrängung statt. Bei Wechselstrom (∼) erhöht sich die Stromdichte an der Staboberkante durch Stromverdrängung und sinkt an der Stabunterkante

$$W_{\sigma 2} = \int\limits_{V_2} \frac{B_Q^2}{2\mu_0} dV = b_Q l_e \int\limits_{h_{Stab}}^{h_Q} \frac{B_Q^2(y)}{2\mu_0} dy = \mu_0 \frac{l_e h_4}{b_Q} \cdot \frac{I_{Stab}^2}{2} \tag{6.45}$$

$$W_\sigma = W_{\sigma 1} + W_{\sigma 2} = L_{\sigma Q=} \cdot \frac{I_{Stab}^2}{2} \tag{6.46}$$

$$L_{\sigma Q=} = \mu_0 \cdot \left(\frac{h_{Stab}}{3 b_Q} + \frac{h_4}{b_Q} \right) \cdot l_e \tag{6.47}$$

Bei Wechselstrom ist in (6.44) das Quadrat des Betrags von (6.34) zu verwenden. Dadurch verringert sich die magnetische Energie $W_{\sigma 1}$ um den Faktor k_L, sodass die Nutstreuinduktivität verringert wird (6.49) (Abb. 6.12b).

$$k_L = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\sinh 2\xi - \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} \tag{6.48}$$

$$L_{\sigma Q\sim} = \mu_0 \cdot \left(k_L \cdot \frac{h_{Stab}}{3 b_Q} + \frac{h_4}{b_Q} \right) \cdot l_e = \mu_0 \cdot \lambda_{Qr} \cdot l_e \tag{6.49}$$

Fazit:
Da der Großteil des Stabstroms bei Stromverdrängung nur im oberen Stabbereich fließt, nutzt er nur einen Teil des Stabquerschnitts, sodass der elektrisch wirksame ohm'sche Widerstand des Stabs ansteigt. Der „Wechselstromwiderstand" $R_{Stab\sim}$ ist höher als der Gleichstromwiderstand $R_{Stab=}$. Die Schwächung des Nutstreufelds führt zu einer Abnahme der Nutstreuinduktivität. Die Wechselstrominduktivität $L_{Stab\sim}$ ist kleiner als die Gleichstrominduktivität $L_{Stab=}$. Im Bemessungsbetrieb sind Schlupf und Läuferfrequenz so klein, dass die Stabströme sich praktisch wie bei Gleichstrom gleichmäßig über den Stabquerschnitt verteilen.

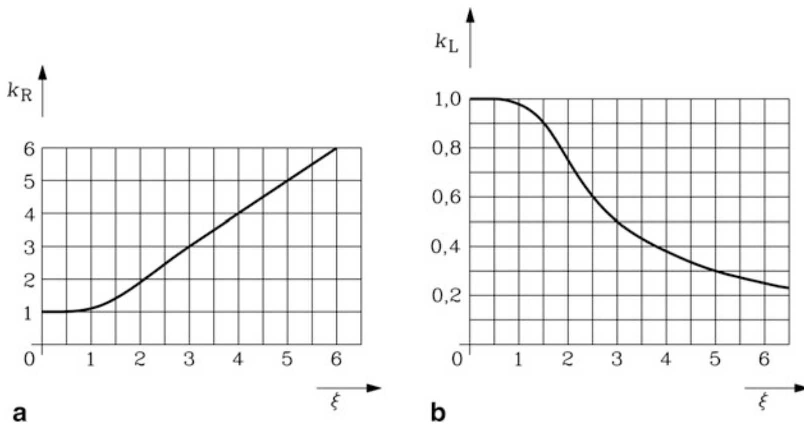


Abb. 6.12 Widerstandszunahme k_R und Induktivitätsabnahme k_L im Stabbereich beim „Hochstab" aus Abb. 6.11 in Abhängigkeit von der reduzierten Leiterhöhe ξ

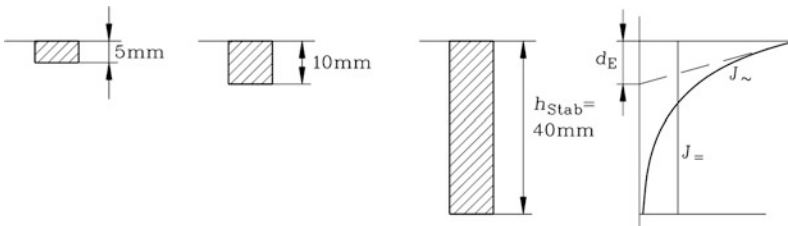


Abb. 6.13 Hochstabnutenleiter mit unterschiedlicher Stabhöhe h_{Stab}: Nur bei ausreichend großer Stabhöhe, wenn die Eindringtiefe d_E kleiner als die Stabhöhe ist, tritt eine nennenswerte Stromverdrängung auf. Dies ist bei Kupferstäben bei 50 Hz nur beim rechten Stab mit 4 cm Höhe der Fall

Beispiel 6.2

Berechnen Sie die Widerstandszunahme k_R in einem Kupfer-Hochstab-Nutenleiter $\mu_{Cu} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am) für $b_{Stab} = b_Q$ bei 50 Hz für die unterschiedlichen Stabhöhen h_{Stab} = 5 mm, 10 mm, 40 mm bei 55 °C (Abb. 6.13).

Lösung:
Kupfer hat bei 55 °C eine elektrische Leitfähigkeit $\kappa_{Cu} = 50 \cdot 10^6$ S /m. Eindringtiefe:

$$d_E = 1/\sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa_{Cu} \cdot (b_{Stab}/b_Q)} = 1 \Big/ \sqrt{\pi \cdot 50 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 50 \cdot 10^6} = 10 \text{ mm}$$

$$h_{Stab} = 5 \text{ mm},\ \xi = h_{Stab}/d_E = 0.5,\ k_R = 1.0055 \approx 1$$

$$h_{Stab} = 10 \text{ mm},\ \xi = h_{Stab}/d_E = 1,\ k_R = 1.0856$$

$$h_{Stab} = 40 \text{ mm},\ \xi = h_{Stab}/d_E = 4,\ k_R = 4.0023$$

Beispiel 6.3

Ein Kupfer-Hochstab hat bei 55 °C eine elektrische Leitfähigkeit von $\kappa_{Cu} = 50 \cdot 10^6$ S/m. Mit $b_{Stab} = b_Q$, $\mu_{Cu} = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs / (Am) und einer Läuferfrequenz f_r = 50 Hz ergibt sich bei einer Stabhöhe von h_{Stab} = 3 cm über $\xi = 3$ gemäß Abb. 6.12 eine Verdreifachung des wirksamen Widerstands. Die Widerstandserhöhung kann durch die Zahlenwertgleichung $k_R = h_{Stab}/\text{cm}$ ausgedrückt werden. Die Streuinduktivität im Stabbereich sinkt auf 50 % ab.

Es ist somit bei Stromverdrängung im Hochstab nicht mehr der Kehrwert des Stabquerschnitts $1/A_{Stab} = 1/(b_{Stab} \cdot h_{Stab})$ widerstandsbildend wirksam, sondern nur die kleinere Fläche $b_{Stab}h_{Stab}/k_R$. Diese kann beim Hochstab wegen $k_R \approx \xi = h_{Stab}/d_E$, $\xi \geq 2$ näherungsweise durch $b_{Stab} \cdot d_E$ ausgedrückt werden. Egal wie hoch ein Cu-Käfigstab ist, bei 50 Hz ist formelmäßig nur noch der oberste Zentimeter Höhe stromtragend!

Beispiel 6.4

Berechnen Sie für einen vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmotor 550 kW, 6.6 kV Y, 50 Hz mit Kupfer-Hochstäben im Rotor bei 75 °C

a) die Faktoren k_R, k_L im Stillstand $s = 1$ und im Bemessungspunkt $s_N = 0.82\%$,
b) das Drehmoment und den Ständerstrom (i) ohne, (ii) mit Berücksichtigung der Stromverdrängung für $0 \leq n \leq n_{syn}$.

Daten: $R_s = 1.018\,\Omega(75\,°\mathrm{C}),\ R'_r = (0.3335 \cdot k_R(s) + 0.2334)\Omega$

$$X_{s\sigma} = 4.82\,\Omega, X_h = 138.3\,\Omega, X'_{r\sigma} = (3.2 \cdot k_L(s) + 3.09)\Omega$$

Rotorstababmessungen (Abb. 6.14a):

$$h_{Stab} = h_1 = 40\text{ mm}, h_4 = 3.4\text{ mm}, b_Q = 5.1\text{ mm}, b_{Stab} = 5\text{ mm}, s_Q = 2.5\text{ mm}$$

Lösung:

a) s = 1:

$$\xi = h_1\sqrt{\pi f_r \mu_0 \kappa_{Cu}\frac{b_{Stab}}{b_Q}} = 0.04\sqrt{\pi \cdot 50 \cdot \frac{4\pi}{10^7} \cdot 47 \cdot 10^6 \cdot \frac{5}{5.1}} = 3.81$$

$$k_R = 3.81 \cdot \frac{\sinh 7.62 + \sin 7.62}{\cosh 7.62 - \cos 7.62} = 3.8145$$

$$k_L = \frac{3}{7.62} \cdot \frac{\sinh 7.62 - \sin 7.62}{\cosh 7.62 - \cos 7.62} = 0.3934$$

$$s_N = 0.0082: \xi = 3.81 \cdot \sqrt{s} = 3.81 \cdot \sqrt{0.0082} = 0.345, k_R = 1.0013, k_L = 0.9996$$

b) Die Formeln für Ständerstrom und Drehmoment aus Kap. 5 für $R_s > 0$ werden für die Strangspannung $U_s = 6600/\sqrt{3} = 3810$ V für unterschiedliche Schlupfwerte $0 \leq s \leq 1$ ausgewertet:
   (i) Ohne Stromverdrängungseinfluss: $R'_r = 0.5669\,\Omega$, $X'_{r\sigma} = 6.29\,\Omega$: $I_s(s)$ und $M_e(s)$ als gestrichelte Kurven in Abb. 6.14b.
   (ii) Mit Stromverdrängungseinfluss: Im Rotor-Widerstand sind die Ringabschnitte und die über das Blechpaket hinaus reichenden Stabüberstände wegen des kleinen, in Luft sich ausbildenden Streufelds stromverdrängungsfrei (Abb. 6.6). In der Rotor-Streureaktanz sind der Streufeldanteil im Bereich der Rotornutöffnung im Nutabschnitt h_4 und die Rotor-Oberfelderstreuung frei von Stromverdrängung. Im Ring- und Stabendbereich ist wegen der sich in Luft ausbildenden Streufelder der Stromverdrängungseinfluss vernachlässigbar klein. Mit den vom Schlupf abhängigen Werten $R'_r(s)$, $X'_{r\sigma}(s)$ werden $I_s(s)$ und $M_e(s)$ als Kurven in Abb. 6.14b ermittelt.

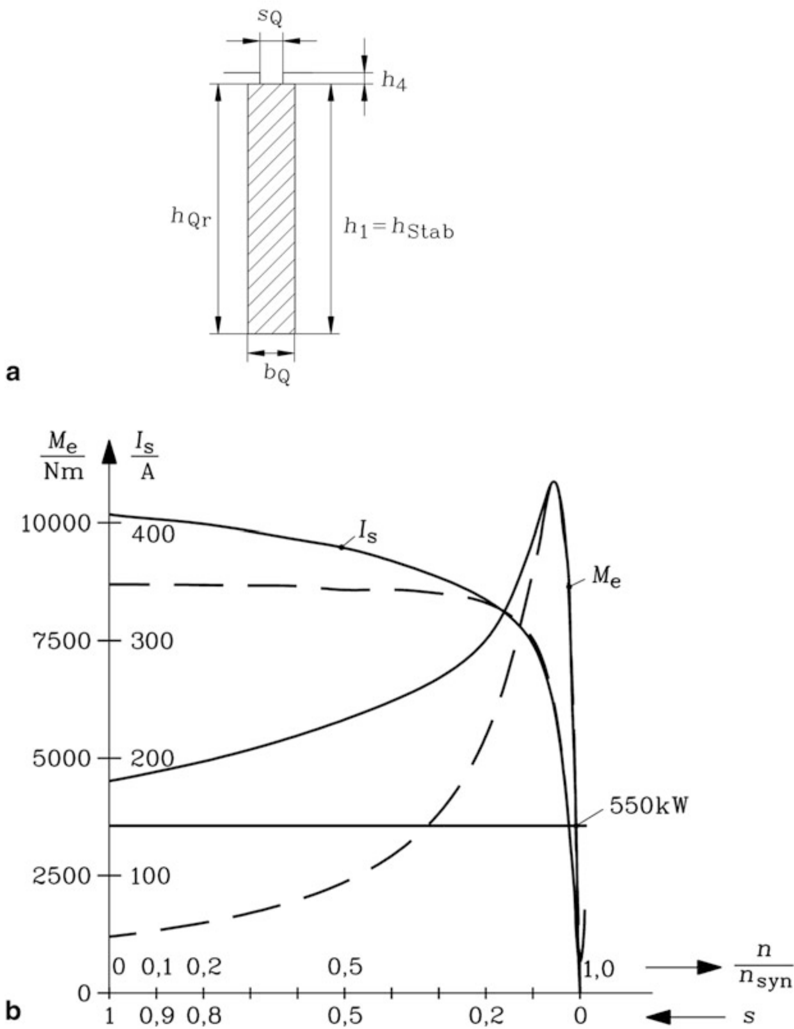


Abb. 6.14 550 kW, 4-poliger dreisträngiger Käfigläufer-Asynchronmotor für 6.6 kV, 50 Hz: (**a**) Rotorstabquerschnitt, (**b**) Berechneter Statorstrom und Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl (i) ohne Stromverdrängung ($k_L = 1, k_R = 1$): gestrichelte Kurven, (ii) mit Stromverdrängung ($k_L < 1, k_R > 1$) in den Rotorstäben: volle Linien

Fazit:
Zwischen Leerlauf und Kippmoment ist der Einfluss der Stromverdrängung auf die Betriebsgrößen der Asynchronmaschine vernachlässigbar klein. Ohne Stromverdrängung wird das Anlaufmoment zu klein berechnet, da der Rotorwiderstand zu klein bestimmt wird. Der Anlaufstrom wird zu klein berechnet, da die bei großen Schlüpfen strombegrenzende Streuung zu groß berechnet wird.

Tab. 6.1 Eindringtiefe für unterschiedliche Werkstoffe im Elektromaschinenbau bei $f = 50$ Hz

Material	κ [MS/m]	d_E [mm]
Kupfer (20 °C)	57	9.4
Kupfer (200 °C)	33.4	12.3
Aluminium (20 °C)	34	12.2
amagn. Stahl ($\mu_r = 1$, 20 °C)	1.5	58

Beispiel 6.5

Berechnen Sie die Eindringtiefe bei 50 Hz in Hochstäben $b_{Stab} = b_Q$, gefertigt aus folgenden Leitermaterialien: Kupfer, Aluminium, amagnetischer Stahl (Tab. 6.1). Alle drei Materialien haben eine relative Permeabilität $\mu_r = 1$. Bei welchem Material tritt bei stets gleicher Stabhöhe die höchste relative Widerstandserhöhung k_R auf?

Lösung:
Die kleinste Eindringtiefe und damit die größte Widerstandserhöhung tritt in Tab. 6.1 bei Kupfer bei 20 °C wegen der höchsten elektrischen Leitfähigkeit auf.

Beispiel 6.6

Gegeben sind eine Nut und ein darin liegender Hochstableiter mit konstanter Breite b und Länge l, der von dem Stabwechselstrom mit dem Effektivwert I und der Frequenz f durchflossen ist.

1. Bestimmen Sie die Stromwärmeverluste $P_\sim$ im Stab bei unterschiedlicher Stabhöhe h!
2. Gibt es eine Stabhöhe mit minimalen Stromwärmeverlusten? Falls ja, bestimmen Sie deren Wert allgemein und als Zahlenwert für Kupfer bei 50 Hz, 55 °C, $b_{Stab} = b_Q$.

Lösung:
1) $P_\sim(h) = P_\sim(h, \xi) = P_\sim(h, h/d_E)$ gemäß

$$P_\sim = I^2 R_0 k_R = I^2 \frac{l}{bh\kappa} \cdot \frac{h}{d_E} \cdot \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}$$
$$= I^2 \frac{l}{bd_E\kappa} \cdot \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}$$

2) Mit Vergrößerung der Leiterhöhe h wächst der leitende Stabquerschnitt, und die Verluste $P_=$ durch den Stabstrom sinken (Abb. 6.15a). Gleichzeitig nehmen aber die Wirbelströme zu und deren Verluste steigen. Daher gibt es eine bestimmte „kritische" Leiterhöhe h_{cr}, bei der die Verluste minimal sind. Das Verlustminimum ergibt sich aus $dP_\sim/d\xi = 0$. Daraus folgt nach Anwendung der Produktregel der Differentiation:

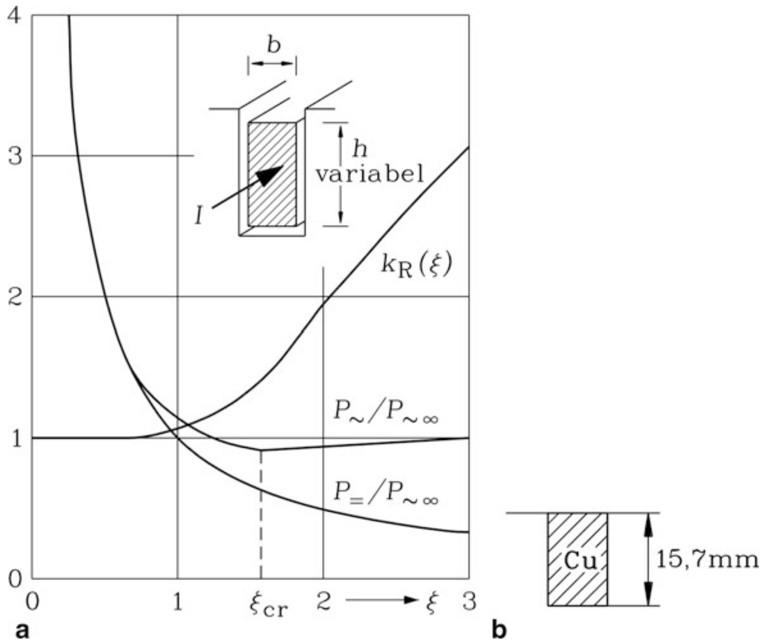


Abb. 6.15 Kupferhochstab mit der Eindringtiefe d_E = 10mm: (**a**) Faktor k_R der Widerstandserhöhung und auf die Verluste $P_{\sim\infty} = I^2 \cdot l/(b \cdot d_E \cdot k)$ bezogene Gleich- und Wechselstromverluste in Abhängigkeit der reduzierten Leiterhöhe ξ bei veränderlicher Stabhöhe $h = d_E \cdot \xi$. (**b**) Hochstab mit der kritischen Leiterhöhe h_{cr} = 15.7 mm

$\sinh(2\xi) \cdot \sin(2\xi) = 0$ mit der von Null verschiedenen Lösung $\sin(2\xi) = 0$ bei $\xi_{cr} = \pi/2 = 1.57$. Weitere Nullstellen bei $2\xi = g \cdot \pi$ (g: ganze Zahl) führen zu nichtphysikalischen Lösungen.

Kritische Leiterhöhe: $h_{cr} = \xi_{cr} \cdot d_E = (\pi/2) \cdot d_E = 1.57 \cdot d_E$. Bei einem Kupferhochstab mit der Eindringtiefe $d_E = 0.01$m beträgt die kritische Leiterhöhe $h_{cr} = 0.0157$ m = 15.7 mm (Abb. 6.15b).

Aus Beispiel 6.6 folgt ein optimaler Faktor $k_{R,opt}$ für kleinste Wechselstromverluste in einem Hochstab.

$$k_{R,opt} = k_R(\xi_{cr} = \pi/2) = 1.44 \tag{6.50}$$

Die gesamten Wechselstromverluste $P_\sim$ gehen zunächst mit steigender Stabhöhe bei sonst konstanten Parametern zurück, erreichen ein Minimum bei der kritischen Leiterhöhe h_{cr}, bei deren Überschreitung sie wiederum ansteigen und schließlich einem Grenzwert zustreben. Bei beliebig großen Stabhöhen verbleiben die Wechselstromverluste bei einem konstanten Wert, den Grenzverlusten $P_{\sim\infty}$, die gemäß Abb. 6.15 den Verlusten eines Gleichstromleiters mit der Höhe d_E entsprechen.

$$\lim_{h\to\infty} P_{\sim} = \lim_{\xi\to\infty} P_{\sim} = \frac{l \cdot I^2}{bd_{\text{E}}\kappa} \cdot \lim_{\xi\to\infty} \frac{\sinh 2\xi + \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} \\ = I^2 \frac{l}{bd_{\text{E}}\kappa} = P_{\sim\infty} \tag{6.51}$$

Fazit:
Kleinste Wechselstromverluste in einem einzigen Massiv-Nutleiter mit rechteckigem Querschnitt erzielt man, wenn als Leiterhöhe die „kritische" Leiterhöhe h_{cr} gewählt wird. Bei Kupfer als Leiterwerkstoff beträgt diese Höhe bei 50 Hz etwa 16 mm. Höhere Leiter bewirken trotz größeren Querschnitts eine Zunahme der Wechselstromverluste bis zum durch d_{E} bestimmten Grenzwert („Kupferverschwendung").

6.3 Käfigformen und Anlaufmomenterhöhung

In Kap. 5 wurde gezeigt, dass bei Schleifringläufer-Asynchronmaschinen mit einer Erhöhung des Läuferwiderstands eine Erhöhung des Anlaufdrehmoments M_1 verbunden ist, was durch das Einschalten externer Läuferwiderstände ausgenützt wird. Diese Erhöhung des Anlaufmoments ist auch unmittelbar aus (6.52) ersichtlich: Durch eine Erhöhung der Läuferverluste $P_{\text{Cu,r}}$ steigt das Anfahrmoment M_1.

$$M_{\text{e}}(s) = \frac{P_\delta}{\Omega_{\text{syn}}} = \frac{P_{\text{Cu,r}}/s}{\Omega_{\text{syn}}} \quad \Rightarrow \quad M_1 = M_{\text{e}}(s=1) = \frac{P_{\text{Cu,r}}}{\Omega_{\text{syn}}} \tag{6.52}$$

Beim kurzgeschlossenen Läuferkäfig können zwar keine externen Läuferwiderstände eingeschaltet werden, aber es kann die mit der Stromverdrängung bei niedrigen Drehzahlen und damit hohen Läuferfrequenzen verbundene Läufer-Widerstandserhöhung bewusst zur Drehmomenterhöhung ausgenützt werden. Es sind daher spezielle, den Stromverdrängungseffekt begünstigende Stabformen für hohes Anlaufmoment entwickelt worden (Abb. 6.16). Die Berechnung deren Faktoren k_{R} zur Widerstandserhöhung ist deutlich aufwendiger als beim Hochstab und i. A. nur numerisch möglich. Deshalb wird die Wirkung dieser Stabformen im Folgenden nur qualitativ besprochen (Rentzsch 1992; Falk 1997; Bonnett und Albers 2001).

a) Stäbe mit geringer Stromverdrängung: Wenn die Höhe eines Kupfer-Käfigstabs bei 1 cm, also im Bereich der 50 Hz-Eindringtiefe liegt, dann erfährt er keine oder nur geringe Stromverdrängung. Daher ist auch der Rundstab wegen seiner geringen Stabhöhe stromverdrängungsarm. Auf Grund seiner Form ist der zwischen zwei Stäben liegende Läuferzahn in der Mitte schmal. Er bildet einen magnetischen Engpass mit einer dort hohen Flussdichte, die zu hohen Eisensättigungen führt, was die ungünstige Wirkung eines erhöhten Magnetisierungsstroms zur Folge hat. Deshalb muss der Stabquerschnitt und damit der Stabdurchmesser ausreichend klein gewählt werden und begrenzt dadurch die Höhe des thermisch zulässigen Stabstroms.

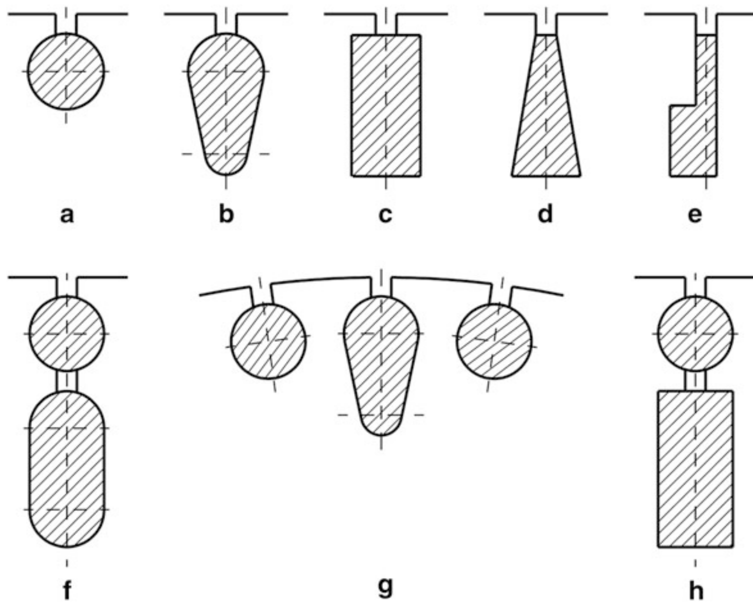


Abb. 6.16 Stabformen von Einfach- und Doppelkäfigläufern: (**a**) Rundstab, (**b**) Birnenstab (Ovalstab), (**c**) Hochstab, (**d**) Keilstab, (**e**) Sonderstab, (**f**) und (**h**): Doppelstab, (**g**) Wechselstabkäfig

Der Zahn zwischen zwei Birnenstäben ist nahezu parallelflankig und vermeidet daher den magnetischen Engpass. Er öffnet sich zur Nutöffnung hin, sodass die Stromverdrängung deutlich geringer ist als beim Hochstab. Rund- und Birnenstab sind daher nicht für hohes Anlaufmoment geeignet, werden aber bei Umrichterbetrieb eingesetzt. Bei Umrichterbetrieb ist der Strom nicht mehr sinusförmig. Er hat neben der Stromgrundschwingung Oberschwingungen mit höherer Frequenz, wie in Kap. 7 erläutert wird. Es werden daher schon im Bemessungsbetrieb hohe Läuferfrequenzen hervorgerufen, die Stromverdrängung und damit erhöhte Stromwärmeverluste verursachen. Daher möchte man diese unerwünschte Stromverdrängung vermeiden, um die Verluste im Bemessungsbetrieb gering zu halten. Das durch diese Stabform gering ausfallende Anfahrmoment stellt kein technisches Problem dar. Es wird nicht benötigt, da die Maschine frequenzgesteuert mit Bemessungsmoment anfahren kann (siehe Kap. 7).

b) Stäbe mit hoher Stromverdrängung: Der Keilstab verjüngt sich vom Nutgrund mit der Stabbreite b_u zur Nutöffnung mit der Stabbreite $b_o < b_u$ hin, sodass dem dorthin verdrängten Strom noch weniger Querschnitt zur Verfügung steht als beim Hochstab (Abb. 6.17). Daher ist die Stromverdrängung noch stärker wirksam als beim Hochstab, und folglich das Anlaufmoment noch höher. Die numerisch berechnete Erhöhung des Widerstands k_R und Abnahme der Streuinduktivität im Stabbereich k_L beim Keilstab ist in Abhängigkeit der reduzierten Leiterhöhe ξ und des Keilverhältnisses b_o/b_u in Abb. 6.17 dargestellt. Für die Berechnung von ξ wird die mittlere Stabbreite $b_{Stab} = (b_o + b_u)/2$ verwendet.

Für die Bestimmung des Nutstreufelds ist zu beachten, dass bereits bei Gleichstromfluss das Nutstreufeld im oberen Stabbereich höher als im unteren ist, da die Nut oben schmäler ist. Es wird gemäß Abb. 6.17b ersatzweise bei der „äquivalenten" Nutbreite bei 9/10 der Stabhöhe mit $b_e = b_o + (b_u - b_o)/10$ bestimmt, sodass mit (6.49) die Streuinduktivität für den Keilstab mit dem Nutstreuleitwert

$$\lambda_{Qr} = \frac{h_1}{3b_e} \cdot k_L + \frac{h_4}{s_Q} \tag{6.53}$$

berechnet wird.

Beim Doppelstabläufer (Doppelnutläufer) ist der Stab in zwei Teilstäbe mit unterschiedlichem Material aufgeteilt. Der Oberstab nahe dem Luftspalt hat einen kleinen Querschnitt und ist aus Bronze. Ein Kupferstab gleichen Widerstands hätte einen deutlich kleineren Querschnitt und damit eine thermisch ungünstig hohe Stromdichte. Der hohe Widerstand des Oberstabs bewirkt, dass sich beim Anlauf, wo der Strom auf Grund

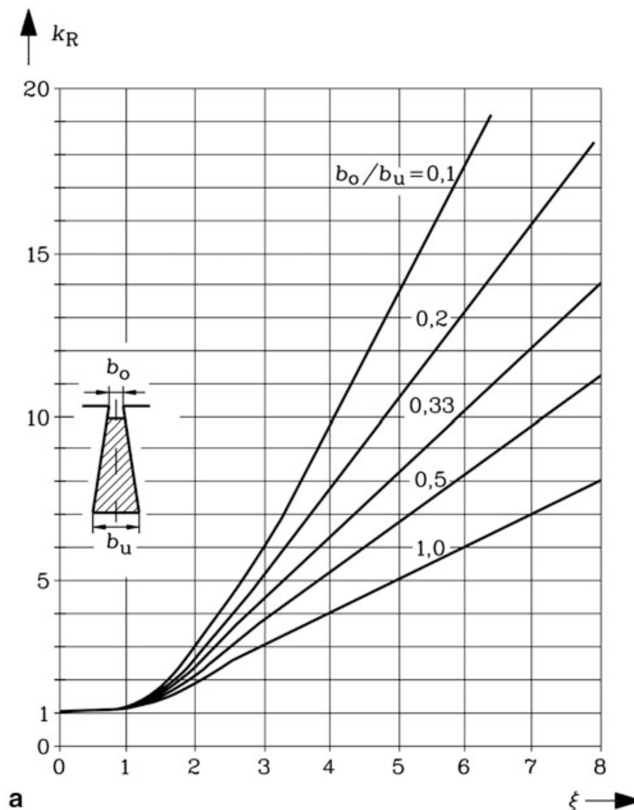


Abb. 6.17 (**a**) Erhöhung des Widerstands k_R und (**b**) Abnahme der Streuinduktivität im Stabbereich k_L beim Keilstab in Abhängigkeit der reduzierten Leiterhöhe ξ und des Keilverhältnisses b_o/b_u

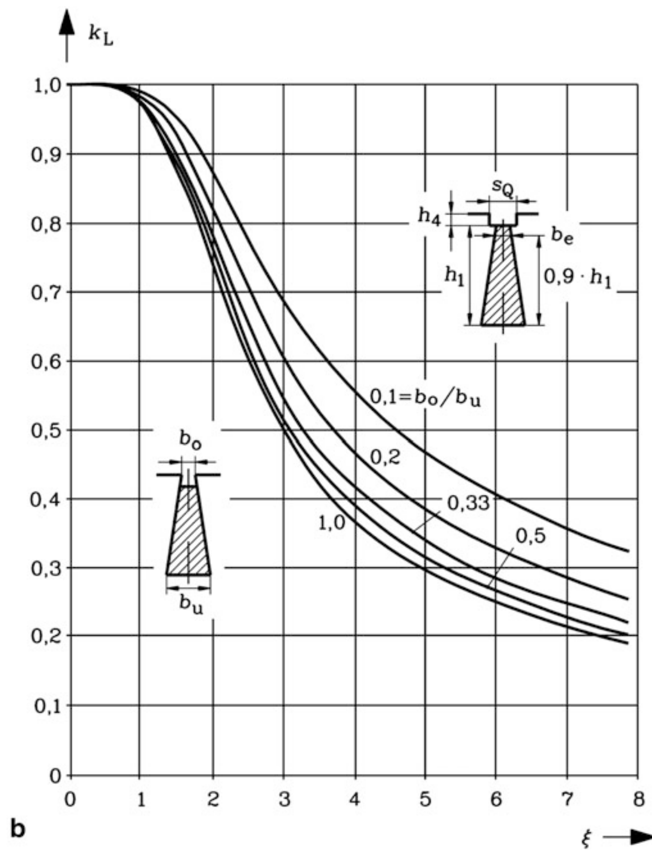


Abb. 6.17 (**a**) Erhöhung des Widerstands k_R und (**b**) Abnahme der Streuinduktivität im Stabbereich k_L beim Keilstab in Abhängigkeit der reduzierten Leiterhöhe ξ und des Keilverhältnisses b_o/b_u

der Stromverdrängung hauptsächlich in den Oberstäben fließt, ein hohes Anlaufmoment ergibt. Der Unterstab ist aus Kupfer und hat einen großen Querschnitt. Er ist niederohmig, sodass im Bemessungsbetrieb, wo wegen der kleinen Läuferfrequenz kaum Stromverdrängung auftritt und sich der Strom entsprechend der ohm'schen Gleichstromwiderstände auf Ober- und Unterkäfig aufteilt, der Strom hauptsächlich in den Unterstäben fließt und dort nur geringe Verluste hervorruft. Man nennt daher den Teilkäfig mit den Oberstäben Anlaufkäfig, den darunterliegenden Teilkäfig Betriebskäfig.

Abb. 6.18 zeigt die $M(n)$-Kurven von Asynchronmaschinen mit unterschiedlichen Läuferausführungen. Das Drehmoment ist auf das Bemessungsmoment der Maschine bezogen, für das die Maschine im Dauerbetrieb bemessen ist; die Drehzahl ist auf die Synchrondrehzahl bezogen. So lassen sich Maschinen unterschiedlicher Größe in einem Diagramm vergleichen. Erwartungsgemäß hat der Schleifringläufer-Asynchronmotor ohne Anlasswiderstände das niedrigste Anfahrmoment. Es beträgt typisch 20 % vom Bemessungsmoment bei Leistungen von 1 kW bis 100 kW, im MW-Bereich ist das

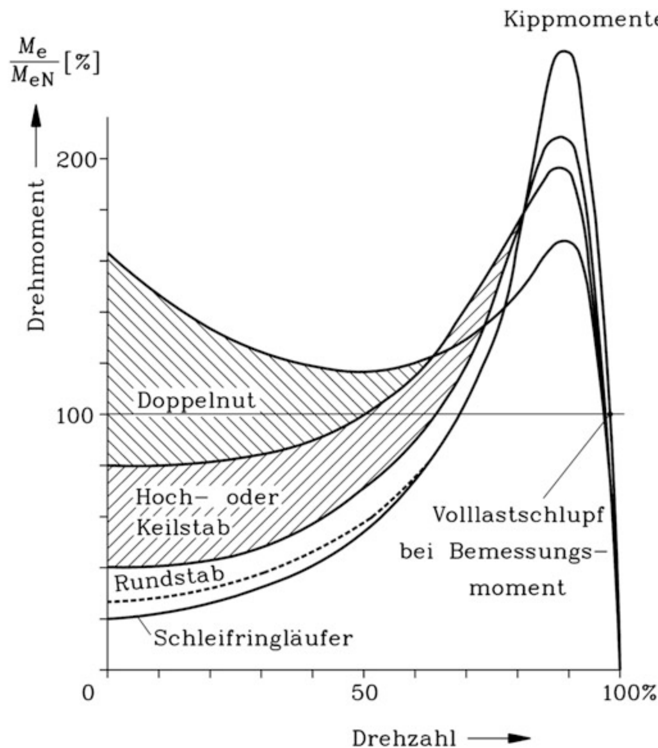


Abb. 6.18 Typische Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien von Asynchronmaschinen (Quelle: Bohn 1987)

Anfahrmoment i. A. noch kleiner. Seine Läuferwicklung besteht vor allem bei kleinen Maschinenleistungen aus Spulendrähten geringen Querschnitts, wo sich kaum Wirbelströme ausbilden können. Er ist daher nahezu stromverdrängungsfrei, ebenso der Rundstabläufer. Keil- und Hochstab weisen deutlich erhöhtes Anfahrmoment von 40 % bis 80 % des Bemessungsmoments auf, während mit Doppelstabläufern das Anlaufmoment mit bis zu 160 % das Kippmoment sogar überschreiten kann. Mit steigender Stabhöhe steigt nicht nur der Einfluss der Stromverdrängung bei hohen Läuferfrequenzen, sondern gemäß (6.49) bzw. (6.53) auch die Läufer-Nutstreuinduktivtät und damit die Streuziffer σ bei den niedrigen Läuferfrequenzen zwischen Leerlauf und Kippbereich. Durch die höhere Streuung sinkt gemäß den Ausführungen von Kap. 5 das auf das Bemessungsmoment bezogene Kippmoment $M_b \sim (1-\sigma)/\sigma$ bei jenen Asynchronmaschinen, deren Käfige für hohe Stromverdrängung ausgelegt sind, was in Abb. 6.18 deutlich zu erkennen ist.

c) Doppelstabläufer (Doppelkäfigläufer): Anlauf- und Betriebskäfig (Abb. 6.19a) wirken als elektrische Parallelschaltung zweier Läuferkreise, wie das im T-Ersatzschaltbild Abb. 6.19b dargestellt ist. Das Streufeld des Oberstabs schließt sich im Eisen auch um den

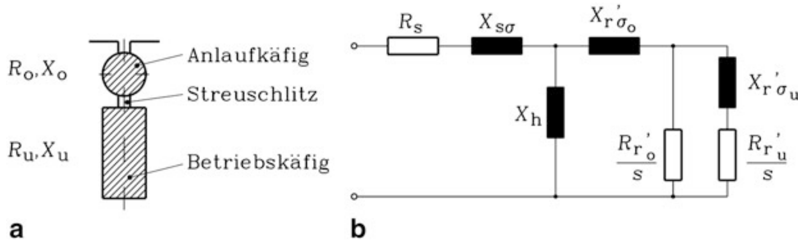


Abb. 6.19 Doppelkäfigläufer-Maschine: (**a**) Rotornutquerschnitt, (**b**) Vereinfachtes T-Ersatzschaltbild

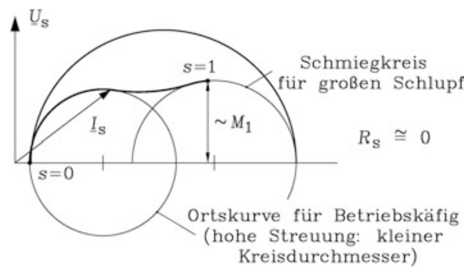


Abb. 6.20 Doppelkäfigläufer-Maschine: Vereinfachte Kreisdiagramme für Anlauf- und Betriebskäfig ($R_s \cong 0$). Die resultierende Ortskurve für den Ständerstrom $\underline{I}_s$ ist kein Kreis, sondern die voll ausgezogene Linie, die für den Schlupfbereich $0 \leq s \leq 1$ angegeben ist. Für den Bereich $0 \leq s \leq s_b$ wird sie durch den linken kleinen Schmiegkreis beschrieben, für den Bereich $1 \leq s \leq \infty$ durch den rechten Schmiegkreis

Unterstab, ist somit auch mit diesem verkettet, sodass die zugehörige Streureaktanz $X'_{r,\sigma o}$ sowohl für den Ober- als auch für den Unterstab wirksam ist. Das Streufeld des Unterstabs schließt sich zum Teil über den Streuschlitz zwischen Ober- und Unterstab und das Eisen und somit nur um den Unterstab selbst. Dieser Streufluss ist also nur für den Betriebskäfig als Reaktanz $X'_{r,\sigma u}$ wirksam, sodass diese Reaktanz in Serie zum Widerstand des Unterstabs in Abb. 6.19b eingetragen ist. Mit diesem Ersatzschaltbild werden analog zu Kap. 5 für jeden beliebigen Schlupf s die Stromaufnahme, der Wirkleistungsumsatz und daraus das Drehmoment berechnet. Qualitativ kann bei Vernachlässigung des Ständerwiderstands das Betriebsverhalten wie folgt abgeschätzt werden.

Bei großem Schlupf $s >> 1$ können die Widerstände $R'_{ro}/s, R'_{ru}/s$ gegenüber $X'_{r,\sigma u}$ vernachlässigt werden. Es fließt wegen des dann „relativ" hohen $X'_{r,\sigma u}$ der Strom nur im Anlaufkäfig mit seiner kleineren Streuinduktivität. Als Läuferstreureaktanz wirkt nur $X'_{r,\sigma o}$, sodass die resultierende Streuziffer klein und der Durchmesser des Kreisdiagramms groß ist (Abb. 6.20). Daher ist das Kreisdiagramm in grober Näherung bei großem Schlupf ($s \to \infty$) der große Kreis, bei sinkendem Schlupf ($s \approx 1$) genauer eigentlich nur noch ein „Schmiegkreis" an den großen Kreis. Bei niedrigem Schlupf $s << 1$ dominieren die Widerstände $R'_{ro}/s, R'_{ru}/s$ gegenüber $X'_{r,\sigma u}$ und müssen berücksichtigt werden. Wegen

$R'_{ro} >> R'_{ru}$ fließt der Strom fast nur im Betriebskäfig, und es wirkt als Läuferstreureaktanz die Summe $X'_{r,\sigma u} + X'_{r,\sigma o}$. Das zugehörige Kreisdiagramm hat wegen der nun deutlich höheren Läuferstreuung ($X'_{r,\sigma u} + X'_{r,\sigma o} >> X'_{r,\sigma o}$) und der daher erhöhten Streuziffer σ einen deutlich kleineren Kreisdurchmesser. Wegen des i. A. kleinen und hier vernachlässigten Ständerwiderstands liegen die Kreismittelpunkte faktisch auf der negativen Im-Achse, die gleichzeitig „Drehmomentgerade" ist. Die Wirkstromkomponente des Ständerstroms erscheint als Vertikalabschnitt in den Kreisdiagrammen und ist direkt zum elektromagnetischen Drehmoment proportional, woraus gemäß Abb. 6.20 unmittelbar der für Doppelkäfigläufer typische „Drehmomentsattel", eine Drehmomentabnahme im mittleren Schlupfbereich bei ca. $s = 0.5$ folgt, wie er in Abb. 6.18 erkennbar ist. Der Drehmomentzunahme zum Schlupf 1 hin folgt natürlich bei großen Schlüpfen im Gegenstrombereich wieder eine Abnahme des Drehmoments zum Wert Null für $s \to \infty$.

d) Gegossene Läufer: Im unteren Leistungsbereich bis einige Hundert kW wird der Läuferkäfig aus Kostengründen nicht aus einzeln verlöteten Stäben, sondern als gegossener Käfig im Druckguss- oder seltener im Schleudergussverfahren ausgeführt. Bei Gusskäfigen können die Nutformen der Läuferstäbe auch komplizierte Formen aufweisen, sodass der Stromverdrängungseffekt optimiert werden kann. Wegen der relativ niedrigen Schmelztemperatur von Aluminium (660 °C) wird hauptsächlich dieser Leiterwerkstoff für gegossene Käfige verwendet. Kupfergussläufer (Rotguss) bedürfen wegen der höheren Schmelztemperatur von Kupfer (1084 °C) deutlich höherer Prozesstemperaturen beim Gießen, was die Käfigherstellung verteuert. Die gegenüber Kupfer geringere Leitfähigkeit von Aluminium führt zu erhöhten Käfigverlusten. Für sehr hohes Anlaufmoment werden bei kleinen Asynchronmotoren wegen des deutlich höheren spezifischen Widerstands fallweise Silumin-Gusskäfige verwendet. Ansonsten verwendet man die Doppelstabform gemäß Abb. 6.19 auch bei gegossenen Käfigen, wobei Oberstab und Unterstab über den ausgegossenen Streuschlitz zu einem Stab verschmelzen, und der Oberstab nur auf Grund des kleineren Querschnitts eine Anlaufmomenterhöhung bewirkt. Trotzdem lassen sich damit ähnlich wie in Abb. 6.18 Anlaufmomenterhöhungen wie bei den Doppelstabläufern mit einem i. A. ausgeprägten Drehmomentsattel erzielen (Abb. 6.21). Die Drehmomentkennlinien werden dabei klassifiziert. Je nach Läuferkäfigform ist der Asynchronmotor imstande, gegen ein Lastmoment M_s der gekuppelten Lastmaschine anzulaufen, das z. B. 130 % oder 160 % des Bemessungsmoments beträgt. Der Motor erfüllt dann die „Läuferklasse" oder „Momentenklasse" 13 oder 16 (Abb. 6.21).

e) Typische Anfahrströme und Anfahrmomente: Der Anfahrstrom I_1 von Käfigläufermotoren beträgt das 4- bis 7-fache des Bemessungsstroms I_N, wobei der größere Wert bei größeren Motoren auftritt, und ist stark induktiv. Das Anfahrmoment M_1 großer Motoren im Leistungsbereich $P_N \geq 1$ MW beträgt dagegen nur das 0.6- bis 1.2-fache des Bemessungsmoments. Da die Arbeitsmaschinen großer Leistung wie Turbokompressoren, Pumpen, Ventilatoren, Kohlemühlen, etc. durchwegs entlastet, also mit geschlossenem Schieber bzw. Ventilen angefahren werden, reichen die Anlaufmomente der Motoren für

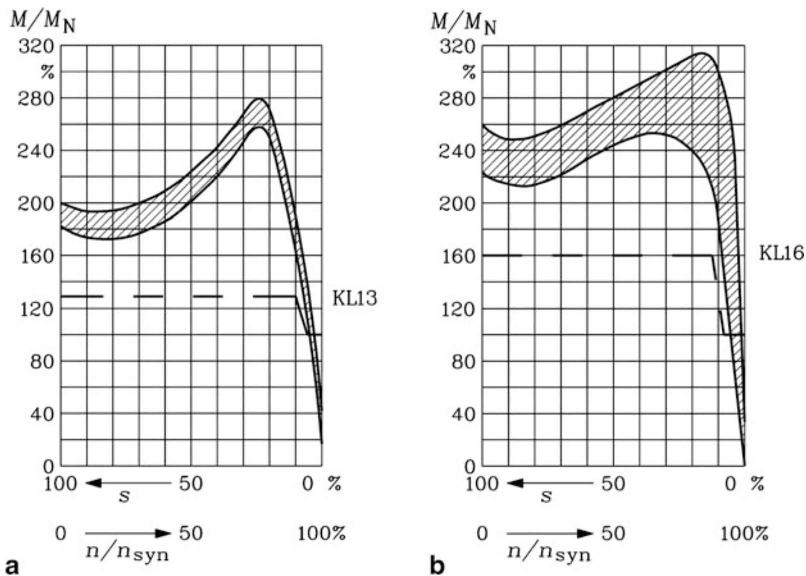


Abb. 6.21 Beispiele für Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien von vierpoligen Asynchronmaschinen mit Aluminium-Druckguss-Käfigen in Doppelstabausführung: (**a**) Momentenklasse KL13, (**b**) Momentenklasse KL16. Gestrichelt: Zulässiges Gegenmoment für asynchronen Anlauf. Schraffiert: Familie von Momentenkennlinien der Asynchronmotoren einer Baureihe (Quelle: Siemens AG, Motorenkatalog M11)

den sicheren Hochlauf aus. Industriemotoren kleinerer Leistung ($P_N \leq 200$ kW), deren mechanische Anschlussmaße wie Achshöhe, Länge und Durchmesser des Wellen-Endes, Abmessungen der Passfeder, bei Flanschmotoren die Flanschabmessungen, aber auch die Leistungsstufen international genormt sind („Normmotoren"), entwickeln prozentual größere Anfahrmomente, besonders bei Ausführung als Doppelkäfigläufer (Abb. 6.21), haben aber auch einen relativ hohen Anfahrstrom, der typisch den 7-fachen Bemessungsstrom erreicht.

6.4 Abweichungen vom Kreisdiagramm

a) Einfluss der Stromverdrängung: Schon Abb. 6.20 macht deutlich, dass bei Doppelkäfigläufern die Stromortskurve kein Kreisdiagramm mehr ist. Aber auch bei Einfachkäfigläufern ist wegen des Einflusses der Stromverdrängung die Stromortskurve kein Kreis mehr.

In Abschn. 6.2 wurde gezeigt, dass die Stromverdrängung eine Läufer-Widerstandserhöhung und eine Läufer-Induktivitätsabsenkung bewirkt. Bei der Schleifringläufer-Maschine hatten wir in Kap. 5 gelernt, dass eine Änderung des

Läuferwiderstands nichts an der Kreisform der Stromortskurve ändert, sondern lediglich an der Schlupfbezifferung, die eine „Scherung" der $M(n)$-Kennlinie bewirkt. Der Durchmesser des Kreises wird ja durch die resultierende Streuung bestimmt, wie in Kap. 5 die „Durchmesser-Reaktanz" $X_{\varnothing}$ gezeigt hat. Eine Absenkung der Läuferstreuinduktivität infolge der Stromverdrängung senkt aber die Blondel'sche Streuziffer und die Durchmesserreaktanz. Damit steigt der Kreisdurchmesser. Für jeden Schlupfwert gilt wegen $k_{\mathrm{L}}(s)$ ein fester Wert der Läuferstreuinduktivität und damit ein bestimmter Kreisdurchmesser. Bei hohen Schlupfwerten treten wegen der hohen Läuferfrequenz eine hohe Stromverdrängung und damit eine absinkende Läuferstreuinduktivität auf, sodass sich die Ortskurve „aufbläht" (Abb. 6.22). Dies ist die grafische Erklärung für die Drehmomenterhöhung, da die zum Drehmoment proportionalen Abschnitte $\overline{\mathrm{BP}}$ von der „Drehmomentgeraden", die sich nun auch zur krummen Kurve verbiegt, zur Stromortskurve bei steigendem Schlupf bis $s = 1$ zunehmen. In der Praxis wird daher das Drehmoment direkt aus dem Ersatzschaltbild mit veränderlichen Läuferparametern

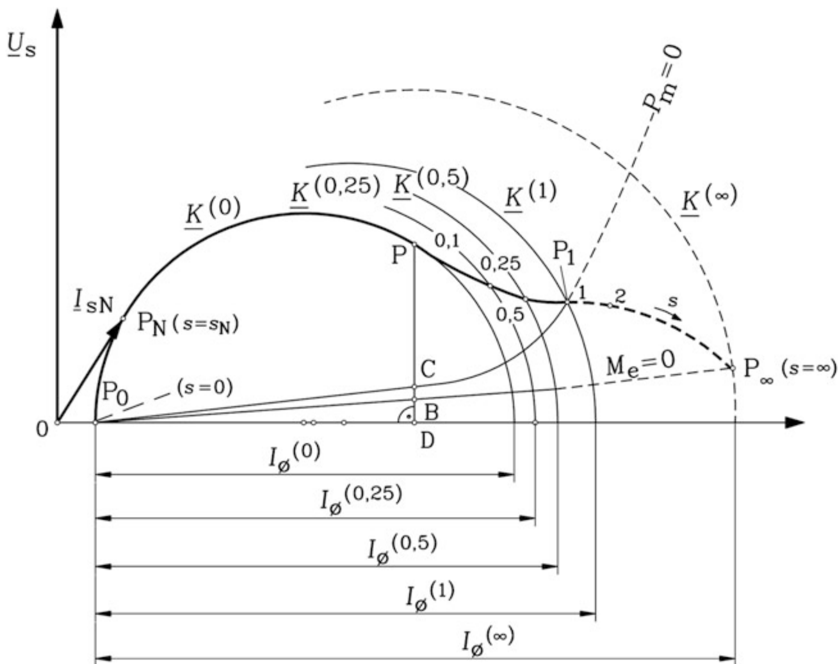


Abb. 6.22 Die Ortskurve $\underline{I}_s(s) = \underline{K}(s)$ des Ständerstroms eines Hochstab-Käfigläufer-Asynchronmotors ist auf Grund der durch Stromverdrängung bedingten Abnahme der Läuferstreuinduktivität kein Kreis mehr. Für jeden Schlupfwert s wird ein Kreisdiagramm ermittelt, auf dem nur der zugehörige Betriebspunkt s gültig ist. Die Verbindung aller Betriebspunkte ergibt die voll ausgezogene Linie der Stromortskurve. Im Bereich $0 \leq s \leq 0.1$ ist die Stromverdrängung vernachlässigbar klein. Hier gilt das Kreisdiagramm $\underline{K}^{(0)}(s)$ mit dem Kreisdurchmesser $I_{\varnothing}^{(0)}$

für jeden Schlupfwert numerisch bestimmt, ohne ein „Kreisdiagramm“, wie es bei der Schleifringläufermaschine gebräuchlich ist, zu verwenden.

b) Einfluss der Hauptfeldsättigung: Im Leerlauf fließt in der Ständerwicklung nur der Magnetisierungsstrom, der im Luftspalt das Hauptfeld von jener Höhe erregt, dass die von ihm induzierte Spannung in der Ständerwicklung der Netzspannung das Gleichgewicht hält. Die Feldlinien müssen sich in den Zähnen zusammendrängen, sodass bei einer Luftspaltinduktion von 1 T in den Zähnen 1.8 T bis 2 T erreicht werden. Ab ca. 1.5 T wird das Eisen gesättigt. Die idealisierte Annahme $\mu_{Fe} \to \infty$ und $H_{Fe} = 0$ der Kap. 2 bis 5 ist damit nicht mehr gültig; die Permeabilität μ_{Fe} sinkt und die magnetische Feldstärke im Eisen muss berücksichtigt werden: $H_{Fe} > 0$. Die magnetisierende Durchflutung der Ständerwicklung V_s wird nicht mehr nur für die Magnetisierung des Luftspalts, sondern auch für die Magnetisierung der Eisenwege benötigt. Die Eisenwege sind in den Zähnen die Zahnhöhen h_{ds}, h_{dr}, und im Ständer- und Läuferjoch („Rücken“) die Jochlängen in Umfangsrichtung (Simitsis und Xypteras 1999). Selbst wenn die Jochhöhen sehr groß ausgeführt werden, sodass dort keine Sättigung auftritt, was aus wirtschaftlichen Gründen nicht gemacht wird, verbleibt immer noch der magnetische Engpass der Zähne (Abb. 6.23a und 6.24a).

$$V_s = H_\delta \cdot \delta + H_{ds} \cdot h_{ds} + H_{dr} \cdot h_{dr} \Rightarrow B_\delta < \mu_0 \frac{V_s}{\delta} \sim I_{s0} \tag{6.54}$$

Aus (6.54) folgt, dass mit steigendem Leerlaufstrom I_{s0} die magnetische Flussdichte B_δ im Luftspalt und damit die durch sie induzierte Spannung, im T-Ersatzschaltbild als Hauptfeldspannung U_h bezeichnet, unterproportional zunehmen, was zu einer gekrümmten

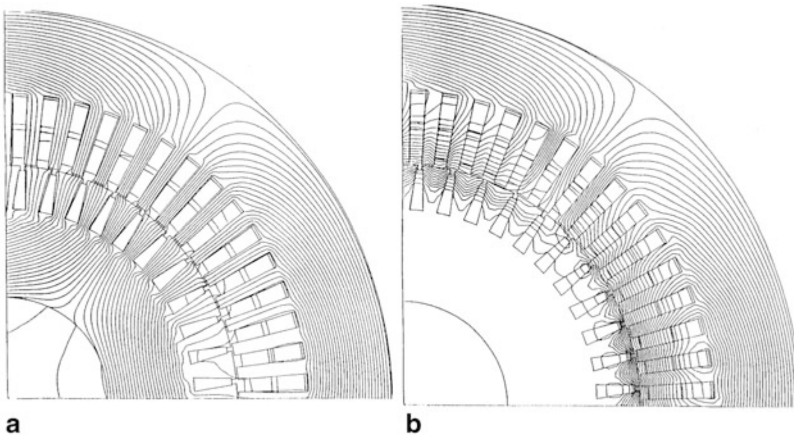


Abb. 6.23 Numerisch berechnetes zweidimensionales Magnetfeld B einer Asynchronmaschine bei Bemessungsspannung (**a**) im Leerlauf ($s = 0$, Läufer stromlos), (**b**) im Anlaufpunkt $s = 1$. Motorparameter: Vierpolig, dreisträngig, Ständer-Zweischicht-Hochspannungswicklung, $q_s = 5$, $Q_s = 60$, Läuferkäfig mit Keilstäben, $Q_r = 44$ (Quelle: Andresen und Müller 1983)

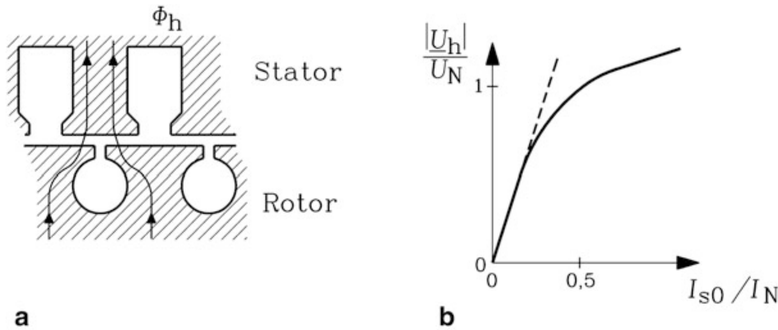


Abb. 6.24 Sättigung der Zähne durch das Hauptfeld: (**a**) Hauptflusspfad, (**b**) Leerlaufbetrieb: „Leerlaufkennlinie" der Hauptfeldspannung in Abhängigkeit vom Leerlaufstrom

„Leerlaufkennlinie" $U_h(I_{s0})$ führt (Abb. 6.24b). Die Tangente an die Kurve ist die „Luftspalt-Gerade"; sie entspricht der ungesättigten Maschine, wo nahezu nur der Luftspalt zu magnetisieren ist. Die Ständerspannungsgleichung bei Leerlauf (6.55) enthält somit eine sättigungsabhängige Hauptreaktanz $X_{h,ges}$, die kleiner ist als die in Kap. 4 hergeleitete ungesättigte Hauptreaktanz X_h.

$$\underline{U}_s = (R_s + jX_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_{s0} + \underline{U}_h(I_m) = \left(R_s + j(X_{s\sigma} + X_{h,ges})\right) \cdot \underline{I}_{s0} \tag{6.55}$$

$$U_h = X_{h,ges}(I_m) \cdot I_{s0} < X_h \cdot I_{s0} \tag{6.56}$$

Unter Last wird das Luftspaltfeld von Ständer- und Läuferstrom gemeinsam erregt, sodass anstelle von I_{s0} in (6.55) der Magnetisierungsstrom I_m einzusetzen ist, sodass $X_{h,ges}(I_m)$ abhängig von der Größe des Magnetisierungsstroms mit steigendem I_m sinkt. Zumeist wird das Kreisdiagramm mit einer für $U_h \approx U_N$ gesättigten, aber näherungsweise belastungsunabhängigen Hauptreaktanz $X_{h,ges}$ konstruiert, sodass in Kap. 5 nur X_h durch $X_{h,ges}$ ersetzt werden muss. Dies ist im Bereich kleiner Schlüpfe bis zum Kippschlupf zulässig, da sich dabei der Magnetisierungsstrom gegenüber dem Leerlauf nur geringfügig verringert. Bei größeren Schlüpfen nimmt I_m gemäß Kap. 5 deutlich ab und die Hauptfeldsättigung wird klein, sodass X_h zunimmt und dem ungesättigten Wert zustrebt. Die Größe von X_h hat auf den Durchmesser des Ossanna-Kreises nur einen geringen Einfluss, solange die Streureaktanzen deutlich kleiner als die Hauptfeldreaktanz sind, da dieser dann gemäß (5.103) durch diese Streureaktanzen bestimmt ist. Diese sinken bei abnehmendem X_h geringfügig wegen der gemäß (5.13), (5.24) sinkenden Oberfelderstreuung (bei sättigungsunabhängig konstant angenommenen Oberfelderstreuziffern $\sigma_{s,o}$, $\sigma_{r,o}$), sodass sich der Durchmesser der Stromortskurve etwas vergrößert.

c) Einfluss der Streufeldsättigung: Abb. 6.23b zeigt, dass bei $s = 1$ durch den „Durchflutungsausgleich" die Läuferströme annähernd gegenphasig zu den Ständerströmen fließen

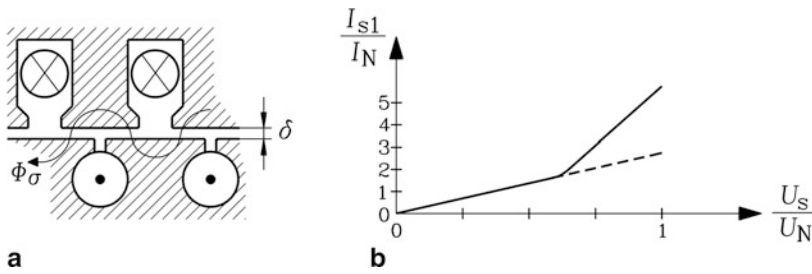


Abb. 6.25 Sättigung der Streuwege bei $s = 1$ auf Grund des Spaltstreuflusses: (**a**) Streuflusspfad, (**b**) Typische „Kurzschlusskennlinie"

($s = 1 : \underline{I}_s \approx -\underline{I}'_r$), wodurch das Magnetfeld aus dem Läufer zum Luftspalt hin gedrängt wird. Dieser Effekt wird durch die Stromverdrängung verstärkt, da die Läuferströme dann an den Staboberkanten fließen. Viele Feldlinien treten vom Ständer nur in die Läuferzahnköpfe über, dringen aber nicht in den Läufer ein. Sie bilden also einen Streufluss, der im Luftspalt zickzackförmig vom Ständerzahnkopf über den nächsten Läuferzahnkopf zum nächsten Ständerzahnkopf verläuft, und als „Spaltstreufluss" oder „Zickzack-Streufluss" bezeichnet wird. Dieser Spaltstreufluss ist schematisch in Abb. 6.25a angedeutet. Er ist überwiegend mit der Ständerwicklung verkettet, da er kaum in den Läufer eindringt. Dieser mit steigendem Schlupf verstärkt auftretende Spaltstreufluss treibt die Zahnköpfe in die Sättigung und senkt dadurch die Streuinduktivitäten bei hohen Schlüpfen wie z. B. bei $s = 1$ ab.

$$s = 1 : \underline{U}_s \cong \left\lfloor \left(R_s + R'_r\right) + j\left(X_{s\sigma\,\text{ges}} + X'_{r\sigma\,\text{ges}}\right) \right\rfloor \cdot \underline{I}_s \tag{6.57}$$

$$X_{s\sigma\,\text{ges}} < X_{s\sigma}, X'_{r\sigma\,\text{ges}} < X'_{r\sigma} \tag{6.58}$$

Daher nimmt der Strom im Anzugspunkt $s = 1$ nicht linear mit der Spannung zu, sondern überproportional, wie die „Kurzschlusskennlinie" Abb. 6.25b zeigt. Oberhalb von etwa 50 % der Bemessungsspannung ist bei fest gebremstem Läufer der Spaltstreufluss so groß, dass die Streuwege sättigen. Die Abnahme der gesättigten Streureaktanzen bewirkt die überproportionale Stromaufnahme mit steigender Spannung, was zu einer gekrümmten Kurzschlusskennlinie $U_s(I_{s1})$ führt. Die Auswirkung auf das Kreisdiagramm ist dieselbe wie bei der Stromverdrängung. Die Absenkung der Streuinduktivität bewirkt ein „Aufblähen" der Stromortskurve bei hohem Schlupf (vgl. Abb. 6.22).

d) Einfluss der Oberwellen: In Kap. 5 und hier wurde nur die Grundwelle des Magnetfelds bei der Berechnung des Drehmoments der Asynchronmaschine berücksichtigt. Die in Kap. 3 diskutierten Oberwellen des Ständer- und Läuferfelds rufen zusätzliche, parasitäre Drehmomente hervor, die in der $M(n)$-Kurve als asynchrone Oberwellenmomente Einsenkungen („Drehmomentensättel") und bei bestimmten Drehzahlen pulsierende Wechselmomentanteile (synchrone Oberwellenmomente) hervorrufen (Heller und Hamata 1977).

Weiter treten sättigungsabhängige und nutungsbedingte Wellenspannungen über etwa 1 V bei größeren Asynchronmaschinen mit typischen Bemessungsleistungen von über 500 kW, vor allem bei zweipoliger Ausführung, auf. Diese Wellenspannung treibt für die empfindlichen Wälz- und Gleitlager schädliche zirkulare Lagerströme über den geschlossenen Strompfad, gebildet aus Welle, Lager, Lagerschilden und Ständerjoch. Als Abhilfe muss zur Unterbrechung dieser zirkularen parasitären Wechselströme zumindest ein Lager elektrisch isoliert werden (Brach 1990; Seinsch 1992).

Die Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine ist wesentlich anfälliger für die Oberwelleneffekte, da der Käfig von jedem Drehfeld beliebiger Polzahl mit dem Läuferwicklungsfaktor 1 induziert wird, sodass praktisch alle Oberwellen des Ständers mit dem Läufer Drehmomente nennenswerter Größe bilden können. Die Drehstromwicklung im Läufer der Schleifringläufermaschine hingegen wird nur von Feldern jener Polzahl induziert, die auch von der Wicklung selbst erzeugt werden. Bei symmetrischen dreisträngigen Drehfeldwicklungen sind das neben der Grundwelle Felder 5-facher, 7-facher, 11-facher, 13-facher usw. Polzahl. Zu diesen Ordnungszahlen sind die Wicklungsfaktoren außer bei den Nutharmonischen ausreichend klein. Daher sind Oberwelleneffekte beim Schleifringläufer bei weitem unkritischer. Details zu diesen Effekten beim Käfigläufer, und wie man sie minimiert, werden im nächsten Abschnitt besprochen.

Fazit:
Durch die Wirkung der Stromverdrängung und der stromabhängigen Eisensättigung ändern sich die Haupt- und Streuinduktivitäten in Abhängigkeit vom Schlupf, sodass die Ständerstrom-Ortskurve von der Kreisform abweicht. Im Bereich zwischen Leerlauf und Bemessungsschlupf ist dieser Einfluss gering, sodass für diesen Generator- und Motorbetriebsbereich das Kreisdiagramm weiterhin verwendet werden kann. Für höhere Schlupfwerte müssen die Betriebsgrößen über das Ersatzschaltbild punktweise ermittelt werden.

6.5 Oberwellentheorie der Käfigläufer-Asynchronmaschine

a) Rotorspannungsgleichung für ein Statoroberfeld: Die Ständergrund- und -oberwellen der m_s-strängigen Drehfeldwicklung, die vom sinusförmigen, f_s-frequenten Ständerstromsystem mit dem Strangstromeffektivwert I_s erregt werden, wurden in Kap. 3 im statorfesten Koordinatensystem x_s angegeben. Sie induzieren alle den Rotorkäfig. Im rotorfesten Koordinatensystem lautet die mit dem Rotor fest verbundene Umfangskoordinate $x_\mathrm{r} = x_\mathrm{s} - (1-s) \cdot v_\mathrm{syn} \cdot t$. Mit ihr nimmt eine Statorfeldwelle der Ordnungszahl ν mit $\omega_\mathrm{s} = 2\pi f_\mathrm{s}$ die Form (6.59) an. Der Index δ für das Luftspaltfeld wird hier in den Abschn. 6.5a) und 6.5b) der Einfachheit halber weggelassen.

$$B_{\mathrm{s}\nu}(x,t) = \hat{B}_{\mathrm{s}\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x_\mathrm{s}}{\tau_\mathrm{p}} - \omega_\mathrm{s} t\right) = \hat{B}_{\mathrm{s}\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x_\mathrm{r}}{\tau_\mathrm{p}} - \omega_{\mathrm{r}\nu} t\right) \tag{6.59}$$

Wegen der gegenüber der Grundwelle um den Faktor $1/\nu$ kleineren Geschwindigkeiten der Statorfeldoberwellen v_{syn}/ν (siehe Kap. 3) hat mit $v_{syn} = \omega_s \cdot \tau_p/\pi$ jede Statorfeldwelle bezüglich des Rotors eine andere Kreisfrequenz $\omega_{r\nu}$:

$$\omega_{r\nu} = (1 - \nu \cdot (1 - s)) \cdot \omega_s = s_\nu \cdot \omega_s \tag{6.60}$$

Für die Grundwelle $\nu = 1$ ist $\omega_{r,\nu=1} = s \cdot \omega_s$ und $s_{\nu=1} = s$ der Grundwellenschlupf. Die Oberwellenschlupfwerte weisen deutlich höhere Werte auf, wie z. B. im Leerlauf gemäß Beispiel 6.7 ersichtlich ist. Die hohen Schlupfwerte ergeben sich durch die gegenüber der Grundwelle um $1/\nu$ langsameren Oberwellen. Das von der ν-ten Oberwelle im Käfig induzierte Stabspannungssystem hat die Frequenz $f_{r\nu} = s_\nu \cdot f_s$.

Beispiel 6.7

1. Bestimmen Sie die Schlüpfe für die Oberfelder einer dreisträngigen, symmetrischen Ständer-Ganzlochwicklung a) bei $s = 0$, b) bei $s = 1$ allgemein und für $\nu = -5, 7, -11, 13$ sowie die zugehörigen Läuferfrequenzen bei $f_s = 50\,\text{Hz}$!
2. Bei welchen Schlupfwerten s induzieren die Statorfeldoberwellen $\nu = -5, 7, -11, 13$ den Käfig nicht?

Lösung:

1a) Bei $s = 0$: $s_\nu = 1 - \nu \cdot (1 - s) = 1 - \nu$: Mit $\nu = 1 + 2m_s g$ folgt allgemein $s_\nu|_{s=0} = -2 \cdot m_s \cdot g$, $\quad g = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$ und speziell $s_{-5} = 6$, $s_7 = -6$, $s_{-11} = 12$, $s_{13} = -12$. Die Läuferfrequenzen sind als Beträge $f_{r,-5} = f_{r,7} = 300$ Hz, $f_{r,-11} = f_{r,13} = 600$ Hz.

1b) Bei $s = 1$:
$s_\nu|_{s=1} = 1 - \nu \cdot (1 - s) = 1$, speziell $s_{-5} = s_7 = s_{-11} = s_{13} = \ldots = 1$. Die Läuferfrequenzen haben einheitlich den Wert der Ständerfrequenz $f_{r\nu} = 50$ Hz.

2) Bei $s_\nu = 0$ wird der Käfig nicht induziert!

$$s_\nu = 1 - \nu \cdot (1 - s) \Rightarrow \; s = 1 - (1 - s_\nu)/\nu \Rightarrow \; s|_{s_\nu=0} = 1 - 1/\nu$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 6.2 zusammengefasst.

Die Schlupfwerte, bei denen der Käfig von einzelnen Oberwellen nicht induziert wird, liegen nahezu symmetrisch verteilt um den Anlaufpunkt $s = 1$ im Bereich zwischen $0.86 \le s \le 1.2$.

Das von der ν-ten Ständeroberwelle induzierte Stabspannungssystem treibt in jedem Stab einen $f_{r\nu}$-frequenten Stabstrom $I_{r,\nu}$ und zugehörige Ringabschnittströme. Da die ν-te

Tab. 6.2 Käfigschlupf, bei dem die ν-te Ständeroberwelle den Käfig nicht induziert

ν	–5	7	–11	13
$s|_{s_\nu=0}$	1.2	0.857	1.091	0.923

Ständeroberwelle gegenüber der Grundwelle die kürzere Wellenlänge $2\tau_p/|\nu|$ aufweist, ist der Phasenwinkel $\alpha_{Qr\nu} = 2\pi p \cdot \nu/Q_r$ zwischen Stabströmen benachbarter Stäbe um ν größer als jener des Stabstromsystems des Rotorgrundstroms $I_r = I_{r,\nu=1}$ (Abb. 6.26a). Dieses Oberwellen-Stabstromsystem erregt seinerseits eine Felderregerkurve und damit ein Luftspaltfeld, das bei vernachlässigtem Einfluss der Nutschlitzbreiten wiederum Treppenform aufweist (Abb. 6.26b). Es wird analog zu Kap. 3 als Fourier-Reihe mit den Ordnungszahlen μ_ν als Summe von Grund- und Oberwellen dargestellt. Die Ordnungszahl und Wellenlänge der Grundwelle dieser Rotorfeldverteilung ist identisch mit der induzierenden ν-ten Oberwelle, da der Käfig jede induzierende Welle durch eine entsprechende Stabstromverteilung gleicher Polzahl nachbildet. Analog zur Berechnung der Grund- und Oberwellen des Rotorgrundstroms $I_r = I_{r,\nu=1}$ in Kap. 3 ergibt sich ein Formelsatz (6.61), (6.62) für die magnetische Spannung der Grund- und Oberwellen des Rotoroberstromsystems $I_{Stab,\nu} = I_{r\nu}$. Daraus wird die Flussdichte mit (6.63) bestimmt, wenn der Nutschlitzeinfluss und der Einfluss der Eisensättigung vernachlässigt werden.

$$V_{r\nu}(x_r, t) = \sum_{\mu_\nu=\nu,\dots}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{\pi}\frac{Q_r}{p}\frac{1}{2}\frac{1}{\mu_\nu} I_{Stab,\nu} \cdot \cos\left(\frac{\mu_\nu \pi x_r}{\tau_p} - 2\pi f_{r\nu} t\right) \qquad (6.61)$$

$$\mu_\nu = \nu + \frac{Q_r}{p} g_r \qquad g_r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \qquad (6.62)$$

$$B_{r\nu}(x_r, t) = \mu_0 V_{r\nu}(x_r, t)/\delta \qquad (6.63)$$

Beispiel 6.8

Berechnen Sie für eine vierpolige Asynchronmaschine das Rotoroberstromsystem in einem Rotorkäfig mit 28 Stäben, das von der Ständeroberwelle $\nu = -5$ bei einer Ständerfrequenz 50 Hz im Leerlauf $s = 0$ hervorgerufen wird,

a) den Phasenwinkel zwischen den Stabströmen benachbarter Stäbe,
b) die Frequenz der Stabströme!
c) Zeichnen Sie das Zeigerdiagramm der Stabströme für ein Polpaar, wenn in Stab 1 zum Zeitpunkt $t = 0$ der Stabstrom maximal ist!
d) Geben Sie die zugehörige Augenblicksverteilung der Stabströme je Grundwellen-Polpaar an.
e) Zeichnen Sie zu d) die Felderregerkurve! Bestimmen Sie die Fourier-Grundwelle der Felderregerkurve! Welche Polzahl hat sie? Geben Sie die relativen Amplituden und Ordnungszahlen der ersten vier Oberwellen an!

Lösung:

a) $\alpha_{Qr,\nu=-5} = 2\pi p \cdot \nu/Q_r = 2\pi \cdot 2 \cdot (-5)/28 = -5\pi/7 = -128.6°$
b) $f_{r,\nu=-5} = s_{-5} \cdot f_s = 6 \cdot 50 = 300\,\text{Hz}$

Tab. 6.3 Stabstromverteilung des $\nu = -5$-ten Rotoroberstromsystems in den 14 Stäben je Polpaar zum Zeitpunkt $t = 0$

Stab	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Strom	1	–0.6	–0.2	0.9	–0.9	0.2	0.6
Stab	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*
Strom	–1	0.6	0.2	–0.9	0.9	–0.2	–0.6

Tab. 6.4 Relative Amplituden der Rotorfeldoberwellen, die vom $\nu = -5$-ten Rotoroberstromsystem erregt werden, bis zum 2. Nutharmonischenpaar

Ordnungszahl $\mu_\nu = -5$	–5	9	–19	23	–33
Amplitude $\hat{B}_{\mu_{\nu=-5}}/\hat{B}_{-5}$	1	–0.56	0.26	–0.22	0.15

c) Zeigerdiagramm der Stabströme: Abb. 6.26a.
d) Stromverteilung $i/\hat{I}_{r,\nu=-5}$ je Polpaar im Rotorkäfig bei $t = 0$. Die Ergebnisse sind in Tab. 6.3 zusammengefasst.
e) Felderregerkurve $V_{r,\nu=-5}(x_r, t = 0)$ und zugehörige *Fourier*-Grundwelle: Abb. 6.26b. Ihre Polzahl ist $2\,|\nu|\,p = 2 \cdot 5 \cdot 2 = 20$.
Ordnungszahlen der Feldwellen des Rotorfelds $B_{r,\nu=-5}(x_r, t)$:
$\mu_{\nu=-5} = -5 + 14g_r = -5, 9, -19, 23, -33, \ldots$ Die Ergebnisse sind in Tab. 6.4 zusammengefasst.

Das ν-te Ständeroberfeld, erregt vom Ständerstrom I_s, das ν-te Rotorgrundfeld $\mu_\nu = \nu$ (Abb. 6.26b) und dessen sämtliche Oberwellen μ_ν, erregt vom Rotoroberstrom $I_{r\nu}$, induzieren gemeinsam in eine Rotormasche ABCD Abb. 6.27a eine $f_{r\nu}$-frequente Spannung, die den ohm'schen Spannungsfall und den induktiven Streufeldspannungsfall deckt. Die Käfigstäbe sind oft gegenüber den Ständernuten um das Maß b_{sk} (Abb. 6.27a) geschrägt, um die Oberwelleneffekte zu vermindern, wie noch erläutert wird.

In Abb. 6.27b ist im Längsschnitt der Maschine erkennbar, dass auch die harmonischen Ringabschnittströme $\underline{I}_{\text{Ring}\nu}$ in einer Masche entgegen gesetzt gleich groß sind. Die Phasenverschiebung zwischen Stab- und Ringabschnittstrom ist gemäß Abb. 6.5 $\pi/2 - \alpha_{Qr\nu}/2$. Um symmetrische Bezeichnungsweisen für linken und rechten Stabstrom zu erhalten, ersetzten wir gemäß Abb. 6.27a den linken Stabstrom $\underline{I}_{\text{Stab}\nu}$ durch $\underline{I}_{\text{Stab}\nu} \cdot e^{j\alpha_{Qr\nu}/2}$. Dann wird der rechte Stabstrom $\underline{I}_{\text{Stab}\nu} \cdot e^{-j\alpha_{Qr\nu}/2}$. Zwischen $\underline{I}_{\text{Stab}\nu}$ und $\underline{I}_{\text{Ring}\nu}$ liegt nun die Phasenverschiebung $\pi/2$ (6.64).

$$\underline{I}_{\text{Ring}\nu} = j\underline{I}_{\text{Stab}\nu}/(2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2)) \tag{6.64}$$

Der ohm'sche Spannungsfall je Masche ABCD besteht aus den Spannungsfällen an benachbarten Stäben und dazwischen liegenden Ringabschnitten. Wir schreiben zunächst den Spannungsfall in Bezug auf die Phasenlage der Ringabschnittströme.

$$\Delta\underline{U}_{\text{ohm}\nu} = R_{\text{Stab}}\underline{I}_{\text{Stab}\nu} \cdot \left(e^{j\alpha_{Qr\nu}/2} - e^{-j\alpha_{Qr\nu}/2}\right) + 2 \cdot \Delta R_{\text{Ring}}\underline{I}_{\text{Ring}\nu}$$

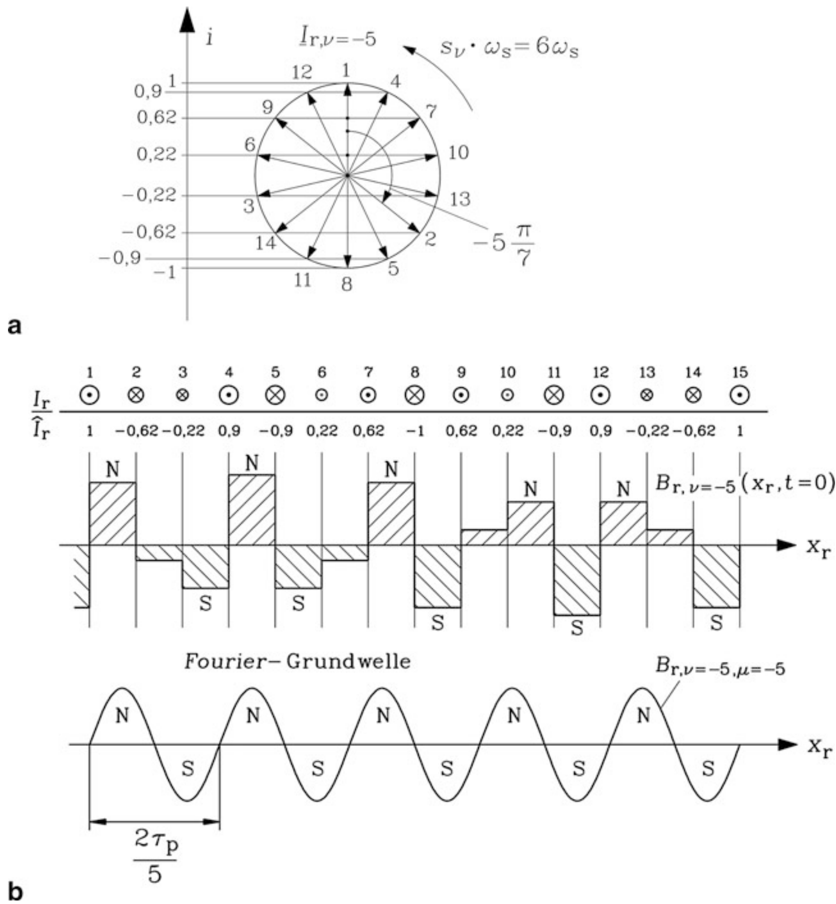


Abb. 6.26 (**a**) Stabstromverteilung in einem Käfig einer vierpoligen Asynchronmaschine mit 28 Stäben, induziert durch die 5-te Ständerfeldoberwelle. Im Stab 1 ist zum Zeitpunkt $t = 0$ der Stabstrom maximal. (**b**) Felderregerkurve zu (**a**) und zugehörige Fourier-Grundwelle mit 10 Polen je Grundwellenpolpaar

Mit (6.64) folgt der Spannungsfall (6.65) mit dem resultierenden Maschenwiderstand (6.66).

$$\Delta \underline{U}_{\mathrm{ohm}\nu} = j\underline{I}_{\mathrm{Stab}\nu} \cdot R_{\mathrm{r}\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2) \tag{6.65}$$

$$R_{\mathrm{r}\nu} = R_{\mathrm{Stab}} + 2 \cdot \Delta R_{\mathrm{Ring}}/(2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2))^2 = R_{\mathrm{Stab}} + 2 \cdot \Delta R^*_{\mathrm{Ring},\nu} \tag{6.66}$$

Der resultierende ohm'sche Widerstand der Masche (6.66) ergibt sich mit $\alpha_{\mathrm{Qr}\nu} = 2\pi p \cdot \nu / Q_{\mathrm{r}}$ in Übereinstimmung mit (6.4), (6.5). In gleicher Weise erhalten wir den induktiven Streuspannungsfall in der Masche ABCD zufolge der Nutstreureaktanz $jX_{\mathrm{r}\sigma\mathrm{Q}}$ im Stabbereich und der Ringabschnitt-Streureaktanz $jX_{\mathrm{r}\sigma\mathrm{b}}$, indem wir die ohm'schen Widerstände durch

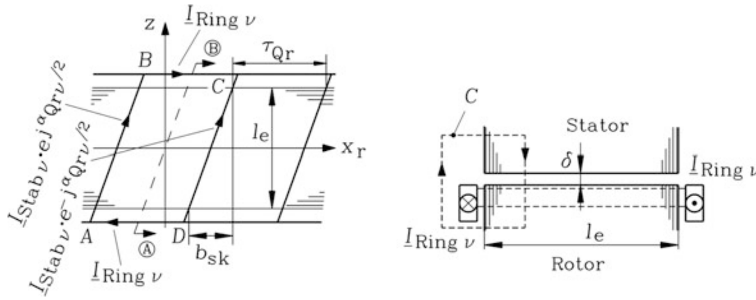


Abb. 6.27 (**a**) Rotormasche ABCD der abgerollten Rotoroberfläche (**b**) Längsschnitt AB durch das Blechpaket mit eingetragenem ν-ten Ringstrom. Bei Verwendung radialer Kühlschlitze ist statt l die ideelle Eisenlänge l_e zu verwenden

die Streureaktanzen ersetzen. Der Strom $\underline{I}_{r\nu} = j\underline{I}_{Stab\nu}$ wird in der Folge als Repräsentant des ν-ten Rotoroberstromsystems verwendet. Er hat die Größe des Stabstroms, ist aber in Phase mit dem Ringabschnittsstrom der betrachteten Rotormasche.

$$\Delta\underline{U}_{\sigma\nu} = j\underline{I}_{Stab\nu} \cdot js_\nu X_{r\sigma\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \tag{6.67}$$

$$X_{r\sigma\nu} = X_{r\sigma Q} + 2X_{r\sigma b}/(2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2))^2 \tag{6.68}$$

Für die Berechnung der vom Rotorgrundfeld und den Rotoroberfeldern des ν-ten Oberstroms induzierten Maschenspannung wird der vom Rotorgesamtfeld mit der Masche verkettete Fluss mit Abb. 6.27b beispielhaft berechnet. Mit dem Durchflutungssatz, angewendet auf die den Ringabschnittstrom umschlingende Kurve C, erhalten wir bei vernachlässigter Sättigung und ohne Nutschlitzeinfluss den Scheitelwert der Luftspaltflussdichte. Da die stirnseitige Magnetfeldstärke wesentlich kleiner als die Luftspaltfeldstärke ist, verbleibt in (6.69) vom Ringintegral nur die magnetische Spannung im Luftspalt, aus der der Scheitelwert der Luftspaltflussdichte bestimmt wird.

$$\oint_C \underline{\vec{H}} \cdot d\vec{s} = \sqrt{2}\underline{I}_{Ring\nu} \Rightarrow \underline{\hat{B}}_{r\nu} = \mu_0 \cdot \sqrt{2}\underline{I}_{Ring\nu}/\delta \tag{6.69}$$

Der Betrag des Rotorluftspaltfelds ändert sich von Masche zu Masche mit dem Ringabschnittsstrom sprungartig und ist innerhalb einer Masche konstant. Es wird daher mit (6.69) direkt das treppenförmige Rotorluftspaltfeld als Summe von Grund- und Oberwellen berechnet, wie es in Abb. 6.26b beispielhaft dargestellt ist. Der zugehörige Maschenfluss (Scheitelwert)

$$\underline{\Phi}_{rh\nu} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{2p\tau_p l_e}{Q_r} \cdot \sqrt{2}\underline{I}_{Ring\nu} \tag{6.70}$$

induziert die Spannung (6.71).

$$\underline{U}_{rh\nu} = -js_\nu\omega_s \cdot \underline{\Phi}_{rh\nu}/\sqrt{2} \tag{6.71}$$

Mit der Einführung der ν-ten Rotorhauptfeldreaktanz $X_{\mathrm{rh}\nu}$ als Wirkung der Selbstinduktion des Rotorluftspaltfelds

$$X_{\mathrm{rh}\nu} = \omega_\mathrm{s}\mu_0 \cdot \frac{Q_\mathrm{r}}{4\pi^2} \cdot \frac{2p\tau_\mathrm{p}l_\mathrm{e}}{\delta} \cdot \frac{1}{(\nu \cdot p)^2} \cdot \frac{1}{\eta_\nu^2} \tag{6.72}$$

und der darin enthaltenen Abkürzung η_ν, die Kopplungsfaktor genannt wird,

$$\eta_\nu = \frac{\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2)}{\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2} = \frac{\sin(\pi p \cdot \nu/Q_\mathrm{r})}{\pi p \cdot \nu/Q_\mathrm{r}} \tag{6.73}$$

wird die Selbstinduktionsspannung (6.71) mit (6.64) umgeformt in (6.74).

$$\underline{U}_{\mathrm{rh}\nu} = -js_\nu X_{\mathrm{rh}\nu}\underline{I}_{\mathrm{r}\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2) \tag{6.74}$$

Der Maschenfluss des ν-ten Ständeroberfelds (6.59) wird mit (6.75) berechnet.

$$\Phi_{\mathrm{sh}\nu}(t) = \int_{z_1}^{z_2}\int_{x_1}^{x_2} B_{\mathrm{s}\nu}(x_\mathrm{r}, t) \cdot dx_\mathrm{r}dz \Rightarrow \hat{\Phi}_{\mathrm{sh}\nu} = \frac{2p\tau_\mathrm{p}l_\mathrm{e}}{Q_\mathrm{r}} \cdot \hat{B}_{\mathrm{s}\nu} \cdot \eta_\nu k_{\mathrm{sk}\nu} \tag{6.75}$$

Die Integrationsgrenzen sind

$$x_1 = z \cdot b_\mathrm{sk}/l_\mathrm{e} - \tau_\mathrm{Qr}/2, \quad x_2 = z \cdot b_\mathrm{sk}/l_\mathrm{e} + \tau_\mathrm{Qr}/2, \quad z_1 = -l_\mathrm{e}/2, z_2 = l_\mathrm{e}/2.$$

Nach Ausführung der Integration von (6.75) erhalten wir den Scheitelwert des Maschenflusses der ν-ten Ständeroberwelle, der ebenfalls vom Kopplungsfaktor η_ν und zusätzlich vom Schrägungsfaktor $k_{\mathrm{sk}\nu}$ (6.76) abhängt. Je mehr Stäbe pro Pol in einem Käfig vorhanden sind, desto kleiner ist der Nutwinkel $\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}$ und umso näher liegt η_ν am Wert 1; umso größer ist der mit dem Käfig verkettete Statorfluss und damit umso besser die Kopplung zwischen Stator und Rotor.

$$k_{\mathrm{sk}\nu} = \frac{\sin\left(\nu\pi b_\mathrm{sk}/(2\tau_\mathrm{p})\right)}{\nu\pi b_\mathrm{sk}/(2\tau_\mathrm{p})} \tag{6.76}$$

Durch die Schrägung sinkt die magnetische Flussverkettung zwischen dem Rotorkäfig und der Statorwicklung, da der Schrägungsfaktor mit steigendem Wert b_sk deutlich kleiner als 1 wird. Bei ungeschrägten Käfigen ist der Schrägungsfaktor 1; es tritt maximale Flussverkettung zwischen Stator und Rotor auf. Wird $\hat{B}_{\mathrm{s}\nu}$ gemäß Kap. 3 durch den Statorstrom ausgedrückt, wobei dessen Phasenlage berücksichtigt wird,

$$\underline{\hat{B}}_{\mathrm{s}\nu} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_\mathrm{s}}{p} \cdot \frac{N_\mathrm{s}k_{\mathrm{ws}\nu}}{\nu} \cdot \underline{I}_{\mathrm{s}\nu}$$

so erhalten wir mit

$$\underline{U}_{\mathrm{sh}\nu} = -js_\nu\omega_\mathrm{s} \cdot \underline{\Phi}_{\mathrm{sh}\nu}/\sqrt{2}$$

und (6.72) die gegeninduzierte Spannung in der Masche.

$$\underline{U}_{\mathrm{sh}\nu} = -js_\nu X_{\mathrm{rh}\nu} \cdot \frac{2m_\mathrm{s}N_\mathrm{s}k_{\mathrm{ws}\nu}}{Q_\mathrm{r}} \cdot \eta_\nu^2 k_{\mathrm{sk}\nu}\underline{I}_\mathrm{s} \cdot 2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2) \tag{6.77}$$

Da die Masche kurzgeschlossen ist, wirken gemäß der Kirchhoff'schen Maschenregel die vier Spannungen (6.65), (6.67), (6.74), (6.77). Nach Division der Maschengleichung (6.78) durch $2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2)$ folgt aus ihr die Abhängigkeit des ν-ten Rotoroberstromsystems vom Ständerstrangstrom (6.79).

$$\underline{U}_{\mathrm{sh}\nu} + \underline{U}_{\mathrm{rh}\nu} = \Delta\underline{U}_{\mathrm{ohm}\nu} + \Delta\underline{U}_{\sigma\nu} \tag{6.78}$$

$$\underline{I}_{\mathrm{r}\nu} = -j\frac{s_\nu X_{\mathrm{rh}\nu} \cdot 2 \cdot (m_\mathrm{s}/Q_\mathrm{r}) \cdot N_\mathrm{s}k_{\mathrm{ws}\nu} \cdot \eta_\nu^2 k_{\mathrm{sk}\nu}}{R_{\mathrm{r}\nu} + js_\nu \cdot (X_{\mathrm{r}\sigma\nu} + X_{\mathrm{rh}\nu})} \cdot \underline{I}_\mathrm{s} \tag{6.79}$$

Eine Statoroberwelle, deren Wellenlänge gleich der Rotornutteilung ist, induziert den Käfig nicht, da innerhalb der Masche der Fluss der positiven und negativen Halbwelle sich gegenseitig aufheben. Die Flussverkettung und damit der Kopplungsfaktor sind Null.

$$\eta_\nu = \frac{\sin(\pi p \cdot \nu/Q_\mathrm{r})}{\pi p \cdot \nu/Q_\mathrm{r}} = \frac{\sin(\pi p \cdot (Q_\mathrm{r}/p)/Q_\mathrm{r})}{\pi p \cdot (Q_\mathrm{r}/p)/Q_\mathrm{r}} = 0$$

b) Statorspannungsgleichung mit Rückwirkung durch die Grundwellen der Rotoroberströme Die *Fourier*-Reihe der Felderregerkurve des ν-ten Rotoroberstromsystems (6.61) wird mithilfe $x_\mathrm{r} = x_\mathrm{s} - (1-s) \cdot v_{\mathrm{syn}} \cdot t$ im statorfesten Koordinatensystem gemäß (6.80) dargestellt. Die Amplituden der Felderregerwellen bleiben dabei unverändert, aber die Frequenz, nun bezüglich des Stators, ändert sich; es tritt der Schlupf s_{μ_ν} auf, der mit (6.62) gemäß (6.81) bestimmt ist.

$$V_{\mathrm{r}\nu}(x_\mathrm{s}, t) = \sum_{\mu_\nu=\nu,\dots}^{\infty} \hat{V}_{\mathrm{r}\mu_\nu} \cdot \cos\left(\frac{\mu_\nu \pi x_\mathrm{s}}{\tau_\mathrm{p}} - 2\pi \cdot s_{\mu_\nu} f_\mathrm{s} \cdot t\right) \tag{6.80}$$

$$s_{\mu_\nu} = 1 - (1-s) \cdot (\nu - \mu_\nu) = 1 + (1-s) \cdot g_\mathrm{r} \cdot \frac{Q_\mathrm{r}}{p} \quad g_\mathrm{r} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{6.81}$$

Nur für $g_\mathrm{r} = 0$ ist der Schlupf $s_{\mu_\nu} = 1$ und die Frequenz bezüglich des Stators die ursprüngliche Statorfrequenz: $s_{\mu_\nu} f_\mathrm{s} = f_\mathrm{s}$. Daher induziert nur die Grundwelle $\mu_\nu = \nu$ der Rotorfelder von (6.80) der Rotoroberstromsysteme die Ständerwicklung mit Statorfrequenz. Die Oberwellen, die sogenannten „Läuferrestfelder", induzieren den Stator mit höheren Frequenzen, was „sekundäre Ankerrückwirkung" genannt wird. Die Grundwellen $\mu_\nu = \nu$ rufen mit den von der Ständerwicklung über I_s erregten Oberwellen gleicher Wellenlänge der Ständerfelderregerkurve (Kap. 3) die resultierenden Magnetfelder mit den Amplituden

$$\underline{\hat{B}}_\nu(z) = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \left(\underline{\hat{V}}_{\mathrm{s}\nu} + \underline{\hat{V}}_{\mathrm{r}\nu} \cdot e^{j\nu\pi \cdot \frac{b_{\mathrm{sk}}}{\tau_\mathrm{p}} \cdot \frac{z}{l_\mathrm{e}}}\right), \quad -l_\mathrm{e}/2 \le z \le l_\mathrm{e}/2 \tag{6.82}$$

hervor, wobei durch die Schrägung des Käfigs diese Amplituden in axialer Richtung z variieren. Die mit f_s wechselnde komplexe Flussamplitude je Pol wird mit (6.83) berechnet,

$$\underline{\Phi}_{h\nu} = \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} \hat{\underline{B}}_\nu(z) \cdot \cos(\nu\pi x_s/\tau_p) dx_s dz \tag{6.83}$$

wobei die Integrationsgrenzen

$$x_1 = -\tau_p/2, \quad x_2 = \tau_p/2, \quad z_1 = -l_e/2, \quad z_2 = l_e/2$$

sind. Der Fluss der ν-ten Oberwelle pro Pol hängt sowohl vom Ständerstrom als auch vom ν-ten Läuferoberstrom ab.

$$\underline{\Phi}_{h\nu} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2\tau_p l_e}{\pi \cdot \nu} \frac{\sqrt{2} m_s N_s k_{ws\nu}}{\pi \cdot \nu \cdot p} \cdot \left(\underline{I}_s + \frac{Q_r k_{sk\nu}}{2 m_s N_s k_{ws\nu}} \underline{I}_{r\nu} \right) \tag{6.84}$$

Mit der aus dem Induktionsgesetz (Kap. 4) folgenden Spannung

$$\underline{U}_{i\nu} = -j\omega_s N_s k_{ws\nu} \underline{\Phi}_{h\nu}/\sqrt{2} \tag{6.85}$$

und der Summierung aller ν induzierten Spannungen je Strang

$$\underline{U}_i = \sum_\nu \underline{U}_{i\nu} = -j \sum_\nu X_{sh\nu} \cdot \left(\underline{I}_s + \frac{Q_r k_{sk\nu}}{2 m_s N_s k_{ws\nu}} \underline{I}_{r\nu} \right) \tag{6.86}$$

wird die statorseitig induzierte Spannung berechnet und in Abhängigkeit der Hauptreaktanzen $X_{sh\nu}$ der ν-ten Feldwellen dargestellt.

$$X_{sh\nu} = \omega_s \mu_0 \cdot \frac{m_s}{\pi^2} \cdot \frac{2p\tau_p l_e}{\delta} \cdot \frac{(N_s k_{ws\nu})^2}{(\nu \cdot p)^2} \tag{6.87}$$

Die netzseitig angelegte Strangspannung $\underline{U}_s$ und die induzierte Spannung $\underline{U}_i$ decken den ohm'schen Strangspannungsfall am Strangwiderstand der Ständerwicklung R_s und die induktiven Spannungsfälle zufolge Selbstinduktion durch Nut- und Stirnstreufelder:

$$\underline{U}_s + \underline{U}_i = \left(R_s + j(X_{s\sigma Q} + X_{s\sigma b})\right) \cdot \underline{I}_s$$
$$\underline{U}_s = \left(R_s + j(X_{s\sigma Q} + X_{s\sigma b})\right) \cdot \underline{I}_s + \sum_\nu jX_{sh\nu} \cdot \left(\underline{I}_s + \frac{Q_r k_{sk\nu}}{2 m_s N_s k_{ws\nu}} \underline{I}_{r\nu} \right) \tag{6.88}$$

c) Drehfeldleistungen der Oberwellen und Ersatzschaltbild Die auf den Rotor übertragene Leistung ist die Summe der Drehfeldleistungen $P_{\delta\nu}$ der Ständer-Oberwellen und wird aus der Leistungsbilanz (6.89) ermittelt.

$$\sum_\nu P_{\delta\nu} = m_s \cdot \left[\mathrm{Re}\left\{ \underline{U}_s \underline{I}_s^* \right\} - R_s I_s^2 \right] = \sum_\nu \mathrm{Re} \left\{ \frac{jX_{sh\nu} Q_r k_{sk\nu}}{2 N_s k_{ws\nu}} \underline{I}_{r\nu} \underline{I}_s^* \right\} \tag{6.89}$$

Wird in (6.89) der Rotoroberstrom gemäß (6.79) eingesetzt, so erhalten wir für die ν-te Drehfeldleistung mit (6.90) den Ausdruck (6.91).

$$\mathrm{Re}\left\{j\underline{I}_{\mathrm{r}\nu}\underline{I}_{\mathrm{s}}^{*}\right\} \sim \mathrm{Re}\left\{j\cdot(-j)\,\frac{\underline{I}_{\mathrm{s}}\underline{I}_{\mathrm{s}}^{*}}{R_{\mathrm{r}\nu}+js_{\nu}\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})}\right\}$$

$$\mathrm{Re}\left\{j\underline{I}_{\mathrm{r}\nu}\underline{I}_{\mathrm{s}}^{*}\right\} \sim \frac{R_{\mathrm{r}\nu}\cdot I_{\mathrm{s}}^{2}}{R_{\mathrm{r}\nu}^{2}+s_{\nu}^{2}\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})^{2}} \tag{6.90}$$

$$P_{\delta\nu} = Q_{\mathrm{r}}\cdot\frac{s_{\nu}R_{\mathrm{r}\nu}X_{\mathrm{rh}\nu}^{2}\cdot(2\cdot(m_{\mathrm{s}}/Q_{\mathrm{r}})\cdot N_{\mathrm{s}}k_{\mathrm{ws}\nu}\cdot\eta_{\nu}^{2}k_{\mathrm{sk}\nu})^{2}}{R_{\mathrm{r}\nu}^{2}+s_{\nu}^{2}\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})^{2}}\cdot I_{\mathrm{s}}^{2} \tag{6.91}$$

Die Stromwärmeverluste des ν-ten Rotoroberstromsystems im Käfig sind durch

$$P_{\mathrm{Cu,r},\nu} = Q_{\mathrm{r}}\cdot R_{\mathrm{r}\nu}\cdot I_{\mathrm{r}\nu}^{2} \tag{6.92}$$

bestimmt, sodass mit (6.79) folgt:

$$P_{\mathrm{Cu,r},\nu} = Q_{\mathrm{r}}\cdot R_{\mathrm{r}\nu}\cdot\frac{(s_{\nu}X_{\mathrm{rh}\nu}\cdot 2\cdot(m_{\mathrm{s}}/Q_{\mathrm{r}})\cdot N_{\mathrm{s}}k_{\mathrm{ws}\nu}\cdot\eta_{\nu}^{2}k_{\mathrm{sk}\nu})^{2}}{R_{\mathrm{r}\nu}^{2}+s_{\nu}^{2}\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})^{2}}\cdot I_{\mathrm{s}}^{2} \tag{6.93}$$

Der Vergleich von (6.91) mit (6.93) ergibt (6.94), worin für $\nu = 1$ die in Kap. 5 angegebene Relation $P_{\mathrm{Cu,r}} = s\cdot P_{\delta}$ als Sonderfall für die Grundwelle enthalten ist.

$$P_{\mathrm{Cu,r},\nu} = s_{\nu}\cdot P_{\delta\nu} \tag{6.94}$$

Aus der mechanischen Leistung $P_{\mathrm{m},\nu}$ und dem elektromagnetischen Drehmoment $M_{\mathrm{e},\nu}$ zufolge der ν-ten Ständeroberwelle

$$P_{\mathrm{m},\nu} = P_{\delta\nu} - P_{\mathrm{Cu,r},\nu} = (1-s_{\nu})\cdot P_{\delta\nu} \tag{6.95}$$

$$M_{\mathrm{e},\nu} = P_{\mathrm{m},\nu}/(2\pi n) \tag{6.96}$$

ergibt sich mit

$$M_{\mathrm{e},\nu} = \frac{P_{\mathrm{m},\nu}}{2\pi n} = \frac{(1-s_{\nu})\cdot P_{\delta,\nu}}{2\pi n} = \frac{\nu\cdot(1-s)\cdot P_{\delta,\nu}}{2\pi\cdot(1-s)\cdot n_{\mathrm{syn}}} = \frac{P_{\delta,\nu}}{2\pi\cdot n_{\mathrm{syn}}/\nu} \tag{6.97}$$

die Beziehung, dass die ν-te Drehfeldleistung das Produkt aus dem elektromagnetischen Moment $M_{\mathrm{e},\nu}$ und der Synchrondrehzahl $\Omega_{\mathrm{syn},\nu} = \Omega_{\mathrm{syn}}/\nu$ der ν-ten Feldoberwelle ist.

$$P_{\delta,\nu} = M_{\mathrm{e},\nu}\cdot\Omega_{\mathrm{syn},\nu} = M_{\mathrm{e},\nu}\cdot(\Omega_{\mathrm{syn}}/\nu) \tag{6.98}$$

Für die Grundwelle $\nu = 1$ ergibt sich als Sonderfall der in Kap. 5 verwendete Ausdruck $P_{\delta} = M_{\mathrm{e}}\cdot\Omega_{\mathrm{syn}}$. Es wirken somit in der Maschine neben dem Grundwellenmotor weitere asynchrone Oberwellenmotoren, deren Drehmomente als „asynchrone

Oberwellendrehmomente“ bezeichnet werden. Mit der Einführung eines Spannungs- und Stromübersetzungsverhältnisses für die Oberwellenmotoren mit Berücksichtigung der Schrägung, analog zu $\ddot{u}_{\mathrm{U}}$ und $\ddot{u}_{\mathrm{I}}$ in Abschn. 6.1 für die dort ungeschrägt angenommene Grundwellenmaschine,

$$\ddot{u}_{\mathrm{U}\nu} = \frac{k_{\mathrm{ws}\nu} N_{\mathrm{s}}}{k_{\mathrm{wr}\nu} N_{\mathrm{r}} \cdot k_{\mathrm{sk}\nu}} = 2k_{\mathrm{ws}\nu} N_{\mathrm{s}} / k_{\mathrm{sk}\nu} = \frac{U'_{\mathrm{r}\nu}}{U_{\mathrm{r}\nu}} \tag{6.99}$$

$$\ddot{u}_{\mathrm{I}\nu} = \frac{k_{\mathrm{ws}\nu} N_{\mathrm{s}} m_{\mathrm{s}}}{k_{\mathrm{wr}\nu} N_{\mathrm{r}} m_{\mathrm{r}} \cdot k_{\mathrm{sk}\nu}} = \frac{2k_{\mathrm{ws}\nu} N_{\mathrm{s}} m_{\mathrm{s}}}{Q_{\mathrm{r}} \cdot k_{\mathrm{sk}\nu}} = \frac{I_{\mathrm{r}\nu}}{I'_{\mathrm{r}\nu}} \tag{6.100}$$

werden Rotorstrom, Rotorwiderstand und Rotorhauptreaktanz und Rotorstreuraktanz umgerechnet.

$$R'_{\mathrm{r}\nu} = \ddot{u}_{\mathrm{U}\nu} \ddot{u}_{\mathrm{I}\nu} R_{\mathrm{r}\nu} \quad X'_{\mathrm{r}\sigma\nu} = \ddot{u}_{\mathrm{U}\nu} \ddot{u}_{\mathrm{I}\nu} X_{\mathrm{r}\sigma\nu} \tag{6.101}$$

$$X'_{\mathrm{rh}\nu} = \ddot{u}_{\mathrm{U}\nu} \ddot{u}_{\mathrm{I}\nu} X_{\mathrm{rh}\nu} = X_{\mathrm{sh}\nu} / (\eta_\nu k_{\mathrm{sk}\nu})^2. \tag{6.102}$$

Die (unendlich vielen) Rotorspannungsgleichungen werden mit $\ddot{u}_{\mathrm{U}\nu}$ multipliziert und (6.100) ... (6.102) eingesetzt, was zu (6.103) führt. In der Statorspannungsgleichung wird ebenfalls $\ddot{u}_{\mathrm{I}\nu}$ verwendet und (6.104) erhalten.

$$\underline{I}'_{\mathrm{r}\nu} \cdot \left(\frac{R'_{\mathrm{r}\nu}}{s_\nu} + jX'_{\mathrm{r}\sigma\nu} + jX_{\mathrm{sh}\nu} \cdot \left(\frac{1}{\eta_\nu^2 k_{\mathrm{sk}\nu}^2} - 1 \right) \right) + jX_{\mathrm{sh}\nu} \cdot \left(\underline{I}'_{\mathrm{r}\nu} + \underline{I}_{\mathrm{s}} \right) = 0 \tag{6.103}$$

$$\underline{U}_{\mathrm{s}} = \left(R_{\mathrm{s}} + jX_{\mathrm{s}\sigma\mathrm{Q+b}} \right) \cdot \underline{I}_{\mathrm{s}} + \sum_{\nu} jX_{\mathrm{sh}\nu} \cdot \left(\underline{I}_{\mathrm{s}} + \underline{I}'_{\mathrm{r}\nu} \right) \tag{6.104}$$

Damit ergibt sich ein Ersatzschaltbild mit theoretisch unendlich vielen ν Oberwellenmotoren in Serie zum Grundwellenmotor, die sämtlich von der netzfrequenten Spannung $\underline{U}_{\mathrm{s}}$ gespeist werden (Abb. 6.28).

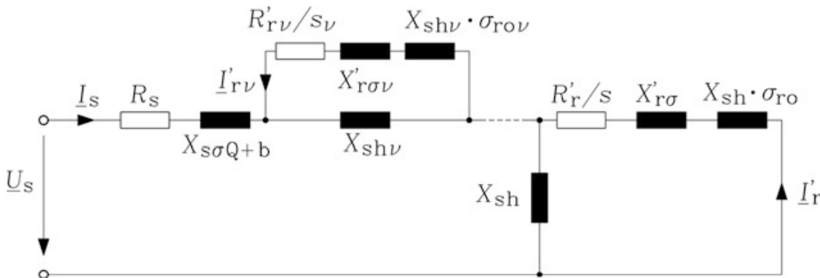


Abb. 6.28 Ersatzschaltbild einer Käfigläufer-Asynchronmaschine mit theoretisch unendlich vielen Oberwellenmotoren in Serie zum Grundwellenmotor. Die statorseitige Streureaktanz $X_{\mathrm{s}\sigma,\mathrm{Q+b}}$ umfasst die Statornut- und Stator-Stirnstreuung, während die Statoroberwellenstreuung durch Auftrennung in die einzelnen Rotorersatzschaltungen der Oberwellenmotoren ersetzt wird. Die rotorseitigen Streureaktanzen $X'_{\mathrm{r}\sigma}$ bzw. $X'_{\mathrm{r}\sigma\nu}$ umfassen die Rotornut- und Rotor-Stirnstreuung, während die Rotoroberwellenstreuung getrennt über die Oberwellenstreuziffer σ_{ro} bzw. $\sigma_{\mathrm{ro}\nu}$ angegeben ist

Die netzfremdfrequente Induzierung der Statorwicklung durch die Läuferrestfelder ist im Ersatzschaltbild 6.28 nicht enthalten. Die rotorseitige Selbstinduktionswirkung der Läuferrestfelder mit der Kreisfrequenz $s_\nu \omega_s$ ist gemäß (6.103) in der ν-ten Oberfelderstreureaktanz zusammengefasst.

$$X'_{\mathrm{r}\sigma\mathrm{o}\nu} = \omega_\mathrm{s} L'_{\mathrm{r}\sigma\mathrm{o}\nu} = \sigma_{\mathrm{ro}\nu} X_{\mathrm{sh}\nu} = \left(\frac{1}{\eta_\nu^2 k_{\mathrm{sk}\nu}^2} - 1 \right) \cdot X_{\mathrm{sh}\nu} \tag{6.105}$$

Für die Grundwelle ist die Oberfelderstreuziffer

$$\sigma_{\mathrm{ro}\nu=1} = \frac{1}{\eta_{\nu=1}^2 k_{\mathrm{sk}\nu=1}^2} - 1 \tag{6.106}$$

für den ungeschrägten Fall $\sigma_{\mathrm{ro}\nu=1} = 1/\eta_{\nu=1}^2 - 1$ bereits in Abschn. 4.3 ohne Herleitung behandelt worden.

Beispiel 6.9

Berechnen Sie für einen vierpoligen ungeschrägten Käfigläufer-Asynchronmotor mit 36 Ständernuten und 28 Rotorstäben die Oberfelderstreuziffer $\sigma_{\mathrm{ro}\nu}$ des Käfigs bis zum ersten Paar der Ständernutharmonischen! Wie verhält sich $\sigma_{\mathrm{ro}\nu}$ für hohe Ordnungszahlen?

Lösung:

Die Ordnungszahlen des ersten Paars der Ständernutharmonischen betragen gemäß Kap. 3 $\nu_\mathrm{Q} = -17$ und 19.

$$\sigma_{\mathrm{ro}\nu} = 1/\eta_\nu^2 - 1, \eta_\nu = \sin(h_\nu)/h_\nu, h_\nu = \nu \cdot p \cdot \pi / Q_\mathrm{r} = \nu \cdot \pi / 14$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 6.5 zusammengefasst.

Für hohe Ordnungszahlen ν gilt wegen $|\sin(h_\nu)| \leq 1$ die Abschätzung

$$\sigma_{\mathrm{ro}\nu} \approx h_\nu^2 - 1 \approx h_\nu^2 \approx (\nu \cdot p \cdot \pi / Q_\mathrm{r})^2 \sim \nu^2.$$

Die Oberfelderstreuziffer des Käfigs nimmt mit steigender Ordnungszahl gemäß Bsp. 6.9 zu, denn mit steigender Ordnungszahl nimmt die Anzahl der Käfigstäbe je Wellenlänge $2\tau_\mathrm{p}/|\nu|$ ab, sodass die ν-te Rotorfeldverteilung die Sinusform der induzierenden ν-ten Statoroberwelle immer schlechter nachbilden kann. So ist z. B. in Abb. 6.26b bereits bei $\nu = -5$ eine deutliche Abweichung der Rotorfeldverteilung von der Fourier-Grundwelle zu erkennen. Die magnetische Energie der Oberwellen μ_ν gegenüber der Grundwelle $\mu_\nu = \nu$ nimmt somit mit steigender Ordnungszahl im Wesentlichen zu und damit die

Tab. 6.5 Oberfelderstreuziffer für $Q_\mathrm{r}/p = 14$ für die Rotoroberstromsysteme bis zur Ordnungszahl $\nu = 19$

ν	1	–5	7	–11	13	–17	19
$\sigma_{\mathrm{ro}\nu}$	0.0170	0.5508	1.4674	14.674	170.87	36.435	21.394

Oberfelderstreuziffer, sodass in (6.103) die Läufer-Nut- und Stirnstreureaktanz gegenüber der Läufer-Oberfelderstreureaktanz vernachlässigt werden kann. Da im Bereich des Bemessungsschlupfs $-s_N \leq s \leq s_N$ der Oberwellenschlupf deutlich größer als Eins ist $|s_\nu| \approx |1-\nu| >> 1$, kann in (6.103) auch $R'_{r\nu}/s_\nu$ gegenüber den Reaktanzen vernachlässigt werden. Damit vereinfachen sich die Rotorspannungsgleichungen und ergeben eine Näherungsformel für die Rotoroberströme, allerdings bei Vernachlässigung der durch diese Ströme bewirkten Käfigverluste.

$$|\nu| > 1 : \underline{I}'_{r\nu} \approx -\eta_\nu^2 k_{sk\nu}^2 \underline{I}_s \tag{6.107}$$

Eingesetzt in die Ständerspannungsgleichung erhalten wir

$$\underline{U}_s = \left(R_s + jX_{s\sigma Q+b} + j\sum_{\nu \neq 1} X_{sh\nu} \left(1 - \eta_\nu^2 k_{sk\nu}^2\right) \right) \cdot \underline{I}_s + jX_{sh} \left(\underline{I}_s + \underline{I}'_r\right), \tag{6.108}$$

worin

$$X_{s\sigma o} = \sum_{\nu \neq 1} X_{sh\nu} \cdot \left(1 - \eta_\nu^2 k_{sk\nu}^2\right) \tag{6.109}$$

die durch die Rotoroberströme abgedämpfte Oberfelderstreureaktanz der Ständerwicklung ist. Werden die Rotoroberströme vernachlässigt, wird aus (6.109) die in Kap. 4 hergeleitete Oberfelderstreureaktanz

$$X_{s\sigma o} = \sum_{\nu \neq 1} X_{sh\nu} \tag{6.110}$$

erhalten. In diesem Fall verbleiben die Ständerspannungsgleichung (6.108) und die Läuferspannungsgleichung (6.103) für $\nu = 1$. Sie sind bis auf den Schrägungsfaktor identisch mit den Gleichungen in Abschn. 6.1 und führen zum bekannten T-Ersatzschaltbild der Feldgrundwelle.

d) Wirkung der Schrägung hinsichtlich der Käfiginduzierung Wird der Käfig um eine Wellenlänge der ν-ten Ständeroberwelle gemäß $b_{sk} = 2\tau_p/|\nu|$ geschrägt, so ist der Schrägungsfaktor (6.76) für diese Oberwelle Null. Der Käfig wird von dieser Ständeroberwelle nicht induziert, da deren verketteter Fluss (6.75) mit der Käfigmasche Null ist. Daher ist der zugehörige Oberstrom gemäß (6.79) Null (Jordan und Weis 1967; Seinsch 1992).

$$k_{sk\nu} = \left. \frac{\sin\left(\nu\pi b_{sk}/(2\tau_p)\right)}{\nu\pi b_{sk}/(2\tau_p)} \right|_{b_{sk}=2\tau_p/|\nu|} = 0$$

In Abb. 6.29 wird dies anschaulich: Die positive und negative Feldhalbwelle induzieren entgegensetzt gerichtete gleich große Teilspannungen im Rotorstab, die sich über die Stablänge summiert aufheben, sodass die resultierende Spannung Null ist.

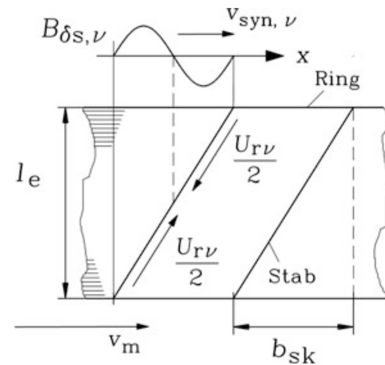


Abb. 6.29 Wenn der Käfig um die Wellenlänge der ν-ten Ständerfeldoberwelle geschrägt ist, kann diese den Käfig nicht induzieren. Positive und negative Feldhalbwelle induzieren entgegensetzt gerichtete gleich große Teilspannungen, die sich über die Stablänge summiert aufheben

Schrägt man daher den Käfig um eine Ständernutteilung $b_{sk} = \tau_{Qs}$, so sind die Wellenlängen des ersten Paars von ständernutharmonischen Oberwellen geringfügig größer bzw. kleiner als die Ständernutteilung. Daher ist der Schrägungsfaktor für beide Oberwellen nahezu Null. In gleicher Weise sind die Schrägungsfaktoren für die weiteren Ständer-Nutharmonischen höherer Ordnung sehr klein (Beispiel 6.10). Dabei kommt es bei der Schrägung nur auf die relative Schrägung zwischen Stator- und Rotorwicklung an. Man kann also ebenso die Statornuten schrägen und den Käfig ungeschrägt ausführen. Dies wird aber wegen des dann aufwendigeren Einbringens der Statorwicklung selten ausgeführt, während der Guss von geschrägten Käfigen problemlos möglich ist.

Beispiel 6.10

Ein vierpoliger Käfigläufer-Asynchronmotor mit 36 Ständer- und 28 Läufernuten ist rotorseitig um eine Ständernutteilung geschrägt.

1) Berechnen Sie den Schrägungsfaktor für die Grund- und Oberwellen bis zum ersten Nutharmonischen-Paar!
2) Bestimmen Sie den Schrägungsfaktor für die beiden Nutharmonischen-Paare der nächst höheren Ordnung!

Lösung:

1) Die Ordnungszahlen sind $\nu = 1 + 6g = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, \dots$

$$k_{sk\nu} = \frac{\sin\left(\nu\pi\tau_{Qs}/(2\tau_p)\right)}{\nu\pi\tau_{Qs}/(2\tau_p)} = \frac{\sin(\nu\pi p/Q_s)}{\nu\pi p/Q_s} = \frac{\sin(\nu\pi/18)}{\nu\pi/18}$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 6.6 zusammengefasst.

2) Ordnungszahlen der ersten drei Nutharmonischen-Paare der Ständerwicklung:

$$\nu_Q = 1 + (Q_s/p) \cdot g_Q = 1 + 18g_Q = -17, 19, -35, 37, -53, 55 \quad g_Q = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 6.7 zusammengefasst.

Tab. 6.6 Schrägungsfaktoren bei $Q_s/p = 18$ für die Ständeroberwellen bis zum ersten Paar der Ständernutharmonischen (Käfigschrägung: eine Ständernutteilung)

ν	1	–5	7	–11	13	–17	19
$k_{sk\nu}$	0.9949	0.8778	0.7691	0.4895	0.3376	0.0585	–0.0524

Tab. 6.7 Schrägungsfaktoren bei $Q_s/p = 18$ für das 2. und 3. Paar der Ständernutharmonischen (Käfigschrägung: eine Ständernutteilung)

ν	–35	37	–53	55
$k_{sk\nu}$	–0.0284	0.0269	0.0188	–0.0181

Die Schrägung des Käfigs verringert die Kopplung des Läuferkäfigs mit der Ständerwicklung, wodurch die Streuung zunimmt. Im Grundwellenersatzschaltbild kommt dies durch die Oberfelderstreuziffer des Käfigs (6.106) für $\nu = 1$ zum Ausdruck. Sie ist bei geschrägtem Käfig größer als bei ungeschrägtem Käfig.

$$\sigma_{\text{ro}\nu=1} = \frac{1}{\eta_{\nu=1}^2 k_{\text{sk}\nu=1}^2} - 1 > \frac{1}{\eta_{\nu=1}^2} - 1$$

Mit $2p\tau_p = Q_r\tau_{Qr}$ ergibt sich aus (6.106) der folgende Ausdruck.

$$\sigma_{\text{ro}\nu=1} = \frac{1}{\left(\frac{\sin(p\cdot\pi/Q_r)}{p\cdot\pi/Q_r}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin((p\cdot\pi/Q_r)\cdot(b_{sk}/\tau_{Qr}))}{(p\cdot\pi/Q_r)\cdot(b_{sk}/\tau_{Qr})}\right)^2} - 1$$

Da für die Grundwelle auf Grund $p \cdot \pi/Q_r << 1$ die Argumente im Kopplungs- und Schrägungsfaktor, hier abgekürzt a und b, sehr klein sind, kann $\sin a/a \approx 1-a^2/6, a << 1$, verwendet und folgende Näherungsrechnung durchgeführt werden.

$$\frac{1}{\left(\frac{\sin a}{a}\frac{\sin b}{b}\right)^2} \approx \frac{1}{\left(\left(1-\frac{a^2}{6}\right)\cdot\left(1-\frac{b^2}{6}\right)\right)^2} \approx \frac{1}{\left(1-\frac{a^2}{6}-\frac{b^2}{6}\right)^2} \approx \frac{1}{1-\frac{a^2}{3}-\frac{b^2}{3}}$$

$$\frac{1}{1-\frac{a^2}{3}-\frac{b^2}{3}} - 1 \approx 1 + \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3} - 1 = \frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3}$$

$$\sigma_{\text{ro}\nu=1} \cong \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{p\cdot\pi}{Q_r}\right)^2 + \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{p\cdot\pi}{Q_r}\right)^2\cdot\left(\frac{b_{sk}}{\tau_{Qr}}\right)^2 \qquad \frac{p\cdot\pi}{Q_r} << 1 \tag{6.111}$$

Damit ist die Oberfelderstreuziffer des Käfigs für die Grundwelle in zwei Anteile zerlegt. Der erste Teil ist entsprechend dem Kopplungsfaktor der Anteil zufolge der endlichen Stabzahl. Der zweite Teil ist die Schrägungsstreuung, die für kleine Schrägungsbreiten b_{sk} quadratisch mit b_{sk} zunimmt. Diese Zerlegung ist für höhere Ordnungszahlen wegen der dann bereits zu großen Argumente a und b nicht mehr gültig!

Beispiel 6.11

Bestimmen Sie für einen vierpoligen 500 kW-Käfigläufer-Asynchronmotor mit der Ständer-/Läufernutzahl 60/50, der Käfigschrägung $b_{sk} = \tau_{Qs} = 24\,\text{mm}$ und der Ständerhauptreaktanz $X_{sh} = 138.3\,\Omega$ für die Ordnungszahl $\nu = 1$

1) die Oberfelderstreuziffer des Käfigs und ihre Anteile zufolge Stabkopplung und Schrägung,
2) die zugehörige Streureaktanz!

Lösung:

1) $b_{sk}/\tau_{Qr} = \tau_{Qs}/\tau_{Qr} = Q_r/Q_s = 50/60$

$$\sigma_{\text{ro}\nu=1} = \frac{1}{\left(\frac{\sin(2\pi/50)}{2\pi/50}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin[(2\pi/50)\cdot(50/60)]}{(2\pi/50)\cdot(50/60)}\right)^2} - 1 = 0.00896$$

$$\sigma_{\text{ro}\nu=1} \cong \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2\pi}{50}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2\pi}{50}\right)^2 \cdot \left(\frac{50}{60}\right)^2 = 0.0053 + 0.0037 = 0.0090$$

Die Schrägung erhöht die Oberfelderstreuung um 37/53 = 70 %.

2) $X'_{\text{r}\sigma\text{o}} = \sigma_{\text{ro}\nu=1} \cdot X_{sh} = 0.00896 \cdot 138.3 = 1.239\,\Omega$

e) Induzierung der Ständerwicklung durch die Läuferrestfelder Die Läuferrestfelder sämtlicher ν-ten Oberstromsysteme im Käfig induzieren gemäß (6.81) als „sekundäre Ankerrückwirkung“ die Ständerwicklung netzfremdfrequent mit den Frequenzen

$$f_{s\mu_\nu} = \left|1 + (1-s) \cdot g_{rQ} \cdot \frac{Q_r}{p}\right| \cdot f_s \quad g_{rQ} = \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{6.112}$$

Allerdings können nur jene Läuferfeldoberwellen die Ständerwicklung induzieren, deren Ordnungszahl μ_ν mit den Ordnungszahlen der von der Ständerwicklung erregten Oberwellen ν' übereinstimmt: $|\mu_\nu| = |\nu'|$. Dabei können ν' und ν unterschiedliche Werte aufweisen, was mit einem Hochkomma ν' vermerkt wird. Für die Ordnungszahlen $|\mu_\nu| \neq |\nu'|$ ist der verkettete Fluss der Oberwellen μ_ν mit der Ständerwicklung Null.

Beispiel 6.12

Untersuchen Sie für die Rotorstromsysteme $\nu = 1$ und $\nu = -5$, welche Läuferoberwellen bis zum zweiten Paar der Läufernutharmonischen in einem vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmotor mit $Q_s = 36$ Ständer- und $Q_r = 28$ Läufernuten die dreisträngige, symmetrische, in Stern geschaltete Ständerwicklung induzieren! Geben Sie

Tab. 6.8 Frequenzen der in der Ständerwicklung von den Läuferrestfeldern des Rotorstromsystems $\mu_{\nu=1}$ induzierten Spannungen

Ordnungszahl der Rotorwelle $\mu_{\nu=1}$	Ständerfrequenz $f_{s\mu_\nu}$	Wird die Ständerwicklung bei Y-Schaltung induziert?
1	50 Hz	$\lvert\mu_\nu\rvert = 1 = \lvert\nu'\rvert$: Ja
–13	650 Hz	$\lvert\mu_\nu\rvert = 13 = \lvert\nu'\rvert$: Ja
15	(750 Hz)	$\lvert\mu_\nu\rvert = 15 \neq \lvert\nu'\rvert$: Nein
–27	(1350 Hz)	$\lvert\mu_\nu\rvert = 27 \neq \lvert\nu'\rvert$: Nein
29	1450 Hz	$\lvert\mu_\nu\rvert = 29 = \lvert\nu'\rvert$: Ja

Tab. 6.9 Frequenzen der in der Ständerwicklung von den Läuferrestfeldern des Rotoroberstromsystems $\mu_{\nu=-5}$ induzierten Spannungen

Ordnungszahl der Rotorwelle $\mu_{\nu=-5}$	Ständerfrequenz $f_{s\mu_\nu}$	Wird die Ständerwicklung bei Y-Schaltung induziert?
–5	50 Hz	$\lvert\mu_\nu\rvert = 5 = \lvert\nu'\rvert$: Ja
–19	650 Hz	$\lvert\mu_\nu\rvert = 19 = \lvert\nu'\rvert$: Ja
9	(750 Hz)	$\lvert\mu_\nu\rvert = 9 \neq \lvert\nu'\rvert$: Nein
–33	(1350 Hz)	$\lvert\mu_\nu\rvert = 33 \neq \lvert\nu'\rvert$: Nein
23	1450 Hz	$\lvert\mu_\nu\rvert = 23 = \lvert\nu'\rvert$: Ja

für eine Ständerfrequenz von 50 Hz und den Leerlauf-Schlupf $s = 0$ die zugehörigen Ständerfrequenzen $f_{s\mu_\nu}$ an!

Lösung:
Die Ständerwicklung erregt Felder mit folgenden Ordnungszahlen:

$$\nu' = 1 + 6g = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -23, 25, -29, 31, \ldots$$

Die Ergebnisse für $\nu = 1$ sind in Tab. 6.8 und für $\nu = -5$ in Tab. 6.9 zusammengefasst.

Die Ordnungszahlen $\mu_\nu = 15, -27$ sind durch Drei teilbar. Sie können gemäß Kap. 4 die Wicklungsstränge der Ständerwicklung induzieren, aber die induzierten Spannungen sind in den drei Strängen U, V, W gleichphasig, da die Phasenverschiebung der induzierten Spannungen in den drei Strängen wegen

$$\varphi_{U\mu_\nu} = \mu_\nu \cdot 0, \varphi_{V\mu_\nu} = \mu_\nu \cdot 2\pi/3, \varphi_{W\mu_\nu} = \mu_\nu \cdot 4\pi/3$$

ganzzahlige Vielfache von 2π sind. Damit sind die verketteten harmonischen Spannungen als Differenz der Strangspannungen Null. Die harmonischen Strangströme können sich wegen der Y-Schaltung nicht ausbilden, da im Sternpunkt gilt:

$$I_{U\mu_\nu} + I_{V\mu_\nu} + I_{W\mu_\nu} = 3I_{U\mu_\nu} = 0$$

Wenn das ständerseitig speisende Netz im Idealfall als „starr" angenommen wird, dann wird es durch eine Drehspannungsquelle mit fester Spannungsamplitude und Frequenz beschrieben, deren Innen-Impedanz Null ist. Für die von den höherfrequenten Ständerspannungen getriebenen Ständerströme stellt das Netz dann einen idealen Kurzschluss dar, sodass nur die Impedanzen der elektrischen Maschine selbst strombegrenzend wirken. Die höherfrequenten Ständerstromsysteme bilden für die nicht durch Drei teilbaren, ungeraden Ordnungszahlen μ_ν wegen $\varphi_{\mathrm{U}\mu_\nu} = \mu_\nu \cdot 0$, $\varphi_{\mathrm{V}\mu_\nu} = \mu_\nu \cdot 2\pi/3$, $\varphi_{\mathrm{W}\mu_\nu} = \mu_\nu \cdot 4\pi/3$ symmetrische Drehstromsysteme, da ihre Phasenwinkel nach Abzug ganzzahliger Vielfacher von 2π wieder $0, 2\pi/3, 4\pi/3$ bzw. $0, 4\pi/3, 2\pi/3$ ergeben. Sie erregen daher gemäß Kap. 3 im Luftspalt Drehwellen mit den Ordnungszahlen $\nu = 1 + 6g = 1, -5, 7, -11, 13, \ldots$, die wiederum den Käfig induzieren, was als „tertiäre Ankerrückwirkung" bezeichnet wird. Es stellen sich zusätzliche Rotoroberstromsysteme mit neuen Frequenzen, aber i. A. bereits sehr kleinen Amplituden ein. Deren Läuferrestfelder induzieren wiederum die Ständerwicklung („quartäre Ankerrückwirkung") mit zusätzlichen Frequenzen. Deren Ständeroberströme erregen wiederum (sehr kleine) Luftspaltfelder, die den Käfig induzieren, aber – wie K. Oberretl gezeigt hat (Oberretl 1965, 1970; Bolte 1985; Wagner 1986) – keine zusätzlichen neuen Frequenzen im Käfig hervorrufen, sodass damit alle Effekte in Ständer- und Läuferwicklung vollständig beschrieben sind. Meist begnügt man sich mit der Bestimmung der Ständeroberströme durch die „sekundäre" Ankerrückwirkung, deren Amplituden über die induzierten Ständer-Oberschwingungsspannungen und die Ständer- und Läuferstreuimpedanz abgeschätzt werden. Denn für Ständerfelder mit hohen Ständer-Oberschwingungsfrequenzen (vgl. Bsp. 6.7) ist der Läuferschlupf nahezu 1.

Beispiel 6.13

Für einen 2-poligen Käfigläufer-Asynchronmotor 3 kW, 380 V Y, 50 Hz, 6.2 A, mit 22 Rotorstäben, wird der Ständerstrom je Strang beim Bemessungsschlupf 0.05 gemessen. Das speisende Netz ist ein speziell für Prüfzwecke gebauter großer Synchrongenerator, dessen Spannung hochgradig sinusförmig ist, sodass neben der Spannungsgrundschwingung (50 Hz) nur eine 5-te Harmonische (250 Hz) mit 0.5 % der Grundschwingungsamplitude auftritt (Abb. 6.30a). Die Oberschwingungen im Ständerstrom des Asynchronmotors mit 1095 Hz stammen daher nur vom Motor selbst. Rechnerisch sind die Amplituden der verketteten Spannung und des Strangsstroms im Bemessungspunkt $\sqrt{2} \cdot 380 = 537$ V und $\sqrt{2} \cdot 6.2 = 8.77$ A, gemessen wurden 535 V und 8.84 A.

Die Ordnungszahlen des ersten Paars der Rotornutharmonischen des Rotorgrundstroms $\nu = 1$ sind $\mu_{\nu=1} = \mu = 1 \pm Q_\mathrm{r}/p = 1 \pm 22/1 = -21, 23$.

Die Rotoroberwelle $\mu = -21$ ist durch Drei teilbar und induziert wegen der Sternschaltung die Statorwicklung nicht. Die Feldwelle mit der Ordnungszahl $\mu = 23$ induziert wegen $|\mu| = |\nu| = 23$ die Ständerwicklung mit der Frequenz 1095 Hz, die auch im Ständerstrangstrom gemessen wird und in Abb. 6.30b als Oberschwingung deutlich erkennbar ist.

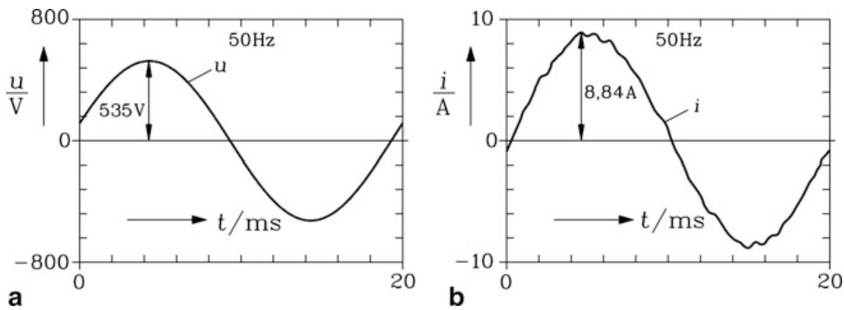


Abb. 6.30 Betrieb eines 2-poligen Käfigläufer-Asynchronmotors 3 kW im Bemessungspunkt: Gemessener Zeitverlauf (**a**) der verketteten Ständerspannung 50 Hz, (**b**) des Ständerstrangstroms, der neben dem 50 Hz-Grundstrom auf Grund der sekundären Ankerrückwirkung eine Oberschwingung mit 1095 Hz zeigt

$$f_{s\mu_\nu} = \left|1 + (1 - s) \cdot \frac{Q_r}{p}\right| \cdot f_s = |1 + (1 - 0.05) \cdot 22| \cdot 50 = 1095\,\text{Hz}$$

Falls die Ständerwicklung in Dreieck geschaltet ist, können auch die Läuferoberwellen mit durch Drei teilbarer Ordnungszahl die Ständerwicklung induzieren, da die drei gleichphasig induzierten Strangspannungen einen entsprechend hochfrequenten Kreisstrom in der Dreieckschaltung treiben. In den Netzzuleitungen wird dieser Strom allerdings nicht sichtbar, da in jedem der drei Dreiecksknoten gilt:

$I_{L1\mu_\nu} = I_{U\mu_\nu} - I_{V\mu_\nu} = I_{U\mu_\nu} - I_{U\mu_\nu} = 0$. Nur bei der Sternschaltung mit angeschlossenem Sternpunktsleiter wird dieser Strom mit allerdings dreifacher Amplitude im Sternpunktsleiter messbar:

$$I_{Y\mu_\nu} = I_{U\mu_\nu} + I_{V\mu_\nu} + I_{W\mu_\nu} = 3I_{U\mu_\nu}.$$

Fazit:

Die Läuferrestfelder unterschiedlicher Läuferoberstromsysteme induzieren die Ständerwicklung gemeinsam mit denselben Frequenzen. Diese Frequenzen sind durch die Rotorstabzahl pro Pol bestimmt. Diese höherfrequenten Ständerströme sind i. A. klein und werden in der Regel bei der Maschinenbemessung vernachlässigt. Bei Asynchronmaschinen mit parallel zur Ständerwicklung angeschlossenen Kondensatoren zur Kompensation der Blindleistung oder zur Selbsterregung bei Asynchrongeneratoren kann aber fallweise einer dieser harmonischen Ständerströme eine beträchtliche Amplitude erreichen, wenn seine Frequenz mit der Eigenfrequenz des Serienschwingkreises aus Kapazität und Maschineninduktivität übereinstimmt. In diesem Resonanzfall ist die resultierende Impedanz für den harmonischen Strom nur der ohm'sche Widerstand der Wicklungen und daher seine Amplitude u. U. störend groß. Als Abhilfe muss dann der Kapazitätswert je Strang oder die Käfigstabzahl geändert werden.

f) Einfluss der Sättigung auf die Oberwellen: Wird der Magnetisierungsbedarf des Eisens gemäß (6.54) berücksichtigt, so ist die Grundwellenamplitude der Felderregerkurve $\hat{V}$ nicht mehr direkt proportional zur Amplitude der Luftspalt-Flussdichte $\hat{B}_\delta$. In Abb. 6.31a ist der Zusammenhang $B_\delta(V) = \mu_0 H_\delta(V)$ gemäß (6.54) dargestellt, wobei mit V die resultierende magnetische Spannung der Grundwellen-Stromverteilung $\nu = 1$ der Ständer- und Läuferwicklung darstellt. Bei kleinen Werten von V ist die Flussdichte im Eisen ausreichend klein, sodass keine Eisensättigung auftritt und $B_\delta(V) = \mu_0 V/\delta_e$ gilt. Die Kennlinie $B_\delta(V)$ ist linear („Luftspaltgerade"). Bei Flussdichten im Eisen ab ca. 1.5 T setzt Sättigung ein und die Kennlinie $B_\delta(V)$ flacht ab („Sättigungsbereich") (Purkermani 1971). Wenn von der resultierenden magnetischen Spannungsverteilung gemäß Kap. 3 nur deren Grundwelle $V(x_s) = \hat{V} \cdot \cos(x_s\pi/\tau_p - \omega_s t)$ betrachtet wird, so kann zu jedem Wert x_s bei festem t

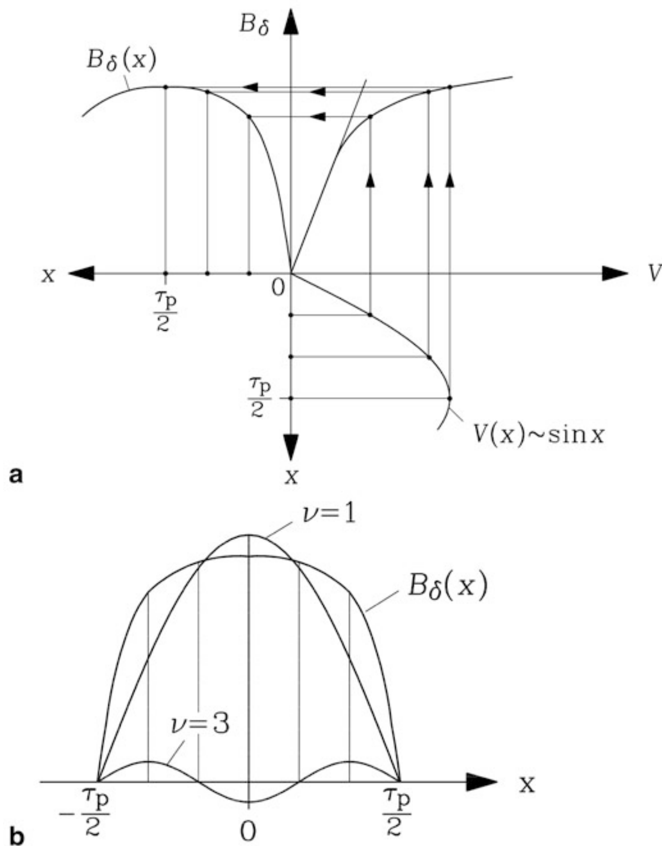


Abb. 6.31 (**a**) Entstehung einer abgeplatteten Verteilung der Luftspaltflussdichte durch die Sättigung des Eisens, (**b**) Die abgeplattete Luftspaltfeldkurve kann über die Fourier-Reihenentwicklung in eine neue Grundwelle, eine dritte Oberwelle und weitere Oberwellen zerlegt werden

über die Kennlinie $B_\delta(x_s) = B_\delta(V(x_s))$ in Abb. 6.31a die Flussdichte im Luftspalt ermittelt werden, die nun nicht mehr sinusförmig längs x_s verteilt ist, sondern wegen der Sättigung der Zähne abgeplattet ist. Die Sättigung des Eisens im Jochbereich (Abb. 6.23) wurde dabei deutlich geringer als in den Zähnen angenommen, wie es in der Praxis häufig der Fall ist. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, dass bei überwiegend gesättigten Jochen und ungesättigten Zähnen die resultierende Feldkurve im Luftspalt nicht abgeplattet, sondern zugespitzt ist. Da nämlich die höchste Sättigung im Joch an der Stelle größter Feldliniendichte und damit gemäß Abb. 6.23 dort am Umfang auftritt, wo das Luftspaltfeld seine Nulldurchgänge hat, wird dort das Luftspaltfeld stärker verringert als im Bereich des Luftspaltfeldmaximums, sodass sich die Feldkurve zuspitzt. Dieser Fall tritt aber in der Praxis selten auf, da zumeist die Zähne als magnetische Engpässe sättigen, während das Joch als „Rücken" der Maschine ohne Einschränkung auf die Platzverhältnisse für die Wicklung ausreichend groß bemessen werden kann. In beiden Fällen, abgeplatteter oder zugespitzter Feldkurve, tritt bei der Entwicklung dieser Kurve in eine Fourier-Reihe eine dominante dritte Oberwelle auf, wie Abb. 6.31b grafisch deutlich macht. Sie ist bei überwiegender Jochsättigung allerdings gegenphasig zur Darstellung in Abb. 6.31b. Die Summe von neuer Grundwelle $\nu = 1$ und dritter Oberwelle $\nu = 3$ bildet die abgeplattete Feldkurve bereits gut nach. Tatsächlich entstehen bei der Reihenentwicklung auch Oberwellen mit höherer ungerader, durch Drei teilbarer Ordnungszahl $\nu = 9, 15$, usw. Bei zugespitzter Feldkurve tritt die 3. Sättigungsharmonische aber mit positiver Amplitude bei $x = 0$ auf, sodass die Summe aus Grundwelle und dritter Oberwelle den zugespitzten Verlauf ergibt.

Mathematisch wird die Verzerrung der Feldkurve durch die Eisensättigung oft dadurch beschrieben, dass man den ideellen Luftspalt δ_e abhängig vom Umfangsort als „effektiven Luftspalt" variiert. Im Mittel wird der Luftspalt um den Sättigungsfaktor $k_h \geq 1$ infolge der Hauptfeldsättigung vergrößert. Im Bereich großer Eisensättigung, also bei abgeplatteter Feldkurve im Bereich großer Luftspaltflussdichte (Abb. 6.31), wird er zusätzlich vergrößert, da die Sättigung dort einen größeren magnetischen Widerstand darstellt, und bei den Feldnulldurchgängen verringert. Diese erhöhte Sättigung kann durch einen zusätzlichen Sättigungsfaktor k_{h1} erfasst werden, der die Feldabplattung beschreibt. Diese Variation des „effektiven" Luftspalts beschreibt man im einfachsten Fall als Superposition eines konstanten Werts und einer harmonischen Funktion, wobei der konstante Wert durch k_h und die Amplitude der harmonischen Funktion durch k_{h1} festgelegt sind (6.113). Es wird damit eine „Luftspalt-Leitwertfunktion" $\lambda(x_s, t)$ definiert, die sich synchron mit dem Grundwellenfeld bewegt, da dieses die augenblickliche Induktionsverteilung im Eisen festlegt. Da Nord- und Südpol der Grundwelle gleichermaßen das Eisen sättigen, muss die Leitwertfunktion gegenüber der Grundwelle die halbe Wellenlänge aufweisen. Sie hat daher die Ordnungszahl 2 und die Kreisfrequenz $2\omega_s$, da sie sich mit Synchrongeschwindigkeit bewegt. An der Stelle größter magnetischer Spannung z. B. zum Zeitpunkt $t = 0$ bei $x_s = 0$ hat sie den kleinsten Wert, bei den Nulldurchgängen $x_s = \pm\tau_p/2$ den größten Wert. Dies wiederholt sich periodisch mit τ_p.

$$\frac{1}{\delta_e(x_s,t)} = \frac{1}{\delta_e} \cdot \lambda(x_s,t) = \frac{1}{\delta_e} \cdot \left(\frac{1}{k_h} - \frac{1}{k_{h1}} \cdot \cos\left(\frac{2x_s\pi}{\tau_p} - 2\omega_s t\right)\right) \quad (6.113a)$$

Aus der Grundwelle der magnetischen Spannung erhalten wir die verzerrte Feldkurve durch Multiplikation mit dieser Leitwertwelle.

$$B_\delta(x_s,t) = \mu_0 \frac{\hat{V}}{\delta_e} \cdot \cos\left(x_s\pi/\tau_p - \omega_s t\right) \cdot \lambda(x_s,t) \quad (6.113b)$$

Mit Beachtung der trigonometrischen Summensätze werden daraus die gesättigte Feldgrundwelle

$$B_{\delta 1}(x_s,t) = \mu_0 \frac{\hat{V}}{\delta_e} \cdot \left(\frac{1}{k_h} - \frac{1}{2k_{h1}}\right) \cdot \cos\left(x_s\pi/\tau_p - \omega_s t\right) \quad (6.114)$$

und die dritte Oberwelle

$$B_{\delta 3}(x_s,t) = -\mu_0 \frac{\hat{V}}{\delta_e} \cdot \frac{1}{2k_{h1}} \cdot \cos\left(3x_s\pi/\tau_p - 3\omega_s t\right) \quad (6.115)$$

erhalten. Wird die Leitwertfunktion mit der 5., 7. und weiteren Oberwellen der magnetischen Spannung multipliziert, treten weitere Sättigungsoberwellen auf: Durch die Multiplikation mit der 5. Oberwelle tritt ein Beitrag zur 3. Sättigungsoberwelle auf, durch die Multiplikation mit der 7. und 11. Oberwelle tritt eine 9. Sättigungsoberwelle auf, durch die Multiplikation der 13. und 17. Oberwelle eine 15. Sättigungsoberwelle usw.

Fazit:
Durch die Sättigung des Eisens wird die Feldkurve der Luftspaltflussdichte verzerrt, sodass zusätzliche Oberwellen mit ungeraden, durch Drei teilbaren Ordnungszahlen auftreten, wobei vor allem die dritte Harmonische als Sättigungsoberwelle von Bedeutung ist.

$$B_{\delta,3}(x_s,t) = \hat{B}_{\delta,3} \cdot \cos\left(\frac{3x_s\pi}{\tau_p} - 3\omega_s t\right) \quad (6.116)$$

Die dritte Oberwelle bewegt sich mit Synchrongeschwindigkeit, also mit gleicher Geschwindigkeit wie die Grundwelle. Ihre Flussverkettung mit der Ständerwicklung ändert sich daher mit dreifacher Ständerfrequenz, sodass in jedem Strang der Ständerwicklung eine Spannung mit dreifacher Ständerfrequenz induziert wird. Diese Spannung in den drei Strängen ist wegen $\varphi_{U3} = 3 \cdot 0 = 0$, $\varphi_{V3} = 3 \cdot 2\pi/3 = 2\pi$, $\varphi_{W3} = 3 \cdot 4\pi/3 = 4\pi$ gleichphasig. Daher ist bei Sternschaltung die Spannung dreifacher Frequenz nur in der Strangspannung, nicht aber in der verketteten Spannung sichtbar und kann keinen Strom entsprechender Frequenz treiben. Bei Dreieckschaltung treibt diese Spannung einen Kreisstrom dreifacher Ständerfrequenz in der Ständerwicklung, der aber in den Netzzuleitungen nicht fließt und daher dort auch nicht messbar ist. Er kann aber bei hoch gesättigten Maschinen, bei denen $\hat{B}_{\delta,3}$ entsprechend groß ist, durchaus merkbare zusätzliche Stromwärmeverluste verursachen.

Bezüglich des Rotorkäfigs ($x_s = x_r + 2f_s\tau_p \cdot (1 - s) \cdot t$) bewegt sich die dritte Sättigungsoberwelle gemäß

$$B_{\delta,3}(x_r, t) = \hat{B}_{\delta,3} \cdot \cos\left(\frac{3x_r\pi}{\tau_p} - s \cdot 3\omega_s t\right) \tag{6.117}$$

und induziert daher im Käfig ein Rotorstromsystem $\nu = 3$ mit dreifacher Schlupffrequenz $s \cdot 3f_s$. Dieser harmonische Rotorstrom $I_{r\nu=3}$ verursacht zusätzliche Stromwärmeverluste im Käfig. Das von ihm erregte Rotorfeld hat ebenfalls eine Grundwelle mit dreifacher Grundpolpaarzahl und überlagert sich mit der dritten Sättigungsoberwelle. Ähnlich wie die Läufer-Grundwelle ist aber ihre Phasenlage relativ zur Welle (6.117) annähernd gegenphasig, sodass sie deren Amplitude deutlich vermindert. Man spricht vom „abgedämpften" dritten Oberfeld. Die Läuferrestfelder des harmonischen Rotorstroms $I_{r\nu=3}$ induzieren die Ständerwicklung gegebenenfalls ähnlich wie die Läuferrestfelder der Rotoroberströme zufolge der Ständerwicklungsoberwellen, doch ist dieser Effekt i. A. klein.

Bei Dreieckschaltung fließt der besagte Kreisstrom mit $3f_s$ in der Ständerwicklung, der in jedem Strang gleichphasig ist, was als Nullstromsystem bezeichnet wird. Daher erregt er ein stehendes Feld mit dreifacher Grundpolpaarzahl, das mit $3f_s$ pulsiert (Abb. 6.32). Dieses stehende pulsierende Feld kann gemäß Kap. 3 in zwei gegenläufige Feldwellen gleicher Polzahl, aber halber Amplitude zerlegt werden.

$$B_{\delta s,3}(x_s, t) = \frac{\hat{B}_{\delta s,3}}{2} \cdot \cos\left(\frac{3x_s\pi}{\tau_p} - 3\omega_s t\right) + \frac{\hat{B}_{\delta s,3}}{2} \cdot \cos\left(\frac{3x_s\pi}{\tau_p} + 3\omega_s t\right) \tag{6.118}$$

Die mitlaufende Welle als erster Term in (6.118) überlagert sich mit der Sättigungsharmonischen und induziert gemäß (6.119) gemeinsam mit ihr den Käfig in oben beschriebener Weise und wird entsprechend abgedämpft. Der zweite Term in (6.118) ist die gegenläufige Welle, die den Rotor gemäß (6.119) mit der Frequenz $3 \cdot (2 - s) \cdot f_s$ induziert.

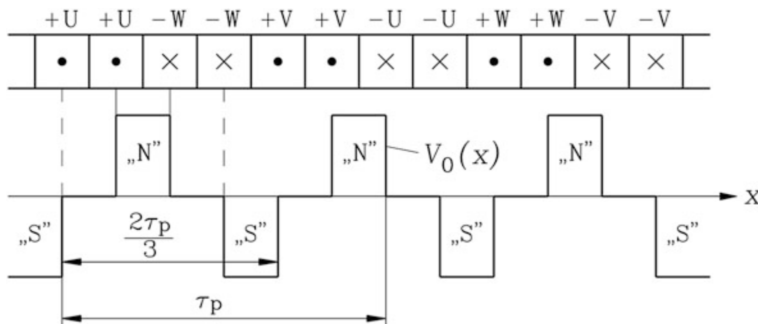


Abb. 6.32 Eine dreisträngige Einschichtwicklung mit $q = 2$ Nuten pro Pol und Strang wird mit einem Strom-Nullsystem gespeist. Die Stromverteilung ist in allen drei Strängen gleichartig und erzeugt daher eine stehende, mit der Frequenz des Nullstroms pulsierende Felderregerkurve $V_0(x)$ mit dreifacher Grundpolpaarzahl. Die Wellenlänge ist $2\tau_p/3$

$$B_{\delta s,3}(x_r, t) = \frac{\hat{B}_{\delta s,3}}{2}\left(\cos\left(\frac{3x_r\pi}{\tau_p} - 3s\omega_s t\right) + \cos\left(\frac{3x_r\pi}{\tau_p} + 3(2-s)\omega_s t\right)\right) \tag{6.119}$$

Es wird somit bei Dreieckschaltung ein weiteres Rotoroberstromsystem $I_{r\nu=3}$ induziert. Während das erste Oberstromsystem $I_{r\nu=3}$ wegen der Frequenz $3 \cdot s \cdot f_s$ den Läufer im Leerlauf bei $s = 0$ nicht induziert, verschwindet das zweite System bei $s = 2$ bzw. $n = -n_{syn}$. Dieses zweite Oberstromsystem ruft somit im Bereich des Bemessungsschlupfs entsprechende zusätzliche Stromwärmeverluste im Käfig hervor, sodass bei Dreieckschaltung und hoch gesättigten Maschinen höhere zusätzliche Verluste in der Stator- und Rotorwicklung zu erwarten sind als bei Sternschaltung.

Abschließend ist anzumerken, dass die Spannungsinduzierung in der Ständerwicklung durch Oberwellen bei parallelen Ständerwicklungszweigen erhöhter Aufmerksamkeit bedarf. Abhängig von der Ausführung dieser parallelen Wicklungszweige und abhängig von der Ordnungszahl, also Polzahl der induzierenden Feldoberwellen können auch Kreisströme zwischen parallelen Wicklungszweigen auftreten, die außerhalb dieser Parallelzweige nicht fließen und daher dort auch nicht messbar sind. Sie können ähnlich wie der Kreisstrom in der Dreieckwicklung je nach Höhe der Oberfelderamplitude und der Oberfelderfrequenz beträchtliche zusätzliche Stromwärmeverluste hervorrufen. Mit der Methode der Nutenspannungszeiger aus Kap. 4, angewandt auf jeden Wicklungsparallelzweig, wird überprüft, ob die Spannungen $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$ in parallelen Zweigen gleich groß sind, also gleiche Amplitude und Phasenlage haben. Dann tritt wegen $\underline{U}_1 = \underline{U}_2$ kein Kreisstrom auf. Sind die Spannungen in parallelen Zweigen von gleicher Amplitude, aber entgegen gesetzter Phasenlage $\underline{U}_1 = -\underline{U}_2$, dann tritt ein reiner Kreisstrom innerhalb der Schleife, gebildet aus beiden Parallelzweigen, auf. Sind die beiden Spannungen unterschiedlich $\underline{U}_1 \neq \underline{U}_2$, dann können sie gemäß

$$\underline{U}_p = \left(\underline{U}_1 + \underline{U}_2\right)/2 \quad \underline{U}_k = \left(\underline{U}_1 - \underline{U}_2\right)/2 \tag{6.120}$$

in jedem der beiden Parallelzweige in zwei Anteile (6.121) zerlegt werden.

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_p + \underline{U}_k \quad \underline{U}_2 = \underline{U}_p - \underline{U}_k \tag{6.121}$$

Der Spannungsanteil $\underline{U}_p$ ist in beiden Parallelzweigen identisch und treibt parallele Ströme; der Spannungsanteil $\underline{U}_k$ ist in beiden Zweigen entgegengesetzt und treibt daher einen unerwünschten Kreisstrom.

g) Einfluss der Nutöffnungen auf die Oberwellen Durch den Einfluss der Nutöffnungen sinkt das Luftspaltfeld unterhalb der Nutöffnungen (Heller und Hamata 1977; Binder 1990). Diese Feldabnahme wird im Folgenden vereinfacht durch einen rechteckförmigen Feldeinbruch so berücksichtigt, dass der gleiche Flussverlust je Nutteilung auftritt wie beim realen Feldverlauf (Abb. 6.33) (Weppler und Neuhaus 1969). Der Flussverlust des homogenen, radial durch den Luftspalt tretenden Magnetfelds $\hat{B}_\delta = \mu_0 V_\delta/\delta$ je Nutteilung τ_Q beträgt gemäß Kap. 3 $\Delta\Phi_Q = \zeta \cdot \delta \cdot l_e \cdot \hat{B}_\delta$, und wird über $\zeta \cdot \delta = \tau_Q \cdot (1 - 1/k_C)$

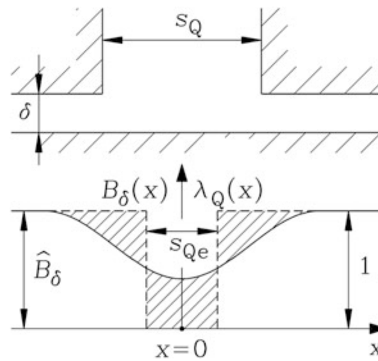


Abb. 6.33 Die effektive Nutschlitzbreite s_{Qe} einer stromlosen Nut, die einem Magnetfeld ausgesetzt ist, ergibt sich als jene Breite, wo das Feld Null gesetzt werden muss, um den gleichen Flussverlust zu erzeugen, der bei einem realen Feldverlauf unterhalb der Nutöffnung auftritt. $B_\delta(x)$: volle Linie, $\lambda_Q(x)$: gestrichelte Linie (Quelle: Binder 1988)

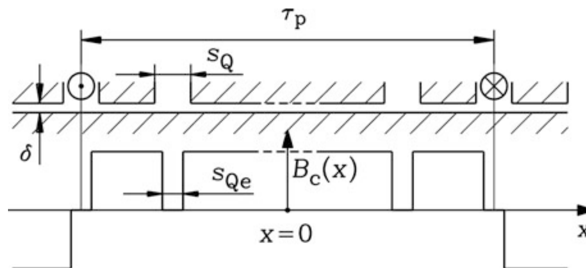


Abb. 6.34 Einfluss der Nutschlitzbreite s_Q auf das Luftspaltfeld einer periodischen Folge von ungesehnten Einschicht-Spulen bei einseitiger Nutung: Unter den Nutöffnungen ist die Luftspaltflussdichte im Bereich der „effektiven" Nutschlitzbreite Null (Quelle: Binder 1988)

durch den Carter-Faktor k_C ausgedrückt. Das Feld ist je Nutteilung über der „effektiven Nutschlitzbreite" s_{Qe} Null.

$$s_{Qe} = \zeta \cdot \delta = \tau_Q \cdot (k_C - 1)/k_C \tag{6.122}$$

Kombiniert man die in Kap. 3 eingeführte magnetische Spannungsverteilung einer periodischen Spulenfolge mit vernachlässigter Nutschlitzbreite $V_c(x)$ mit Abb. 6.33 zur Berücksichtigung der einseitigen Nutung, so erhalten wir den Verlauf der radialen Luftspaltflussdichte $B_\delta(x)$ in Abb. 6.34 (Kolbe 1983). Der Betrag der Luftspaltflussdichte ist außerhalb der effektiven Nutschlitzbreite $\mu_0 N_c I_c/(2\delta)$ und innerhalb von s_{Qe} Null. Die Entwicklung dieser Funktion als Fourier-Cosinus-Reihe mit dem Ursprung $x = 0$ in der Spulenmitte (Spulenachse) im Bereich positiver magnetischer Flussdichte analog zu Kap. 3 ergibt für eine Statorspule

$$B_{\delta\mathrm{s}}(x) = \sum_{\nu} \hat{B}_{\delta\mathrm{s,c},\nu} \cdot \cos(\nu\pi x/\tau_\mathrm{p}) \qquad \nu = 1, 3, 5, \ldots \tag{6.123}$$

$$\hat{B}_{\delta\mathrm{s,c},\nu} = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{2N_\mathrm{c}I_\mathrm{c}}{\nu\pi} \cdot k_{\mathrm{p}\nu} \cdot (\zeta_{\mathrm{Qs}\nu}/k_\mathrm{Cs}) \tag{6.124}$$

mit dem Sehnungsfaktor $k_{\mathrm{p}\nu} = \sin(\nu\pi/2)$, dem Nutverstärkungsfaktor $\zeta_{\mathrm{Qs}\nu}$ und dem Carter-Faktor k_Cs der einseitigen Statornutung (Index s für Stator!). Allgemein gilt für einseitige Nutung:

$$\zeta_{\mathrm{Q}\nu} = k_\mathrm{C} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi\cdot\tau_\mathrm{Q}}{2\tau_\mathrm{p}\cdot k_\mathrm{C}}\right)}{\sin\left(\frac{\nu\pi\cdot\tau_\mathrm{Q}}{2\tau_\mathrm{p}}\right)} = k_\mathrm{C} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi p}{Q\cdot k_\mathrm{C}}\right)}{\sin\left(\frac{\nu\pi p}{Q}\right)} \tag{6.125}$$

Die Nutzahl pro Polpaar Q/p ist bei dreisträngigen Ganzlochwicklungen zumindest 6. Für die Grundwelle $\nu = 1$ ergibt sich aus (6.125) wegen $\alpha = \pi p/Q << 1$ und $\sin\alpha \approx \alpha$ über den Kehrwert des Carter-Faktors der einseitigen Nutung von Kap. 3 eine Nutverstärkung 1, sodass die Grundwelle mit dem „ideellen" Luftspalt der einseitigen Nutung $k_\mathrm{C}\cdot\delta$ gemäß Kap. 3 berechnet wird.

$$\zeta_{\mathrm{Q}1} = k_\mathrm{C} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi p}{Q\cdot k_\mathrm{C}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi p}{Q}\right)} \approx k_\mathrm{C} \cdot \frac{\frac{\pi p}{Q\cdot k_\mathrm{C}}}{\frac{\pi p}{Q}} = k_\mathrm{C} \cdot \frac{1}{k_\mathrm{C}} = 1 \tag{6.126}$$

Für vernachlässigte Nutschlitzbreiten $s_\mathrm{Q} = 0$ sind der Carter-Faktor und sämtliche Nutverstärkungsfaktoren Eins: $\zeta_\nu\,(k_\mathrm{C} = 1) = 1$. Für die einseitige Statornutung wird der Nutverstärkungsfaktor $\zeta_{\mathrm{Qs}\nu}$(6.125) mit dem Carter-Faktor der Statornutung k_Cs und für die Rotornutung $\zeta_{\mathrm{Qr}\mu}$ mit k_Cr berechnet (Kolbe 1983). Das resultierende Stator-Luftspaltfeld (6.127) bei einseitiger Statornutung ergibt sich für $x = x_\mathrm{s}$ wie in Kap. 3 als Superposition der Spulenfelder.

$$B_{\delta\mathrm{s}}(x,t) = \sum_{\nu} \hat{B}_{\delta\mathrm{s}\nu} \cdot \cos(\nu\pi x/\tau_\mathrm{p} - \omega t)$$
$$\nu = 1 + 2mg \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{6.127}$$

$$\hat{B}_{\delta\mathrm{s}\nu} = \frac{\mu_0}{\delta\cdot k_\mathrm{Cs}} \cdot \frac{\sqrt{2}\cdot m\cdot N\cdot I}{\nu\cdot p\cdot\pi} \cdot k_{\mathrm{ws}\nu} \cdot \zeta_{\mathrm{Qs}\nu} \tag{6.128}$$

Für den Käfigläufer gilt bei Berücksichtigung der einseitigen Rotornutung:

$$B_{\delta\mathrm{r}\nu}(x,t) = \sum_{\mu_\nu} \hat{B}_{\mathrm{r}\mu_\nu} \cdot \cos(\mu_\nu\pi x/\tau_\mathrm{p} - s_\nu\omega_\mathrm{s}t) \tag{6.129}$$

$$\hat{B}_{\delta\mathrm{r}\mu_\nu} = \frac{\mu_0}{\delta\cdot k_\mathrm{Cr}} \cdot \frac{\sqrt{2}\cdot Q_\mathrm{r}\cdot I_{\mathrm{r}\nu}}{2\cdot\mu_\nu\cdot p\cdot\pi} \cdot \zeta_{\mathrm{Qr}\mu_\nu} \quad \mu_\nu = \nu + g\cdot\frac{Q}{p} \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{6.130}$$

Durch den Nutverstärkungsfaktor werden vor allem die Amplituden der nutharmonischen Oberwellen erhöht, wie Beispiel 6.14 zeigt.

Beispiel 6.14

Berechnen Sie für eine vierpolige, dreisträngige, ungesehnte Drehfeldwicklung in 36 Ständernuten bei ungenutetem Eisenrotor mit den Parametern $s_Q/\delta = 4.5$, $\tau_Q/s_Q = 3.33$

1. den Carter-Faktor, die auf die Nutschlitzbreite bezogene effektive Nutschlitzbreite s_{Qe}/s_Q,
2. den Wicklungsfaktor und den Quotienten $\zeta_{Q\nu}/k_C$ bis zum zweiten Nutharmonischenpaar für $\mu_{Fe} \to \infty$.

Lösung:

1) Mit den Parametern Lochzahl $q = 3$, Strangzahl $m = 3$, Polzahl $2p = 4$, Nutzahl $Q = 36$ folgen der Carter-Faktor $k_C = 1.166$ und die effektive Nutschlitzbreite/Schlitzbreite: $s_{Qe}/s_Q = 0.474$.
2) Bei 18 Nuten pro Polpaar sind die Ordnungszahlen des 2. Nutharmonischenpaars –35, 37. Die Ergebnisse sind in Tab. 6.10 zusammengefasst.

Fazit:
Die Wirkung der Nutöffnungen bei einseitiger Nutung und konstantem Luftspalt kann für das Luftspaltfeld über eine Multiplikation der in Kap. 3 bestimmten Feldamplituden mit dem Nutverstärkungsfaktor erfolgen. Vor allem die Amplituden der nutharmonischen Oberwellen werden teilweise beträchtlich verstärkt, während die Amplitude der Grundwelle und die der meisten anderen Oberwellen verringert werden. Die Verringerung der Grundwellenamplitude wird durch den Carter-Faktor (Kap. 3) ausgedrückt.

Tab. 6.10 Wicklungs- und Nutverstärkungsfaktor für die Ordnungszahlen bis zum 2. Nutharmonischenpaar für eine ungesehnte, dreisträngige Ganzlochwicklung $q = 3$ bei einseitiger Nutung mit den Parametern $s_Q/\delta = 4.5$, $\tau_Q/s_Q = 3.33$

ν	$k_{w\nu}$	$\zeta_{Q\nu}/k_C$
1	0.9598	0.8590
–5	–0.2176	0.8885
7	0.1774	0.9221
–11	–0.1774	1.0611
13	0.2176	1.2144
–17	–0.9598	3.2336
19	–0.9598	–1.6840
–23	0.2176	0.3885
25	–0.1774	0.6023
–29	0.1774	0.9921
31	–0.2176	1.3021
–35	0.9598	4.9742
37	0.9598	–3.8968

Der Einfluss der beidseitigen Nutung z. B. für das Statorfeld wird durch die beschriebene einseitige Statornutung und eine zusätzliche Modulation des magnetischen Widerstands des Luftspalts infolge der Nutung des genuteten Rotors berücksichtigt. Ähnlich wie in Abschn. 6.5f) wird eine Rotornut-Leitwertfunktion (6.131) bestimmt, die mit dem Statorfeld der einseitigen Nutung multipliziert wird. Gemäß Abb. 6.34 ist der bezogene magnetische Widerstand des Luftspalts je Rotornutteilung τ_{Qr} infolge der Läufernutung im Bereich der effektiven Rotornutschlitzbreite s_{Qre} Null und ansonsten Eins. Der Ursprung der Rotorumfangskoordinate x_r wird in die Mitte einer Läufernutöffnung gelegt, weil auch die Läuferfeldverteilung ihren Koordinatenursprung in Nutmitte hat.

$$\lambda_{Qr}(x_r) = \begin{cases} 0, & -s_{Qre}/2 \leq x_r \leq s_{Qre}/2 \\ 1, & -\tau_{Qr}/2 \leq x_r \leq s_{Qre}/2 \text{ und } s_{Qre}/2 \leq x_r \leq \tau_{Qre}/2 \end{cases} \tag{6.131}$$

Der mittlere magnetische Widerstand des Luftspalts infolge der Läufernutschlitzöffnungen ist der Kehrwert des Carter-Faktors der Läufernutung k_{Cr}.

$$\lambda_{Qr,av} = \frac{\tau_{Qr} - s_{Qre}}{\tau_{Qr}} = \frac{1}{1/\left[1 - \zeta(s_{Qr}/\delta) \cdot \delta/\tau_{Qr}\right]} = \frac{1}{k_{Cr}} \tag{6.132}$$

Die Fourier-Cosinusreihe der mit der Rotornutteilung τ_{Qr} periodischen Rechteckfunktion (6.131) hat sowohl gerade als auch ungerade Ordnungszahlen l.

$$\lambda_{Qr}(x_r, t) = \frac{1}{k_{Cr}} \cdot \left(1 - \sum_l \lambda_{rl} \cdot \cos(l \cdot Q_r \pi x_r/(p\tau_p))\right) \quad l = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \tag{6.133}$$

$$\lambda_{rl} = 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{l\pi}{k_{Cr}} \cdot (k_{Cr} - 1)\right)}{\frac{l\pi}{k_{Cr}}} \tag{6.134}$$

Beispiel 6.15

Berechnen Sie für eine Rotornutung mit den Parametern $s_{Qr}/\delta = 4.5$, $\tau_{Qr}/s_{Qr} = 3.33$ den Carter-Faktor und die Amplituden der ersten fünf Nutleitwertwellen.

Lösung:
Carter-Faktor: $k_{Cr} = 1.166$
Die Ergebnisse der Nutleitwertwellen sind in Tab. 6.11 zusammengefasst.

Tab. 6.11 Amplituden der ersten fünf Nutleitwertwellen der Rotornutung mit den Parametern $s_{Qr}/\delta = 4.5$, $\tau_{Qr}/s_{Qr} = 3.33$

l	1	2	3	4	5
λ_{rl}	0.3207	0.2892	0.2409	0.1812	0.1169

Die Multiplikation von (6.127) und (6.133) ergibt

a) das ursprüngliche Feld (6.127) des Stators der einseitigen Nutung, vermindert um den Carter-Faktor der Rotornutung $B_{\delta s}(x_s, t)/k_{Cr}$, und
b) mit den Rotornutleitwertwellen modulierte Statorwellen,

$$-\sum_{\nu}\sum_{l}\hat{B}_{\delta s\nu}\cdot(\lambda_{rl}/k_{Cr})\cdot\cos(\nu\pi x_s/\tau_p-\omega_s t)\cdot\cos(l\cdot Q_r\pi x_r/(p\tau_p))$$

sodass sowohl in a) als auch b) der ideelle Luftspalt $\delta_e = \delta\cdot k_{Cs}k_{Cr}$ der beidseitigen Nutung auftritt Mit der Transformation auf die statorfeste Umfangskoordinate x_s und mit Anwendung des trigonometrischen Summensatzes erhalten wir dadurch zusätzliche Feldwellen im Luftspalt,

$$B_{\delta s\nu l}(x_s, t) = -\frac{\hat{B}_{\delta s\nu}\cdot\lambda_{rl}}{2k_{Cr}}\cdot\cos\left((\nu\pm lQ_r/p)\cdot\pi x_s/\tau_p-\omega_{sl}t\right) \quad (6.135)$$

$$\omega_{sl} = \omega_s\cdot\left(1+(1-s)\cdot(\pm l)\cdot\frac{Q_r}{p}\right) \quad (6.136)$$

deren Ordnungszahlen identisch mit den Ordnungszahlen der Rotor-Feldoberwellen (6.112) (Läuferrestfelder) sind, denn wir können $\pm l$ formal durch $g_{rQ} = \pm 1, \pm 2, \ldots$ ersetzen. Diese zusätzlichen Feldoberwellen der gegenseitigen Nutung verstärken die Wirkung der Läuferrestfelder. In gleicher Weise werden die Läuferfelder der einseitigen Läufernutung mit der Nutleitwertfunktion der Ständernutung multipliziert, und wir erhalten

a) das ursprüngliche Läuferfeld der einseitigen Rotornutung, vermindert um den Carter-Faktor der Statornutung $B_{\delta r}(x_r, t)/k_{Cs}$, und
b) mit den Statornutleitwertwellen modulierte Rotorwellen.

$$-\sum_{\mu_\nu}\sum_{l'}\hat{B}_{\delta r\mu_\nu}\cdot(\lambda_{sl'}/k_{Cs})\cdot\cos(\nu\pi x_r/\tau_p-s_\nu\omega_s t)\cdot\cos(l'\cdot Q_s\pi x_s/(p\tau_p))$$

Mit der Transformation auf die statorfeste Umfangskoordinate x_s und mit Anwendung des trigonometrischen Summensatzes erhalten wir dadurch zusätzliche Feldwellen im Luftspalt.

$$B_{\delta r\mu_\nu l'}(x_s, t) = -\frac{\hat{B}_{\delta r\mu_\nu}\cdot\lambda_{sl'}}{2k_{Cs}}\cdot\cos\left((\mu_\nu\pm l'Q_s/p)\cdot\pi x_s/\tau_p-\omega_{s\mu_\nu}t\right) \quad (6.137)$$

Die Ordnungszahlen dieser zusätzlichen Felder der gegenseitigen Nutung haben die Ordnungszahlen $\mu_\nu \pm l'\cdot Q_s/p$, die für $\mu_\nu = \nu$ identisch mit den Ordnungszahlen der Ständernutharmonischen sind. Somit werden die nutharmonischen Ständerfelder durch die gegenseitige Nutung ebenfalls verstärkt.

Von Bedeutung bei der gegenseitigen Nutung sind wegen ihrer relativ großen Amplituden die Modulationen der Ständer- und Läufergrundwelle $\nu = 1$ bzw. $\mu_{\nu=1} = \mu = 1$ mit den Nutleitwert-Grundwellen der Stator- bzw. Rotornutung $l' = 1$ und $l = 1$. Es ergeben sich aus der Modulation der Ständergrundwelle, deren Phasenlage durch den Ständerstrom $\underline{I}_s$ bestimmt ist, mit der Läufernutung ein Nutungswellenpaar mit den Ordnungszahlen $1 \pm Q_r/p$, also mit denselben Polpaarzahlen und Frequenzen wie bei dem ersten Läufernutharmonischenpaar des Läufergrundstroms, deren Phasenlagen durch $\underline{I}_r$ bestimmt sind. Es sind daher diese beiden Wellenpaare phasenrichtig zu addieren, um die Wirkung des ersten Läufernutharmonischenpaars richtig zu erfassen. In gleicher Weise ergeben sich aus der Modulation der Läufergrundwelle des Läufergrundstroms, deren Phasenlage durch den Läuferstrom $\underline{I}_r$ bestimmt ist, mit der Ständernutung ein Nutungswellenpaar mit den Ordnungszahlen $1 \pm Q_s/p$, also mit denselben Polpaarzahlen und Frequenzen wie bei dem ersten Ständernutharmonischenpaar des Ständerstroms, deren Phasenlagen durch $\underline{I}_s$ bestimmt sind. Es sind daher auch diese beiden Wellenpaare phasenrichtig zu addieren, um die Wirkung des ersten Ständernutharmonischenpaars richtig zu erfassen.

Fallweise werden auch noch wegen ihrer teilweise relativ großen Wellenlängen die Modulationen des ersten Ständer- und Läufernutharmonischenpaars $\nu = 1 \pm Q_s/p$ bzw. $\mu_{\nu=1} = \mu = 1 \pm Q_r/p$ mit den Nutleitwert-Grundwellen der Stator- bzw. Rotornutung $l' = 1$ und $l = 1$ berücksichtigt. Es ergeben sich in beiden Fällen vier Wellen als Modulationsprodukte mit den Ordnungszahlen

$$\nu_1 = 1 + Q_s/p + Q_r/p, \nu_2 = 1 - Q_s/p + Q_r/p,$$
$$\nu_3 = 1 + Q_s/p - Q_r/p, \nu_4 = 1 - Q_s/p - Q_r/p.$$

Die Wellen mit den niedrigen Ordnungszahlen ν_2 und ν_3 werden als „nutdifferenzharmonische" Oberwellen bezeichnet, deren lange Wellenlängen durch die Schrägung deutlich weniger beeinflusst werden als die kurzwelligen Nutharmonischen. Deswegen können sie trotz ihrer vergleichsweise kleinen Amplitude fallweise für parasitäre Effekte von Bedeutung sein. Meistens wird aber ihre Wirkung bei der Berechnung der Oberwelleneffekte gegenüber den dominanten Nutharmonischen vernachlässigt.

Weiter wirken die Nutöffnungen infolge der effektiven Nutschlitzbreiten als um dieses Maß verringerte magnetisch wirksame Statorspulen- und Rotormaschenflächen. So wird z. B. die Maschenbreite von τ_{Qr} auf das Maß $2d_r = \tau_{Qr} - s_{Qre}$ verringert, sodass der Maschenfluss des ν-ten Ständeroberfelds (6.59) mit dem Integral (6.75), aber mit den Integrationsgrenzen $x_1 = z \cdot b_{sk}/l_e - d_r$, $x_2 = z \cdot b_{sk}/l_e + d_r$, $z_1 = -l_e/2$, $z_2 = l_e/2$ unter Beachtung von $k_{Cr} = \tau_{Qr}/(2d_r)$ gemäß (6.138) berechnet wird.

$$\Phi_{sh\nu} = \frac{2p\tau_p l_e}{Q_r} \cdot \hat{B}_{\delta s\nu} \cdot \frac{\zeta_{Qr\nu}}{k_{Cr}} \cdot \eta_\nu k_{sk\nu} \tag{6.138}$$

Der Scheitelwert des Maschenflusses der ν-ten Ständeroberwelle steigt somit bei Berücksichtigung des Nutschlitzeinflusses um den Faktor $\zeta_{Qs\nu} \cdot \zeta_{Qr\nu}/(k_{Cs}k_{Cr})$ gegenüber

(6.75), da bereits $\hat{B}_{\delta s\nu}$ gemäß (6.128) um $\zeta_{Qs\nu}/k_{Cs}$ vergrößert ist. Für $\nu = 1$ ergibt sich $\zeta_{Qs1} \cdot \zeta_{Qr1} \approx 1$ und über $k_{Cs}k_{Cr}$ der resultierende ideelle Luftspalt δ_e. Der Rotormaschenfluss des Läuferfelds (6.70) sinkt ebenfalls um den Wert $2d_r/\tau_{Qr} = 1/k_{Cr}$ wegen der kleineren Maschenfläche. Infolge der Statornutung (Leitwertfunktion $\lambda_{Qs}(x_s)$) sinkt der Maschenfluss weiter um den mittleren magnetische Widerstand $\lambda_{Qs,av} = 1/k_{Cs}$ des Luftspalts gemäß (6.139), sodass anstelle von δ wieder der ideelle Luftspalt $\delta_e = \delta \cdot k_{Cs}k_{Cr}$ wirksam ist.

$$\underline{\Phi}_{rh\nu} = \frac{\mu_0}{\delta \cdot k_{Cs}k_{Cr}} \cdot \frac{2p\tau_p l_e}{Q_r} \cdot \sqrt{2}\underline{I}_{Ring\nu} \tag{6.139}$$

Anstelle von (6.72) ist daher die Rotorhauptreaktanz $X_{rhQ\nu}$ mit dem ideellen Luftspalt wirksam, wie dies bereits in Kap. 3 erläutert wurde.

$$X_{rhQ\nu} = \omega_s\mu_0 \cdot \frac{Q_r}{4\pi^2} \cdot \frac{2p\tau_p l_e}{\delta_e} \cdot \frac{1}{(\nu \cdot p)^2} \cdot \frac{1}{\eta_\nu^2} \tag{6.140}$$

Daher tritt an die Stelle von (6.79) der nachfolgende Ausdruck (6.141) für die Berechnung der Käfigoberströme, wenn die oben beschriebene Modulation der Feldwellen durch die gegenseitige Nutung vernachlässigt und nur der Mittelwert der Nutleitwertsfunktionen $\lambda_{Qs}(x)$, $\lambda_{Qr}(x)$ verwendet wird.

$$\underline{I}_{r\nu} = -j\frac{s_\nu X_{rhQ\nu} \cdot 2 \cdot (m_s/Q_r) \cdot N_s k_{ws\nu}\eta_\nu^2 k_{sk\nu}\zeta_{Qs\nu}\zeta_{Qr\nu}}{R_{r\nu} + js_\nu \cdot \left(X_{r\sigma\nu} + X_{rhQ\nu}\right)} \cdot \underline{I}_s \tag{6.141}$$

In gleicher Weise wird gemäß Abb. 6.34 die flussführende Fläche jeder Statorspule um die Fläche der effektiven Statornutschlitze verringert, sodass sich die ν-te Hauptreaktanz (6.87) um den resultierenden Carter-Faktor verringert und um den Faktor $\zeta_{Qs\nu}^2/k_{Cs}$ erhöht

$$X_{shQ\nu} = \omega_s\mu_0 \cdot \frac{m_s}{\pi^2} \cdot \frac{2p\tau_p l_e}{\delta_e} \cdot \frac{(N_s k_{ws\nu})^2 \zeta_{Qs\nu}^2/k_{Cs}}{(\nu \cdot p)^2} \tag{6.142}$$

Mit (6.143) wird dann anstelle (6.88) der Statorstrom bei gegebener Statorstrangspannung $\underline{U}_s$ berechnet.

$$\underline{U}_s = \left(R_s + jX_{s\sigma Q+b}\right) \cdot \underline{I}_s + \sum_\nu jX_{shQ\nu} \cdot \left(\underline{I}_s + \frac{Q_r k_{sk\nu}\zeta_{Qr\nu}}{2m_s N_s k_{ws\nu}\zeta_{Qs\nu}}\underline{I}_{r\nu}\right) \tag{6.143}$$

Fazit:
Durch den Einfluss der Nutöffnungen werden die Amplituden der statornutharmonischen Feldoberwellen und sämtlicher Läuferoberwellen der Käfigwicklung verstärkt, sodass die Amplituden der Oberströme im Käfig i. A. höher ausfallen als gemäß (6.79). Diese Erhöhung wird durch die Nutverstärkungsfaktoren bestimmt. Um den Einfluss der Nutöffnungen klein zu halten, werden Niederspannungs-Asynchronmaschinen mit halbgeschlossenen Ständernuten und Käfigläufer mit halbgeschlossenen oder geschlossenen Rotornuten ausgeführt. Bei Hochspannungsmaschinen müssen wegen des Einlegens der vorgefertigten

Statorspulen die Statornuten offen sein. Durch magnetisierbare Keile (μ_{rel} ca. 5 ... 10) wird aber der Einbruch des Luftspaltfelds unter der Nutöffnung soweit verringert, dass die Nuten wie halbgeschlossen wirken.

6.6 Zusätzliche Drehmomente durch Oberwellen

a) Asynchrone Oberwellenmomente: Die Käfigoberströme $I_{r\nu}$ erzeugen tangentiale Lorentz-Kräfte mit den Statorfeldoberwellen $B_{\delta s\nu}$, die die zusätzliche Luftspaltmomente $M_{e,\nu}$ (6.96), die „asynchronen Oberwellenmomente", hervorrufen. Für den Spezialfall $\nu = 1$ ist dies das Grundwellen- bzw. Nutzmoment der Asynchronmaschine, das bei vernachlässigtem Widerstand der Ständerwicklung durch die Kloss-Funktion beschrieben wird. Aus (6.92), (6.94), (6.95) folgt das asynchrone Oberwellenmoment $M_{e,\nu}$ der ν-ten Ständeroberwelle direkt aus den Käfigverlusten des ν-ten Käfigoberstroms.

$$M_{e,\nu} = \frac{\nu \cdot Q_r \cdot R_{r\nu} \cdot I_{r\nu}^2}{s_\nu \cdot 2\pi \cdot n_{syn}} \tag{6.144}$$

Bei $s_\nu = 0$ ist $I_{r\nu} = 0$ und damit auch das entsprechende asynchrone Oberwellenmoment. Daher tritt wegen $s_\nu = 1-\nu\cdot(1-s) = 1-\nu+\nu\cdot s$ der „Leerlaufschlupf" des ν-ten asynchronen Oberwellenmoments bei

$$s_{0\nu} = 1 - 1/\nu \tag{6.145}$$

auf, also für $\nu = -5$ bei $s = 1.2$ im Gegenstrombremsbereich, bei $\nu = 7$ bei $s = 0.86$ im Anlaufbereich, allgemein bei negativen Ordnungszahlen stets im Gegenstrombremsbereich zwischen den Schlüpfen 1 ... 1.2, bei positiven Ordnungszahlen im Anlaufbereich zwischen den Schlüpfen 0.86 ... 1 (Abb. 6.35). Wegen $\nu/s_\nu = 1/(s - s_{0\nu})$ ist in (6.144) das asynchrone Oberwellenmoment für $s > s_{0\nu}$ positiv, für $s < s_{0\nu}$ negativ. Daher bremsen die asynchronen Oberwellenmomente im motorischen Betriebsbereich der Asynchronmaschine zwischen den Schlüpfen 0 ... 0.86 und im Generatorbereich $s < 0$. Ebenso bremsen sie im Gegenstrombereich für Schlüpfe $s > 1.2$. Im Schlupfbereich 0.86 ... 1.2 kompensieren sich die Oberwellenmomente mit positiven und negativen Ordnungszahlen teilweise. Wird in (6.144) die Käfigstromwärme z. B. bei vernachlässigtem Nutschlitzeinfluss gemäß (6.93) eingesetzt, so ergibt sich eine Abhängigkeit der asynchronen Oberwellenmomente (6.146) vom Oberwellenschlupf in der Form einer Kloss-Funktion (6.147), wobei das harmonische Kippmoment $M_{b,\nu}$ auch vom Ständerstrom und damit vom Schlupf s abhängt.

$$M_{e,\nu} = \frac{\nu}{2\pi n_{syn}} \cdot \frac{s_\nu Q_r R_{r\nu} \cdot (X_{rh\nu} \cdot 2 \cdot (m_s/Q_r) \cdot N_s k_{ws\nu} \eta_\nu^2 k_{sk\nu})^2}{R_{r\nu}^2 + s_\nu^2 \cdot (X_{r\sigma\nu} + X_{rh\nu})^2} \cdot I_s^2(s) \tag{6.146}$$

$$M_{e,\nu} = M_{b,\nu}(s) \cdot \frac{2}{\dfrac{s_\nu}{s_{b\nu}} + \dfrac{s_{b\nu}}{s_\nu}}, \quad s = \frac{s_\nu}{\nu} + s_{0\nu} \tag{6.147}$$

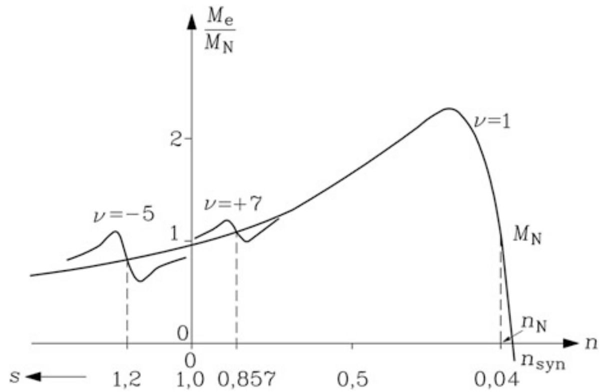


Abb. 6.35 Grundwellenmoment und die beiden asynchronen Oberwellenmomente der 5. und 7. Ständeroberwelle (Daten siehe Text)

$$M_{b,\nu}(s) = \frac{\nu}{2\pi n_{syn}} \cdot \frac{Q_r \cdot (X_{rh\nu} \cdot 2 \cdot (m_s/Q_r) \cdot N_s k_{ws\nu} \cdot \eta_\nu^2 k_{sk\nu})^2}{2R_{r\nu} \cdot (X_{r\sigma\nu} + X_{rh\nu})} \cdot I_s^2(s) \tag{6.148a}$$

$$M_{b,\nu} \cong \frac{\nu}{2\pi n_{syn}} \cdot \frac{Q_r \cdot (X_{rh\nu} \cdot 2 \cdot (m_s/Q_r) \cdot N_s k_{ws\nu} \cdot \eta_\nu^2 k_{sk\nu})^2}{2R_{r\nu} \cdot (X_{r\sigma\nu} + X_{rh\nu})} \cdot I_{s1}^2 \tag{6.148b}$$

Da die Extremwerte der asynchronen Oberwellenmomente bei Schlupfwerten zwischen ca. 0.7 … 1.3 liegen, wo der Ständerstrom annähernd die Größe des Kurzschlussstroms I_{s1} hat und sich nur geringfügig von $s = 0.7$ bis 1.3 erhöht, wird in (6.146) und (6.148a) näherungsweise der Ständerstrom gemäß (6.148b) konstant gesetzt: $I_s = I_{s1}$. Dann ist bei den beiden harmonischen Kippschlüpfen

$$s_{b\nu} = \pm\frac{R_{r\nu}}{X_{r\sigma\nu} + X_{rh\nu}} \tag{6.149}$$

das ν-te asynchrone Oberwellenmoment maximal: $M_{e,\nu}(s_{b\nu}) = M_{b,\nu}(I_{s1})$, siehe (6.148b). Wegen der hohen harmonischen Läufer-Oberfeldstreuung (siehe Abschn. 6.5) ist $X_{r\sigma\nu} + X_{rh\nu} >> R_r$; deshalb liegen die harmonischen Kippschlüpfe nahe beim harmonischen Leerlaufpunkt $s_\nu = 0$ bzw. $s = s_{0\nu}$. Daher haben die asynchronen Oberwellenmomente einen „spitzen" Verlauf über dem Schlupf (Abb. 6.35). Dies gilt innerhalb der in Abschn. 6.5 getroffenen Voraussetzung, dass zwischen den einzelnen Stäben des Käfigs über die dazwischen liegenden Eisenzähne kein Strom fließt („isolierter Käfig"). Diese Verläufe der asynchronen Oberwellenmomente sind der Kloss-Funktion des Grundwellenmoments als i. A. störende, weil bremsende „Oberwellenmotoren" überlagert und verzerren die Drehmomentkurve. Sie verringern sie im Anlaufbereich und erhöhen sie um Gegenstrombremsbereich. Für den Generatorbetrieb haben sie wegen ihrer dort bereits sehr kleinen Werte geringe Bedeutung. Durch Schrägung des Käfigs um z. B. eine Ständernutteilung kann man gezielt die induzierende Wirkung der ständernutharmonischen Oberwellen auf den Käfig nahezu Null setzen (in (6.148) wird der Schrägungsfaktor $k_{sk\nu}$ nahezu Null), sodass die zugehörigen Rotoroberströme und die von ihnen verursachten asynchronen Oberwellenmomente nahezu verschwinden.

In Abb. 6.35 sind – auf das Bemessungsmoment beim Bemessungsschlupf 0.04 bezogen – das Grundwellenmoment im Schlupfbereich $s = 0 \dots 1.5$ und die asynchronen Oberwellenmomente der 5. und 7. Statoroberwelle im Schlupfbereich $s = 1 \dots 1.4$ bzw. $s = 0.7 \dots 1$ für folgende Maschinendaten dargestellt: 4-poliger Käfigläufer-Asynchronmotor, 36 Stator- und 28 Rotornuten, ungeschrägt, Stator-Einschichtwicklung, isolierter Läuferkäfig, $R_s/X_s = 1/100$, $R_r/X_r = 1.3/100$, $\sigma = 0.067$, $X_s = X'_r = 3Z_N$, $Z_N = U_N/I_N$. Der Einfluss der Nutschlitzbreiten und der schlupfabhängigen Eisensättigung wurde vernachlässigt. Da sich im Schlupfbereich $s = 0.7 \dots 1.4$ der Statorstrom nur geringfügig erhöht, ähneln die Verläufe der asynchronen Oberwellenmomente der Kloss-Funktion.

b) Synchrone Oberwellenmomente: Die Läuferfeldwellen mit der Ordnungszahl $\mu_\nu = \nu$, die von den Rotoroberströmen $I_{r\nu}$ erregt werden, bilden – wie besprochen – mit den ν-ten Ständeroberwellen gleicher Wellenlänge und Umlaufgeschwindigkeit die zeitlich konstanten asynchronen Oberwellenmomente. Ihr Wert hängt vom Schlupf s ab. Dieselben Rotoroberströme $I_{r\nu}$ und der Rotorgrundstrom $I_{r\nu=1} = I_r$ erregen aber auch die Läuferrestfelder mit den Ordnungszahlen $\mu_\nu \neq \nu$, die – falls deren Wellenlänge mit jener einer ν-ten Statoroberwelle übereinstimmt – ebenfalls mit dieser ein Drehmoment bilden. Da aber die Umlaufgeschwindigkeiten dieser Läuferwellen i. A. nicht mit jenen der Statoroberwellen übereinstimmen, sind diese Drehmomente nicht zeitlich konstant, sondern pulsieren mit einer Frequenz, die zur Differenz der Umlaufgeschwindigkeiten der beiden beteiligten Feldwellen proportional ist (Heller und Klima 1970a)

Vor allem die Läuferrestfelder des Rotorgrundstroms $I_{r\nu=1} = I_r$ sind ausreichend groß, sodass ihre Wirkung das Betriebsverhalten der Asynchronmaschine beeinflusst. Die Wirkung der Läuferrestfelder der Rotoroberströme hinsichtlich dieser pulsierenden Drehmomentbildung ist i. A. klein und wird hier nicht weiter betrachtet. Nur bei einem bestimmten Schlupfwert $s = s^*$ sind die Umlaufgeschwindigkeiten der betrachteten Läufer- und Ständeroberwelle gleicher Wellenlänge gleich, sodass dann das Drehmoment zeitlich konstant ist. Bei allen anderen Schlupfwerten pulsiert es. Damit verhalten sich die beiden Feldwellen bei $s = s^*$ wie eine Synchronmaschine (Kap. 8), die nur bei der Synchrondrehzahl ein zeitlich konstantes Drehmoment entwickelt, während das Drehmoment bei allen anderen Drehzahlen mit dem Mittelwert Null pulsiert. Deshalb nennt man diese parasitären Oberwellenmomente „synchrone Oberwellenmomente". Zur Berechnung des Schlupfes s^* betrachten wir eine vom Statorstrom I_s erregte ν-te Statoroberwelle

$$\hat{B}_{\delta s,\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x_s}{\tau_p} - \omega_s t\right) \quad \hat{B}_{\delta s,\nu} \sim I_s \quad \nu = 1 + 2 \cdot m \cdot g_s \quad g_s = \pm 1, \pm 2, \dots \tag{6.150}$$

und eine vom Rotorstrom I_r erregte μ-te Rotoroberwelle.

$$B_{\delta r,\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x_r}{\tau_p} - s\omega_s t\right) \quad \hat{B}_{\delta r,\mu} \sim I_r \quad \mu = 1 + \frac{Q_r}{p} g_r \quad g_r = \pm 1, \pm 2, \dots \tag{6.151}$$

Gleiche Wellenlängen ergeben sich bei gleichen Beträgen der Ordnungszahlen.

$$|\nu| = |\mu| \quad \Rightarrow \quad \nu = \mu \quad \text{bzw.} \quad \nu = -\mu \tag{6.152}$$

Gleiche Geschwindigkeiten beim Schlupf s^* z. B. bezüglich des statorfesten Koordinatensystems ergeben sich, wenn gemäß Abschn. 6.5 die Rotorfeldwelle mit $x_s = x_r + (1 - s^*) \cdot \omega_s t \cdot \tau_p/\pi$ im statorfesten Koordinatensystem dargestellt wird, aus der Bedingung (6.153):

$$v_\nu = \frac{\omega_s \tau_p}{\nu\pi} = v_\mu = \frac{\omega_s \tau_p}{\mu\pi} \cdot \left(s^* + \mu \cdot (1 - s^*)\right) \tag{6.153}$$

Daraus folgt mit (6.152) der Schlupf s^*, bei dem ein zeitlich konstantes synchrones Oberwellenmoment auftritt.

$$s^* = \frac{1/\nu - 1}{1/\mu - 1} \tag{6.154}$$

$$\nu = \mu: \quad s^* = 1 \qquad \nu = -\mu: \quad s^* = \frac{\nu - 1}{\nu + 1} \tag{6.155}$$

Beispiel 6.16

Eine Asynchronmaschine wurde mit gleicher Nutzahl im Stator und Rotor ausgelegt: $Q_s = Q_r$. Bei welchen Schlüpfen tritt ein zeitlich konstantes synchrones Oberwellenmoment auf?

Lösung:
Ordnungszahlen der nutharmonischen Ständeroberwellen:

$$\nu_Q = 1 + \frac{Q_s}{p} \cdot g_s \quad g_s = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Ordnungszahlen der Läuferoberwellen des Läufergrundstroms:

$$\mu = 1 + \frac{Q_r}{p} \cdot g_r \quad g_r = \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Sämtliche Läuferordnungszahlen sind identisch mit denen der Ständernutharmonischen $\mu = \nu_Q$. Daher bilden alle Läuferoberwellen mit den Ständernutharmonischen zeitlich konstante synchrone Oberwellenmomente beim Schlupf $s = 1$ im Stillstand der Maschine (Abb. 6.36). Dieses „magnetische Rasten" oder „Kleben" verhindert i. A. den Anlauf der Maschine, da die Summe der synchronen Oberwellenmomente größer ist als das asynchrone Anfahrmoment. Daher ist es „verboten", Asynchronmaschinen mit gleicher Nutzahl im Stator und Rotor auszuführen.

Die Größe des zeitlich konstanten synchronen Oberwellenmoments ist proportional zum Produkt der beiden Feldwellenamplituden, hängt aber auch von der relativen Phasenlage $\vartheta_{\nu\mu}$ der beiden Feldwellen zueinander ab (Abb. 6.37). Gemäß Abschn. 4.7 ist das Drehmoment vom $\cos\varphi_{i\nu}$ des inneren Phasenwinkels zwischen z.B. Ständerstrombelagswelle und Läuferfeldwelle abhängig. Da die ν-te Strombelagswelle gemäß Kap. 4 um 90° zu der

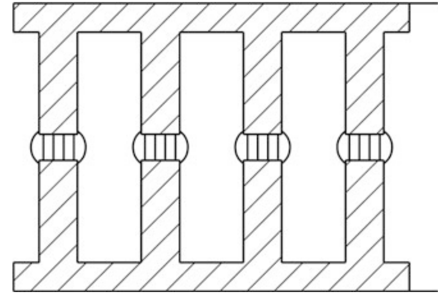


Abb. 6.36 Magnetisches „Kleben“ im Stillstand einer Asynchronmaschine bei gleicher Zähnezahl im Stator und Rotor

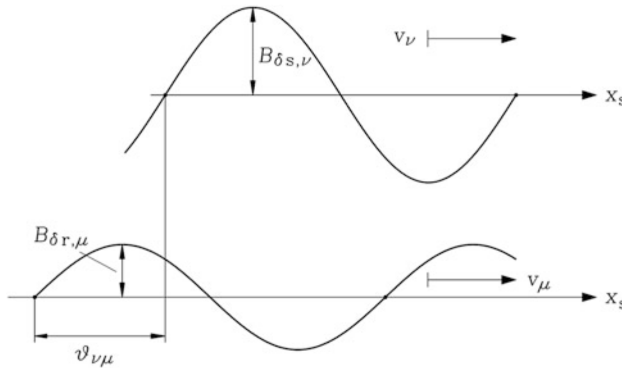


Abb. 6.37 Ein zeitlich konstantes synchrones Oberwellenmoment entsteht zwischen der ν-ten Statoroberwelle und der μ-ten Rotoroberwelle im Luftspalt, wenn deren Wellenlängen und deren Geschwindigkeiten gleich sind ($v_\nu = v_\mu$). Wenn der Phasenwinkel zwischen beiden Wellen $\vartheta_{\nu\mu} = +90°$ ist, ist das Moment maximal positiv, bei $\vartheta_{\nu\mu} = -90°$ maximal negativ

von ihr erregten Feldwelle phasenverschoben ist, hängt das synchrone Oberwellenmoment gemäß $\cos\varphi_{\mathrm{i}\nu} = \cos(\vartheta_{\nu\mu} - \pi/2) = \sin\vartheta_{\nu\mu}$ vom $\sin\vartheta_{\nu\mu}$ ab (6.156), (6.157).

$$\nu > 0: \; M_{\mathrm{e}\nu\nu} \sim \hat{B}_{\delta\mathrm{s},\nu}\hat{B}_{\delta\mathrm{r},\mu} \cdot \sin\vartheta_{\nu\mu} \sim I_\mathrm{s}I_\mathrm{r} \cdot \sin\vartheta_{\nu\mu} \tag{6.156}$$

$$\nu < 0: \; M_{\mathrm{e}\nu\nu} \sim -\hat{B}_{\delta\mathrm{s},\nu}\hat{B}_{\delta\mathrm{r},\mu} \cdot \sin\vartheta_{\nu\mu} \sim -I_\mathrm{s}I_\mathrm{r} \cdot \sin\vartheta_{\nu\mu} \tag{6.157}$$

Dabei ist ein positiver Phasenwinkel für eine in Richtung der Grundfelddrehwelle drehenden ν-ten Statoroberwelle so definiert, dass diese der Rotorfeldwelle um $\vartheta_{\nu\mu}$ voreilt. Dann ist das synchrone Oberwellenmoment positiv und wirkt antreibend im Sinne der Grundfelddrehwelle (6.156). Bei negativer Ordnungszahl ν dreht die Statoroberwelle entgegen der Grundfelddrehwelle, sodass bei einer der Rotorfeldwelle voreilenden Ständeroberwelle und damit positivem Phasenwinkel ein bremsendes synchrones Oberwellenmoment entsteht, sodass anstelle (6.156) der Ausdruck (6.157) gültig ist. Die Größe des Phasenwinkels $\vartheta_{\nu\mu}$ hängt von der Relativlage des Läufers zur Grunddrehwelle in jenem Augenblick, wenn der Schlupf den Wert s^* erreicht, ab, und ist daher von der zufälligen Relativlage des

Läufers zum Ständer beim Start des Motors abhängig. Insofern nimmt das synchrone Oberwellenmoment beim Schlupf s^* einen (von der zufälligen Läuferanfangslage bestimmten) Wert zwischen positivem und negativem Maximalwert

$$-M_{e\nu\nu,\max} \; \ldots \; + M_{e\nu\nu,\max}$$

entsprechend $\vartheta_{\nu\mu} = 90°$ bzw. $-90°$ an. Bei Schrägung der Maschine um b_{sk} variiert der Phasenwinkel zwischen Ständer- und Läuferoberwelle in Abhängigkeit der Axialkoordinate (Abb. 6.38):

$$\vartheta_{\nu\mu}(z) = \vartheta_{\nu\mu}(z=0) + z \cdot \frac{\nu\pi b_{sk}}{\tau_p l_e}, \quad -l_e/2 \leq z \leq l_e/2.$$

Das resultierende Moment ergibt sich als Mittelwert über die axiale Länge.

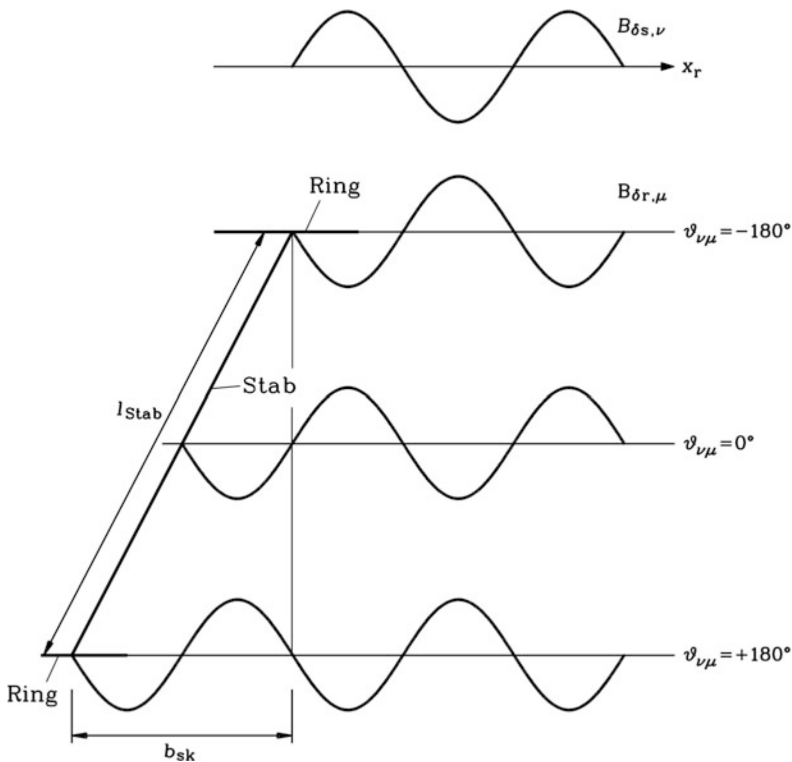


Abb. 6.38 Wenn die Schrägung b_{sk} des Käfigs der Wellenlänge der ν-ten Oberwelle entspricht, variiert der Phasenwinkel $\vartheta_{\nu\mu}(z)$ zwischen Ständer- und Läuferoberwelle in Abhängigkeit der Axialkoordinate z zwischen $-180°$ und $+180°$. Das über die axiale Länge resultierende synchrone Oberwellenmoment ist Null

$$M_{\mathrm{e}\nu\nu} \sim \frac{1}{l_\mathrm{e}} \int\limits_{-l_\mathrm{e}/2}^{l_\mathrm{e}/2} \sin(\vartheta_{\nu\mu}(z)) \cdot dz = \sin(\vartheta_{\nu\mu}(z=0)) \cdot k_{\mathrm{sk}\nu} \tag{6.158}$$

Damit vermindert sich das synchrone Oberwellenmoment um den bereits in (6.76) angegeben Schrägungsfaktor. Bei Schrägung um eine Statornutteilung werden die synchronen Oberwellenmomente der Statornutharmonischen zwar nicht Null, aber doch minimiert. Bei Schrägung um genau eine Wellenlänge der ν-ten Statoroberwelle wird das von ihr bewirkte synchrone Oberwellenmoment Null. Verlässt der Motor den Betriebspunkt s^*, so ändern sich die Geschwindigkeiten der Rotoroberwellen relativ zum Stator. Der Phasenwinkel $\vartheta_{\nu\mu}$ ist nicht mehr konstant, sondern nimmt mit der Zeit zu: $\vartheta_{\nu\mu}(t) \sim t$. Damit beginnt das synchrone Oberwellenmoment wegen $\sin(\vartheta_{\nu\mu}(t))$ zeitlich um den Mittelwert Null zu pulsieren. Der Kraftangriff des Luftspaltmoments und daher auch dieses Wechselmoments erfolgt gemäß Kap. 4 überwiegend an den Zähnen. In seltenen Fällen kann die Frequenz der tangentialen Zahnwechselkraft mit der Biegeeigenfrequenz der Zähne übereinstimmen. Durch Resonanz sind dann die Amplituden der Biegeschwingungen ungünstig groß und können zum Zahnbruch führen, falls bei diesem Betriebspunkt längere Zeit gefahren wird.

Beispiel 6.17

Für einen 4-poligen, dreiphasigen, ungeschrägten Käfigläufer-Asynchronmotor 380 V, Dreieckschaltung, 50 Hz, 15 kW, Bemessungsmoment $M_\mathrm{N} = 100\,\mathrm{Nm}$, mit den Nutzahlen $Q_\mathrm{s}/Q_\mathrm{r} = 36/28$, der Luftspaltweite $\delta = 0.45\,\mathrm{mm}$, der Eisenlänge $l_\mathrm{Fe} = l_\mathrm{e} = 195\,\mathrm{mm}$ und der Statorbohrung $d_\mathrm{si} = 145\,\mathrm{mm}$ mit 7/9 gesehnter Stator-Zweischichtwicklung wurde das elektromagnetische Moment in Abhängigkeit von der Drehzahl mit der Methode der numerischen zweidimensionalen Feldberechnung im Zeitschrittverfahren stationär für einzelne Drehzahlpunkte berechnet (Arkkio 1992). Analysieren Sie das Ergebnis Abb. 6.39!

Lösung:

(i) Ein asynchrones Oberwellenmoment zufolge der Statoroberwelle $\nu = -11$ hat seinen Leerlaufschlupf bei $s_\nu = 0$ beim Schlupfwert $s = 1 - 1/\nu = 1 + 1/11 = 1.09$. Dies entspricht der Drehzahl $n = (1-s) \cdot n_\mathrm{syn} = (1 - 1.09) \cdot 1500 = -136/\mathrm{min}$. Durch die 7/9-Sehnung ist die Wirkung der 5. und 7. Statoroberwelle nahezu völlig eliminiert.

(ii) Aus dem Ordnungszahlspektrum der Stator- und Rotoroberwellen

$$\nu = 1 + 6 \cdot g_\mathrm{s} = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -23, 25, -29, 31, \ldots$$
$$\mu = 1 + (Q_\mathrm{r}/p) \cdot g_\mathrm{r} = 1 + 14 g_\mathrm{r} = 1, -13, 15, -27, 29, \ldots$$

ergibt sich für $\nu = -\mu = 13$ ein synchrones Oberwellenmoment bei 215/min:

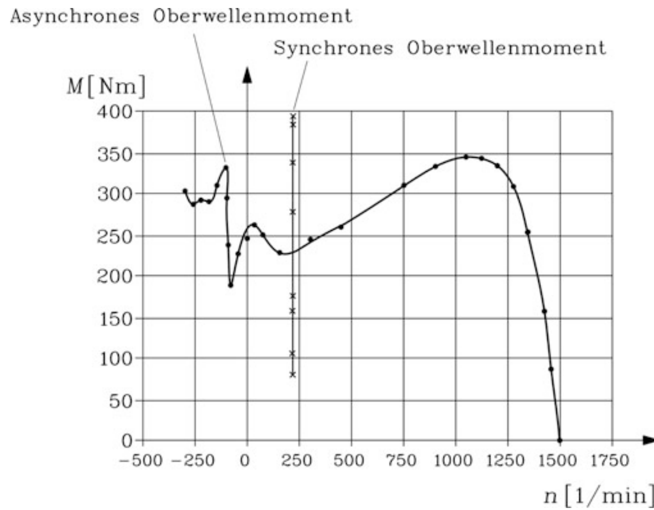


Abb. 6.39 Ungeschrägte Käfigläufer-Asynchronmaschine 15 kW, 4-polig, 36/28 Stator-/Rotornuten: Mit der Methode der Finiten Elemente wurde das elektromagnetische Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl $M(n)$ bei vorgegebener Spannung 380 V (verkettet, effektiv), 50 Hz, berechnet. Es treten ein ausgeprägtes asynchrones Oberwellenmoment mit dem Leerlaufpunkt bei $n = -136/\min$ und ein synchrones Oberwellenmoment bei 215/min auf. (Quelle: Arkkio 1992)

$$s^* = \frac{\nu - 1}{\nu + 1} = \frac{12}{14} = 0.857 \quad n^* = (1 - s^*) \cdot 1500 = 215/\min .$$

Das Oberwellenpaar $\nu = -\mu = -29$ würde bei der Drehzahl

$$s^* = \frac{-30}{-28} = 1.071 \quad n^* = (1 - s^*) \cdot 1500 = -107/\min$$

ein synchrones Oberwellenmoment erzeugen, das wegen der hohen Ordnungszahl und damit kleinen Oberwellenamplitude klein und in Abb. 6.39 nicht dargestellt ist.

Da die Maschine ungeschrägt ist, ist das synchrone Oberwellenmoment in Abb. 6.39 im Vergleich zum Bemessungsmoment groß. Es wirkt auch der Einfluss der Nutschlitzbreiten gemäß Abschn. 6.5 entsprechend verstärkend, was die numerische Feldberechnung automatisch berücksichtigt. Das Moment wurde für 8 unterschiedliche Relativstellungen des Läufers zum Ständergrundfeld berechnet, sodass der positive und negative Maximalwert des synchronen Oberwellenmoments von ca. 150 Nm ebenfalls erfasst wurde. Sollte beim Durchfahren der Drehzahl 215/min zufällig der ungünstige Fall des negativen Oberwellenmoments –150 Nm auftreten, so ergäbe sich als resultierendes Moment aus asynchronem Motormoment 230 Nm und bremsendem synchronen Oberwellenmoment –150 Nm ein beschleunigendes Moment von nur 80 Nm, sodass der Anlauf bei entsprechend hohem Gegenmoment $0 \leq M_s \leq 230$Nm eventuell gefährdet sein könnte. Der Motor könnte bei 215/min „hängen“ bleiben, sodass 215/min zur „Schleichdrehzahl“ wird. Da am Netz anlaufende Motoren in der Regel geschrägt sind,

ist das maximale synchrone Oberwellenmoment deutlich kleiner als hier berechnet. Bei einer Käfigschrägung um eine Ständernutteilung sinkt es auf den Wert

$$150\,\mathrm{Nm} \cdot k_{\mathrm{sk}\nu=13} = 150 \cdot \frac{\sin(13\pi/18)}{13\pi/18} = 150 \cdot 0.34 = 51\,\mathrm{Nm}.$$

Da es beim asynchronen Hochlauf zeitlich pulsiert und daher zwischen positivem und negativem Maximalwert wechselt und nur in genau einem Betriebspunkt $s = s^*$ als konstantes Moment wirkt, behindert es in der Regel den asynchronen Hochlauf nicht bzw. selten und wird daher i. A. als deutlich weniger störend eingestuft als die asynchronen Oberwellenmomente, die in einem weiten Schlupfbereich bremsend wirken (Buttkereit et al. 1968).

Fazit:
Asynchrone und synchrone Oberwellenmomente verzerren die Momentenkurve, wobei die synchronen Oberwellenmomente nur bei bestimmten Drehzahlen mit einem konstanten Moment wirken, die asynchronen Oberwellenmomente aber als „Drehmomentsättel" in einem breiten Drehzahlbereich um den Anlaufpunkt. Durch feine Nutung, Sehnung der Ständerwicklung und Schrägung werden die Feldoberwellenamplituden so weit verringert, dass die Oberwellenmomente auf ungefährlich kleine Werte sinken. Bei der Auslegung der Asynchronmaschine werden mehr mögliche Kombinationen von Ständer- und Läufernutzahlen ausgeschlossen als zugelassen. Dem Berechnungsingenieur liegt in der Regel eine Matrix vor, in der alle Ständer-Läufer-Nutkombinationen gesperrt sind, die vorhersehbar zu synchronen Oberwellenmomenten führen würden.

c) Wirkung der Eisensättigung auf die Oberwellenmomente: Bei kleinen Schlüpfen überwiegt gemäß Abschn. 6.4 bei Betrieb der Käfigläufer-Asynchronmaschine mit Bemessungsspannung die Hauptfeldsättigung, bei größeren Schlüpfen ab $|s| > 0.5$ die Streufeldsättigung. Beide Arten der Eisensättigung wirken gemäß Abschn. 6.5 als magnetische Sättigungsleitwertwelle mit der doppelten Grundpolpaarzahl und bewirken durch Modulation des Grundfelds zusätzliche Feldoberwellen, von denen vor allem die dritte Feldoberwelle groß genug sein kann, um zusätzliche parasitäre asynchrone und synchrone Oberwellenmomente zu erzeugen. Sie ruft dann im Käfig das Oberstromsystem $I_{\mathrm{r}\nu=3}$ mit der Frequenz $s \cdot 3f_{\mathrm{s}}$ hervor, das Rotorfeldwellen mit den Ordnungszahlen (6.159) erregt.

$$\mu_3 = 3 + \frac{Q_{\mathrm{r}}}{p} \cdot g_{\mathrm{r}}, \quad g_{\mathrm{r}} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{6.159}$$

Bei $s = 0$ wird wie bei der Grundwelle kein Strom $I_{\mathrm{r}\nu=3}$ induziert, sodass der Leerlaufschlupf der 3. Oberwelle ebenfalls Null ist ($s_{03} = 0$) und das asynchrone Oberwellenmoment der dritten Feldoberwelle sich gleichartig zum Drehmomentverlauf der Grundwelle überlagert. Es tritt somit kein zusätzlicher Drehmomentsattel durch die dritte Oberwelle auf. Allerdings werden zusätzliche synchrone Oberwellenmomente hervorgerufen. Wird anstelle (6.151) die Rotorfeldwelle

$$B_{\delta\mathrm{r},\mu_3} \cdot \cos\left(\frac{\mu_3 \pi x_{\mathrm{r}}}{\tau_{\mathrm{p}}} - 3s\omega_{\mathrm{s}} t\right) \quad \hat{B}_{\delta\mathrm{r},\mu_3} \sim I_{\mathrm{r},3} \tag{6.160}$$

in Wechselwirkung mit der ν-ten Statoroberwelle betrachtet, ergeben die Bedingungen $|\nu| = |\mu_3|$ und gleiche Umlaufgeschwindigkeiten mit $x_\mathrm{s} = x_\mathrm{r} + (1 - s) \cdot v_\mathrm{syn} t$

$$v_\nu = v_\mathrm{syn}/\nu = v_{\mu_3} = v_\mathrm{syn} \cdot (1 - s + 3s/\mu_3) \tag{6.161}$$

folgenden Ausdruck für den Schlupf s^*, bei dem ein zeitlich konstantes synchrones Oberwellenmoment auftritt:

$$\nu = \mu_3, \nu = -\mu_3 : \qquad s^* = \frac{1/\nu - 1}{3/\mu_3 - 1}. \tag{6.162}$$

Im folgenden Beispiel werden die bei Bemessungsspannung mit einem an der Welle befestigten Drehbeschleunigungsaufnehmer gemessenen Drehmomentkurven von Käfigläuferasynchronmaschinen im Reversierversuch gezeigt. Die Maschinen werden an Spannung gelegt, sodass sie asynchron z. B. mit Linksdrehrichtung auf Leerlaufdrehzahl hochfahren. Dann wird durch Tausch zweier Statorklemmen die Drehrichtung des Drehfelds umgekehrt und die Maschinen reversieren von Linkslauf auf Leerlaufdrehzahl im Rechtslauf, also von Schlupf 2 auf Schlupf 0 und durchlaufen dabei die entsprechende $M(n)$-Kennlinie. Die Maschinen haben durch starr an der Welle befestigte große Schwungscheiben ein so stark vergrößertes Trägheitsmoment J_res, dass die Änderung der Drehzahl während des Reversierversuchs ausreichend langsam (im Sekundenbereich) ist, um dynamische Effekte einer raschen Stromänderung in den Wicklungen (siehe Kap. 15) zu vermeiden. Die nahezu starre Kupplung der Schwungscheiben bewirkt, dass eine Torsionseigenschwingung der Schwungscheiben gegen die Rotormasse im interessierenden Frequenzbereich nicht auftritt. Da die Belastung an der Welle fehlt ($M_\mathrm{L} = 0$), folgt aus der Drehbeschleunigung $d\Omega_\mathrm{m}/dt$ direkt das Moment an der Welle, das bei vernachlässigten Verlustmomenten durch z. B. Reibung direkt dem Luftspaltmoment M_e entspricht.

$$J_\mathrm{res} \cdot d\Omega_\mathrm{m}/dt = M_\mathrm{e} - M_\mathrm{L} = M_\mathrm{e} \tag{6.163}$$

Beispiel 6.18

Messobjekt: Zweipoliger Käfigläufer-Asynchronmotor 380 V, Dreieckschaltung, 50 Hz, 11 kW, Bemessungsmoment $M_\mathrm{N} = 37\,\mathrm{Nm}$, geschrägte Rotornuten, Nutzahl $Q_\mathrm{s}/Q_\mathrm{r} = 36/28$, isolierter Kupferkäfig zur Vermeidung von Paketquerströmen, dreisträngige Zweischichtwicklung mit der Sehnung 1/2. Der Motor wurde bei der Fa. Siemens AG zwischen den Drehzahlen –3000/min und 3000/min reversiert und dabei das Wellenmoment gemessen (Abb. 6.40a). Analysieren Sie das Messergebnis!

Lösung:

(i) Der Schlupfmaßstab ist verzerrt, da auf der Abszisse eigentlich die Reversierzeit aufgetragen ist. Da sich Drehzahl und damit Schlupf abhängig von der Größe des beschleunigenden Drehmoments nichtlinear mit der Zeit ändern, sind die Abszissenskalierung nach Schlupfwerten und damit der Verlauf $M(s)$ teilweise gedehnt.

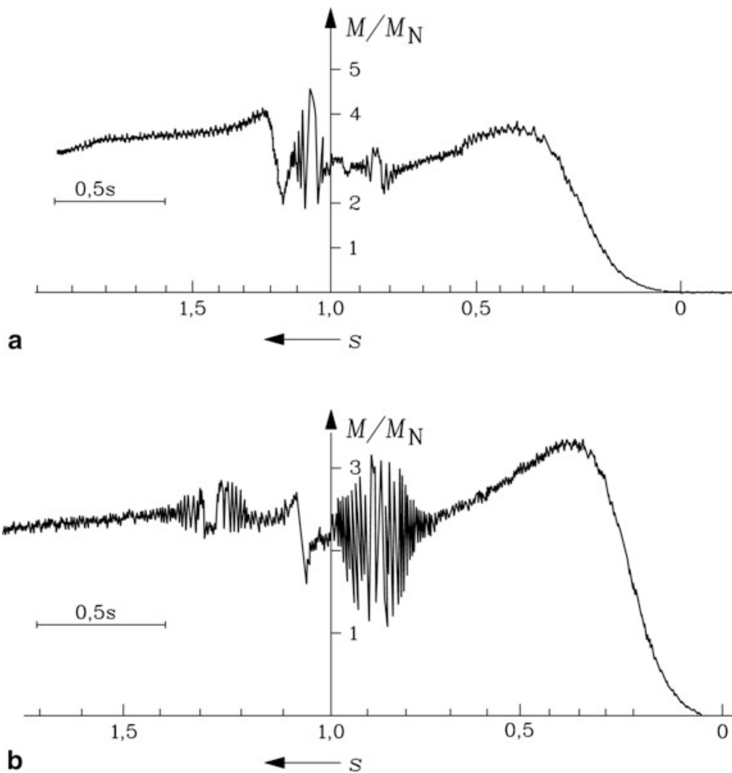


Abb. 6.40 Bei $f_s = 50\,\text{Hz}$, 380 V gemessenes Wellenmoment von Käfigläufer-Asynchronmaschinen mit um eine Statornutteilung geschrägtem, isolierten Kupferkäfig und 36/28 Stator-/Rotornuten: (**a**) Zweipoliger Motor, 11 kW, $M_N = 37\,\text{Nm}$, (**b**) Vierpoliger Motor, 9.5 kW, $M_N = 64\,\text{Nm}$ (Quelle: Weppler und Neuhaus 1969)

(ii) Ein dominantes asynchrones Oberwellenmoment durch die Statoroberwelle $\nu = -5$ hat seinen Leerlaufschlupf $s_\nu = 0$ bei

$$s = 1 - 1/\nu = 1 + 1/5 = 1.2,$$

bzw. bei der Drehzahl

$$n = (1 - s) \cdot n_{\text{syn}} = (1 - 1.2) \cdot 3000 = -600/\min .$$

(iii) Es treten synchrone Oberwellenmomente bei den Schlüpfen $s^* = 1.07$ und 0.86 auf, wobei sie in der Nähe dieser Schlüpfe als Wechselmomente gemessen werden, deren Frequenz mit Annäherung an s^* auf Null abnimmt. Welche Oberwellen tragen zu diesen Momenten bei?

Statoroberwellen: Ordnungszahlen bis zum 1. Nutharmonischenpaar:

$$\nu = 1 + 6g_s = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -23, 25, -29, 31, -35, 37, \ldots$$

Rotoroberwellen von I_r: Rotorordnungszahlen:

$$\mu = 1 + (Q_r/p) \cdot g_r = 1 + 28 \cdot g_r = 1, -27, 29, \ldots$$

Rotoroberwellen von $I_{r,\nu=3}$: Rotorordnungszahlen:

$$\mu_3 = 3 + (Q_r/p) \cdot g_r = 3 + 28 \cdot g_r = 3,\ -25,\ 31, \ldots$$
$$\nu = -\mu_3 = 25 : s^* = \frac{1 - 1/25}{1 + 3/25} = 0.857, \quad \nu = -\mu = -29 : s^* = \frac{1 + 1/29}{1 - 1/29} = 1.071,$$
$$\nu = \mu_3 = 31 : s^* = \frac{1 - 1/31}{1 - 3/31} = 1.071$$

Durch die Streufeldsättigung tritt bei $s^* = 0.86$ ein synchrones Oberwellenmoment auf. Ein weiteres bei $s^* = 1.071$ wird sowohl durch die Sättigung der Streuwege als auch durch ein Läuferrestfeld des Rotorgrundstroms bewirkt. Da bei $s^* = 1.071$ diese zwei Oberwellenpaare wirken, ist dieses synchrone Oberwellenmoment größer.

Beispiel 6.19

Messobjekt: Vierpoliger Käfigläufer-Asynchronmotor 380 V, Dreieckschaltung, 50 Hz, 9.5 kW, Bemessungsmoment $M_N = 64$ Nm, um eine Statornutteilung geschrägte Rotornuten, Nutzahl $Q_s/Q_r = 36/28$, isolierter Kupferkäfig zur Vermeidung von Paketquerströmen, dreisträngige ungesehnte Zweischichtwicklung. Der Motor ist derselbe wie von Bsp. 6.18, jedoch wurde die Statorwicklung gemäß dem Dahlander-Prinzip (Kap. 7) von 2- auf 4-poligen Betrieb umgeschaltet. Daher ist die in Bsp. 6.18 ½-gesehnte Ständerwicklung nun ungesehnt. Der Motor wurde bei der Fa. Siemens AG zwischen –1500/min und 1500/min reversiert und dabei das Wellenmoment gemessen (Abb. 6.40b). Analysieren Sie das Messergebnis!

Lösung:

(i) Ein dominantes asynchrones Oberwellenmoment durch die Statoroberwelle $\nu = -17$ hat seinen Leerlaufschlupf $s_\nu = 0$ bei

$$s = 1 - 1/\nu = 1 + 1/17 = 1.0588,$$

bzw. bei der Drehzahl

$$n = (1 - s) \cdot n_{syn} = (1 - 1.0588) \cdot 1500 = -88.2/\min.$$

(ii) Es treten synchrone Oberwellenmomente bei den Schlüpfen $s^* = 1.29$ und 0.86 auf. Welche Oberwellen tragen zu diesen Momenten bei?

Statoroberwellen: Ordnungszahlen bis zum 2. Nutharmonischenpaar:

$$\nu = 1 + 6g_s = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -23, 25, -29, 31, -35, 37, \ldots$$

Rotoroberwellen von I_r: Rotorordnungszahlen:

$$\mu = 1 + (Q_r/p) \cdot g_r = 1 + 14 \cdot g_r = 1, -13, 15, -27, 29, \ldots$$

Rotoroberwellen von $I_{r,\nu=3}$: Rotorordnungszahlen:

$$\mu_3 = 3 + (Q_r/p) \cdot g_r = 3 + 14 \cdot g_r = 3, -11, 17, -25, 31, \ldots$$

$$\nu = -\mu = 13 : s^* = \frac{13-1}{13+1} = 0.857, \nu = \mu_3 = -11 : s^* = \frac{1+1/11}{1+3/11} = 0.857,$$

$$\nu = -\mu_3 = 25 : s^* = \frac{1-1/25}{1+3/25} = 0.857, \nu = -\mu_3 = -17 : s^* = \frac{1+1/17}{1-3/17} = 1.29$$

Das große synchrone Oberwellenmoment bei $s = 0.857$ wird sowohl durch die Streufeldsättigung als auch durch ein Läuferrestfeld des Rotorgrundstroms hervorgerufen. Durch die Streufeldsättigung tritt bei $s^* = 1.29$ ein weiteres synchrones Oberwellenmoment auf. Das durch ein Läuferrestfeld des Rotorgrundstroms bewirkte weitere synchrone Oberwellenmoment $\nu = -\mu = -29 : s^* = \frac{-29-1}{-29+1} = 1.071$ ist im Messschrieb kaum sichtbar.

6.7 Paketquerströme

a) Paketquerwiderstand: Da jeder Stab des Käfigs elektrisch nur eine halbe Windung darstellt, ist die induzierte Spannung je Stab gering, und es tritt nur eine geringe Potentialdifferenz zum Blechpaket auf. Entlang des Rotorumfangs variieren die Stabspannungen in jedem Moment gleichmäßig zwischen positiven und negativen Spannungswerten, sodass das resultierende Rotorpotential theoretisch Null ist. Die Rotorstäbe des Käfigs sind daher zumeist nicht isoliert gegen das Eisenblechpaket. Dies wäre technisch auch nur bei den von Hand eingelegten und nachträglich stirnseitig verlöteten Kupfer- oder Bronzestäben möglich, nicht aber bei den Aluminium- und Silumin-Druckgusskäfigen. Allerdings stellt sich nach dem Druckguss durch natürliche Oxidation meist eine Oxidschicht zwischen dem leitfähigen Käfigmaterial und dem Blechpaket ein. Dieser Querwiderstand R_q zwischen benachbarten Stäben und dem dazwischen liegenden Blechpaket kann gemäß Abb. 6.41 mit Gleichstrom durch eine Strom-Spannungs-Messung bestimmt werden und variiert i. A. von Stabpaar zu Stabpaar. Da bei dieser Messung die gesamte Staboberfläche $2A$ als Stromdurchtrittfläche elektrisch wirksam ist, bei Betrieb aber nur die halbe Oberfläche A gemäß Abb. 6.41a wirkt, wird der Messwert verdoppelt, um R_q zu erhalten: $R_q = 2(U/I - R_{Stab} - \Delta R_{Ring})$. Der Querwiderstand hängt vom Gießprozess und von der Art und Dauer der Lagerung der fertig gestellten Rotoren ab. Er kann durch eine Wärmebehandlung des Läufers erhöht werden, da sich auf Grund der unterschiedlichen Wärmeausdehnungskoeffizienten von Käfigmaterial und Blechpaket der Käfig vom Paket dabei löst und so die Übergangsflächen zwischen Stäben und Paket

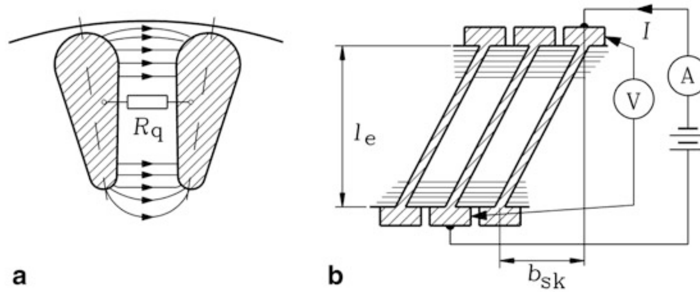


Abb. 6.41 (**a**) Der Querwiderstand R_q zwischen benachbarten Stäben und dazwischen liegendem Blechpaket ist durch die Oxidationsschicht zwischen Stab und Paket bestimmt und i. A. deutlich größer als der Stab- und der Ringabschnittswiderstand. Eingezeichnet sind Stromdichte-Linien des Querstroms, die aus der halben Staboberfläche A zum Nachbarstab hin austreten. (**b**) Durch eine Gleichstrom-Spannungsmessung bei zerschnittenen Ringabschnitten wird der Querwiderstand bestimmt. (Quelle: Weppler 1966)

bei erhöhter Temperatur rasch oxidieren können. Da R_q deutlich größer als der Stab- und Ringabschnittswiderstand ist, fließen die induzierten Rotorströme im Betrieb der Asynchronmaschine weitestgehend als Stab- und Ringströme nur im Käfig.

Mit der halben Staboberfläche A, der gesamten Oxidschichtdicke Δl_{ox} und deren elektrischer Leitfähigkeit κ_{ox} sinkt der Querwiderstand mit steigender Staboberfläche.

$$R_q = \frac{\Delta l_{ox}}{\kappa_{ox} \cdot A} = \frac{r_q}{A} \tag{6.164}$$

Der bezogene Querwiderstand $r_q = R_q A$ hängt nur von den Oxidschichtparametern ab und ist bei Kupferkäfigen etwa 10-mal größer als bei Aluminium-Druckgusskäfigen (Williamson et al. 2004).

Aluminium-Druckguss-Käfig: $r_q = \Delta l_{ox}/\kappa_{ox} = (0.05\ldots1) \cdot 10^{-6}\Omega \cdot m^2$
Kupferkäfig: $r_q = (0.5\ \ldots\ 1.5) \cdot 10^{-6}\Omega \cdot m^2$

b) Wirkung der Querströme: Zunächst wird der Querwiderstand zwischen zwei Stäben als konzentrierter Widerstand R_q in Stabmitte angenommen. Bei ungeschrägtem Käfig (Abb. 6.42a) treibt die Differenz $\Delta \underline{U}_{ir12} = (\underline{U}_{ir2} - \underline{U}_{ir1})/2$ der beiden induzierten Stabspannungen $\underline{U}_{ir1}$ und $\underline{U}_{ir2}$, unabhängig von der Ordnungszahl ν der induzierenden Ständeroberwelle $B_{\delta s\nu}$ kaum einen Querstrom i_q über R_q, da die parallelen Ringabschnittswiderstände ΔR_{Ring} deutlich niederohmiger sind. Nur bei geschrägten Käfigen werden Querströme relevant. Sie sind bei identischer Stator- und Rotornutzahl minimal, wie Abb. 6.42b zeigt. Der Mittelwert der beiden Wellenlängen des 1. Statornutharmonischenpaars ist eine Statornutteilung. Ist der Käfig um diesen Wert geschrägt, so ist die von beiden Statoroberwellen des 1. Nutharmonischenpaars (in Abb. 6.42b ist deren Summe näherungsweise als eine Welle dargestellt) resultierende induzierte Stabspannung in der

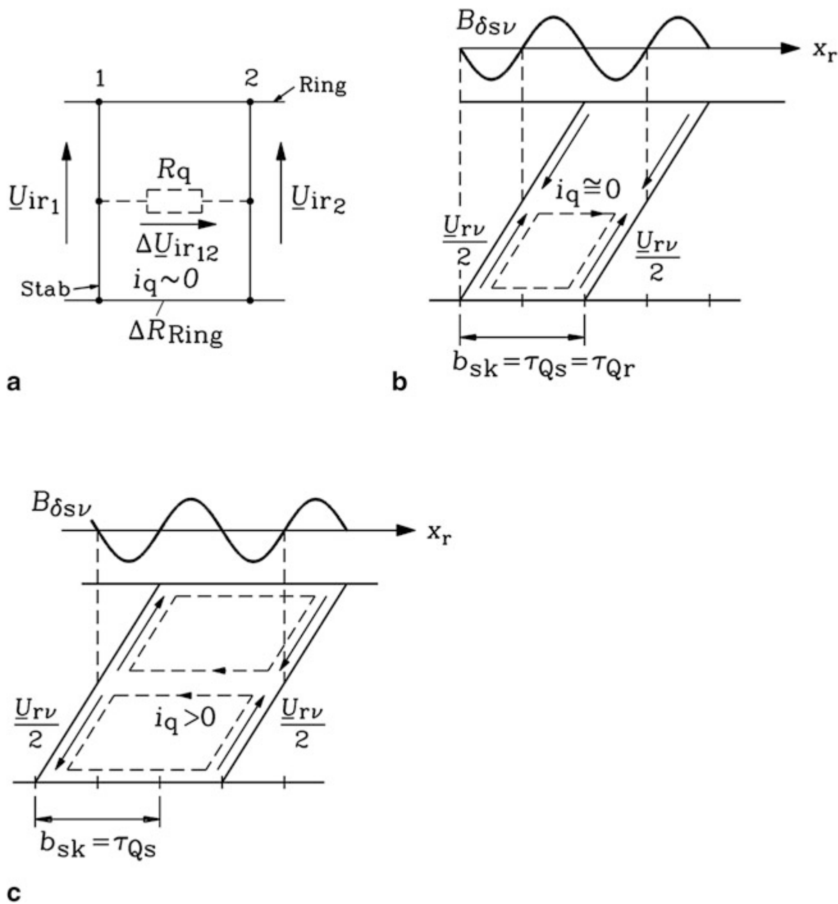


Abb. 6.42 Wirkung des Paketquerwiderstands R_q: (**a**) Bei ungeschrägtem Käfig tritt nahezu kein Paketquerstrom auf, (**b**) Käfig um eine Statornutteilung geschrägt $b_{sk} = \tau_{Qs}$, Stator- und Rotornutzahl gleich groß $Q_r = Q_s$: Der Paketquerstrom zufolge der statornutharmonischen Oberwellen ist nahezu Null, (**c**) wie (**b**), jedoch $Q_r = Q_s/1.5$: Es tritt ein großer Paketquerstrom auf, da sich die induzierten nutharmonischen Spannungen in benachbarten Stäben addieren

oberen und unteren Stabhälfte unteren Stabhälfte gegenphasig (der Index i für „induziert" wird nun der Einfachheit halber weggelassen), sodass je Stab keine Spannung induziert wird. Diese erwünschte Wirkung der Schrägung (Abschn. 6.5) wird aber durch den Querwiderstand R_q teilweise aufgehoben, weil nun die Differenz $\Delta\underline{U}_{r\nu} = (\underline{U}_{r\nu 2} - \underline{U}_{r\nu 1})/2$ der Stabspannungen in den unteren und oberen Stabhälften einen Querstrom über R_q treiben kann. Beim unrealistischen Fall $Q_s = Q_r$ sind $\underline{U}_{r\nu 1} = \underline{U}_{r\nu}/2$ und $\underline{U}_{r\nu 2} = \underline{U}_{r\nu}/2$ identisch, sodass in Abb. 6.42b $\Delta\underline{U}_{r\nu} = 0$ ist und kein Querstrom fließt. Da genau genommen jede Statoroberwelle für sich betrachtet werden muss und daher die Wellenlängen des 1. Statornutharmonischenpaars geringfügig größer bzw. kleiner als eine Nutteilung sind, ist $\Delta\underline{U}_{r\nu}$ nicht genau Null, aber der Querstrom ist jedenfalls klein. Häufig ist aber $Q_r < Q_s$.

Wenn also gemäß Abb. 6.42c die Rotornutzahl z. B. 2/3 der Statornutzahl beträgt, dann sind $\underline{U}_{r\nu 1} = \underline{U}_{r\nu}/2$ und $\underline{U}_{r\nu 2} = -\underline{U}_{r\nu}/2$ gegenphasig, und $\Delta\underline{U}_{r\nu} = \underline{U}_{r\nu}$ treibt einen kräftigen Querstrom $I_{q\nu}$ über R_q, sodass die Verluste $P_{q\nu} = Q_r \cdot R_q I_{q\nu}^2$ und zusätzlich erhöhte Stromwärmeverluste im niederohmigen Käfig auftreten. Abb. 6.42c zeigt, dass vor allem die Stator-Oberwellen einen bedeutenden Querstrom hervorrufen können, da dann die Phasenlage der induzierten Spannung von Stab zu Stab sehr unterschiedlich ist und große Spannungsdifferenzen zwischen den Stäben bewirken kann. Im Fall $R_q = 0$ fließt ein großer Querstrom, aber die zusätzlichen Verluste sind klein, da $P_{q\nu}$ Null ist, und nur erhöhte Käfigverluste auftreten. Beim isolierten Käfig $R_q \to \infty$ fließt gar kein Querstrom; es treten keine zusätzlichen Verluste auf. Zwischen diesen beiden Extremfällen treten bei einem bestimmten kritischen Wert $R_{q,krit}$ maximale Querstromzusatzverluste und ein entsprechend großer, unerwünschter Sattel in der Drehmoment-Drehzahl-Kurve auf, wie im Folgenden gezeigt wird. Dieser Fall sollte vermieden werden.

Fazit:
Querströme treten vor allem bei geschrägten Käfigläufern auf und heben die Wirkung der Schrägung teilweise auf. Sie verursachen zusätzliche Verluste im Querwiderstand. Der in den Rotormaschen zusätzlich fließende Querstrom erzeugt zusätzliche asynchrone Oberwellenmomente, die die Hochlaufkurve M(n) nachteilig verzerren.

Analog zur Herleitung in Abschn. 6.5 wird bei Vernachlässigung des Nutschlitzeinflusses mit dem Ersatzschaltbild 6.43 je Masche die Wirkung des zwischen den Stabmitten konzentrierten Querwiderstands R_q untersucht. Die Indizes „o“ und „u“ bezeichnen die obere und untere Halbmasche. Gemäß Abb. 6.43 ergibt sich der ohm’sche Spannungsfall

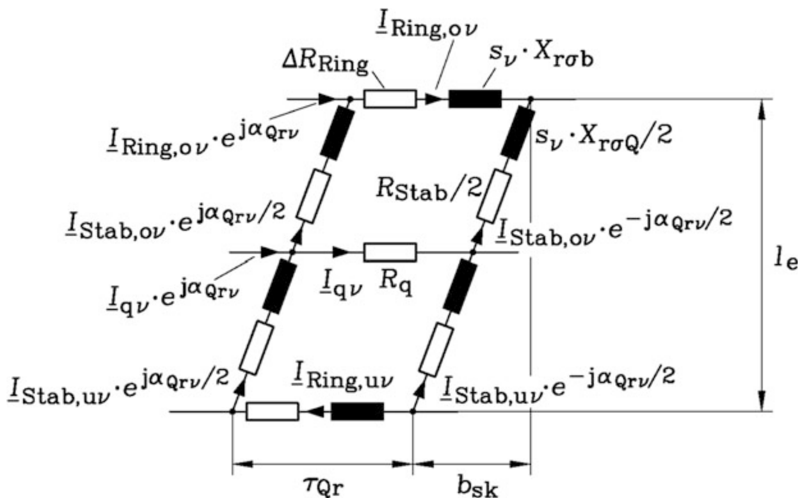


Abb. 6.43 Vereinfachende Annahme eines in Stabmitte konzentrierten Querwiderstands R_q zwischen benachbarten Stäben (Quelle: Jordan und Weis 1967)

in der oberen Halbmasche mit dem von der ν-ten Statoroberwelle zusätzlich hervorgerufenen Querstrom $\underline{I}_{q\nu}$. Der Phasenwinkel zwischen benachbarten Stabströmen ist $\alpha_{Qr\nu}$. Wie in Abschn. 6.5 wird mit $\underline{I}_{Stab,o\nu}$ bzw. $\underline{I}_{Stab,u\nu}$ der Stromzeiger zwischen linkem und rechtem Stabstrom ($\underline{I}_{Stab,o\nu} \cdot e^{j\alpha_{Qr\nu}/2}$ und $\underline{I}_{Stab,o\nu} \cdot e^{-j\alpha_{Qr\nu}/2}$ in der oberen Halbmasche, $\underline{I}_{Stab,u\nu} \cdot e^{j\alpha_{Qr\nu}/2}$ und $\underline{I}_{Stab,u\nu} \cdot e^{-j\alpha_{Qr\nu}/2}$ in der unteren Halbmasche) gemäß Abb. 6.43 bezeichnet.

$$\Delta\underline{U}_{ohm,o\nu} = \frac{R_{Stab}\underline{I}_{Stab,o\nu}}{2} \cdot \left(e^{j\alpha_{Qr\nu}/2} - e^{-j\alpha_{Qr\nu}/2}\right) + \Delta R_{Ring}\underline{I}_{Ring,o\nu} - R_q\underline{I}_{q\nu}$$

Analog zu (6.64) gilt:

$$\underline{I}_{Ring,o\nu} = j\underline{I}_{Stab,o\nu}/(2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2)) \tag{6.165}$$

Eingesetzt in $\Delta\underline{U}_{ohm,o\nu}$ erhalten wir mit der Abkürzung (6.66):

$$\Delta\underline{U}_{ohm,o\nu} = \left(\frac{R_{r\nu}j\underline{I}_{Stab,o\nu}}{2} - \frac{R_q}{2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2)} \cdot \underline{I}_{q\nu}\right) \cdot 2 \cdot \sin(\alpha_{Qr\nu}/2).$$

Mit dem für die ν-te Oberwelle wirksamen Querwiderstand

$$R_{rq\nu} = \frac{R_q}{(2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2))^2}, \tag{6.166}$$

dem umgerechneten Querstrom

$$I_{rq\nu} = I_{q\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \tag{6.167}$$

und dem ν-ten Rotoroberstromsystem für die obere Halbmasche $\underline{I}_{r,o\nu} = j\underline{I}_{Stab,o\nu}$ ist der ohm'sche Spannungsfall in der oberen Halbmasche

$$\Delta\underline{U}_{ohm,o\nu} = \left(\frac{R_{r\nu}\underline{I}_{r,o\nu}}{2} - R_{rq\nu} \cdot \underline{I}_{rq\nu}\right) \cdot 2 \cdot \sin(\alpha_{Qr\nu}/2). \tag{6.168}$$

Beachten Sie, dass wie die Stab- und Ringabschnittströme auch die Querströme in benachbarten Maschen um $\alpha_{Qr\nu}$ phasenverschoben sind (Abb. 6.43). In gleicher Weise erhalten wir mit (6.68) den induktiven Streuspannungsfall in der oberen Halbmasche

$$\Delta\underline{U}_{\sigma,o\nu} = \frac{js_\nu X_{r\sigma\nu}}{2}\underline{I}_{r,o\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \tag{6.169}$$

und die Selbstinduktionsspannung des Rotorluftspaltfelds als halben Wert von (6.74).

$$\underline{U}_{rh,o\nu} = -\frac{1}{2}js_\nu X_{rh\nu}\underline{I}_{r,o\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \tag{6.170}$$

Der Maschenfluss des ν-ten Ständeroberfelds (6.59) in der oberen Halbmasche wirkt innerhalb der Integrationsgrenzen $x'_1 = z \cdot b_{sk}/l_e - \tau_{Qr}/2$, $x'_2 = z \cdot b_{sk}/l_e + \tau_{Qr}/2$, $z'_1 = -l_e/4$, $z'_2 = l_e/4$. Der Koordinatenursprung von (x', z') liegt im Zentrum der oberen Halbmasche und

ist zum Koordinatenursprung (x_r, z) der gesamten Masche (Abb. 6.27) um $x' = x_r - b_{sk}/4$, $z' = z - l_e/4$ verschoben. Eingesetzt in (6.59) folgt, dass der obere Halbmaschenfluss gegenüber dem gesamten Maschenfluss von Abschn. 6.5.1 wegen

$$B_{s\nu}(x', t) = \hat{B}_{s\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot x'}{\tau_p} - \omega_{r\nu} t - \frac{\nu \cdot \pi \cdot b_{sk}}{4\tau_p}\right) \quad (6.171)$$

um den Phasenwinkel $\varphi_\nu = \nu \cdot \pi \cdot b_{sk}/(4\tau_p)$ phasenverschoben ist. Gegenüber dem gesamten Maschenfluss (6.75) wirken nur die halbe ideelle Eisenlänge $l_e/2$ und das halbe Schrägungsmaß $b_{sk}/2$. Daher wirkt anstelle (6.76) nur der Schrägungsfaktor

$$k_{2sk\nu} = \frac{\sin\left(\nu\pi b_{sk}/(4\tau_p)\right)}{\nu\pi b_{sk}/(4\tau_p)}. \quad (6.172)$$

So ergibt sich die Amplitude des oberen Halbmaschenflusses

$$\Phi_{sh,o\nu} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2p\tau_p l_e}{Q_r} \cdot \hat{B}_{s\nu} \cdot \eta_\nu k_{2sk\nu} \quad (6.173)$$

und daraus die induzierte Spannung in der oberen Halbmasche.

$$\underline{U}_{sh,o\nu} = -\frac{js_\nu X_{rh\nu}}{2} \cdot \frac{2m_s N_s k_{ws\nu}}{Q_r} \cdot \eta_\nu^2 k_{2sk\nu} \underline{I}_s \cdot e^{-j\varphi_\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \quad (6.174)$$

bzw.

$$\underline{U}_{sh,o\nu} = \frac{1}{2} \cdot \underline{U}_{sh\nu} \cdot k_{2sk\nu} \cdot e^{-j\varphi_\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \quad (6.175)$$

mit der Abkürzung der induzierten Spannung

$$\underline{U}_{sh\nu} = -js_\nu X_{rh\nu} \frac{2m_s N_s k_{ws\nu}}{Q_r} \cdot \eta_\nu^2 \underline{I}_s. \quad (6.176)$$

Für die untere Halbmasche ergibt die gleiche Rechnung wegen der Verschiebung des Koordinatenursprungs (x'', z'') im Zentrum der unteren Halbmasche gegenüber dem Koordinatenursprung (x_r, z) (Abb. 6.27) um $x'' = x_r + b_{sk}/4$, $z'' = z + l_e/4$:

$$\underline{U}_{sh,u\nu} = \frac{1}{2} \cdot \underline{U}_{sh\nu} \cdot k_{2sk\nu} \cdot e^{j\varphi_\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \quad (6.177)$$

Weiter folgt mit $\underline{I}_{r,u\nu} = j\underline{I}_{Stab,u\nu}$:

$$\Delta\underline{U}_{ohm,u\nu} = \left(\frac{R_{r\nu}\underline{I}_{r,u\nu}}{2} + R_{rq\nu} \cdot \underline{I}_{rq\nu}\right) \cdot 2 \cdot \sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \quad (6.178)$$

$$\Delta\underline{U}_{\sigma,u\nu} = \frac{js_\nu X_{r\sigma\nu}}{2} \underline{I}_{r,u\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \quad (6.179)$$

$$\underline{U}_{rh,u\nu} = -\frac{1}{2} js_\nu X_{rh\nu} \underline{I}_{r,u\nu} \cdot 2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2) \quad (6.180)$$

Die Kirchhoff'sche Maschenregel für die beiden Halbmaschen lautet:

$$\underline{U}_{\text{sh,o}\nu} + \underline{U}_{\text{rh,o}\nu} = \Delta\underline{U}_{\text{ohm,o}\nu} + \Delta\underline{U}_{\sigma,\text{o}\nu} \tag{6.181}$$

$$\underline{U}_{\text{sh,u}\nu} + \underline{U}_{\text{rh,u}\nu} = \Delta\underline{U}_{\text{ohm,u}\nu} + \Delta\underline{U}_{\sigma,\text{u}\nu} \tag{6.182}$$

Die beiden Gleichungen werden durch $2 \cdot \sin(\alpha_{\text{Qr}\nu}/2)$ dividiert. Die Knotenregel gemäß Abb. 6.43

$$\underline{I}_{\text{q}\nu} + \underline{I}_{\text{Stab,o}\nu} e^{j\alpha_{\text{Qr}\nu}/2} = \underline{I}_{\text{q}\nu} e^{j\alpha_{\text{Qr}\nu}} + \underline{I}_{\text{Stab,u}\nu} e^{j\alpha_{\text{Qr}\nu}/2} \tag{6.183}$$

führt mit (6.167) und $\underline{I}_{\text{r,o}\nu} = j\underline{I}_{\text{Stab,o}\nu}$ bzw. $\underline{I}_{\text{r,u}\nu} = j\underline{I}_{\text{Stab,u}\nu}$ auf

$$\underline{I}_{\text{rq}\nu} = \underline{I}_{\text{r,u}\nu} - \underline{I}_{\text{r,o}\nu}. \tag{6.184}$$

Mit (6.184) wird $\underline{I}_{\text{rq}\nu}$ in (6.181) und (6.182) eliminiert. Es verbleiben mit (6.181), (6.182) zwei lineare Gleichungen für die Unbekannten $\underline{I}_{\text{r,o}\nu}$, $\underline{I}_{\text{r,u}\nu}$. Mit der Rotorimpedanz von Abschn. 6.5 $\underline{Z}_{\text{r}\nu} = R_{\text{r}\nu} + js_\nu \cdot (X_{\text{r}\sigma\nu} + X_{\text{rh}\nu})$ erhalten wir das Gleichungssystem (6.185).

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{\text{r}\nu}/2 + R_{\text{rq}\nu} & -R_{\text{rq}\nu} \\ -R_{\text{rq}\nu} & \underline{Z}_{\text{r}\nu}/2 + R_{\text{rq}\nu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_{\text{r,o}\nu} \\ \underline{I}_{\text{r,u}\nu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-j\varphi_\nu} \\ e^{j\varphi_\nu} \end{pmatrix} \cdot \frac{\underline{U}_{\text{sh}\nu} \cdot k_{2\text{sk}\nu}}{2} \tag{6.185}$$

Die Lösung ist je ein Stabstromsystem für die obere und untere Masche, das das Stabstromsystem $\underline{I}_{\text{r}\nu}$ (6.79) ohne Querwiderstand enthält und die Abweichung davon durch den Klammerausdruck in (6.186), (6.187) beschreibt. Der Klammerausdruck wird für $R_{\text{rq}\nu} \to \infty$ Eins, sodass dann $\underline{I}_{\text{r,o}\nu} = \underline{I}_{\text{r,u}\nu} = \underline{I}_{\text{r}\nu}$ gemäß (6.79) gilt.

$$\underline{I}_{\text{r,o}\nu} = \underline{I}_{\text{r}\nu} \cdot \left(1 - j \cdot \tan\varphi_\nu \cdot \frac{\underline{Z}_{\text{r}\nu}}{\underline{Z}_{\text{r}\nu} + 4R_{\text{rq}\nu}}\right) \tag{6.186}$$

$$\underline{I}_{\text{r,u}\nu} = \underline{I}_{\text{r}\nu} \cdot \left(1 + j \cdot \tan\varphi_\nu \cdot \frac{\underline{Z}_{\text{r}\nu}}{\underline{Z}_{\text{r}\nu} + 4R_{\text{rq}\nu}}\right) \tag{6.187}$$

Die im Käfig auftretende Verlustleistung wird durch die Wirkleistung der von einer Ständerwelle induzierten Stabspannungen $\underline{U}_{\text{iStab,o}\nu}$ bzw. $\underline{U}_{\text{iStab,u}\nu}$ und den auftretenden Läuferstabströmen $\underline{I}_{\text{Stab,o}\nu}$ bzw. $\underline{I}_{\text{Stab,u}\nu}$ gedeckt. Die in eine obere Halbmasche induzierte Spannung (6.174) ist die Differenz der induzierten Stabspannungen zweier benachbarter oberer Halbstäbe, die um $\alpha_{\text{Qr}\nu}$ phasenverschoben sind.

$$\underline{U}_{\text{sh,o}\nu} = \underline{U}_{\text{iStab,o}\nu} \cdot \left(e^{j\alpha_{\text{Qr}\nu}/2} - e^{-j\alpha_{\text{Qr}\nu}/2}\right) = \underline{U}_{\text{iStab,o}\nu} \cdot 2j \cdot \sin(\alpha_{\text{Qr}\nu}/2)$$

Folglich ist die Wirkleistung je oberen Halbstab mit $\underline{I}_{\text{r,o}\nu} = j\underline{I}_{\text{Stab,o}\nu}$:

$$P_{\text{o}\nu} = \text{Re}\left\{\underline{U}^*_{\text{iStab,o}\nu} \cdot \underline{I}_{\text{Stab,o}\nu}\right\} = \text{Re}\left\{\underline{U}^*_{\text{sh,o}\nu} \cdot \underline{I}_{\text{r,o}\nu}\right\} / (2\sin(\alpha_{\text{Qr}\nu}/2)).$$

Die in den oberen bzw. unteren Q_r Halbmaschen auftretende Verlustleistung wird daher mit $P_{\mathrm{Cu,r,o}\nu} = Q_\mathrm{r} P_{\mathrm{o}\nu}$ bzw. $P_{\mathrm{Cu,r,u}\nu} = Q_\mathrm{r} P_{\mathrm{u}\nu}$ berechnet.

$$P_{\mathrm{Cu,r,o}\nu} = Q_\mathrm{r} \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}^*_{\mathrm{sh,o}\nu} \cdot \underline{I}_{\mathrm{r,o}\nu}\right\} / (2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2)) \tag{6.188}$$

$$P_{\mathrm{Cu,r,u}\nu} = Q_\mathrm{r} \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}^*_{\mathrm{sh,u}\nu} \cdot \underline{I}_{\mathrm{r,u}\nu}\right\} / (2\sin(\alpha_{\mathrm{Qr}\nu}/2)) \tag{6.189}$$

Ihre Summe ergibt mit den Umformungen $\cos\varphi_\nu \cdot k_{\mathrm{sk}\nu} \cdot k_{2\mathrm{sk}\nu} = k^2_{\mathrm{sk}\nu}$ und $\tan\varphi_\nu \cdot \sin\varphi_\nu \cdot k_{\mathrm{sk}\nu} \cdot k_{2\mathrm{sk}\nu} = k^4_{2\mathrm{sk}\nu} \cdot \varphi^2_\nu$ zwei Verlustanteile je ν-ter Oberwelle:

a) die Käfigverluste ohne Einfluss des Querwiderstandes $P_{\mathrm{Cu,r},\nu}$ gemäß (6.92) und
b) die zusätzlichen Verluste $P_{\mathrm{Cu,q},\nu}$ durch den Querstrom.

$$P_{\mathrm{Cu,r,o}\nu} + P_{\mathrm{Cu,r,u}\nu} = P_{\mathrm{Cu,r},\nu} + P_{\mathrm{Cu,q},\nu} = P_{\mathrm{Cu,r+q},\nu} \tag{6.190}$$

$$P_{\mathrm{Cu,q},\nu} = Q_\mathrm{r}(R_{\mathrm{r}\nu} + 4R_{\mathrm{rq}\nu}) \frac{(s_\nu X_{\mathrm{rh}\nu} 2(m_\mathrm{s}/Q_\mathrm{r}) N_\mathrm{s} k_{\mathrm{ws}\nu} \eta^2_\nu k^2_{2\mathrm{sk}\nu} \varphi_\nu)^2}{(R_{\mathrm{r}\nu} + 4R_{\mathrm{rq}\nu})^2 + s^2_\nu (X_{\mathrm{r}\sigma\nu} + X_{\mathrm{rh}\nu})^2} I^2_\mathrm{s} \tag{6.191}$$

Bei ungeschrägter Maschine ($\varphi_\nu = 0$) sind die Querstromzusatzverluste Null. Die resultierenden Verluste (6.190) können auch mit $\tan^2\varphi_\nu = k^4_{2\mathrm{sk}\nu} \cdot \varphi^2_\nu / k^2_{\mathrm{sk}\nu}$ in der Form

$$P_{\mathrm{Cu,r+q},\nu} = Q_\mathrm{r} \cdot \mathrm{Re}\left\{\frac{(s_\nu X_{\mathrm{rh}\nu} 2(m_\mathrm{s}/Q_\mathrm{r}) N_\mathrm{s} k_{\mathrm{ws}\nu} \eta^2_\nu)^2 \underline{k}^2_{\mathrm{sk}\nu}}{R_{\mathrm{r}\nu} + js_\nu \cdot (X_{\mathrm{r}\sigma\nu} + X_{\mathrm{rh}\nu})} I^2_\mathrm{s}\right\} \tag{6.192}$$

mit dem Quadrat eines „komplexen Schrägungsfaktors“

$$\underline{k}^2_{\mathrm{sk}\nu} = k^2_{\mathrm{sk}\nu} \cdot \left(1 + \tan^2(\varphi_\nu) \cdot \frac{\underline{Z}_{\mathrm{r}\nu}}{\underline{Z}_{\mathrm{r}\nu} + 4R_{\mathrm{rq}\nu}}\right) \tag{6.193}$$

dargestellt werden. Der Vergleich der Käfigverluste ohne Querströme (6.93) mit (6.192) zeigt, dass dem Rotoroberstromsystem (6.79) ohne Querstromeinfluss formal ein Rotoroberstromsystem (6.194) mit Querstromeinfluss entspricht, das mit dem komplexen Schrägungsfaktor anstelle des reellen Schrägungsfaktors zu berechnen ist. Dieses fiktive Oberstromsystem beschreibt die resultierende Wirkung der Käfig- und Querstromverluste, indem es über den komplexen Schrägungsfaktor eine zusätzliche, verlusterhöhende Phasenverschiebung relativ zum Statorstrom aufweist.

$$\underline{I}_{\mathrm{r}\nu} = -j \frac{s_\nu X_{\mathrm{rh}\nu} \cdot 2 \cdot (m_\mathrm{s}/Q_\mathrm{r}) \cdot N_\mathrm{s} k_{\mathrm{ws}\nu} \cdot \eta^2_\nu \underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}}{R_{\mathrm{r}\nu} + js_\nu \cdot (X_{\mathrm{r}\sigma\nu} + X_{\mathrm{rh}\nu})} \cdot \underline{I}_\mathrm{s} \tag{6.194}$$

Führt man nämlich in (6.89) anstelle des reellen Schrägungsfaktors $k_{\mathrm{sk}\nu}$ den komplexen Schrägungsfaktor $\underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}$ (6.193) ein und berechnet mit (6.89) die ν-te Drehfeldleistung

$$P_{\delta\nu} = \mathrm{Re}\left\{\frac{jX_{\mathrm{sh}\nu} Q_\mathrm{r} \underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}}{2N_\mathrm{s} k_{\mathrm{ws}\nu}} \underline{I}_{\mathrm{r}\nu} \underline{I}^*_\mathrm{s}\right\} = Q_\mathrm{r}\,\mathrm{Re}\left\{jX_{\mathrm{rh}\nu} \frac{2m_\mathrm{s} N_\mathrm{s} k_{\mathrm{ws}\nu}}{Q_\mathrm{r}} \eta^2_\nu \underline{k}_{\mathrm{sk}\nu} \underline{I}_{\mathrm{r}\nu} \underline{I}^*_\mathrm{s}\right\}$$

mit dem Strom $\underline{I}_{\mathrm{r}\nu}$ (6.194), so folgt analog zu (6.94) nun

$$P_{\mathrm{Cu,r+q},\nu} = s_\nu \cdot P_{\delta\nu},$$

denn es ist

$$\mathrm{Re}\left\{j\underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}\underline{I}_{\mathrm{r}\nu}\underline{I}_{\mathrm{s}}^*\right\} \sim \mathrm{Re}\left\{j\cdot(-j)\,\frac{\underline{I}_{\mathrm{s}}\underline{I}_{\mathrm{s}}^*\underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}^2}{R_{\mathrm{r}\nu}+js_\nu\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})}\right\}$$

$$\mathrm{Re}\left\{j\underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}\underline{I}_{\mathrm{r}\nu}\underline{I}_{\mathrm{s}}^*\right\} \sim \mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{k}_{\mathrm{sk}\nu}^2}{R_{\mathrm{r}\nu}+js_\nu\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})}\right\}.$$

Mit den entsprechenden Vorfaktoren wie in Abschn. 6.5 ergibt dies wiederum (6.192). Man darf allerdings nicht den Fehler begehen, die Käfigverluste des ν-ten Rotoroberstromsystems mit dem Strom $\underline{I}_{\mathrm{r}\nu}$ (6.194) gemäß (6.92) zu berechnen. Durch die Querströme besteht der Käfig nun aus $2Q_\mathrm{r}$ Halbmaschen, für die (6.92) nicht mehr anwendbar ist. Die Änderung der Querstromzusatzverluste (6.191) mit dem Querwiderstand zeigt Abb. 6.46, allerdings mit dem gemäß (6.198) definierten komplexen Schrägungsfaktor, doch ist das Verhalten prinzipiell identisch. Ausgehend vom Wert bei $R_\mathrm{q} = 0$ durch die zusätzlichen ohm'schen Verluste in den Stäben und Ringen infolge der Querströme

$$P_{\mathrm{Cu,q},\nu}\big|_{R_\mathrm{q}=0} = P_{\mathrm{Cu,r},\nu}\cdot\tan^2\varphi_\nu \tag{6.195}$$

steigen diese Verluste auf ein Maximum bei

$$R_{\mathrm{rq}\nu,\mathrm{krit}} = \left(s_\nu\cdot(X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu})-R_{\mathrm{r}\nu}\right)/4 \tag{6.196}$$

und sinken auf Null bei unendlich hohem Querwiderstand. Die Größe des Querwiderstandes kann somit für einen guten Wirkungsgrad vor allem bei kleinen Motoren mit Druckgusskäfig entscheidend sein. Diesen Verlusten entsprechen gemäß Abschn. 6.5 zusätzliche asynchrone Oberwellenmomente $M_{\mathrm{eq}\nu}$. Neben den bereits in Abschn. 6.6 angesprochenen Momenten $M_{\mathrm{e}\nu} = \nu\cdot P_{\mathrm{Cu,r},\nu}/(s_\nu\cdot 2\pi f_\mathrm{s})$ wirken nun je ν-ter Statoroberwelle zusätzlich die asynchronen Oberwellenmomente der Querströme $M_{\mathrm{eq}\nu} = \nu\cdot P_{\mathrm{Cu,q},\nu}/(s_\nu\cdot 2\pi f_\mathrm{s})$. Analog zu (6.149) ergeben sich die Kippschlüpfe von $M_{\mathrm{eq}\nu}$ bei Annahme eines mit dem Schlupf im betrachteten Schlupfbereich kaum variierenden (konstanten) Ständerstroms.

$$s_{\mathrm{b}\nu} = \pm\frac{R_{\mathrm{r}\nu}+4R_{\mathrm{rq}\nu}}{X_{\mathrm{r}\sigma\nu}+X_{\mathrm{rh}\nu}} \tag{6.197}$$

Im Vergleich zu (6.149) ist der Kippschlupf deutlich größer, was wesentlich breitere Drehmomentsättel zu Folge hat, die über einen deutlich weiteren Schlupfbereich die $M(n)$-Kennlinie negativ, nämlich bremsend beeinflussen (Abb. 6.45) (Neuhaus und Weppler 1967). Die Extremwerte $M_{\mathrm{bq}\nu}$ („Oberwellenkippmomente") des Oberwellenmoments $M_{\mathrm{eq}\nu}$ zufolge der Querströme verhalten sich zu den durch die Stabströme alleine bewirkten Oberwellenkippmomenten $M_{\mathrm{b}\nu}$ des $M_{\mathrm{e}\nu}$-Verlaufs (Abb. 6.44) gemäß

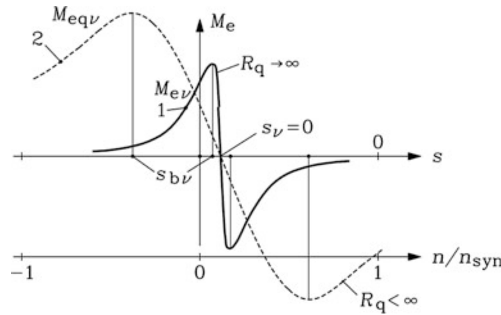


Abb. 6.44 Qualitativer Verlauf (1) eines asynchronen Oberwellenmoments $M_{e\nu}$ bei unendlich hohem Querwiderstand und (2) eines zusätzlich auftretenden Oberwellenmoments $M_{eq\nu}$ infolge der Paketquerströme. Beide haben denselben Oberwellen-Leerlaufschlupf, aber $M_{eq\nu}$ hat einen deutlich höheren Kippschlupf und erzeugt damit einen wesentlich breiteren Drehmomentsattel. Die Extremwerte von (2) können je nach Daten größer oder kleiner als (1) sein

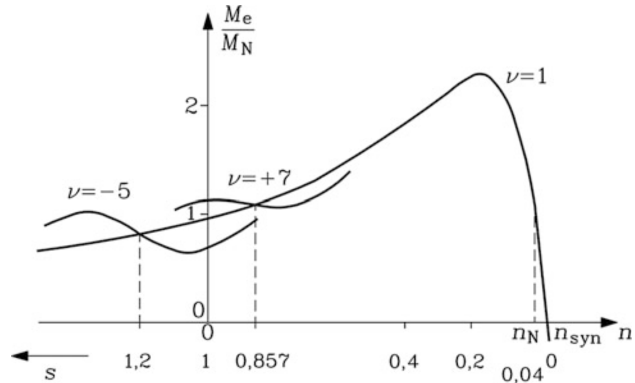


Abb. 6.45 Überlagerung der 5. und 7. asynchronen Oberwellenmomente $M_{eq\nu}$ bei Querstromeinfluss mit ihren breiten Drehmomentsätteln mit dem Grundwellenmoment

$$\frac{M_{bq\nu}}{M_{b\nu}} = \frac{R_{r\nu}}{R_{r\nu} + 4R_{rq\nu}} \cdot \tan^2(\varphi_\nu)$$

und sind wegen $\varphi_\nu \sim \nu$ i. A. deutlich größer: $M_{bq\nu} > M_{b\nu}$.

Anstatt des konzentriert angenommenen Querwiderstands R_q müsste eigentlich ein kontinuierlich längs der Staboberfläche wirksamer spezifischer Querwiderstand r_q (6.164) im Berechnungsmodell für den Querstromeinfluss verwendet werden. Wie beim konzentrierten Widerstand wird angenommen, dass er für alle Stäbe gleich groß ist. Dieses Modell führt mit dem in elektrischen Graden gemessenen Schrägungswinkel $\beta = \pi \cdot b_{sk}/\tau_p$ ebenfalls auf einen komplexen Schrägungsfaktor (6.198) (Weppler 1966).

$$\underline{k}^2_{sk,\nu} = \frac{\underline{Z}_{r\nu}}{\underline{Z}_{1\nu} + (\nu\beta)^2 R_{rq\nu}} \left\{ 1 - (\underline{A} + \underline{B}) \frac{\sinh\left(\frac{\underline{k}_1}{2}\right)}{\underline{k}_1} - (\underline{A} - \underline{B}) \frac{\sinh\left(\frac{\underline{k}_2}{2}\right)}{\underline{k}_2} \right\} \tag{6.198}$$

Darin ist $\underline{Z}_{r\nu}$ die bereits in (6.193) verwendete ν-te Rotorimpedanz und $\underline{Z}_{l\nu} = R_{Stab} + js_\nu \cdot (X_{r\sigma Q} + X_{rh\nu})$ die Stablängsimpedanz, gebildet aus Stabwiderstand, Stabnutstreureaktanz und Rotorhauptreaktanz. Der i. A. kleine Streublindwiderstand $X_{r\sigma b}$ der Ringabschnitte zwischen zwei Stäben ist bei dieser Rechnung vernachlässigt. Weitere Abkürzungen in (6.198) sind:

$$\underline{A} = \frac{\Delta R^*_{Ring,\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\beta}{2}\right) - \nu\beta \cdot R_{rq\nu} \cdot \sin\left(\frac{\nu\beta}{2}\right)}{\Delta R^*_{Ring,\nu} \cdot \cosh\left(\frac{\underline{W}_\nu}{2}\right) + R_{rq\nu} \cdot \underline{W}_\nu \cdot \sinh\left(\frac{\underline{W}_\nu}{2}\right)} \tag{6.199}$$

$$\underline{B} = -j\frac{\Delta R^*_{Ring,\nu} \cdot \sin\left(\frac{\nu\beta}{2}\right) + \nu\beta \cdot R_{rq\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\beta}{2}\right)}{\Delta R^*_{Ring,\nu} \cdot \sinh\left(\frac{\underline{W}_\nu}{2}\right) + R_{rq\nu} \cdot \underline{W}_\nu \cdot \cosh\left(\frac{\underline{W}_\nu}{2}\right)} \tag{6.200}$$

$$\underline{k}_1 = \underline{W}_\nu + j\nu\beta, \quad \underline{k}_2 = \underline{W}_\nu - j\nu\beta \tag{6.201}$$

$$\underline{W}_\nu = \sqrt{\underline{Z}_{l\nu}/R_{rq\nu}} \tag{6.202}$$

In (6.199) und (6.200) wird der auf den Stab umgerechnete Ringabschnittswiderstand $\Delta R^*_{Ring,\nu} = \Delta R_{Ring}/(2\sin(\alpha_{Qr\nu}/2))^2$ gemäß (6.66) verwendet. Für $R_q \to \infty$ geht (6.198) in das Quadrat des reellen Schrägungsfaktors über. Bei ungeschrägter Maschine wird der Ausdruck (6.198) nicht exakt 1, sondern es verbleibt ein kleiner Querstromeinfluss, sodass sich bei kontinuierlich verteiltem Querwiderstand stets ein gewisser Querstrom parallel zum Ringstrom ausbildet, sobald zwischen benachbarten Stäben eine Spannungsdifferenz auftritt. Auch mit diesem komplexen Schrägungsfaktor werden die Rotorkäfig- und Querstromverluste mit (6.192) und die äquivalenten Rotoroberstromsysteme (6.194) berechnet.

Beispiel 6.20

Berechnung der Käfig- und Querstromverluste mit dem komplexen Schrägungsfaktor (6.198) für einen zweipoligen Asynchronmotor mit Aluminium-Schleuderguss-Käfig: Motordaten: 200 kW, 50 Hz, Bemessungsschlupf $s_N = 0.5\%$, 428 V, Dreieckschaltung, Nutzahlen Stator/Rotor 36/28, geschlossene Läufernuten, Statornutschlitzbreite 3.5 mm, Luftspaltweite 1.75 mm, Käfigschrägung um eine Statornutteilung. Die halbe Rotorstaboberfläche beträgt $A = 28570\,\text{mm}^2$. Dies führt mit einem spezifischen Querwiderstand $r_q = 10^{-6}\Omega \cdot \text{m}^2$ auf einen nominalen Querwiderstand

$$R_{qN} = r_q/A = 10^{-6}/(28570 \cdot 10^{-6}) = 0.035\,\text{m}\Omega.$$

Bei doppelter Bemessungslast $s = 1\,\%$ ergibt die Rechnung (6.192) mit Berücksichtigung des Nutschlitzeinflusses der einseitigen Statornutung gemäß Abschn. 6.5 bei Summation bis zum zweiten Paar der Statornutharmonischen $\sum_{\nu \neq 1} P_{Cu,r+q,\nu} = 350\,\text{W}$. Dies ist mit 0.18 % der Bemessungsleistung ein ausreichend kleiner Wert. Allerdings

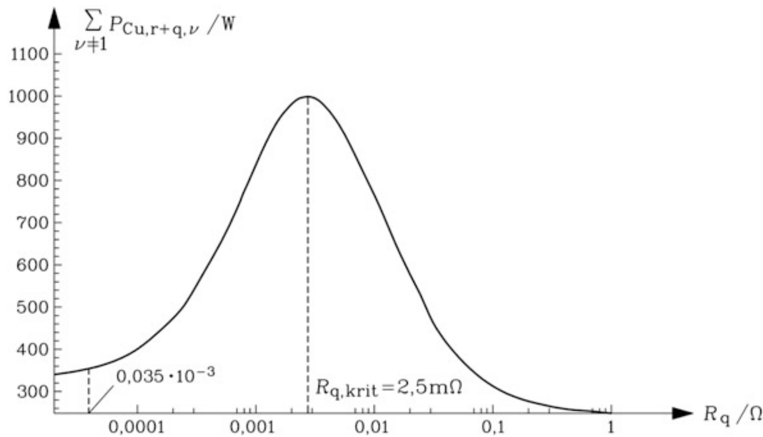


Abb. 6.46 Mit (6.198) und dem Nutverstärkungsfaktor der einseitigen Statornutung berechnete Käfig- und Querstromverluste für die die Statoroberwellen bis zum 2. Nutharmonischenpaar beim Schlupf $s = 0.01$ (Zweipoliger Käfigläufer-Asynchronmotor 200 kW, 50 Hz, 36/28 Stator-/Rotornuten, Aluminiumkäfig um eine Statornutteilung geschrägt) (Quelle: Binder 1988)

führt eine Erhöhung des Querwiderstands zunächst auch auf eine Erhöhung der Verluste. Beim kritischen Wert $R_{q,krit} = 2.5\,\text{m}\Omega$ würden die Verluste 1.0 kW betragen und erst bei weiterer Erhöhung wieder für $R_q = 1\Omega$ auf 250 W sinken (Abb. 6.46).

Beispiel 6.21

Der polumschaltbare Käfigläufer-Asynchronmotor (zweipolige Statorwicklung: Beispiel 6.18, vierpolig: Beispiel 6.19) wird mit einem um eine Statornutteilung geschrägten Aluminium-Druckguss-Käfigläufer mit $Q_r = 28$ Rotornuten bei 380 V, 50 Hz, Dreieckschaltung im Reversierbetrieb $s = 2 \ldots 0$ betrieben und das Drehmoment dabei – wie in Abschn. 6.6 beschrieben – gemessen. Stab- und Ringwiderstand sind etwa gleich groß wie beim isolierten Kupferkäfigläufer der Beispiele 6.18 und 6.19. Die Messergebnisse in Abb. 6.47 (Fa. Siemens AG) sind mit jenen aus Abb. 6.40 zu vergleichen.

a) 2-poliger Betrieb, 11 kW, $M_N = 37\,\text{Nm}$
b) 4-poliger Betrieb, 9.5 kW, $M_N = 64\,\text{Nm}$

Durch die von den Statoroberwellen hervorgerufenen Rotorpaketquerströme treten zusätzliche asynchrone Oberwellenmomente als breite Drehmomentsättel auf, die im Vergleich zu Abb. 6.40 im Schlupfbereich $1 \geq s \geq 0$ das resultierende Drehmoment verringern und im Bereich $s \geq 1$ das bremsend wirkende Moment erhöhen. Dadurch ist im Vergleich zu Abb. 6.40a die Reversierzeit in Abb. 6.47a von $s = 2$ nach $s = 1$ deutlich kürzer und von $s = 1$ nach $s = 0$ länger. Die den Rotoroberstrom hauptsächlich begrenzende Rotorhauptreaktanz $X_{rh\nu} \sim 1/\nu^2$ ist für

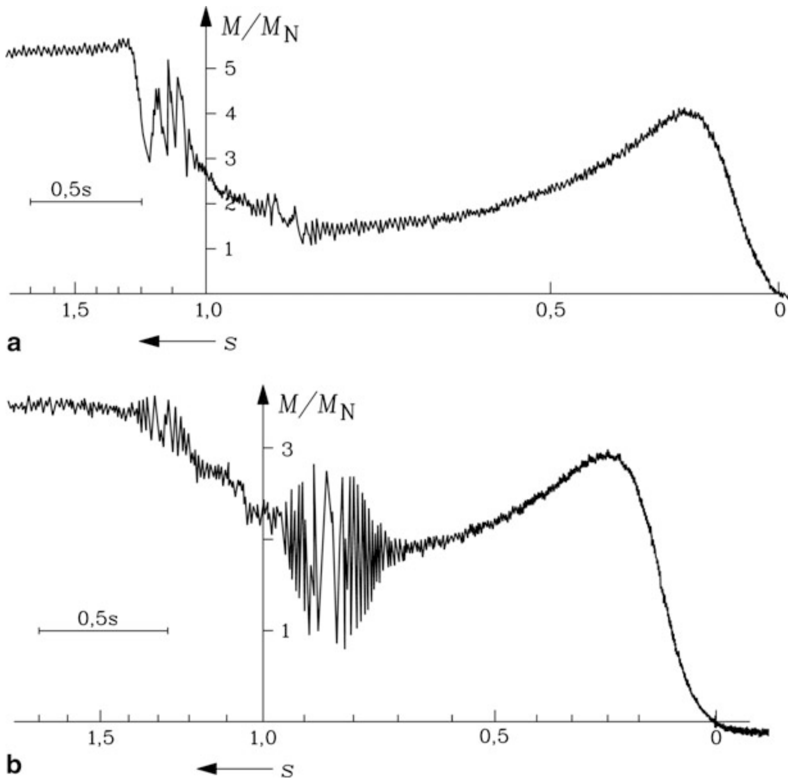


Abb. 6.47 Bei $f_s = 50\,\text{Hz}$, 380 V gemessenes Wellenmoment von Käfigläufer-Asynchronmaschinen mit um eine Statornutteilung geschrägtem, nicht isolierten Aluminium-Druckgusskäfig und 36/28 Stator-/Rotornuten: (**a**) Zweipoliger Motor, 11 kW, $M_N = 37\,\text{Nm}$, (**b**) Vierpoliger Motor, 9.5 kW, $M_N = 64\,\text{Nm}$ (Quelle: Weppler und Neuhaus 1969)

das erste Statornutharmonischenpaar $\nu_Q = -35, 37$ bei zweipoligem Betrieb etwa um den Faktor 4 kleiner als für das entsprechende Paar $\nu_Q = -17, 19$ bei vierpoligem Betrieb. Daher sind die nutharmonisch induzierten Rotoroberströme im zweipoligen Betrieb deutlich stärker ausgeprägt als im vierpoligen Betrieb, und damit auch die Paketquerströme. Folglich fallen die Absenkung von M im Anlaufbereich und die Erhöhung im Gegenstrombereich im Vergleich zum isolierten Käfig im zweipoligen Betrieb wesentlich höher aus. Die Lage der synchronen Oberwellenmomente in der $M(n)$-Kurve wird durch die Paketquerströme nicht und ihre Amplitude wenig beeinflusst, wie der Vergleich der Abb. 6.40 und 6.47 zeigt.

Über die Wahl der Nutzahlen wird das Oberwellen-Verhalten der Käfigläufermaschinen wesentlich beeinflusst. Eine sehr feine Stator- und Rotornutung führt auf sehr hohe Ordnungszahlen der dominanten Nutharmonischen und daher auf kleine Feldamplituden und geringe Auswirkungen der Oberwellen. Eine bei fester Statornutzahl ausgeführte hohe Rotornutzahl $Q_r > Q_s$ führt auf eine geringe Rotoroberfelderstreuung (6.105), (6.106)

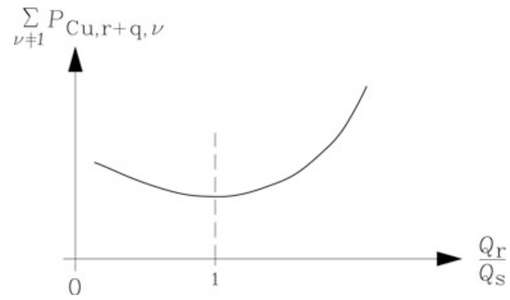


Abb. 6.48 Abhängigkeit der Oberwellen-Käfig- und Querstromverluste in Abhängigkeit des Stator/Rotor-Nutzahlverhältnisses bei geschrägten, nichtisolierten Läuferkäfigen (Quelle: Seinsch 1992)

und damit auf einen großen Rotorgrundschwingungsstrom I_{r1} und damit auf ein großes Kippmoment. Aber auch die Oberstromsysteme nehmen zu, denn auch sie hängen gemäß (6.194) vom Quadrat des Kopplungsfaktors ab $\underline{I}_{r\nu} \sim \eta_\nu^2$ (vgl. (6.204)). Für die induzierende Wirkung der statornutharmonischen Oberfelder hängt dieser vom Nutzahlverhältnis Q_s/Q_r ab.

$$\eta_{\nu Q} = \frac{\sin\left(\frac{\nu_Q p\pi}{Q_r}\right)}{\frac{\nu_Q p\pi}{Q_r}} = \frac{\sin\left(\frac{(p+g_s Q_s)\pi}{Q_r}\right)}{\frac{(p+g_s Q_s)\pi}{Q_r}} \approx \frac{\sin\left(\frac{g_s Q_s\pi}{Q_r}\right)}{\frac{g_s Q_s\pi}{Q_r}} \tag{6.203}$$

Er ist für $Q_s > Q_r$ kleiner als für $Q_s < Q_r$. Daher sind die Rotoroberströme bei Käfigläufern mit einer gegenüber der Statornutzahl kleineren Rotornutzahl bei sonst gleichen Parametern i. A. kleiner und daher auch deren Zusatzverluste und Oberwellenmomente. Dies gilt gemäß (6.194) auch für die Wirkung der Paketquerströme. Diese sind allerdings bei $Q_s = Q_r$ (Abb. 6.42b) minimal ($\eta_{\nu Q} \approx 0$), da die harmonischen Stabsspannungen in benachbarten Stäben nahezu gleichphasig sind. Es ergibt sich die in Abb. 6.48 dargestellte Abhängigkeit der resultierenden Oberwellen-Käfig- und Querstromzusatzverluste $\sum_{\nu\neq 1} P_{\mathrm{Cu,r+q},\nu}$ vom Verhältnis Q_r/Q_s. Mit steigendem Unterschied zwischen Stator- und Rotornutzahl nimmt die Phasendifferenz der in benachbarten Stäben induzierten harmonischen Stabspannungen zu und führt zu einem Ansteigen der Paketquerströme. Diese Zunahme ist aber wegen der geringeren Ständer-Läufer-Kopplung bei $Q_s > Q_r$ kleiner als bei $Q_s < Q_r$, weshalb am Netz anlaufende Käfigläufer-Motoren wegen des erforderlichen Anlaufmoments zumeist mit $Q_s > Q_r$ ausgeführt werden (Abb. 6.49a), obwohl dann das Grundwellen-Kippmoment etwas verringert ist.

Beispiel 6.22

Erwärmungsmessung an einem explosionsgeschützten Käfigläufer-Asynchronmotor (EExeII) für den Einsatz in einem chemischen Betrieb: Wenn aus irgendeinem Grund der Motor blockiert, tritt auf Grund des hohen Kurzschlussstroms ($s = 1$) und der dann hohen Motorverluste eine sehr rasche Motorerwärmung auch an der Gehäuseoberfläche auf. Ein den Motorstrom überwachender Motorschutzschalter mit fest

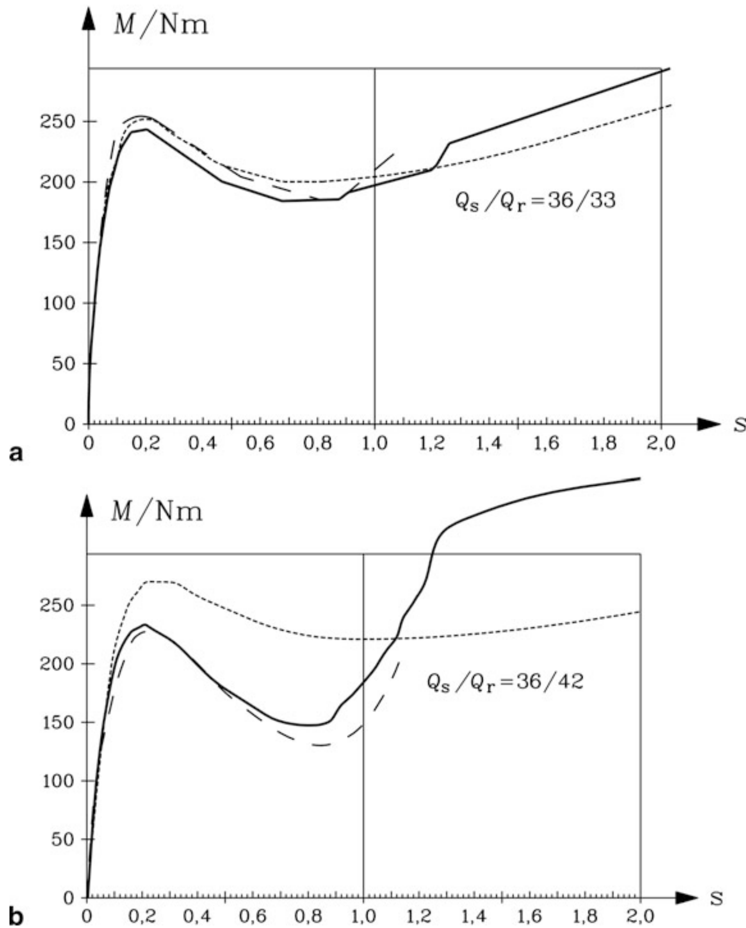


Abb. 6.49 Mit (6.198) berechnete und gemessene Drehmoment-Schlupf-Charakteristik eines 6-poligen Käfigläufer-Asynchronmotors f_s = 50 Hz, 380 V, 11 kW, M_N = 110 Nm, 36 Statornuten, mit zwei unterschiedlichen, um eine Rotornutteilung geschrägten Aluminiumkäfigläufern: (**a**) Q_r = 33, (**b**) Q_r = 42 (Quelle: Binder 1988)
——— berechnetes Grundwellenmoment
——— berechnetes Gesamtmoment mit den asynchronen Oberwellenmomenten
- - - - gemessenes Wellenmoment

vorgegebener Auslösezeit muss den Motor so schnell abschalten, dass die Gehäuseoberflächentemperatur die Zündtemperatur eines den Motor umgebenden zündfähigen Gases nicht überschreitet. Auf diese Weise wird eine Explosion vermieden. Die Erwärmungsmessung eines blockierten kleinen zweipoligen Käfigläufer-Asynchronmotors (Achshöhe 80 mm) mit einem um eine Rotornutteilung geschrägten Aluminiumdruckgusskäfig und Q_s/Q_r = 18/23 Stator- und Rotornuten (Q_s < Q_r !) ergab zu hohe

Rotorzusatzverluste und damit einen zu raschen Temperaturanstieg, sodass beim Abschalten bereits die Zündtemperatur an der Gehäuseoberfläche erreicht worden wäre. Der Rotor wurde gegen einen mit $Q_r = 14$ geschrägten Rotornuten ($Q_s > Q_r$!) ausgeführten Käfigläufer mit gleichem Stab- und Ringwiderstand getauscht. Auf Grund der geringeren harmonischen Käfig- und Querstromverluste sanken die Gesamtverluste und der Temperaturanstieg, sodass der Motor im Fehlerfall noch vor Erreichen der Zündtemperatur abgeschaltet werden konnte, was mit (6.203) begründet werden kann:

$$\frac{Q_s}{Q_r} = \frac{18}{23}: \quad \eta_{\nu Q} \approx \frac{\sin\left(\frac{18\pi}{23}\right)}{\frac{18\pi}{23}} = 0.257 \quad \frac{Q_s}{Q_r} = \frac{18}{14}: \quad \eta_{\nu Q} \approx -0.194$$

Aus (6.194) folgt mit $R_{r\nu} << s_\nu \cdot (X_{r\sigma\nu} + X_{rh\nu})$ und $X_{r\sigma\nu} << X_{rh\nu}$ für höhere Ordnungszahlen ν die Abschätzung (6.204).

$$\underline{I}_{r\nu} \cong -2 \cdot (m_s/Q_r) \cdot N_s k_{ws\nu} \cdot \eta_\nu^2 \underline{k}_{sk\nu} \cdot \underline{I}_s \tag{6.204}$$

Demnach sind die nutharmonischen Rotoroberströme bei 14 Rotornuten etwa um den Faktor $(0.194/0.257)^2 = 0.57$ kleiner, was die geringeren Verluste durch die Oberwellen erklärt.

Wegen der höheren Rotoroberströme bei $Q_s < Q_r$ wird auch die $M(n)$-Kurve durch die asynchronen Oberwellenmomente stärker verzerrt, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 6.23

Einfluss des Nutzahlverhältnisses Q_s/Q_r auf die $M(n)$-Kurve, berechnet mit dem komplexen Schrägungsfaktor (6.198) und $r_q = 10^{-6}\Omega m^2$ für einen 6-poligen Asynchronmotor mit zwei unterschiedlichen, je um eine Rotornutteilung geschrägten Aluminiumdruckguss-Käfigläufern

a) $Q_s > Q_r$, $Q_r = 33$
b) $Q_s < Q_r$, $Q_r = 42$.

Motordaten: Achshöhe 160 mm, 11 kW, 380 V, Dreieckschaltung, 50 Hz, $2p = 6$, Luftspaltweite 0.35 mm, ideelle Eisenlänge $l_e = 170$ mm, $Q_s = 36$, Einschichtwicklung, halbgeschlossene Stator- und Rotornuten.

Lösung:
In Abb. 6.49 sind für beide Motorvarianten das berechnete Grundwellen- und das berechnete Gesamtmoment mit Wirkung aller Oberwellen bis zum zweiten Statornutharmonischenpaar dargestellt und mit dem gemessenen Wellenmoment verglichen. Die Messung erfolgte in ähnlicher Weise wie in Abschn. 6.6.

$$\frac{Q_s}{Q_r} = \frac{36}{33}: \quad \eta_{\nu Q} \approx -0.082 \quad \frac{Q_s}{Q_r} = \frac{36}{42}: \quad \eta_{\nu Q} \approx 0.161$$

Die nutharmonischen Rotoroberströme sind bei 33 Rotornuten etwa um den Faktor $(0.082/0.161)^2 = 0.26$ kleiner, was die geringere Verzerrung der $M(n)$-Kurve erklärt. Im Fall $Q_s < Q_r$ tritt rechnerisch ein durch die Messung bestätigter sehr tiefer, den Anlauf erschwerender Momentensattel im Anlaufbereich $0 \leq s \leq 1$ auf. Das berechnete Grundwellenmoment kann diesen Effekt nicht wiedergeben. Im Fall $Q_s > Q_r$ ist der Motor relativ unempfindlich gegen den Querstromeinfluss, sodass bereits das berechnete Grundwellenmoment alleine die tatsächlich gemessene $M(n)$-Kurve im Bereich $0 \leq s \leq 1$ gut wiedergibt.

Fazit:
Am Netz hochlaufende Asynchronmaschinen werden geschrägt ausgeführt, um die im Anlaufbereich störenden asynchronen und synchronen Oberwellenmomente zu verringern. Allerdings wirken bei Nutenschrägung im Läufer Paketquerströme, die ihrerseits die Schrägung z. T. wieder aufheben und breite Drehmomentsättel hervorrufen, die das Anlaufmoment schwächen. Man führt die Rotornutzahl i. A. kleiner als die Statornutzahl aus, um die Paketquerströme zu verringern. Bei kleinen Asynchronmotoren mit Achshöhen bis etwa 112 mm ist wegen der kleinen Staboberfläche 2A der Querwiderstand $R_q = r_q/A$ so groß, dass eine Vergrößerung des spezifischen Querwiderstands r_q z. B. durch Wärmebehandlung des Läufers ebenfalls eine Verringerung der Querströme bewirkt. Diese Wärmebehandlung wird fallweise bei einphasig betriebenen Asynchronmotoren eingesetzt, da diese wegen der zusätzlichen Inversfelder besonders unter Rotoroberströmen und Paketquerströmen leiden. Bei großen Käfigläufermaschinen führt eine Erhöhung von r_q zunächst zu einer Erhöhung der Querstromverluste, die erst bei sehr hohem r_q wieder abnehmen, sodass hier eine Wärmebehandlung nicht sinnvoll ist.

6.8 Magnetisch erregte Geräusche

In Kap. 4 wurde erläutert, dass die magnetisch bedingten Radialkräfte zwischen Stator und Rotor bereits auf Grund der Feldgrundwelle nicht nur einen zeitlich konstanten Mittelwert, sondern auch eine Wechselkraft aufweisen. Die in Abschn. 6.5 diskutierten Oberwellen des Stator- und Rotorfelds infolge der in Nuten verteilten Wicklungen führen zu zusätzlichen höherfrequenten radialen Kraftschwankungen, die den Rotor und die Welle zu Biegeschwingungen anregen können, aber auch das Ständerjoch und Gehäuse in radialer Richtung verformen. Diese Statorbiegeschwingungen breiten sich in der umgebenden Luft als Schallwellen aus und führen so zu magnetisch erregten Geräuschen. Diese treten in allen Arten von elektrischen Maschinen mehr oder weniger ausgeprägt auf. Bei Käfigläuferasynchronmaschinen sind die Amplituden der Oberwellen wegen des kleinen magnetisch wirksamen Luftspalts i. A. relativ groß, sodass das magnetisch erregte Geräusch fallweise störend sein kann. Die an den Zähnen angreifenden magnetischen Wechselkräfte bewirken auch eine Verformung des Jochs. Die Eigenfrequenzen der Jochbiegeschwingungen sind

im Allgemeinen niedriger als die Zahnbiegeeigenfrequenzen. Daher werden überwiegend Jochbiegeschwingungen durch die Wechselkräfte angeregt, die zu einer Geräuschabstrahlung über die umgebende Luft oder zur Körperschallübertragung auf das Fundament führen können (Jordan 1950; Frohne 1959; Heller und Hamata 1977; Seinsch 1992).

Im Folgenden wird die Geräuschentstehung kurz skizziert; die physikalische Wirkungskette ist bei anderen Maschinentypen (z. B. Synchron- oder Gleichstrommaschinen (Eckhardt 1964)) ähnlich. Der magnetische Zug zwischen den magnetisierbaren Oberflächen von Stator und Rotor wurde in Abschn. 4.6 beschrieben. Wie dort wird nur die radiale Feldkomponente berücksichtigt: $f_n \cong B_n^2/(2\mu_0)$. Diese radiale Feldkomponente B_n enthält die Summe aller Stator- und Rotor-Feldgrundwellen und Oberwellen. Dominant sind die Statorfeldwellen des Statorstroms I_s und die Rotorfeldwellen des Rotorgrundstroms $I_r = I_{r1}$, die im statorfesten Koordinatensystem x_s betrachtet werden.

$$B_{\delta s\nu}(x_s,t) = \hat{B}_{\delta s\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu p \pi x_s}{p\tau_p} - 2\pi f_\nu t\right) \tag{6.205}$$

$$B_{\delta r\mu}(x_s,t) = \hat{B}_{\delta r\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu p \pi x_s}{p\tau_p} - 2\pi f_\mu t\right) \tag{6.206}$$

$$f_\nu = f_s \quad f_\mu = f_s \cdot (s + \mu \cdot (1-s)) \tag{6.207}$$

Die Wirkung der resultierenden Grundwelle $\nu = 1$, $\mu = 1$ alleine ist gemäß Abschn. 4.6 eine doppeltnetzfrequente Wechselkraft, die als Vibration („Netzbrumm“ 100 Hz oder 120 Hz) wahrgenommen wird. Die Frequenz der Wechselkräfte der Oberwellen ist deutlich höher in Bereich einiger Hundert Hertz bis über 1 kHz und führt zu weiteren magnetisch erregten Tönen. Die gemeinsame Berücksichtigung der Grund- und Oberwellen erfolgt, indem ihre Fourier-Summe (bis zu einer bestimmten maximalen, akustisch noch relevanten Ordnungszahl) bei der Berechnung der radialen Zugkraft als Normalkraft pro Flächeneinheit $f_n = F_n/A$ eingesetzt wird. Bitte nicht das Formelzeichen f_n mit den Formelzeichen für die Frequenzen f_s etc. (6.207) verwechseln! Gemäß Kap. 4 ist f_n nicht als physikalisch wirksame lokale Kraftgröße zu werten, sondern gewinnt erst als Hüllintegral über den betrachteten Körper als resultierende Kraft physikalische Bedeutung. Wenn aber die Eisenpermeabilität μ_{Fe} näherungsweise im Blechpaket örtlich konstant angenommen wird, dann verschwinden die magnetischen Kräfte im Eisenvolumen und konzentrieren sich nur auf der Eisenoberfläche (Seinsch 1992), sodass sie als Zugspannungen tatsächlich lokal an der Eisenoberfläche angreifende Flächenkräfte darstellen. Bei $\mu_{Fe} >> \mu_0$ werden diese lokalen Zugspannungen durch die nun lokal physikalisch wirksamen Maxwell'schen Zugspannungen $f_n = (B_n^2 - B_t^2)/(2\mu_0) \approx B_n^2/(2\mu_0)$ korrekt beschrieben. Die Bedingung $\mu_{Fe} = \text{konst.} >> \mu_0$ ist in elektrischen Maschinen nur näherungsweise erfüllt, genügt aber für eine näherungsweise Kraftberechnung, wie sie im Folgenden skizziert wird.

$$f_n(x_s,t) \sim \left(\sum_\nu B_{\delta s\nu} + \sum_\mu B_{\delta r\mu}\right)^2 = \sum_\nu \sum_\mu f_{n,\mu\nu}(x_s,t)$$

$$\sum_{\nu,\mu} f_{n,\mu\nu} \sim \sum_{\nu,\mu} (B_{\delta s\nu}^2 + 2B_{\delta s\nu}B_{\delta r\mu} + B_{\delta r\mu}^2)$$

Die Quadrate $B^2_{\delta s\nu}$, $B^2_{\delta r\mu}$ ergeben gemäß Abschn. 4.6 mittlere konstante Kräfte und Kraftwellen, deren Wellenlängenzahl am Maschinenumfang und damit deren Ordnungszahl r (vgl. Kap. 4) das Doppelte der Polzahl νp, μp ist und die als Wechselkräfte mit der doppelten Frequenz $2f_s$, $2f_\mu$ wirken. Diese hohe Wellenlängenzahl würde zu einer hochpoligen Verformung der Joche führen. Gegenüber hochpoligen Verformungen sind die Joche i. A. biegesteif, ausgenommen sehr dünne Joche. Ihre Verformungsamplituden und damit ihre akustische Wirkung sind daher gering. Die gemischten Produkte $B_{\delta s\nu} \cdot B_{\delta r\mu}$ hingegen können auf Kraftwellen mit geringer Ordnungszahl r bei gleichzeitig hoher Frequenz im hörbaren Bereich von ca. 100 Hz bis 16 kHz führen. Die auftretenden Joch- und Gehäuseverformungen sind dann größer und regen ggf. störende Schallwellen an, besonders im Resonanzfall. Dieser tritt auf, wenn die Frequenz und Ordnungszahl der anregenden Kraftwelle mit der Eigenfrequenz und der Eigenschwingungsform der Joch-Gehäuse-Struktur übereinstimmt. Dann ist die Verformungsamplitude besonders groß und der magnetisch erregte Ton laut. Zur Vermeidung solcher Resonanzen müssen bereits bei der Auslegung die Biegeeigenfrequenzen durch Vorausberechnung bekannt sein. Die Vorausberechnung dieser Biegeeigenfrequenzen ist auf Grund des mitschwingenden Wicklungssystems, dessen Schwingungseigenschaften auch durch das verwendete Isolierungsverfahren beeinflusst wird, schwierig. Deshalb können in der Praxis immer wieder solche resonanten Schwingungsanregungen auftreten.

Die Argumente in (6.205), (6.206) werden abgekürzt:

$$\alpha = \frac{p\nu\pi \cdot x_s}{p\tau_p} - 2\pi f_\nu \cdot t \quad \beta = \frac{p\mu\pi \cdot x_s}{p\tau_p} - 2\pi f_\mu \cdot t \tag{6.208a}$$

Mit der Umformung

$$\hat{B}_{\delta s\nu} \cos\alpha \cdot \hat{B}_{\delta r\mu} \cos\beta = \hat{B}_{\delta s\nu}\hat{B}_{\delta r\mu} \cdot \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)] \tag{6.208b}$$

$$\alpha \pm \beta = 2(\nu \pm \mu)p \cdot \frac{\pi x_s}{2p\tau_p} - 2\pi \cdot (f_\nu \pm f_\mu) \cdot t \tag{6.208c}$$

erhalten wir die das Joch zu Biegeschwingungen anregenden Radialkraftwellen als Kraft pro Flächeneinheit, auch Zugkraftwellen genannt, aus der Wechselwirkung einer Statoroberwelle des Statorstroms I_s und einer Rotoroberwelle des Rotorgrundstroms I_r mit der Ordnungszahl (Knotenpaarzahl) r und der Wellenfrequenz $f_{\mathrm{Ton},r}$.

$$f_{n,\nu\mu}(x_s,t) = \frac{\hat{B}_{\delta s\nu}\hat{B}_{\delta r\mu}}{2\mu_0} \cdot \cos(2r \cdot \frac{\pi x_s}{2p\tau_p} - 2\pi f_{\mathrm{Ton},r} t) \tag{6.209}$$

Der Anzahl der Wellenlängen am Umfang $|r|$ entspricht die Anzahl der Knoten $2\,|r|$ am Maschinenumfang. Das sind jene Stellen, wo die Radialkraft f_n Null ist, und dadurch Schwingungsknoten des schwingenden Jochs auftreten (Abb. 6.50).

$$2r = 2p \cdot (\nu \pm \mu) \quad f_{\mathrm{Ton},r} = |f_\nu \pm f_\mu| \tag{6.210}$$

Am Umfangsort x_s schwingt die Radialkraft mit der Tonfrequenz $f_{\mathrm{Ton},r}$ und regt Joch und Gehäuse zu einer erzwungenen Schwingung gleicher Frequenz an. Daher erfolgt die

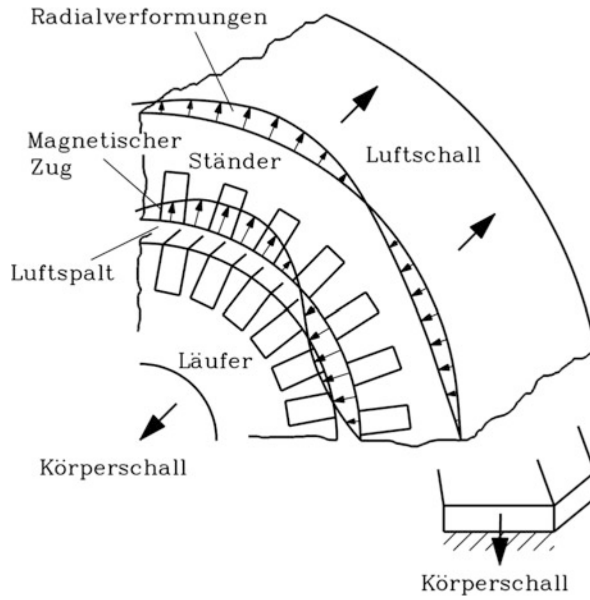


Abb. 6.50 Im Luftspalt wirkt die Radialzugkraftwelle sowohl auf Stator und Rotor. Vor allem das biegeweichere Statorjoch wird verformt und erregt Schallwellen in der Umgebungsluft (Luftschall) und über die Maschinenfüße im Maschinenfundament (Körperschall). (Quelle: Seinsch 1992)

Ausbreitung der von der Gehäuseschwingung erregten Schallwelle in der umgebenden Luft mit eben dieser Tonfrequenz als Luftschall. Zusätzlich werden die Schwingungen über die Maschinenfüße in das Fundament als Körperschall eingeleitet (Frohne 1959).

$$f_{\text{Ton},r} = f_s \cdot |(\mu - 1) \cdot (1 - s) + 2| \text{ für } 2r = 2p \cdot (\nu + \mu) \tag{6.211}$$

$$f_{\text{Ton},r} = f_s \cdot |(\mu - 1) \cdot (1 - s) + 0| \text{ für } 2r = 2p \cdot (\nu - \mu) \tag{6.212}$$

Die Läuferoberwellen des von der 3. Sättigungsoberwelle des Ständerfelds hervorgerufenen Rotoroberstroms I_{r3}, der gemäß (6.117) die Frequenz $3sf_s$ hat, haben gemäß (6.159) und (6.161) die nachstehend angegebenen Ordnungszahlen μ_3 und Frequenzen f_{μ_3} (6.213) im statorfesten Koordinatensystem. Es gilt nämlich

$$\frac{\mu_3 x_r \pi}{\tau_p} - 3s\omega_s t = \frac{\mu_3 x_s \pi}{\tau_p} - (3s + \mu_3(1-s)) \cdot \omega_s t = \frac{\mu_3 x_s \pi}{\tau_p} - 2\pi f_{\mu_3} t$$

und somit:

$$\mu_3 = 3 + g_{r0} \cdot Q_r/p, \quad f_{\mu_3} = f_s \cdot (3 + (1-s) \cdot g_{r0} \cdot Q_r/p). \tag{6.213}$$

Eingesetzt in (6.210), mit μ_3 statt μ und f_{μ_3} statt f_μ, werden die Ordnungszahlen und Frequenzen der Radialkraftwellen aus der Wechselwirkung der Ständeroberwellen des Stroms I_s und der Läuferrestfelder von I_{r3} erhalten.

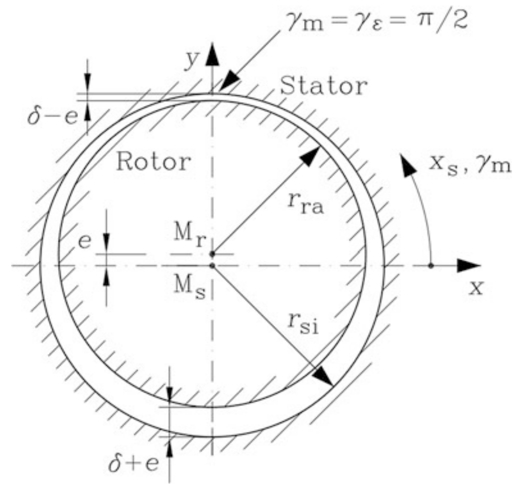


Abb. 6.51 Der Läufer ist in y-Richtung um die Exzentrizität e verschoben. Der Lagewinkel γ_ε, wo der minimale Luftspalt auftritt, ist (gezählt von der x-Achse weg) hier im Bild $\gamma_\varepsilon = \pi/2$.

In Abschn. 6.5 wurden auch die Läufergrund- und Oberwellen der Rotoroberströme $I_{r\nu}$ erläutert. Für die Geräuschentstehung liefern sie i. A. zu kleine Kraftamplituden. Weiter führt eine Verlagerung des Läufers aus der geometrischen Mitte der Ständerbohrung um das Maß e zu einer Unsymmetrie des Luftspalts, der in Richtung der Läuferverlagerung beim Winkel γ_ε mit $\delta - e$ kleiner und an der gegenüberliegenden Läuferseite mit $\delta + e$ größer wird (Abb. 6.51). Diese Läuferexzentrizität kann stationär bereits bei Stillstand der Maschine z. B. durch eine fehlerhafte exzentrische Lagerung der Welle als statische Exzentrizität auftreten. Da die Exzentrizität $\varepsilon = e/\delta$ mit Werten bis zu 0.2 i. A. klein ist, kann die Änderung des Luftspalts näherungsweise durch eine Kosinusfunktion beschrieben werden, wobei bei $x_s = 0$ der minimale Luftspalt auftritt.

$$\delta(x_s) = \delta \cdot \left(1 - \varepsilon \cdot \cos\left(\frac{x_s \pi}{p\tau_p} - \gamma_\varepsilon\right)\right) \tag{6.214}$$

Aus der Grundwelle der magnetischen Spannung erhalten wir die verzerrte Feldkurve. Da ε klein ist, verwenden wir $1/(1+\varepsilon) \approx 1 - \varepsilon$. Es folgt (hier vereinfacht für $\gamma_\varepsilon = 0$):

$$B_\delta(x_s, t) = \mu_0 \frac{\hat{V} \cdot \cos\left(x_s \pi/\tau_p - \omega_s t\right)}{\delta(x_s)} \tag{6.215}$$

$$B_\delta(x_s, t) \approx \frac{\mu_0 \hat{V}}{\delta} \cos\left(\frac{x_s \pi}{\tau_p} - \omega_s t\right) \cdot \left(1 - \varepsilon \cdot \cos\left(\frac{x_s \pi}{p\tau_p}\right)\right) = B_{\delta s1} + B_{\delta\varepsilon} \tag{6.216}$$

Mit dem mittleren Luftspalt erhält man die Grundwelle, mit dem Produkt der beiden Kosinusfunktionen zwei zusätzliche exzentrizitätsbedingte Feldwellen. Gemäß (6.218) ist eine der beiden Ordnungszahlen größer als Eins, die andere kleiner als Eins, sodass sich je eine Ober- und eine Unterwelle als zusätzliche Feldwellen ergeben (Frohne 1968; Früchtenicht et al. 1981).

$$B_{\delta\varepsilon}(x_s, t) = \hat{B}_{\delta s1} \cdot \frac{\varepsilon}{2} \cdot \left[\cos\left(\frac{(p+1)x_s\pi}{p\tau_p} - \omega_s t\right) + \cos\left(\frac{(p-1)x_s\pi}{p\tau_p} - \omega_s t\right)\right] \tag{6.217}$$

$$\nu_\varepsilon = (p \pm 1)/p \quad f_\varepsilon = f_s \tag{6.218}$$

Für $p = 1$ tritt nur eine Oberwelle mit halber Wellenlänge $\nu_\varepsilon = 2$ auf, während anstelle der Unterwelle mit $\nu_\varepsilon = 0$ ein Unipolarfeld auftritt. Das zeitlich pulsierende Unipolarfeld durchsetzt den Luftspalt räumlich stets mit nur einer Polarität und schließt sich außerhalb des Luftspalts im Stirnbereich über die Wickelköpfe. Wegen des dort großen Luftwegs ist das Unipolarfeld i. A. auch im Luftspalt klein und kann vernachlässigt werden. Die Exzentrizitätsfeldwellen induzieren den Käfig und rufen Oberströme $I_{r\varepsilon}$ hervor, deren Rotorfeldwellen die Amplituden der Exzentrizitätsfeldwellen abdämpfen. Weiter erregen sie, wie in Abschn. 6.5 beschrieben, zusätzliche Rotoroberwellen. Deren Amplituden sind klein, sodass nur die Exzentrizitätsfeldwellen (6.218) in ihrer Wechselwirkung mit den Läufergrund- und -oberwellen (6.206) bzw. bei Einfluss der Sättigung auch (6.213) für die Geräuschanregung relevant sind. In Wechselwirkung mit der Feldgrundwelle $\nu = \mu = 1$ ergeben sich die Kraftwellenordnungszahlen (6.219). Zweiknotige Kraftwellen $2\,|r| = 2$ ergeben allgemein eine resultierende Läuferkraft, die entweder zeitlich konstant ist oder als Rüttelkraft zeitlich pulsiert (6.222). Im Fall der Exzentrizität ist diese Läuferkraft der einseitige magnetische Zug.

$$r = 2p + 1 \quad r = 2p - 1 \quad r = 1 \quad r = -1 \tag{6.219}$$

Eine zusätzliche dynamische Exzentrizität tritt auf, wenn z. B. infolge einer zu großen Läuferrestunwucht die Welle bei Rotation durch die dann einseitig wirkende Fliehkraft in Richtung der Fliehkraft elastisch verbogen wird. Im Bereich des verkleinerten Luftspalts sind das Luftspaltfeld und damit die magnetische Zugkraft größer als im Bereich des vergrößerten Luftspalts. Daher wirkt auf den Läufer eine resultierende einseitige zeitlich konstante Kraft F_m, der einseitige magnetische Zug, der in Richtung des minimalen Luftspalts gerichtet ist. Die sich einstellende Luftspaltunsymmetrie dreht synchron mit dem deformierten Läufer und verstärkt durch den rotierenden einseitigen magnetischen Zug ihre Ursache, die umlaufende Unwuchtkraft. Anstelle der Luftspaltfunktion (6.214) erhalten wir nun die mit Ω_m rotierende Luftspaltfunktion (6.220), die eingesetzt wird in (6.215), (6.216), sodass wir zwei zusätzliche dynamische Exzentrizitäts-Feldwellen $B_{\delta\varepsilon,d}$ erhalten. Diese Feldwellen der dynamischen Exzentrizität haben die gleiche Ordnungszahl ν_ε wie die Feldwellen $B_{\delta\varepsilon}$ (6.217), aber eine gegenüber (6.218) niedrigere bzw. höhere Frequenz $f_{\varepsilon d}$ (6.221).

$$\begin{aligned} \delta(x_s) &= \delta \cdot \left(1 - \varepsilon \cdot \cos\left(\frac{x_s\pi}{p\tau_p} - \frac{1-s}{p} \cdot \omega_s t - \gamma_\varepsilon\right)\right) \\ &= \delta \cdot \left(1 - \varepsilon \cdot \cos(\frac{x_s\pi}{p\tau_p} - \Omega_m t - \gamma_\varepsilon)\right) \end{aligned} \tag{6.220}$$

$$\nu_\varepsilon = (p \pm 1)/p \qquad f_{\varepsilon d} = f_s \cdot \left(1 \pm \frac{1-s}{p}\right) \tag{6.221}$$

Die beiden Feldwellen $B_{\delta\varepsilon}$ bzw. $B_{\delta\varepsilon,\mathrm{d}}$ bilden gemäß (6.209) mit den Stator- und Rotor-Feldwellen zusätzlich wirkende geräuschanregende umlaufende Exzentrizitäts-Zugkraftwellen, deren Knotenzahlen und Tonfrequenzen (6.210) mit den Ordnungszahlen und Frequenzen (6.218) für die statische Exzentrizität bzw. (6.221) für die dynamische Exzentrizität bestimmt werden.

Für die Bestimmung des einseitigen magnetischen Zugs bei Leerlauf wird nur das Produkt aus $B_{\delta\varepsilon}$ bzw. $B_{\delta\varepsilon,\mathrm{d}}$ mit der Statorfeldgrundwelle $B_{\delta\mathrm{s}1}$ (6.205) betrachtet; bei Belastung ist $B_{\delta\mathrm{s}1}$ durch die Summe aus Stator- und Rotorgrundfeld $B_{\delta\mathrm{s}1}, B_{\delta\mathrm{r}1}$ gemäß (6.205) und (6.206) zu ersetzen. Wenn in Richtung des in mechanischen Graden gezählten Winkels $\gamma_\varepsilon = \gamma_{\mathrm{m}0}$ der minimale Luftspalt liegt (Abb. 6.52), so wirkt beim Umfangswinkel $\gamma_\mathrm{m} = x_\mathrm{s}\pi/(p\tau_\mathrm{p})$ in diese Richtung die Kraftkomponente $f_\mathrm{n}(\gamma_\mathrm{m}, t) \cdot \cos(\gamma_\mathrm{m} - \gamma_{\mathrm{m}0})$. Aufsummiert über den Umfang ergibt dies den einseitigen magnetischen Zug mit seinem Zeitverlauf bezüglich des Stators.

$$F_\mathrm{m}(t) = \int_0^{2\pi} f_\mathrm{n}(\gamma, t) \cdot \cos(\gamma_\mathrm{m} - \gamma_{\mathrm{m}0}) \cdot l_\mathrm{e} \cdot (d_\mathrm{si}/2) \cdot d\gamma_\mathrm{m} \tag{6.222}$$

Wegen der Orthogonalitätsrelation (K: beliebige Zahl, r: ganze Zahl)

$$\int_0^{2\pi} \cos(r \cdot \gamma_\mathrm{m} - K) \cdot \cos(\gamma_\mathrm{m} - \gamma_{\mathrm{m}0}) \cdot d\gamma_\mathrm{m} = \begin{cases} 0, & r \neq \pm 1 \\ \pi \cdot \cos(K - \gamma_{\mathrm{m}0}), & r = \pm 1 \end{cases}$$

tragen nur die Kraftwellen mit $r = \pm 1$ aus (6.219) zum einseitigen magnetischen Zug bei, der quadratisch von der Amplitude der Grundwelle und linear von der Exzentrizität ε abhängt, solange diese klein ist. Bei mehrpoligen Maschinen mit $2p \geq 4$ bilden die beiden Feldwellen $B_{\delta\varepsilon}$ mit $B_{\delta\mathrm{s}1}$ gemäß (6.218) bzw. (6.221) vier Exzentrizitäts-Radialkraftwellen mit den Ordnungszahlen $r = p \pm (p \pm 1)$, also $r = 2p + 1, 2p - 1, +1, -1$. Nur die zwei Exzentrizitäts-Radialkraftwellen $r = \pm 1$ (mit $K = \pm(\Omega_\mathrm{m} t + \gamma_\varepsilon)$ bei dynamischer Exzentrizität bzw. $K = \pm\gamma_\varepsilon$ bei statischer Exzentrizität) bilden den resultierenden einseitigen

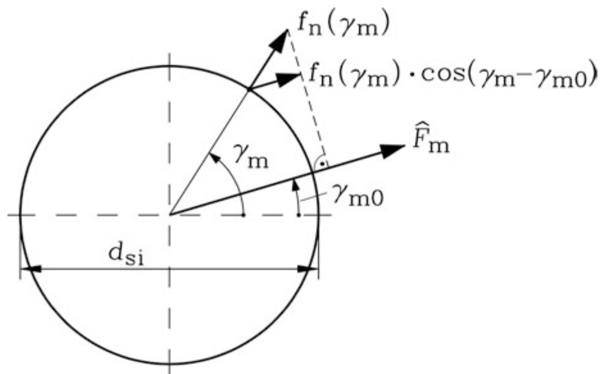


Abb. 6.52 Berechnung der auf den Läufer wirkenden resultierenden Radialkraft F_m aus der Radialkraft pro Flächeneinheit $f_\mathrm{n}(\gamma_\mathrm{m})$ (Quelle: Werner 2006)

magnetischen Zug. Bei zweipoligen Maschinen $2p = 2$ ist die Exzentrizitätsfeldwelle mit der Ordnungszahl $\nu_\varepsilon = (p-1)/p = 0$ ein Unipolarfeld (keine räumliche Welle!). Dieses ist, wie erwähnt, i. A. vernachlässigbar klein. Es verbleiben nur zwei Exzentrizitäts-Radialkraftwellen $r = 3$ und $r = 1$, wovon nur $r = 1$ eine resultierende Läufer-Radialkraft (6.222) bildet. Daher ist bei zweipoligen Maschinen der magnetische Zug nur halb so groß wie bei höherpoligen Maschinen.

$$\begin{aligned} 2p \geq 4: \hat{F}_\mathrm{m} &= \frac{\pi}{4\mu_0} \cdot d_\mathrm{si} \cdot l_\mathrm{e} \cdot \varepsilon \cdot \hat{B}^2_{\delta\mathrm{s}1} \\ 2p = 2: \hat{F}_\mathrm{m} &= \frac{\pi}{8\mu_0} \cdot d_\mathrm{si} \cdot l_\mathrm{e} \cdot \varepsilon \cdot \hat{B}^2_{\delta\mathrm{s}1} \end{aligned} \tag{6.223}$$

Bei der statischen Exzentrizität ist die auf den Ständer wirkende Kraft gemäß (6.214) zeitlich konstant $F_\mathrm{m}(t) = \hat{F}_\mathrm{m} \cdot \cos(\gamma_\varepsilon - \gamma_{\mathrm{m}0})$ (maximal $F_\mathrm{m}(t) = \hat{F}_\mathrm{m}$ bei $\gamma_\varepsilon = \gamma_{\mathrm{m}0}$) und bei der dynamischen Exzentrizität gemäß (6.220) drehfrequent: $F_\mathrm{m}(t) = \hat{F}_\mathrm{m} \cdot \cos(\Omega_\mathrm{m} t + \gamma_\varepsilon - \gamma_{\mathrm{m}0})$, mit der zeitlich veränderlichen Amplitude $F_\mathrm{m}(t) = \hat{F}_\mathrm{m} \cdot \cos(\Omega_\mathrm{m} t)$ bei $\gamma_\varepsilon = \gamma_{\mathrm{m}0}$ (siehe Abb. 6.51 und 6.52). Der einseitige magnetische Zug wirkt somit bei statischer Exzentrizität stationär in eine feste Raumrichtung und läuft bei dynamischer Exzentrizität mit dem minimalen Luftspalt um, sodass die Welle zu Biegeschwingungen angeregt wird und auf den Stator Rüttelkräfte wirken.

Es ist zu beachten, dass selbst bei zentrischem Läufer $\varepsilon = 0$ bei einer Rotornutzahl, die sich nur um Eins von der Ständernutzahl unterscheidet $Q_\mathrm{r} = Q_\mathrm{s} \pm 1$, auch Radialkraftwellen mit $|r| = 1$ auftreten, die zu Rüttelkräften führen. Dann bilden zwei der ersten Nutharmonischen $\nu_\mathrm{Q} = 1 \pm Q_\mathrm{s}/p$ und $\mu = 1 \pm Q_\mathrm{r}/p$ der Ströme I_s und $I_{\mathrm{r}1}$ die Kraftwellen mit den Ordnungszahlen Eins gemäß a) und b).

a) $r = p(\nu_\mathrm{Q} - \mu) = p\,(1 + Q_\mathrm{s}/p - (1 + Q_\mathrm{r}/p)) = Q_\mathrm{s} - Q_\mathrm{r} = 1$ bzw. -1
b) $r = p(\nu_\mathrm{Q} - \mu) = p\,(1 - Q_\mathrm{s}/p - (1 - Q_\mathrm{r}/p)) = -Q_\mathrm{s} + Q_\mathrm{r} = -1$ bzw. 1

Diese Kraftwellen drehen gemäß (6.212) sowohl für Fall a) als auch b) mit der Kreisfrequenz $\omega_{\mathrm{Ton},|r|=1} = 2\pi f_{\mathrm{Ton},|r|=1} = \omega_\mathrm{s} \cdot |1-s| \cdot Q_\mathrm{r}/p$, die ständerseitig als zur Rotornutzahl proportionale Rüttelfrequenz wirksam ist. Da die Ständernutzahl $Q_\mathrm{s} = 2p \cdot q_\mathrm{s} \cdot m_\mathrm{s}$ mit Ganzlochwicklungen stets eine gerade Zahl ist, bedeutet die Vermeidung der Bedingung $Q_\mathrm{r} = Q_\mathrm{s} \pm 1$ auch, dass Q_r nicht ungerade gewählt werden soll (Werner 2006, 2008).

Während also $|r| = 1$ zu Rüttelkräften ähnlich einer umlaufenden Unwuchtkraft führen kann, führen die Kraftwellen mit den Ordnungszahlen $2\,|r| = 0, 4, 6, 8, \ldots$ zu geräuschwirksamen Ständerjochdeformationen. Wenn Stator und Gehäuse als frei schwingender elastischer homogener Ring betrachtet werden, dann ist die von der Kraftwelle $2r$ bewirkte Biegeschwingungsform mit ihrer Knotenzahl $2m$ identisch mit der anregenden Kraftwellenordnung $2r$ (Abb. 6.53). Wenn die Frequenz der anregenden Kraftwelle $f_{\mathrm{Ton},r}$ mit der Biegeeigenfrequenz $f_{\mathrm{d,m}}$ des Schwingungsmodus m übereinstimmt, dann sind die Schwingungsamplituden des Jochs $\hat{Y}_m$ maximal, und es kann

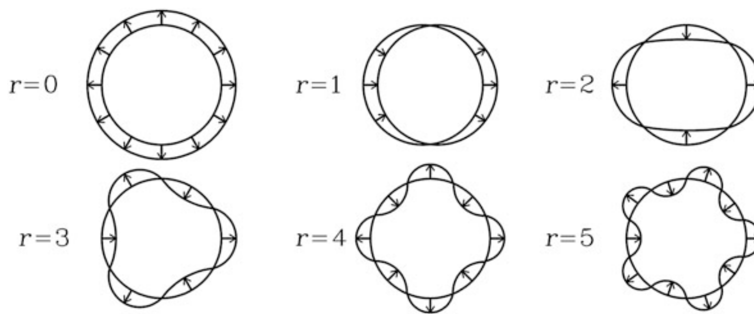


Abb. 6.53 Verteilung der Radialkraftwellen mit den Ordnungszahlen $r = 0 \ldots 5$ am Maschinenumfang (Quelle: Jordan 1950)

ein lauter magnetischer Ton abgestrahlt werden. Solche resonanten Anregungen sollten durch eine gründliche Auslegung möglichst vermieden werden. Die Schwierigkeit der genauen Vorausberechnung die Biegeeigenfrequenzen erfordert daher oft den Bau und die Vermessung von Prototypen (Weber 1977).

In der Realität bilden die Gehäusefüße zusätzliche ortsfeste Schwingungsknoten aus. Auf Grund des Klemmenkastens und der Kühlrippen sind Joch und Gehäuse kein homogen schwingender Ring. Die sich einstellende Schwingungsform kann als eine Überlagerung unterschiedlicher Schwingungsmoden m angesehen werden, wobei die Modenzahlen m der dominanten Schwingungsmoden in der Regel in der Nähe der Ordnungszahl r der anregenden Kraftwelle liegen. Beim Joch als homogenem Ring sind die Verhältnisse übersichtlich. Wegen $r = m$ wird in diesem Fall r auch für die Schwingungsmoden verwendet. Bei $2r = 0$ treten keine Schwingungsknoten auf (Abb. 6.53). Der gesamte Stator wird am Umfang gleichphasig elastisch gedehnt und komprimiert, ähnlich wie eine ideale Lautsprechermembran. In gleicher Weise wird die umgebende Luft gleichphasig komprimiert und expandiert. Die so entstehenden Schallwellen als longitudinale Wellen der Luftdichteschwankung haben eine sehr große Reichweite und sind daher bezüglich des Geräuschs kritisch (Abb. 6.54). Allerdings ist die Biegeeigenfrequenz $f_{\mathrm{d},0}$ relativ hoch und liegt in der Regel über den Eigenfrequenzen der Schwingungsformen 1 bis 4. Mit steigender Baugröße der Maschine sinken alle Eigenfrequenzen. Bei $2r = 2$ schwingt die gesamte Maschinengeometrie längs einer bestimmten Schwingungsrichtung. Auf diese Rüttelbeanspruchung reagiert der gegenüber dem Ständer i. A. deutlich biegeweichere Läufer mit Biegeschwingungen, die besonders groß werden können, wenn die Anregefrequenz mit der Läufer-Biegeeigenfrequenz übereinstimmt (Gasch et al. 2002). Dies sind die bereits erwähnten „Rüttelschwingungen". Bei $2r > 2$ wird im Wesentlichen der Stator verformt. Dessen Biegeeigenfrequenzen $f_{\mathrm{d,m}}$ nehmen mit steigender Modenzahl m zu. Diese Joch- und Gehäuseschwingungen sind wie $m = 0$ für die magnetischen Geräusche verantwortlich. Wie in Abb. 6.54 erklärt, nehmen die Amplituden der Schallwellen mit steigender Ordnungszahl m rascher mit der Entfernung ab. Daher sind Schwingungen mit niedriger Modenzahl i. A. kritischer. Die Biegeeigenfrequenz der Zähne und der Kühlrippen ist

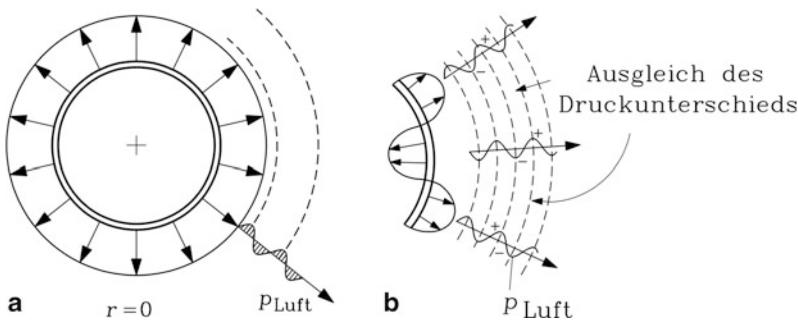


Abb. 6.54 (**a**) Bei am Umfang gleichphasig schwingender Gehäuseoberfläche bei $2r = 0$ wird der Luftdruck p der Luft gleichphasig erhöht und verringert. Es entsteht eine weitreichende Schallwelle. (**b**) Bei einer hochpoligen Verformung der Gehäuseoberfläche infolge großem $2r$ werden eng benachbarte Luftbereiche gegenphasig komprimiert. Dadurch wird schon nach kurzer Distanz der Luftdichteunterschied ausgeglichen, und es entstehen Schallwellen kurzer Reichweite

vor allem bei kleineren Maschinen i. A. ausreichend hoch, sodass bei Sinusbetrieb keine resonante Schwingungsanregung dieser Teile erfolgt.

Die Biegesteifigkeit des Statorjochs wird durch die Jochhöhe und Gehäusewandstärke bestimmt. Hochpolige Maschinen haben einen kleineren Fluss pro Pol als niederpolige Maschinen bei gleichem Drehmoment, und daher geringere Jochhöhen. Sie sind daher biegeweicher und weisen damit niedrigere Biegeeigenfrequenzen $f_{d,m}$ auf. Daher können bei hochpoligen Maschinen auch anregende Kraftwellen mit höherer Ordnungszahl r noch kritisch hinsichtlich hohen Luft- und Körperschalls sein. Dies gilt insbesondere für hochpolige Synchronmaschinen als langsam laufende Wasser- und Windkraftgeneratoren. Bei Asynchronmaschinen überwiegen niederpolige Ausführungen, da nur dann eine ausreichend große Polteilung und damit wegen des erforderlich kleinen Luftspalts eine ausreichend große Hauptreaktanz $X_h \sim \tau_p/\delta$ sichergestellt werden kann (Kap. 4). Die niederpolige Ausführung bei den Asynchronmaschinen führt daher zu biegesteiferen Jochen. Deshalb sind bei Asynchronmaschinen vor allem die niederpoligen Ordnungszahlen $r = 0, 2, 3, 4$ kritisch hinsichtlich der Erzeugung magnetischer Töne.

Fazit:
Magnetisch erregte Töne treten bei netzbetriebenen Asynchronmaschinen hauptsächlich dann auf, wenn die anregende Frequenz der Drehkraftwelle mit einer Biegeeigenfrequenz des Statorjochs und Gehäuses übereinstimmt, wobei nicht notwendiger Weise die Ordnungszahl der Kraftwelle r mit der Modenzahl der Schwingung m übereinstimmen muss, da Joch und Gehäuse kein idealer homogener schwingender Ring sind. Neben den nutharmonischen Oberwellen können Oberwellen bedingt durch Sättigung und Exzentrizität ebenfalls geräuschanregend wirken. Durch Schrägung wird vor allem die Geräuschanregung der nutharmonischen Oberwellen vermindert.

Beispiel 6.24

Experimentell durchgeführte Modalanalyse der Biegeschwingungen von bewickeltem Statorblechpaket und Aluminium-Rippengehäuse

a) bei eingebautem Rotor,
b) bei ausgebautem Rotor.

Statordaten: 6-poliger 11 kW Norm-Asynchronmotor, 380 V, 50 Hz, Achshöhe 160 mm, 36 Statornuten, Niederspannungs-Runddraht-Einschichtwicklung, Gehäuse mit Klemmenkasten und Füssen gemäß International Mounting IM B3 (Daten des Motors von Bsp. 6.23).

Der Stator wurde mit einem elektromagnetischen Schwingungsanreger an einer festgelegten Stelle am Gehäuseumfang zu sinusförmigen Radialschwingungen im Frequenzbereich 250 Hz bis 2750 Hz angeregt. Die auf einen Bemessungswert $\hat{R}_0$ bezogene, an einem festen Messort erfasste radiale Schwingungsamplitude $\Delta\hat{r}(f) = \hat{R}(f)/\hat{R}_0$ war

a) bei eingebautem Rotor bei den Eigenfrequenzen 390 Hz, 650 Hz, 975 Hz, 1495 Hz und 1820 Hz maximal (Abb. 6.55). Die größten Amplituden traten bei 650 Hz und 1820 Hz auf, die als kritische Eigenfrequenzen eingestuft wurden.
b) Bei ausgebautem Rotor wurde die Messung wiederholt. Die beiden kritischen Eigenfrequenzen sanken auf 592 Hz und 1739 Hz. Der eingebaute Rotor hat somit eine versteifende Wirkung. Zusätzlich trat eine Eigenfrequenz bei 2704 Hz auf, die bei eingebautem Läufer offenbar oberhalb der untersuchten Maximalfrequenz von 2750 Hz lag. Die Schwingungsamplitude und die Phasenlage der Schwingung in Bezug auf die Schwingungsanregung wurden bei a) und b) bei diesen kritischen Frequenzen an mehreren Stellen am Umfang gemessen, um die Schwingungsform (Schwingungsmode) zu bestimmen (Abb. 6.56). Eine Vierknoten-Schwingungsform

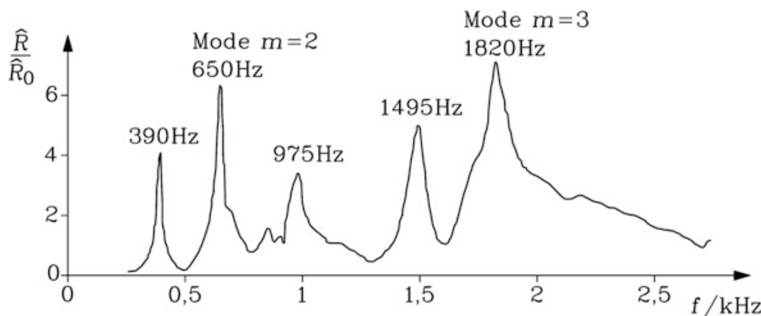


Abb. 6.55 6-poliger 11 kW Norm-Asynchronmotor, Achshöhe 160 mm, mit Gehäusefüßen (Bauform IM B3), Lüfterhaube abgenommen: Gemessener Frequenzgang der bezogenen radialen Schwingungsamplitude an der Gehäuseoberfläche bei stillstehendem, unerregten Motor. Die Schwingungsanregung erfolgte über einen elektrodynamischen Schwingungserreger

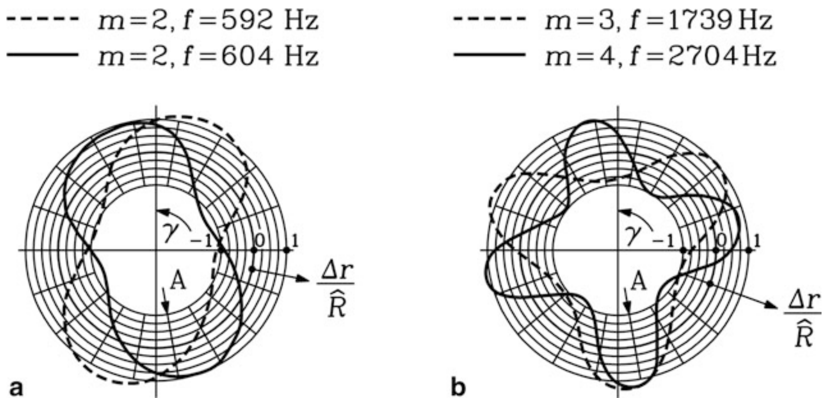


Abb. 6.56 Zu Abb. 6.55: 6-poliger 11 kW Norm-Asynchronmotor, Achshöhe 160 mm, mit Gehäusefüßen (Bauform IM B3): Gemessene Schwingungsmoden mit normierter radialer Verformung $\Delta r(\gamma)$ bei den Eigenfrequenzen. Die Schwingungsformen $m = 2$ tritt bei eingebautem Läufer bei 604 Hz und bei ausgebautem Läufer bei 592 Hz auf. Die Schwingungsform $m = 3$ bei 1739 Hz und $m = 4$ bei 2704 Hz gelten bei ausgebautem Läufer. Der Pfeil bei A kennzeichnet den Ort des elektrodynamischen Schwingerregers

wurde bei 604 Hz bzw. 592 Hz, eine Sechsknoten-Schwingung bei 1739 Hz und eine Achtknotenschwingung bei 2704 Hz festgestellt. Das Experiment zeigt, dass die Eigenfrequenzen mit steigender Modenzahl (ausgenommen $m = 0$ und $m = 1$) zunehmen.

Der Frequenzbereich des menschlichen Ohrs beträgt etwa 16 Hz bis 20 kHz. Wahrgenommen werden:

a) Töne: Das sind Luftdichteschwingungen mit einer festen Frequenz.
b) Klänge: Das sind Überlagerungen mehrerer Töne.
c) Rauschen: Das sind Luftdichteschwingungen mit einem stochastisch verteilten Frequenzspektrum.
d) Schallstöße: Das ist der Knall, der als Druckstoß mit einem an der Stoßfront großen Dichtegradienten der Luft auftritt.

Der bei einem festen Betriebspunkt des Motors mit Mikrophonen gemessene Luftschall ist i. A. ein dem „Hintergrundrauschen" überlagertes periodisches Signal, das mit einer Fourier-Reihe als Summe von Einzeltönen dargestellt wird. Die Auflösung der Frequenzen erfolgt im einfachsten Fall in Oktavbändern. Eine Oktave stellt eine Frequenzverdopplung dar. Die Mittenfrequenzen der Oktavbänder im Hörbereich werden z. B. gemäß Tab. 6.12 verwendet. Eine feinere Unterteilung bieten die Terzbänder, die jedes Oktavband nochmals in drei Bereiche unterteilen. Ebenso sind wesentlich feinere Unterteilungen als Schmalbandanalyse üblich.

Die Schallwelle ist eine Longitudinalwelle der Luftdichteschwankungen, wobei die Schwingungen der Luftmoleküldichte mit der Geschwindigkeit $v(t)$, der sogenannten

Tab. 6.12 Typische Mittenfrequenzen der Oktavbänder des Frequenzbereichs bei der Luftschallmessung

f [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16000

Schallschnelle, der Mittellage der thermischen Eigenbewegung der Luftmoleküle überlagert sind. Die Schallgeschwindigkeit der Wellenfront einer Sinuswelle mit der Tonfrequenz $f_{\mathrm{Ton},r}$, erregt durch die Kraftverteilung der Ordnung r, und der Wellenlänge λ_r ist $c_S = \lambda_r \cdot f_{\mathrm{Ton},r}$. Sie beträgt bei einer Luftdichte von $\rho_L = 1.29 \mathrm{kg/m^3}$, einer Lufttemperatur von 20 °C und einem Luftdruck von 1 bar $c_S = 343 \mathrm{m/s}$. Bei gegebener Tonfrequenz ergibt sich daraus direkt die Wellenlänge, die bei hohen Tönen entsprechend kurz ist. Gemäß Abb. 6.54 ist die Wellenfront als Fläche gleichen Schalldrucks in Maschinennähe als sogenanntes Nahfeld je nach Geometrie der Schall abstrahlenden Maschinenoberfläche gekrümmt. In einiger Entfernung von der Schallquelle können die Flächen gleichen Schalldrucks im Fernfeld als Kugeloberflächen beschrieben werden. Die Krümmung dieser Kugelwellenfronten nimmt mit zunehmender Entfernung r_S von der Schalquelle mit $1/r_S$ ab, sodass in einem bestimmten Ausschnitt der Wellenfront lokal von einer ebenen Welle gesprochen werden kann. Die Schallschnelle ist in einer ebenen Schallwelle im absorptionsfreien Medium zum Schalldruck $p(t)$, der dem Luftdruck überlagert ist, über den spezifischen akustischen Widerstand Z_S direkt proportional.

$$v(t) = \hat{v} \cdot \sin(2\pi f_{\mathrm{Ton},r} t) \quad p(t) = \rho_L \cdot c_S \cdot v(t) = Z_S \cdot v(t) \tag{6.224}$$

$$Z_S(20\,°\mathrm{C},\ 1\,\mathrm{bar}) = \rho_L \cdot c_S = 1.29 \cdot 343 = 443\,\mathrm{N \cdot s / m^3} \tag{6.225}$$

Die Schallintensität I_S ist die Schallleistung P_S einer Schallwelle, die durch eine Messfläche A hindurch tritt. Sie wird bei einer ebenen Welle aus den Effektivwerten von Schalldruck und Schallschnelle $p = \hat{p}/\sqrt{2}$ und $v = \hat{v}/\sqrt{2}$ bestimmt.

$$I_S = P_S/A = p \cdot v = \frac{\hat{p} \cdot \hat{v}}{2} = \frac{\hat{p}^2}{2Z_S} \tag{6.226}$$

Beim menschlichen „Norm“-Ohr beträgt bei $f_{\mathrm{Ton}} = 1000\,\mathrm{Hz}$ die Schallintensität an der Hörschwelle $I_{S0} = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$, was gemäß (6.226) einem effektiven Schalldruck $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$ entspricht, und die Schmerzgrenze $I_{S1} = 10\,\mathrm{W/m^2}$ bzw. $p_1 = 66\,\mathrm{Pa}$. Der logarithmische Schallintensitätspegel wird in Bel bzw. Dezibel angegeben und auf die Hörschwelle bezogen.

$$L_I|_{\mathrm{Bel}} = \lg(I_S/I_{S0}) \qquad L_I|_{\mathrm{dB}} = 10 \cdot \lg(I_S/I_{S0}) \tag{6.227}$$

Der Wert L_I in dB bei 1000 Hz entspricht der subjektiven Lautstärke L in Phon bei 1000 Hz. Diese logarithmische Skala berücksichtigt die Aussage des empirisch an vielen menschlichen Probanden gefundenen Webner-Fechner'schen Gesetzes, das besagt, dass die Empfindung der Lautstärke L beim Hören reiner Töne dem Logarithmus des Reizes,

nämlich der Schallintensität I_S, folgt. Der logarithmisch empfundene Reiz wird mit (6.226) für die ebene Welle als Schalldruckpegel L_p bzw. Schallleistungspegel L_W, jeweils in dB, ausgedrückt, wobei dann als Bezugswert eine Schalleistung von $P_{S0} = 10^{-12}$ W und eine Messfläche von $A_0 = 1\ \text{m}^2$ zugrunde gelegt wird.

$$L_I = 10 \cdot \lg(I_S/I_{S0}) = 10 \cdot \lg(p^2/p_0^2) = 20 \cdot \lg(p/p_0) = L_p \tag{6.228}$$

$$L_W = 10 \cdot \lg(P_S/P_{S0}) \tag{6.229}$$

Fletcher und Munson haben im Frequenzbereich menschlichen Hörens an vielen Probanden Kurven subjektiv empfundener gleicher Lautstärke L und den zugehörigen objektiv messbaren Reiz I_S erfasst. Sie haben festgestellt, dass im Bereich 1000 Hz ... 6000 Hz die meisten Menschen bereits einen geringeren Reiz als gleich laut empfinden, unterhalb von 1000 Hz und über 6000 Hz aber einen höheren Reiz für gleiche subjektiv empfundene Lautstärke benötigen. Gemäß IEC651 wird der Messwert L_p daher zusätzlich mit einem Faktor a bewertet, der das menschliche Hören nachbildet, dass also tiefe und sehr hohe Töne bei gleicher Schallintensität weniger laut empfunden werden als bei Frequenzen zwischen 1 kHz und 6 kHz. Dazu wird das Übertragungsmaß $a(f)$ als Frequenzbewertungskurve für Schallpegelmesser (Abb. 6.57) verwendet. Diese „A-Bewertung“ ist so festgelegt, dass bei 1000 Hz subjektive Lautstärke L (in Phon) und objektiver Schallintensitätspegel L_I in dB übereinstimmen. Bei allen anderen Frequenzen f ist L_I um das Maß $a(f)$ zu ändern und wird dann in dBA angegeben.

$$L_I|_{dB(A)} = L_I|_{dB} + a(f) \quad L_{pA} = L_p\big|_{dB(A)} = L_p\big|_{dB} + a(f) \tag{6.230}$$

Die Schallmessung erfolgt am besten im ideal „freien“ Feld, wo keine Reflexionen an Wänden das Messsignal erhöhen und damit verfälschen. Diese Freifeldbedingungen werden künstlich im „schalltoten“ Raum sichergestellt, wo die Wände durch Schallabsorber

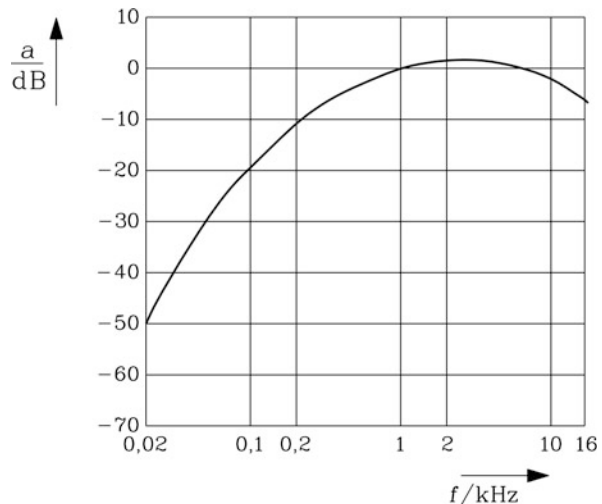


Abb. 6.57 Übertragungsmaß $a(f)$ als Frequenzbewertungskurve für Schallpegelmesser (IEC651)

wie z. B. Glasfaserkeile nahezu keine Schallreflexion zulassen. Es werden – festgelegt durch die entsprechenden Normen wie ISO1680 – z. B. neun Mikrophone als Messpunkte auf einer Quaderhüllfläche mit 1 m Abstand vom Messobjekt, dem Motor, angeordnet. Bei einem kleinen Messobjekt, dessen Eigenabmessungen vernachlässigt werden und um das ein Messkubus als Hüllfläche mit der Kantenlänge 2 m im Halbraum oberhalb des Bodens errichtet wird, ergibt sich eine Messfläche als Oberfläche des Kubus aus 5 Flächenquadraten von $A = 5\cdot(2\cdot 2) = 20\,\text{m}^2$. Gemessen wird mit Mikrophonen z. B. der Schalldruckpegel L_p. Aus den neun Messpunkten wird z. B. gemäß DIN45635 eine leistungsmäßige Mittelung auf der Messfläche vorgenommen, um den Messflächen-Schalldruckpegel L_p und bei Berücksichtigung der Messfläche den Schall-Leistungspegel L_W zu erhalten.

$$L_\text{W} = 10\cdot\lg\left(\frac{P_\text{S}}{P_\text{S0}}\right) = 10\cdot\lg\left(\frac{I_\text{S}}{I_\text{S0}}\frac{A}{A_0}\right) = 20\cdot\lg\left(\frac{p}{p_0}\right) + 10\cdot\lg\left(\frac{A}{A_0}\right)$$
$$L_\text{W} = L_\text{p} + 10\cdot\lg(A/A_0) \qquad (6.231)$$

Das obige Beispiel ergibt $L_\text{W} = L_\text{p} + 10\cdot\lg(20/1) = L_\text{p} + 13\text{dB}$. Es muss also bei der Angabe des Schallleistungspegels stets die Größe der Messfläche angegeben werden, wenn man unterschiedliche Messungen miteinander vergleichen will. Unterschieden werden Leerlauf- und Lastgeräusch, wobei bei der Lastmessung die Belastungsmaschine schallgekapselt sein sollte, um nicht mit ihrem Geräusch das Messergebnis zu beeinflussen. Bei größeren Antrieben ist die Messung im schalltoten Raum aus Platz- und Massegründen nicht mehr möglich. Eine Messung auf der Anlage ist erforderlich. Die Umgebung des Antriebs reflektiert dann in der Regel den Luftschall. Dieser Umgebungseinfluss und zusätzliche Fremdgeräusche sind zu berücksichtigen, indem vom Messergebnis des Schalldruckpegels ein entsprechender dB-Wert abgezogen wird. Werden mehrere Maschinen gleichzeitig betrieben, summieren sich ihre Schallintensitäten.

$$I_\text{Sres} = I_\text{S1} + I_\text{S2} + I_\text{S3} + \ldots \qquad (6.232)$$

Dabei gilt (6.232) ohne Einfluss von möglichen Interferenzwirkungen bei reinen Tönen durch stehende Schallwellen infolge von Reflexionen an parallelen Wänden.

Beispiel 6.25

Um wie viel erhöht sich der Schalldruckpegel, wenn statt einer zwei gleich laute Maschinen betrieben werden?

Lösung:

$$I_\text{Sres} = 2I_\text{S1}$$
$$L_\text{Ires} = 10\cdot\lg(2I_\text{S1}/I_\text{S0}) = 10\cdot\lg(I_\text{S1}/I_\text{S0}) + 10\cdot\lg 2 = L_\text{I1} + 3\,\text{dB}$$
$$L_\text{p1} = L_\text{I1},\; L_\text{p,res} = L_\text{Ires} = L_\text{p1} + 3\,\text{dB}$$

Bei einer Verdopplung der Lautstärke steigt der Schalldruckpegel um 3 dB.

Beispiel 6.26

Es werden drei Maschinen, deren Schalldruckpegel $L_{p1} = 85\,\text{dB}$, $L_{p2} = 83\,\text{dB}$ und $L_{p3} = 82\,\text{dB}$ betragen, gleichzeitig betrieben. Wie groß ist der resultierende Schalldruckpegel?

Lösung:

$$L_{I1} = L_{p1} = 85\,\text{dB}, \quad L_{I2} = L_{p2} = 83\,\text{dB}, \quad L_{I3} = L_{p3} = 82\,\text{dB}$$

Gemäß $I_S = I_{S0} \cdot 10^{L_I/10}$ ergibt (6.232) die Summenformel:

$$L_{Ires} = 10 \cdot \lg\left(10^{L_{I1}/10} + 10^{L_{I2}/10} + 10^{L_{I3}/10}\right)$$
$$L_{Ires} = 10 \cdot \lg\left(10^{85/10} + 10^{83/10} + 10^{82/10}\right) = 88.3\,\text{dB} = L_{p,res}$$

Die Schallintensität $I_S = P_S/A$ des Kugelwellen-Fernfelds nimmt wegen der konstanten Schallleistung, aber der mit steigendem Abstand r_S von der Schallquelle zunehmenden Halbkugeloberfläche $A = 2\pi r_S^2$ mit $1/r_S^2$ ab. Wird bei r_{S1} der Pegel L_{I1} auf der Messfläche $A_1 = 2\pi r_{S1}^2$ gemessen,

$$L_{I1} = 10 \cdot \lg(I_{S1}/I_{S0}) = 10 \cdot \lg\left((P_S/P_{S0}) \cdot (A_0/A_1)\right) = L_I(r_{S1}),$$

so ergibt sich daraus der Pegel bei r_S und der Messfläche $A = 2\pi r_S^2$ als

$$L_I(r_S) = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_S}{P_{S0}} \cdot \frac{A_0}{2\pi r_S^2}\right) = 10 \cdot \lg\left(\frac{P_S}{P_{S0}} \cdot \frac{A_0}{A_1}\right) + 10 \cdot \lg\left(\frac{A_1}{2\pi r_S^2}\right),$$

$$L_I(r_S) = L_I(r_{S1}) + 20 \cdot \lg(r_{S1}/r_S), \tag{6.233}$$

$$L_p(r_S) = L_p(r_{S1}) + 20 \cdot \lg(r_{S1}/r_S). \tag{6.234}$$

Beispiel 6.27

Der Schalldruckpegel einer Maschine wurde in 1 m Abstand mit 75 dB gemessen. Wie groß ist der Schalldruckpegel bei $r_S = 2\,\text{m}$?

Lösung:

$$L_p(r_S = 2\text{m}) = L_p(r_S = 1\text{m}) + 20 \cdot \lg(1/2) = L_p(r_S = 1\text{m}) - 6\,\text{dB}.$$

Der Schalldruckpegel bei 2 m Entfernung hat um 6 dB auf 69 dB abgenommen. Allgemein gilt eine Abnahme des Schalldruckpegels um 6 dB bei einer Verdopplung der Entfernung von der Schallquelle.

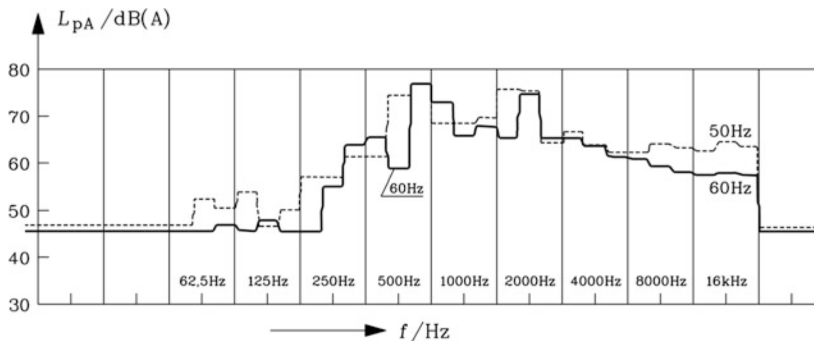


Abb. 6.58 In 1 m Abstand im schalltoten Raum gemessenes, A-bewertetes Frequenzspektrum des Schalldruckpegels des lautesten Punktes auf der Messfläche eines 6-poligen Norm-Asynchronmotors, 11 kW, mit 36 Ständer- und 33 Läufernuten bei Bemessungsdrehmoment und abgenommener Lüfterhaube: (i) Betrieb bei 50 Hz, 380 V (...........), (ii) bei 60 Hz, 460 V (———)

Beispiel 6.28

Für den 6-poligen Asynchronmotor von Bsp. 6.24 bzw. Bsp. 6.23 mit 36 Ständernuten werden ausgewählte Frequenzen der anregenden Kraftwellen berechnet und mit dem gemessenen Schalldruckpegel (Abb. 6.58) für zwei unterschiedliche Läufernutzahlen a) 33 und b) 42 verglichen. Die Rotoren sind um jeweils eine Rotornutteilung geschrägt. Die Berechnung der tonalen Frequenzen $f_{\text{Ton},r}$ erfolgt bei einer Ständerfrequenz $f_s = 50\,\text{Hz}$.

- Ordnungszahlen der Statorfeldoberwellen:

$$\nu = 1, -5, 7, -\underline{11}, \underline{13}, -17, 19, -\underline{23}, \underline{25}, -29, 31, -\underline{35}, \underline{37}, \ldots$$

- Die Nutharmonischen sind unterstrichen.
- Ordnungszahlen der Rotorfeldoberwellen, erregt vom Rotorgrundstrom I_r bei Belastung beim Bemessungsschlupf $s_N = 0.03$:
  a) $\mu = 1 + (Q_r/p) \cdot g_{r0} = 1 + 11g_{r0} = 1, -10, 12, -21, 23, -32, 34, \ldots$
  b) $\mu = 1 + (Q_r/p) \cdot g_{r0} = 1 + 14g_{r0} = 1, -13, 15, -27, 29, -41, 43, \ldots$
- Kraftwellenordnungszahlen und tonale Anregefrequenzen: Es werden nur die Statornutharmonischen wegen ihrer relativ großen Feldwellenamplituden berücksichtigt. Die Kombinationen der Feldwellenordnungszahlen, die auf niedrige Kraftwellenordnungszahlen und tonale Frequenzen im Hörbereich führen, sind wesentlich.

<u>Rotor a) mit 33 Nuten:</u>

$$\underline{\nu = -11,\ \mu = -10:}$$

$$r = |p(\nu - \mu)| = |3(-11 + 10)| = 3$$

$$f_{\text{Ton}} = 50\,|(-10 - 1)(1 - 0.03) + 0| = 533.5\,\text{Hz}$$

$$\underline{\nu = 13,\ \mu = 12:}$$
$$r = |p(\nu - \mu)| = |3(13 - 12)| = 3$$
$$f_{\mathrm{Ton}} = 50\,|(12 - 1)(1 - 0.03) + 0| = 533.5\,\mathrm{Hz}$$
$$\underline{\nu = -23,\ \mu = 23:}$$
$$r = |p(\nu + \mu)| = |3(-23 + 23)| = 0$$
$$f_{\mathrm{Ton}} = 50\,|(23 - 1)(1 - 0.03) + 2| = 1167\,\mathrm{Hz}$$
$$\underline{\nu = -35,\ \mu = 34:}$$
$$r = |p(\nu + \mu)| = |3(-35 + 34)| = 3$$
$$f_{\mathrm{Ton}} = 50\,|(34 - 1)(1 - 0.03) + 2| = 1700.5\,\mathrm{Hz}$$

Aus Bsp. 6.24 sind die Jochbiegemoden und Eigenfrequenzen $m = 2$, $f_{\mathrm{d},2} = 592\,\mathrm{Hz}$; $m = 3$, $f_{\mathrm{d},3} = 1739\,\mathrm{Hz}$ bekannt. Die Kraftwelle $r = 3$, $f_{\mathrm{Ton}} = 533.5\,\mathrm{Hz}$ regt den benachbarten Mode $m = 2$, $f_{\mathrm{d},2} = 592\,\mathrm{Hz}$ resonant zu Schwingungen an. Die Kraftwelle $r = 3$, $f_{\mathrm{Ton}} = 1700.5\,\mathrm{Hz}$ regt den Mode $m = 3$, $f_{\mathrm{d},2} = 1739\,\mathrm{Hz}$ resonant zu Schwingungen an. Entsprechend tritt im gemessenen Spektrum Abb. 6.58 der maximale Schalldruckpegel in den Oktavbändern mit den Mittenfrequenzen 500 Hz mit 78 dB(A) und 2000 Hz mit 75 dB(A) auf, was für diesen relativ kleinen Motor zu hohe Werte sind. Da auch Biegeschwingungen der Lüfterhaube zur Abstrahlung von Tönen führen können, wurde zur besseren Erkennung der Geräuschquellen in Abb. 6.58 die Messung ohne Lüfterhaube durchgeführt.

Bei Betrieb des Motors am 60 Hz-Netz werden die Anregefrequenzen um 20 % erhöht, sodass die Anregung nicht mehr so nahe an den Eigenfrequenzen erfolgt. Dadurch sinkt der gemessene Schalldruckpegel etwas ab.

Rotor b) mit 42 Nuten:

$$\underline{\nu = 13,\ \mu = -13:}$$
$$r = |p(\nu + \mu)| = |3(13 - 13)| = 0$$
$$f_{\mathrm{Ton}} = 50\,|(-13 - 1)(1 - 0.03) + 2| = 579\,\mathrm{Hz}$$
$$\underline{\nu = -29,\ \mu = 29:}$$
$$r = |p(\nu + \mu)| = |3(-29 + 29)| = 0$$
$$f_{\mathrm{Ton}} = 50\,|(29 - 1)(1 - 0.03) + 2| = 1458\,\mathrm{Hz}$$

Bei Betrieb mit Rotor b) unterscheiden sich die Ordnungszahlen der anregenden Kraftwellen deutlich von den Ordnungszahlen der Biegeschwingungsmoden: $r = 0$ anstatt $m = 3$. Daher wird keine Biegeschwingung resonant angeregt, und der gemessene Schalldruckpegel ist deutlich kleiner. Gemäß der Anregefrequenz 579 Hz tritt der maximale Schalldruckpegel im Oktavband mit der Mittenfrequenz 500 Hz auf, beträgt aber nur 62 dB(A).

Fazit:
Die Kombination von Stator- und Rotornutzahl kann großen Einfluss auf eine resonant angeregte Biegeschwingung des Statorjochs und Gehäuses haben. Deshalb gibt es Regeln für „günstige" Nutzahlkombinationen in Abhängigkeit der Polzahl.

Beachten Sie, dass der Motor bereits in Bsp. 6.23 untersucht wurde mit dem Ergebnis, dass die Kombination 36/42 Stator-/Rotornuten eine ungünstige $M(n)$-Kurve wegen der großen Querströme ergab, sodass die Kombination 36/33 bevorzugt wurde. Aus Geräuschgründen ist aber die Lage genau umgekehrt zu bewerten: 36/42 ist gegenüber 36/33 zu bevorzugen. Ein Ausweg aus diesem Dilemma könnte die Wahl der Kombination 36/42 bei gleichzeitigem Einsatz einer 5/6-gesehnten Zweischichtwicklung sein. Dann werden die 5. und 7. Feldoberwelle deutlich verringert und damit ihr negativer Einfluss auf die $M(n)$-Kurve. Dies wurde experimentell bestätigt, verteuert aber den Motor gegenüber der kostengünstigen Einschichtwicklung.

Nutzahl-Auswahlregeln werden in Hinblick auf niedrige Geräusche und kleine Oberwellenmomente bzw. geringe Zusatzverluste durch Paketquerströme formuliert.

1. Wählen Sie $Q_s \neq Q_r$, um ein großes synchrones Oberwellenmoment im Stillstand zu vermeiden. Günstig sind Nutzahlen Q_s, Q_r, die keinen gemeinsamen oder nur wenige gemeinsame Teiler haben.
2. Bei netzgespeisten Asynchronmotoren sind die Maschinen zur Vermeidung großer Oberwelleneffekte z. B. um eine Ständer- oder Läufernutteilung zu schrägen. Die bei geschrägten Maschinen auftretenden Paketquerströme können minimiert werden, wenn die Rotornutzahl kleiner als die Statornutzahl ist: $0.8Q_s \leq Q_r < Q_s$.
3. Es soll eine zu grobe oder zu feine Rotornutteilung wegen der dann zu hohen Zusatzverluste vermieden werden (siehe Abschn. 6.9): $0.8Q_s \leq Q_r < 1.2Q_s$.
4. Zur Vermeidung niedriger Kraftwellen-Ordnungszahlen $r \leq r^*$ muss die Nutzahldifferenz folgender Auswahlregel folgen:

$$|Q_s - Q_r| \neq 0, 1, 2, \ldots r^*, 2p, 2p \pm 1, 2p \pm 2, \ldots, 2p \pm r^*$$

   Dabei ist r^* jene Ordnungszahl, die noch Biegeeigenmoden $m = r^*$ mit Eigenfrequenzen im Bereich von ca. 100 Hz … 8000 Hz erregen könnte.
5. Die Rotornutzahl Q_r soll gerade sein, um Radialkraftwellen $2r = 2$ zu vermeiden, die den Rotor zu Biegeschwingungen anregen.

Beispiel 6.29

Geben Sie für einen Stator $2p = 4$, $Q_s = 60$ mögliche Rotornutzahlen für einen ungeschrägten und geschrägten Käfigrotor an!

Lösung:
Auswahlbereich: $Q_r = (0.8 \ldots 1.2) \cdot Q_s = 48 \ldots 72$. Nur die geraden Nutzahlen werden weiter betrachtet. Als maximale „gefährliche" Ordnungszahl der Kraftwellen wird

$r^* = 4$ gewählt. Damit ist der Bereich 56 … 64 ausgeschlossen. Die Zahlen 48 und 72 werden ausgeschlossen, da für sie Stator- und Rotornutzahl viele gemeinsame Teiler 2, 3, 4, 6, 12 haben. Die Vermeidung weiterer Rotornutzahlen mit ähnlich vielen gemeinsamen Teilern führt auf die verbleibenden Nutzahlen (46), 50, 54, 66, 70, (74). Bei geschrägtem Käfig soll die Rotornutzahl kleiner als die Statornutzahl sein: (46), 50, 54. Es wird z. B. $Q_r = 50$ gewählt.

Zusätzlich zum magnetisch erregten Schall tritt auch mechanisch erregter Luft- und Körperschall auf. Vor allem bei höheren Drehzahlen n gewinnen die Laufgeräusche der Lager und bei eigengekühlten Motoren das Strömungsgeräusch des Wellenlüfters merkbaren Einfluss. Bei Wälzlagern dominiert häufig eine von der Wälzkörperzahl z_K abhängige Tonfrequenz $f_K \approx z_K \cdot n/2$ als Überrollfrequenz und beim Lüfter eine von der Schaufelzahl z_L abhängige Lüftertonfrequenz $f_L = z_L \cdot n$. Bei gegossenen Läuferkäfigen wirken auch die an den Kurzschlussringen angegossenen Radialflügel („Luftwirbler“, Abb. 6.1c) in gleicher Weise. Fallweise wird der Abstand zwischen diesen Flügeln nicht äquidistant ausgeführt, um eine einzige ausgeprägte Anregefrequenz zu vermeiden.

Neben der Lüfterrad-Drehzahl n hat auch der Durchmesser des Lüfterrads d einen wesentlichen Einfluss auf den Schalldruckpegel. In guter Annäherung an die Realität ergibt sich eine Pegeländerung bei Änderung der Drehzahl von n_1 nach n_2 bzw. des Durchmessers von d_1 nach d_2 gemäß (6.235).

$$L_p = 50 \cdot \lg(n_2/n_1) + 70 \cdot \lg(d_2/d_1) \tag{6.235}$$

Bei fremdgekühlten Maschinen ist die Lüfterdrehzahl unabhängig von der Maschinendrehzahl konstant. Vor allem bei größeren durchzugsbelüfteten Maschinen im Bereich einiger Hundert kW ist dieses konstante Luftrauschen auf Grund des hohen Luftvolumenstroms deutlich lauter als das magnetisch erregte Geräusch der gekühlten Maschine. Daher wird bei großen Maschinen im MW-Bereich der Kühlluftstrom in einem geschlossenen Kreislauf durch die Maschine geführt, um das Luftgeräusch zu begrenzen.

6.9 Zusatzverluste in Käfigläufer-Asynchronmaschinen

In Abschn. 5.3 wurden die Verlustgruppen in Asynchronmaschinen vorgestellt. Neben den wesentlichen Ummagnetisierungs- und Stromwärmeverlusten und den i. A. deutlich kleineren Reibungs- und Ventilationsverlusten gewinnen vor allem bei kleineren Käfigläufer-Asynchronmaschinen auch die Zusatzverluste an Bedeutung (Binder et al. 1998b; Doppelbauer 2008). Diese treten bereits im Leerlauf als Leerlauf-Zusatzverluste auf und erhöhen sich bei Belastung in Form der lastabhängigen Zusatzverluste. Damit wird – wie bei allen elektrischen Maschinen – zwischen Leer- und Lastverlusten unterschieden (Parasiliti und Bertoldi 2003) (Tab. 6.13).

Tab. 6.13 Verlustgruppen in der Käfigläuferasynchronmaschine bei Leerlauf und Belastung

	Leerverluste	Lastverluste
Statorseitige Verluste	• Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung $P_{Cu,s,0}$ durch den Leerlaufstrom • Ummagnetisierungsverluste im Statorblechpaket $P_{Fe,s}$ • Leerlauf-Zusatzverluste $P_{Z,s,0}$	• Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung $P_{Cu,s,L}$ durch die lastabhängige Stromkomponente • Lastabhängige Zusatzverluste $P_{Z,s,L}$
Rotorseitige Verluste	• Reibungs- und Ventilationsverluste P_R • Leerlauf-Zusatzverluste $P_{Z,r,0}$	• Schlupfabhängige Stromwärmeverluste $P_{Cu,r}$ im Käfig • Lastabhängige Zusatzverluste $P_{Z,r,L}$

Wegen des i. A. geringen Schlupfes werden die rotorseitigen Ummagnetisierungsverluste wie in Abschn. 5.3 vernachlässigt. Der in Abschn. 5.3 vorgestellte Leistungsfluss z. B. im Motorbetrieb wird nun präzisiert. Mit $P_{Cu,s} = P_{Cu,s,0} + P_{Cu,s,L}$ und $P_{Z,s} = P_{Z,s,0} + P_{Z,s,L}$ ergibt sich die Luftspaltleistung als $P_\delta = P_{in} - P_{Cu,s} - P_{Fe,s} - P_{Z,s}$. Über die Käfigverluste $P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta$ und die Reibungs- und Ventilationsverluste P_R erhalten wir mit $P_{Z,r} = P_{Z,r,0} + P_{Z,r,L}$ die Abgabeleistung $P_{out} = P_\delta - P_{Cu,r} - P_R - P_{Z,r,L}$ und mit $P_{out} = 2\pi \cdot n \cdot M_s$ über die Drehzahl das Wellenmoment M_s. Bei der Messung der Leerverluste gemäß IEC 60034-2 sind die Leerlauf-Zusatzverluste in den Ummagnetisierungsverlusten enthalten, da diese schwer messtechnisch zu trennen sind. Bei dieser Messung mit ungekuppelter Maschine ($M_s = 0$) werden die Leerverluste bei veränderlicher Klemmenspannung gemessen. Bei Extrapolation der Messwerte zur Spannung „Null" werden nach Abzug der Stromwärmeverluste aus der gemessenen elektrischen Eingangsleistung die Reibungs- und Ventilationsverluste erhalten, da die Ummagnetisierungsverluste und Leerlauf-Zusatzverluste bei $U_s = 0$ verschwinden. Die lastabhängigen Zusatzverluste sind ebenfalls messtechnisch schwer in den stator- und rotorseitigen Anteil zu trennen (Aoulkadi und Binder 2008). Man misst ihre Summe bei Betrieb mit konstanter Statorspannung und Statorfrequenz durch Differenzbildung von Eingangs- und Ausgangsleistung und Abzug der Ummagnetisierungs- und Leerlauf-Zusatzverluste, der Stator- und Rotorstromwärmeverluste und der Reibungs- und Ventilationsverluste. Zur Erfassung der mechanischen Ausgangsleistung wird das Drehmoment z. B. über eine Momentenmesswelle bestimmt, die Drehzahl z. B. mit einem optischen Drehzahlmesser. Die elektrische Eingangsleistung wird mit Wattmetern gemessen (Taegen und Walczak 1987; Auinger und Künzel 2000). Für die Erfassung der Stator-Stromwärmeverluste $P_{Cu,s}$ werden die drei Statorstrangströme und unmittelbar nach dem Abschalten der Maschine der Statorwicklungswiderstand gemessen, um dessen aktuellen Warmwert zu verwenden. Die Rotor-Stromwärmeverluste ergeben sich aus Schlupf und Luftspaltleistung $P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta$. Somit wird bei der Messung mit $P_{Z,0} = P_{Z,s,0} + P_{Z,r,0}$ und $P_{Z,L} = P_{Z,s,L} + P_{Z,r,L}$ ein etwas vereinfachter Ansatz im Leistungsfluss verwendet: $P_\delta = P_{in} - P_{Cu,s} - P_{Fe,s} - P_{Z,0}$ und $P_{out} = P_\delta - P_{Cu,r} - P_R - P_{Z,L}$.

Tab. 6.14 Gemessene Leistungen und Wirkungsgrad eines 8-poligen Asynchronmotors

Schlupf bei der Leistung P_{out} = 2.55kW	s_N = 4.44%
Drehzahl n / Wellendrehmoment M_s	860/min / 28.4 Nm
Gemessene elektrische Eingangsleistung P_{in}	3254 W
Stator-Stromwärmeverluste $P_{Cu,s}$	385 W (55 %)
Ummagnetisierungs- u. Leerlauf-Zusatzverluste $P_{Fe} + P_{Z,0}$	133 W (19 %)
Käfig-Stromwärmeverluste $P_{Cu,r}$	121 W (17 %)
Lastabhängige Zusatzverluste $P_{Z,L}$	47 W (7 %)
Reibungs- und Ventilationsverluste P_R	14 W (2 %)
Gesamtverluste P_d	700 W (100 %)
Mechanische Ausgangleistung P_{out}	2554 W
Wirkungsgrad	78.49 %

Beispiel 6.30

Gemessener Leistungsfluss bei einem kleinen oberflächengekühlten Asynchronmotor mit Wellenlüfter: 2.55 kW, 8-polig. Die Messung erfolgte bei einer Umgebungstemperatur von 20 °C, nachdem die stationäre Wicklungsübertemperatur 61.5 K erreicht war. Das Isoliersystem der Wicklung in Wärmeklasse B erlaubt gemäß IEC60034-1 eine maximale mittlere Wicklungserwärmung von 80 K. Die gemessenen Leistungen und der Wirkungsgrad sind in Tab. 6.14 zusammengefasst.

Die lastabhängigen Zusatzverluste betragen im Beispiel 7 % der Gesamtverluste bzw. 1.4 % der aufgenommenen elektrischen Leistung. Zu beachten ist, dass unter Last die Ummagnetisierungsverluste gegenüber Leerlauf etwas abnehmen, da sie im Wesentlichen vom Hauptfluss und damit von U_h abhängen (Kap. 5). Bei konstanter Klemmenspannung U_s und mit steigender Belastung zunehmendem Statorstrom I_s sinkt die Hauptfeldspannung $\underline{U}_h = \underline{U}_s - (R_s + jX_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_s$. Im Beispiel sinkt die Hauptfeldspannung von Leerlauf auf Bemessungslast gemäß $U_{hL}/U_{h0} = 0.95$ um 5 %. Die Korrektur $P_{Fe} + P_{Z,0} = 133\text{W} \cdot (U_{hL}/U_{h0})^2$ ergibt etwa 10 % kleinere Verluste $P_{Fe} + P_{Z,0} = 120\text{W}$. Dadurch erhöhen sich rechnerisch die Luftspaltleistung, die Käfigverluste und die lastabhängigen Zusatzverluste, letztere auf $P_{Z,L} = 59\,\text{W}$ bzw. 1.8 % der elektrischen Eingangsleistung. Bei großen Maschinen im Hundert-kW-Bereich ist der prozentuale Spannungsfall $\left|(R_s + jX_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_s/\underline{U}_s\right|$ deutlich kleiner als bei kleinen Maschinen. Daher führt dort die beschriebene Korrektur auf kaum nennenswerte Erhöhungen der gemessenen lastabhängigen Zusatzverluste. Diese können je nach Ausführung der Maschine bei kleinen Bemessungsleistungen im kW-Bereich bis zu ca. 3 … 4 % der elektrischen Eingangsleistung betragen und sinken mit steigender Baugröße bauartbedingt (z. B. wegen der i. A. höheren Nutzahl pro Pol bei größeren Maschinen) auf ca. 0.3 % … 0.6 %. Oft wird ein Richtwert von 0.5 % für abschätzende Berechnungen verwendet. Die Leerlaufzusatz-Verluste

betragen etwa 10 % ... 20 % der im Leerlauf bestimmten Ummagnetisierungsverluste (Oberretl 1969).

Die in Tab. 6.14 angegebene Verlustbilanz gilt nur für den Bemessungspunkt. Die Veränderung der Verluste und des sich daraus ergebenden Wirkungsgrads bei geänderter Belastung wird wie folgt abgeschätzt. Die Leerverluste P_{d0} treten unabhängig von der Belastung bei nahezu Schlupf Null auf und sind daher konstant: $P_{d0} = \text{konst.}$. Die lastabhängigen Verluste P_{dL} werden von den Stromwärmeverlusten der lastabhängigen Stromkomponente des Statorstroms $I_{s,L}$ und des Rotorstroms I_r dominiert und hängen daher etwa quadratisch von I_{sL} ab: $P_{dL} \sim I_{sL}^2$. Da gemäß Abb. 6.59 der Winkel φ_r des Rotorstromzeigers im Schlupfbereich bis etwa doppelten Bemessungsschlupf etwa 180° beträgt, verwenden wir die Näherung $I_{s,L} = I'_r \approx \sqrt{I_s^2 - I_{s0}^2}$. Das innere Drehmoment M_e und damit die Belastung sind im betrachteten Schlupfbereich proportional zu $I_{s,L}$. Wenn zwischen innerem Moment M_e und Wellenmoment M_s nicht unterschieden wird ($M_e = M_s = M$), sind die lastabhängigen Verluste in etwa quadratisch von der Belastung abhängig: $P_{dL} \sim I_{s,L}^2 \sim M^2$. Da die Änderung des Schlupfs im betrachteten Schlupfbereich klein ist, wird die Drehzahl näherungsweise konstant angenommen, sodass $P_{out} = 2\pi n \cdot M \sim M$ gilt. Messungen analog zu Bsp. 6.30 haben gezeigt, dass auch die lastabhängigen Zusatzverluste annähernd quadratisch vom Strom I_{sL} abhängen: $P_{Z,L} \sim I_{sL}^2$. Damit ergeben sich folgende Abhängigkeiten der Verluste von der Bemessungsleistung und dem Bemessungsmoment (Abb. 6.60) und daraus der Wirkungsgrad η.

$$P_{d0} = k_0 \cdot P_N, \quad P_{dL} = k_1 \cdot P_N \cdot (M/M_N)^2, \quad P_{dLN} = k_1 \cdot P_N \tag{6.236}$$

Abb. 6.59 Zeigerdiagramm von Stator-, Rotor- und Magnetisierungsstrom bei Belastung

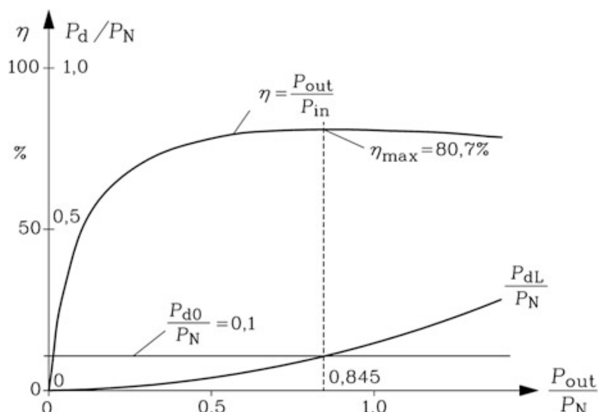


Abb. 6.60 Änderung der Leerverluste P_{d0}, der lastabhängigen Verluste P_{dL} und des Wirkungsgrads η mit der Ausgangsleistung P_{out}. Im Beispiel wurden $P_{d0} = 0.1 P_N$ und $P_{dLN} = 0.14 P_N$ angenommen

$$P_{out} = P_N \cdot (M/M_N), \quad \eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{d0} + P_{dL}} \tag{6.237}$$

Der maximale Wirkungsgrad ergibt sich gemäß $d\eta/dM = 0$ bei einem Drehmoment M_{opt}.

$$M_{opt}/M_N = \sqrt{P_{d0}/P_{dLN}} \tag{6.238}$$

$$\eta_{max} = \frac{\sqrt{P_{d0}/P_{dLN}}}{\sqrt{P_{d0}/P_{dLN}} + 2 \cdot (P_{d0}/P_N)} \tag{6.239}$$

Bei diesem Drehmoment sind Leerverluste und lastabhängige Verluste identisch: $P_{d0} = P_{dL}$.

Beispiel 6.31

Berechnen Sie den Wirkungsgrad eines Elektromotors in Abhängigkeit des Drehmoments bei Leerlauf, Viertel-, Halb-, Dreiviertel- und Volllast für folgende Daten:

$$P_{d0} = 0.06 \cdot P_N, \quad P_{dL} = 0.2 \cdot P_N \cdot (M/M_N)^2, \quad k_0 = 0.06, \quad k_1 = 0.2.$$

Bei welchem Drehmoment ist der Wirkungsgrad maximal und wie groß?

Lösung:

$\eta = \frac{m}{m+0.06+0.2 \cdot m^2}$, $\quad m = M/M_N$: Einige Werte sind in Tab. 6.15 angegeben.
$M_{opt}/M_N = \sqrt{0.06/0.2} = 0.55$. Dabei sind die Verlustkomponenten $P_{d0} = P_{dL} = 0.06 P_N$ gleich groß.

Tab. 6.15 Änderung des Wirkungsgrads mit veränderlicher Belastung, Motorbetrieb bei konstanter Spannung

Last M/M_N	[-]	0	0.25	0.5	0.75	1.0
Wirkungsgrad η	[%]	0	77.5	82.0	81.3	79.4

$$\eta_{\max} = \frac{\sqrt{0.06/0.2}}{\sqrt{0.06/0.2} + 2 \cdot 0.06} = 0.8203$$

Fazit:
Der Wirkungsgrad steigt bei mit steigender Belastung zunächst an und nimmt bei hoch ausgenutzten Maschinen (hohes Drehmoment je Aktivvolumen) wieder ab, da die lastabhängigen Verluste überproportional zunehmen. Bei handelsüblich ausgenützten Elektromotoren tritt der maximale Wirkungsgrad bei etwa 70 % der Bemessungslast auf, denn die Maschinen werden häufig im Teillastbereich betrieben.

Die Zusatzverluste werden im Wesentlichen durch Wirbelströme in massiven elektrisch leitfähigen Teilen der Maschine und durch zusätzliche Hystereseverluste in weichmagnetischen Komponenten hervorgerufen (Jordan und Raube 1972). Nennenswerte Wirbelströme in den Nutenleitern der Ständer- und Läuferwicklung entstehen als Stromverdrängung zweiter Ordnung dann, wenn die Eindringtiefe kleiner als die Abmessungen der Leiterquerschnitte ist. Werden in den Spulen je Windung nicht ein Draht, sondern mehrere parallele Drähte verwendet, so können auf Grund der Selbstinduktionswirkung des Eigenfelds die induzierten Spannungen in den parallelen Drähten unterschiedlich groß sein. Dann treten durch ungleiche Aufteilung des Stroms auf die parallelen Drähte zusätzliche Verluste (Schlingstromverluste) als Stromverdrängung erster Ordnung auf. Bei kleinen Asynchronmaschinen im Netzbetrieb sind die Stromverdrängungsverluste wegen der niedrigen Frequenz 50 Hz bzw. 60 Hz und kleinen Drahtabmessungen nur sehr schwach ausgeprägt. Im Stirnbereich des Blechpakets befinden sich neben den Wickelköpfen vor allem bei größeren Maschinen axial verschraubte massive Pressfinger und Pressplatten aus leitfähigem Material, die dem Blechpaket seine Festigkeit verleihen. Axial aus den Stirnseiten der Blechpakete austretende Magnetwechselfelder können hier schädliche Wirbelströme und bei weichmagnetischem Material zusätzliche Hystereseverluste hervorrufen. Dieser Effekt ist vor allem bei großen Maschinen ausgeprägt, da dann erstens diese Stirnstreufelder ausreichend groß sind. Zweitens sind es aber vor allem die großen Flächen, die große Wechselflüsse auffangen und zusätzlich die Ausbildung von Wirbelströmen in den Blechebenen begünstigen. Fallweise tritt bei hoch gesättigten Maschinen, besonders bei zweipoligen Maschinen, der Ständerjochfluss in das benachbarte elektrisch leitfähige Gehäuse aus, um das Joch magnetisch zu entlasten. Dadurch können auch im Gehäuse zusätzliche Wirbelstromverluste und bei weichmagnetischem Material zusätzliche Hystereseverluste auftreten (Taegen 1968).

Während die hier beschriebenen statorseitigen Zusatzverlusteffekte eher bei großen Maschinen zu beachten sind, können Abweichungen des Luftspaltfelds von der idealen Sinusform bereits bei kleinen Motoren nennenswerte Zusatzverluste bewirken. Neben den grundfrequenten Flusspulsationen mit f_s, f_r in den Ständer- bzw. Läuferzähnen als Ursache eines Teils der Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} führen die Luftspaltfeldverzerrungen infolge des treppenförmigen Feldverlaufs und der Nutöffnungen von Stator und Rotor bei Rotation zu zusätzlichen, vor allem infolge der Nutharmonischen zu nutfrequenten

Flusspulsationen. Dieser Effekt wird bei Läufern mit gegossenem Käfig verstärkt, wenn die Läuferbleche durch Abdrehen der Läuferoberfläche auf das gewünschte Endmaß dort mit dem leitfähigen Käfigmaterial verschmiert werden. In dieser leitfähigen Schicht bilden sich zusätzlich Wirbelströme aus. Der je Rotornutteilung umfasste Fluss einer Statoroberwelle ist

$$\Phi_{\mathrm{dr}\nu}(t) = \int_{-\tau_{\mathrm{Qr}}/2}^{\tau_{\mathrm{Qr}}/2} l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta\mathrm{s}\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x_{\mathrm{r}}}{\tau_{\mathrm{p}}} - s_{\nu}\omega_{\mathrm{s}}t\right) \cdot dx_{\mathrm{r}}$$

$$\Phi_{\mathrm{dr}\nu}(t) = \frac{2\tau_{\mathrm{p}} l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta\mathrm{s}\nu}}{\nu\pi} \sin\left(\frac{\nu\pi\tau_{\mathrm{Qr}}}{2\tau_{\mathrm{p}}}\right) \cos(s_{\nu}\omega_{\mathrm{s}}t)$$

Gemäß Abschn. 6.5, (6.60), ist die Rotorfrequenz der ν-ten Statoroberwelle $f_{\mathrm{r}\nu} = s_{\nu} f_{\mathrm{s}} = (1 - \nu \cdot (1 - s)) \cdot f_{\mathrm{s}}$. Für die Nutharmonischen mit den Ordnungszahlen $\nu_{\mathrm{Q}} = 1 + g_{\mathrm{s}} \cdot Q_{\mathrm{s}}/p$, $g_{\mathrm{s}} = \pm 1, \pm 2, \ldots$ gilt:

$$f_{\mathrm{r}\nu\mathrm{Q}} = \left[s - (1 - s) \cdot \frac{g_{\mathrm{s}} Q_{\mathrm{s}}}{p}\right] \cdot f_{\mathrm{s}} = s f_{\mathrm{s}} - g_{\mathrm{s}} \cdot n \cdot Q_{\mathrm{s}} \tag{6.240}$$

Im Bereich zwischen Leerlauf $s = 0$ und doppeltem Bemessungsschlupf ist s sehr klein, sodass in etwa gilt: $f_{\mathrm{r}\nu\mathrm{Q}} \approx -g_{\mathrm{s}} \cdot n \cdot Q_{\mathrm{s}}$. Im Leerlauf $s = 0$ gilt dies exakt. Für das dominante erste Nutharmonischenpaar $g_{\mathrm{s}} = \pm 1$ ergeben sich folglich im Rotoreisen Flusspulsationen mit der Frequenz $f_{\mathrm{Qr}} \approx Q_{\mathrm{s}} \cdot n$. Bei großen Schlüpfen muss (6.240) verwendet werden. Speziell bei $s = 1$ sind sämtliche Rotorflusspulsationen statorfrequent: $f_{\mathrm{r}\nu}(s = 1) = f_{\mathrm{s}}$. Für das erste Stator-Nutharmonischenpaar $g_{\mathrm{s}} = \pm 1$ ist die Flussamplitude je Rotorzahn mit $\nu_{\mathrm{Q}} = 1 + g_{\mathrm{s}} \cdot Q_{\mathrm{s}}/p \approx \pm Q_{\mathrm{s}}/p$

$$\Phi_{\mathrm{dr}\nu} = \left.\frac{2\tau_{\mathrm{p}} l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta\mathrm{s}\nu}}{\nu\pi} \sin\left(\frac{\nu\pi\tau_{\mathrm{Qr}}}{2\tau_{\mathrm{p}}}\right)\right|_{\nu\approx\pm\frac{Q_{\mathrm{s}}}{p}} \approx \tau_{\mathrm{Qr}} l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta\mathrm{s},\nu\approx\pm\frac{Q_{\mathrm{s}}}{p}} \cdot \frac{\sin(\pi Q_{\mathrm{s}}/Q_{\mathrm{r}})}{\pi Q_{\mathrm{s}}/Q_{\mathrm{r}}} \tag{6.241}$$

In gleicher Weise zeigt man mit den Beziehungen aus Abschn. 6.5, dass je Statornutteilung durch die Rotoroberfelder $\mu = 1 + g_{\mathrm{r}} Q_{\mathrm{r}}/p$, $g_{\mathrm{r}} = \pm 1, \pm 2, \ldots$ des dominanten Rotorgrundstroms $I_{\mathrm{r}1}$, die sämtlich rotornutharmonisch sind, Flusspulsationen

$$\Phi_{\mathrm{ds}\mu}(t) = \int_{-\tau_{\mathrm{Qs}}/2}^{\tau_{\mathrm{Qs}}/2} l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta\mathrm{r}\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x_{\mathrm{s}}}{\tau_{\mathrm{p}}} - s_{\mu}\omega_{\mathrm{s}}t\right) \cdot dx_{\mathrm{s}}$$

$$\Phi_{\mathrm{ds}\mu}(t) = \frac{2\tau_{\mathrm{p}} l_{\mathrm{e}}\hat{B}_{\delta\mathrm{r}\mu}}{\mu\pi} \sin\left(\frac{\mu\pi\tau_{\mathrm{Qs}}}{2\tau_{\mathrm{p}}}\right) \cos(s_{\mu}\omega_{\mathrm{s}}t)$$

mit den Frequenzen (6.81)

$$f_{\mathrm{r}\mu} = s_{\mu} \cdot f_{\mathrm{s}} = \left[1 + (1 - s) \cdot \frac{g_{\mathrm{r}} Q_{\mathrm{r}}}{p}\right] \cdot f_{\mathrm{s}} = f_{\mathrm{s}} + g_{\mathrm{r}} \cdot n \cdot Q_{\mathrm{r}} \tag{6.242}$$

auftreten. Bereits für das dominante erste Nutharmonischenpaar ist im Bereich zwischen Leerlauf und doppeltem Bemessungsschlupf $f_s << n \cdot Q_r$, sodass die Frequenz dieser Flusspulsation $f_{Qs} \approx Q_r \cdot n$ ist. Bei großen Schlüpfen muss (6.242) verwendet werden; bei $s = 1$ sind sämtliche Flusspulsationen im Stator statorfrequent $f_{r\mu} = f_s$, da die Relativbewegung zwischen Ständer und Läufer Null ist. Für das dominante erste Rotor-Nutharmonischenpaar $g_r = \pm 1$ ist die Flussamplitude je Rotorzahn mit $\mu \approx \pm Q_r/p$

$$\Phi_{ds\mu} = \frac{2\tau_p l_e \hat{B}_{\delta r\mu}}{\mu\pi} \sin\left(\frac{\nu\pi\tau_{Qs}}{2\tau_p}\right)\Bigg|_{\mu\approx\pm Q_r/p}$$

$$\Phi_{ds\mu} \approx \tau_{Qs} l_e \hat{B}_{\delta r,\mu\approx\pm Q_r/p} \frac{\sin(\pi Q_r/Q_s)}{\pi Q_r/Q_s} \tag{6.243}$$

Im Rotor wird durch die Flusspulsationen in die einen Läuferzahn umgebende Läufermasche des Kurzschlusskäfigs eine Spannung induziert, die einen Rotoroberstrom $I_{r\nu}$ hervorruft, wie in Abschn. 6.5 erläutert (Dreyfus 1928). Dessen Oberfeld ist nach der Lenz'schen Regel seiner Ursache, der Zahnflusspulsation, entgegen gerichtet und dämpft die Flusspulsation im Rotorzahn auf unschädliche Werte ab. Dafür treten zusätzliche Stromwärmeverluste proportional zu $I_{r\nu}^2$ im Käfig auf. Werden die Rotornuten um eine Statornutteilung geschrägt, so induzieren die statornutharmonischen Oberfelder den Rotorkäfig kaum, da ihr Schrägungsfaktor nahezu Null ist (Abschn. 6.5). Dann erfolgt keine Abdämpfung der Flusspulsationen in den Rotorzähnen. Der Fluss (6.241) verursacht in den Rotorzähnen mit der (mittleren) Rotorzahnbreite b_{dr} und dem auf Grund des aus isolierten Blechen aufgebauten Blechpakets zu berücksichtigenden Eisenfüllfaktor $k_{Fe} \approx 0.95 \ldots 0.97$ die Zahnflussdichte

$$\hat{B}_{dr,\nu\approx\pm Q_s/p} \approx \frac{\tau_{Qr}\hat{B}_{\delta s,\nu\approx\pm Q_s/p}}{k_{Fe} b_{dr}} \cdot \frac{\sin(\pi Q_s/Q_r)}{\pi Q_s/Q_r}. \tag{6.244}$$

Mit dieser Flussdichte werden gemäß Kap. 1 die zusätzlichen Ummagnetisierungsverluste in den Rotorzahnschäften bestimmt. Die Wechselfrequenzen f_{Qs}, f_{Qr} liegen im unteren kHz-Bereich. So ist bei einem vierpoligen Motor am 50 Hz-Netz bei 60 Statornuten die Rotorzahnfluss-Pulsationsfrequenz bei $s = 0$ $f_{Qr} = Q_s \cdot n = 60 \cdot 1500/60 = 1500$Hz. Wegen der bereits relativ hohen Frequenzen dominieren die zusätzlichen Wirbelstromverluste (proportional f_{Qr}^2), während die zusätzlichen Hystereseverluste (proportional f_{Qr}) eher klein sind. In den Statorzähnen werden die verteilten Ständerspulen durch die nutfrequenten Flusspulsationen infolge der Rotorbewegung i. A. nicht induziert, sodass die die Statorzahnwechselflüsse stets unabgedämpfte und damit relativ hohe Zahnflussdichten

$$\hat{B}_{ds,\mu\approx\pm Q_r/p} \approx \frac{\tau_{Qs}\hat{B}_{\delta r,\mu\approx\pm Q_r/p}}{k_{Fe} b_{ds}} \cdot \frac{\sin(\pi Q_r/Q_s)}{\pi Q_r/Q_s} \tag{6.245}$$

und daher zusätzliche Wirbelstrom- und Hystereseverluste hervorrufen. Gemäß Kap. 1 sind die Ummagnetisierungsverluste quadratisch abhängig von der Flussdichte, sodass

die Statorpulsationsverluste proportional $\left(\frac{\sin(\pi Q_r/Q_s)}{\pi Q_r/Q_s}\right)^2$ und die Rotorpulsationsverluste proportional zu $\left(\frac{\sin(\pi Q_s/Q_r)}{\pi Q_s/Q_r}\right)^2$ sind. Diese Verluste treten bereits durch das Leerlauf-Luftspaltfeld auf und nehmen bei Belastung zu, da dann das Rotorfeld des Rotorgrundstroms und der Rotoroberströme ständerseitig den Effekt verstärkt. Durch halbgeschlossene Statornuten und geschlossene Rotornuten werden die nutharmonischen Amplituden $\hat{B}_{\delta s,\nu}$, $\hat{B}_{\delta r,\mu}$ und damit die Pulsationsverluste vermindert. Ebenso wirken Magnetkeile bei offenen Statornuten. Gemäß (6.244), (6.245) sind bei einem Nutzahlverhältnis $Q_s/Q_r = 1$ die Pulsationsverluste auf Grund der bei der Rechnung gemachten Vereinfachungen nahezu Null (Abb. 6.61) und nehmen mit steigendem Unterschied zwischen Q_s und Q_r zu. Dies wird für die Pulsation in den Rotorzähnen anschaulich in Abb. 6.61 und Tab. 6.16 dargestellt. Aus Abb. 6.61 liest man ab, dass die Pulsationsamplitude bei $Q_s/Q_r = 0.5$ etwa den 3-fachen Wert als bei $Q_s/Q_r = 1.5$ hat. Zum gleichen Verhältnis kommt man mit (6.244).

$$\left|\frac{\hat{B}_{\mathrm{dr},\nu\approx\pm Q_s/p}(Q_s/Q_r = 0.5)}{\hat{B}_{\mathrm{dr},\nu\approx\pm Q_s/p}(Q_s/Q_r = 1.5)}\right| \approx \left|\frac{\sin(\pi\cdot 0.5)}{\pi\cdot 0.5}\cdot\frac{\pi\cdot 1.5}{\sin(\pi\cdot 1.5)}\right| = \frac{1.5}{0.5} = 3$$

In Abb. 6.61 ist wegen der nahezu geschlossenen Rotornuten die Flusspulsation in den Statorzähnen etwa Null. Bei größeren Rotornutöffnungen ergäbe sich eine Flusspulsation, deren Größe mit (6.243) abgeschätzt wird. Die Pulsationen in den Rotorzähnen sind somit gemäß Abb. 6.61 bei $Q_s/Q_r = 1.5$ etwa 1/3 des Werts vom Fall $Q_s/Q_r = 0.5$. Gemäß Abb. 6.61 versucht man für kleine Pulsationsverluste den Unterschied zwischen der

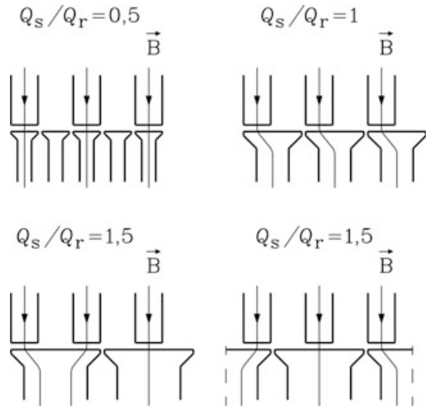


Abb. 6.61 Einfluss des Stator-Rotor-Nutzahlverhältnisses Q_s/Q_r auf die Rotorzahnflusspulsation

Tab. 6.16 Abhängigkeit der Flusspulsation in den Rotorzähnen vom Nutzahlverhältnis Q_s/Q_r

Q_s/Q_r	Flusspulsation in den Rotorzähnen bei Rotation, in Prozent des mittleren Rotorzahnflusses.
0.5	Fluss pulsiert zwischen 0 und 200 %: Flusspulsation 100 %
1.0	Keine Flusspulsation
1.5	Fluss pulsiert zwischen 66 % und 133 %: Flusspulsation 33 %

Stator- und Rotornutzahl klein, nämlich innerhalb der Grenzen 80 % … 120 % zu halten (siehe Nutzahlregeln, Abschn. 6.8), wobei bei netzgespeisten Maschinen $Q_s > Q_r$ in der Regel ausgeführt wird.

Weitere Zusatzverlustgruppen sind in Tab. 6.17 zusammengefasst, wie z. B. die Oberflächenverluste. Wenn die hochfrequenten Statoroberwellen den Rotorkäfig induzieren, dann erregt der von ihnen induzierte hochfrequente Läuferoberstrom ein Rotorgegenfeld, das die Statoroberwellen aus den Rotorzähnen an die Zahnoberfläche verdrängt.

Auf Grund der relativ hohen Frequenzen tritt in den Käfigstäben eine starke Stromverdrängung auf; der Käfigoberstrom fließt im luftspaltseitigen Stabbereich. Stator- und Rotorfeld überlagern sich und treten quer durch die Zahnköpfe, um sich über

Tab. 6.17 Komponenten der Zusatzverluste in Käfigläufer-Asynchronmaschinen

Pulsationsverluste in den Stator- und Rotorzähnen: Die gegenseitige Stator- und Rotornutung führt zu hochfrequenten Flusspulsationen und damit verbundenen Ummagnetisierungsverlusten in den Stator- und Rotorzahnschäften.
Zusätzliche Stromwärmeverluste im Käfig und Paketquerströme: Die Statoroberwellen induzieren den Käfig bereits bei Leerlauf und rufen hochfrequente Rotoroberströme hervor. Sie fließen infolge von starker Stromverdrängung an den Staboberkanten und bewirken zusätzliche Stromwärmeverluste. Bei geschrägtem Käfig treten zusätzlich Paketquerströme zwischen benachbarten Stäben auf, die zusätzliche Stromwärmeverluste an den Übergangswiderständen zwischen Käfig und Blechpaket hervorrufen.
Oberflächenverluste: Die von den Rotoroberströmen erregten Rotoroberwellen dämpfen die induzierenden Statoroberwellen ab und verhindern ihr Eindringen in die Rotorzähne (primäre Ankerrückwirkung). Dafür schließen sich Stator- und Rotorfelder gemeinsam quer über die Zahnköpfe von Stator und Rotor als Zickzack-Streufluss über den Stator. In den Zahnköpfen verursacht ihre Wechselflussdichte zusätzliche Ummagnetisierungsverluste, die durch den Einfluss der Bearbeitung der Rotoroberfläche erhöht werden können.
Zusätzliche Stromwärmeverluste in der Statorwicklung: Fallweise können Rotoroberwellen die Statorwicklung induzieren und zusätzliche hochfrequente Statoroberströme treiben (sekundäre Ankerrückwirkung). Bei Sättigung tritt eine dominante dritte Oberwelle auf, die den Käfig induziert. Bei Dreieckschaltung der Statorwicklung fließt dort ein von ihr induzierter Kreisstrom, der vor allem bei hoher Sättigung zusätzliche Stromwärme hervorruft. Fallweise kann bei ungünstig ausgeführter Parallelschaltung je Statorwicklungsstrang ein von den Rotoroberwellen hervorgerufener höherfrequenter Ausgleichsstrom zwischen den parallelen Zweigen zusätzliche Stromwärme verursachen. Weiter kann vor allem bei großen Maschinen durch Stromverdrängung erster und zweiter Ordnung zusätzliche Stromwärme in der Statorwicklung entstehen.
Ummagnetisierungsverluste im Stirnbereich: An den Stirnseiten tritt ein Teil des Magnetflusses in axialer Richtung aus, sodass die Blechung des Pakets zur Unterdrückung der Wirbelströme dort nicht wirksam ist. In magnetischen oder zur Verringerung des Stirnflusses amagnetischen Endblechen, Pressfingern und Pressplatten werden Wirbelströme induziert; sind diese Teile ferromagnetisch, so treten zusätzliche Hystereseverluste auf (Traxler-Samek 2002).
Ummagnetisierungsverluste in leitfähigen Konstruktionsteilen: Bei hoher Sättigung tritt ein Teil des magnetischen Flusses aus dem Blechpaket auch im Statorrückenbereich aus und kann in ferromagnetischen oder elektrisch leitfähigen massiven Gehäuseteilen zusätzliche Ummagnetisierungs- bzw. Wirbelstromverluste verursachen. In selteneren Fällen kann der Stirnstreufluss der Kurzschlussringe und der Statorwickelköpfe in der massiven Welle und in den Lagerschilden ebenfalls zusätzliche Verluste verursachen.

die Statorzähne und das Statorjoch zu schließen, wo i. d. R. keine Induzierung durch die Rotoroberwellen erfolgt (Abb. 6.23b). Dieser quer über die Stator- und Rotorzahnköpfe verlaufende Zickzack-Streufluss (Abb. 6.25a) pulsiert auf Grund der dominanten nutharmonischen Oberwellen mit denselben Frequenzen wie die Flusspulsationen in den Zähnen. Auf Grund der geringen Zahnkopfhöhen ist die Wechselflussdichte des Zickzack-Streuflusses relativ hoch und verursacht dort Ummagnetisierungsverluste, die als Oberflächenverluste ein Teil der Zusatzverluste sind (Russell und Norsworthy 1958). Häufig wird zur genauen Einstellung des kleinen Luftspalts das Rotorblechpaket überdreht. Dabei kann je nach Güte des Drehprozesses, wie bereits erwähnt, eine teilweise Überbrückung der isolierten Bleche an der Rotoroberfläche stattfinden. In dieser sehr dünnen leitfähigen Schicht induziert der Zickzack-Streufluss zusätzliche Wirbelströme, die ebenfalls zu den Oberflächenverlusten gerechnet werden.

Einen wesentlichen Teil der Zusatzverluste bilden infolge starker Stromverdrängung in den Stäben die Stromwärmeverluste der Rotoroberströme selbst (Abschn. 6.5). Bei geschrägtem Käfig treten zusätzlich Stromwärmeverluste durch Paketquerströme auf (Abschn. 6.7).

In Schleifringläufer-Asynchronmaschinen gelten ähnliche Überlegungen wie in Tab. 6.17, doch werden wegen der verteilten Rotorwicklung dort nur Oberströme induziert, wenn die Ordnungszahl der Statoroberwellen mit möglichen Ordnungszahlen der Oberwellen der Rotorwicklung übereinstimmt. Daher sind die zusätzlichen Stromwärmeverluste in der Rotorwicklung deutlich kleiner. Es treten keine Paketquerströme auf, da auch die Rotorwicklung isoliert ist. Der Zickzack-Streufluss ist schwächer ausgeprägt und damit auch die Oberflächenverluste.

Um bei Käfigläufer-Asynchronmaschinen die Zusatzverluste klein zu halten, beachtet man folgende Regeln (Oberretl 1969):

- Die Statornutzahl je Pol und Strang q wird möglichst groß gewählt, um eine feine Nutung und damit eine möglichst sinusförmige Feldverteilung zu erhalten.
- Es sollten Bruchlochwicklungen wegen der zusätzlichen Ober- und Unterwellen, die den Käfig induzieren, vermieden werden.
- Zweischichtwicklungen mit etwa 5/6-Sehnung weisen deutlich geringere Oberwellen und Zusatzverluste auf als Einschichtwicklungen.
- Bei netzgespeisten Maschinen wird der Käfig meist um eine Statornutteilung geschrägt, und $Q_s > Q_r$ gewählt.
- Bei umrichtergespeisten Maschinen (Kap. 7) erfolgt kein Betrieb der Maschinen im Bereich zwischen Kippmoment und Anfahrmoment; somit kann der Käfig ungeschrägt ausgeführt werden, um Paketquerströme zu vermeiden. Dann kann $Q_s < Q_r$ gewählt werden, um das Kippmoment zu erhöhen.
- Bei Dreieckschaltung der Statorwicklung sollten die Nutkombinationen $|Q_s - Q_r| \neq 2p, 4p, 8p, 10p, 14p, \ldots$ sein, um Statorkreisströme durch Rotoroberwellen zu vermeiden.
- Die Stator- und Rotor-Nutschlitze sollten möglichst klein ausgeführt werden.

- Die Nutenleiter in der Stator- und Rotornut sollten einen Mindest-Abstand h_4 von der Luftspaltoberfläche aufweisen, um nicht durch Oberwellen direkt induziert zu werden. Stator: $h_4 > s_{Qs}/3$, Rotor: $h_4 > s_{Qr}$.
- Bei der Bearbeitung der Rotoroberfläche müssen Blechkurzschlüsse vermieden werden, indem scharfe Drehstähle und eher spröde Blechsorten verwendet werden.
- Nach dem Stanzen sollten die Bleche nochmals geglüht werden, um a) eine Rekristallisation im Stanzbereich und damit geringere Ummagnetisierungsverluste zu erreichen, und bei Maschinen kleiner Leistung b) durch die Oxidschicht die Isolierung im Stanzbereich zu verbessern. Die Stanzwerkzeuge sollten scharf sein, um kleine Stanzgrate zu realisieren, da bei kleinen Maschinen aus Kostengründen in der Regel kein Entgraten der Bleche nach dem Stanzen mehr erfolgt!
- Eine nachträgliche Wärmebehandlung des Läufers zur Erhöhung des Querwiderstands infolge forcierter Oxidation bewirkt vor allem bei kleineren Maschinen eine Absenkung der Paketquerströme. Ähnlich wirkt die natürliche Oxidation, wenn die Rotoren nach der Fertigung länger (z. B. 6 Monate) zwischenlagern.

Fazit:
Es wird zwischen Leer- und Lastzusatzverlusten unterschieden. Erstere werden bei Leerlaufmessungen gemeinsam mit den Ummagnetisierungsverlusten mitgemessen, letztere hängen etwa quadratisch von der Laststromkomponente ab und variieren bei Bemessungslast zwischen typisch 0.5 % und 3 % der aufgenommenen elektrischen Leistung.

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A6.1 der über eine veränderte Statorfrequenz erreichte drehzahlveränderbare Betrieb eines Käfigläufer-Asynchronmotors mit dem vereinfachten Ossanna-Kreis berechnet, und in A6.2 mit dem vereinfachten Ossanna-Kreis ein Festdrehzahlantrieb mit Stern-Dreieck-Anlauf (siehe Kap. 7). In A6.3 und A6.4 werden Motoren mit erhöhtem Wirkungsgrad als Energiesparmotoren behandelt, und in A6.5 als ausführliches Lehrbeispiel das Betriebsverhalten des Kondensatormotors mit Grundwellen- und drittem Oberwellenmoment, wie es bei Zweiphasenwicklungen vorkommt. In A6.6 werden die Dreieckschaltung der Ständerwicklung eines Asynchronmotors und die Kloss'sche Formel behandelt, und in A6.7 und A6.8 die Verlustgruppen der Asynchronmaschine.

Antriebstechnik mit der Asynchronmaschine 7

In diesem Kapitel wird der Einsatz der Asynchronmaschine mit Schleifring- und Käfigläufer als Antrieb in unterschiedlichen Anwendungsfällen besprochen. Die Asynchronmaschine ist der am häufigsten eingesetzte industrielle Antrieb, sowohl am starren Netz als „Festdrehzahl"-Antrieb (diese Bezeichnung deshalb, da die Drehzahlabweichung von der Synchrondrehzahl im Dauerbetrieb klein ist; Bödefeld und Sequenz 1971; Constantinescu 1999; Dubey 2000; Farschtschi 2001) als auch als drehzahlveränderbarer Antrieb mit Umrichterspeisung (Kümmel 1985, 1986). Weiter wird die Besonderheit der doppeltgespeisten Asynchronmaschine mit rotorseitigem Umrichter vor allem als Generator für Windturbinen erläutert.

7.1 Arbeitsmaschinen

In der Antriebstechnik werden unterschiedliche Arbeitsmaschinen angetrieben, die durch ihre Gegenmoment-Charakteristik $M_L(n)$ in vier Klassen eingeteilt werden (Abb. 7.2), die Konstantmomentantriebe, Antriebe mit linear mit der Drehzahl zunehmendem Drehmoment, Antriebe mit quadratisch mit der Drehzahl zunehmendem Drehmoment und Konstantleistungsantriebe.

a) Konstantmomentantriebe: Lasthebemaschinen wie Aufzüge und Krane haben unabhängig von der Drehzahl ein konstantes Lastmoment M_L, das z. B. für eine Förderkabine mit der Masse m an einer Seiltrommel mit dem Durchmesser d mit der Erdbeschleunigung $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$ gemäß (7.1) bestimmt wird. Kolbenverdichter z. B. zum Komprimieren von Luft für die Drucklufterzeugung haben oberhalb einer Mindestdrehzahl ebenfalls ein konstantes Drehmoment.

$$M_L = m \cdot g \cdot (d/2) \quad \Rightarrow \quad M_L = \text{konst.} \tag{7.1}$$

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_7

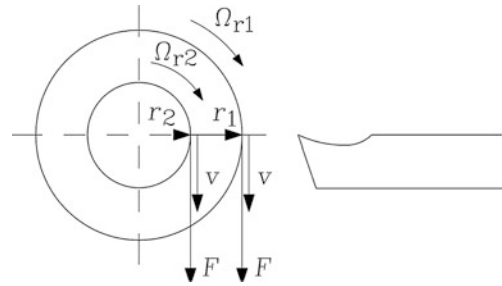


Abb. 7.1 Konstantleistungsantrieb bei der Drehbearbeitung: Die Schnittkraft F und die Schnittgeschwindigkeit v sollen konstant sein, um optimales Abspanen zu gewährleisten. Daher ist die Schnittleistung $P = F \cdot v$ unabhängig von der Drehzahl konstant zu halten

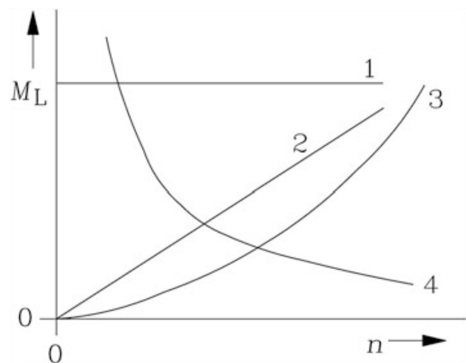


Abb. 7.2 Typische Gegenmomentkennlinien, **1**: Lasthebemaschinen, **2**: Extruder, **3**: Strömungsmaschinen, **4**: Konstantleistungsantriebe. (Extruder haben leicht unterproportional ansteigende Drehmomente. Daher wird hier eher eine typisierte als reale Kennlinie angegeben)

b) Das Drehmoment nimmt linear mit Drehzahl zu: Extruder und ähnliche Maschinen, die bei der Erzeugung und Verarbeitung von Kunststoffen verwendet werden, leisten am plastischen Kunststoff Walkarbeit. Das dabei auftretende Drehmoment steigt mit der Drehzahl ungefähr linear.

$$M_L \sim n \tag{7.2}$$

c) Das Drehmoment nimmt quadratisch mit der Drehzahl zu: Rotierende Strömungsmaschinen wie Pumpen, Lüfter, Ventilatoren, Turboverdichter und Propeller gehorchen der Euler'schen Turbinenhauptgleichung, die besagt, dass das Drehmoment quadratisch mit der Drehzahl zunimmt.

$$M_L \sim n^2 \tag{7.3}$$

d) Das Drehmoment sinkt umgekehrt proportional zur Drehzahl („Konstantleistungsantriebe“): Bei Dreh-, Fräs- und Wickelmaschinen, aber auch Walzantrieben, sollen sowohl die Schnitt- bzw. Wickel- bzw. Walzgeschwindigkeit v als auch die Schnitt- bzw. Zugkraft F konstant sein (Abb. 7.1). Wird der Radius r durch Abdrehen oder Abwickeln kleiner, so muss die Drehzahl $n = v/(2\pi r)$ (7.4) zunehmen, damit v konstant bleibt. Gleichzeitig sinkt bei konstanter Kraft F das Drehmoment $M_L = F \cdot r$. Die mechanische Leistung

$P = 2\pi n \cdot M_L = F \cdot v$ bleibt dabei konstant, was den Namen „Konstantleistungsantriebe“ erklärt. Daher sinkt das Drehmoment umgekehrt proportional zur Drehzahl (7.5).

$$v = \Omega_{r1} \cdot r_1 = \Omega_{r2} \cdot r_2 = \text{konst.} \Rightarrow \quad \Omega_r = 2\pi \cdot n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{v}{2\pi \cdot r} \tag{7.4}$$

$$M_L = P/(2\pi \cdot n) \sim 1/n \tag{7.5}$$

Man kann sich das gut am Wickelvorgang klarmachen, bei dem einerseits mit konstantem Bandzug gearbeitet wird, um Bandrisse zu vermeiden, und andererseits mit konstanter Wickelgeschwindigkeit, um eine gleichmäßige Wickelqualität zu garantieren. In der Folge bleibt die mechanische Leistung konstant.

Auch bei E-Antrieben für elektrische Bahnen oder Elektroautos wird im Geschwindigkeitsbereich oberhalb des Bemessungspunkts die Antriebsleistung konstant gehalten. Bei kleinen Geschwindigkeiten unterhalb des Bemessungspunkts wird ein hohes Drehmoment zum Anfahren z. B. über die Bordsteinkante oder zum Beschleunigen eines schweren Güterzugs auf einer Rampe benötigt. Der maximal zulässige Strom begrenzt das maximal verfügbare Drehmoment. Bei hohen Geschwindigkeiten oberhalb des Bemessungspunkts kann die Antriebsleistung wegen der Strom- und Spannungsgrenze des Antriebs nicht weiter erhöht werden. Die Leistung wird folglich konstant gehalten, und das verfügbare Antriebsdrehmoment sinkt umgekehrt proportional zur steigenden Drehzahl. Es genügt aber auch dieses kleinere Antriebsdrehmoment, da bei hohen Geschwindigkeiten keine hohen Beschleunigungsmomente mehr gefordert sind. Es müssen nur noch die – allerdings mit der Geschwindigkeiten zunehmenden – Fahrwiderstände überwunden werden. Der Schnittpunkt der mit steigender Drehzahl sinkenden Antriebsmoment-Kurve mit der mit der Drehzahl steigenden Lastmoment-Kurve infolge der Fahrwiderstände ergibt die maximal erreichbare Drehzahl und Fahrgeschwindigkeit. Beispielsweise dominiert bei Hochgeschwindigkeitszügen wie bei dem deutschen Triebzug ICE3 mit einer projektierten Maximalgeschwindigkeit von $v_{max} = 330\text{km/h}$ (Steimel 2004) bei höheren Geschwindigkeiten der Luftreibungswiderstand als Fahrwiderstand, der quadratisch mit der Geschwindigkeit zunimmt.

7.2 Hochlauf der Asynchronmaschine am Netz

a) Dynamische Bewegungsgleichung: Wir betrachten einen Asynchronmotor mit dem axialen Massenträgheitsmoment des Läufers J_M (Index M: Motor), der mit einer Arbeitsmaschine mit dem axialen Trägheitsmoment J_L (Index L: Last) direkt gekuppelt ist (Abb. 7.3a).

Es wirkt somit das resultierende Trägheitsmoment $J_{L+M} = J_L + J_M$. Der Asynchronmotor treibt an der Welle die Arbeitsmaschine mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_m an. Sein im Luftspalt erzeugtes elektromagnetisches Moment M_e, verringert um das eigene Verlustmoment M_d infolge von Luft- und Lagerreibung und drehzahlabhängigen

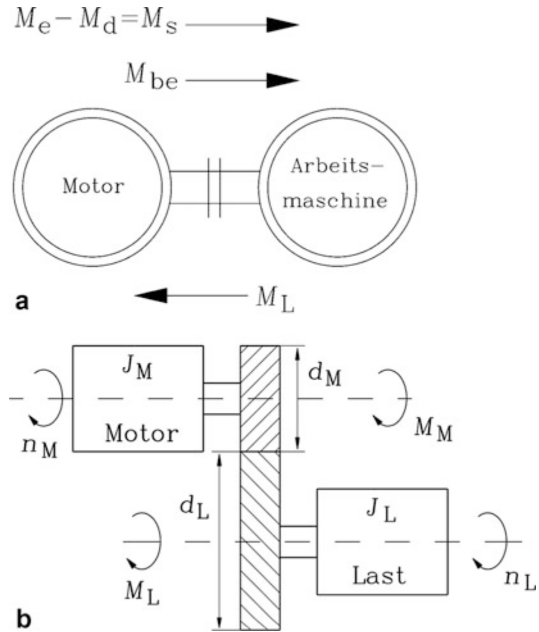


Abb. 7.3 Kupplung von Motor und Arbeitsmaschine, (**a**) direkt gekuppelter Antrieb $n_M = n_L = n$, (**b**) Antrieb mit zwischengeschaltetem Getriebe mit der Übersetzung $i = n_M/n_L$

Zusatzverlusten, ist mit $M_s = M_e - M_d$ an der Welle wirksam. Die Arbeitsmaschine bremst an der Welle mit dem Gegenmoment M_L. Die mechanische Bewegungsgleichung von I. Newton für die Berechnung der Winkelbeschleunigung $d\Omega_m/dt$ des gekuppelten Maschinensatzes besagt, dass die Summe der positiv und negativ wirkenden Momente das Beschleunigungsmoment $M_{be} = M_e - M_d - M_L$ ergibt, das der Änderung des Dralls $J_{L+M} \cdot \Omega_m$ gleich ist.

$$(J_L + J_M) \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M_d - M_L \Rightarrow J_{L+M} \cdot \frac{d(2\pi n)}{dt} = M_{be} \tag{7.6}$$

Bei genauerer Betrachtung des Verlustmoments ist dieses in einen drehzahlunabhängigen Anteil M_{d1} und einen drehzahlabhängigen Anteil M_{d2} zu trennen.

$$(J_L + J_M) \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M_{d1} - M_{d2}(\Omega_m) - M_L$$

Befindet sich zwischen Motor und Arbeitsmaschine (Abb. 7.3b) ein Getriebe mit der Übersetzung

$$i = n_M/n_L, \tag{7.7}$$

so drehen Lastmaschine und Motor unterschiedlich schnell. Bei einem einfachen Stirnradgetriebe (Abb. 7.3b) wird dies z. B. durch zwei im Eingriff befindliche Zahnräder mit den Durchmessern d_M und d_L erreicht, die am Eingriffspunkt dieselbe

Umfangsgeschwindigkeit v und Tangentialkraft F haben. Wird das an der Welle der E-Maschine wirksame Wellenmoment M_s einfach als „Motormoment" M_M bezeichnet, obwohl die Betrachtung natürlich prinzipiell auch für Generatorbetrieb gilt, so folgt:

$$v = d_M \pi n_M = d_L \pi n_L \quad \Rightarrow \quad i = n_M/n_L = d_L/d_M \tag{7.8}$$

$$F = 2M_M/d_M = 2M_L/d_L \quad \Rightarrow \quad i = M_L/M_M \quad M_M = M_L/i \tag{7.9}$$

Dabei sind Verluste im Getriebe vernachlässigt. Dies ist näherungsweise bei einstufigen Stirnradgetrieben zulässig, da diese in der Regel einen hohen Wirkungsgrad $> 99\,\%$ aufweisen. Das Drehmoment der Lastmaschine M_L, aber auch das Beschleunigungsmoment des Lastträgheitsmoments sind gegenüber dem an der Motorwelle wirksamen Moment M_M gemäß (7.10) um i größer.

$$M_M = \frac{1}{i} \cdot (J_L \cdot d(2\pi n_L)/dt + M_L) \tag{7.10}$$

Für die Momentensumme an der Motorwelle folgt beim Beschleunigen (7.11).

$$\begin{aligned} J_M \frac{d2\pi n_M}{dt} &= M_e - M_d - \frac{M_L}{i} - \frac{J_L}{i} \cdot \frac{d(2\pi n_L)}{dt} \\ \left(J_M + \frac{J_L}{i^2}\right) \cdot \frac{d(2\pi n_M)}{dt} &= M_e - M_d - \frac{M_L}{i} \end{aligned} \tag{7.11}$$

Durch das Getriebe wird das resultierende Lastträgheitsmoment von i abhängig: $J = J_M + J_L/i^2$. Für $i > 1$ wird das auf die Motorseite umgerechnete Trägheitsmoment der Lastmaschine quadratisch reduziert, was eine Erhöhung der Dynamik des Antriebs erlaubt. Dabei wurde hier das Eigenträgheitsmoment des Getriebes vernachlässigt. Will man es berücksichtigen, so ist das Trägheitsmoment J_{G1} des motorseitigen Teils dem Wert J_M zuzurechnen, und J_{G2} des lastseitigen Teils dem Wert J_L. Dreht der Motor schneller als die Last ($i > 1$), so sinkt das für den Motor wirksame resultierende Trägheitsmoment mit steigendem i gegenüber dem Fall der direkten Kupplung $i = 1$. Bei vielen Anwendungen z. B. bei E-Antrieben für Bahnen und E-Autos wird dies so ausgeführt, da dann das Motormoment gemäß (7.9) kleiner als das Lastmoment ist. Da das Drehmoment M_M die erforderliche Motorgröße bestimmt, kann der Motor entsprechend kleiner ausgeführt werden, muß dafür aber umso schneller drehen. Bei Antrieben für Kompressoren dreht der Motor häufig langsamer als die Last, da rotierende Verdichter bei höheren Drehzahlen arbeiten. Dann steigt das für den Motor wirksame Trägheitsmoment wegen $i < 1$ an. Da Beschleunigungsvorgänge bei dieser Anwendung von untergeordneter Bedeutung sind, wirkt sich dieser Nachteil nicht aus. Man hat aber den Vorteil, den Motor nicht für die hohen Drehzahlen auslegen zu müssen.

Bei den weiteren Betrachtungen wird das Verlustmoment M_d vernachlässigt, sodass das an der Welle wirksame Maschinenmoment M_s identisch mit dem Luftspaltmoment M_e ist, sodass im Folgenden bei stationärer Betrachtung näherungsweise M_e auch als Wellenmoment verwendet wird.

Beispiel 7.1

Antrieb für einen Hochgeschwindigkeitstriebzug: $i = 2.5$. Das Trägheitsmoment J_L des langsam drehenden Radsatzes ($n_{L,max} = 2200/\text{min}$ bei 330 km/h) wird um den Faktor $1/2.5^2$ verringert für den Motor wirksam.

1. Wie schnell dreht der Motor maximal?
2. Wie groß ist der Durchmesser der Radsatz-Treibräder?

Lösung:

1. $n_{max} = 2200 \cdot 2.5 = 5500/\text{min}$
2. $d = v_{max}/(\pi \cdot n_{L,max}) = 795\,\text{mm}$

Beispiel 7.2

Ein zweistufiger Schnecken-Kompressor wird mit einem zweipoligen Käfigläufer-Normasynchronmotor $2p = 2$, 90 kW, 400 V Y, angetrieben. Die erste Stufe wird direkt ($i_1 = 1$) mit der Ständerfrequenz $f_s = 80.5$ Hz und einem Schlupf $s = 2$ % angetrieben.

1. Wie groß sind die Motor- und die Schneckendrehzahl der ersten Kompressorstufe?
2. Die Schneckendrehzahl der zweiten Kompressorstufe beträgt 18130/min. Wie groß ist die erforderliche Getriebeübersetzung i_2?

Lösung:

1. Motor- und Schneckendrehzahl sind gleich groß: $n_M = n_{L1}$.

$$n_M = (1 - s) \cdot f_s/p = (1 - 0.02) \cdot 80.5/1 = 78.89/\text{s} = 4733.4/\,\text{min}$$

2. $i_2 = n_M/n_{L2} = 4733.4/18130 = 1/3.83 = 0.26$

Beispiel 7.3

Eine Windturbine treibt mit der Turbinendrehzahl $n_L = 30.3/\,\text{min}$ über ein dreistufiges Getriebe $i = 50$ einen Asynchrongenerator am starren Netz 690 V, 50 Hz, an. Der Generator ist eine vierpolige Käfigläufer-Transnormmaschine $2p = 4$ mit 640 kW, 50 Hz, 690 V Y. Wie groß sind die Generatordrehzahl n_M und der Schlupf s?

Lösung:

$$n_M = i \cdot n_L = 50 \cdot 30.3 = 1515/\,\text{min} = 25.25/\text{s},$$
$$s = 1 - n_M \cdot p/f_s = 1 - 25.25 \cdot 2/50 = -0.01 = -1\ \%$$

b) Nenn-Anlaufdauer: Wenn die Asynchronmaschine ungekuppelt („leer“: $M_L = 0, J_L = 0$) mit ihrem Bemessungsmoment $M_e = M_N$ vom Stillstand $n = 0$ auf die Bemessungsdrehzahl $n_N = \Omega_{mN}/(2\pi)$ beschleunigt, so benötigt sie dazu die Nenn-Anlaufdauer T_J, die als Begriff international und national genormt ist (IEC 27-4 1985, DIN1304, Teil 7 1991).

$$J_M \frac{d\Omega_m}{dt} = M_N \quad \Rightarrow \quad \int_0^{\Omega_{mN}} d\Omega_m = \int_0^{T_J} \frac{M_N}{J_M} dt \quad \Rightarrow \quad T_J = \frac{J_M}{M_N} \Omega_{mN} \tag{7.12}$$

Bei bekannter Bemessungsdrehzahl und bekanntem Bemessungsmoment als Bemessungsgrößen kann aus der Nenn-Anlaufdauer direkt das Trägheitsmoment der Maschine berechnet werden, weshalb oft nicht das Trägheitsmoment, sondern nur T_J angegeben wird. Das reale Drehmoment einer Asynchronmaschine während des Hochlaufs hängt gemäß Kap. 5 vom Schlupf ab und ist daher nicht identisch mit dem Bemessungsmoment. Deshalb ist die Nenn-Anlaufdauer auch nicht die tatsächliche Anlaufzeit einer ungekuppelten Asynchronmaschine am starren Netz, sondern ein theoretischer Wert, der aber die Größenordnung der Anlaufzeit richtig wiedergibt. Die Nenn-Anlaufdauer ist somit eine sinnvolle Definition zur Typisierung der Anlaufzeit. Wird der Läufer als Rotationszylinder mit dem Läuferdurchmesser d_r, der Läufer-Blechpaketlänge l_r und der Massendichte ρ des Läufermaterials beschrieben, so gilt für das Läufer-Trägheitsmoment $J_M = \rho \cdot d_r^4 l_r \pi/32 \sim d_r^4 l_r$. Gemäß Kap. 4 ist das elektromagnetische Drehmoment bei einem bestimmtem Strombelag A und einer bestimmten Luftspaltflussdichte B_δ proprtional zu $M_e \sim d_{si}^2 l_e$. Mit $d_{si} \sim d_r$, $l_e \sim l_r$ folgt $M_e \sim d_r^2 l_r$. Daher ist die Nenn-Anlaufdauer proportional zum Quadrat des Läuferdurchmessers und steigt folglich quadratisch mit der Baugröße der elektrischen Maschine.

$$T_J \sim d_r^2 \tag{7.13}$$

Fazit:
Kleine Motoren haben eine sehr kurze Nenn-Anlaufdauer von Bruchteilen einer Sekunde, große Maschinen können bis zu 10 s und mehr aufweisen. Die Nenn-Anlaufdauer ist ein theoretischer Wert und charakterisiert die Größe des axialen Trägheitsmoments der Antriebsmaschine.

Beispiel 7.4

1. Beweisen Sie, dass bei konstanter Winkelbeschleunigung und daher konstantem Antriebsmoment M_M sich bei einem Übersetzungsverhältnis $i_{opt} = \sqrt{J_L/J_M}$ die minimale Hochlaufzeit t_a der Last J_L (bei $M_L = 0$) von Null auf Ω_{max} ergibt.
2. Wie hoch ist die minimale Hochlaufzeit t_a?

Lösung:

1. Die Winkelbeschleunigung des Lastträgheitsmoments ist:

$$d^2\gamma_L/dt^2 = \ddot{\gamma}_L = d\Omega/dt = i \cdot M_M/(J_L + i^2 \cdot J_M).$$

Bei konstanter Winkelbeschleunigung des Motors

$$d^2\gamma_L/dt^2 = \ddot{\gamma}_L = \Omega_{max}/t_a = \text{konst.}$$

soll die Hochlaufzeit t_a auf die Maximaldrehzahl Ω_{max} minimal sein. Bei welcher Getriebeübersetzung i wird t_a minimal?

$$dt_a/di = 0 \quad \Rightarrow \quad d(J_L/i + i \cdot J_M)/di = 0$$
$$-J_L/i^2 + J_M = 0 \quad \Rightarrow \quad i_{opt} = \sqrt{J_L/J_M}$$

2. $t_{a,min} = \frac{\Omega_{max}}{M_M} \cdot 2 \cdot \sqrt{J_L \cdot J_M} = \frac{2J_M\Omega_{max}}{M_M} \cdot i_{opt}$

c) Anlaufzeit und Läuferverlustenergie: Bei nicht allzu kleinen Motoren (>1 ... 10 kW) ist es in der Regel zulässig, elektrische Ausgleichsvorgänge in den Ständer- und Läuferwicklungen während des Hochlaufs zu vernachlässigen (vgl. Kap. 15), da dann die elektrischen Ausgleichsvorgänge sehr viel rascher abklingen, als der Anlauf dauert. Dann hängt das Anlaufmoment der Asynchronmaschine von der Drehzahl gemäß der in Kap. 5 vorgestellten stationären Drehmoment-Drehzahl-Kurve $M_e(n)$ ab, die im einfachsten Fall durch die Kloss'sche Funktion beschrieben wird. Dann wird die Anlaufzeit t_a durch numerische Integration der Differentialgleichung (7.6) bzw. (7.11) ermittelt, wobei im Folgenden unter J stets das resultierende Trägheitsmoment von Antriebs- und Lastmaschine verstanden wird (vgl. Aufgabe A12.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Für Antriebe mit Getriebe ist mit der Drehzahl n stets die Motordrehzahl n_M gemeint. Das Lastmoment M_L ist dann das auf die Motordrehzahlseite umgerechnete Moment.

$$J \cdot \frac{d(2\pi n)}{dt} = M_e(n) - M_L(n) \quad \Rightarrow \quad t_a = \int_0^{n_N} \frac{2\pi \cdot J}{M_e(n) - M_L(n)} \cdot dn \tag{7.14}$$

Zur groben Abschätzung von t_a können näherungsweise die über dem Drehzahlbereich $0 \ldots n_N$ gültigen Mittelwerte $M_{e,av}$ und $M_{L,av}$ verwendet werden (Abb. 7.4).

$$t_a \approx \int_0^{n_N} \frac{2\pi \cdot J}{M_{e,av} - M_{L,av}} \cdot dn \Rightarrow t_a \approx \frac{2\pi n_N J}{M_{e,av} - M_{L,av}} \tag{7.15}$$

Läuft der Motor ohne Gegenmoment hoch ($M_L = 0$), muss er nur das resultierende Trägheitsmoment J beschleunigen, was als „Leerhochlauf" bzw. „Schwungmassenhochlauf"

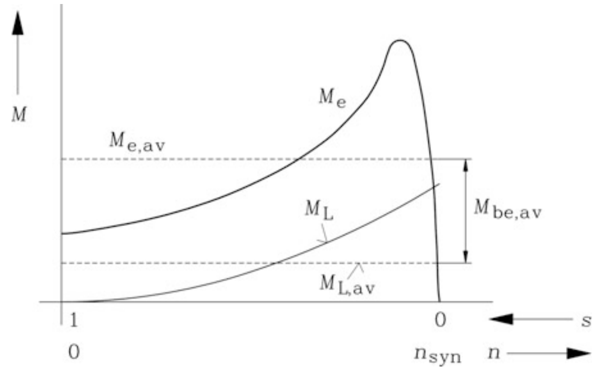


Abb. 7.4 Drehmomente eines „Asynchronmotor-Verdichter-Antriebs". Die mittleren Momente (Index av) werden für die näherungsweise Bestimmung der Anlaufzeit verwendet

bezeichnet wird. Die während der Anlaufzeit t_a von 0 auf $n_N \cong n_{syn}$ im Läufer umgesetzte Verlustenergie $W_{Cu,r}$ kann unabhängig von der $M_e(n)$-Kurve exakt berechnet werden, da stets $P_{Cu,r} = s \cdot P_\delta$ und $\Omega_m = (1 - s) \cdot \Omega_{syn}$ gilt. Der Integrationsbereich $0 \leq t \leq t_a$ entspricht dem Schlupfbereich $1 \geq s \geq 0$.

$$W_{Cu,r} = \int_0^{t_a} P_{Cu,r} \cdot dt = \int_0^{t_a} sP_\delta \cdot dt = \int_0^{t_a} s\Omega_{syn} M_e \cdot dt = \int_0^{t_a} s\Omega_{syn} J \frac{d\Omega_m}{dt} \cdot dt$$

$$W_{Cu,r} = \int_0^{t_a} s\Omega_{syn} J \frac{d\Omega_m}{dt} \cdot dt = \int_0^{t_a} s\Omega_{syn}^2 J \frac{d(1-s)}{dt} \cdot dt = -\int_0^{t_a} s\Omega_{syn}^2 J \frac{ds}{dt} dt$$

$$W_{Cu,r} = -\int_1^0 s\Omega_{syn}^2 J \cdot ds = -J\Omega_{syn}^2 \left.\frac{s^2}{2}\right|_1^0 = \frac{J\Omega_{syn}^2}{2} = W_{kin}$$

$$W_{Cu,r} = W_{kin} \tag{7.16}$$

Fazit:
Die in der Läuferwicklung umgesetzte Wärmeenergie $W_{Cu,r}$ bei einem Schwungmassenanlauf ist gleich der in den rotierenden Schwungmassen J gespeicherten kinetischen Energie W_{kin}. Werden alle sonstigen Verluste vernachlässigt, muss für einen Hochlauf somit aus dem Netz die Energie $2W_{kin}$ bezogen werden, wobei eine Hälfte in der Läuferwicklung in Wärme umgewandelt wird, und die andere Hälfte in den rotierenden Massen gespeichert wird (Abb. 7.5).

Beim Hochlauf gegen ein Gegenmoment $M_L(n)$ verlängert sich die Hochlaufzeit gemäß (7.15) um den Faktor $M_{e,av}/(M_{e,av} - M_{L,av})$. Folglich steigt die Verlustenergie um diesen Faktor an (7.17). Dabei wird wegen des lastabhängigen Schlupfs $s \sim M_L$, $0 \leq n \leq n_N$, nicht mehr Ω_{syn}, sondern nur noch $(1 - s) \cdot \Omega_{syn}$ erreicht. In (7.17) wird wegen des i. A. kleinen Schlupfs die Näherung $(1 - s) \cdot \Omega_{syn} \approx \Omega_{syn}$ verwendet (siehe dazu Bsp. 7.5, Nr. 4).

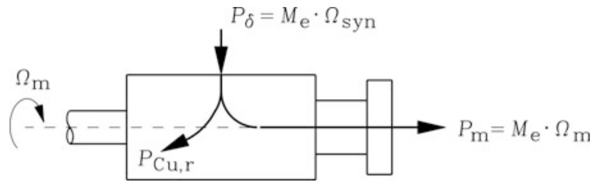


Abb. 7.5 Leistungsfluss im Läufer eines Asynchronmotors während des asynchronen Anlaufs: $\Omega_m = 2\pi n = (1-s)\Omega_{syn}$. Die zugeführte Luftspaltleistung $P_\delta = M_e \Omega_{syn}$ wird in Stromwärmeverluste $P_{Cu,r}$ und in mechanische Leistung $P_m = M_e \Omega_m$ umgesetzt

$$W_{Cu,r} = \frac{J\Omega_{syn}^2}{2} \cdot \frac{M_{e,av}}{M_{e,av} - M_{L,av}} > W_{kin} \tag{7.17}$$

Beispiel 7.5

Asynchroner Hochlauf eines Asynchronmotors mit Doppelstabläufer:
$P_N = 155\text{kW}$, $f_N = 50\,\text{Hz}$, $n_N = 974/\min$, mittleres asynchrones Anlaufmoment $M_{e,av}/M_N = 1.4$, axiales Läufer-Trägheitsmoment $J_M = 5.8\,\text{kgm}^2$. Die direkt gekuppelte Arbeitsmaschine weist ein deutlich höheres Trägheitsmoment $J_L = 23.0\,\text{kgm}^2$ bei einem mittleren Gegenmoment $M_{L,av}/M_N = 0.7$ auf.

1. Welche Polzahl hat der Motor? Wie groß ist der Bemessungsschlupf?
2. Wie hoch ist die mittlere Hochlaufzeit auf Bemessungsdrehzahl?
3. Wie hoch ist bei einem Schwungmassenhochlauf auf Synchrondrehzahl die im Läuferkäfig während des Hochlaufs umgesetzte Verlustenergie?
4. Wie hoch ist bei einem Lasthochlauf auf Bemessungsdrehzahl die im Läuferkäfig während des Hochlaufs umgesetzte Verlustenergie?

Lösung:

1. Da die Bemessungsdrehzahl nahe der Synchrondrehzahl liegt, kann bei 50 Hz diese nur 1000/min sein. Somit ist der Motor sechspolig.

$$n_{syn} = \frac{f_N}{p} = 503 = 16.66/\text{s} = 1000/\min \Rightarrow 2p = 6,$$
$$s_N = \frac{n_{syn} - n_N}{n_{syn}} = \frac{1000 - 974}{1000} = 2.6\,\%$$

2. $J = 5.8 + 23.0 = 28.8\,\text{kgm}^2$,

$$M_N = \frac{P_N}{2\pi n_N} = \frac{155000}{2\pi \cdot (974/60)} = 1520\,\text{Nm}$$
$$t_a = \frac{2\pi n_N J}{M_{e,av} - M_{L,av}} = \frac{2\pi \cdot (974/60) \cdot 28.8}{(1.4 - 0.7) \cdot 1520} = 2.76\,\text{s}$$

3. $W_{\mathrm{Cu,r}} = \dfrac{28.8 \cdot (2\pi \cdot 1000/60)^2}{2} = 158\,\mathrm{kWs}$
4. $W_{\mathrm{Cu,r}} = \dfrac{28.8 \cdot (2\pi \cdot 974/60)^2}{2} \cdot \dfrac{1.4}{0.7} = 300\,\mathrm{kWs}$

d) Verringerung des Anlaufstroms: Der relativ hohe Anlaufstrom der Asynchronmaschine im Bereich zwischen dem 4- bis 7-fachen Bemessungsstrom belastet das Netz, was zu Spannungseinbrüchen während des Hochlaufs vor allem bei schwachen Netzen führen kann. Ein schwaches Netz ist gegenüber einem starren Netz durch eine relativ große Netzimpedanz $\underline{Z}$ gekennzeichnet. Das Netz wird dann je Strang als Spannungsquelle $\underline{U}_0$ mit der Serienimpedanz $\underline{Z}$ beschrieben, wobei $\underline{Z}$ überwiegend induktiv ist: $\underline{Z} \approx jX$. Beim Zuschalten des Motors wirkt je Strang gemäß Kap. 5 dessen Motorimpedanz $\underline{Z}_{\mathrm{M}}(s = 1) \approx j \cdot X_\sigma$, wenn seine kleinen ohm'schen Widerstände und seine große Hauptreaktanz X_{h} vernachlässigt werden. Mit X_σ ist die Summe von primärer und sekundärer Streureaktanz je Strang gemeint. Der große Anfahrstrom $\underline{I}_{\mathrm{s1}} = -j\underline{U}_0/(X + X_\sigma)$ bewirkt auf Grund des Spannungsfalls an der Netzimpedanz, dass die Klemmenspannung von $\underline{U}_0$ vor dem Zuschalten auf den Wert $\underline{U}_0 - jX \cdot \underline{I}_{\mathrm{s1}}$ absinkt. Dieser Spannungseinbruch wird von parallel versorgten Verbrauchern störend wahrgenommen. Beim ideal starren Netz ist $X = 0$, und es tritt kein Spannungseinbruch auf. Von den unterschiedliche Maßnahmen zur Verringerung des netzwirksamen Anlaufstroms werden im Folgenden einige besprochen.

d1) Stern-Dreieck-Anlauf: Für Motoren, deren Ständerwicklungen im Betrieb in Dreieck geschaltet sind, wird mit dem Stern-Dreieck-Anlauf der Anlaufstrom auf 1/3 verringert; leider sinkt aber auch das Anlaufmoment bei der Sternschaltung auf 1/3 (Vetter et al. 1987).

Der Anlauf selbst erfolgt bei Sternschaltung; anschließend wird mit einem Schütz, dem „Stern-Dreieck-Umschalter“, auf Dreieckschaltung umgeschaltet (Abb. 7.6). Damit dies möglich ist, müssen alle sechs Anschlussklemmen der Ständerwicklung U, X, V, Y, W, Z getrennt im Klemmenkasten herausgeführt sein.

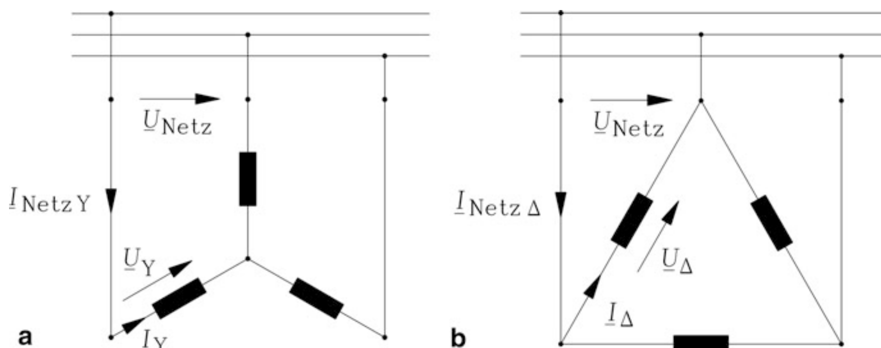


Abb. 7.6 Die Schaltungen des Stern-Dreieck-Anlaufs: (**a**) Sternschaltung, (**b**) Dreieck-Schaltung

Sternschaltung: Die Strangspannung U_Y ist $U_\text{Netz}/\sqrt{3}$, der Strangstrom I_Y ist identisch mit dem Netzstrom I_NetzY.

Dreieckschaltung: Die Strangspannung U_Δ ist identisch mit der Netzspannung U_Netz, der Strangstrom I_Δ ist um den Faktor $1/\sqrt{3}$ kleiner als der Netzstrom $I_{\text{Netz}\Delta} = \sqrt{3}I_\Delta$. Mit

$$U_\text{Y} = U_\Delta/\sqrt{3} \tag{7.18}$$

und

$$I_\text{Y} = I_\Delta/\sqrt{3} \tag{7.19}$$

folgt, dass der Netzstrom bei Y-Schaltung 1/3 des Werts bei Dreieckschaltung beträgt.

$$I_\text{NetzY} = I_\text{Y} = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{I_{\text{Netz}\Delta}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{I_{\text{Netz}\Delta}}{3} \tag{7.20}$$

Die elektrische Scheinleistung bei Sternschaltung $S_\text{Y} = 3U_\text{Y}I_\text{Y}$ ist um den Faktor 1/3 kleiner als S_Δ. Dies folgt in gleichem Maß für die mechanische Leistung und damit bei gleicher Drehzahl für das Drehmoment. Für das Anfahrmoment M_1 gilt folglich, dass es bei Sternschaltung auf 1/3 des Werts bei Dreieckschaltung sinkt. Das Drehmoment der Asynchronmaschine ist somit gemäß Kap. 5 trotz geänderter Schaltung weiterhin quadratisch von der Strangspannung abhängig (7.21).

$$\frac{M_{1\text{Y}}}{M_{1\Delta}} = \left(\frac{U_\text{Y}}{U_\Delta}\right)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3} \tag{7.21}$$

Der Stern-Dreieck-Hochlauf wird überwiegend bei kleineren Motoren verwendet. Durch das Umschalten von Stern auf Dreieck ergeben sich transiente Ausgleichsströme, die besonders dann groß sein können, wenn die Umschaltung rasch erfolgt, sodass die im Läufer nach dem Ausschalten der Sternschaltung abklingenden Käfigströme noch nicht Null sind. Ihr Luftspaltfeld induziert in der offenen Ständerwicklung eine Spannung, die im ungünstigen Fall gegenphasig zur zugeschalteten Netzspannung im Dreieck-Betrieb ist, sodass der transiente Ausgleichsstrom beim Zuschalten der Dreieckwicklung und das von ihm verusachte transiente Stoßmoment schädlich große Werte annehmen können. Deshalb werden bei größeren Käfigläufer-Asynchronmaschinen ständerseitige Anfahrwiderstände, Anfahrdrosseln oder Anfahrtransformatoren verwendet (vgl. Kap. 8 zum asynchronen Anfahren von Synchronmaschinen am Netz). Weiter wird fallweise der Teilwicklungsanlauf eingesetzt, bei dem zunächst nur ein Teil der Ständerwicklung je Strang bestromt und erst nach erfolgtem Anlauf der restliche Teil der Ständerwicklung zugeschaltet wird.

Tab. 7.1 Verringerung von Anfahrstrom und Anfahrdrehmoment durch Stern-Dreieck-Umschaltung am Beispiel von Doppelkäfigläufermotoren

	M_1/M_N	I_{s1}/I_N
Δ–Schaltung	$2\ldots3$	$6\ldots8$
Y-Schaltung	$0.7\ldots1$	$2\ldots2.7$

Beispiel 7.6

Typische Anfahrdrehmomente M_1 und Anfahrströme I_{s1} bei Doppelkäfigläufermotoren gemäß Tab. 7.1 und ihre verringerten Werte bei Stern-Dreick-Hochlauf.

d2) Sanftanlasser: Mit einer antiparallelen Thyristorschaltung je Strang (Abb. 7.7a, links) wird aus der sinusförmigen Netzspannung u_1 durch Anschnittsteuerung ein Teil der Spannungs-Zeit-Fläche „herausgeschnitten" (Abb. 7.7a, rechts). Je Halbschwingung zündet der mit positiver Spannung beaufschlagte Thyristor nach der Zeit $t = \alpha/(2\pi f_s)$ nach dem jeweiligen vorausgegangenen Spannungsnulldurchgang und leitet den Ständerstrangstrom. Der Motor erhält eine nichtsinusförmige Spannung u_2 mit verringerter Spannungs-Zeit-Fläche, deren Grundschwingung gegenüber der Netzspannung verringert ist, was die Stromaufnahme, aber auch die Drehmomententwicklung, verringert. Der zwischen π und Null variierende Zündwinkel α ist beim Einschalten groß, und daher die anliegende Spannungs-Zeit-Fläche und der Ständerstrom klein. Mit steigender Drehzahl wird der Zündwinkel verringert und nach erfolgtem Hochlauf auf Null gesetzt, sodass der Motor mit sinusförmigen Spannungen betrieben wird. Während des Hochlaufs sind der Strom und die Spannung nichtsinusförmig, sodass das Drehmoment nicht mehr zeitlich konstant ist, sondern Pulsationen mit einer dominanten Amplitude bei der sechsfachen Ständerfrequenz aufweist.

d3) Anlasswiderstände bei Schleifringläufermotoren: Bei einem Schweranlauf ist entweder das Trägheitsmoment der Lastmaschine sehr viel größer als das des Motorläufers, und/oder das Gegenmoment ist sehr groß. Der Einsatz des Käfigläufers am starren Netz ist für Schweranlauf aus thermischen Gründen oft nicht möglich, da die während des Hochlaufs in den Läufer eingebrachte Läuferverlustwärme zu groß würde. Der Käfig würde thermisch überbeansprucht. So könnte z. B. die Stab-Ring-Verbindung durch ungleichmäßige Wärmedehnung einzelner Stäbe reißen, oder der Stab wegen behinderter Wärmedehnung oder zu großer Erwärmung der Staboberkante aus der Läufernut austreten (Abb. 7.8). Abhilfe bringt die Umrichterspeisung (Abschn. 7.7), wo mit Bemessungsmoment und Bemessungsstrom der Anlauf über frequenzvariablen Betrieb möglich wird, oder die Asynchronmaschine mit Schleifringläufer und Anlasswiderständen R_{rv} im Läuferkreis (Kap. 5). Während des Hochlaufes kann man durch Verkleinern der Anlasswiderstände das Drehmoment etwa konstant in der Größenordnung des Bemessungsmoments

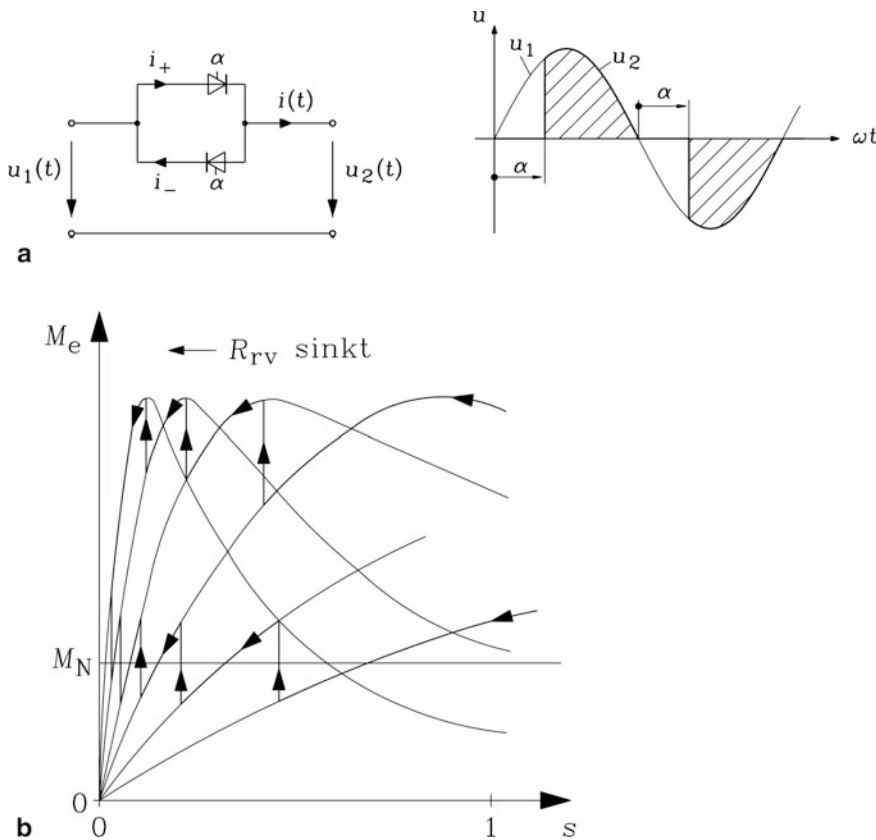


Abb. 7.7 Anlaufhilfen: (**a**) Leistungselektronischer Sanftanlasser: links: Schaltung je Ständerstrang, rechts: Netzspannung u_1 und Klemmenspannung u_2 mit schraffierter Spannungs-Zeit-Fläche je Strang bei ohm'scher Last, (**b**) Asynchroner Hochlauf eines Schleifringläufers mit stufenweise geschalteten rotorseitigen Anlasswiderständen R_{rv}: Anfahren mit Kippmoment (obere Kurve) und Bemessungsmoment (untere Kurve)

oder des Kippmoments halten (Abb. 7.7b, obere Kurve). So ist es möglich, mit dem Kippmoment gegen große Gegenmomente anzufahren. Die Läuferverluste werden zum Großteil in den externen Läuferwiderständen als Wärme umgesetzt und durch eine separate Kühlung abgeführt.

Für den Fall eines gemäßigten Gegenmoments, aber eines sehr schwachen Netzes, das den Anlaufstrom eines Käfigläufermotors nicht beherrscht, kann ebenfalls mit dem Schleifringläufermotor angefahren werden, z. B. mit etwa Bemessungsmoment und Bemessungsstrom (Abb. 7.7b, untere Kurve). Allerdings sind Schleifringläufermaschinen deutlich teurer als Käfigläufermaschinen, sodass heute i. A. umrichtergespeiste Käfigläufer-Motoren auch bei Schweranlauf verwendet werden.

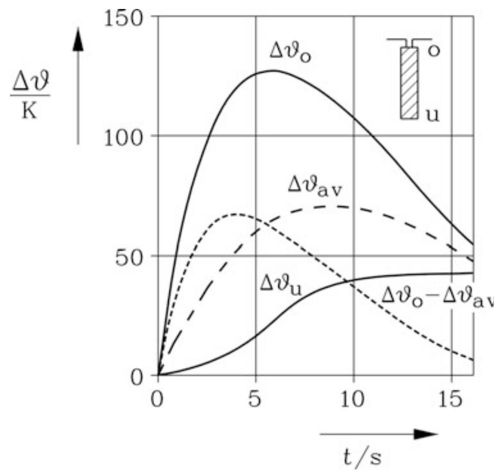


Abb. 7.8 Käfigläufer-Asynchronmaschine: Berechnete Kupfer-Hochstab-Erwärmung während eines Schweranlaufs an der Stabober- und Unterkante $\Delta\vartheta_o$, $\Delta\vartheta_u$ sowie mittlere Erwärmung $\Delta\vartheta_{av}$. Die Staboberkante ist der thermisch kritische Bereich. Die unterschiedliche Erwärmung kann zu unerwünschten Wärmedehnungen führen, sodass im schlimmsten Fall der Stab aus der Nut austritt

7.3 Stabile und instabile Arbeitspunkte – Quasistatische Stabilität

Motor und Lastmaschine bilden gemeinsam einen Antrieb. Der Arbeitspunkt des Antriebs (n^*, M_e^*) im Drehzahl-Moment-Kennlinienfeld wird durch den Schnittpunkt der $M_e(n)$-Kennlinie des Motors mit der $M_L(n)$-Kennlinie der Arbeitsmaschine bestimmt (Abb. 7.9a). Allerdings ist nicht in jedem Schnittpunkt stabiler Betrieb möglich. Der Antrieb arbeitet in einem stabilen Arbeitspunkt, wenn bei kleinen Störungen in der Drehzahl oder im Drehmoment, die zum Verlassen des stabilen Arbeitspunkts führen, nach dem Abklingen der Störung wieder der ursprüngliche Arbeitspunkt erreicht wird. Bei kleinen Störungen in der Drehzahl oder im Drehmoment stellt sich somit nach dem Abklingen der Störung der ursprüngliche Arbeitspunkt wieder selbständig ein. Ein instabiler Arbeitspunkt ist dadurch gekennzeichnet, dass bei kleinen Störungen in der Drehzahl oder im Drehmoment der Arbeitspunkt dauernd verlassen wird. Bei der quasistatischen Stabilitätsuntersuchung werden die stationären Betriebskennlinien $M_e(n)$ und $M_L(n)$ verwendet. Häufig werden diese im Arbeitspunkt linearisiert. Mithilfe dieser linearisierten Kennlinien wird eine Störungsrechnung durchgeführt und überprüft, ob bei kleinen Abweichungen der Drehzahl oder des Drehmoments diese Abweichungen mit der Zeit abklingen oder nicht. Dieser „Stabilität im Kleinen“ steht die „Stabilität im Großen“ gegenüber, bei der keine Linearisierung vorgenommen wird. Von der quasistatischen Stabilität ist der allgemeine Fall der dynamischen Stabilität zu unterscheiden, bei der auch die raschen zeitlich

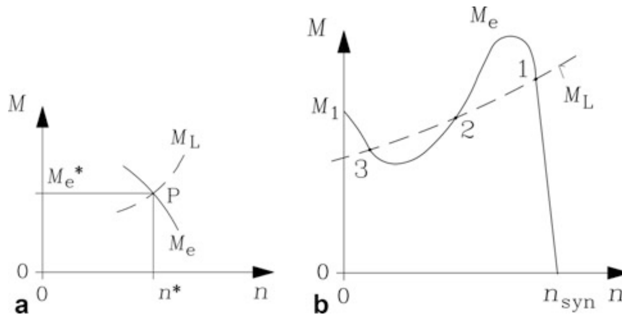


Abb. 7.9 (**a**) Der Arbeitspunkt des Antriebs (Index *) ergibt sich als Schnittpunkt P der $M(n)$-Kennlinien von Motor und Last, (**b**) Asynchronmotorkennlinie $M_e(n)$ mit „Sattel" (z. B. Doppelstab-Läufer) und Gegenmomentkennlinie $M_L(n)$ der Arbeitsmaschine (z. B: Lüftermoment mit Losbrechmoment bei $n = 0$): Die Schnittpunkte 1 und 3 sind stabile Arbeitspunkte, 2 ist instabil

veränderlichen Vorgänge im elektrischen System, also die transienten Ausgleichsströme in den Wicklungen, mitbetrachtet werden (Kap. 13–16).

Mit der Bezeichnung $\Omega_m^* = 2\pi n^*$ im Arbeitspunkt und der Abweichung der mechanischen Winkelgeschwindigkeit $\Delta\Omega_m = \Omega_m - \Omega_m^*$ vom Arbeitspunkt sowie den Anstiegen der Kennlinien im Arbeitspunkt

$$\frac{dM_e}{d\Omega_m} = M_e', \quad \frac{dM_L}{d\Omega_m} = M_L'$$

erhalten wir die Tangenten an die Kennlinien im Arbeitspunkt als lineare Ersatzkennlinien.

$$M_e(\Omega_m) \cong M_e(\Omega_m^*) + M_e' \cdot \Delta\Omega_m \tag{7.22}$$

$$M_L(\Omega_m) \cong M_L(\Omega_m^*) + M_L' \cdot \Delta\Omega_m \tag{7.23}$$

Im Arbeitspunkt sind Motor- und Lastmoment gleich groß: $M_e(\Omega_m^*) = M_L(\Omega_m^*)$. Eingesetzt in die Newton'sche Bewegungsgleichung, ergibt diese mit $d\Omega_m/dt = d\Delta\Omega_m/dt$ die Gl. (7.24), da $d\Omega_m^*/dt = 0$ ist.

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e(\Omega_m) - M_L(\Omega_m)$$

$$J \cdot \frac{d\Delta\Omega_m}{dt} - (M_e' - M_L') \cdot \Delta\Omega_m = 0 \tag{7.24}$$

Dies ist eine lineare, homogene Differentialgleichung 1. Ordnung für $\Delta\Omega_m(t)$, deren Lösung eine Exponentialfunktion (7.25) ist. Wird durch eine äußere Störung eine Anfangsänderung der Drehzahl $\Delta\Omega_{m0} = \Delta\Omega_m(t = 0)$ aus dem Arbeitspunkt Ω_m^* verursacht, so verläuft diese Drehzahlabweichung gemäß (7.25).

$$\Delta\Omega_m(t) = \Delta\Omega_{m0} \cdot e^{(t \cdot (M_e' - M_L')/J)} \tag{7.25}$$

Fazit:
Ist $dM_e/d\Omega_m - dM_s/d\Omega_m > 0$ größer als Null, so nimmt die Drehzahlstörung als Abweichung von der stationären Drehzahl im Arbeitspunkt weiter zu; der Arbeitspunkt ist instabil. Ist der Exponent hingegen negativ $dM_e/d\Omega_m - dM_L/d\Omega_m < 0$, so klingt die Störung exponentiell ab; der Arbeitspunkt ist stabil. Im theoretischen Grenzfall $dM_e/d\Omega_m - dM_L/d\Omega_m = 0$ bleibt die konstante Störung bestehen: $\Delta\Omega_m(t) = \Delta\Omega_{m0}$.

Die Schnittpunkte in Abb. 7.9b zeigen auch direkt anschaulich, ob Stabilität vorliegt. Im Punkt 2 ist bei einer Drehzahlstörung durch z. B. Drehzahlerhöhung, also geringfügig rechts vom Punkt 2, das antreibende Moment M_e größer als das bremsende Moment M_L. Durch diesen Momentenüberschuss des Motors mit zunehmender Drehzahl wird der Antrieb weiter zu höheren Drehzahlen beschleunigt und der Arbeitspunkt 2 nachhaltig verlassen. Bei negativer Drehzahlstörung durch Drehzahlabsenkung, also geringfügig links vom Punkt 2, ist das antreibende Moment M_e kleiner als das bremsende Moment M_L. Durch diesen Überschuss an bremsendem Moment mit sinkender Drehzahl wird der Antrieb weiter zu niedrigeren Drehzahlen abgebremst und der Arbeitspunkt 2 ebenfalls bleibend verlassen. Damit ist anschaulich und äquivalent zu (7.25) der Nachweis geführt, dass Arbeitspunkt 2 instabil ist. Im Punkt 3 ist bei einer Drehzahlstörung durch Drehzahlerhöhung das antreibende Moment M_e kleiner als das bremsende Moment M_L. Durch diesen Überschuss des Bremsmoments mit zunehmender Drehzahl wird der Antrieb abgebremst und kehrt zu Punkt 3 zurück. Bei negativer Drehzahlstörung durch Drehzahlabsenkung ist das antreibende Moment M_e größer als das bremsende Moment M_L. Durch diesen Überschuss an antreibendem Moment mit sinkender Drehzahl wird der Antrieb wieder beschleunigt. Die Drehzahl erhöht sich, und der Antrieb kehrt selbständig zum Arbeitspunkt 3 zurück. Damit ist anschaulich gezeigt, dass Arbeitspunkt 3 stabil ist.

Beispiel 7.7

Untersuchen Sie für den Asynchronmotor mit ausgeprägtem Sattel in der $M_e(n)$-Kennlinie (Abb. 7.9b) und die angegebene Lastkennlinie mithilfe (7.25) die Arbeitspunkte auf Stabilität.

Lösung:
Die Arbeitspunkte 1 und 3 sind stabil, Punkt 2 ist instabil (Tab. 7.2). Beim Hochlauf würde der Motor somit im Punkt 3 „hängenbleiben".

Tab. 7.2 Stabilitätsbetrachtung der Arbeitspunkte 1, 2, 3 der Abb. 7.9b

	Arbeitspunkt	$dM_e/d\Omega_m$	$dM_L/d\Omega_m$	$dM_e/d\Omega_m - dM_L/d\Omega_m$
1	stabil	<0	>0	<0
2	instabil	>0	>0	>0
3	stabil	<0	>0	<0

7.4 Abbremsen von Asynchronmaschinen

a) Ungebremster mechanischer Auslauf: Trennt man die Asynchronmaschine vom Netz, so wird das antreibende Moment M_e Null. Es verbleiben das bremsende Moment M_L der gekuppelten Arbeitsmaschine und das i. A. sehr kleine Bremsmoment infolge der Reibungsverluste M_d in der Asynchronmaschine selbst. Die bremsenden Zusatzverluste sind Null. Für die ungekuppelte Asynchronmaschine ($M_L = 0$) mit einem linear drehzahlabhängig angenommenen Verlustmoment $M_d = -K_d \Omega_m$ folgt ein exponentielles Absinken der Drehzahl als Funktion der Zeit.

$$J_M \frac{d\Omega_m}{dt} + K_d \cdot \Omega_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega_m(t) = \Omega_{m0} \cdot e^{\left(-\frac{t}{J_M/K_d}\right)} \tag{7.26}$$

Die Drehzahl sinkt auf den Wert Ω_{m0}/e mit der Zeitkonstante J_M/K_d und ist nach ca. drei Zeitkonstanten Null (vgl. Aufgabe A12.3 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch").

Fazit:
Je größer das axiale Trägheitsmoment und je kleiner das bremsende Reibungsmoment ist, desto länger dauert der Auslauf. Er kann bei großen Maschinen mehrere Stunden dauern und ist für das gezielte Stillsetzen des Antriebs daher ungeeignet.

Für das gezielte Stillsetzen des Antriebs sind neben mechanischen Bremsen auch elektrische Bremsschaltungen im Gebrauch, wo das elektromagnetische Drehmoment M_e selbst zum Abbremsen verwendet wird. Einige sollen im Folgenden kurz besprochen werden.

b) Gegenstrombremsen: Der Asynchronmotor wird zunächst durch die Lastmaschine im Arbeitspunkt mit dem Drehmoment $M_e = M_L = M_{Mot}$ mit der Drehzahl n bzw. dem Schlupf s betrieben. Durch Vertauschen zweier Klemmen ändert das statorseitig erregte Drehfeld seine Drehrichtung und seine Drehzahl von n_{syn} auf $-n_{syn}$ (Kap. 2). Der Läufer dreht auf Grund der Trägheit J zunächst weiter in die ursprüngliche Drehrichtung mit der Drehzahl n. Es tritt der Schlupf $(-n_{syn} - n)/(-n_{syn}) = 2 - s$auf. Dadurch wirkt $M_e(2 - s) = M_{brems} < 0$ gegen die Läuferdrehrichtung und bremst als Momentensumme $M_{brems} - M_L = -|M_{brems}| - M_L$ gemeinsam mit dem nach wie vor wirksamen bremsenden Lastmoment M_L den Läufer wirkungsvoll auf $n = 0$ ab (Abb. 7.10). Allerdings wirkt das Drehmoment $M_e(2 - s)$ ab $n = 0$ im Bereich $n < 0$ beschleunigend, sodass mit dem resultierenden antreibenden Moment $M_e(2 - s) - M_L$ der Läufer entgegen der ursprünglichen Drehrichtung auf die negative Synchrondrehzahl n_{syn} hochlaufen würde. Deshalb muss bei $n = 0$ der Motor vom Netz getrennt werden. Während des Bremsbetriebs ist der Schlupf $2 > s > 1$. Folglich nimmt die Asynchronmaschine elektrische Wirkleistung vom Netz über den Ständer auf ($P_{e,in} \sim P_\delta$), gleichzeitig aber auch mechanische Wirkleistung

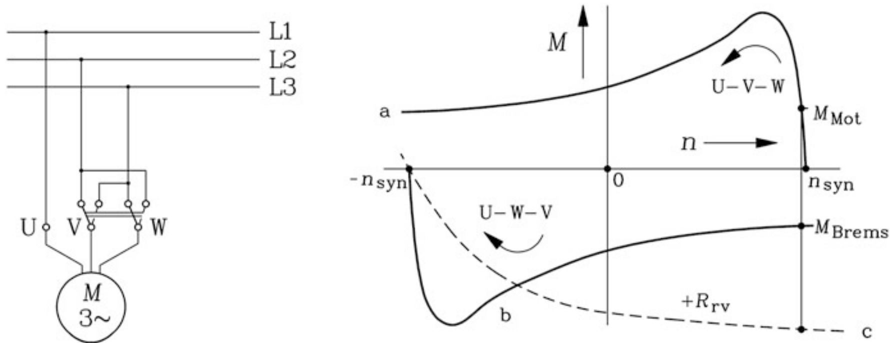


Abb. 7.10 Gegenstrombremsen: Durch Vertauschen zweier Klemmen kehrt sich die Drehrichtung des Drehfelds und damit das Drehmoment um (Kurve b statt a) und bremst den Motor ab. Bei $n = 0$ wird der Motor vom Netz getrennt. Beim Schleifringläufer kann durch Einschalten von Läufervorwiderständen R_{rv} das Bremsmoment maximiert werden (Kippmoment als Bremsmoment!, Kurve c). (Quelle: Fischer 2004)

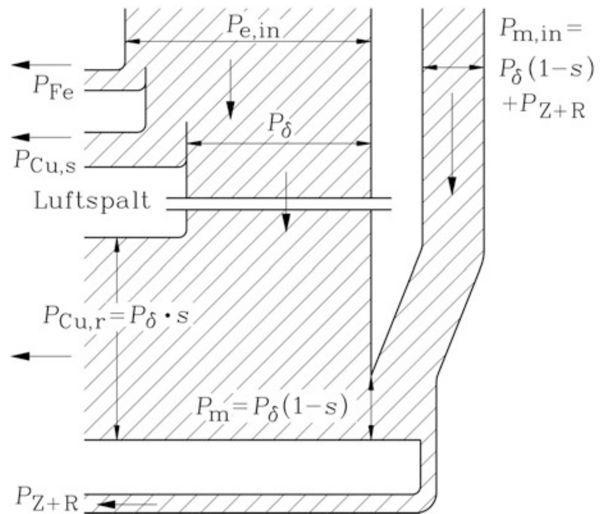


Abb. 7.11 Leistungsfluss in der Asynchronmaschine bei der Gegenstrombremsung bei $s = 1.33$: $P_{Cu,r} = 1.33 P_\delta$, $P_{m,out} = -0.33 P_\delta \Rightarrow P_{m,in} = 0.33 P_\delta$

$P_{m,out} = 2\pi n M_e < 0$ bzw. $P_{m,in} = -P_{m,out} > 0$ über den Läufer, da M_e und n unterschiedliches Vorzeichen haben. Beides wird in Form von Ständer- und Läuferverlustleistung in der Maschine "verheizt"(Abb. 7.11 und Kap. 5).

$$P_{Cu,r} = sP_\delta = -(1-s)P_\delta + P_\delta = |P_m| + |M_e \Omega_{syn}| \tag{7.27a}$$

$$s = 2: \quad P_{Cu,r} = 2P_\delta = P_\delta + P_\delta = |P_m| + |M_e \Omega_{syn}| \tag{7.27b}$$

Die Bremsleistung der Arbeitsmaschine $P = 2\pi n M_L$ wird als Wärme in der Arbeitsmaschine umgesetzt.

Fazit:
Werden beim Gegenstrombremsen der Ständerwiderstand und alle weiteren Verlustgruppen außer $P_{Cu,r}$ vernachlässigt, so gilt gemäß (7.27), dass die gesamte über Ständer und Läufer zugeführte Leistung als Bremsleistung in der Läuferwicklung in Wärme umgesetzt wird. Zusätzlich wirkt die Bremsleistung der gekuppelten Arbeitsmaschine.

c) Generatorisches (übersynchrones) Bremsen: Sobald die Asynchronmaschine über den Synchronpunkt hinaus angetrieben wird, kehrt sich der Schlupf ($s < 0$) und damit das Vorzeichen des Drehmoments um, sodass ein Bremsen erfolgt. Der Leistungsfluss dazu wurde bereits in Kap. 5 dargestellt. Bei Vernachlässigung aller Verlustgruppen bis auf $P_{Cu,r}$ folgt, dass die zugeführte mechanische Leistung zum Teil im Läufer in Wärme umgesetzt wird, bei betragsmäßig kleinem Schlupf aber der Großteil in das Netz als elektrische Leistung über die negative Luftspaltleistung $P_\delta < 0$ abgegeben wird.

$$P_{Cu,r} = sP_\delta = -(1-s)P_\delta + P_\delta = |P_m| - |P_\delta| = |P_m| - \left|M_e \Omega_{syn}\right| > 0 \qquad (7.28)$$

Generatorisches Bremsen erfolgt z. B. beim Bergabfahren von elektrischen Triebfahrzeugen („Netzbremse“) oder beim Rekuperieren von Bremsenergie in Automobilen mit Hybridantrieb.

d) Gleichstrombremsen: Beim Gleichstrombremsen wird die $2p$-polige Asynchronmaschine vom Netz getrennt. In zwei von drei Strängen wird Gleichstrom I_d über die Gleichspannung U_d eingespeist (Abb. 7.12). Dieser Gleichstrom in der Drehstromwicklung erregt ein stehendes, statisches Luftspaltfeld B mit derselben Polzahl $2p$, gegen das sich der Läufer mit der ursprünglichen Drehzahl n auf Grund der Läuferträgheit J weiter dreht. In den Läufer werden daher durch das statische Ständerfeld Wechselspannungen mit der Läuferfrequenz $f_r = n \cdot p$ induziert, die je Strang einen Läuferstrom I'_r mit dieser Frequenz treiben. Diese Läuferströme bilden mit dem statischen Ständerfeld ein bremsendes Drehmoment M_e. Bei $n = 0$ wird dieses Moment Null, da dann $f_r = 0$ ist und daher keine Spannungen mehr induziert werden, die bremsende Läuferströme treiben. Gemäß Abb. 7.12a stellt der in den Strangwicklungen eingestellte Gleichstrom den Drehstromdurchflutungszustand der Augenblicksströme $i_U = \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \sqrt{3}/2$, $i_V = -\sqrt{2} \cdot I_s \cdot \sqrt{3}/2$, $i_W = 0$ her. Damit gilt für den eingestellten Gleichstrom $I_d = \sqrt{3/2} \cdot I_s$, sodass das Gleichstrom-Bremsmoment M_e ersatzweise für die mit dem Strom $I_s = \sqrt{2/3} \cdot I_d$ betriebene Drehstrommaschine berechnet werden kann. Über das T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine erhält man den I_s zugeordneten Läuferstrom I'_r (Abb. 7.13).

$$\underline{I}'_r = -\underline{I}_s \cdot \frac{jX_h}{\frac{R'_r}{s} + jX'_r} \qquad (7.29)$$

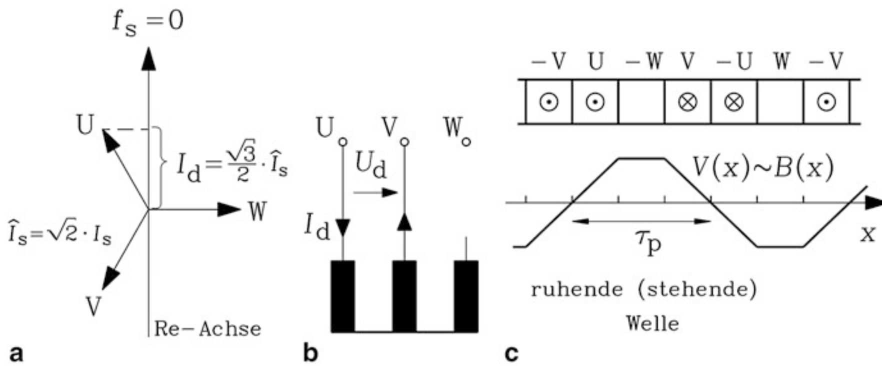


Abb. 7.12 Gleichstrombremsung: (**a**) Eingeprägter Gleichstrom I_d als Augenblickswert eines äquivalenten Drehstromsystems I_s (**b**) Elektrische Schaltung der Ständerwicklung bei Gleichstromeinspeisung (**c**) Stehendes, $2p$-poliges, vom Gleichstrom erregtes Luftspaltfeld der Ständerwicklung. (Es wurde unendlich feine Ständernutung $q \to \infty$ angenommen!)

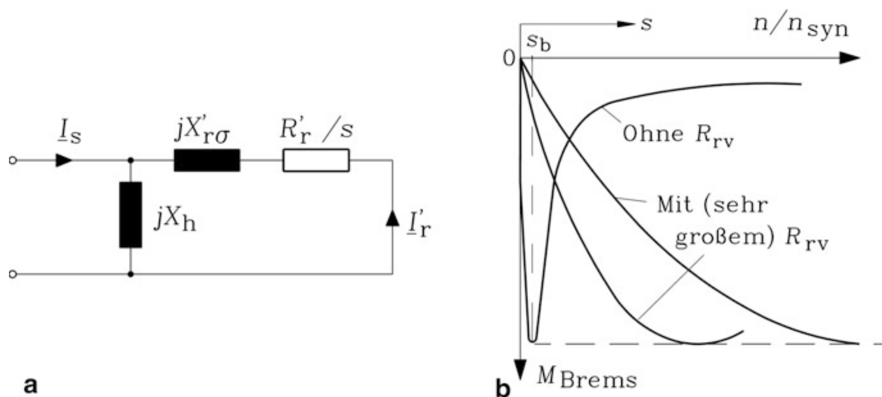


Abb. 7.13 Gleichstrombremsung: (**a**) T-Ersatzschaltbild bei eingeprägtem Strom I_s (**b**) Bremsendes Drehmoment (ohne und mit Läufervorwiderstand R_{rv})

Aus der Drehfeldleistung und den Läuferverlusten ergibt sich dann das bremsende Drehmoment.

$$M_e = \frac{P_\delta}{2\pi n_{syn}} = \frac{P_{Cu,r}/s}{2\pi n_{syn}} = \frac{m_s R'_r I'^2_r/s}{2\pi n_{syn}} = \frac{m_s}{2\pi n_{syn}} \cdot \frac{s R'_r X^2_h}{R'^2_r + s^2 X'^2_r} I^2_s \tag{7.30}$$

Dabei ist der Schlupf wie in Kap. 5 mit $s = f_r/f_N$ definiert, denn bei $n = n_{syn}$ wird $f_r = f_N$, wobei f_N die Bemessungsfrequenz und $n_{syn} = f_N/p$ ist. Beachten Sie diese über die Bemessungsfrequenz f_N definierten Größen, denn f_s ist wegen der Gleichstromspeisung Null. Bei Drehzahl Null ist dieser Schlupf s ebenfalls Null, da dann $f_r = 0$ ist. Der Drehmomentverlauf dieser „stromeingeprägten“ Asynchronmaschine ist (Abb. 7.13b) „spitzer“ als jener der in Kap. 5 und 6 behandelten „spannungseingeprägten“ Asynchronmaschine, denn der

Kippschlupf s_b ist im Vergleich zu (5.52) gemäß (7.31) merklich, nämlich um den Faktor σ kleiner als bei der spannungseingeprägten Asynchronmaschine.

$$dM_e/ds = 0 \quad \Rightarrow \quad s_b = \frac{R'_r}{X'_r} \tag{7.31}$$

Vergleichen Sie dazu den Kippschlupf aus Kap. 5 für $R_s = 0$: $s_b = R'_r/(\sigma X'_r)$, der um den Faktor $1/\sigma$, also ca. 5 ... 10-mal größer ist. Auf Grund des kleinen Kippschlupfs ergibt sich der spitze Drehmomentverlauf des bremsenden Drehmoments mit dem Nachteil, dass in weiten Drehzahlbereichen außer nahe $n = 0$ das Bremsmoment sehr klein ist (Spatz 1972).

Fazit:
Die Bremswirkung der Gleichstrombremsung ist außer bei Schleifringläufermaschinen, wo durch Vorwiderstände der Kippschlupf künstlich erhöht wird ($s_b = (R_r{+}R_v)/X_r$, Abb. 7.13b) eher gering.

Der hier vorgestellte Bremskraftverlauf ist prinzipiell identisch mit jenem der Wirbelstrombremse, die nach dem gleichen Prinzip arbeitet. Im einfachsten Fall ist dies eine zwischen den Polschuhen eines Gleichstrommagneten rotierende Kupferscheibe, die an die Stelle des Kurzschlusskäfigs tritt und für hohe Bremskräfte optimiert ist. Solche Bremsen werden in elektrischen Prüffeldern zum Bremsen von rotierenden Motoren eingesetzt. Allerdings können sie kein Stillstandsmoment ausüben. Beim Hochgeschwindigkeitszug ICE3 wird eine lineare Wirbelstrombremse mit Gleichstrommagneten an Bord des Zuges eingesetzt (Hofmann 2001; Werle 2003), wo die Eisenschienen des Fahrwegs als elektrisch leitfähiges Sekundärteil dienen, in dem die Bremsenergie der von den bewegten Gleichstrommagneten dort induzierten Wirbelströme in Form von Wärme umgesetzt wird.

7.5 Drehzahlveränderbarer Betrieb von Asynchronmaschinen

Drehzahlveränderbare Antriebe werden in jenen Bereichen eingesetzt, wo unterschiedliche Wertepaare „Drehzahl-Drehmoment" für die funktionsgerechte Betriebsweise der Arbeitsmaschine benötigt werden (Garbrecht 2008). In Abb. 7.14 ist dies am Beispiel einer Lasthebemaschine (Kran, Aufzug, ...) erläutert (Boldea und Nasar 1999; Hering und Vogt 1999; Auinger 2000; Kiel 2007).

Beispiel 7.8

Aufzugsantrieb: Eine Last soll von einer Anfangsposition (z. B. Stockwerk 5) in die Endposition (z. B. Stockwerk 11) gehoben werden. Gegen das Lastdrehmoment muss die Asynchronmaschine mit dem Drehmoment M den Antrieb auf die gewünschte Fahrgeschwindigkeit, die der Drehzahl n entspricht, beschleunigen. Im Fall von Personenaufzügen wird diese Beschleunigung aus Komfortgründen auf ca. $0.1g = 1\ \text{m/s}^2$

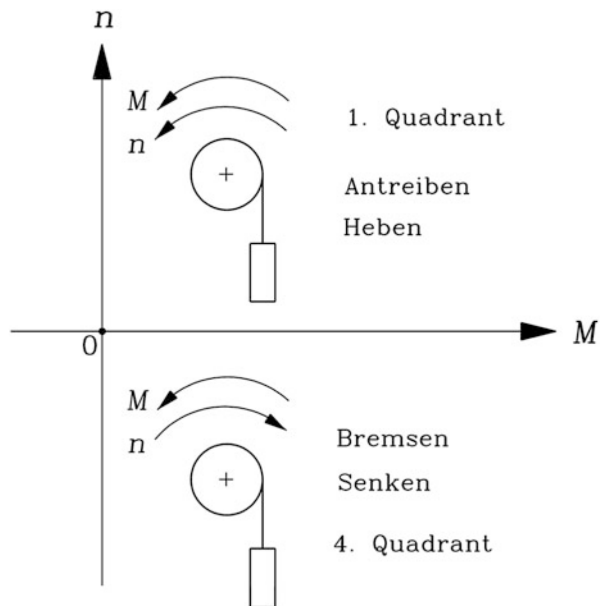


Abb. 7.14 Heben und Senken einer Last erfordert drehzahlveränderbaren Betrieb in beiden Drehrichtungen

begrenzt. Beim Einfahren in die Endposition wird der Antrieb über Positionsschalter auf die Drehzahl Null abgebremst. Sowohl Drehzahl als auch Drehmoment sind beim Heben positiv; der Antrieb arbeitet im 1. Quadranten der M-n-Ebene; die Asynchronmaschine arbeitet als Motor (Abb. 7.14).

Beim Absenken der Last beschleunigt das Lastmoment den Antrieb in die umgekehrte Drehrichtung ($n < 0$). Das von der Asynchronmaschine erzeugte positive Drehmoment M muss nun den Antrieb bremsen, damit dieser nicht auf unkontrollierte Drehzahlen beschleunigt. Daher wirkt das elektromagnetische Drehmoment nach wie vor im Hubsinn; Drehzahl und Drehmoment haben entgegen gesetztes Vorzeichen (4. Quadrant, $n < 0$, $M > 0$), die Leistung wird negativ. Die Asynchronmaschine arbeitet als Generator.

Beispiel 7.9

Antrieb für ein Elektroauto: Bei einem elektrischen Antrieb z. B. für ein Elektroauto oder eine Elektrolokomotive ist Antreiben und Bremsen in beide Fahrtrichtungen und damit in beide Läuferdrehrichtungen der elektrischen Maschine erwünscht. Damit treten alle vier Kombinationen

$n > 0, M > 0$ Antreiben vorwärts
$n > 0, M < 0$ Bremsen vorwärts
$n < 0, M < 0$ Antreiben rückwärts
$n < 0, M > 0$ Bremsen rückwärts

im Betrieb auf, was als Vier-Quadranten-Betrieb bezeichnet wird (Abb. 7.15).

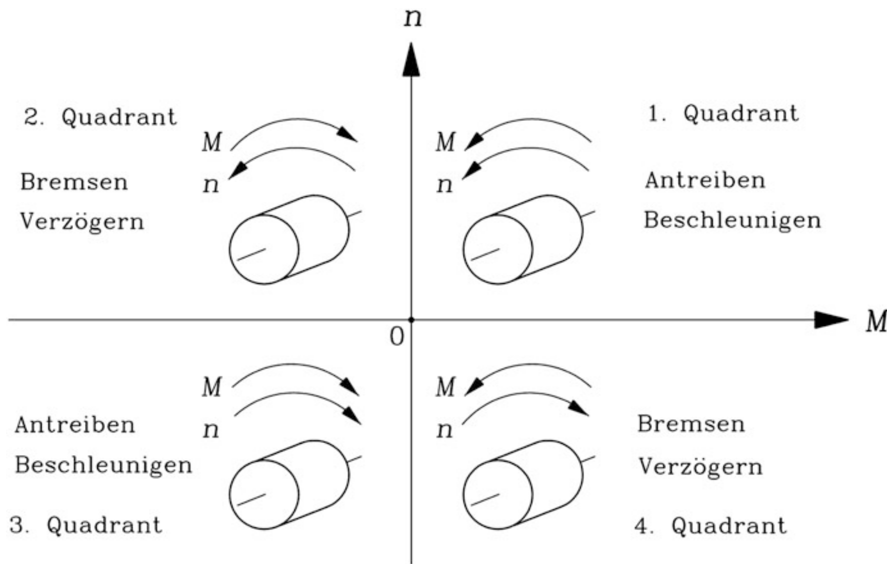


Abb. 7.15 Vier-Quadranten-Betrieb eines drehzahlveränderbaren Antriebs

Asynchronmaschinen sind auf Grund ihres kleinen Bemessungsschlupfs bei Betrieb mit konstanter Ständerfrequenz am Netz im Wesentlichen Konstant-Drehzahl-Antriebe, die nahe der Synchrondrehzahl drehen. Drehzahlveränderbarer Betrieb kann auf folgende Weise erreicht werden:

a) Schleifringläufermaschinen können durch Einschalten externer Widerstände im Läuferkreis ihre Drehzahl verändern.
b) Eine polumschaltbare Ständerwicklung bei Käfigläufermaschinen ergibt unterschiedliche Pol- und damit Synchrondrehzahlen und erlaubt eine grobe Drehzahlstufung.
c) Der Betrieb mit variabler Amplitude der Ständerspannung erlaubt auf Grund der quadratischen Abhängigkeit des Drehmoments von der Spannungsamplitude $M \sim U^2$ bei einfachen Anforderungen drehzahlvariablen Betrieb, da bei kleiner Spannung und daher kleinem Motordrehmoment auf Grund des z. B. konstanten Lastmoments der Schlupf deutlich zunimmt. Eine variable Spannungsamplitude kann über einen Transformator mit veränderlichem Übersetzungsverhältnis erreicht werden. Auch mit dem Wechselstromsteller, der einen Phasenanschnitt der Netzsinusspannung ausführt, wird die Amplitude der Spannungsgrundschwingung verändert (Abb. 7.7a). Allerdings sind Strom und Spannung wegen des Phasenanschnitts nichtsinusförmig. Dem zeitlich konstanten Drehmoment sind Pulsationen überlagert.
d) Doppeltgespeiste Asynchronmaschine: Netzgespeiste Schleifringläufer-Asynchronmaschinen können bei Einprägung einer schlupffrequenten Läuferzusatzspannung je Läuferstrang ihre Drehzahl verändern.

e) Frequenzumrichter stellen der Asynchronmaschine ständerseitig ein Drehspannungssystem mit variabler Frequenz und Amplitude zur Verfügung und verändern damit die Maschinendrehzahl. Diese Umrichterspeisung wird bei Käfigläufer-Asynchronmaschinen häufig verwendet.

a) Schleifringläuferasynchronmaschine – Drehzahlveränderung mit Läuferwiderständen: In Abb. 7.16 ist der Zwei-Quadranten-Betrieb eines Aufzugs gemäß Abb. 7.14, der das von der Drehzahl unabhängige, konstante Lastmoment M_L aufweist, mit einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine verwirklicht. Durch Einschalten zunehmender Vorwiderstände R_{rv} im Läuferkreis wird die Drehzahl auf Null abgesenkt und dann umgekehrt, sodass die Maschine im Gegenstrombremsbereich arbeitet. Sodann werden zwei Klemmen der Ständerwicklung getauscht; die Felddrehrichtung kehrt sich um, die Asynchronmaschine bremst übersynchron. Allerdings ist diese Art der Drehzahlstellung infolge der hohen Läuferverluste, die sich durch den hohen Schlupf s gemäß $P_{Cu,r} = sP_\delta$ einstellen, verlustreich und wird daher so nicht mehr eingesetzt.

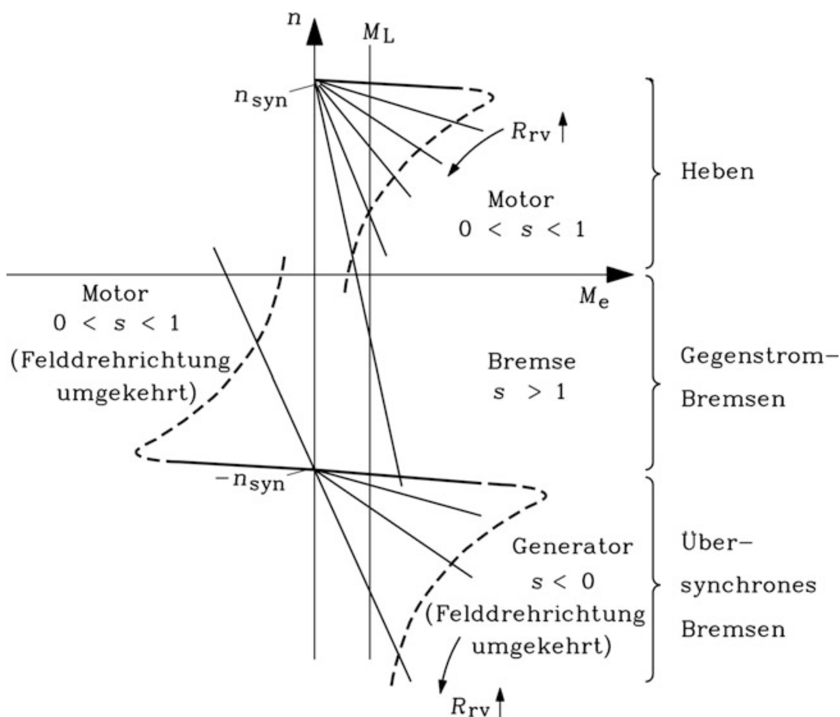


Abb. 7.16 Hub- und Senkbetrieb mit einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine mit veränderlichen Vorwiderständen R_{rv} im Läuferkreis

b) Polumschaltbare Asynchronmaschinen: In die Ständernuten können mehrere Drehfeldwicklungen unterschiedlicher Polpaarzahl eingelegt werden. Dadurch ergeben sich bei Betrieb der Maschine mit der jeweiligen Wicklung unterschiedliche Synchrondrehzahlen.

Beispiel 7.10

Dreisträngiger Käfigläufer-Asynchronmotor mit 48 Ständernuten:

- zweipolige Wicklung, Lochzahl $q = 8$
- vierpolige Wicklung, Lochzahl $q = 4$
- achtpolige Wicklung, Lochzahl $q = 2$.

Synchrondrehzahlstufung am 50 Hz-Netz: 3000/min, 1500/min, 750/min.

Für jede der drei Wicklungen steht im Mittel nur ein Drittel des Nutquerschnitts zur Verfügung, sodass die thermische Dauerleistung je Drehzahlstufe etwa nur ein Drittel der jeweiligen „eintourigen" Maschine ist.

Der Käfigläufer passt sich jeder Ständerpolzahl von selbst an, sodass polumschaltbare Käfigläufer-Asynchronmaschinen häufig eingesetzt werden (Abb. 7.17). Der Schleifringläufer müsste sowohl im Ständer als auch im Läufer gleichermaßen polumschaltbar sein, damit stets die gleiche Ständer- und Läuferpolzahl erzeugt wird, denn die Spannungsinduktion einer z. B. zweipoligen Ständerfeldwelle in eine vierpolige Läuferwicklung wäre Null (siehe Kap. 4), sodass kein Drehmoment erzeugt würde. Aus diesem Grund werden keine polumschaltbaren Schleifringläufermaschinen gebaut.

Es gibt Sonderwicklungen, die es gestatten, mit nur einer Wicklung je nach Schaltung zwei unterschiedliche Polzahlen zu erzeugen (Dahlander-Schaltung $p_1 : p_2 = 1 : 2$ (Abb. 7.18), Krebs-Schaltung $p_1 : p_2 = 2 : 3$).

Werden die Spulengruppen abwechselnd gegensinnig in Serie geschaltet, so entsteht die bekannte Sechszonenwicklung mit der niedrigen Polzahl, z. B. $2p = 2$. Ober- und Unterschicht sind so angeordnet, dass eine Sehnung der Spulen von 1/2 auftritt. Bei Serienschaltung mit gleichem Wicklungssinn entsteht eine Wicklung, die die doppelte Polzahl (z. B. $2p = 4$) erzeugt. Je Polpaar sind nur noch drei Zonen (+U, +V, +W) statt sechs (+U, –W, +V, –U, +W, –V) vorhanden. Dafür sind die Spulen bei der Dreizonenwicklung wegen

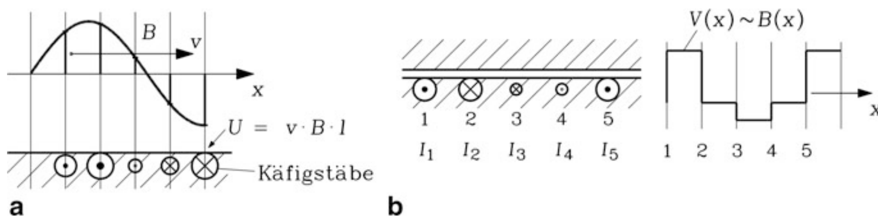


Abb. 7.17 Der Käfigläufer wird (**a**) von jeder beliebig-poligen Drehfeldwelle induziert und kann (**b**) auch jede beliebig-polige Feldwelle erzeugen

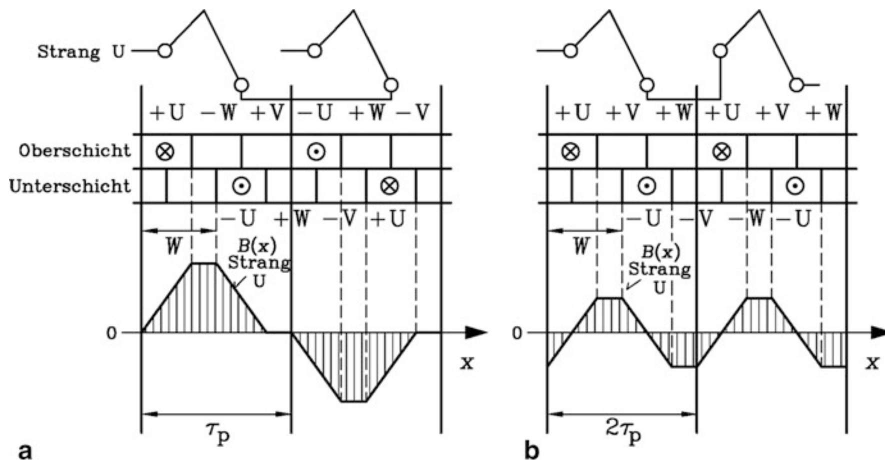


Abb. 7.18 Polumschaltbare Wicklung nach Dahlander. Die Felderregerkurve ist nur für Strang U und unendlich feine Nutung ($q \to \infty$) dargestellt: (**a**) Zweipolige Schaltung: 6-Zonenwicklung, Sehnung $W/\tau_p = 1/2$, (**b**) Vierpolige Schaltung: 3-Zonenwicklung, ungesehnt

der halbierten Polteilung ungesehnt. Damit das Drehfeld beim Polzahlwechsel nicht seine Drehrichtung ändert, sind bei der Polumschaltung gleichzeitig zwei Klemmen zu tauschen. In Abb. 7.18b wurden V und W gegenüber Abb. 7.18a getauscht. Für jede Polzahl steht die volle thermische Leistung zur Verfügung, da stets die gesamte Ständerwicklung bestromt ist. Die grobe Drehzahlstufung ist bei Lüfterantrieben oft ausreichend, wenn z. B. mit nur drei Betriebszuständen „viel Luft" bei hoher Drehzahl, „wenig Luft" bei kleiner Drehzahl, „keine Luft" bei Stillstand gearbeitet wird.

Beispiel 7.11

Polumschaltbarer Tunnel-Lüfterantrieb: $f_N = 50\,\text{Hz}$, $P_{Lü} \sim n^3$

a) Vierpolige Schaltung:
$n = 1500/\min$, $P_{Lü} = 800\,\text{kW}$, Luft-Volumenstrom 100 %
b) Achtpolige Schaltung:
$n = 750/\min$, $P_{Lü} = 100\,\text{kW}$, Luft-Volumenstrom 50 %

c) Doppeltgespeiste Asynchronmaschine: Bei einer „doppeltgespeisten" Asynchronmaschine werden die Ständer- und Läuferwicklung jeweils mit einer Spannung gespeist. Das ist nur möglich bei der Asynchron-Schleifringläufermaschine. Sie hat die in Kap. 5 bereits beschriebenen Merkmale: Der Läufer ist mit einer Drehstromwicklung gleicher Polzahl wie im Ständer ausgerüstet. Die Enden der Läufer-Strangwicklungen werden zu einem Sternpunkt verschaltet. Die Stranganfänge werden im Ständer über isolierte Durchführungen aus dem Gehäuse herausgeführt, im Läufer werden sie an isolierte Schleifringe

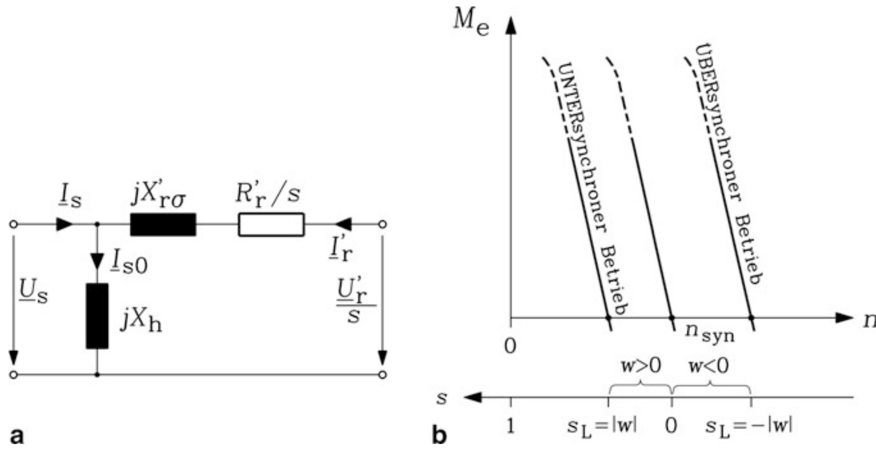


Abb. 7.19 Doppeltgespeiste Asynchronmaschine: (**a**) Vereinfachtes Ersatzschaltbild mit eingeprägter Läufer-Zusatzspannung U'_r, (**b**) M_e-n-Kennlinienschar für unterschiedliche Läufer-Zusatzspannungen ($s_L = w$)

auf der Welle angeschlossen. Wird in den Läuferkreis dieser Schleifringläufermaschine eine schlupffrequente Läuferzusatzspannung U'_r eingespeist, so wirkt dies – vereinfacht gesagt - wie der Spannungsfall an den externen Läuferwiderständen der oben erläuterten Drehzahlstellung mit Läuferwiderständen. Allerdings hat man nunmehr den zusätzlichen Freiheitsgrad, die Phasenlage von U'_r gegenüber dem Läuferstrom frei wählen zu können. Dadurch ist es möglich, die Leerlaufdrehzahl zu verändern, obwohl die Synchrondrehzahl des Ständerfelds konstant bleibt, und die Wirk- und Blindstromaufnahme der Maschine zu beeinflussen (Müller et al. 2002). Mit einem vereinfachten T-Ersatzschaltbild ($R_s = 0, L_{s\sigma} = 0$) wird dies erläutert (Abb. 7.19).

Die Spannungsgleichungen für Ständer- und Läuferkreis dieses vereinfachten Ersatzschaltbilds Abb. 7.19a

$$\underline{U}_s = jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = jX_h \underline{I}_{s0} \tag{7.32}$$

$$\underline{U}'_r = (R'_r + jsX'_r) \cdot \underline{I}'_r + jsX_h \underline{I}_s \tag{7.33}$$

werden nach den Unbekannten $\underline{I}_s, \underline{I}'_r$ aufgelöst:

$$\underline{I}_s = \underline{I}_{s0} - \underline{I}'_r \tag{7.34}$$

$$\underline{I}'_r = -\frac{\underline{U}_s - \frac{\underline{U}'_r}{s}}{\frac{R'_r}{s} + jX'_{r\sigma}} \tag{7.35}$$

Wegen der genannten Vereinfachungen ist der Magnetisierungsstrom $\underline{I}_m$ auch unter Last ($\underline{I}'_r \neq 0$) identisch mit dem Leerlaufstrom $\underline{I}_{s0}$.

$$\underline{I}_{s0} = \frac{\underline{U}_s}{jX_h} \tag{7.36}$$

Die auf die Ständerwicklungsdaten umgerechnete Amplitude der Läufer-Zusatzspannung je Strang kann in Bruchteilen bzw. Vielfachen der Ständer-Strangspannungsamplitude angegeben werden, wobei der in Phase liegende Anteil w-fach, der um 90° nacheilende Anteil b-fach sein soll (w: „wirk", b: „blind").

$$\underline{U}'_r = \underline{U}_s \cdot (w - j \cdot b) \tag{7.37}$$

Die zugeführte Leistung $P_{e,in}$ ist auch die Drehfeldleistung P_δ, da $R_s = 0$ ist. Das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment M_e wird für die Näherung kleiner Schlüpfe $s << 1$ aus der von der Maschine aufgenommenen Wirkleistung $P_{e,in}$ berechnet.

$$\underline{I}'_r = -\left.\frac{s \cdot \underline{U}_s - \underline{U}'_r}{R'_r + jsX'_{r\sigma}}\right|_{s<<1} \approx -\frac{s \cdot \underline{U}_s - \underline{U}'_r}{R'_r} = -\frac{\underline{U}_s}{R'_r} \cdot (s - w + j \cdot b) \tag{7.38}$$

$$P_{e,in} = m_s \cdot \text{Re}\left\{\underline{U}_s \cdot \underline{I}^*_s\right\} = m_s \cdot \text{Re}\left\{\underline{U}_s \cdot (\underline{I}^*_{s0} - \underline{I}'^*_r)\right\} = -m_s \cdot \text{Re}\left\{\underline{U}_s \cdot \underline{I}'^*_r\right\}$$

$$P_{e,in} = m_s \cdot \frac{U_s^2}{R'_r} \cdot (s - w) = P_\delta \tag{7.39}$$

$$M_e(s) = \frac{P_\delta(s)}{\Omega_{syn}} = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{syn} R'_r} \cdot (s - w) \tag{7.40}$$

Damit ist wegen $s << 1$ die Anfangstangente an die Drehmomentkurve $M_e(s)$ hergeleitet (Abb. 7.19b). Das Kippmoment und der Bereich großer Schlüpfe wird durch diese Näherung $s << 1$ nicht wiedergegeben, was aber hier ohne Belang ist, da der Betriebsschlupf von Asynchronmaschinen ohnehin klein ist. Ist die Läufer-Zusatzspannung Null ($w = 0$, $b = 0$), so ist das Drehmoment – wie bei jeder im Läuferkreis kurzgeschlossenen Asynchronmaschine – bei $s = 0$ ebenfalls Null. Andernfalls wird das Drehmoment erst bei einem Leerlaufschlupf $s_L = w$ Null. Dieser Schlupf s_L ist positiv und stellt einen untersynchronen Leerlaufpunkt dar, wenn die Wirkkomponente der Läufer-Zusatzspannung in Phase mit der Ständerstrangspannung ist ($w > 0$). Der Schlupf s_L ist negativ und stellt einen übersynchronen Leerlaufpunkt dar, wenn die Wirkkomponente der Läufer-Zusatzspannung in Gegenphase zur Ständerstrangspannung ist ($w < 0$).

$$M_e = 0 \quad \Rightarrow \quad s - w = 0 \quad \Rightarrow \quad s_L = w = \frac{U'_{r,wirk}}{U_s} \tag{7.41}$$

Fazit:
Über die Größe der Wirkkomponente von $\underline{U}'_r$ kann eine Drehzahlstellung der Asynchronmaschine erfolgen. Es erfolgt durch eine Veränderung der Wirk-Komponente der Läufer-Zusatzspannung w ein Parallelverschieben der M_e-n-Kurven.

Die ständerseitige Blindleistung Q umfasst die induktive Blindleistung $m_s U_s^2/X_h$ für das Magnetisieren des Luftspaltfelds und – wegen der vernachlässigten ständerseitigen magnetischen Streufelder – die läuferseitige Blindleistung, die wegen der vernachlässigten Läuferstreufelder nur durch die Blindleistung der Zusatzspannung $Q_r = -b \cdot m_s U_s^2/R'_r$ bedingt ist.

$$Q = m_s \cdot \operatorname{Im}\left\{\underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^*\right\} = m_s \cdot \operatorname{Im}\left\{\underline{U}_s \cdot (\underline{I}_{s0}^* - \underline{I}_r'^*)\right\} = m_s \cdot \left(\frac{U_s^2}{X_h} - b\frac{U_s^2}{R'_r}\right) \tag{7.42}$$

Eilt die Läuferzusatzspannung der Ständerspannung um 90° nach, so ist $b > 0$, und Q_r ist eine kapazitive Blindleistung. Eilt die Läuferzusatzspannung der Ständerspannung um 90° vor, so ist $b < 0$, und Q_r ist eine induktive Blindleistung. Die resultierende Blindleistung ist bei einer bezogenen Blindkomponente der Zusatzspannung

$$\frac{\underline{U}'_{r,\text{blind}}}{\underline{U}_s} = -j \cdot b = -j \cdot \frac{R'_r}{X_h} \tag{7.43}$$

im Rahmen der hier gemachten Näherungen Null; die Maschine verhält sich rein ohm'sch, da die läuferseitige schlupffrequente Spannungsquelle die Magnetisierungsblindleistung der Maschine kompensiert. Bei einer Überkompensation $b > R'_r/X_h$ wird die gesamte ständerseitige Blindleistung kapazitiv. Die doppeltgespeiste Asynchronmaschine wirkt wie eine übererregte Synchronmaschine, die gemäß Kap. 8 ebenfalls kapazitiv wirkt. Dies ist für Generatorbetrieb von Bedeutung, da die Verbraucher im Netz überwiegend ohm'sch-induktiv sind, sodass von den sie speisenden Generatoren ein kapazitives Verhalten verlangt wird, um diese induktive Blindleistung auszugleichen.

Fazit:
Über die Blindkomponente $\underline{U}'_{r,\text{blind}} = -jb\underline{U}_s$ kann die Blindstromaufnahme aus dem Netz so beeinflusst werden, dass der Leistungsfaktor z. B. Eins oder sogar kapazitiv wird.

Mit Berücksichtigung des Ständer- und Läuferstreuflusses wird im Folgenden der Einfluss der Läuferzusatzspannung auf das Kippmoment beschrieben. Wie in Kap. 5 wird nur der Ständerwiderstand R_s vernachlässigt. Die Stator- und Rotormaschengleichung je Strang bei Vernachlässigung der Ummagnetisierungsverluste

$$\underline{U}_s = (R_s + jX_{s\sigma}) \cdot \underline{I}_s + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.44}$$

$$\frac{\underline{U}'_r}{s} = \frac{R'_r}{s}\underline{I}'_r + jX'_{r\sigma}\underline{I}'_r + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.45}$$

liefern bei Vernachlässigung der Statorstromwärme ($R_s = 0$) nach Eliminierung des Rotorstroms den Statorstrom in Abhängigkeit der Stator- und Rotorzusatzspannung.

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s \cdot (R'_r + jsX'_r) - jX_h\underline{U}'_r}{-s \cdot \sigma \cdot X_s X'_r + jX_s R'_r}$$

Mit (7.37) wird der Statorstrom (7.46) erhalten, der bei $w = 0$, $b = 0$ identisch ist mit der Stromaufnahme der läuferseitig kurzgeschlossenen Maschine von Kap. 5.

$$\underline{I}_\mathrm{s} = \frac{\underline{U}_\mathrm{s} \cdot \left[R_\mathrm{r}' - bX_\mathrm{h} + j(sX_\mathrm{r}' - wX_\mathrm{h})\right]}{-s \cdot \sigma \cdot X_\mathrm{s}X_\mathrm{r}' + jX_\mathrm{s}R_\mathrm{r}'} \tag{7.46}$$

Die elektrische Leistung $P_\mathrm{e,in}$ ist wegen der vernachlässigten Statorstromwärme- und Ummagnetisierungsverluste identisch mit der Luftspaltleistung $P_\mathrm{e,in} = P_\delta$, aus der das elektromagnetische Drehmoment $M_\mathrm{e} = p \cdot P_\delta / \omega_\mathrm{s}$ berechnet wird.

$$M_\mathrm{e} = \frac{p \cdot m_\mathrm{s}}{\omega_\mathrm{s}} \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_\mathrm{s} \cdot \underline{I}_\mathrm{s}^*\right\}$$

$$M_\mathrm{e} = \frac{p \cdot m_\mathrm{s} \cdot U_\mathrm{s}^2}{\omega_\mathrm{s}X_\mathrm{s}} \cdot \frac{-wR_\mathrm{r}'X_\mathrm{h} + sX_\mathrm{r}' \cdot (R_\mathrm{r}' \cdot (1-\sigma) + b\sigma X_\mathrm{h})}{R_\mathrm{r}'^2 + (s\sigma X_\mathrm{r}')^2} \tag{7.47}$$

Bei $w = 0$, $b = 0$ ergibt sich die Kloss'sche Funktion der läuferseitig kurzgeschlossenen Maschine mit den Parametern Kippmoment und Kippschlupf M_b und s_b.

$$M_\mathrm{b} = \frac{m_\mathrm{s}}{2} \frac{p}{\omega_\mathrm{s}} U_\mathrm{s}^2 \frac{1-\sigma}{\sigma X_\mathrm{s}}, \quad s_\mathrm{b} = \frac{R_\mathrm{r}'}{\sigma X_\mathrm{r}'}$$

Das Drehmoment (7.47) verschwindet beim Leerlaufschlupf (7.48), der für $\sigma = 0$ und damit $X_\mathrm{h} = X_\mathrm{r}'$ und $b = 0$ in den Leerlaufschlupf (7.41) übergeht.

$$s_\mathrm{L} = \frac{s_\mathrm{b} \cdot w \cdot x}{s_\mathrm{b} + b \cdot x} \quad x = \frac{X_\mathrm{h}}{(1-\sigma) \cdot X_\mathrm{r}'} \tag{7.48}$$

Die Parallelverschiebung der Drehmoment-Drehzahlkennlinien hängt somit im allgemeinen Fall selbst bei $R_\mathrm{s} = 0$ sowohl von w als auch von b ab. Die Abkürzung x ist bei typischen Werten für $\sigma = 0.1$ und $X_\mathrm{h}/X_\mathrm{r}' = 0.95$ etwa $x \cong 1.05 \cong 1$. Für $w > 0$ und $b > -s_\mathrm{b}/x$ ist der Leerlaufschlupf positiv, also untersynchron, bei $w < 0$ negativ und damit übersynchron. Der Ausdruck (7.47) stellt somit Kloss'sche Funktionen (7.49) dar, deren Nullstelle $M_\mathrm{e} = 0$ gemäß $s - s_\mathrm{L}$ aus dem Punkt $s = 0$ unter- oder übersynchron verschoben ist.

$$M_\mathrm{e}(s) = M_\mathrm{b} \cdot (s_\mathrm{b} + b \cdot x) \cdot \frac{2 \cdot (s - s_\mathrm{L})}{s^2 + s_\mathrm{b}^2} \tag{7.49}$$

Aus $dM_\mathrm{e}(s)/ds = 0$ werden der motorische und der generatorische Kippschlupf (7.50) erhalten. Einsetzen in (7.49) führt zum motorischen und generatorischen Kippmoment (7.51). Dieses ist sowohl von w als auch b abhängig.

$$s_\mathrm{b,mot} = s_\mathrm{L} + \sqrt{s_\mathrm{L}^2 + s_\mathrm{b}^2}, \quad s_\mathrm{b,gen} = s_\mathrm{L} - \sqrt{s_\mathrm{L}^2 + s_\mathrm{b}^2} \tag{7.50}$$

$$M_\mathrm{b,mot} = \frac{M_\mathrm{b} \cdot (s_\mathrm{b} + b \cdot x)}{s_\mathrm{b,mot}} \quad M_\mathrm{b,gen} = \frac{M_\mathrm{b} \cdot (s_\mathrm{b} + b \cdot x)}{s_\mathrm{b,gen}} \tag{7.51}$$

Für $w = 0$, $b = 0$ werden die Ergebnisse von Kap. 5 für $R_s = 0$ erhalten:

$$s_{b,mot} = s_b,\, s_{b,gen} = -s_b \text{ und } M_{b,mot} = M_b,\, M_{b,gen} = -M_b.$$

Unabhängig vom Vorzeichen des Leerlaufschlupfs ist der motorische Kippschlupf (7.50) stets positiv, der generatorische Kippschlupf stets negativ. Daher ist für $b > -s_b/x$ stets das motorische Kippmoment positiv und das generatorische Kippmoment negativ. Allerdings ist bei positivem Leerlaufschlupf $s_L > 0$ der Betrag des motorischen Kippschlupfs größer als jener des generatorischen Kippschlupfs $|s_{b,mot}| > |s_{b,gen}|$ und daher $|M_{b,mot}| < |M_{b,gen}|$. Bei negativem Leerlaufschlupf $s_L < 0$ ist der Betrag des motorischen Kippschlupfs kleiner als jener des generatorischen Kippschlupfs $|s_{b,mot}| < |s_{b,gen}|$ und daher $|M_{b,mot}| > |M_{b,gen}|$.

Fazit:
Durch die Wirk- und Blindkomponente der Läuferzusatzspannung wird die Größe des Kippmoments beeinflusst, sodass es z. B. bei unterschiedlicher Drehzahl konstant gehalten werden kann.

Für die Beeinflussung der Blindleistung ist $b > 0$ i. A. von deutlich größerer Bedeutung als $b < 0$, da dann die induktive Blindleistung der Maschine verringert wird. Weiter ist die Variation von b innerhalb kleiner Grenzen von ± 0.1 ausreichend, sodass mit einem typischen Wert $s_b = 0.15$ die Bedingung $b > -s_b/x \approx -0.15/1.05 = -0.14$ erfüllt ist. Mit (7.46) erhalten wir die Blindleistung für $R_s = 0$:

$$Q = m_s \cdot \mathrm{Im}\left\{\underline{U}_s \cdot \underline{I}_s^*\right\} = \frac{m_s \sigma U_s^2}{X_s} \cdot \frac{s^2 + \sigma \cdot s_b^2 - \frac{X_h}{X_r'}(s_b \cdot b + s \cdot w)}{s_b^2 + s^2} \tag{7.52}$$

Die Blindleistung ist kapazitiv $Q < 0$, wenn abhängig vom jeweiligen Betriebsschlupf s (7.53) erfüllt ist.

$$b > \left(s^2 - \frac{X_h}{X_r'} \cdot s \cdot w + \sigma \cdot s_b^2\right) \cdot \frac{X_r'}{s_b X_h} \tag{7.53}$$

Beim Sonderfall $w = 0$ und $s = 0$ ergibt sich wieder die oben abgeleitete Bedingung $b > R_r'/X_h$. Die Ortskurven des Statorstroms (7.46) und des Rotorstroms in Abhängigkeit vom Schlupf sind bei gegebener Statorfrequenz und fester Spannung $\underline{U}_s$ wie in Kap. 5 Kreise, deren Mittelpunktlagen und Radien nun zusätzlich durch den Parameter $\underline{U}_r'$ bestimmt werden. Für den allgemeinen Fall $R_s > 0$ werden aus dem T-Ersatzschaltbild mit (7.44), (7.45) Stator- und Rotorstrangstrom gemäß (7.54) erhalten.

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s \cdot (R_r' + jsX_r') - jX_h \underline{U}_r'}{R_s R_r' - s\sigma X_s X_r' + j(X_s R_r' + sR_s X_r')} \quad \underline{I}_r' = \frac{\underline{U}_r' - jsX_h \underline{I}_s}{R_r' + jsX_r'} \tag{7.54}$$

Mit Maschinendaten ähnlich wie in Abb. 5.7 sind im Folgenden die Ortskurven des Ständerstroms für unterschiedliche Zusatzspannungen dargestellt. Da für die Schlupfwerte

$\pm\infty$ wegen $\underline{U}'_r/s \to 0$ die Wirkung der Zusatzspannung Null ist, ist der Betriebspunkt P_∞ des Ossanna-Kreises der läuferseitig kurzgeschlossenen Maschine immer auch Kreispunkt der Stromortskurve der doppeltgespeisten Maschine. Da die Wirkung der Läuferzusatzspannung bereits bei kleinen Betriebsschlüpfen s wegen $\underline{U}'_r/s$ in (7.45) relativ groß ist, reicht i. A. eine kleine auf die Ständerseite umgerechnete Zusatzspannung $\underline{U}'_r$ in der Praxis aus. Deshalb sind in den Abb. 7.20 bis 7.23 nur die kleinen Werte $w = \pm 0.05$ und $b = \pm 0.025$ in ihren vier Kombinationen $\underline{U}'_r/\underline{U}_s = w - jb$ verwendet. Der Leerlaufpunkt s_L liegt, kaum erkennbar, etwas oberhalb der Abszisse, da ein geringfügig positiver Wirkanteil des Ständerstroms auftritt, um die statorseitige Stromwärme zu decken.

Auch in den Stromortskurven Abb. 7.20 und 7.21 erkennen wir, dass die doppeltgespeiste Asynchronmaschine wie die Synchronmaschine (Kap. 8) in der Lage ist, mit kapazitiver Blindleistung zu arbeiten. Gegenüber dem in der reellen Achse liegenden Statorspannungszeiger $\underline{U}_s$ eilt der Stromzeiger $\underline{I}_s$ in einem weiten Schlupfbereich um den Leerlaufschlupf s_L vor. Diese Ausführung der Asynchronmaschine ist also als vollwertiger Generator für überwiegend induktive und kapazitive Lasten einsetzbar. Die Bilder zeigen, dass kleine Änderungen der Läuferzusatzspannung bereits zu großen Veränderungen bei den Ortskurven und damit im Betriebsverhalten führen. In allen vier

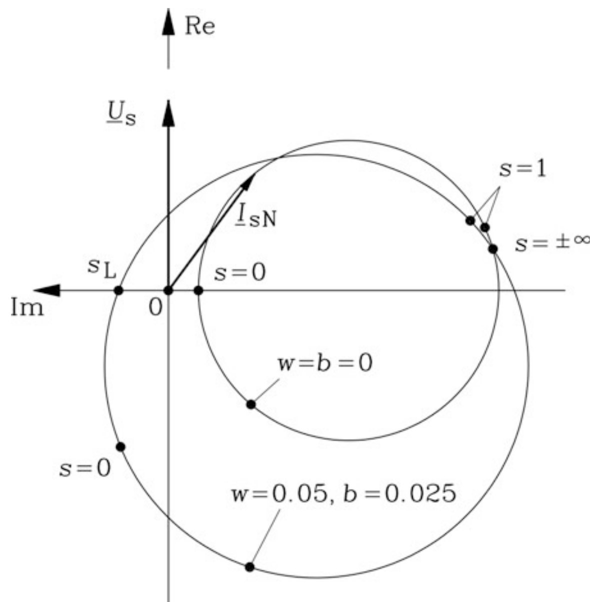


Abb. 7.20 Ortskurve des Ständerstroms der doppeltgespeisten Asynchronmaschine für eine auf die Ständerspannung bezogene, auf die Ständerseite umgerechnete Läuferzusatzspannung $w - jb$ mit $w = 0.05$, $b = 0.025$. Weiter ist die Stromortskurve für kurzgeschlossene Rotorwicklung ($w = b = 0$, *Ossanna*-Kreis) dargestellt. Der Leerlaufschlupf s_L ist positiv, das motorische Kippmoment kleiner als das generatorische Kippmoment. Die Maschine hat im Betriebsbereich um den Leerlaufschlupf kapazitives Verhalten

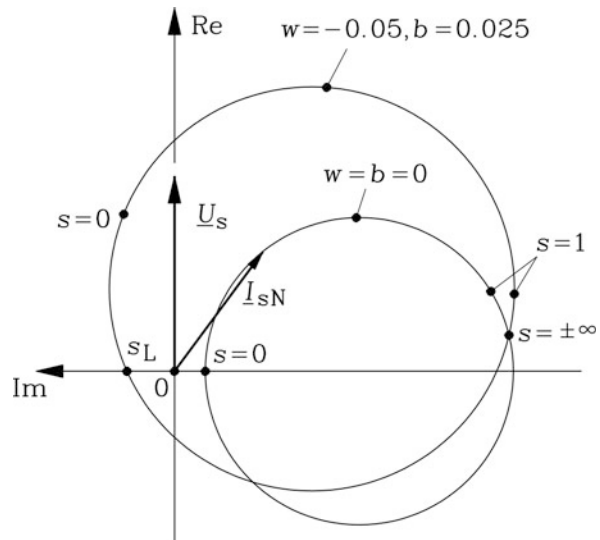


Abb. 7.21 Wie Abb. 7.20, jedoch $w = -0.05$, $b = 0.025$. Der Leerlaufschlupf s_L ist negativ, das motorische Kippmoment größer als das generatorische Kippmoment. Die Maschine hat im Betriebsbereich um den Leerlaufschlupf kapazitives Verhalten

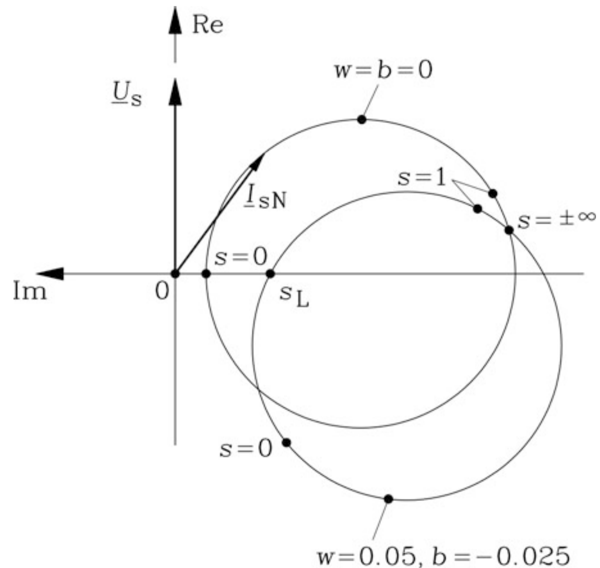


Abb. 7.22 Wie Abb. 7.20, jedoch $w = 0.05$, $b = -0.025$. Der Leerlaufschlupf s_L positiv, das motorische Kippmoment kleiner als das generatorische Kippmoment. Die Maschine hat im gesamten Betriebsbereich induktives Verhalten

Ortskurven sind die markanten Arbeitspunkte für die Schlüpfe $s = 0$, $s = 1$ und $s = \infty$ bzw. $s = -\infty$ eingezeichnet. Der Punkt $s = \pm\infty$ stimmt für alle vier Ortskurvenbilder überein und liegt auch auf dem in allen vier Bildern identischen Ossanna-Kreis. Aus den Ortskurven ist anschaulich erkennbar, dass der Punkt $s = 0$ nur bei der Asynchronmaschine mit kurzgeschlossener Läuferwicklung Leerlauf bedeutet. Mit Läuferzusatzspannung bedeutet $s = 0$ nur noch Synchronlauf, aber nicht mehr „Leerlauf" ohne Belastung. Vielmehr treten bei Synchrondrehzahl u. U. erhebliche Ströme und

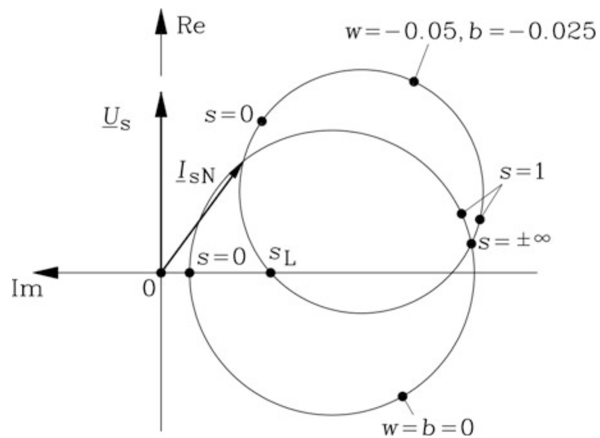


Abb. 7.23 Wie Abb. 7.20, jedoch $w = -0.05$, $b = -0.025$. Der Leerlaufschlupf s_L ist negativ, das motorische Kippmoment größer als das generatorische Kippmoment. Die Maschine hat im gesamten Betriebsbereich induktives Verhalten

Leistungen auf! Auch der Anfahrpunkt $s = 1$ verschiebt sich bei der doppeltgespeisten Asynchronmaschine gegenüber der mit Kurzschlussläufer, allerdings weniger stark. Aus der Verlagerung des Punktes $s = 0$ zeigt sich anschaulich, dass – wie zuvor erläutert – über die Läuferzusatzspannung die Drehzahl gesteuert werden kann, sodass für gleiche Maschinenleistungen und -momente unterschiedliche Drehzahlen eingestellt werden können. Der drehzahlveränderbare Betrieb mit Schleifringläufer-Asynchronmaschinen wird häufig dann eingesetzt, wenn die Drehzahl nur in einem eingeschränkten Bereich um die Synchrondrehzahl $\pm x \cdot n_{syn}, 0 < x < 1$, verändert werden muss. Dann ist die Bemessungsscheinleistung des rotorseitigen Spannungszwischenkreis-Umrichters, der das läuferfrequente Zusatz-Drehspannungssystem über die drei Schleifringe in die Läuferwicklung einspeist, nur der Anteil x der Maschinenbemessungs-Scheinleistung, und daher relativ kostengünstig. Solche Anwendungen sind Generatoren für Windkraftanlagen oder Motor-Generatoren für Pumpspeicherwerke, wie nachfolgend erläutert wird (Stupin et al. 2005).

Für die Darstellung des Leistungsflusses durch die elektrische Maschine und den rotorseitigen Umrichter im Verbraucher-Zählpfeilsystem sind für die vier Fälle „unter-/übersynchroner Betrieb", „Motor-/Generatorbetrieb" in Tab. 7.3 und 7.4 die Verluste in der Maschine und im Umrichter vernachlässigt. Dann ist die ständerseitige elektrische Wirkleistung identisch mit der Luftspaltleistung $P_e = P_\delta$, und die Durchgangswirkleistung durch den Umrichter identisch mit der Rotorleistung $P_r = s \cdot P_\delta$. Die mechanische Leistung $P_m = (1 - s) \cdot P_\delta$ ist die an der Welle verfügbare Wirkleistung. Im Generatorbetrieb sind elektrische Wirkleistung und mechanische Leistung im Verbraucher-Zählpfeilsystem (Kap. 1) negativ. Der Schlupf ist im untersynchronen Betrieb positiv, deshalb ist der Betrag der mechanischen Leistung kleiner als der Betrag der elektrischen Wirkleistung. Folglich fließt im untersynchronen Motorbetrieb ein Teil der elektrischen Wirkleistung durch die Maschine vom Stator zum Rotor und über den Umrichter zurück ins Netz. Im untersynchronen Generatorbetrieb kehrt sich die Richtung des Leistungsflusses durch den Umrichter um. Vom Netz fließt diese Wirkleistung durch den Umrichter zum Rotor

Tab. 7.3 Leistungsfluss bei der doppeltgespeisten Asynchronmaschine. Vereinfachend wurden sämtliche Verluste vernachlässigt

Betrieb	s_L	s	P_e	P_m	P_r	
Motor untersynchron	$s_L > 0$	$s > s_L > 0$	>0	>0	>0	$\|P_e\| = \|P_m\| + \|P_r\|$
Generator untersynchron	$s_L > 0$	$s_L > s$	<0	<0	<0	$\|P_e\| = \|P_m\| + \|P_r\|$
Motor übersynchron	$s_L < 0$	$0 > s > s_L$	>0	>0	<0	$\|P_e\| = \|P_m\| - \|P_r\|$
Generator übersynchron	$s_L < 0$	$0 > s_L > s$	<0	<0	>0	$\|P_e\| = \|P_m\| - \|P_r\|$

Tab. 7.4 Beispiel für den Leistungsfluss bei der doppeltgespeisten Asynchronmaschine bei vernachlässigten Verlusten in der Maschine und im Umrichter (Abb. 7.24)

Betrieb	s_L	s	P_e	P_m	P_r
Motor $n/n_{syn} = 0.75$	0.2	0.25	$P_{e,in}$: 100%	$P_{m,out}$: +75%	+25 %
Generator $n/n_{syn} = 0.85$	0.2	0.15	$P_{e,out}$: –100%	$P_{m,in}$: –85%	–15 %
Motor $n/n_{syn} = 1.15$	–0.2	–0.15	$P_{e,in}$: 100%	$P_{m,out}$: +115%	–15 %
Generator $n/n_{syn} = 1.25$	–0.2	–0.25	$P_{e,out}$: –100%	$P_{m,in}$: –125%	+25 %

und über den Stator zurück ins Netz. Im übersynchronen Betrieb ist der Schlupf negativ; daher ist der Betrag der mechanischen Leistung größer als der Betrag der elektrischen Wirkleistung. Folglich fließt im übersynchronen Motorbetrieb ein Teil der elektrischen Wirkleistung aus dem Netz über den Umrichter in den Rotor und wird in der Maschine in mechanische Leistung an der Welle gewandelt. Im übersynchronen Generatorbetrieb wird ein Teil der an der Welle zugeführten mechanischen Leistung in der Maschine in elektrische Leistung gewandelt, die vom Rotor direkt über den Umrichter ins Netz gespeist wird. Im untersynchronen Betrieb belastet also stets die Umrichterwirkleistung auch die Ständerseite der elektrischen Maschine, ohne als mechanische Leistung genutzt werden zu können, während im übersynchronen Betrieb ein Teil der elektromechanischen Leistungswandlung über die Rotorwicklung und den Umrichter erfolgt, ohne die Statorwicklung zu belasten. Deshalb ist bei gleichem Drehmoment M_e im untersynchronen Betrieb die Wellenleistung P_m um die Umrichterleistung P_r kleiner als die Maschinen-Netzleistung, was einer entsprechend verringerten Drehzahl n entspricht $|2\pi n M_e| = |P_m| = |P_e| - |P_r|$, und im übersynchronen Betrieb um die Umrichterleistung höher, was einer entsprechend erhöhten Drehzahl n entspricht $|2\pi n M_e| = |P_m| = |P_e| + |P_r|$. Gemäß Tab. 7.3 muss der Umrichter mit einem netz- und einem rotorseitigen Wechselrichter mit dazwischen angeordnetem Gleichspannungszwischenkreis aufgebaut sein, sodass der Leistungsfluss in beide Richtungen von der Maschine zum Netz und umgekehrt erfolgen kann. Wäre nur ein Leistungsfluss von der Maschine zum Netz möglich, so könnte untersynchron nur Motorbetrieb und übersynchron nur Generatorbetrieb gefahren werden. In Tab. 7.4 sind für die vier unterschiedlichen Betriebsfälle Zahlenbeispiele angegeben (vgl. Abb. 7.24).

Die Werte in Tab. 7.4 ergeben sich z. B. für übersynchronen Motorbetrieb bei $s = -0.15$ gemäß $P_{m,out} = (1 - (-0.15)) \cdot P_\delta = 1.15 P_\delta$ und $P_r = (-0.15) \cdot P_\delta$ mit $P_\delta \hat{=} 100\ \%$ zu

$P_{\mathrm{m,out}} \hat{=} 115\ \%$ und $P_{\mathrm{r}} \hat{=} -15\ \%$. Bei negativem Leistungsfluss P_{r} fließt die Leistung vom Netz in den Rotor. Im Beispiel Tab. 7.4 ist der Betrag der elektrischen Wirkleistung der Maschine stets gleich groß, sodass wegen der vernachlässigten Verluste auch der Betrag des elektromagnetischen Drehmoments M_{e} stets gleich groß ist: $|M_{\mathrm{e}}| = |P_{\delta}| / \Omega_{\mathrm{syn}} = |P_{\mathrm{e}}| / \Omega_{\mathrm{syn}}$. Die unterschiedliche mechanische Leistung kommt aus der unterschiedlichen Drehzahl $n = (1 - s) \cdot n_{\mathrm{syn}}$.

Die Dimensionierung des Umrichters erfolgt zunächst gemäß Abb. 7.24 nach dem Wirkleistungsfluss. Werden die Stromwärmeverluste in der Läuferwicklung $P_{\mathrm{Cu,r}} = m_{\mathrm{r}} R_{\mathrm{r}} I_{\mathrm{r}}^2$ vernachlässigt, so muss die Leistung P_{r} die Umrichter-Wirkleistung sein. Bei maximalem Schlupf ergibt sich die Bemessungswirkleistung des Umrichters zu $P_{\mathrm{Umr}} = |s_{\max} \cdot P_{\delta}|$. Mit der Abschätzung für die Luftspaltleistung $P_{\delta} \approx P_{\mathrm{e}} = P_{\mathrm{N}}$ ergibt sich die Umrichter-Bemessungswirkleistung $P_{\mathrm{Umr,N}} = |s_{\max} \cdot P_{\mathrm{N}}|$. Bei einem Drehzahlstellbereich von $\pm 30\ \%$ der Synchrondrehzahl sind das nur 30 % der Bemessungsleistung der Maschine, was eine kostengünstige Lösung ist. Mit steigendem Drehzahlstellbereich und damit zunehmendem maximalen Schlupf steigt die Umrichterbemessungsleistung. Soll die Drehzahl zwischen Stillstand und Bemessungdrehzahl verändert werden, so ist $s_{\max} = 1$. Die Umrichter-Bemessungsleistung ist dann ebenso groß wie Bemessungsleistung der Maschine.

Der Bemessungsstrom des rotorseitigen Wechselrichters ist identisch mit dem Bemessungsstrom der Läuferwicklung. Die maximale Umrichterspannung wird aus der Läuferstillstandsspannung $U_{\mathrm{r0}} = U_{\mathrm{r}}(s = 0)$ (siehe Kap. 5) und $U_{\mathrm{r}} = s \cdot U_{\mathrm{r0}}$ gemäß $U_{\mathrm{r,max}} = |s_{\max} \cdot U_{\mathrm{r0}}|$ abgeschätzt. Mit dem Strom- und Spannungsübersetzungsverhältnis (Kap. 5) ergibt sich die Umrichter-Bemessungsscheinleistung als Bruchteil $s_{\max}$ der Bemessungs-Scheinleistung der elektrischen Maschine.

$$S_{\mathrm{Umr,N}} = m_{\mathrm{r}} U_{\mathrm{r,max}} I_{\mathrm{rN}} = m_{\mathrm{r}} |s_{\max}| U_{\mathrm{r0}} I_{\mathrm{rN}} = |s_{\max}| m_{\mathrm{s}} U_{\mathrm{sN}} I_{\mathrm{sN}} = |s_{\max}| S_{\mathrm{N}}$$

Zusätzlich zum Wirkleistungsfluss ist der Blindleistungsbedarf der doppeltgespeisten Asynchronmaschine zu beachten. Durch die Doppelspeisung kann die Maschine z. B. so betrieben werden, dass im Leerlauf s_{L} sowohl die Statorwirk- als auch -blindleistung Null sind. Dann ist der Statorstrom Null ($\underline{I}_{\mathrm{s}} = 0$), und die Magnetisierung der Maschine erfolgt vollständig über den Läufer. Für den vereinfachten Fall $R_{\mathrm{s}} = 0$ verschwindet der Imaginärteil des Statorstroms gemäß (7.46) bei $b = R'_{\mathrm{r}}/X_{\mathrm{h}}$. Mit (7.48) für s_{L} folgt daraus $s_{\mathrm{L}} = wX_{\mathrm{h}}/X'_{\mathrm{r}}$, sodass wegen $s_{\mathrm{L}}X'_{\mathrm{r}} - wX_{\mathrm{h}} = 0$ in (7.46) auch der Realteil des Strom verschwindet. Aus (7.54) folgt der Rotorstrom für $\underline{I}_{\mathrm{s}} = 0$.

$$\underline{I}'_{\mathrm{r}} = \frac{\underline{U}'_{\mathrm{r}}}{R'_{\mathrm{r}} + js_{\mathrm{L}}X'_{\mathrm{r}}} = \frac{(w - jb) \cdot \underline{U}_{\mathrm{s}}}{R'_{\mathrm{r}} + j\frac{s_{\mathrm{b}}wx}{s_{\mathrm{b}}+bx}X'_{\mathrm{r}}} = \frac{\left(w - j\frac{R'_{\mathrm{r}}}{X_{\mathrm{h}}}\right)\underline{U}_{\mathrm{s}}}{R'_{\mathrm{r}} + jwX_{\mathrm{h}}} = \frac{\underline{U}_{\mathrm{s}}}{jX_{\mathrm{h}}} \tag{7.55}$$

Der Rotorstrom ist exakt der Magnetisierungsstrom, was auch unmittelbar aus dem T-Ersatzschaltbild folgt: Wenn der Statorstrom Null ist, aber die Netzspannung $\underline{U}_{\mathrm{s}}$ primär wirkt, dann muss wegen (7.45) $\underline{U}_{\mathrm{s}} = jX_{\mathrm{h}} \cdot \underline{I}'_{\mathrm{r}}$ und damit $\underline{I}'_{\mathrm{r}} = \underline{U}_{\mathrm{s}}/(jX_{\mathrm{h}}) = \underline{I}_{\mathrm{m}}$ gelten. Die rotorseitige Wirkleistung

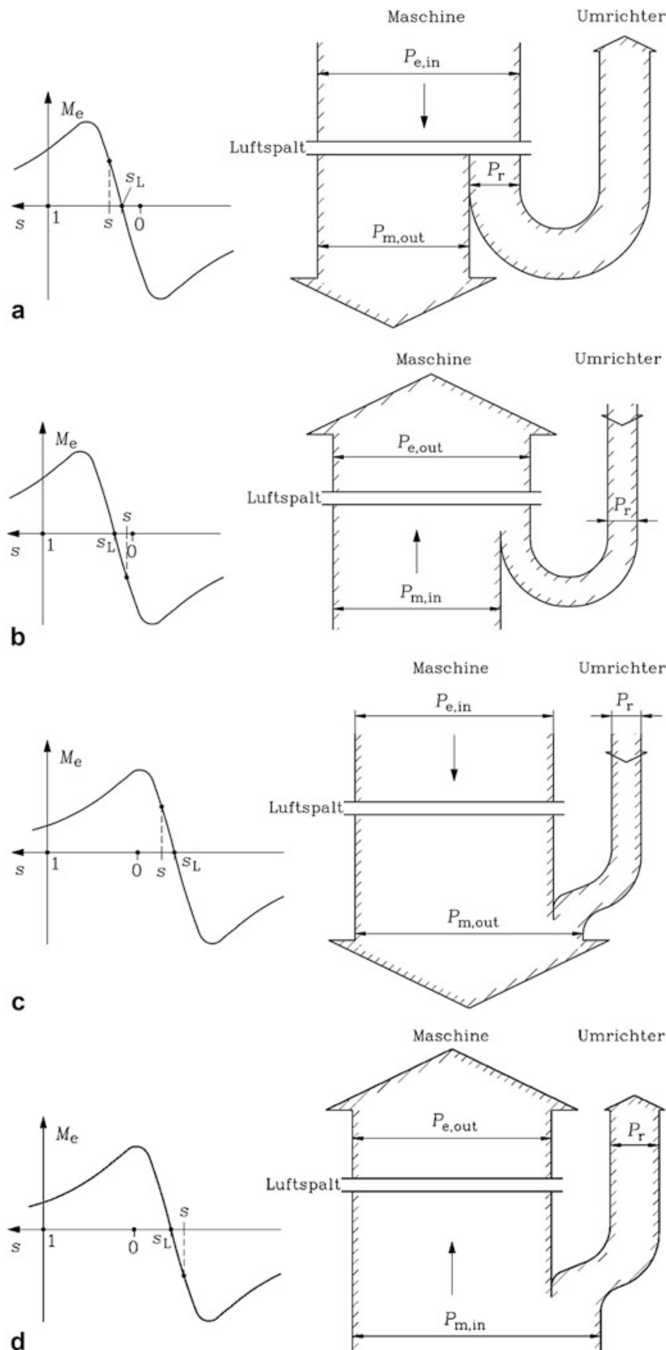


Abb. 7.24 Wirkleistungsfluss in der doppeltgespeisten Asynchronmaschine bei vernachlässigten Verlusten, dargestellt für die Werte aus Tab. 7.4 (**a**) Motor untersynchron $n/n_{syn} = 0.75$, (**b**) Generator untersynchron $n/n_{syn} = 0.85$, (**c**) Motor übersynchron $n/n_{syn} = 1.15$, (**d**) Generator übersynchron $n/n_{syn} = 1.25$

$$P_{\mathrm{r}} = m_{\mathrm{s}}\,\mathrm{Re}\left\{\underline{U}'_{\mathrm{r}}\underline{I}'^{*}_{\mathrm{r}}\right\} = m_{\mathrm{s}}\mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{U}_s(w - jb)\cdot\underline{U}^{*}_{\mathrm{s}}}{-jX_{\mathrm{h}}}\right\} = \frac{m_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{s}}^2 b}{X_{\mathrm{h}}} = \frac{m_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{s}}^2 R'_{\mathrm{r}}}{X_{\mathrm{h}}^2} \tag{7.56}$$

und Blindleistung

$$Q_{\mathrm{r}} = m_{\mathrm{s}}\,\mathrm{Im}\left\{\underline{U}'_{\mathrm{r}}\underline{I}'^{*}_{\mathrm{r}}\right\} = \frac{m_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{s}}^2 w}{X_{\mathrm{h}}} \tag{7.57}$$

ergeben die rotorseitige Wechselrichterscheinleistung

$$S_{\mathrm{r}} = \sqrt{P_{\mathrm{r}}^2 + Q_{\mathrm{r}}^2} = \frac{m_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{s}}^2\sqrt{b^2 + w^2}}{X_{\mathrm{h}}} = \frac{m_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{s}}U'_{\mathrm{r}}}{X_{\mathrm{h}}} = m_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{m}}U'_{\mathrm{r}} \tag{7.58}$$

für diesen Betriebsfall. Die Rotorwirkleistung (7.56) ist die in den Rotorwiderständen umgesetzte Stromwärme $P_{\mathrm{r}} = m_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{s}}^2 R'_{\mathrm{r}}/X_{\mathrm{h}}^2 = m_{\mathrm{s}}R'_{\mathrm{r}}I_{\mathrm{m}}^2$ des Magnetisierungsstroms. Der Wechselrichter entnimmt die Wirkleistung dem Gleichspannungszwischenkreis und erzeugt die Magnetisierungsblindleistung durch entsprechende Phasenverschiebung zwischen Rotorstrom und Rotorspannung. Der Umrichter überträgt über den Gleichspannungszwischenkreis nur Wirkleistung. Mit dem netzseitigen Wechselrichter wird die netzseitige Umrichterblindleistung unabhängig von der rotorseitigen Blindleistung eingestellt; z. B. kann netzseitig reiner Wirkleistungsbetrieb gefahren werden. Der rotorseitige Wechselrichter stellt die rotorseitige Wirk- und Blindleistung gemäß (7.56), (7.57) ein. Im Sonderfall $w = 0$ ist bei Leerlauf der Schlupf $s_{\mathrm{L}} = 0$ und die Rotorfrequenz ebenfalls: $f_{\mathrm{r}} = s_{\mathrm{L}} \cdot f_{\mathrm{s}} = 0$; der Rotorstrom ist dann ein Gleichstrom. Gemäß (7.57) ist dabei die Rotorblindleistung Null. Die Rotorwirkleistung ist die Stromwärme des Gleichstroms I_{r}, also des Magnetisierungsstroms $P_{\mathrm{r}} = m_{\mathrm{s}}R'_{\mathrm{r}}I_{\mathrm{m}}^2$ und wird vom Umrichter aus dem Netz zugeführt. Damit verhält sich die doppeltgespeiste Asynchronmaschine in diesem Fall auch im Rotor wie eine elektrisch erregte Synchronmaschine, da diese gemäß Kap. 8 im Rotor ebenfalls mit Gleichstrom erregt wird. Es wird dem Netz (bei vernachlässigten Umrichterverlusten) lediglich diese Stromwärme entnommen, die i. A. deutlich kleiner ist als die bei kurzgeschlossener Rotorwicklung ständerseitig aufgenommene Magnetisierungsblindleistung über I_{s} und die zugehörige Stromwärme in der Statorwicklung.

Alternativ kann je nach Umrichterbemessung auch der netzseitige Wechselrichter im induktiven oder kapazitiven Betrieb gefahren werden, sodass es möglich ist, bei ständerseitiger Magnetisierung der Maschine diese Blindleistung durch kapazitiven Betrieb des netzseitigen Wechselrichters zu kompensieren. Auch dadurch ist ein resultierender Netz-Leistungsfaktor „Eins“ möglich, erfordert aber eine entsprechende Bemessung des netzseitigen Wechselrichters auf die Magnetisierungs-Scheinleistung $S_{\mathrm{s}} = m_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{m}}U_{\mathrm{s}}$. Gemäß (7.58) ist es wegen der Bemessungsscheinleistung des rotorseitigen Wechselrichters $S_{\mathrm{r}} = m_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{m}}U'_{\mathrm{r}}$ und $U'_{\mathrm{r}} << U_{\mathrm{s}}$ bei eingeschränktem Drehzahlstellbereich deutlich günstiger, über den rotorseitigen Wechselrichter zu magnetisieren, da dessen Bemessung wegen $U'_{\mathrm{r,max}}/U_{\mathrm{s}} < 1$ entsprechend kleiner ausfallen kann.

Fazit:
Bei eingeschränktem Drehzahlbereich $n_N \pm \Delta n$ der mit der Wirkleistung P und Scheinleistung S betriebenen doppeltgespeisten Schleifringläufer-Asynchronmaschine ist der rotorseitige Umrichter nur für die Wirk- und Scheinleistung $\Delta n / n_N \cdot P$ und $\Delta n / n_N \cdot S$ zu bemessen.

c1) Windkraftwerke mit veränderlicher Turbinendrehzahl: In Windkraftwerken wird die doppeltgespeiste Asynchronmaschine als Generator eingesetzt, wenn die Windturbine nicht mit konstanter Drehzahl betrieben werden soll. Das hat den Vorteil, jeweils die bei einer bestimmten Windgeschwindigkeit v maximal mögliche Leistung P_{Wind} aus der kinetischen Windenergie beziehen zu können. Da $P_{\mathrm{Wind}} \sim v^3$ ist, hängt auch die Turbinenleistung von der dritten Potenz der Drehzahl $P_{\mathrm{Turbine}} \sim n^3$ ab. Durch den drehzahlveränderbaren Betrieb wird die Leistungsabgabe der Turbine optimal der Windgeschwindigkeit über die veränderliche Turbinendrehzahl n nachgeführt. Die schlupffrequente Läufer-Zusatzspannung wird über einen Vier-Quadranten-Frequenzumrichter aus der gleichgerichteten Netzspannung über die drei Schleifringe in den Läufer eingeprägt. Die erforderlichen Schleifringe zur Läuferspannungs-Einspeisung sind allerdings ein Nachteil der doppeltgespeisten Asynchronmaschine. Sie verlangen einen erhöhten Wartungsaufwand und einen regelmäßigen Bürstenwechsel. Das ist besonders nachteilig bei Windgeneratoren, denn diese sind weit verteilt im Gelände oder in küstennahen Gewässern, und die Gondel mit dem Generator ca. 60 m bis 80 m über der Erd- oder Seeoberfläche angebracht und nicht ohne Mühe durch das Wartungspersonal erreichbar. Deshalb sind auch andere drehzahlvariable Generatorkonzepte mit dem Vorteil, mit der Windstärke schwankende Turbinendrehzahlen zulassen zu können, im Einsatz, wie z. B. permanentmagneterregte Synchrongeneratoren (Kap. 8 und 9). Bei ihnen verändert sich die Ständerfrequenz mit der Drehzahl, sodass zwischen Generator- und Netzklemmen ein Umrichter angeordnet werden muss, der die Generatorfrequenz auf Netzfrequenz wandelt. Die Bemessungsscheinleistung dieses ständerseitigen Umrichters ist dann allerdings genauso groß wie die des Generators, sodass die Umrichterkosten sich deutlich erhöhen.

Beispiel 7.12

Eine Windenergieanlage mit einem vierpoligem Asynchrongenerator am 50 Hz-Netz soll im Bereich der Windgeschwindigkeit zwischen $0.54 v_{\max}$ und $v_{\max}$ so arbeiten, dass stets die maximal mögliche Windenergie in elektrische Energie gewandelt wird.

1. Wie groß ist die Synchrondrehzahl?
2. In welchem Schlupfbereich muss der Leerlaufschlupf s_{L} eingestellt werden?
3. Wie groß ist in etwa die erforderliche Getriebeübersetzung, wenn bei $\underline{U}'_{\mathrm{r}} = 0$ die Bemessungsdrehzahl der Windturbine $n_{\mathrm{T,N}} = 15/\min$ beträgt? Vernachlässigen Sie den Betriebsschlupf!
4. Wie groß ist gemäß (7.41) der bezogene Wirkanteil der Läuferzusatzspannung?

5. Wie ändert sich die Winddargebotsleistung zwischen minimaler und maximaler Windgeschwindigkeit, bezogen auf die Bemessungsleistung des Generators bei kurzgeschlossener Rotorwicklung? Was folgt daraus für die Betriebsweise der Windanlage oberhalb der Synchrondrehzahl, wenn diese für P_N ausgelegt ist?

Lösung:

1. $n_{syn} = f_s/p = 50/2 = 25/\text{s} = 1500/\min$
2. Der Bereich $(0.54 \ldots 1) \cdot v_{max}$ entspricht dem Drehzahlbereich $(0.54 \ldots 1) \cdot n_{max}$ und damit dem Bereich der Leerlaufdrehzahl $(0.54 \ldots 1) \cdot n_{L,max}$.

$$n_{L,max} = (1 - s_{L,max}) \cdot n_{syn}, n_{L,min} = (1 + s_{L,max}) \cdot n_{syn}$$
$$\frac{n_{L,max}}{n_{L,min}} = \frac{1 - s_{L,max}}{1 + s_{L,max}} = \frac{1}{0.54} \Rightarrow s_{L,max} = -\frac{1 - 0.54}{1 + 0.54} = -0.3$$

   Der Leerlaufschlupf muss zwischen 0.3 (untersynchroner Betrieb) und –0.3 (übersynchroner Betrieb) eingestellt werden.
3. Bei $\underline{U}'_r = 0$ ist die Leerlaufdrehzahl des Generators $n_L = n_{syn} = 1500/\min$. Seine Bemessungsdrehzahl ist um den generatorischen Betriebsschlupf größer, der hier vernachlässigt wird. Daher ist $n_N \approx n_{syn}$ und die Getriebeübersetzung $i = n_N/n_{T,N} = 1500/15 = 100$, was bei dieser hohen Übersetzung ein dreistufiges Getriebe, z. B. bestehend aus einer Planetengetriebestufe und zwei Stirnradstufen, erfordert.
4. $w_{max} = \pm s_{L,max} = \pm 0.3$
5. Bei kurzgeschlossener Läuferwicklung liegt die Bemessungsdrehzahl um den (kleinen) Betriebsschlupf über der Synchrondrehzahl $n_N \approx n_{syn}$. Bei der zugehörigen Windgeschwindigkeit v_N hat der Generator die Leistung P_N. Die maximal dem Wind entnehmbare Leistung bei $v_{min} \approx (1+s_{L,max}) \cdot v_N = 0.7 v_N$ ist $P_{min}/P_N = (v_{min}/v_N)^3 = 0.343$. Bei $v_{max} \approx (1 - s_{L,max}) \cdot v_N = 1.3 v_N$ ist sie:

$$P_{max}/P_N = (v_{max}/v_N)^3 = 2.197.$$

   Die Winddargebotsleistung schwankt somit gemäß:

$$P_{max}/P_{min} = (1.3/0.7)^3 = 219.7\,\%/34.3\,\% = 6.4.$$

   Da die Windanlage für P_N bemessen ist, muss für übersynchronen Betrieb die Windleistung konstant gehalten werden. Dazu werden die Rotorblätter über Stellantriebe verdreht, sodass der optimale Anströmwinkel verlassen wird, und die Windströmung nicht mehr die maximal mögliche Antriebskraft auf die Flügel überträgt („Pitch-Regelung“, Jöckel 2002). Damit ergibt sich folgende Betriebskennlinie:

$$n_{min} \le n \le n_N : P = P_N \cdot (n/n_N)^3 \quad n_N \le n \le n_{max} : P = P_N.$$

   Die Ergebnisse sind in Tab. 7.5 zusammengefasst.

Tab. 7.5 Doppeltgespeiste Asynchronmaschine als Windgenerator

Windgeschwindigkeit	Generatordrehzahl	Schlupf	Zusatzspannung	Leistung
v_{max}	$n = 1.3n_{syn} = n_{max}$	$s_L = -0.3$	$w = -0.3$	$P/P_N = 219.7\,\%$
$v_{min} = 0.54v_{max}$	$n = 0.7n_{syn} = 0.54n_{max}$	$s_L = +0.3$	$w = +0.3$	$P/P_N = 34.3\,\%$

c2) Pumpspeicherkraftwerke: Der Energiebedarf im elektrischen Netz schwankt abhängig von der Belastung. Zu jedem Augenblick müssen die erzeugte elektrische Energie und die in den Verbrauchern umgesetzte elektrische Energie gleich groß sein. Überschüssige elektrische Energie kann in Pumpspeicherkraftwerken durch Hochpumpen von Wasser aus einem Unterbecken in ein höher gelegenes Oberbecken als potenzielle Energie gespeichert werden, um bei Spitzenlast durch Rückfluss vom Ober- in das Unterbecken zur Energieerzeugung im Turbinenbetrieb verwendet zu werden. Neben Synchronmaschinen, die in Pumpspeicherkraftwerken wahlweise als Generator im Turbinenbetrieb und als Motor im Pumpbetrieb allerdings jeweils mit konstanter Synchron-Drehzahl fahren, werden fallweise doppeltgespeiste Asynchronmaschinen als Motor-Generatoren mit variabler Drehzahl eingesetzt (Merino et al. 1996, Abb. 7.25). Im Generatorbetrieb speisen die Asynchronmaschinen elektrische Wirkleistung ins Netz, wobei sie, wie bereits beschrieben, auch kapazitive Blindleistung erzeugen können, um die induktive Blindleistung von Verbrauchern zu kompensieren. Im Motorbetrieb treiben die Asynchronmaschinen die Pumpturbinen an und fördern Wasser ins hochgelegene Oberbecken. Die Fallhöhe zwischen Ober- und Unterbecken h legt die Druckdifferenz $\Delta p_N = \rho \cdot g \cdot h$ fest (ρ: Dichte des Wassers ca. 1000 kg/m^3, $g = 9.81$ m/s^2: Erdbeschleunigung), gegen die die Pumpe den Wasser-Volumenstrom $\dot{V}$ fördern muss. Bei Betrieb der Pumpe mit fester Drehzahl $n = n_N$ muss diese also für jene Bemessungsleistung P_N ausgelegt sein, bei der sich beim Gegendruck Δp_N gemäß der Pumpenkennlinie $\Delta p(n, \dot{V})$ der nominale Volumenstrom $\dot{V}_N$ einstellt: $\Delta p(n_N, \dot{V}) = \Delta p_N \Rightarrow \dot{V} = \dot{V}_N \Rightarrow P_N = \Delta p_N \cdot \dot{V}_N$. Es muss somit im elektrischen Netz diese Überschussleistung P_N zur Verfügung stehen. Bei geringeren Überschussleistungen $P < P_N$ kann kein Pumpbetrieb erfolgen, da die Leistung nicht ausreicht, die Pumpe gegen diesen Gegendruck zu betreiben. Bei drehzahlveränderbarem Betrieb hingegen verändert sich der von der Pumpe geförderte Volumenstrom bei gleichem Gegendruck entsprechend der Pumpenkennlinie $\Delta p(n, \dot{V})$ bzw. $\dot{V}(\Delta p, n)$, sodass bei gleichem Gegendruck Δp_N, aber z. B. verringerter Pumpendrehzahl $n < n_N$ auch der Volumenstrom sinkt: $\dot{V}(\Delta p_N, n) < \dot{V}(\Delta p_N, n_N) = \dot{V}_N$. Da die dafür benötigte Pumpenleistung $P = \Delta p_N \cdot \dot{V} < P_N$ ebenfalls sinkt, kann nun auch bei kleineren Netzüberschussleistungen $P < P_N$ elektrische Energie in Form von potenzieller Energie des Wassers im Oberbecken gespeichert werden. Bei erhöhter Pumpendrehzahl $n > n_N$ steigt auch der geförderte Volumenstrom $\dot{V}(\Delta p_N, n) > \dot{V}(\Delta p_N, n_N) = \dot{V}_N$ und die dafür benötigte Pumpenleistung $P = \Delta p_N \cdot \dot{V} > P_N$. Daher kann auch bei einer höheren Netzüberschussleistung $P > P_N$ Energie gespeichert werden, während bei Konstantdrehzahlbetrieb mit Synchronmotoren $\left(n = n_N = n_{syn}\right)$ gemäß Kap. 8 nur bei $P = P_N$ Speicherbetrieb möglich ist. Ein drehzahlveränderbarer Pumpbetrieb im Drehzahlband $n_{min} \le n_N \le n_{max}$ erlaubt

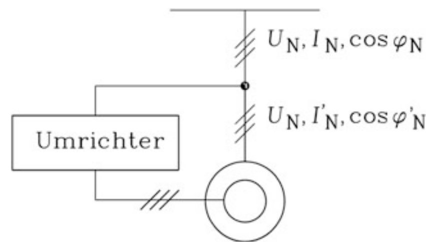


Abb. 7.25 Doppeltgespeiste Asynchronmaschine als Motor-Generator für drehzahlvariablen Pump-Turbinen-Betrieb bei konstanter Netzfrequenz in Pumpspeicherkraftwerken. Über den Umrichter können die Netzstromaufnahme I_N und der Netz-Leistungsfaktor $\cos\varphi_N$ zusätzlich beeinflusst werden

somit einen Speicherbetrieb im Leistungsband $P_{min} \leq P_N \leq P_{max}$, was wegen der zeitlich veränderlichen, von der aktuellen Netzauslastung und Netzeinspeisung abhängigen Netzüberschussleistung energetisch wesentlich günstiger ist als der Konstantdrehzahlbetrieb. Die doppeltgespeiste Asynchronmaschine lässt variable, auf den optimalen Betrieb der Pumpturbinen abgestimmte, über die Läuferzusatzspannung eingestellte Drehzahlen zu und induziert in der Ständerwicklung trotzdem die erforderlichen netzfrequenten Spannungen. Da wegen $P \sim n^3$ schon bei geringer Drehzahländerung sich die Pump- und Turbinenleistung stark ändert, kann über einen relativ kleinen und damit kostengünstigen Umrichter, der im Läufer die Zusatzspannung einspeist, die Drehzahl so verändert werden, sodass der zur jeweils geforderten Leistung verlustoptimale Betrieb gefahren werden kann.

Beispiel 7.13

Im deutschen Pumpspeicherkraftwerk Goldisthal, Thüringen (Abb. 1.5), sind in der Bauweise mit vertikaler Welle neben zwei Synchron-Motorgeneratoren auch zwei große doppeltgespeiste Asynchronmaschinen mit Bemessungsscheinleistungen von 340 MVA installiert. Der Umrichter zur Speisung des Läufers mit schlupffrequenter Spannung bezieht seine Leistung aus dem Netz und ist als Direktumrichter aufgebaut. Er besteht aus gesteuerten Thyristorbrücken, um die großen Rotorströme bei den vergleichsweise niedrigen Läuferfrequenzen von maximal 5 Hz führen zu können. Die zugelassenen Drehzahl- oder Schlupfänderungen wurden auf etwa 10 % begrenzt, weil dann der Stromrichtersatz nur auf maximal 10 % der Bemessungsscheinleistung S_N der Maschine ausgelegt werden muss.

a) Elektrisch erregte Schenkelpol-Synchronmaschinen als Motor-Generatoren: 331 MVA, 333.3/min, 18-polig, 50 Hz
b) Doppeltgespeiste Schleifringläufer-Asynchronmaschinen als Motor-Generatoren: 340 MVA, 300… 346/min, 18-polig, 50 Hz, Schlupfbereich: +10 % …–5 %, maximale Läuferfrequenz: $0.1 \cdot 50 = 5$Hz, Umrichter-Bemessungsscheinleistung: $0.1 \cdot 340 = 34$MVA.

c3) Bahnumformerwerke: In einigen Ländern wie Deutschland, Österreich, Schweiz ist wegen des langjährigen Einsatzes des Einphasen-Reihenschlussmotors als Antriebsmotor in Elektrolokomotiven (siehe Kap. 11) die Frequenz des Bahnstroms mit 16.7 Hz deutlich kleiner als die 50 Hz der öffentlichen Energieversorgung. So wird die schädliche transformatorische Funkenspannung an den Bürsten der Einphasen-Reihenschlussmotoren begrenzt, die bei 50 HzBetrieb dreimal so groß wäre (vgl. Kap. 11). Neben bahneigenen Kraftwerken mit 16.7 Hz–Einphasen–Synchrongeneratoren sind auch Einspeisungen aus dem 50 Hz-Netz in das 16.7 Hz-Netz üblich. Lange Jahre war die Bahnfrequenz mit 16 2/3 Hz genau 1/3 von 50 Hz. Es würde sich anbieten, z. B. eine 6-polige 50 Hz–Dreiphasen-Synchronmaschine ($p_{\mathrm{b}} = 3$) mit einer zweipoligen 16 2/3 Hz–Einphasen-Synchronmaschine ($p_{\mathrm{a}} = 1$) zu kuppeln, da beide 1000/min Synchrondrehzahl aufweisen. Da aber die Netzfrequenzen $f_{\mathrm{a}} = 16\ 2/3\,\mathrm{Hz}$ und $f_{\mathrm{b}} = 50\,\mathrm{Hz}$ über die Antriebsleistungen der Turbinen nicht so genau geregelt werden können, dass stets $f_{\mathrm{a}=}f_{\mathrm{b}}/3$ gilt, sind im realen Betrieb die Synchrondrehzahlen $f_{\mathrm{a}}/p_{\mathrm{a}}$, $f_{\mathrm{b}}/p_{\mathrm{b}}$ der beiden Maschinen stets geringfügig unterschiedlich. Damit würde eine der beiden Maschinen von der anderen zum langsamen Durchschlüpfen mit der Differenzdrehzahl $f_{\mathrm{a}}/p_{\mathrm{a}} - f_{\mathrm{b}}/p_{\mathrm{b}}$ gegen das eigene Ständerdrehfeld gezwungen werden. Dann ist aber keine Wirkleistungsübertragung in Synchronmaschinen möglich, weil bei diesen die Ständerfeldgeschwindigkeit exakt gleich groß wie die Läufergeschwindigkeit sein muss (siehe Kap. 8). Wird aber eine 6 polige doppeltgespeiste 50 Hz-Asynchronmaschine statt der 6-poligen Synchronmaschine verwendet, so kann über die Läufer-Zusatzspannung deren $M(n)$-Kennlinie so parallel verschoben werden, dass auch bei $f_{\mathrm{a}}^{1}f_{\mathrm{b}}/3$ die Bemessungsleistung übertragen wird. Diese Anordnung von gekuppelter dreiphasiger doppeltgespeister Asynchronmaschine am 50 Hz-Netz und einphasiger elektrisch erregter Synchronmaschine am Bahnnetz nennt man rotierender Bahnumformer. Wird die Bahnnetzfrequenz genau 50/3 = 16 2/3 Hz gewählt, so ist bei Leerlauf, wenn kein Wirkleistungsaustausch zwischen drei- und einphasigem Netz erfolgt, die Läuferzusatzspannung exakt Null einzustellen. Bei reinem Blindleistungsaustausch fließt dann in der Asynchronmaschine läuferseitig Gleichstrom, der sich auf die drei Stränge ungleichmäßig aufteilt und diese ungleichmäßig erwärmt. Deshalb wurde vor einigen Jahren die Bahnfrequenz 16 2/3 Hz auf 16.7 Hz angehoben, sodass bei reinem Blindleistungsaustausch im Läufer der Asynchronmaschine Wechselströme mit der Frequenz 16.7 – 16.666 = 0.034 Hz fließen, die die Läuferwicklungsstränge gleichmäßig erwärmen. Während bei älteren rotierenden Umformern das schlupffrequente Drehspannungssystem mit speziellen elektrischen „Hinter“-Maschinen erzeugt wurde (Scherbius-Kaskade), erfolgt dies bei moderneren Ausführungen mit Stromrichtern als „halbstatische“ Bahnumformer. Diese Bahnumformer sind sehr leistungsstark, z. B. 30 MW Bemessungsleistung im Bahnumformerwerk Ulm, Deutschland. Alternativ dazu werden die neuesten Bahnumformer-Anlagen ausschließlich leistungselektronisch als "vollstatischerÜmformer wie z. B. in Jübek, Bremen, Karlsfeld in Deutschland ausgeführt (Steimel 2004). Da rotierende Teile entfallen, ist der Wartungsaufwand deutlich geringer, sodass sie kostengünstiger sind.

7.6 Untersynchrone Stromrichterkaskade

Bei großen Leistungen ist der läuferseitige Umrichter für Vier-Quadranten-Betrieb teuer. Eine kostengünstigere Sonderlösung ist die untersynchrone Stromrichterkaskade, die rotorseitig anstatt mit einem Wechselrichter nur mit einem Diodengleichrichter ausgerüstet ist. Dieser bei $m_r = 3$ sechspulsige Gleichrichter wird über die Schleifringe an den Läufer angeschlossen (Wolff 1980). Netzseitig ist eine sechspulsige Thyristorbrücke für die Gleichrichtung der Netzspannung angeordnet. Zwischen beiden sorgt eine Glättungsinduktivität als Stromzwischenkreis-Drossel für die Glättung des zwischen beiden Brücken fließenden gleichgerichteten Läuferstroms, dem Gleichstrom I_d (Lappe 1988). Je nach Bemessungsspannung der Thyristoren wird die Wechselrichter-Ausgangsspannung über einen Transformator an die Netzspannung angeglichen (Abb. 7.26). Das vom Maschinendrehfeld induzierte schlupffrequente Läufer-Drehspannungssystem wird mit dem Dioden-Brückengleichrichter gleichgerichtet und anschließend mit der Thyristorbrücke wieder auf Netzfrequenz wechselgerichtet. Im Vergleich zum drehzahlveränderlichen untersynchronen Betrieb ($s > 0$) mit externen Läufervorwiderständen R_v wird die Schlupfleistung nicht in Wärme umgesetzt, sondern (abzüglich der Stromwärme in der Läuferwicklung, bei vernachlässigten Verlusten in der leistungselektronischen Schaltung) $m_r R'_v I'^2_r = sP_\delta - m_r R'_r I'^2_r$ ins Netz zurück gespeist. Die Amplituden $\hat{U}_r$ der schlupffrequenten Läufer-Strangspannungen $u_{rU}(t)$, $u_{rV}(t)$, $u_{rW}(t)$ sinken proportional zur Läuferfrequenz $f_r = sf_s$ und damit auch linear mit steigender Drehzahl $n = (1-s) \cdot n_{syn}$. Durch sechspulsige Gleichrichtung entsteht daraus eine wellige Gleichspannung $u_{dr}(t)$ im Zwischenkreis (Abb. 7.27) mit dem Mittelwert U_{dr}, der vom Maximalwert U_{dr0} bei $n = 0$ linear auf Null bei Synchrondrehzahl sinkt (Abb. 7.61).

$$U_{dr} = U_{dr0} \cdot |s| \quad \text{mit} \quad U_{dr0} = U_{dr}(s = 1) \tag{7.59}$$

Gemäß Abb. 7.27 ist U_{dr} die Differenz der mittleren elektrischen Potenziale der oberen drei (Index I) und unteren drei Dioden (Index II), die abwechselnd je eine Drittel-Läuferperiode leiten: $U_{dr} = U_{dI} + U_{dII} = 2U_{dI}$. Das mittlere Potenzial der oberen drei Dioden $U_{dI} = 3\sqrt{3} \cdot \hat{U}_r/(2\pi)$ ist mit den in Abb. 7.27 eingezeichneten Spannungsbezugspfeilen gleich groß wie das der unteren drei Dioden. Daraus folgt:

$$U_{dr} = \frac{3}{\pi}\sqrt{3} \cdot \hat{U}_r. \tag{7.60}$$

Vom Wechselrichter, der transformatorseitig als Gleichrichter wirkt, wird die Transformatorspannung $u_{Trafo}(t)$ (also $u_R(t)/ü_{Trafo} = u'_R(t)$, analog $u'_S(t)$, $u'_T(t)$) mit der Strangspannungs-Amplitude $\hat{U}_{Trafo}$ und der Frequenz f_{Netz} als Spannung $u_{dw}(t)$ mit dem Mittelwert U_{dw} gleichgerichtet (Abb. 7.29 für den Fall: $U_{dw} = 0$). Der Mittelwert U_{dw} kann verändert werden, wenn mit einer Phasenanschnittsteuerung (Abb. 7.29: Beispiel für $\alpha = 90°$) der Zündzeitpunkt der Thyristoren mit dem Steuerwinkel α um die Zeitspanne $\alpha/(2\pi f_{Netz})$ gegenüber dem natürlichen Kommutierungszeitpunkt verzögert wird. Durch

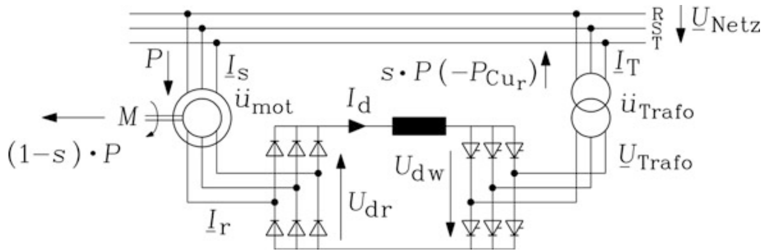


Abb. 7.26 Untersynchrone Stromrichterkaskade zur Rückgewinnung der Schlupfenergie bei drehzahlvariablem Betrieb $n < n_{\mathrm{syn}}$

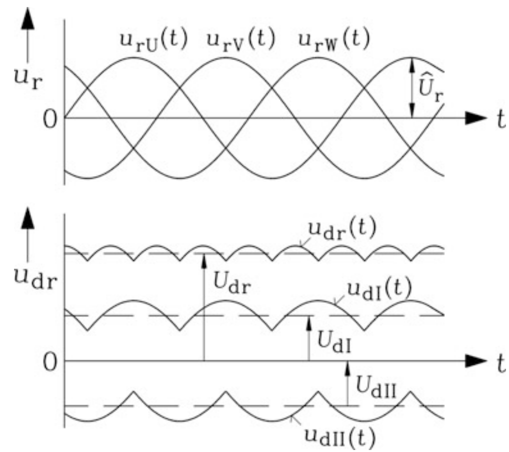


Abb. 7.27 Gleichrichtung der schlupffrequenten Läuferspannungen $u_{\mathrm{rU}}\,(t)$, $u_{\mathrm{rV}}\,(t)$, $u_{\mathrm{rW}}\,(t)$ mit dem sechspulsigen Diodengleichrichter

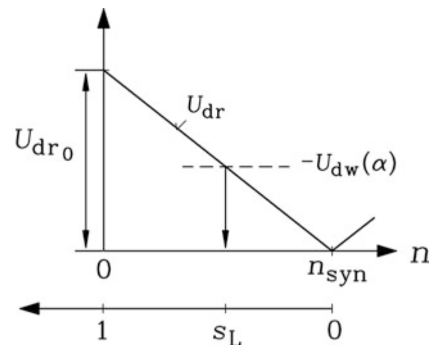


Abb. 7.28 Lineare Abnahme der gleichgerichteten Läuferspannung U_{dr} mit steigender Drehzahl n. Der Leerlaufschlupf s_{L} wird durch Veränderung des Steuerwinkels α am Wechselrichter eingestellt

diese Anschnittsteuerung ändert sich der Spannungsmittelwert U_{dw} gemäß (7.61) proportional zu $\cos\alpha$ zwischen Null (bei $\alpha = 90°$) und dem Maximalwert $U_{\mathrm{dw,max}}$ bei $\alpha = 150°$ (mit 30° Abstand zur Wechselrichter-Trittgrenze bei $\alpha = 180°$).

$$U_{\mathrm{dw}} = \frac{3}{\pi}\sqrt{3} \cdot \hat{U}_{\mathrm{Trafo}} \cdot \cos\alpha = U_{\mathrm{dw,max}} \cdot \cos\alpha \tag{7.61}$$

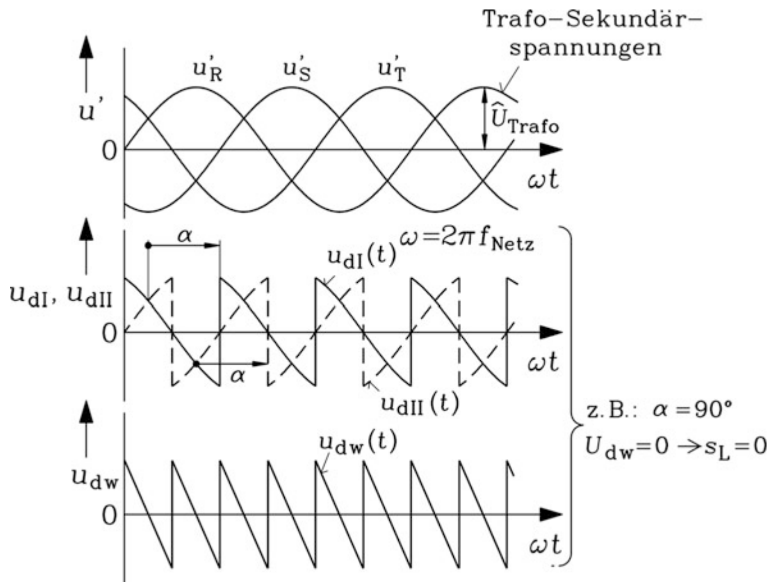


Abb. 7.29 Gleichgerichtete Netzspannung $u_{dw}(t)$ durch den Wechselrichter beim Steuerwinkel $\alpha = 90°$: Der Mittelwert der gleichgerichteten Spannung U_{dw} ist Null

Abb. 7.29 zeigt die Gleichrichtung beispielhaft bei einem Steuerwinkel $\alpha = 90°$: Hier ist der Mittelwert der gleichgerichteten Spannung Null $U_{dw} = 0$, und der Läufer verhält sich wie ein Kurzschlussläufer. Ein Wechselstrom mit dem Effektivwert I_r im Läuferkreis und damit ein Gleichstrom I_d im Zwischenkreis kann nur fließen, wenn die gleichgerichtete Läuferspannung größer als die gleichgerichtete Netzspannung $U_{dr} > -U_{dw}$ ist. Im umgekehrten Fall $U_{dr} < -U_{dw}$ würde sich der Stromfluss I_d umkehren, was nicht möglich ist, da die Dioden des Gleichrichters den Stromfluss sperren. Aus (7.59) – (7.61) folgt, dass bei einer über $\pi/2 \leq \alpha \leq \pi$ festgelegten Gleichspannung U_{dw} der Schlupf s der Asynchronmaschine gemäß $U_{dr} = U_{dr0} \cdot |s_L| = -U_{dw}$ (Abb. 7.28) größer als s_L sein muss, damit ein Läuferstrom so fließen kann, sodass ein Drehmoment entsteht. Beim Leerlaufschlupf s_L (7.62) ist der Läufer stromlos, und es gilt $U_{dw} = -U_{dr}$.

$$s > 0: \quad U_{dr} = s_L \cdot U_{dr0} = -U_{dw,max} \cos\alpha \tag{7.62}$$

Wegen der Wechselrichtertrittgrenze ist $\alpha_{max} = 150°$ üblich. Gemäß Abb. 7.24 ist für ein motorisches Drehmoment und damit $P_\delta > 0$ im untersynchronen Betrieb $s > 0$ die Schlupfleistung sP_δ positiv; sie fließt vom Rotor über den leistungselektronischen Steller zum Netz. Im übersynchronen Motorbetrieb $s < 0$ ist die Schlupfleistung $sP_\delta < 0$ negativ; ihr Leistungsfluss vom Netz zum Rotor ist über den Diodengleichrichter nicht möglich. Ebenso ist untersynchroner Generatorbetrieb $P_\delta < 0$ wegen der dann ebenfalls negativen Schlupfleistung $sP_\delta < 0$ nicht möglich. Daher ist Motorbetrieb nur untersynchron

$s > s_L > 0$ möglich. Zwischen $s = 0$ und $s = s_L$ ist kein Stromfluss in der Rotorwicklung wegen $U_{dr} < -U_{dw}$ möglich; das Drehmoment ist Null. Für $s < s_L < 0$ wäre Generatorbetrieb $P_\delta < 0$ wegen $sP_\delta > 0$ möglich, wird aber in der Praxis nicht genutzt, da die untersynchrone Kaskade hauptsächlich als Motor, z. B. als Antrieb für große drehzahlveränderbare Pumpen eingesetzt wird. Gleichrichter, Wechselrichter und Transformator müssen für den Betrieb bei maximalem Leerlaufschlupf $s_{L,max}$ bzw. für die minimale Leerlaufdrehzahl $n_{L,min}$ bemessen sein, da sie etwa die Schlupfleistung $s_{L,max}P_\delta \approx s_{L,max}P_N$ ins Netz zurück liefern müssen.
Zwei ausgewählte Betriebspunkte werden kurz besprochen:

a) $\alpha = 90°$: Beim Steuerwinkel 90° ist der Leerlaufschlupf $s_L = 0$, was dem Betrieb bei kurzgeschlossenem Läufer entspricht, da U_{dw} Null ist. Die Leerlaufdrehzahl des Läufers ist gleich der Synchrondrehzahl des Ständerdrehfelds (rechte $M_e(n)$-Kurve in Abb. 7.30).
b) $\alpha = 120°$: Bei $\alpha = 120°$ ist der Schlupf $s_L = 0.5$. Für Schlüpfe $0 < s < 0.5$ ist $-U_{dw}$ stets größer als U_{dr}; es kann in diesem Betriebsbereich kein Läuferstrom fließen, sodass kein Drehmoment entsteht. Erst für $s > s_L$ ist $U_{dr} > -U_{dw}$, sodass ein Läuferstrom fließt und ein Drehmoment entsteht. Die $M_e(n)$-Kennlinie ist daher gegenüber jener bei 90° Steuerwinkel verschoben (linke $M_e(n)$-Kurve in Abb. 7.30).

Fazit:
Die untersynchrone Stromrichterkaskade als drehzahlveränderbarer Antrieb ist eine Variante der doppeltgespeisten Asynchronmaschine. Sie ist mit kostengünstigen leistungselektronischen Komponenten ausgestattet. Deren Dimensionierung erfolgt auf die minimal erforderliche Drehzahl bzw. den zugehörigen maximalen Schlupf s_{max}. *Bei Pumpenantrieben ist i. A. nur ein eingeschränkter Drehzahlstellbereich erforderlich, da sich das Pumpendrehmoment* $\sim n^2$ *ändert. Daher ist der maximal erforderliche Schlupf* $s_{max} < 1$, *und die Bemessungs-Scheinleistung der Leistungselektronik im Verhältnis zur Maschinenleistung bei konstantem Drehmoment um* s_{max} *kleiner, bei*

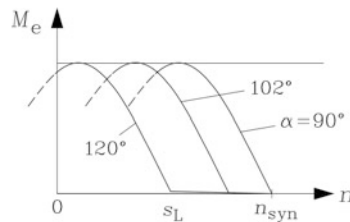


Abb. 7.30 Drehzahl-Drehmoment-Charakteristiken der untersynchronen Stromrichterkaskade für unterschiedliche Steuerwinkel $\alpha = 90°, 102°, 120°$ (von rechts nach links). Für die $M(n)$-Kennlinien ist für die Realität nur der steile Ast korrekt wiedergegeben. Das Drehmoment bei hohem Schlupf ist infolge der Stromrichterspeisung läuferseitig mitunter verzerrt. Das „Parallelverschieben" der Kennlinien gilt nur unter den hier getroffenen großen Vereinfachungen

$M \sim n^2$ entsprechend geringer. Folglich war vor allem bei großen Leistungen die untersynchrone Stromrichterkaskade eine kostengünstige Lösung, solange ständerseitige Vollumrichter, deren Bemessungsscheinleistung identisch mit jener der Maschine sein muss, zu teuer waren. Mittlerweile wird dank des Fortschritts bei den Umrichtern auch im Mittelspannungsbereich die untersynchrone Kaskade durch ständerseitig mit Umrichtern gespeiste Käfigläufer-Asynchronmaschinen abgelöst, die ihrerseits kostengünstiger als Schleifringläufer-Asynchronmaschinen sind.

Beispiel 7.14

Kesselspeisepumpen-Antrieb in einem thermischen Kraftwerk mit einer Bemessungs-Leistung $P_N = 12\,\text{MW}$.

1. Wie verändern sich die Leistung und das Drehmoment der Pumpe mit der Drehzahl?
2. Wie verändert sich die Schlupfleistung in der Asynchronmaschine mit dem Schlupf?
3. Bei welchem Schlupf ist die Schlupfleistung maximal?
4. Wie groß ist die Bemessungsleistung für die rotorseitige Leistungselektronik, wenn die niedrigste Leerlauf-Drehzahl $n_{L,min}/n_{syn} = 0.5$ der Synchrondrehzahl betragen soll?

Lösung:

1. Pumpenleistung: $P = (n/n_{syn})^3 \cdot P_N = (1-s)^3 \cdot P_N$
   Drehmoment: $M = (n/n_{syn})^2 \cdot M_N = (1-s)^2 \cdot M_N$.
2. $sP_\delta \approx s \cdot \Omega_{syn} \cdot M = s \cdot \Omega_{syn} \cdot (1-s)^2 \cdot M_N = s \cdot (1-s)^2 \cdot P_N$
3. Die Funktion $s \cdot (1-s)^2$ ist bei $s = 0.33$ maximal.
4. Die Bemessungs-Wirkleistung von Gleichrichter, Wechselrichter und Transformator ist nicht $P_r \approx s_{L,max} \cdot P_N = 0.5 \cdot 12 = 6\,\text{MW}$, da der Leistungsbedarf proportional n^3 ist. Da der Schlupf $s = 0.33$ im Betriebsbereich liegt, ist wegen 3) auf diesen auszulegen: $P_r = 0.33 \cdot (1-0.33)^2 \cdot 12 = 1.78\,\text{MW}$.

7.7 Betrieb der Asynchronmaschine bei veränderlicher Ständerfrequenz

Die Synchrondrehzahl und mit ihr die Betriebsdrehzahl der Asynchronmaschine bei einem bestimmten Lastmoment kann kontinuierlich verändert werden, wenn die Frequenz des Ständer-Drehspannungssystems kontinuierlich verändert wird (Paustian 1996; Brosch 2007). Werden dabei die Amplituden der Ständerdrehspannungen ebenfalls frequenzabhängig verändert, so wird die Höhe des Drehmoments bei einer bestimmten Drehzahl entsprechend beeinflusst. Ein Drehspannungssystem mit veränderlicher Spannungsamplitude und Frequenz kann durch drehzahlveränderbare Synchrongeneratoren mit

veränderlicher Läufererregung (Kap. 8) bereitgestellt werden, was aber einen aufwändigen rotierenden Umformer mit entsprechendem drehzahlveränderbaren Antrieb erfordert. Deshalb werden diese Drehspannungssysteme nahezu ausschließlich mit leistungselektronischen Schaltungen in sogenannten Frequenzumrichtern erzeugt, wobei allerdings die Spannungskurvenform i. A. deutlich von der gewünschten idealen Sinusform abweicht (Budig 2001). Im Folgenden wird ein idealer Umrichter angenommen, der im unteren Frequenzbereich $0 \leq f_s \leq f_N$ eine Veränderung der Drehspannungsamplituden erlaubt, während im oberen Frequenzbereich $f_s > f_N$ die Spannungsamplituden konstant sind.

a) Betriebsverhalten der Asynchronmaschine bei veränderlicher Ständerfrequenz bei Berücksichtigung von R_s: Das Drehspannungssystem mit dem Effektivwert U_s der Strangspannung speist die Asynchronmaschine mit der Frequenz f_s und treibt einen Grundschwingungsstrom I_s. Wegen der veränderlichen Kreisfrequenz ω_s werden statt der Reaktanzen X in der Stator- und Rotorspannungsgleichung (Abschn. 5.2) nunmehr die induktiven Blindwiderstände ωL und der Schlupf s explizit frequenzabhängig geschrieben (7.64), (7.65). Die Synchrondrehzahl n_{syn} ist wie in Abschn. 5.1 definiert, nun aber wegen der veränderlichen Ständerfrequenz ebenfalls veränderlich (7.63).

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{f_s/p - n}{f_s/p} = \frac{f_s - n \cdot p}{f_s} = \frac{f_r}{f_s} = \frac{\omega_r}{\omega_s} \tag{7.63}$$

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma} \underline{I}_s + j\omega_s L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.64}$$

$$0 = \frac{R'_r}{(\omega_r/\omega_s)} \cdot \underline{I}'_r + j\omega_s L'_{r\sigma} \underline{I}'_r + j\omega_s L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.65}$$

Werden die Stator- und Rotorspannungsgleichung durch die Ständerkreisfrequenz dividiert, erhalten wir

$$\frac{\underline{U}_s}{\omega_s} = \frac{R_s}{\omega_s} \cdot \underline{I}_s + jL_{s\sigma} \underline{I}_s + jL_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.66}$$

$$0 = \frac{R'_r}{\omega_r} \cdot \underline{I}'_r + jL'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jL_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.67}$$

Im Vergleich zur Stator- und Rotorspannungsgleichung bei Netzbetrieb mit fester Statorfrequenz und Statorspannung von Abschn. 5.2 erhalten wir folgende Entsprechungen: An die Stelle der Statorspannung U_s tritt der Ausdruck U_s/ω_s, an die Stelle des Statorwicklungs-Strangwiderstands R_s der Ausdruck R_s/ω_s, an die Stelle der Reaktanzen X die Induktivitäten L und an die Stelle des Schlupfs s die Rotor-Kreisfrequenz ω_r. Folglich muss die Stromortskurve $\underline{I}_s(\omega_r)$ bei konstanter Spannung U_s und Kreisfrequenz ω_s, aber veränderlicher Drehzahl n und damit veränderlicher Rotor-Kreisfrequenz ω_r wieder ein Kreis sein. Wäre in (7.66) der Statorwiderstand vernachlässigbar klein, so wäre der Scheitelwert der Statorflussverkettung Ψ_s und damit $\underline{\Psi}_s/\sqrt{2} = L_{s\sigma}\underline{I}_s + L_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r)$ konstant, wenn die Amplitude der Ständerstrangspannung linear mit der Ständerfrequenz verändert würde. Wird die Ständerstrangspannung bei Bemessungsfrequenz ω_N mit U_{sN}

bezeichnet, so ergäbe sich folgendes Steuergesetz: $U_s = U_{sN} \cdot (\omega_s/\omega_N)$. Mit dem Frequenzfaktor $c_f = \omega_s/\omega_N = f_s/f_N$ ergibt sich $U_s = U_{sN} \cdot c_f$. Mit den Reaktanzen bei Bemessungsfrequenz $X = \omega_N L$ erhalten wir aus (7.66), (7.67)

$$c_f \cdot \underline{U}_{sN} = R_s \underline{I}_s + jc_f X_{s\sigma} \underline{I}_s + jc_f X_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.68}$$

$$0 = \frac{R'_r}{s} \cdot \underline{I}'_r + jc_f X'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jc_f X_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \tag{7.69}$$

und nach Division durch c_f:

$$\underline{U}_{sN} = (R_s/c_f) \cdot \underline{I}_s + jX_{s\sigma} \underline{I}_s + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r), \tag{7.70}$$

$$0 = \frac{R'_r/c_f}{s} \cdot \underline{I}'_r + jX'_{r\sigma} \underline{I}'_r + jX_h \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r). \tag{7.71}$$

Dies führt zurück auf das in Kap. 5 angegebene T-Ersatzschaltbild bei konstanter Ständer-Bemessungsspannung, wobei jetzt anstelle der konstanten Widerstände R_s und R'_r die mit sinkender Frequenz ω_s zunehmenden Ersatzwiderstände R_s/c_f, R'_r/c_f auftreten. Wie bereits festgestellt, muss die Stromortskurve $\underline{I}_s(s)$ für jede Frequenz ω_s bzw. jedes Frequenzverhältnis c_f ein Kreis sein, sodass die in Kap. 5 beschriebene Ossanna-Kreiskonstruktion angewendet werden kann. Die Begriffe "Drehmomentgeradeünd Leistungsgerade"vom Kreisdiagramm (Kap. 5) können unmittelbar übernommen werden. Allerdings sind für jede Frequenz ω_s die Ersatzwiderstände R_s/c_f, R'_r/c_f neu zu berechnen. Bei abnehmenden c_f wachsen die Ersatzwiderstände. Daher entspricht das Betriebsverhalten der Asynchronmaschine bei linear mit der Statorfrequenz veränderter Statorspannung bei kleinen Statorfrequenzen dem Verhalten einer Asynchronmaschine mit großen Wicklungswiderständen. Das vereinfachte Heyland-Kreisdiagramm von Abschn. 5.4 ist daher bei kleinen Frequenzen nicht mehr anwendbar!

Die Lage des Kreismittelpunkts M über der Abszisse ist zum Winkel α_0 proportional, dessen Tangens gemäß Abschn. 5.4 das Verhältnis R_s/X_s ist, das hier durch $R_s/(c_f X_s)$ ersetzt wird. Daher wandert die Lage von M mit kleiner werdenden Statorfrequenzen nach oben (Abb. 7.31). Der Kreisdurchmesser ist gemäß Abschn. 5.4 umgekehrt proportional zur Durchmesserreaktanz

$$X_\emptyset = X_r^+ - X_s = \ddot{u}^2 \ddot{u}_k^2 X_r - X_s = \ddot{u}^2 \cdot \frac{R_s^2 + X_s^2}{X_h^2} \cdot X_r - X_s,$$

die hier durch

$$X_\emptyset = \ddot{u}^2 \cdot \frac{R_s^2/c_f^2 + X_s^2}{X_h^2} \cdot X_r - X_s \tag{7.72}$$

zu ersetzen ist. Sie steigt mit sinkendem c_f, sodass der Durchmesser der Stromortskurvenkreise mit sinkender Ständerfrequenz sinkt (Abb. 7.31). Damit sinken bei kleinen Ständerfrequenzen die Kippmomente ab, wenn die Ständerspannung linear mit der

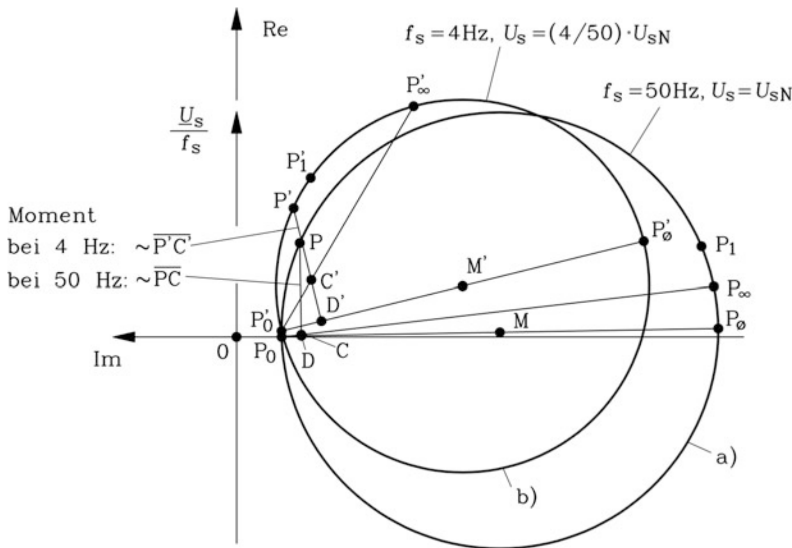


Abb. 7.31 Ständerstromortskurve einer Asynchronmaschine (**a**) bei Ständer-Bemessungsspannung und Ständerbemessungsfrequenz 50 Hz und (**b**) bei niedriger Ständerfrequenz 4 Hz und entsprechend im Verhältnis 4/50 verringerter Ständerspannung

Ständerfrequenz verändert wird. Anschaulich lässt sich das anhand (7.64) so verstehen, dass bei kleinem ω_s der Spannungsfall an den Induktivitäten gegenüber dem Spannungsfall am Ständerwiderstand absinkt, sodass die Ständerflussverkettung gegenüber Betrieb bei U_{sN}, ω_N deutlich kleiner ist. Das geringere Luftspaltfeld führt zu einem kleinen Kippmoment. Der Spannungsfall am Ständerwiderstand verringert bei eingeprägter Strangspannung U_s die Hauptfeldspannung U_h und damit quadratisch das Kippmoment $M_b \sim U_h^2$.

Beispiel 7.15

Ein typischer Norm-Asynchronmotor mit den Bemessungsdaten $f_{sN} = 50\text{Hz}$, $U_{sN} = 230\,\text{V}$ hat

a) bei Bemessungsfrequenz und Bemessungsstrom I_{sN} folgende Spannungsfälle:

$$f_s = 50\,\text{Hz} : \frac{R_s I_{sN}}{U_{sN}} = 6\ \%, \qquad \frac{X_s I_{sN}}{U_{sN}} = \frac{\omega_s L_s I_{sN}}{U_{sN}} = 300\ \%, \frac{R_s}{\omega_s L_s} = \frac{6}{300} = 0.02.$$

Der Spannungsfall am Ständerwiderstand kann bei Bemessungsfrequenz in guter Näherung vernachlässigt werden.

b) Wird jedoch der Motor bei kleiner Ständerfrequenz betrieben, z. B. 5 Hz, so ist der Spannungsfall am Widerstand im Verhältnis zum induktiven Spannungsfall der Ständerflussverkettung 10-mal größer als bei 50 Hz. Dieses Verhältnis beträgt 20 % und darf nicht mehr vernachlässigt werden: $f_s = 5\text{Hz} : \frac{R_s}{\omega_s L_s} = \frac{6}{\frac{5}{50} \cdot 300} = 0.2$.

In Abb. 7.31 sind beide Stromortskurven nach dem Schlupf s beziffert, der für jeden der beiden Kreise im Leerlauf Null und im Stillstand stets Eins ist, obwohl unterschiedliche Statorfrequenzen herrschen. Mit (7.63) können auch die Ortskurven mit ω_r anstelle s skaliert werden; die Rotorkreisfrequenz ist ebenfalls im Leerlauf Null, aber im Stillstand stets die Ständerfrequenz und daher für unterschiedliche Ständerfrequenzen nicht identisch. Mit dem aus (7.63) folgenden Zusammenhang

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{\omega_\mathrm{s}}{p} - \frac{\omega_\mathrm{r}}{p} \right) \tag{7.73}$$

hängen Drehzahl und Rotorkreisfrequenz linear voneinander ab, sodass ausgehend von der jeweiligen synchronen Winkelgeschwindigkeit ω_s/p zu jeder Rotorkreisfrequenz mit (7.73) unmittelbar die zugehörige Drehzahl gefunden wird. Man wertet die Drehmomente aus den frequenzabhängigen Stromortskurven gemäß Abb. 7.31 für einen ganzen Satz unterschiedlicher Ständerfrequenzen als Zusammenhang $M_\mathrm{e}(\omega_\mathrm{r})$ bzw. über (7.73) als $M_\mathrm{e}\,(n)$ aus oder berechnet die Drehmomente gemäß Abschn. 5.2 mit

$$M_\mathrm{e} = m_\mathrm{s} \frac{p}{\omega_\mathrm{N}} U_\mathrm{sN}^2 \frac{s(1-\sigma)X_\mathrm{s}X'_\mathrm{r} \cdot (R'_\mathrm{r}/c_\mathrm{f})}{\left(\frac{R_\mathrm{s}}{c_\mathrm{f}} \frac{R'_\mathrm{r}}{c_\mathrm{f}} - s\sigma X_\mathrm{s} X'_\mathrm{r} \right)^2 + \left(s \frac{R_\mathrm{s}}{c_\mathrm{f}} X'_\mathrm{r} + X_\mathrm{s} \frac{R'_\mathrm{r}}{c_\mathrm{f}} \right)^2} \tag{7.74}$$

oder direkt mit

$$M_\mathrm{e} = m_\mathrm{s} \frac{p}{\omega_\mathrm{s}} U_\mathrm{s}^2 \frac{(1-\sigma)\omega_\mathrm{s} L_\mathrm{s} \omega_\mathrm{r} L'_\mathrm{r} R'_\mathrm{r}}{(R_\mathrm{s} R'_\mathrm{r} - \sigma\,\omega_\mathrm{s} L_\mathrm{s} \omega_\mathrm{r} L'_\mathrm{r})^2 + (R_\mathrm{s}\omega_\mathrm{r} L'_\mathrm{r} + \omega_\mathrm{s} L_\mathrm{s} R'_\mathrm{r})^2}. \tag{7.75}$$

Es ergeben sich für ausgewählte Frequenzverhältnisse c_f die Drehmoment-Drehzahlkurven in Abb. 7.32. Jede vom Umrichter ausgesteuerte Grundfrequenz $f_\mathrm{s} = c_\mathrm{f} \cdot f_\mathrm{N}$ legt eine neue Synchrondrehzahl $c_\mathrm{f} \cdot f_\mathrm{N}/p$ fest. Dies führt zu einer zu c_f proportionalen Verschiebung der Drehmomentkurven. Jedoch verringern sich bei kleinen Frequenzen die Kippmomente im Motorbetrieb wegen des zunehmenden Einflusses von $R_\mathrm{s}/c_\mathrm{f} = \omega_\mathrm{N} R_\mathrm{s}/\omega_\mathrm{s}$. Im Generatorbetrieb führt das, wie in Kap. 5 erläutert, zu betragsmäßig größeren, im Motorbetrieb zu kleineren Kippmomenten. Wird die Ständerspannung im gesamten Frequenzbereich mit f_s linear verändert gemäß $U_\mathrm{s}/U_\mathrm{sN} = f_\mathrm{s}/f_\mathrm{N}$, so nehmen die Kippmomente mit steigender Ständerfrequenz zu, wobei diese Zunahme bei hohen Frequenzen kaum noch merkbar ist. Bei hohen Ständerfrequenzen $f_\mathrm{s} > f_\mathrm{N}$ ist nämlich der Einfluss von $R_\mathrm{s}/c_\mathrm{f} = \omega_\mathrm{N} R_\mathrm{s}/\omega_\mathrm{s}$ so klein, dass er in (7.70) vernachlässigt werden kann. Es verbleibt der von der Ständerfrequenz unabhängige Term $R'_\mathrm{r}/(c_\mathrm{f} s) = \omega_\mathrm{N} R'_\mathrm{r}/\omega_\mathrm{r}$ in (7.71). Damit entsprechen (7.70), (7.71) einer Vernachlässigung von R_s, für die das Kippmoment unabhängig von f_s ist, solange $U_\mathrm{s}/U_\mathrm{sN} = f_\mathrm{s}/f_\mathrm{N}$ ist (siehe Abschnitt b). Die zugehörigen Drehmoment-Kurven sind in Abb. 7.32b dargestellt (Kleinrath 1980).

Wird die Ständerspannung ab $f_\mathrm{s} > f_\mathrm{N}$ konstant gehalten, da der Umrichter seine maximale Ausgangspannung erreicht hat, so sinken die Kippmomente mit steigender

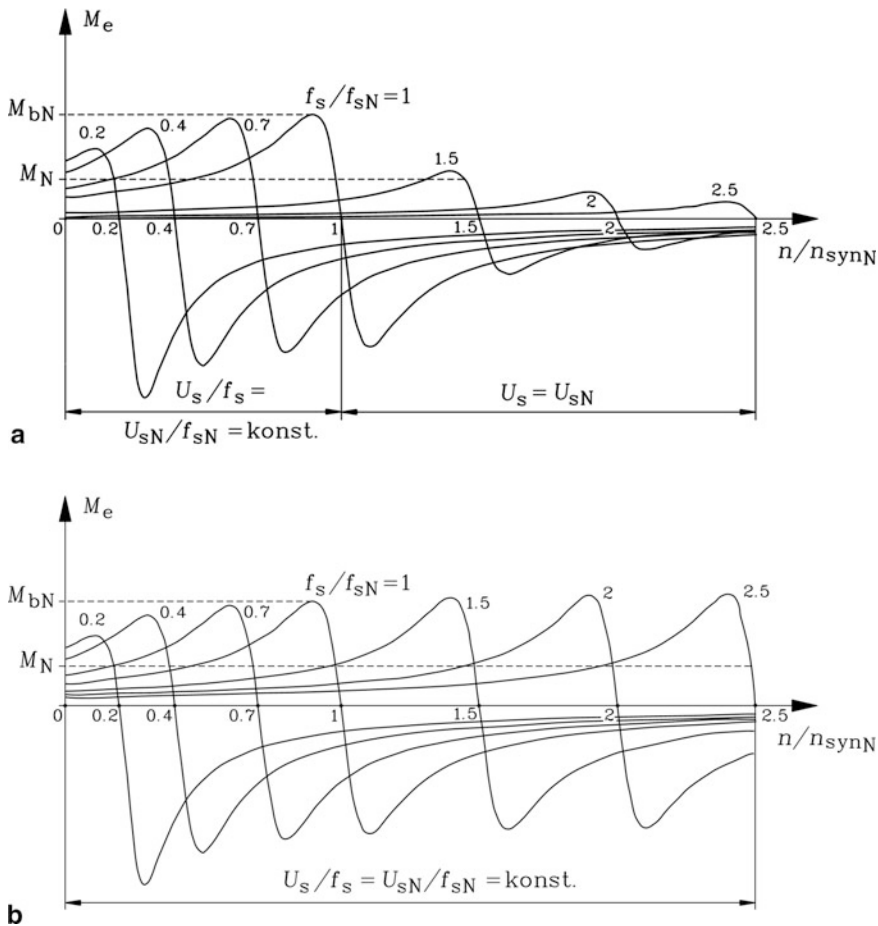


Abb. 7.32 Stationäre Drehmoment-Drehzahlkennlinien der Asynchronmaschine bei unterschiedlichen Ständerfrequenzen f_s/f_N = 0.2, 0.4, 0.7, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 für a) mit f_s linear veränderter Ständerspannung $U_s/U_{sN} = f_s/f_N$ im Bereich $0 \leq f_s \leq f_N$ und $U_s = U_{sN}$ im Bereich $f_s > f_N$, b) mit f_s linear veränderter Ständerspannung $U_s/U_{sN} = f_s/f_N$ im gesamten Frequenzbereich

Frequenz f_s etwa proportional zu $1/f_s^2$, wie in Abschn. d) gezeigt wird. Die jeweilige Betriebsdrehzahl stellt sich in dem Schnittpunkt der Drehmomentkurven der Asynchronmaschine und der Lastmaschine ein.

b) Betriebsverhalten der Asynchronmaschine bei veränderlicher Ständerfrequenz und $R_s = 0$: Für nicht zu kleine Ständerfrequenzen kann der Einfluss des Ständerwiderstands vernachlässigt werden, wie in Abschnitt a) ausgeführt wurde. Die Spannungsgleichungen lauten mit der Vereinfachung $R_s = 0$:

$$\frac{\underline{U}_{\rm s}}{\omega_{\rm s}} = jL_{\rm s\sigma}\underline{I}_{\rm s} + jL_{\rm h} \cdot (\underline{I}_{\rm s} + \underline{I}'_{\rm r}), \tag{7.76}$$

$$0 = (\frac{R'_{\rm r}}{\omega_{\rm r}} + jL'_{\rm r\sigma}) \cdot \underline{I}'_{\rm r} + jL_{\rm h} \cdot (\underline{I}_{\rm s} + \underline{I}'_{\rm r}). \tag{7.77}$$

Dann ist die Ortskurve des Ständerstromzeigers $\underline{I}_{\rm s}$ bei variabler Läuferfrequenz $\omega_{\rm r}$ und konstantem Wert $\underline{U}_{\rm s}/\omega_{\rm s}$ ein Heyland-Kreis; der Mittelpunkt M liegt wegen $R_{\rm s} = 0$ auf der negativen Im-Achse. Dieser Kreis ist nach $\omega_{\rm r}$ beziffert anstatt nach s (Abb. 7.33). Die physikalische Bedeutung von $\underline{U}_{\rm s}/\omega_{\rm s}$ = konst. ist, dass bei gleichzeitiger Veränderung der Ständer-Spannungsamplitude und der Ständer-Frequenz der Kreisdurchmesser und damit die Stromaufnahme konstant bleiben. Wie in Abschnitt a) erläutert, trifft dies für das Betriebsverhalten nur bei nicht zu kleinen Ständerfrequenzen zu.

Damit bleiben auch die Flussverkettung im Ständer und das Magnetfeld im Luftspalt unverändert. Der Drehmomentverlauf bei veränderlicher Drehzahl, aber $\underline{U}_{\rm s}/\omega_{\rm s}$ = konst. ist gemäß Abb. 7.34 über die Läuferfrequenz aus dem Kreisdiagramm Abb. 7.33 analog zu Abb. 7.31 über die Strecke $\overline{\rm PC}$ ablesbar. Für jede Stator-Kreisfrequenz $\omega_{\rm s}$ und zugehörige Spannung $U_{\rm s} \sim \omega_{\rm s}$ ergibt sich dieselbe Kurve $M_{\rm e}(\omega_{\rm r})$. Dargestellt als Kurven $M_{\rm e}(n) = M_{\rm e}(\Omega_{\rm m})$ haben sie folglich stets die gleiche Form, sind aber je nach gewählter Ständerfrequenz um das Verhältnis $\omega'_{\rm s}/\omega_{\rm s}$ parallel verschoben (Abb. 7.34). Auch aus den Formeln für Drehmoment und Kippschlupf ist unmittelbar erkennbar, dass

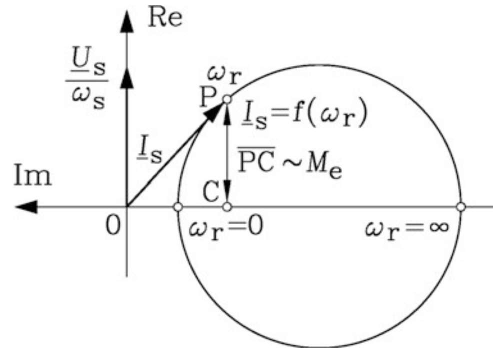


Abb. 7.33 Bei Speisung mit veränderlicher Ständerfrequenz ist die Ständerstrom-Ortskurve ein Kreis, der nach $\omega_{\rm r}$ beziffert ist, wenn $\underline{U}_{\rm s}/\omega_{\rm s}$ konstant ist. Bei $R_{\rm s} = 0$ liegt der Mittelpunkt des Kreises auf der –Im-Achse

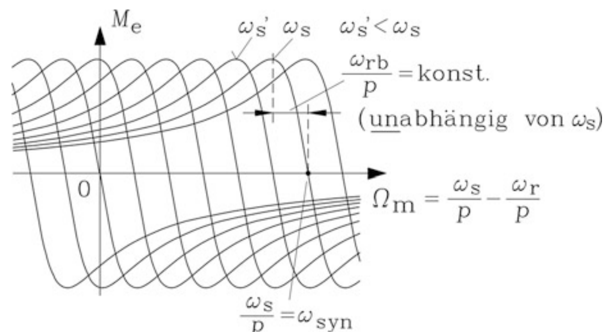


Abb. 7.34 Drehzahl-Drehmoment-Kennlinienfeld der Asynchronmaschine für unterschiedliche Ständer-Kreisfrequenzen $\omega_{\rm s}$ bei Steuerung $U_{\rm s}/\omega_{\rm s}$ = konst. ($R_{\rm s} = 0$)

die Drehzahl-Drehmoment-Kurven bei Steuerung U_s/ω_s = konst. bei bei R_s = 0 und variablem ω_s nur ihre Lage, nicht aber ihre Form ändern. Für das Kippmoment M_b gilt beispielsweise bei $R_s = 0$ gemäß Kap. 5:

$$M_b = \frac{m_s U_s^2}{\omega_s/p} \cdot \frac{1}{X_s} \cdot \frac{1-\sigma}{2\sigma} = \frac{m_s p}{2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s}\right)^2 \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma L_s} \tag{7.78}$$

Wegen U_s/ω_s = konst. ist das Kippmoment somit für nicht zu kleine Ständerfrequenzen unabhängig von der gewählten Ständerkreisfrequenz ω_s konstant. Dies gilt ebenso für die zum Kippschlupf s_b gehörende Läuferkippfrequenz ω_{rb}.

$$s_b = \frac{R_r'}{\sigma X_r'} = \frac{R_r'}{\sigma \cdot \omega_s L_r'} = \frac{\omega_{rb}}{\omega_s} \quad \Rightarrow \quad \omega_{rb} = \frac{R_r'}{\sigma L_r'} = \text{konst.} \tag{7.79}$$

Ist die maximal mögliche Umrichterausgangsspannung erreicht, so kann, wie in Abb. 7.32 gezeigt, bei weiterer Erhöhung von ω_s das Steuergesetz U_s/ω_s = konst. nicht mehr eingehalten werden. Eine weitere Erhöhung der Ständerfrequenz bedingt gemäß (7.76) eine Abnahme des Ständerflusses; es wird der Feldschwächbetrieb erreicht. Fluss und Flussverkettung sinken bereits bei Leerlauf der Maschine hyperbolisch mit steigender Ständerfrequenz. Das zugehörige Kippmoment aber sinkt gemäß (7.78) mit dem Kehrwert des Quadrats der Frequenz.

$$R_s = 0: \quad \Psi_s = \sqrt{2} \cdot \frac{U_{s,max}}{\omega_s}, \quad M_b \sim \frac{U_{s,max}^2}{\omega_s^2} \tag{7.80}$$

Die Läuferkippfrequenz ω_{rb} hingegen bleibt konstant. Daher sinkt die Neigung dM_e/ds bzw. dM_e/dn der $M_e(n)$-Kennlinie im Feldschwächbereich mit steigender Ständerfrequenz gleichfalls hyperbolisch, wie die Rechnung mit Verwendung der *Kloss*'schen Beziehung zeigt.

$$\begin{aligned} M_e(s) = M_b \cdot \frac{2 \cdot s \cdot s_b}{s^2 + s_b^2} \approx M_b \cdot \frac{2s}{s_b} \quad \text{für} \quad s << s_b \\ \left.\frac{dM_e}{ds}\right|_{s<<s_b} = \frac{2M_b}{s_b} = \frac{2M_b}{\omega_{rb}} \cdot \omega_s \sim \frac{1}{\omega_s} \end{aligned} \tag{7.81}$$

In Abb. 7.32, aber auch in Abb. 7.35, wo $n(M_e)$ für $R_s = 0$ dargestellt ist, ist das im Feldschwächbereich sinkende Kippmoment sowie die Änderung der Neigung $n(M_e)$ in der Nähe der jeweiligen Synchrondrehzahl deutlich zu erkennen.

c) Spannungsanhebung bei kleinen Ständerfrequenzen: Soll nun wie beim Fall $R_s = 0$ auch bei $R_s > 0$ bei kleinen Frequenzen das Kippmoment unverändert bleiben, muss durch Erhöhung von U_s dafür gesorgt werden, dass der Kreisdurchmesser der Stromortskurve konstant bleibt. Der Kreisdurchmesser wird bei $R_s = 0$ exakt durch $\underline{I}_s(\omega_r \to \infty) - \underline{I}_s(\omega_r =$

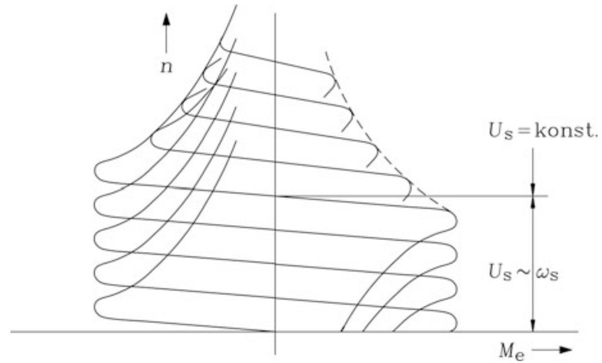


Abb. 7.35 $R_s = 0$: Drehzahl-Drehmoment-Kennlinienfeld der Asynchronmaschine für unterschiedliche Ständerkreisfrequenzen ω_s bei Steuerung U_s/ω_s = konst. und anschließendem Feldschwächbereich U_s = konst. für $\omega_s > \omega_N$

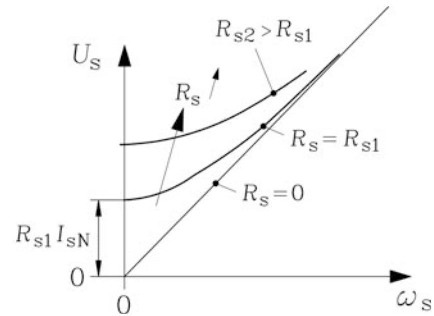


Abb. 7.36 Steuergesetz $U_s(\omega_s)$ bei kleinen Frequenzen: Spannungsanhebung zur Kompensation des Spannungsfalls am Ständerwiderstand

0) = $\underline{I}_{s\infty} - \underline{I}_{s0}$ bestimmt. Da der Betrag von $\underline{I}_{s\infty}$ deutlich größer ist als jener von $\underline{I}_{s0}$, ist für einen konstanten Kreisdurchmesser bei kleinen Ständerfrequenzen näherungsweise zu fordern, dass der Betrag von $\underline{I}_{s\infty}$ konstant bleibt.

$$\underline{I}_{s\infty} = \underline{I}_s(\omega_r \to \infty) = \frac{\underline{U}_s}{R_s + j\sigma\omega_s L_s} = \text{konst.} \tag{7.82}$$

Die Spannungsanhebung von U_s bei kleinen Frequenzen muss daher etwa gemäß (7.83) erfolgen (Abb. 7.36).

$$I_{s\infty} = \text{konst.} \quad \Rightarrow \quad U_s \sim \sqrt{R_s^2 + (\sigma\omega_s L_s)^2} \tag{7.83}$$

Bei der minimalen Ständerfrequenz “Null” wird die Ständerwicklung mit Gleichstrom I_s gespeist; es verbleibt als notwendige Ständerspannung nur der Gleichspannungsfall am Ständerwiderstand $I_s R_s$. Soll dann Bemessungsstrom fließen, so ist die minimale Umrichterausgangsspannung der Spannungs-Offset $\Delta U = R_s I_N$. In der Praxis wird nicht die komplizierte Funktion (7.83) im Umrichter nachgebildet, sondern es wird die Ständerspannung zwischen ΔU bei $f_s = 0$ und U_{sN} bei f_N linear interpoliert (Abb. 7.37). Das Kippmoment bleibt dann im unteren Frequenzbereich zwar nicht konstant, aber es bleibt oberhalb eines gewissen Mindestwerts, z. B. oberhalb des Bemessungsmoments.

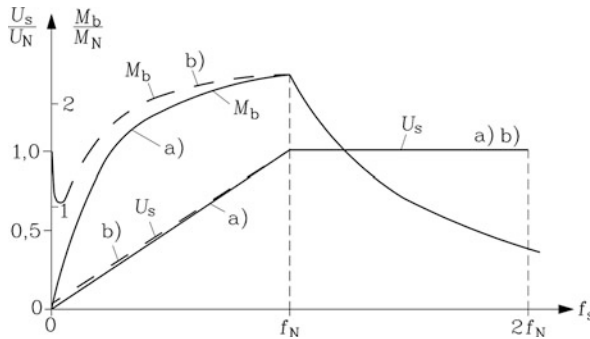


Abb. 7.37 Lineare Zunahme des Effektivwerts der Grundschwingung der Ständerspannung mit der veränderlichen Ständerfrequenz f_s im Bereich $0 \leq f_s \leq f_N$ und zugehöriges Kippmoment der Asynchronmaschine für $R_s > 0$: (**a**) ohne Spannungsoffset bei $f_s = 0$: Das Kippmoment ist bei $f_s = 0$ Null. (**b**) mit Spannungsoffset $\Delta U = R_s I_N$ bei $f_s = 0$ (gestrichelte Kurve). Das minimale Kippmoment liegt im Bereich $0 \leq f_s \leq f_N$ stets oberhalb des Bemessungsmoments M_N

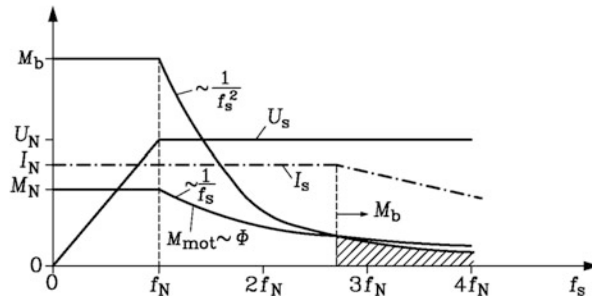


Abb. 7.38 Drehzahlveränderbarer Asynchronantrieb: Ständerspannung U_s, Kippmoment M_b (für $R_s = 0$), Dauerdrehmomentbedarf M_{mot} im Grunddrehzahlbereich (= unterhalb f_N) und für konstante Leistung im Feldschwächbereich (= oberhalb f_N) und erforderlicher magnetischer Luftspaltfluss Φ bei Betrieb mit konstantem Statorstrom $I_s = I_N$. Im schraffierten Betriebsbereich ist kein Konstantleistungsbetrieb mehr möglich, sondern nur noch Betrieb bis maximal zur Kippleistung

d) Spannungsgrenze bei hohen Ständerfrequenzen: Gemäß den Drehmomentkennlinien in Abschn. 7.1 haben zahlreiche Arbeitsmaschinen oberhalb der Bemessungsdrehzahl einen konstanten Leistungsbedarf, sodass das Drehmoment mit $1/n$ sinkt. Da die Asynchronmaschine bei kleinen Rotorfrequenzen $0 \leq \omega_r \leq \omega_{rN}$ betrieben wird, können wir gemäß (7.73) für die Drehzahl näherungsweise schreiben:

$$n = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{\omega_s}{p} - \frac{\omega_r}{p} \right) \approx \frac{\omega_s}{2\pi p} \tag{7.84}$$

Daher sinkt das von der Maschine geforderte Drehmoment $M_e \sim 1/\omega_s$. Das Drehmoment ist bei kleinen Rotorfrequenzen proportional zum Produkt aus Statorflussverkettung und dem dazu um 90° phasenverschobenen Rotorstrom. Die Statorflussverkettung sinkt im Bereich konstanter Ständerspannung oberhalb der Bemessungsdrehzahl $\Psi_s \sim 1/\omega_s$. Folglich

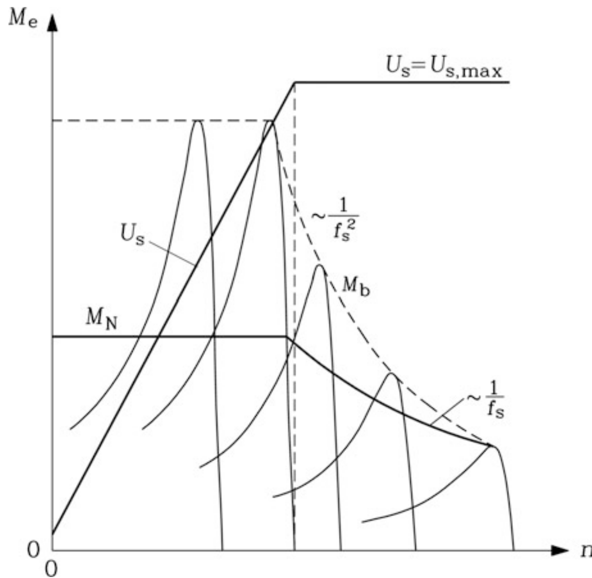


Abb. 7.39 Drehzahlveränderbarer Asynchronantrieb: Ständerspannung U_s mit Spannungsanhebung bei $f_s = 0$, Kippmomentgrenze M_b (gestrichelt), Bemessungs-Drehmomentbedarf im Grunddrehzahlbereich, Konstantleistungsbetrieb im Feldschwächbereich bis zum Erreichen der Kippgrenze, die durch die Umrichterspannungsgrenze $U_{s,max}$ festgelegt ist

muss für konstante Wirkleistung der Rotorstrom konstant bleiben. Der Magnetisierungsstrom sinkt wegen $I_m \sim \Psi_h \approx \Psi_s \sim 1/\omega_s$ ebenfalls. Der Ständerstrom ist somit bei entsprechend starker Feldschwächung nur wenig größer als der Rotorstrom I'_r. Da wegen der konstanten Ständerspannung aber das Kippmoment proportional $M_b \sim U^2_{s,max}/\omega^2_s$ und damit stärker als der Drehmomentbedarf sinkt, wird bei einer bestimmten Ständerfrequenz die durch die Spannungsgrenze des Umrichters festgelegte Kippmomentgrenze unter den Drehmomentbedarf sinken (Abb. 7.38). Oberhalb dieser Ständerfrequenz ist kein Betrieb mit konstanter Leistung mehr möglich (Abb. 7.39), sondern als Maximalleistung kann nur noch die Kippleistung abgegeben werden, die wegen $P_b = 2\pi \cdot n \cdot M_b \approx 2\pi \cdot n_{syn} \cdot M_b \sim U^2_{s,max}/\omega_s$ mit $P_b \sim 1/\omega_s$ abnimmt (schraffierter Bereich in Abb. 7.38). In Abb. 7.39 ist die Spannungsanhebung bei der linearen Spannungs-Frequenz-Kennlinie bei kleinen Statorfrequenzen zu erkennen. Es wurde (abweichend zu Abb. 7.37) angenommen, dass dadurch das Kippmoment im Grunddrehzahlbereich näherungsweise konstant bleibt.

7.8 Asynchronmaschine mit Frequenzumrichterspeisung

a) Frequenzumrichter mit Spannungs- oder Strom-Zwischenkreis: Frequenzumrichter richten das Drehspannungssystem des Netzes gleich und erzeugen über einen maschinenseitigen Wechselrichter ein neues Drehspannungssystem mit variabler Frequenz f_{mot} und variabler Spannungsamplitude (Abb. 7.40) (Späth 1984; Drury 2009). Der zwischen

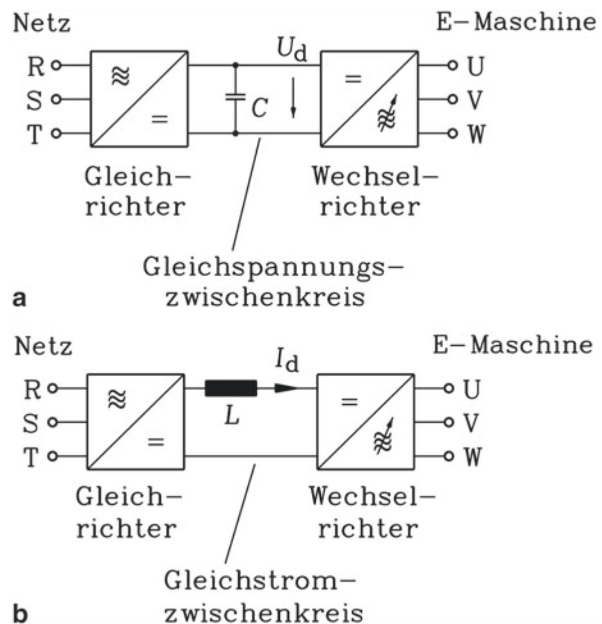


Abb. 7.40 Blockschaltbild eines (**a**) Spannungszwischenkreis-Umrichters, (**b**) Stromzwischenkreis-Umrichters

Netzgleichrichter und maschinenseitigem Wechselrichter befindliche Zwischenkreis glättet beim Spannungszwischenkreis-Umrichter über einen Zwischenkreiskondensator C die Gleichspannung U_d (Abb. 7.40a). Beim Stromzwischenkreis-Umrichter (Abb. 7.40b) wird der Gleichstrom I_d über eine große Zwischenkreisinduktivität L geglättet (Klautschek 1976). Spannungszwischenkreis-Umrichter stellen für die elektrische Maschine eine Spannungsquelle ähnlich wie das Netz dar, während Stromzwischenkreis-Umrichter einer geregelten Stromquelle entsprechen. Erstere sind daher universeller einsetzbar als Stromzwischenkreis-Umrichter, denn ein Parallelbetrieb mehrerer Motoren an diesem Umrichtertyp ist ohne weiteres möglich. Die Stromaufnahme der einzelnen Motoren wird durch die anliegende Spannung und die jeweilige Motorimpedanz wie beim Netzbetrieb (Kap. 5) bestimmt. Beim Stromzwischenkreis-Umrichter ist beim Motorparallelbetrieb wegen des über die große Zwischenkreisinduktivität eingeprägten Summenstroms die gleichmäßige Aufteilung des Stroms auf die einzelnen Motoren problematisch. Ebenso ist beim Stromzwischenkreis-Umrichter der Umrichter-Leerlaufbetrieb ohne angeschlossenen Motor i. A. nicht ohne weiteres möglich, da dann der Ausgangsstrom und damit der Zwischenkreisstrom Null sind, sodass der Strom als Eingangsgröße für die Umrichtersteuerung fehlt. Der Spannungszwischenkreis-Umrichter kann auch ohne angeschlossene Motoren betrieben werden, wobei die Leerlaufspannung an den Ausgangsklemmen messbar zur Verfügung steht. Daher hat sich der Spannungszwischenkreis-Umrichter als überwiegend eingesetzter Umrichtertyp im unteren und mittleren Leistungsbereich durchgesetzt, während der Stromzwischenkreis-Umrichter als Einzelantrieb bei großen Leistungen, oft mit Synchronmotoren, verwendet wird (Lloyd 1992; Taylor et al. 1997).

Die variable Ausgangsspannung wird beim Spannungszwischenkreis-Umrichter mit dem Wechselrichter entweder über „Blockspannungsbetrieb“ oder „Pulsweitenmodulation (PWM)“ aus der Gleichspannung U_d erzeugt. Bei Blockspannungsbetrieb besteht die verkettete Ausgangswechselspannung je Schwingungsdauer $T = 1/f_\mathrm{mot}$ aus einem positiven und einem negativen Rechteckspannungsblock mit je $T/3$ Dauer und mit der Amplitude U_d. Um die Amplitude zu verändern, muss U_d über den netzseitigen gesteuerten Gleichrichter (z. B. als sechspulsige Thyristorbrücke, Abb. 7.41) verändert werden. Bei Pulsweitenmodulation besteht die verkettete Ausgangswechselspannung je Schwingungsdauer T aus positiven und negativen Rechteckspannungsblöcken mit variierender Blockdauer. Deren Amplitude U_d wird nicht verändert, sodass der netzseitige Gleichrichter ein einfacher Diodengleichrichter sein kann (Abb. 7.44). Eine variable Spannung wird über unterschiedliche Pulsbreiten-Pulspausen-Verhältnisse eingestellt.

b) Frequenzumrichter im Blockspannungsbetrieb: Die über Phasenanschnitt gesteuerte sechspulsige Thyristor-Gleichrichterbrücke (GR) des Spannungszwischenkreis-Umrichters für reinen Blockspannungsbetrieb (Abb. 7.41) lädt den Zwischenkreiskondensator auf die Gleichspannung U_d. Diese wird im Zwischenkreis ZK durch die Speicherung elektrischer Ladung im Kondensator geglättet (Jäger 1977). Die kleine zusätzliche Zwischenkreisinduktivität im Spannungszwischenkreis von Abb. 7.41 dient zur Strombegrenzung beim Laden des Zwischenkreiskondensators und zur Begrenzung der netzseitigen Stromoberschwingungen. Die Wechselrichterventile V1, V4 bzw. V2, V5 und V3, V6 (WR) sind in Abb. 7.41 Schalttransistoren mit antiparallelen Freilaufdioden (Stillmann 1997; Schröder 2006). Oberes und unteres Ventil je Zweig dürfen nie gleichzeitig eingeschaltet sein, sonst schließen sie den Zwischenkreis kurz! Es kann daher jeder der drei Wechselrichterzweige als Schalter aufgefasst werden, der die jeweilige Ausgangsklemme L1, L2, L3 der z. B. in Stern geschalteten Maschinen-Wicklungsstränge an positives Potenzial $\varphi = U_\mathrm{d}/2$ oder an negatives Potenzial $\varphi = -U_\mathrm{d}/2$ schaltet (Abb. 7.42a). Daraus entstehen bei gleichartiger, aber um $T/3$ zeitversetzter Schaltfolge der drei Maschinenstränge je Klemme die rechteckförmigen Potenzialverläufe φ_L1, φ_L2 und φ_L3 (Abb. 7.42b), die zwischen $+U_\mathrm{d}/2$ und $-U_\mathrm{d}/2$ wechseln, wenn als Bezugspotenzial $\varphi = 0$ willkürlich die halbe Zwischenkreisspannung definiert wird. Dabei wird die

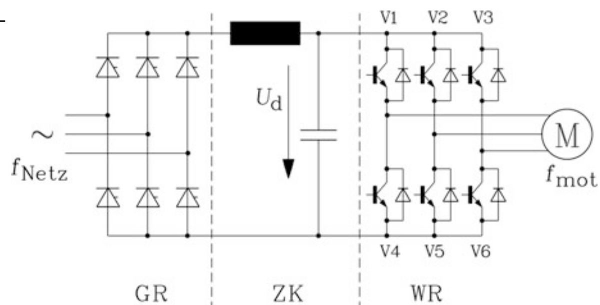


Abb. 7.41 Spannungszwischenkreis-Umrichter für Blockspannungsbetrieb mit variabler Zwischenkreis-Gleichspannung U_d (GR: Gleichrichter, ZK: Zwischenkreis, WR: Wechselrichter, M: elektrische Maschine)

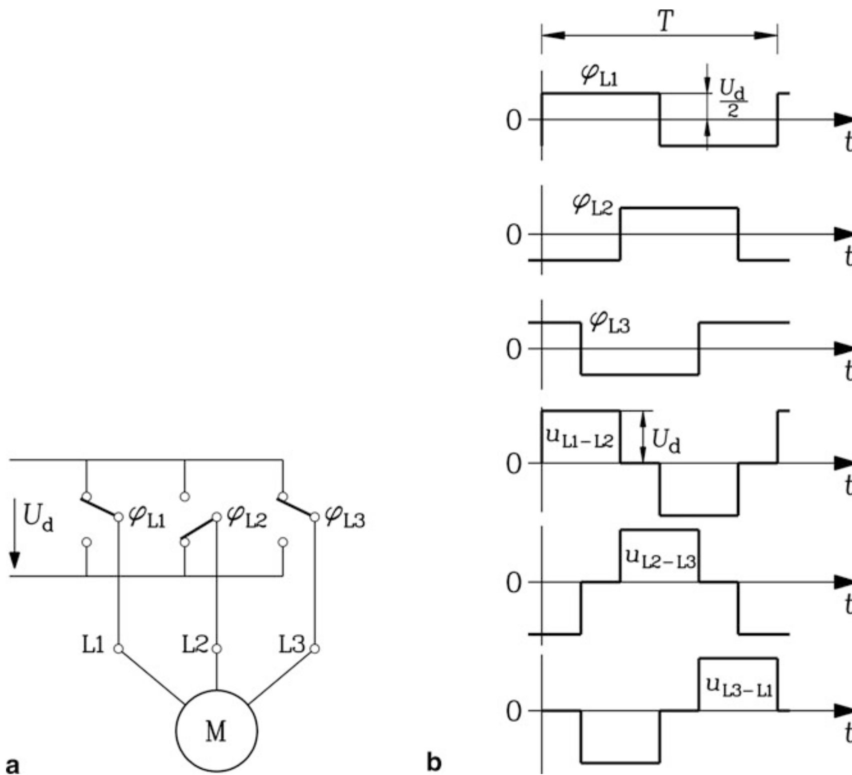


Abb. 7.42 Blockspannungsbetrieb des Spannungszwischenkreis-Umrichters: (**a**) Prinzipielle Darstellung des Schaltvorgangs, (**b**) Klemmenpotenzial φ und verkettete Spannung u_{LL} (Quelle: Kleinrath 1980)

Schwingungsperiode $T = 1/f_{\mathrm{mot}}$ durch die Schaltzeitpunkte der Wechselrichterventile festgelegt. Die Maschinenströme werden beim Abschalten eines Ventils nicht schlagartig unterbrochen, sondern können über die Freilaufdioden weiter fließen. Die verkettete Klemmenspannung $u_{\mathrm{L1-L2}}$ entsteht als Potenzialdifferenz zwischen den Maschinenklemmen L1 und L2. Sie ist für $T/3$ positiv $+U_{\mathrm{d}}$, sodann für $T/6$ Null, weiter für $T/3$ negativ $-U_{\mathrm{d}}$ und danach für $T/6$ wieder Null. Wegen ihres blockförmigen Zeitverlaufs wird diese Betriebsart "Blockspannungsbetrieb"genannt.

$$u_{\mathrm{L1-L2}}(t) = \varphi_{\mathrm{L1}}(t) - \varphi_{\mathrm{L2}}(t) \tag{7.85}$$

Die Amplitude von $u_{\mathrm{L1-L2}}(t)$ ist U_{d}. Durch Phasenanschnittsteuerung des Gleichrichters GR (Abb. 7.) über den Steuerwinkel α_{GR} wird, wie in Abschn. 7.6 erläutert (vgl. Abb. 7.29), die Höhe der Zwischenkreisspannung U_{d} verändert. Sie kann maximal den Mittelwert der gleichgerichteten Netzspannung erreichen, wenn der Steuerwinkel $\alpha_{\mathrm{GR}} = 0$ ist: $U_{\mathrm{d,max}} = \frac{3}{\pi}\sqrt{2} \cdot U_{\mathrm{Netz}}$ (U_{Netz}: Effektivwert der verketteten Netzspannung, vgl. Abb. 7.27).

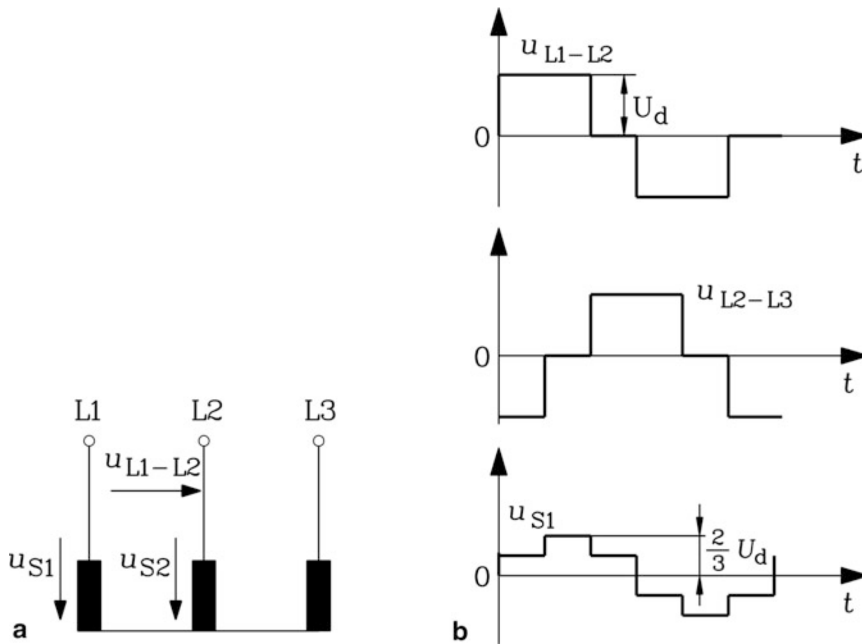


Abb. 7.43 Blockspannungsbetrieb bei Sternschaltung: (**a**) Strangspannungen u_{S1}, u_{S2} und verkettete Spannung $u_{\mathrm{L1–L2}}$, (**b**) Zeitlicher Verlauf zweier verketteter Spannungen $\mathrm{u_{LL}}$ und der Strangspannung $\mathrm{u_{S1}}$ (Quelle: Kleinrath 1980)

Die Strangspannung u_{S} der elektrischen Maschine wird aus den folgenden Maschengleichungen ermittelt (Abb. 7.43a), wobei wir ein nullspannungsfreies Strangspannungssystem (7.88) annehmen (vgl. die Ausführungen zur Nullspannung in Abschn. 14.5).

$$u_{\mathrm{S1}}(t) - u_{\mathrm{S2}}(t) = u_{\mathrm{L1–L2}}(t) \tag{7.86}$$

$$u_{\mathrm{S2}}(t) - u_{\mathrm{S3}}(t) = u_{\mathrm{L2–L3}}(t) \tag{7.87}$$

$$u_{\mathrm{S1}}(t) + u_{\mathrm{S2}}(t) + u_{\mathrm{S3}}(t) = 0 \tag{7.88}$$

Daraus folgt z. B. für Strang 1 die Strangspannung $u_{\mathrm{S1}}\,(t)$ (Abb. 7.43b).

$$u_{\mathrm{S1}}(t) = \frac{2u_{\mathrm{L1–L2}}(t) + u_{\mathrm{L2–L3}}(t)}{3} \tag{7.89}$$

Sie hat einen treppenförmigen Zeitverlauf mit der „Stufendauer“ $T/6$ und der Amplitude $2U_{\mathrm{d}}/3$. Das Maximum von u_{S1} eilt dem Maximum der verketteten Spannung $u_{\mathrm{L1–L2}}$ um $T/12$ nach.

Die blockförmige verkettete Spannung ist als zeitliche Fourier-Reihe mit den Spannungsamplituden $\frac{4}{\pi}\frac{U_{\mathrm{d}}}{k'} \cdot \sin(k' \cdot \pi/3)$ darstellbar. Es treten nur ungerade Ordnungszahlen $k' = 1, 3, 5, 7, 9, \ldots$ auf. Es treten nur ungerade Ordnungszahlen k' auf. Die

Spannungsamplituden sind für durch drei teilbare Ordnungszahlen k' Null und können daher durch vorzeichenbehaftete Ordnungszahlen k gemäß (7.90), (7.91) als $\frac{2}{\pi}\sqrt{3}\frac{U_d}{k}$ dargestellt werden. Negative Amplitudenwerte bedeuten eine Phasenverschiebung um 180°.

$$u_{LL}(t) = \sum_{k=1,-5,7,..}^{\infty} \hat{U}_{LL,k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) = \sum_{k=1,-5,7,..}^{\infty} \frac{2}{\pi}\sqrt{3}\frac{U_d}{k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \tag{7.90}$$

$$k = 1 + 6g \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \Rightarrow k = 1, -5, 7, -11, 13, \ldots \tag{7.91}$$

Die Ordnungszahlen k der Spannungsoberschwingungen dürfen nicht mit den Ordnungszahlen ν der Fourier-Reihe der räumlich-zeitlichen Feldwellen von Kap. 3 verwechselt werden, sondern sind vergleichbar mit den Spannungsoberschwingungen der induzierten Spannung in Kap. 4. Die verkettete Spannung zwischen zwei Klemmen besteht somit aus einer unendlichen Summe von harmonischen Spannungen mit den Frequenzen $k' \cdot f_s$ bzw. $|k| \cdot f_s$. Die Amplituden der zugehörigen harmonischen Strangspannungen werden gemäß (7.86)–(7.88) aus den verketteten Spannungen berechnet und sind um den Faktor $1/\sqrt{3}$ kleiner. Für jede Frequenz erzeugt der Wechselrichter ein Drehspannungssystem, das in (7.92) beispielhaft für die Strangspannungen angegeben ist, wobei das Maximum der Strangspannung in Strang U bei $t = 0$ auftreten soll.

$$\begin{aligned} u_{Uk}(t) &= \hat{U}_{Sk} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \\ u_{Vk}(t) &= \hat{U}_{Sk} \cdot \cos(k \cdot (\omega_s t - 2\pi/3)) \\ u_{Wk}(t) &= \hat{U}_{Sk} \cdot \cos(k \cdot (\omega_s t - 4\pi/3)) \end{aligned} \tag{7.92}$$

Beispiel 7.16

1. Geben Sie das Drehspannungssystem für die Grundschwingung und für die 5. Oberschwingung an!
2. Geben Sie das Amplitudenspektrum der ersten fünf Harmonischen der verketteten Spannung bei Blockspannungsbetrieb, bezogen auf die Amplitude der Grundschwingungsspannung, an!

Lösung:

1. Grundschwingung:

$$k = 1: \quad \begin{aligned} u_{U1}(t) &= \hat{U}_{S1} \cos(\omega_s t) \\ u_{V1}(t) &= \hat{U}_{S1} \cos(\omega_s t - 2\pi/3) \\ u_{W1}(t) &= \hat{U}_{S1} \cos(\omega_s t - 4\pi/3) \end{aligned}$$

Tab. 7.6 Amplituden der verketteten Umrichter-Ausgangsspannung (Blockspannung) bis zur 13. Ordnung

k	1	–5	7	–11	13
$\hat{U}_{\mathrm{LL},k}/\hat{U}_{\mathrm{LL},1}$	1	–0.2	0.14	–0.1	0.08

Die Phasenfolge der Grundschwingungs-Strangspannungen ist U, V, W. 5-te Oberschwingung:

$$|k| = 5: \quad \begin{aligned} u_{\mathrm{U5}}(t) &= \hat{U}_{\mathrm{S5}}\cos(5\omega_{\mathrm{s}}t) \\ u_{\mathrm{V5}}(t) &= \hat{U}_{\mathrm{S5}}\cos(5\omega_{\mathrm{s}}t - 10\pi/3) = \hat{U}_{\mathrm{S5}}\cos(5\omega_{\mathrm{s}}t - 4\pi/3) \\ u_{\mathrm{W5}}(t) &= \hat{U}_{\mathrm{S5}}\cos(5\omega_{\mathrm{s}}t - 20\pi/3) = \hat{U}_{\mathrm{S5}}\cos(5\omega_{\mathrm{s}}t - 2\pi/3) \end{aligned}$$

Die Phasenfolge der Strangspannungen der 5. Oberschwingung ist U, W, V. Gegenüber der Grundschwingung wirkt das 5. Oberschwingungssystem folglich, wie wenn zwei Phasen vertauscht worden wären.

2. Die Spannungsharmonischen nehmen mit $1/|k|$ ab (Tab. 7.6).

Die Berechnung für die weiteren Oberschwingungen zeigt, dass alle Oberschwingungs-Spannungssysteme mit positiver Ordnungszahl k die Phasenfolge U, V, W aufweisen, während jene mit negativer Ordnungszahl wie z. B. $k = -5$, die inverse Phasenfolge U, W, V haben. Dies wird richtig durch negative Ordnungszahlen k in (7.92) dargestellt, denn (7.92) für z. B. $k = -5$ ist identisch mit der Darstellung für $|k| = 5$ in Bsp. 7.16.

Fazit:
Die elektrische Maschine erhält bei Blockspannungsspeisung ein Gemisch unterschiedlich-frequenter Drehspannungssysteme, von denen nur das Grundschwingungssystem mit $k = 1$ erwünscht ist und von der Maschine betriebsbestimmend genutzt wird. Die Frequenz der Spannungsgrundschwingung $f_{\mathrm{mot}} = 1/T_{\mathrm{s}} = f_{\mathrm{s}}$ ist die Statorfrequenz der Maschine. Die Oberschwingungssysteme $|k| > 1$ rufen zusätzliche unerwünschte Oberschwingungsströme mit erhöhter Frequenz $|k| \cdot f_{\mathrm{s}}$ in der Wicklung hervor, die zusätzliche Felddrehwellen im Luftspalt und damit zusätzliche Radialkräfte, aber auch Tangentialkräfte, die als Pulsationsmomente wirken, und Verluste verursachen.

c) Pulsweitenmodulation: Durch Pulsweitenmodulation (PWM) der Umrichterausgangsspannung kann eine Grundschwingungsspannung mit variabler Amplitude und Frequenz erzeugt werden, ohne dass die Zwischenkreisspannung U_{d} verändert werden muss (Haun 1992). Weiter können durch PWM die Amplituden $U_{\mathrm{s},k}$ vor allem für niedrige Ordnungszahlen k signifikant gesenkt werden.

Ein ungesteuerter Diodengleichrichter erzeugt aus dem Netz-Drehspannungssystem eine konstante Gleichspannung U_{d} (Abb. 7.44).

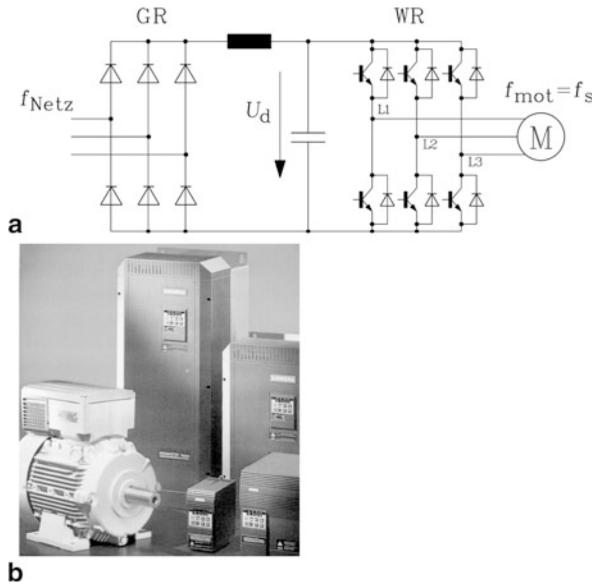


Abb. 7.44 (**a**) Prinzipschaltung des Spannungszwischenkreisumrichters mit Pulsweitenmodulation (GR: Gleichrichter, WR: Wechselrichter, M: elektrische Maschine), (**b**) Pulsweitenmodulierende Umrichter für Leistungen 0.75 kW bis 75 kW (links: eingebaut im Motorklemmenkasten eines Norm-Asynchronmotors als "integrierter Umrichtermotor" 7.5 kW; rechts: Einzelgeräte) (Quelle: Siemens AG)

Beim Unterschwingungsverfahren werden die Ein- und Ausschaltbefehle der sechs abschaltbaren Ventile des Wechselrichters WR über den Vergleich eines mit Schaltfrequenz $f_T = 1/T_T$ (auch Taktfrequenz genannt) geschalteten Sägezahnsignals u_{SZ} konstanter Amplitude und einem mit der gewünschten Spannungsgrundschwingungs-Frequenz f_s pulsierenden Sinus-Referenzsignals u_{ref} variabler Amplitude A_1 bestimmt. Die Spannungsamplitude von u_{ref} variiert, bezogen auf die Amplitude von u_{SZ}, zwischen $0 \leq A_1 \leq 1$. Wird bei $u_{ref} > u_{SZ}$ die Klemme L1 an positives Potenzial $\varphi = U_d/2$ geschaltet und bei $u_{ref} < u_{SZ}$ an negatives Potential $\varphi = -U_d/2$, so ergibt sich für das Potenzial φ_{L1} der Klemme L1 der in Abb. 7.45, links, dargestellte Verlauf. Dabei ist als Beispiel die Amplitude $A_1 = 0.5$ gewählt und das Verhältnis $f_T/f_{s=}9$. Mit den Klemmen L2, L3 wird ebenso, jedoch um $T_s/3$ bzw. $2T_s/3$ phasenversetzt verfahren, wobei $T_s = 1/f_s$ die gewünschte Periodendauer der zu erzeugenden Spannungsgrundschwingung ist. Die verkettete Spannung zwischen zwei Klemmen, z. B. L1 und L2, ergibt sich aus der Potenzialdifferenz der beiden Klemmen gemäß Abb. 7.45, rechts.

$$u_{L2-L1} = \varphi_{L2} - \varphi_{L1} \tag{7.93}$$

Diese gepulste Spannung enthält Pulse unterschiedlicher Weite, die mit doppelter Schaltfrequenz $f_p = 2f_T$, der Pulsfrequenz, auftreten.

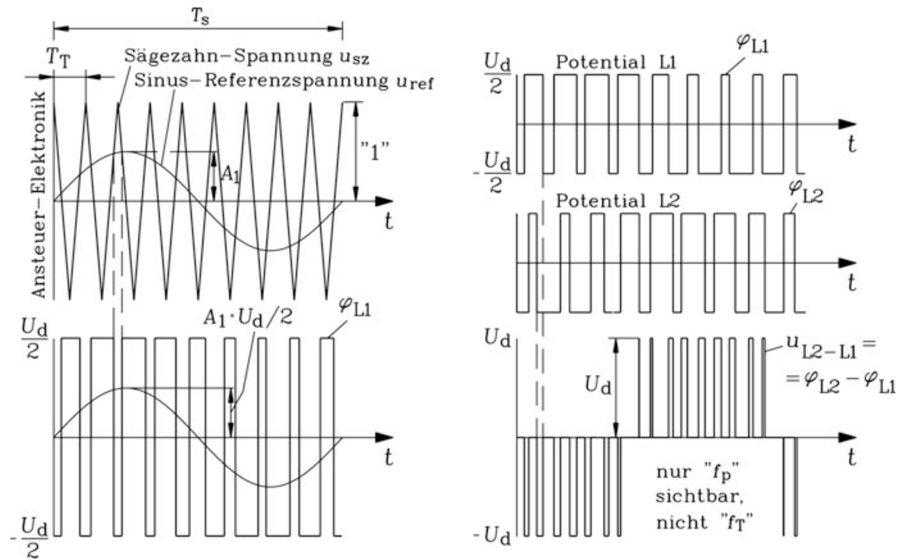


Abb. 7.45 Erzeugung einer gepulsten Umrichter-Ausgangsspannung mit dem Unterschwingungsverfahren: Links: Entstehung des Potenzials $\varphi_{L1}(t)$ der Klemme L1 (im Beispiel: bezogene Amplitude $A_1 = 0.5$), rechts: Entstehung der verketteten Spannung $u_{L2-L1}(t)$ (Quelle: Kleinrath 1980)

Die Fourier-Reihen des elektrischen Potenzials $\varphi_{L1}(t)$ und der Spannung $u_{L2-L1}(t)$ von Abb. 7.45 ergeben die in Tab. 7.7 angegebenen Amplituden. Wegen der Abszissensymmetrie der Signale treten nur Harmonische mit ungeraden Ordnungszahlen k' auf.

$$\varphi_{L1}(t) = \sum_k{}' \hat{\varphi}'_k \cdot \cos(k' \cdot \omega_s t) \tag{7.94}$$

$$u_{L2-L1}(t) = \sum_k{}' \hat{U}_{LL,k'} \cdot \cos(k' \cdot \omega_s t) \tag{7.95}$$

Im Klemmenpotenzial φ_L tritt in Tab. 7.7 neben der Grundschwingung $k' = 1$ eine hohe Amplitude mit Schaltfrequenz ($k' = 9$) und mit etwa doppelter Schaltfrequenz ($k' = 17$ und 19) auf. Für diese beiden Ordnungszahlen gilt die Formel

Tab. 7.7 Harmonische Analyse des Klemmenpotenzials $\varphi_{L1}(t)$ und der Klemmenspannung $u_{L2-L1}(t)$ von Abb. 7.45 (Pulsweitenmodulation für $A_1 = 0.5$ und dem Verhältnis $f_T/f_s = 9$)

k'	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
$\frac{\hat{\varphi}'_k}{U_d/2}$	0.5	$< 10^{-5}$	0.001	0.09	1.08	0.09	0.002	0.04	0.36	0.36
$\frac{\hat{U}_{LL,k'}}{\hat{U}_{LL,1}}$	1	0	0.002	0.18	0	0.18	0.004	0	0.72	0.72

$$k' = \left| \frac{2f_T}{f_s} \pm 1 \right| \Rightarrow k' = |18 \pm 1| = 17,\ 19.$$

Weil aber Oberschwingungen mit durch drei teilbaren Ordnungszahlen in der verketteten Spannung nicht auftreten können, verschwindet dort die schaltfrequente Amplitude, wenn f_T/f_s durch drei teilbar ist. In der verketteten Spannung sind nur die Oberschwingungsamplituden mit etwa doppelter Schaltfrequenz sichtbar (Pulsfrequenz). Diese Spannungs-Oberschwingungssysteme lassen sich wieder mit vorzeichenbehafteten Ordnungszahlen k darstellen, da sie mit steigender Ordnungszahl abwechselnd zueinander inverse Phasenfolgen U, V, W und U, W, V aufweisen. Durch die PWM wird die Amplitude der Oberschwingung mit niedrigster Ordnungszahl $k = -5$ gemäß Tab. 7.7 gegenüber Blockspannungsbetrieb wirkungsvoll verkleinert, während sie bei $k = 7$ etwa gleich groß ist (vgl. Tab. 7.6). Da die die Amplitude des Referenzsinus im Beispiel $A_1 = 0.5$ ist, ist in Tab. 7.7 die Amplitude der Grundschwingung des Potenzials $\hat{\varphi}_{L1,1} = 0.5 \cdot U_d/2$. Die zugehörige Amplitude der verketteten Grundschwingungsspannung ist folglich $\hat{U}_{L2-L1,1} = 0.5 \cdot \sqrt{3} \cdot U_d/2$. Allgemein wird $m = A_1$ als Modulationsgrad definiert, der die Amplitude der Grundschwingungsspannung direkt proportional zu m bestimmt, was einen linearen Aussteuerbereich $0 \leq m \leq 1$ festlegt, an dessen Obergrenze die Zwischenkreisspannung wegen $1.15 = 2/\sqrt{3}$ noch um 15 % größer als die Amplitude der verketteten Spannungsgrundschwingung ist.

$$m = \frac{\hat{U}_{LL,1}}{(\sqrt{3}/2) \cdot U_d}, \quad 0 \leq m \leq 1 \tag{7.96}$$

Wird die Amplitude $A_1 > 1$ gewählt, so wird der lineare Aussteuerbereich überschritten. In Abb. 7.45 würden dann im Bereich großer Werte $u_{ref} > 1$ keine Schnittpunkte mit u_{SZ} mehr erhalten, sodass der mittlere Spannungsblock im positiven bzw. negativen Pulsmusterverlauf breiter wird. Die Amplitude der Grundschwingungsspannung steigt unterproportional mit $m = A_1$ an, was als Bereich der Übermodulation bezeichnet wird. Für $m \to \infty$ ergibt sich als Grenzwert für die verkettete Spannung der weiter oben bereits beschriebene Blockspannungsverlauf (Abb. 7.43), dessen Grundschwingungsamplitude

$$\hat{U}_{LL,1}(m \to \infty) = \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{3} \cdot U_d}{2} \tag{7.97}$$

wegen $1.27 = 4/\pi$ um 27 % größer als $\hat{U}_{LL,1}(m = 1)$ und wegen $1.10 = 2\sqrt{3}/\pi$ um 10 % größer als U_d ist. Wird das Verhältnis f_T/f_s unabhängig von f_s konstant gehalten („synchrone Taktung"), so muss mit steigender Grundfrequenz auch die Schaltfrequenz steigen, sodass die Schaltverluste in den Halbleiterventilen zunehmen. Das Spektrum der Oberschwingungen ist dann unabhängig von der Grundfrequenz nur von der Aussteuerung m abhängig (Abb. 7.46). Wird das Verhältnis f_T/f_s ungerade und durch drei teilbar gewählt, so verschwinden in der verketteten Spannung stets die taktfrequenten Oberschwingungen. Die dominanten Oberschwingungsamplituden treten bei den Frequenzen

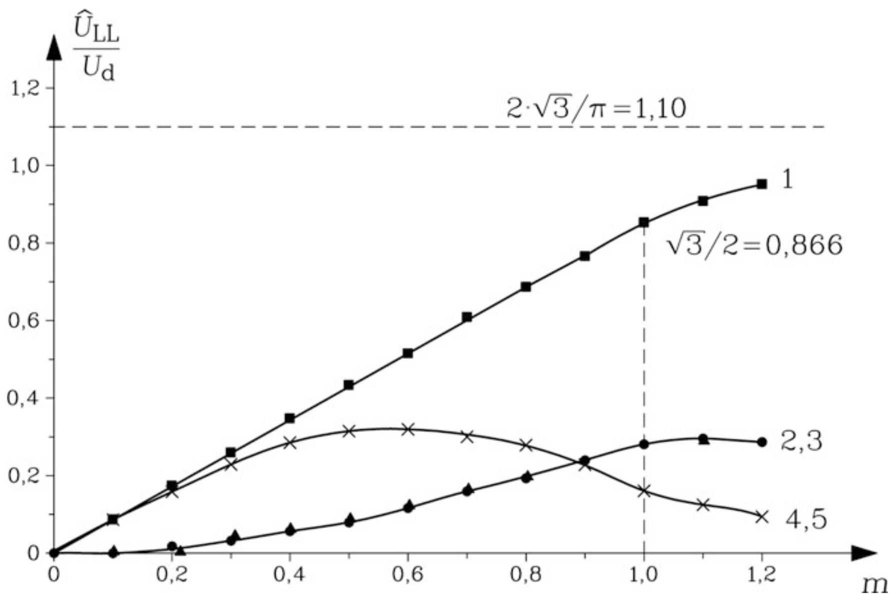


Abb. 7.46 Bezogene Amplituden der Grundschwingung (1) und der dominanten Oberschwingungen bei etwa einfacher (2, 3) und etwa doppelter Taktfrequenz (4, 5) der verketteten Spannung in Abhängigkeit des Modulationsgrads m bei synchroner Taktung für $f_T/f_s = 15$. Bei einfacher und doppelter Taktfrequenz ist jeweils der Mittelwert der Amplituden aus den Frequenzen $f_T \pm 2f_s$ (2, 3) bzw. $2f_T \pm f_s$(4, 5) dargestellt (Quelle: Lu 2004)

$$f_T \pm l\cdot 2f_s\,,\ 2f_T \pm l\cdot f\,,\ 3f_T \pm l\cdot 2f\,,\ 4f_T \pm l\cdot f_s\,,\ \ldots \qquad (7.98)$$
$$l = 1, 2, 3, \ldots$$

auf. Dabei nehmen in diesen Frequenzgruppen die Amplituden mit steigendem l i. A. ab, sodass es meist ausreichend ist, die beiden nahezu taktfrequenten und die beiden nahezu doppelttaktfrequenten (pulsfrequenten) Frequenzen $f_T \pm 2f_s$, $2f_T \pm f_s$ zu berücksichtigen. Gemäß Abb. 7.46 sind bei halber Aussteuerung die pulsfrequenten Oberschwingungen dominant, bei voller Aussteuerung die taktfrequenten Oberschwingungen, und in der Übermodulation treten die Oberschwingungen 5. und 7. Ordnung verstärkt hervor (Abb. 7.47 und 7.48).

Die Referenzspannung u_{ref} muss nicht notwendigerweise Sinusform aufweisen, auch Rechteck- und Trapezform wurden fallweise eingesetzt. Um die maximal mögliche Amplitude der Grundschwingung bei konstanter Zwischenkreisspannung um 15 % zu erhöhen, wird häufig als Referenzspannung eine Überlagerung aus einer Grundschwingungssinuskurve und einer dritten Oberschwingung verwendet. Diese Modulationsverfahren werden ausführlich in der Literatur zu leistungselektronischen Schaltungen moderner Umrichter beschrieben (Heumann 1985; Lappe 1988; Schröder 1998, 2008). Wenn die Grundschwingungsfrequenz ausreichend niedrig bleibt, kann wegen des dann entsprechend hohen Taktfrequenzverhältnisses f_T/f_s auch die Taktfrequenz trotz veränderlicher Grundfrequenz konstant gehalten werden („asynchrone Taktung"). Das auftretende Spannungsspektrum

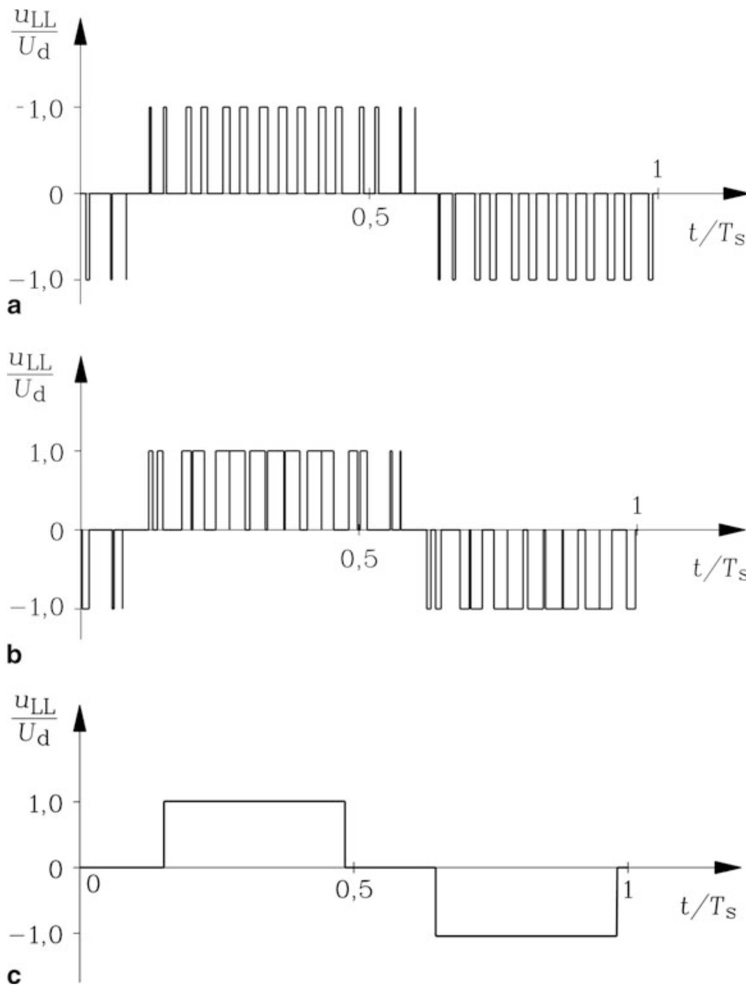


Abb. 7.47 Zeitverlauf der verketteten Spannung für $f_T/f_s = 15$ und unterschiedlichem Modulationsgrad m: (**a**) $m = 0.5$, (**b**) $m = 1.0$, (**c**) $m \to \infty$ (Blocktaktung) (Quelle: Lu 2004)

enthält nun zusätzliche Oberschwingungen, doch sind prinzipiell wieder bei den in der Nähe der Taktfrequenz bzw. Pulsfrequenz liegenden Frequenzen die Oberschwingungsamplituden dominant.

Beispiel 7.17

Pulsweitenmodulation mit schnell schaltenden Insulated Gate Bipolar Transistoren (IGBT): $f_T = 12\text{kHz}, f_s = 800\text{Hz} : f_T/f_s = 15, U_d = 565\,\text{V}$. Bestimmen Sie für eine Aussteuerung $m = 0.7$ die Frequenzen und Amplituden der Grundschwingung und der vier dominanten Oberschwingungen gemäß Abb. 7.46.

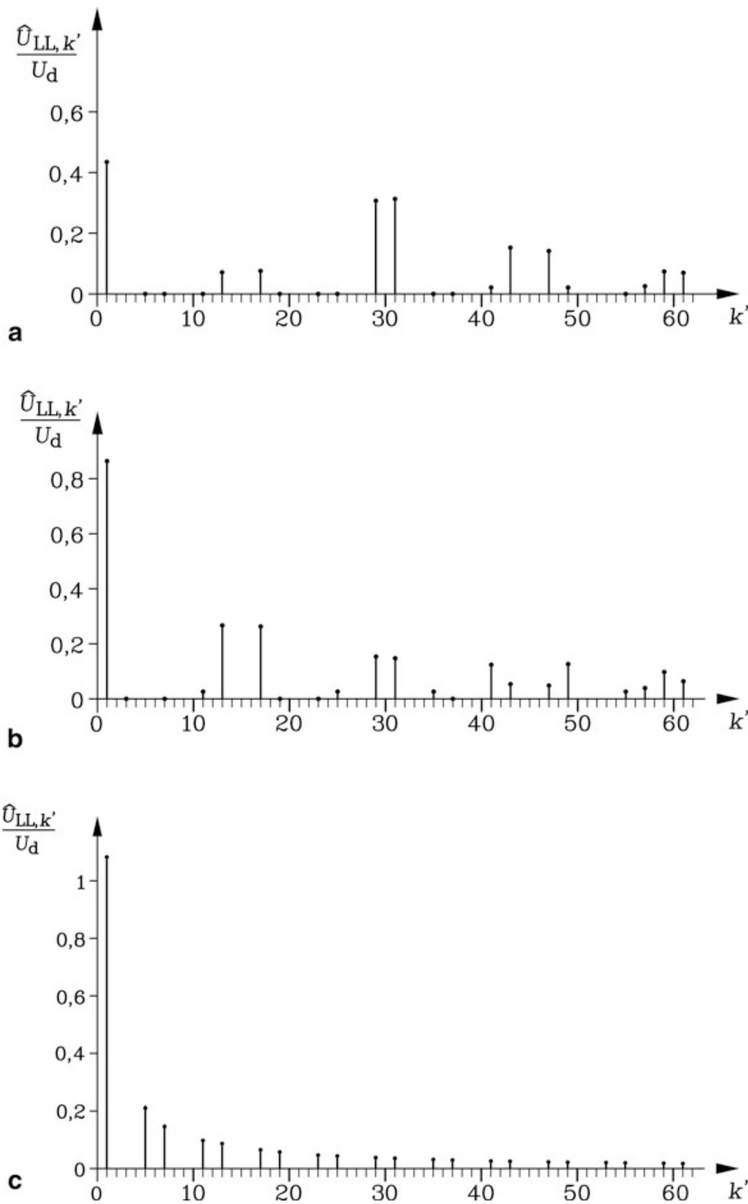


Abb. 7.48 Zu Abb. 7.47: Fourier-Spektrum der Spannungsharmonischen für $f_T/f_s = 15$ und unterschiedlichem Modulationsgrad m: (**a**) $m = 0.5$, (**b**) $m = 1.0$, (**c**) $m \to \infty$ (Blocktaktung) (Quelle: Lu 2004)

Lösung:

$$f_s = f_1 = 800\,\text{Hz} : k = 1,\ \hat{U}_{LL,1} = m \cdot \sqrt{3} \cdot U_d/2 = 0.7 \cdot \sqrt{3} \cdot 565/2 = 342.5\,\text{V}$$
$$f_{13} = f_T - 2f_s = 10.4\,\text{kHz} : k = 10.4/0.8 = 13,\ \hat{U}_{LL,13} = 0.16 \cdot U_d = 90.4\,\text{V}$$
$$f_{17} = f_T + 2f_s = 13.6\,\text{kHz} : k = 13.6/0.8 = 17,\ \hat{U}_{LL,17} = 0.16 \cdot U_d = 90.4\,\text{V}$$
$$f_{29} = 2f_T - f_s = 23.2\,\text{kHz} : k = 23.2/0.8 = 29,\ \hat{U}_{LL,29} = 0.3 \cdot U_d = 169.5\,\text{V}$$
$$f_{31} = 2f_T + f_s = 24.8\,\text{kHz} : k = 24.8/0.8 = 31,\ \hat{U}_{LL,31} = 0.3 \cdot U_d = 169.5\,\text{V}$$

d) Stromgrundschwingung und Stromoberschwingungen: In Abschn. 7.7 war nur die Grundschwingung der Umrichterausgangsspannung in ihrer Wirkung auf die Asynchronmaschine betrachtetet worden. Aber auch die höheren Harmonischen der Strangspannung $U_{s,k}$, die mit k-facher Grundfrequenz $|k| \cdot f_s$ die Maschinenwicklung speisen, treiben dort Drehstrom-Oberschwingungsströme $I_{s,k}$. Diese Oberschwingungs-Stromsysteme erregen wie das Dreiphasensystem des Grundschwingungsstroms I_s ein rotierendes Magnetfeld mit einer ausgeprägten Grund-Drehwelle mit der durch die Wicklungsparameter festgelegten Polzahl $2p$ im Luftspalt. Jede dieser k Grundwellen dreht mit der ihr eigenen Synchrongeschwindigkeit $n_{syn,k}$, wobei gemäß Bsp. 7.16 die Drehrichtung durch die Phasenfolge des jeweiligen Oberschwingungs-Spannungssystems festgelegt ist. Deshalb werden im Folgenden die vorzeichenbehafteten Ordnungszahlen k für die Oberschwingungssysteme verwendet (7.99), da deren Vorzeichen die Drehrichtung der Grund-Drehwellen unmittelbar angibt.

$$n_{syn,k} = k \cdot \frac{f_s}{p} = \frac{1}{2\pi} \cdot k \cdot \frac{\omega_s}{p} \tag{7.99}$$

Für jedes Oberschwingungssystem kann je Strang das T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine von Kap. 5 verwendet werden, wenn nur die Auswirkungen der jeweiligen k-ten Grund-Drehwelle $\nu = 1$ untersucht werden sollen. Die Effekte der Feldoberwellen $\nu \neq 1$ sind dabei nur in Form der Selbstinduktionswirkung als Oberwellenstreuung (Kap. 4) in den Streuinduktivitäten enthalten. Es muss im Ersatzschaltbild für das k-te Oberschwingungssystem die k-te Kreisfrequenz $|k| \cdot \omega_s$ und als speisende Spannung der Effektivwert der k-ten Strangspannung $\underline{U}_{s,k}$ aus der Fourier-Reihe von Abschnitt b) oder c) verwendet werden. Dabei wird die Strangspannung aus der Fourier-Reihe der verketteten Spannung mit Division durch $\sqrt{3}$ bestimmt. Negative Spannungsamplituden müssen wegen der damit verbundenen Phasenverschiebung um 180° vorzeichenrichtig verwendet werden, wenn der resultierende Strangstrom als Fourier-Summe der einzelnen k Oberschwingungsströme berechnet wird. Anstelle des Schlupfs s des Grundschwingungssystems tritt bei der k-ten Grund-Drehwelle gegenüber dem mit der Drehzahl n drehenden Läufer der Oberschwingungsschlupf s_k auf (Depenbrock et al. 1988).

$$s_k = \frac{n_{syn,k} - n}{n_{syn,k}} = \frac{k \cdot n_{syn} - n}{k \cdot n_{syn}} = 1 - \frac{1}{k} \cdot \frac{n}{n_{syn}} = 1 - \frac{1}{k} \cdot (1 - s) \tag{7.100}$$

Die Läuferwicklung wird durch die der k-te Grund-Drehwelle mit der zusätzlichen Läuferfrequenz $s_k \cdot |k| \cdot f_s$induziert, was den unerwünschten Oberschwingungsstrom $I'_{r,k}$ zur Folge hat. Wegen $|k| >> 1$ ist der Schlupf s_k für $0 \leq s \leq 1$ nahezu 1.

$$s_k \approx 1 - 1/k \approx 1 \tag{7.101}$$

Für die rasch rotierenden Grund-Drehwellen der Oberschwingungsströme steht der deutlich langsamer drehende Läufer gleichsam still. Der Effektivwert des k-ten Oberschwingungsstroms $I_{s,k}$ wird mit Abb. 7.49 berechnet. Dabei ist zu beachten, dass sich die Ersatzschaltbildparameter vor allem der Läuferseite infolge der stärkeren Stromverdrängung bei höheren Frequenzen gegenüber der Grundfrequenz f_s ändern. Der Läufer- und ggf. auch der Ständerwicklungswiderstand nehmen zu, und die Nutstreuinduktivitäten sinken. Der die Induktivitäten bestimmende Sättigungszustand des Eisens wird durch die große Stromgrundschwingung $k = 1$ bestimmt, während die i. A. kleinen Stromoberschwingungen $k \neq 1$ den Sättigungszustand nur geringfügig zusätzlich beeinflussen. Deshalb wird die Grundschwingungssättigung auch für die Bestimmung der Induktivitäten der Oberschwingungssysteme verwendet. Mit (7.101) und $L_h >> L_{\sigma s}$, $L'_{\sigma r}$ werden die Stromoberschwingungen mit dem T-Ersatzschaltbild abgeschätzt. Mit der Vereinfachung $s_k \approx 1$ tritt der Schlupf s in (7.102) nicht auf; die Oberschwingungsströme sind (nahezu) unabhängig vom Schlupf s und damit vom Belastungszustand der Maschine.

$$|k| > 1 : I_{s,k} \approx \frac{U_{s,k}}{\sqrt{\left(R_s + R'_r\right)^2 + (k\omega_s)^2 \cdot \left(L_{s\sigma} + L'_{r\sigma}\right)^2}} \approx \frac{U_{s,k}}{|k|\,\omega_s \cdot (L_{s\sigma} + L'_{r\sigma})} \tag{7.102}$$

Fazit:
Die Oberschwingungsströme $I_{s,k}$ treten unabhängig von der Belastung der Maschine mit nahezu konstanter Größe auf. Sie wirken daher bereits im Leerlauf bei $s = 0$ in voller Größe. Gegenüber den Amplituden der Spannungsoberschwingungen sind die entsprechenden Stromamplituden um den Faktor 1/k kleiner, da die Streuinduktivitäten stromglättend wirken. Bei Pulsweitenmodulation dominieren vor allem die etwa

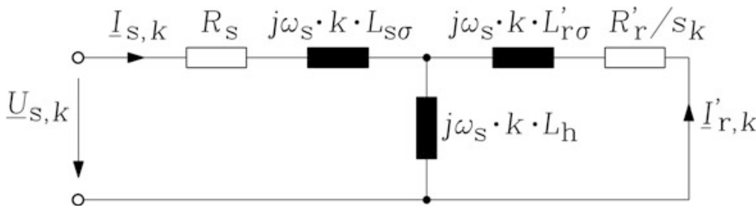


Abb. 7.49 T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine für das k-te Oberschwingungssystem bei Speisung der Maschine mit nichtsinusförmiger, aber periodischer Ständerspannung. Die Ummagnetisierungs-, Zusatz- und Reibungsverluste sind im Ersatzschaltbild nicht enthalten. Auf Grund der Stromverdrängung nehmen R_s und R'_r mit steigender Stator-Oberschwingungsfrequenz, also steigender Ordnungszahl k, zu

taktfrequenten Oberschwingungen und Vielfache dieser Ordnungszahlen. Wird daher die Taktfrequenz ausreichend groß im Verhältnis zu f_s gewählt, so sind die relevanten Ordnungszahlen k groß und ebenso die damit verbundene glättende Wirkung der Streuinduktivitäten. Deshalb ist bei entsprechend hoher Taktfrequenz trotz gepulster Klemmenspannung die Stromaufnahme nahezu sinusförmig.

Die Frequenz der Rotoroberschwingungsströme

$$f_{r,k} = s_k \cdot |k| \cdot f_s \tag{7.103}$$

ist wegen $s_k \approx 1$ ebenfalls $|k| \cdot f_s$ und damit etwa gleich groß wie die Frequenz der Ständeroberschwingungsströme. Diese hohen Läuferfrequenzen führen vor allem bei Käfigläufern in den massiven Käfigläuferstäben zu einer hohen Stromverdrängung; der in Kap. 6 vorgestellte Widerstandserhöhungs-Faktor $k_R(|k| \cdot f_s)$ ist groß, was zu entsprechend erhöhten zusätzlichen Stromwärmeverlusten in der Läuferwicklung infolge der Stromoberschwingungen führt. Eine hohe Streuinduktivität $L_{s\sigma} + L'_{r\sigma} \cong \sigma \cdot L_s$ begrenzt gemäß (7.102) die Stromoberschwingungen, doch wird dadurch auch das Kippmoment des Grundschwingungssystems gemäß Kap. 5 und Abschn. 7.7 verringert, sodass bei speziell für Umrichterbetrieb entworfenen Maschinen ein Kompromiss für die Größe der Streufelder gefunden werden muss. Weiter bewirken die schnell rotierenden Grund-Drehwellen der Oberschwingungsströme mit der Grund-Drehwelle des Grundschwingungsstroms, die das Nutzmoment erzeugt, zusätzliche Drehmomente, da ihre Polzahlen identisch $2p$ sind. Wegen der unterschiedlichen Umlaufgeschwindigkeiten dieser einzelnen Drehwellen sind diese Momentanteile im zeitlichen Mittel aber Null. Sie treten im zeitlichen Drehmomentverlauf der Maschine als Pulsationsmomente auf, die den Wellenstrang von Asynchronmaschine und Arbeitsmaschine zu unerwünschten Torsionsschwingungen anregen können.

Beispiel 7.18

Eine vierpolige, mit Blockspannungen betriebene Asynchronmaschine 11 kW, 400 V Y, 50 Hz, hat folgende Ersatzschaltbildparameter:
$R_s = 0.330\,\Omega, R'_r = 0.429\,\Omega, L_s = 0.105\,\text{H} = L'_r, \sigma = 0.067$. Der Umrichter wird am 400 V-Netz betrieben.

1. Berechnen Sie die Zwischenkreisspannung bei einem Phasenanschnitt $\alpha_{GR} = 0$ als arithmetischen Mittelwert der gleichgerichteten Netzspannung!
2. Berechnen Sie für einen Schlupf $s = 0.04$ (etwa Bemessungsschlupf) für die ersten 10 Ordnungszahlen der Oberschwingungen den Oberschwingungsschlupf s_k und die Effektivwerte der Stator-Grund- und Oberschwingungsspannungen und entsprechenden Ströme je Strang mit dem T-Ersatzschaltbild Abb. 7.49!
3. Berechnen Sie zu 2) die Effektivwerte der Oberschwingungsstrangströme mit der Näherungsformel (7.102) und vergleichen Sie das Ergebnis!

Lösung:

1. $U_d = (3/\pi) \cdot \sqrt{2} U_{Netz} = (3/\pi) \cdot \sqrt{2} \cdot 400 = 540\,V$
2. $k = -5 : s_k = 1 - \frac{1}{k} \cdot (1-s) = 1 + \frac{1}{5} \cdot (1-0.04) = 1.192$. Mit korrekter Phasenlage werden die Strangspannungen mit (7.90) aus dem Spektrum der verketteten Spannungen berechnet. Hier interessieren nur deren Effektivwerte, der um $\sqrt{3}$ kleiner ist als der verketteten Spannungen.

$$k = -5 : U_{s,k} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{U_d}{|k|} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{540}{5} = 48.6\,V,$$
$$\omega_{sk} = |k| \cdot \omega_s = 5 \cdot 2\pi 50 = 1570.8/s$$
$$I_{s,k} = \frac{U_{s,k} \cdot \left| R'_r + j s_k \omega_{sk} L'_r \right|}{\left| (R_s R'_r - s_k \sigma \cdot \omega_{sk} L_s \omega_{sk} L'_r) + j(s_k R_s \omega_{sk} L'_r + \omega_{sk} L_s R'_r) \right|}$$

Die Ergebnisse für die Ordnungszahlen $k = 1 + 6g = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -23, 25, -29, 31$ sind in Tab. 7.8 angegeben.

3. $L_{s\sigma} = 3.58\text{mH} = L'_{r\sigma}, \quad |k| > 1 : I_{s,k} \approx \frac{U_{s,k}}{|-\sigma \cdot \omega_{sk} L_s|} \approx \frac{U_{s,k}}{|\omega_{sk}| \cdot (L_{s\sigma} + L'_{r\sigma})}$

Werden zusätzlich in Bsp. 7.18 die Phasenlagen der Oberschwingungsspannungen und Oberschwingungsströme mit dem Ersatzschaltbild gemäß Abb. 7.49 berechnet, wobei die Werte von k und $\underline{U}_{s,k}$ vorzeichenrichtig einzusetzen sind, und anschließend diese Harmonischen phasenrichtig summiert, so erhält man den Zeitverlauf von Strangspannung und Strangstrom. In Abb. 7.50a ist diese Summe der ersten 25

Tab. 7.8 Oberschwingungsspannungen und mit dem Grundwellen-Ersatzschaltbild berechnete Oberschwingungsströme einer Asynchronmaschine bei Blockspannungsspeisung bei Bemessungsdrehzahl

k	s_k	$U_{s,k}$	$I_{s,k}$	$I_{s,k}$ *)
[-]	[-]	[V]	[A]	[A]
1	0.04	243.2	22.7	-
–5	1.192	48.6	4.39	4.33
7	0.863	34.7	2.24	2.21
–11	1.087	22.1	0.91	0.89
13	0.926	18.7	0.65	0.64
–17	1.056	14.3	0.38	0.37
19	0.949	12.8	0.31	0.30
–23	1.042	10.6	0.21	0.20
25	0.962	9.7	0.18	0.17
–29	1.033	8.4	0.13	0.13
31	0.969	7.8	0.11	0.11

*) Strom mit Näherungsformel (7.102) gemäß 3) berechnet!

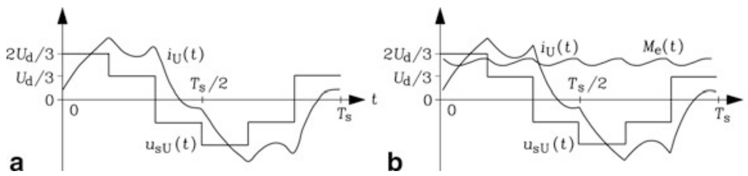


Abb. 7.50 Strangstrom i_{U} bei Blockspannungsbetrieb, berechnet als (**a**) endliche Fourier-Summe, (**b**) geschlossene Lösung mit Raumzeigern (siehe Kap. 15). Bei (**b**) ist zusätzlich das berechnete Luftspaltmoment aus der Wirkung der Feldgrundwellen der Stromharmonischen dargestellt (Quelle: Kleinrath 1980)

Oberschwingungspaare dargestellt. Eine geschlossene Berechnung des Strangstroms ist mithilfeder Raumzeigerrechnung möglich, die auf der Feldgrundwellendarstellung basiert, aber beliebige zeitliche Änderungen von Strom und Spannung erfasst (Kap. 14). Angewendet auf die Asynchronmaschine (Kap. 15) ergeben sich je Grundschwingungsperiode sechs Abschnitte im Stromkurvenverlauf als Überlagerungen von Exponentialfunktionen. Die sechs Abschnitte sind durch die sechs Zeitabschnitte der Strangspannungen je Periode bedingt und führen zu einer Welligkeit des Luftspaltmoments mit einer dominanten Momentenpulsation mit 6-facher Statorgrundfrequenz.

e) Die Asynchronmaschine bei Umrichterbetrieb:

e1) Norm-Asynchronmaschinen im drehzahlveränderbaren Betrieb: Käfigläufer-Asynchronmaschinen als Normmotoren sind in der Regel für Netzbetrieb bemessen, sodass die Rotornutformen für entsprechend hohes Anzugsmoment und damit für hohe Stromverdrängung bei hohem Schlupf ausgelegt sind. Dadurch ergeben sich bei Umrichterbetrieb infolge der Stromoberschwingungen erhöhte Läuferzusatzverluste (Abschn. 7.9), sodass gegenüber Netzbetrieb höhere Läufertemperaturen zu erwarten sind (Auinger 1981). Weiter sind die Läufer von Normmotoren für die Betriebsdrehzahlen bei 50 Hz bzw. 60 Hz gewuchtet und die Wellenlüfter in ihrem Durchmesser für diese Drehzahlen bemessen. Höhere Drehzahlen bei Umrichterbetrieb sind zwar prinzipiell möglich, bedürfen aber für deutlich höhere Drehzahlen (z. B. 11 kW, 4-polig, Achshöhe 160 mm, $n_{\max} = 6000/\min$ statt 1500/min) ggf. einer Modifikation des Läufers über Anfrage beim Hersteller. Der Einsatz höherwertiger Wälzlager kann erforderlich sein. Die Biegeeigenfrequenz des Läufers sollte zumindest 30 % über der Maximaldrehzahl des Läufers liegen, um zu große, nämlich resonant über die drehfrequent wirkende Fliehkraft der Läuferrestunwucht angefachte Rüttelkräfte zu vermeiden. Der Schalldruckpegel L_{p} des aerodynamischen Geräusches des Wellenlüfters nimmt mit der Drehzahl n, aber auch mit dem Lüfteraußendurchmesser d zu (6.235). Deshalb wird bei Normmotoren für Umrichterbetrieb fallweise der Lüfterradaußendurchmesser verringert, um das Geräusch bei hohen Drehzahlen zu begrenzen. Allerdings sinkt dann der Volumenstrom bei Bemessungsdrehzahl, sodass ggf. die Bemessungsleistung der Maschine für den Dauerbetrieb verringert werden muss, wenn keine thermischen Reserven vorhanden sind.

Beispiel 7.19

1. Um wie viel steigt der Schalldruckpegel eines Wellenlüfters bei einer Zunahme der Drehzahl von $n_1 = 1500/\min$ auf $n_2 = 6000/\min$?
2. Um wie viel muss der Außendurchmesser des Lüfterrads d verringert werden, um das Lüftergeräusch bei gleicher Drehzahl um 15 dB zu verringern?

Lösung:

1. $L_p = 50\,\lg(n_2/n_1) + 70\,\lg(d_2/d_1) = 50\,\lg(4) + 70\,\lg(1) = 50\,\lg(4) = 30\,\text{dB}$
   Der Schalldruckpegel nimmt um 30 dB zu.
2. $n_1 = n_2 = \text{konst} : L_p = -15\,\text{dB} = 70\,\lg(d_2/d_1) \Rightarrow d_2/d_1 = 10^{-15/70} = 0.61$. Der Lüfterraddurchmesser muss um 40 % verringert werden.

Der vom Lüfter geförderte Kühlluftstrom steigt linear mit der Lüfterdrehzahl und daher linear mit der Statorgrundfrequenz. Da die Läuferfrequenz f_r bei Bemessungslast klein ist, wird näherungsweise $n/n_N \approx f_s/f_N$ gesetzt.

$$\dot{V}/\dot{V}_N = n/n_N \approx f_s/f_N \tag{7.104}$$

Diese Luftmenge muss konvektiv die Verluste der Maschine abführen, sodass die Abhängigkeit der Verluste (siehe Kap. 5 und 6) von der Drehzahl bei Umrichterbetrieb bekannt sein muss, um die thermisch zulässige Dauerleistung der Asynchronmaschine bei unterschiedlichen Drehzahlen zuverlässig im Voraus bestimmen zu können. Die Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} nehmen etwa quadratisch mit der Ständerflussverkettung Ψ_s zu; der Anteil der Wirbelstromverluste steigt quadratisch mit f_s, der Anteil der Hystereseverluste linear mit f_s. Bei hohen Frequenzen wird bei den Wirbelstromverlusten noch zwischen den klassischen Wirbelstromverlusten im homogenen Eisen (proportional f_s^2) und den anomalen Ummagnetisierungsverlusten auf Grund der Kornstruktur des Eisens (Bertotti 1988, proportional $f_s^{1.5}$) unterschieden. Letztere sind vor allem für kaltgewalzte kornorientierte Bleche von Bedeutung, wie sie bei Transformatoren mit unidirektionaler Flussrichtung eingesetzt werden. Bei rotierenden elektrischen Maschinen drehen die Fluss- und damit die Magnetisierungsrichtung vor allem im Statorjoch mit der Statorgrundfrequenz, weshalb kornorientierte Bleche mit magnetischer Vorzugsrichtung (Kap. 1) nicht zum Einsatz kommen. Für solche nicht kornorientierten Bleche sind die anomalen Wirbelstromverluste mit etwa 10 . . . 15 % der Wirbelstromverluste von untergeordneter Bedeutung und werden häufig nicht gesondert berücksichtigt. Dafür erhöhen sich die Hystereseverluste um die Verluste zufolge „drehender“ Hysterese im Flussdichtebereich zwischen 1 und 2 T (Schuisky 1960). Als Faustwert bestehen die Ummagnetisierungsverluste bei 50 Hz zu 70 % aus Hysterese- und zu 25 % aus Wirbelstromverlusten. Als Ersatzexponent wird im Bereich $1 \leq f_s/f_N \leq 7$ der Stator-Grundfrequenz häufig der Wert $x = 1.5$ verwendet.

Tab. 7.9 Zunahme der Ummagnetisierungsverluste P_{Fe}/P_{FeN} mit der Frequenz mit zwei unterschiedlichen Rechenmodellen a) und b)

c_f	1	2	3	4	5	6	7
a)	1.0	2.6	4.8	7.6	11.0	15.0	19.6
b)	1.0	2.8	5.2	8.0	11.1	14.7	18.5

$$P_{Fe}/P_{Fe,N} \cong (\Psi_s/\Psi_{sN})^2 \cdot (f_s/f_N)^{1.5} \tag{7.105}$$

Beispiel 7.20

Vergleichen Sie die Zunahme der Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} mit der Frequenz f_s gemäß $c_f = f_s/f_N$ bei konstantem Fluss mit a) $0.7c_f + 0.3c_f^2$ und b) $c_f^{1.5}$.

Lösung:
Die Lösungswerte sind in der Tab. 7.9 angegeben!

Das Reibungsmoment in den Lagern hat einen drehzahlunabhängigen und einen drehzahlabhängigen Anteil. Näherungsweise wird das Reibungsmoment drehzahlunabhängig angenommen, sodass dann die Lagerreibungsverlustleistung linear mit der Drehzahl zunimmt. Die Lagerverluste sind in der Regel kleiner als die Aufnahmeleistung des Wellenlüfters, die etwa mit der dritten Potenz der Drehzahl steigt. Die Summe beider Verlustleistungen P_R wird häufig mit einem Exponenten y zwischen 2 und 2.5 in Abhängigkeit der Drehzahl berechnet.

$$P_R/P_{RN} = (n/n_N)^y \cong (f_s/f_N)^y \tag{7.106}$$

Die lastabhängigen Zusatzverluste infolge der Feldoberwellen des Grundschwingungssystems hängen gemäß Kap. 6 etwa quadratisch vom Drehmoment und somit auch näherungsweise quadratisch vom Ständerstrom ab. Sie nehmen mit der Drehzahl zu, da auch die Frequenzen der Oberwellen mit der Drehzahl steigen. Der zugehörige Drehzahl-Exponent z hängt von den Details der Maschinengestaltung ab, und wird hier näherungsweise mit $z \cong 1.5 \ldots 2$ angenommen.

$$P_Z/P_{ZN} \approx (n/n_N)^z \cdot (I_s/I_N)^2 \tag{7.107}$$

Mit diesen Beziehungen und den Verlustformeln aus Kap. 5 werden die resultierenden Verluste in der Asynchronmaschine bei einem bestimmten Paar von Drehzahl und Drehmoment abgeschätzt. Für die Berechnung des thermischen Dauer-Drehmoments M_{th} der Asynchronmaschine bei unterschiedlichen Drehzahlen n, bei dem die durch die Wärmeklasse des eingesetzten Isoliersystems zulässige maximale Wicklungstemperatur erreicht wird, sind drei Stator-Frequenzbereiche zu unterscheiden (Abb. 7.51). Beginnend mit dem oberen Frequenzbereich ist der erste Frequenzabschnitt der Bereich der Feldschwächung.

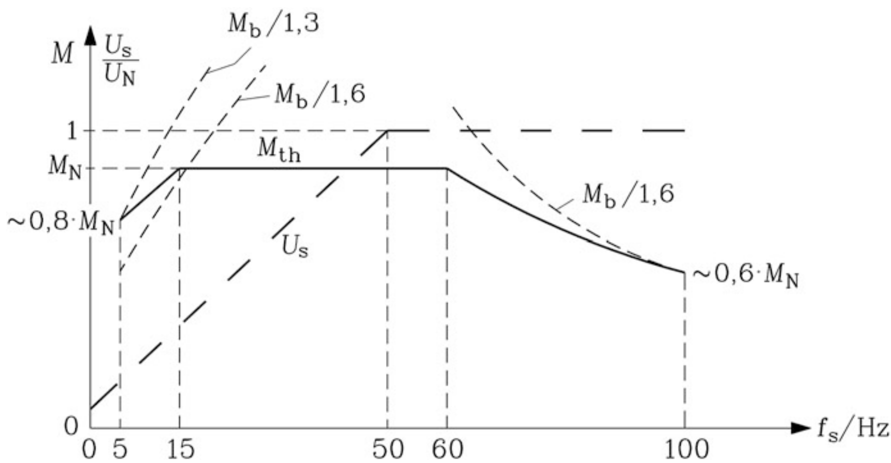


Abb. 7.51 Maximal thermisch zulässiges Dauerdrehmoment einer Käfigläuferasynchronmaschine mit Wellenlüfter bei drehzahlveränderbarem Betrieb am Frequenzumrichter. Gestrichelt sind der Effektivwert der Grundschwingung der Ständerspannung U_s und die durch das Kippmoment M_b bedingte Überlastgrenze eingezeichnet

1. $f_s > f_N$: Im Feldschwächbereich sinkt die Ständerflussverkettung gemäß $\Psi_s \sim 1/f_s$, sodass die Ummagnetisierungsverluste gemäß (7.105) proportional zu $P_{Fe}/P_{Fe,N} \cong (f_s/f_N)^{-0.5}$ leicht abnehmen. Die Maschine wird mit Bemessungsspannung und -strom betrieben, um konstante Leistung zu erhalten. Die Stromwärmeverluste sind daher ebenfalls konstant. Durch den wegen der erhöhten Drehzahl zunehmenden Kühlluftstrom werden auch die mit der Drehzahl zunehmenden Reibungs- und Zusatzverluste problemlos gekühlt, sodass ein Betrieb mit konstanter Leistung und daher $M_{th} \sim 1/f_s$ thermisch möglich ist. Es ist fallweise sogar möglich, wie in Abb. 7.51 gezeigt, im Bereich zwischen f_N = 50Hz und 60 Hz mit $M_{th} = M_N$ zu fahren. Gemäß IEC 60034-1 muss das Überlastmoment zumindest 160 % des Dauermoments betragen, sodass eine obere Drehzahlgrenze erreicht ist, wenn das mit $1/f_s^2$ sinkende Kippmoment 160 % des thermischen Dauermoments erreicht. In Abb. 7.51 ist dies etwa mit $M_{th} \approx 0.6 \cdot M_N$ bei f_s = 100 Hz der fall. Die mit $1/f_s$ sinkende Kippleistung erreicht dabei 190 % der Maschinenbemessungsleistung für 50 Hz.
2. $f_{th} \leq f_s \leq f_N$: Im Konstantmomentbereich sind Ständerflussverkettung und Ständerstrom konstant. Die Ummagnetisierungsverluste, die Zusatz- und Reibungsverluste sinken stärker als linear mit der Drehzahl, der Kühlluftrom sinkt nur linear mit der Drehzahl, die Stromwärmeverluste sind konstant. Bis zu einer bestimmten unteren Frequenzgrenze von typisch $f_{th} \approx 0.5 \cdot f_N$ (in Abb. 7.51 sogar $f_{th} \approx 0.3 \cdot f_N$) ist ein thermischer Dauerbetrieb mit konstantem Drehmoment möglich. Die mechanische Leistung sinkt linear mit der Drehzahl in diesem Bereich.
3. $f_{s,min} \leq f_s \leq f_{th}$: Im Bereich mit reduziertem thermischen Dauermoment unterhalb von etwa 50 % der Bemessungsdrehzahl ist der durch den Wellenlüfter erzeugte

Kühlluftstrom so klein, dass die Stromwärmeverluste verringert werden müssen. Wegen des daher verringerten Ständerstroms sinken Flussverkettung und Drehmoment M_e. Gemäß Abb. 7.37 sinkt bei linearer $U_\mathrm{s}\,(f_\mathrm{s})$-Kennlinie trotz Spannungsanhebung auch das Kippmoment, sodass bei Einhaltung der durch die Norm geforderten Mindestüberlast $M_\mathrm{b}/M_\mathrm{e} = 1.6$ auch aus diesem Grund eine Zurücknahme des Dauerdrehmoments erforderlich ist. Fallweise verzichtet man auf die Mindestüberlast $M_\mathrm{b}/M_\mathrm{e} = 1.6$, wenn thermisch ein höheres Dauerdrehmoment möglich ist und wählt dann z. B. ein kleineres Überlastverhältnis $M_\mathrm{b}/M_\mathrm{e} = 1.3$. Durch das Erreichen des Mindestüberlastverhältnisses wird die minimale Statorfrequenz $f_\mathrm{s,min}$ für Dauerbetrieb mit dem thermisch zulässigen Drehmoment erreicht. Ein typischer Wert für 50 Hz-Normmotoren ist $f_\mathrm{s,min} = 5\,\mathrm{Hz}$.

Der Drehzahlbereich mit konstantem thermischem Dauermoment kann auf 173 % erweitert werden, ohne eine Änderung an der Maschine vornehmen zu müssen, wenn die Y-D-umschaltbare Ständerwicklung im hohen Drehzahlbereich in Dreieck betrieben wird. In Sternschaltung ist der Effektivwert der Grundschwingung der Strangspannung um den Faktor $1/\sqrt{3}$ kleiner als jener der verketteten Spannung: $U_\mathrm{s} = U_\mathrm{LL}/\sqrt{3}$. Die zugehörige Ständerflussverkettung $\Psi_\mathrm{sN} = \hat{U}_\mathrm{s}/\omega_\mathrm{s}$ kann bis zur maximalen Kreisfrequenz $\omega_\mathrm{s,max} = \hat{U}_\mathrm{s,max}/\Psi_\mathrm{sN} = \hat{U}_\mathrm{LL,max}/(\Psi_\mathrm{sN}\cdot\sqrt{3})$ konstant gehalten werden, sodass Betrieb mit konstantem Strom und Drehmoment möglich ist. Durch Umschaltung auf Dreieckschaltung steigt die Strangspannung, die nun identisch mit der verketteten Spannung ist, um $\sqrt{3}$ an. Damit steigt auch die maximale Frequenz, bis zu der die Flussverkettung konstant gehalten werden kann, um $\sqrt{3} = 1.73$ an (Abb. 7.52):

$$\omega_\mathrm{s,max} = \hat{U}_\mathrm{s,max}/\Psi_\mathrm{sN} = \hat{U}_\mathrm{LL,max}/\Psi_\mathrm{sN}.$$

Der Betrieb mit Bemessungsstrom I_sN, Bemessungsfluss und Bemessungsmoment ist in einem auf 173 % erweiterten Drehzahlbereich möglich. Die zugehörige maximale Maschinenleistung steigt ebenfalls auf 173 %. Der Ständerstrom in der Maschinenzuleitung $I_\mathrm{L} = \sqrt{3}\cdot I_\mathrm{sN}$ steigt ebenfalls um 173 %, sodass die Umrichterbemessungsscheinleistung ebenfalls auf 173 % erhöht werden muss. Die Neigung der $U_\mathrm{s}\,(f_\mathrm{s})$-Kennlinie ist durch die Bemessungsdaten $U_\mathrm{sN}, f_\mathrm{sN}$ bestimmt. Wenn sie bei Sternschaltung z. B. durch $U_\mathrm{LLN} = 400\,\mathrm{V}$, $f_\mathrm{sN} = 50\,\mathrm{Hz}$ festgelegt ist, so sind die Daten bei Dreieckschaltung $U_\mathrm{LLN} = 400\,\mathrm{V}$, $f_\mathrm{sN} = 87\,\mathrm{Hz}$, denn es gilt:

$$50\,\mathrm{Hz}\cdot\sqrt{3} = 86.6\,\mathrm{Hz} \approx 87\,\mathrm{Hz}.$$

Fazit:
Normasynchronmotoren mit Wellenlüfter haben am Umrichter bei drehzahlveränderbarem Betrieb drei Betriebsbereiche: im unteren Drehzahlbereich den Betrieb mit abgesenktem Dauermoment, daran anschließend den Konstantmomentbereich und darüber den Konstantleistungsbereich. Der Konstantmoment- und der Konstantleistungsbereich können

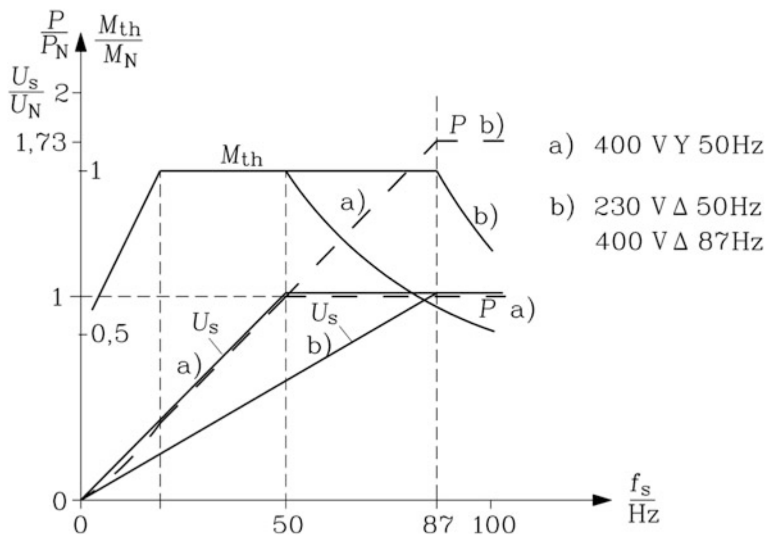


Abb. 7.52 Erhöhung des Konstantmomentbereichs um 73 % bei Umschaltung der Ständerwicklung von a) Stern- auf b) Dreieckschaltung: Thermisches Dauerdrehmoment M_{th}, Effektivwert der Grundschwingung der Ständerstrangspannung U_s und die Motorleistung P (gestrichelt) bei Betrieb der Käfigläuferasynchronmaschine mit Wellenlüfter am Umrichter

durch Umschaltung von Stern- auf Dreieckschaltung auf 173 % erhöht werden, ohne am Motor sonst eine Änderung vornehmen zu müssen. Für diese um 173 % höhere Leistung ist ein entsprechend leistungsstärkerer Umrichter mit 173 % höherem Bemessungsstrom erforderlich.

Beispiel 7.21

Ein 4-poliger Asynchronmotor mit einem Leistungsfaktor 0.85 und einem Wirkungsgrad 90 % wird am Umrichter mit Stern- und Dreieckschaltung betrieben. Die Betriebsdaten im Bemessungspunkt (Tab. 7.10) ergeben a) eine steile $U_s\,(f_s)$-Kennlinie des Umrichters für Sternschaltung und b) eine flache Kennlinie für Dreieckschaltung (Abb. 7.52).

a) Stern: $U_{\mathrm{LLN}}/f_{\mathrm{sN}} = 400\,\mathrm{V}/50\,\mathrm{Hz} = 8\,\mathrm{V/Hz}$
b) Dreieck: $U_{\mathrm{LLN}}/f_{\mathrm{sN}} = 400\,\mathrm{V}/87\,\mathrm{Hz} = 4.6\,\mathrm{V/Hz}$

Bei Antrieben für Pumpen und Lüfter wird nicht eine lineare Spannungs-Frequenz-Kennlinie $U_s \sim f_s$ für den frequenzgesteuerten Betrieb gewählt, sondern eine quadratische Kennlinie $U_s \sim f_s^2$, um die Verluste in der Asynchronmaschine zu verringern. Für Pumpen und Lüfter ist gemäß Abschn. 7.1 das Drehmoment $M_L \sim n^2$. Mit dem Wunsch nach einem konstanten Überlastverhältnis $M_b(n)/M(n) = \text{konst.}$, der Beziehung $n = (1-s)\cdot f_s/p \sim f_s,\ s \approx s_N << 1$ und der aus der Kloss'schen Formel (Kap. 5) folgenden

Tab. 7.10 Motor- und Umrichterdaten bei Y- und D-Schaltung bei Betrieb mit fester Spannung 400 V und Bemessungsfluss

Schaltung der Ständerwicklung	[-]	*Stern*	*Dreieck*
Max. verkettete Umrichterausgangsspannung (Grundschwingung, Effektivwert) $U_{LL,max}$	[V]	400	400
Max. Motor-Strangspannung (Grundschwingung, Effektivwert) $U_{s,max}$	[V]	231	400
Grundschwingungsfrequenz f_s bei $U_{s,max}$	[Hz]	50	87
Motor: Bemessungsstrangstrom I_{sN}	[A]	100	100
Motor: Bemessungs-Außenleiterstrom $I_{L,N}$	[A]	100	173
Bemessungsdrehmoment	[Nm]	336	336
Motorausgangsleistung	[kW]	52.3	90.6
Umrichterscheinleistung	[kVA]	69.3	120.0

Relation $M_b \sim (U_s/f_s)^2 \sim (U_s/n)^2$ folgt die Notwendigkeit einer quadratisch von der Statorgrundfrequenz abhängigen Statorgrundschwingungsspannung.

$$M_L \sim M_b \sim (U_s/f_s)^2 \text{ und } M_L \sim n^2 \sim f_s^2 : U_s \sim f_s^2 \quad (7.108)$$

Gegenüber der linearen Kennlinie $U_s(f_s)$ ist die Spannung bei quadratischer Kennlinie z. B. bei halber Bemessungsfrequenz nur halb so groß. Dadurch ist bei konstanten Ersatzschaltbildparametern R_s, X_s der Magnetisierungsstrom nur halb so groß, und die von ihm verursachte Stromwärme sinkt auf ein Viertel. Tatsächlich ist aber durch die Eisensättigung infolge des Hauptflusses (Kap. 6) die Abnahme des Magnetisierungsstroms bei $U_s = U_{sN}/2$ deutlich größer, wodurch die Verluste noch stärker sinken. Bei vielen Standardumrichtern sind sowohl die „steile" 50-Hz-Kennlinie, die „flache" 87-Hz-Kennlinie für D-Schaltung und die quadratische Kennlinie $U_s(f_s)$ zur Auswahl fest einprogrammiert.

Für viele Anwendungen wie z. B. in Werkzeugmaschinen (Abschn. 7.1) ist ein weiter Drehzahlbereich mit konstanter Leistungsabgabe des Antriebs und damit ein Drehmomentverlauf der E-Maschine $M \sim 1/n \sim 1/f_s$ erwünscht. Dazu ist gemäß Abschn. 7.7 ein hohes Kippmoment erforderlich, um den Schnittpunkt der $M_b(f_s)$-Kennlinie $M_b \sim 1/f_s^2$ mit der Dauermoment-Kennlinie $M \sim 1/f_s$ bei einer möglichst hohen Frequenz $f_{s,max}$ zu erreichen. Der Konstantleistungsbereich ist dann durch den Frequenzbereich $f_{sN} \leq f_s \leq f_{s,max}$ festgelegt. Ein hohes Verhältnis Kippmoment/Bemessungsmoment M_{bN}/M_N wird gemäß Kap. 5

a) durch ein hohes Kippmoment und damit eine streuungsarme Maschinenauslegung erreicht. Bei einem Verhältnis $M_{bN}/M_N = y > 1$ wird eine Konstantleistungsbereich $n_{max} : n_N = y$ erreicht. Eine Erhöhung des Kippmoments durch Verringerung der Streuung hat aber ihre Grenzen in der minimal erreichbaren Blondel'schen Streuziffer σ, die gemäß Kap. 5 das Kippmoment entsprechend $M_b \sim (1-\sigma)/\sigma$ bestimmt.

b) durch ein um den Faktor $1/x$, $x > 1$, kleineres Bemessungsmoment M_N und damit durch eine um $1/x$ geringere Maschinenausnützung erreicht. Der Konstantleistungsbereich $n_{max} : n_N = y$ und damit die Maximaldrehzahl steigen um den Faktor x gemäß $n'_{max} : n_N = x \cdot y$ bei allerdings um den Faktor $1/x$ verringerter Konstantleistung und entsprechender Überdimensionierung der E-Maschine. Mit Rücksicht auf die dadurch – bezogen auf die verfügbare Leistung – erhöhten Kosten werden typisch Konstantleistungs-Drehzahlbereiche $n_{max} : n_N = 5{:}1$ bis $6{:}1$ projektiert.

Beispiel 7.22

Asynchronmaschine: Bemessungsmoment als thermisch zulässiges Dauermoment $M_{N,th} = 150\,\text{Nm}$, Überlastverhältnis $M_{bN}/M_{N,th} = 2.5$.

1. Wie groß ist der Konstantleistungsbereich für $P_N = 2\pi n_N M_{N,th}$?
2. Es wird ein kleineres Bemessungsmoment der Maschine $M_N/M_{N,th} = 1/1.3$ definiert, sodass die Maschine nun um 30 % überdimensioniert ist. Wie groß ist der Konstantleistungsbereich bei entsprechend verringerter Konstantleistung $P'_N = 2\pi n_N M_N$?

Lösung:

1. Drehmoment für konstante Leistung:

$$P_N = 2\pi n_N M_{N,th} = 2\pi n M_e, \quad M_e/M_{N,th} = n_N/n$$

Erreichen der Kippgrenze bei $n = n_{max}$:

$$\frac{M_e/M_{N,th}}{n/n_N} = \frac{M_{bN}/M_{N,th}}{(n/n_N)^2} \Rightarrow \frac{1}{n/n_N} = \frac{2.5}{(n/n_N)^2} : \quad \frac{n_{max}}{n_N} = 2.5.$$

Es ergibt sich ein Konstantleistungsbereich 1:2.5 ($y = 2.5$).

2. $M_N = 150\text{Nm}/1.3 = 115\,\text{Nm}$:
Drehmoment für konstante Leistung $P'_N = 2\pi n_N M_N = 2\pi n M_e$, $M_e/M_N = n_N/n$ bzw. $M_e/M_{N,th} = n_N/(1.3 \cdot n)$
Erreichen der Kippgrenze bei $n = n'_{max}$:

$$\frac{M_e/M_{N,th}}{n/n_N} = \frac{M_{bN}/M_{N,th}}{(n/n_N)^2} \Rightarrow \frac{1/1.3}{n/n_N} = \frac{2.5}{(n/n_N)^2} : \quad \frac{n'_{max}}{n_N} = 2.5 \cdot 1.3 = 3.25$$

$$x \cdot y = 1.3 \cdot 2.5 = 3.25$$

Es ergibt sich ein um 30 % erweiterter Konstantleistungsbereich 1:3.25 mit einer gegenüber 1) um 30 % erhöhten Maximaldrehzahl $n'_{max} = 1.3 n_{max}$, allerdings bei um 1/1.3 reduzierten Leistung $P'_N = P_N/1.3$.

Eine weitere Maßnahme zur Erhöhung des Konstantleistungsbereichs ist die Vergrößerung der Bemessungsscheinleistung des speisenden Umrichters $S_{Nx} = x \cdot S_N = x \cdot 3U_N I_N = 3U_N \cdot (x \cdot I_N)$. Bei gleicher Bemessungsspannung U_N wird der Bemessungsstrom um den Faktor $x > 1$ auf $I_{Nx} = x \cdot I_N$ erhöht, sodass die E-Maschine mit höherem Strom gespeist werden kann. Gemäß Kap. 4 kann bei gleichem Maschinendrehmoment $M_e \sim B_\delta A_s$ und damit gleicher Luftspaltflussdichte $B_\delta \sim N_s I_m$ und gleichem Stator-Strombelag $A_s \sim N_s I_s$ wegen des erhöhten Stator- bzw. Magnetisierungsstroms $(I_{sx}/I_s = x, I_{mx}/I_m = x)$ nun die Windungszahl je Strang in der Maschine um den Faktor $1/x$ kleiner ausgeführt werden: $N_{sx} = N_s/x$. Wegen der unveränderten Statordurchflutung und magnetischen Spannung $V_s \sim N_s I_s = N_{sx} I_{sx}$ bleibt das magnetische Feld in der E-Maschine unverändert. Die Ersatzschaltbildparameter R und L sinken quadratisch mit der Windungszahl, denn gemäß Kap. 4 ist $L \sim N^2$. Dies gilt auch für $R \sim N^2$, denn bei gleichem Nutquerschnitt, aber um $1/x$ verringerter Windungszahl kann der Leiterquerschnitt q_{Cu} um den Faktor x auf $q_{Cux} = x \cdot q_{Cu}$ erhöht werden. Mit der Länge l_w einer Windung, der Gesamt-Windungslänge $N_{sx} l_w$ je Strang, und der elektrischen Leitfähigkeit κ des verwendeten Leitermaterials erhalten wir für den Widerstand je Strang die Beziehung $R \sim N^2$ (7.109).

$$R_s = \frac{N_s l_w}{\kappa \cdot q_{Cu}} = \frac{x \cdot N_{sx} l_w}{\kappa \cdot q_{Cux}/x} = x^2 \cdot \frac{N_{sx} l_w}{\kappa \cdot q_{Cux}} = x^2 \cdot R_{sx} = \left(\frac{N_s}{N_{sx}}\right)^2 \cdot R_{sx} \qquad (7.109)$$

Für die Ersatzschaltbildparameter der Läuferseite ergibt sich wegen des Übersetzungsverhältnisses $ü_U ü_I \sim (N_s/N_r)^2$ dieselbe Abhängigkeit $\sim N_s^2$. Die Verluste in der Maschine verändern sich wegen gleicher Stromwärme $R \cdot I^2 = (R_x \cdot x^2) \cdot (I_x/x)^2 = R_x I_x^2$ und gleicher Ummagnetisierungsverluste (wegen der gleichen Flussdichten!) nicht. Mit dem T-Ersatzschaltbild aus Kap. 5 erhalten wir bei Speisung der E-Maschine mit f_N bei n_N und s_N mit dem erhöhten Strom $I_{Nx} = I_N \cdot x$ das Bemessungsmoment M_N, aber eine kleinere Klemmenspannung $U_{Nx} = U_N/x$, denn alle Spannungsfälle sind wegen $I_x \cdot Z_x = (I \cdot x) \cdot (Z/x^2) = I \cdot Z/x$ um den Faktor $1/x$ verringert. Das Kippmoment bei U_{Nx}, f_N ist gemäß Kap. 5 identisch mit dem Kippmoment der ursprünglichen Maschine mit der Strangwindungszahl N_s, die bei U_N betrieben wird, denn in beiden Maschinen sind Magnetfeld und Durchflutungen gleich groß.

$$M_{bx} = \frac{m_s}{2}\frac{p}{\omega_N^2}\frac{U_{sN}^2}{x^2}\frac{1-\sigma}{\sigma L_{sx}} = \frac{m_s}{2}\frac{p}{\omega_N^2}U_{sN}^2\frac{1-\sigma}{\sigma L_s} = M_{bN} \qquad (7.110)$$

Im Drehzahlbereich $n_N \le n \le x \cdot n_N = n'_N$ kann nun die Spannung $U_s \sim f_s$ weiter bis U_N erhöht werden, sodass das Kippmoment konstant bleibt. Die Maschine wird ab n_N mit konstanter Leistung $P_N \sim U_{Nx} I_{Nx} = (U_N/x) \cdot (I_N x) = U_N I_N$ betrieben. Dazu wird der Strom I_s von I_{Nx} auf I_N im Bereich $n_N \le n \le n'_N$ über die Abnahme von I'_{rx} auf I'_r verringert, während die Hauptfluss $\Phi_h = \Phi_{hN}$ wegen $U_s \sim f_s$ und des damit konstanten Magnetisierungsstroms konstant bleibt. Das Moment sinkt proportional

$M_e \sim \Phi_{hN} I'_r = \Phi_{hN} I'_{rx}/n \sim M_N \cdot (n_N/n)$. In dieser Beziehung müsste streng genommen gemäß Kap. 5 auch die Änderung des Phasenwinkels zwischen Fluss und Strom berücksichtigt werden; sie zeigt aber trotzdem das Wesentliche. Bei der Drehzahl $n'_N = x \cdot n_N$ erreicht die Umrichterausgangsspannung den maximalen Wert U_N. Bei weiterer Steigerung der Drehzahl sinkt im Bereich $n'_N \leq n \leq n_{max}$ der Hauptfluss $\Phi_h \sim n'_N/n$, der Rotorstrom $I'_r = I'_{rN}$ bleibt (bei Vernachlässigung des Einflusses der Phasenwinkeländerung) konstant und damit auch der Statorstrom $I_s = I_N$. Das Drehmoment sinkt daher weiter gemäß

$$M_e \sim \Phi_h I'_{rN} = (\Phi_{hN} \cdot n'_N/n) \cdot I'_{rx} \cdot (n_N/n'_N) \sim M_N \cdot (n_N/n).$$

Die Leistung bleibt konstant: $P_N = 2\pi n \cdot M_e \sim U_N I_N$. Das Kippmoment sinkt gemäß $M_b/M_{bN} = (n'_N/n)^2 = x^2 \cdot (n_N/n)^2$. Die maximale Drehzahl $n = n_{max}$ bei konstanter Leistung wird erreicht bei

$$M_b = M_{bN} \cdot x^2 \cdot \left(\frac{n_N}{n}\right)^2 = M_e = M_N \cdot \left(\frac{n_N}{n}\right) \Rightarrow \frac{n_{max}}{n_N} = x^2 \cdot \frac{M_{bN}}{M_N}. \tag{7.111}$$

Gegenüber dem Betrieb der ursprünglichen Maschine mit N_s Windungen je Strang und einem mit S_N dimensionierten Umrichter, der eine Maximaldrehzahl $n_{max}/n_N = y = M_{bN}/M_N$ erlaubt, konnte der Konstantleistungsbereich auf den Wert $y \cdot x^2$ abgehoben werden.

Fazit:
Eine Überdimensionierung der Asynchronmaschine um den Faktor x erlaubt eine Erweiterung des Konstantleistungsbereichs um den gleichen Faktor x. Eine Überdimensionierung Umrichters um den Faktor x bei gleichzeitiger Anpassung der Windungszahl ermöglicht eine Erweiterung des Konstantleistungsbereichs um den Faktor x^2, da die entsprechend um 1/x verringerte Windungszahl der Maschinenwicklung deren Widerstände und Induktivitäten um $1/x^2$ absenkt.

Beispiel 7.23

Ein Asynchronmotor mit $P_N = 100\,\text{kW}$ mit der Bemessungsspannung 400 V und einem Überlastverhältnis $M_{bN}/M_N = 3$ wird mit einer um 25 % geringeren Windungszahl N_{sx} bewickelt.

1. Wie muss bei Frequenzsteuerung die Umrichterkennlinie $U_s(f_s)$ verändert werden, damit bei f_N der Bemessungsfluss in der Maschine auftritt?
2. Wie muss der Bemessungsstrom verändert werden, um zu 1) gleiches Bemessungsdrehmoment bei n_N zu erreichen? Wie verändert sich die Umrichterscheinleistung?
3. Bis zu welchem Drehzahlverhältnis n_{max}/n_N ist Konstantleistungsbetrieb mit 100 kW möglich?

Lösung:

1. Statorflussverkettung: $\Psi_s \sim N_s \Phi_s \sim U_s/f_s$,
   Bemessungsfluss $\Phi_s = \Phi_{sN}$, $N_{sx} = N_s/x$, $x = 1/0.75 = 1.33$:

$$\Phi_s \sim \frac{U_s/f_s}{N_s} = \frac{U_s/f_s}{xN_{sx}} = \frac{U_{sx}/f_s}{N_{sx}} \Rightarrow U_{sx} = U_s/x$$

   Die Steilheit der $U_s(f_s)$-Kennlinie bei vernachlässigter Spannungsanhebung bei niedrigen Frequenzen muss wegen $U_{sx}/f_s = (U_{sN}/x)/f_{sN} \sim 1/x$ um $1/x = 3/4$ von 100 % auf 75 % verringert werden.
2. Der Bemessungsstrom und damit die Umrichterscheinleistung müssen um den Faktor $x = 1.33$ um 33 % erhöht werden.
3. Es ist Konstantleistungsbetrieb mit 100 kW in einem Drehzahlbereich zwischen n_N und $n_{max}/n_N = y \cdot x^2 = 3 \cdot 1.33^2 = 5.31$ möglich. Gegenüber der ursprünglichen Maschine mit der Windungszahl N_s und einem Konstantleistungsbereich 1:3 konnte dieser Bereich dank der Umrichterüberdimensionierung 1.33 wegen $1.33^2 - 1 = 0.77$ um 77 % erhöht werden.

Durch Verwendung eines zusätzlichen Getriebes (z. B. eines zweistufigen Planeten-Schaltgetriebes) kann der Konstantleistungsbereich zu kleineren Drehzahlen hin erweitert werden. Bei Einsatz eines Planeten- anstelle eines Stirnradgetriebes ergibt sich kein Versatz der rotierenden Achsen. Bei Schaltgetrieben kann z. B. zwischen zwei Übersetzungsverhältnissen (z. B. 1:1 und 1:4) mit einer gewissen Schaltzeit (typisch im Bereich einer halben Sekunde) umgeschaltet werden. Während bei 1:1 die Verluste in der Getriebestufe vermieden werden, aber dafür der Konstantleistungsbereich eingeschränkt ist, wird bei Betrieb mit z. B. 1:4 die untere Drehzahlgrenze an der Abtriebsseite des Getriebes z. B. auf $n'_N = n_N/4$ verringert. Der Konstantleistungsbereich steigt um den Faktor z. B. von $n_{max} : n_N = 5 : 1$ auf $n_{max} : n'_N = 20 : 1$. Die Maximaldrehzahl wird dabei nicht erhöht. Da (bei vernachlässigten Getriebeverlusten) an der Abtriebswelle das Drehmoment der Maschine in der gleichen Weise erhöht wird wie die Drehzahl abgesenkt wird, bleibt die Leistung konstant.

Neben dem Einsatz mechanischer Schaltgetriebe werden auch die Stern-Dreieck-Umschaltung und die Serien-Parallel-Umschaltung der Statorwicklung als „elektrische Schaltgetriebe" zur Erweiterung des Konstantleistungsbereichs eingesetzt. Bei der Y-D-Umschaltung wird der Konstantleistungsbereich um den Faktor $3 = (\sqrt{3})^2$ erweitert, bei der Serien-Parallel-Umschaltung um den Faktor $4 = 2^2$. Damit sind ohne mechanisches Getriebe Konstantleistungsbereiche von 12:1 bis 16:1 möglich ("wide range motors").

e2) Konstantleistungsbereich mit Stern-Dreieck-Umschaltung der Statorwicklung: Wird eine Asynchronmaschine mit der Bemessungsleistung P_N und dem Überlastverhältnis $M_{bN}/M_N = y \geq \sqrt{3}$ mit in Stern geschalteter Statorwicklung betrieben, so ist der Konstantleistungsbereich durch das ab n_{NY} sinkende Kippmoment durch $n_{NY} \leq n \leq$

$n_{\max Y} = y \cdot n_{NY}$ bestimmt. In diesem Bereich sinken der Fluss und das Drehmoment gemäß $\Phi_h = \Phi_{hN} \cdot (n_{NY}/n)$ und $M_e = M_N \cdot (n_{NY}/n)$, Spannung, Strom und damit die Leistung bleiben konstant gemäß $P_N \sim U_N I_N$. Wird bei $f_{ND} = \sqrt{3} f_{NY}$ entsprechend der Drehzahl $n_{ND} = \sqrt{3} n_{NY} \leq y \cdot n_{NY}$ die Ständerwicklung von Stern auf Dreieck umgeschaltet, so sinkt bei gleicher Leistung die Stromaufnahme je Strang auf $I_{ND} = I_{NY}/\sqrt{3}$, da sich die Strangspannung um $\sqrt{3}$ erhöht: $U_{ND} = U_{NY} \cdot \sqrt{3}$. Der bereits um $1/\sqrt{3}$ verringerte Fluss erhöht sich daher auf den Bemessungsfluss Φ_{hN}; das Drehmoment bleibt aber wegen des verringerten Stroms beim verringerten Wert $M_e = M_N \cdot (n_{NY}/n_{ND}) = M_N/\sqrt{3}$. Das Kippmoment erhöht sich wegen des erhöhten Flusses bzw. der erhöhten Strangspannung auf seinen ursprünglichen Wert bei n_{NY}.

$$M_b \sim \frac{(U_{ND})^2}{(\sqrt{3}\omega_N)^2 L_s} = \frac{(\sqrt{3} U_{NY})^2}{(\sqrt{3}\omega_N)^2 L_s} = \frac{U_N^2}{\omega_N^2 L_s} : M_b = M_{bN}$$

Bei weiterer Drehzahlerhöhung im Bereich $n_{ND} \leq n \leq n_{\max D}$ bleiben die Spannung U_N, der Strangstrom $I_{NY}/\sqrt{3}$, der Außenleiterstrom I_{NY} und die Leistung P_N konstant, der Hauptfluss sinkt gemäß $\Phi_h \sim n_{ND}/n$, das Drehmoment gemäß $M_e = M_N \cdot (n_{NY}/n)$, das Kippmoment gemäß $M_b/M_{bN} = (n_{ND}/n)^2 = 3 \cdot (n_{NY}/n)^2$.
Die maximale Drehzahl $n_{\max D}$ bei konstanter Leistung wird bei $n = n_{\max D} = 3 \cdot (M_{bN}/M_N) \cdot n_{NY} = 3 \cdot n_{\max Y}$ erreicht.

$$M_b = M_{bN} \cdot 3 \cdot \left(\frac{n_{NY}}{n}\right)^2 = M_e = M_N \cdot \left(\frac{n_{NY}}{n}\right) \Rightarrow \frac{n_{\max D}}{n_{NY}} = 3 \cdot \frac{M_{bN}}{M_N} \tag{7.112}$$

Der Feldschwächbereich wurde damit um den Faktor 3 erweitert, ohne den Umrichter überdimensionieren zu müssen. Er ist für die Strangwerte U_N und I_{NY} bemessen. Dafür benötigt man einen Stern-Dreieck-Umschalter und daher alle sechs herausgeführten Wicklungsenden U-X, V-Y, W-Z, um den Schalter anzuschließen.

Beispiel 7.24

Konstantleistungsbereich: Vergleich eines vierpoligen

a) Asynchronmotors mit Y-D-Umschaltung mit einem
b) gleich großen in Y geschalteten Asynchronmotor hinsichtlich gleichen Konstantleistungsbereichs.

Zu a): Der 4-polige Asynchronmotor mit in Y geschalteter Ständerwicklung hat N_s = 111 Windungen je Strang, eine verkettete Bemessungsspannung 400 V, einen Bemessungsstrangstrom 17 A und bei der Bemessungsdrehzahl 1500/min eine Bemessungsleistung 9 kW (Leistungsfaktor 0.85, Wirkungsgrad 0.9). Der Konstantleistungsbereich endet bei 4500/min, wo die mit $1/n$ abnehmende Kippleistung den Wert 9 kW erreicht (Abb. 7.53a). Bei $\sqrt{3} \cdot 1500 = 2600$/ min wird die Wicklung von Y auf D umgeschaltet.

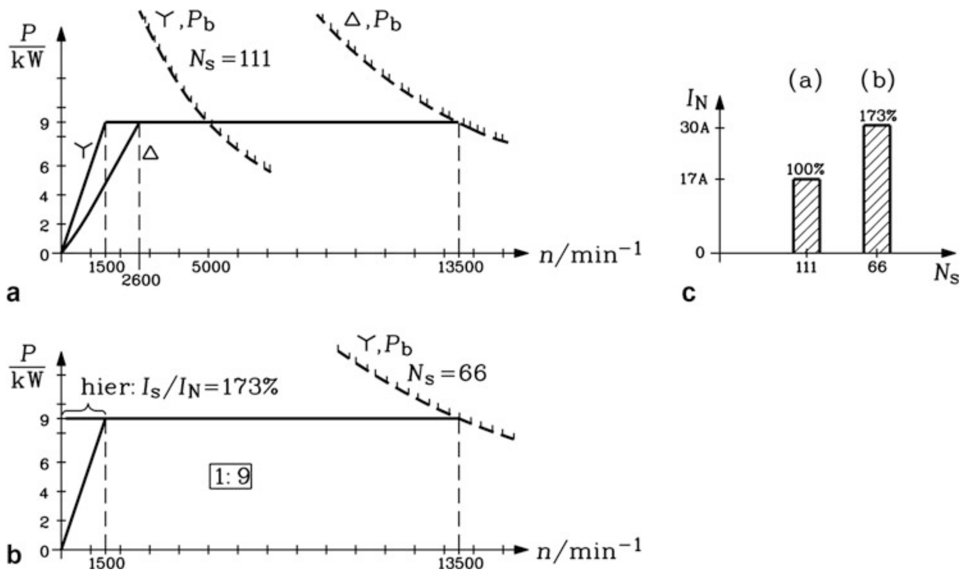


Abb. 7.53 Konstantleistungsbetrieb einer 4-poligen Asynchronmaschine mit 9 kW; Abgabeleistung (volle Linie) und Kippleistung (gestrichelt) (**a**) bei Y- und D-Schaltung der Ständerwicklung bei 111 Windungen je Strang, (**b**) bei Y-Schaltung der Ständerwicklung bei 66 Windungen je Strang, (**c**) Bemessungsströme bei (**a**) und (**b**) (Quelle: Huth 1989)

Der Umrichterstrom als Außenleiterstrom der Maschine bleibt konstant 17 A, sodass die Leistung konstant bleibt. Der Motorstrangstrom sinkt auf $17/\sqrt{3} = 10\,\mathrm{A}$. Der Motor ist nun um $1/\sqrt{3}$ schlechter ausgenützt. Die Kippleistung steigt um den Faktor 3 an, sodass der Konstantleistungsbereich 9 kW nun bis zur neuen Maximaldrehzahl $3 \cdot 4500 = 13500/\,\mathrm{min}$ reicht.

Zu b)): Soll eine Maschine gleicher Größe und Polzahl nur in Y-Schaltung mit konstanter Leistung 9 kW bis 13500/min betrieben werden, müsste das Kippmoment gegenüber der Y-Schaltung von a) um den Faktor 3 erhöht werden, was eine Absenkung der Windungszahl je Strang $N_s^* = 111/\sqrt{3} = 66$ erfordert (Abb. 7.53b). Dann sinkt die Induktivität $L_s^* \sim (N_s^*)^2$ um den Faktor 3, und das Kippmoment steigt entsprechend: $M_b^* \sim \frac{U_s^2}{\omega_s^2 L_s^*} = 3\frac{U_s^2}{\omega_s^2 L_s} \sim 3M_b$. Bei 1500/min ist die verkettete Spannung auf $400/\sqrt{3} = 231\mathrm{V}$ verringert. Für dieselbe elektrische Durchflutung $N_s I_s = N_s^* I_s^*$ und das selbe Bemessungsmoment bei 1500/min muss der Statorstrom erhöht werden: $I_N^* = 17 \cdot \sqrt{3} = 30\,\mathrm{A}$ (Abb. 7.53c). Dies ist für die E-Maschine wegen des um $\sqrt{3}$ größeren Leiterquerschnitts ohne Vergrößerung der Maschinenabmessungen möglich, aber die Bemessungsscheinleistung des Umrichters muss um den Faktor $\sqrt{3}$ erhöht werden. Dieser erhöhte Strom ist im Grunddrehzahlbereich bis 1500/min erforderlich, und wird dann wegen der geforderten konstanten Leistung bis $\sqrt{3} \cdot 1500 = 2600/\,\mathrm{min}$ auf 17 A kontinuierlich mit $1/n$ verringert, da in diesem Bereich die Spannung bis auf 400 V ansteigt. Danach bleiben Strom und Spannung konstant. Die Überdimensionierung des

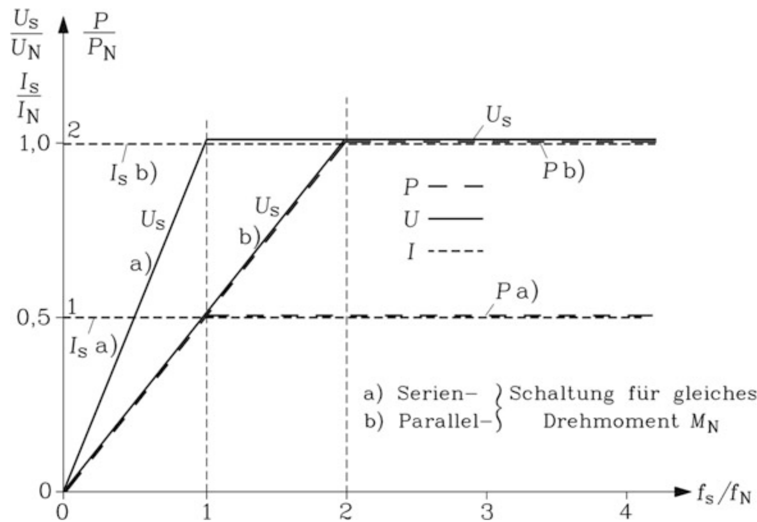


Abb. 7.54 Motorstrom, -spannung und –leistung bei a) Serien- und b) Parallelschaltung jedes Strangs der Ständerwicklung: Bei der Parallelschaltung sinkt die Windungszahl je Strang auf 50 %, sodass sich bei gleicher Bemessungsspannung die Bemessungsfrequenz, der Bemessungsstrom und die Bemessungsleistung verdoppeln

Umrichters für 30 A ist u. U. teurer als der Einsatz eines Stern-Dreieck-Umschalters für 17 A.

e3) Konstantleistungsbereich mit Serien-Parallel-Umschaltung der Statorwicklungsstränge: Ist jeder der drei Wicklungsstränge so ausgeführt, dass er wahlweise in Serienschaltung mit n_s bzw. in Parallelschaltung mit $N_s/2$ Windungen je Strang betrieben werden kann (Abb. 7.54), so ergeben sich analoge Verhältnisse zur Y-D-Umschaltung. Die Asynchronmaschine wird mit der Bemessungsleistung P_N und dem Überlastverhältnis $M_{bN}/M_N = y \geq 2$ mit in Serie geschalteter Statorwicklung im unteren Drehzahlbereich betrieben. Der Konstantleistungsbereich ist durch das ab der bei Serienschaltung gültigen Bemessungsdrehzahl n_{Ns} sinkende Kippmoment gemäß $n_{NS} \leq n \leq n_{maxS} = y \cdot n_{NS}$ bestimmt. In diesem Bereich sinken der Fluss und das Drehmoment gemäß $\Phi_h = \Phi_{hN} \cdot (n_{NS}/n)$ und $M_e = M_N \cdot (n_{NS}/n)$, Spannung, Strom und damit die Leistung bleiben konstant $P_N \sim U_N I_N$. Wird bei $f_{NP} = 2f_{NS}$ entsprechend der bei Parallelschaltung gültigen Bemessungsdrehzahl $n_{NP} = 2n_{NS} \leq y \cdot n_{NS}$ die Ständerwicklung je Strang von Serien- auf Parallelschaltung umgeschaltet, so sinkt bei gleicher Leistung die Stromaufnahme je Parallelzweig auf $I_{NS}/2$, da sich die Spannung je Parallelzweig um den Faktor 2 erhöht. Der Fluss erhöht sich daher auf den Bemessungsfluss Φ_{hN}; das Drehmoment bleibt aber wegen des in den Windungen verringerten Stroms beim verringerten Wert $M_e = M_N \cdot (n_{NS}/n_{NP}) = M_N/2$. Wegen $N_{sP} = N_{sS}/2$ und $L_s \sim N_s^2$ sinken die Induktivitäten auf ein Viertel ihres Werts bei Serienschaltung. Das Kippmoment erhöht sich wegen des auf den Bemessungswert erhöhten Flusses auf seinen ursprünglichen Wert bei n_{Ns}.

$$M_b \sim \frac{U_N^2}{(2\omega_{NS})^2 L_{sP}} = \frac{U_N^2}{4(\omega_{NS})^2 L_{sS}/4} = \frac{U_N^2}{\omega_{NS}^2 L_{sS}} : M_b = M_{bN}$$

Bei weiterer Drehzahlerhöhung im Bereich $n_{NP} \leq n \leq n_{\max P}$ bleiben die Spannung U_N, der Strangstrom $I_N = I_{NS}$ und die Leistung P_N konstant, der Hauptfluss und das Drehmoment sinken gemäß $\Phi_h \sim n_{NP}/n$ und $M_e = M_N \cdot (n_{NS}/n)$, das Kippmoment gemäß

$$M_b/M_{bN} = (n_{NP}/n)^2 = 4 \cdot (n_{NS}/n)^2.$$

Die maximale Drehzahl $n_{\max P}$ bei konstanter Leistung wird bei $n_{\max P} = 4 \cdot (M_{bN}/M_N) = 4 \cdot n_{\max S}$ erreicht: In Abb. 7.55 beträgt dieser Wert $n_{\max P} = 4 \cdot (2.5 n_{NS}) = 10 n_{NS}$. Der Feldschwächbereich wurde damit um den Faktor 4 erweitert, ohne den Umrichter überdimensionieren zu müssen. Er ist für die Strangwerte U_N und I_{NS} bemessen. In den Parallelzweigen, die thermisch für I_{NS} ausgelegt sind, fließt der halbe Strom $I_{NS}/2$. Der Motor ist also bei Parallelschaltung nur zu 50 % ausgenützt. Für die Serien-Parallel-Umschaltung benötigt man einen Schalter, der die Wicklungsenden der Parallelzweige U1–X1, U2–X2, V1–Y1, V2–Y2, W1–Z1, W2–Z2 entsprechend in Serie und parallel verschaltet.

f) Bemessungshinweise für Asynchronmaschinen bei Netz- und Umrichterbetrieb: Netzgespeiste Asynchronmaschinen müssen für den Anlauf am Netz bemessen sein. Die Läuferfrequenz variiert dabei zwischen Netzfrequenz und sehr kleinen Frequenzen bei Leerlauf.Umrichtergespeiste Asynchronmaschinen werden mit veränderlicher Statorfrequenz

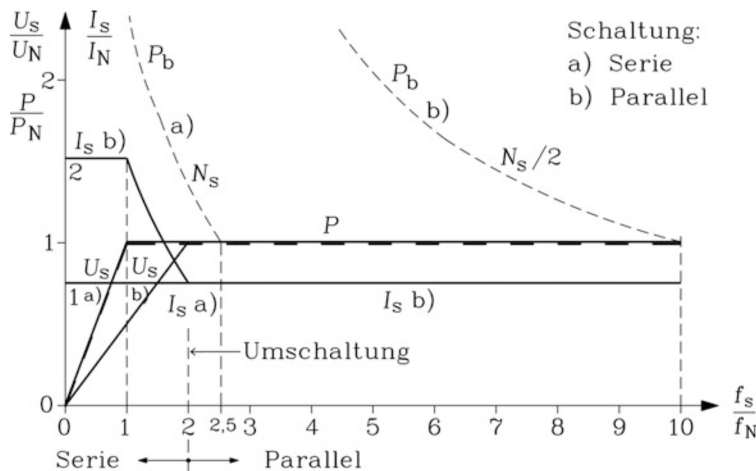


Abb. 7.55 Serien-Parallel-Umschaltung zur Vervierfachung des Konstantleistungsbereichs: (a) Kippleistung $P_b = 2\pi n M_b \sim 1/n$, Strom, Spannung und Leistung bei Serienschaltung, (b) Bei Parallelschaltung wird der Konstantleistungsbereich von 1:2.5 auf 1:10 erhöht. Unterhalb von $f_s/f_N = 2$ müsste man bei Parallelschaltung der Strom für konstante Leistung verdoppeln. Dies wird durch den Betrieb mit Serienschaltung vermieden

Tab. 7.11 Günstige Bemessung der Maschinenparameter Luftspalt, Streuinduktivität und Rotorwiderstand für netzgespeiste Asynchronmaschinen

Ziel	δ	$L_\sigma = \sigma L_s$	R_r
Grosses Kippmoment	–	klein [1)]	–
Kleiner Magnetisierungsstrom	klein [2)]	–	–
Kleiner Anlaufstrom	–	groß	groß
Großes Anlaufmoment		klein	groß [3)]
Guter Wirkungsgrad	klein/groß [4)]	klein	klein

Tab. 7.12 Günstige Bemessung der Maschinenparameter Luftspalt, Streuinduktivität und Rotorwiderstand für umrichtergespeiste Asynchronmaschinen

Ziel	δ	$L_\sigma = \sigma L_s$	R_r
Grosses Kippmoment	–	klein [1)]	–
Kleiner Magnetisierungsstrom	klein [2)]	–	–
Kleine Zusatzverluste	klein / groß [4)]	groß[5)]	klein [6)]

so betrieben, dass die Läuferfrequenz maximal etwa die Kippfrequenz f_{rb} ist (Flügel 1982, Ade und Binder 2004). Aus diesen Unterschieden ergeben sich unterschiedliche Auslegungskriterien für diese Maschinen (Andresen 1989), die in den Tab. 7.11 und 7.12 zusammengefasst sind. Folgende Gesichtspunkte 1) bis 6) sind dabei zu bedenken, die in den besagten Tabellen mit den Indizes 1) bis 6) markiert sind.

1) Kleine Streuinduktivitäten für ein hohes Kippmoment werden durch eine hohe Nutzahl pro Pol und Strang q erreicht, da dann die Oberwellenstreuung sinkt. Durch ungeschrägte Nuten wird die Schrägungsstreuung (Kap. 6) vermieden, aber bei Netzanlauf können wegen der störenden Oberwellenmomente ungeschrägte Nuten nicht ausgeführt werden. Auch Nuten mit im Verhältnis zur Nutbreite kleiner Nuthöhe und mit großen Nutöffnungen führen auf einen geringen Nutstreufluss, aber bei Netzbetrieb wegen der geringen Stromverdrängung zu geringen Anlaufmomenten.
2) Neben einem kleinen Luftspalt führt auch eine geringe Eisensättigung auf einen kleinen Magnetisierungsstrom, was wiederum ausreichend breite Zähne und Joche erfordert.
3) Durch eine große Stromverdrängung und damit tiefe Rotornuten, aber auch durch spezielle Nutformen wie die Doppelnut und hochohmige Leitermaterialien wie z. B. die Al-Si-Legierung Silumin wird der Rotorwiderstand erhöht.
4) Bei einem kleinen Luftspalt ist der Magnetisierungsstrom klein, bei einem großen Luftspalt sind die Luftspaltfeldoberwellen klein, die Zusatzverluste im Läufer hervorrufen. Es muss bei der Wahl der Luftspaltweite somit ein Kompromiss gefunden werden. Ebenso führen kleine Nutöffnungen i. A. zu kleinen Luftspaltfeldoberwellen.
5) Ausreichend hohe Streuinduktivitäten verringern die Oberschwingungsströme, verringern aber auch das Kippmoment. Daher wird bei umrichtergespeisten

Asynchronmaschinen oft auf die Schrägung und die damit verbundene Schrägungsstreuung verzichtet, da kein Netzanlauf benötigt wird, der durch Oberwellenmomente behindert werden könnte, und auch, da sie zu schädlichen Läuferpaketquerströmen führen kann. Weiter werden im Gegensatz zu netzgespeisten Maschinen die Läufernutzahlen oft größer als die Ständernutzahlen ausgeführt, um eine kleine Läuferoberwellenstreuung zu erreichen. Die bei $Q_r > Q_s$ ungünstig hohen Querströme treten bei ungeschrägten Läufernuten nicht auf.

6) Wegen der hohen Läuferfrequenzen der Oberschwingungssysteme bei Umrichterspeisung soll möglichst keine Stromverdrängung auftreten, sodass Rund- oder Ovalnuten im Läufer bevorzugt sind.

Die Tab. 7.11 und 7.12 zeigen, dass sich sowohl für netz- als auch für umrichtergespeiste Asynchronmaschinen die Anforderungen an die Maschinenparameter teilweise widersprechen; z. B. am Netz hinsichtlich optimalem Anlauf und hoher Überlastfähigkeit oder am Umrichter hinsichtlich hohem Wirkungsgrad und hoher Überlastfähigkeit. Daher sind stets Kompromisse bei der Auslegung erforderlich (Weninger 1981).

g) Spannungsbeanspruchung bei Umrichterspeisung: Bei umrichtergespeisten Maschinen muss zusätzlich darauf geachtet werden, dass moderne schnell schaltende Umrichter mit Schaltzeiten t_s im Nanosekundenbereich steile Spannungsflanken am Umrichterausgang, z. B. im Zweipunktbetrieb in der verketteten Spannung zwischen 0 und $\pm U_d$, erzeugen. Dies entspricht bei $U_d = 600\,\text{V}$ und einer Schaltzeit $t_s = 50$ ns einer typischen Spannungssteilheit von $du/dt = U_d/t_s = 12\,\text{kV}/\mu\text{s}$ (Binder 2008). Diese Schaltzeiten t_s sind dann oft kürzer als die Zeit t_p der mit der Geschwindigkeit v sich ausbreitenden Umrichterspannungssignale von den Umrichter- zu den Maschinenklemmen entlang des Motorkabels. Mit der Kabellänge l folgt $t_p = l/v$. Diese Ausbreitungsgeschwindigkeit v ist die Lichtgeschwindigkeit im Motorkabel und beträgt bei typischen Isoliermaterialien des Motorkabels etwa die halbe Vakuumlichtgeschwindigkeit $v \approx c_0/2 \approx 150000\,\text{km / s}$. Da die Maschinenwicklungsimpedanz als Abschlussimpedanz des Kabels deutlich größer als die Wellenimpedanz des Kabels ist, kommt es zu Spannungsreflexionen an den Maschinenklemmen mit einem Reflexionsfaktor von nahezu 1. Dadurch verdoppelt sich die Spannung an den Maschinenklemmen nahezu, sodass bei einem 400 V-Netzanschluss und damit einer Umrichterzwischenkreisspannung von ca. 600 V die Klemmenspannung kurzzeitig etwa 1200 V beträgt. Dieser Effekt tritt in voller Größe auf, sobald die Schaltzeit t_s kürzer als die doppelte Laufzeit der Spannungswelle $2t_p = 2l/v$ entlang des Motorkabels ist. Bei gegebener Schaltzeit t_s tritt somit die volle Spannungsreflexion an den Motorklemmen auf, wenn die Kabellänge gleich oder größer als die „kritische Kabellänge" ist.

$$l_{crit} = t_s \cdot v/2 \approx t_s \cdot c_0/4 \tag{7.113}$$

Bei $t_s = 50$ ns sind also bereits bei Überschreiten einer kritischen Kabellänge von ca. 4 m ($l_{crit} = (50 \cdot 10^{-9}\text{s} \cdot 3 \cdot 10^8\text{m / s}) / 4 = 3.75\text{m}$) diese hohen Spannungsspitzen erreicht, die

durch das Isolationssystem der Maschinenwicklung beherrscht werden müssen (Hentschel et al. 1993). Hinzu kommt, dass sich diese hohe Spannung am Wicklungseingang aufgrund der unterschiedlichen Kapazitäten zwischen den einzelnen Windungen und gegen das geerdete Blechpaket nichtlinear entlang der Wicklung verteilt. Dadurch werden die Eingangsspulen der Wicklung mit einer deutlich höheren Spannung beansprucht als bei einer linearen Spannungsverteilung entlang der Wicklung (Heller et al. 1957), wo jede Windung als Windungsspannung nur die Gesamtspannung, dividiert durch die die Windungszahl, erhält. Daher muss das Isolationssystem elektrischer Drehfeldwicklungen von Asynchron- und Synchronmaschinen bei Umrichterspeisung mit schnell schaltenden Leistungshalbleitern wie den zur Zeit üblichen IGBTs deutlich hochwertiger sein als bei netzgespeisten Maschinen gleicher Bemessungs-Netzspannung (Kaufhold et al. 1993, 2000).

Durch passive L_F-C_F-Tiefpassfilter am Umrichterausgang können die steilen Spannungsflanken der getakteten Umricherausgangsspannung abgeflacht werden. Dadurch steigt die Spannungsanstiegszeit $t_s^* > t_s$ der Spannungsflanken. Die kritische Motorkabellänge wird dadurch im Maße t_s^*/t_s erhöht. Solange man mit den ausgeführten Kabellängen unter dieser kritischen Länge zwischen Motorklemmen und Umrichter bleibt, erreichen die Spannungsspitzen an der Motorwicklung nicht ihren theoretischen Maximalwert. Die Spannungsbeanspruchung der Motorwicklung wird entsprechend gemindert. Man unterscheidet zwei Filtertypen:

Beim *du*/*dt*-Filter liegt die Filtereckfrequenz

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_F C_F}} \tag{7.114}$$

etwas unterhalb der Pulsfrequenz (bzw. doppelten Taktfrequenz): $f_0 < f_p$. Damit bleibt der pulsweitenmodulierte Charakter der Umrichterausgangsspannung in etwa erhalten, aber die Spannungsanstiegszeiten sind erhöht ($t_s^* > t_s$), was zum o. g. Effekt der Erhöhung der kritischen Kabellänge führt. Es werden typische kritische Kabellängen von 100 … 150 m erreicht. Beim deutlich größeren und teureren Sinusfilter liegt die Filtereckfrequenz oberhalb der Grundfrequenz der Umrichterausgangsspannung und unterhalb der Frequenz der fünften Spannungsharmonischen, sodass sämtliche Spannungsoberschwingungen wirkungsvoll abgedämpft werden.

$$f_{s,1} < f_0 < 5f_{s,1} \tag{7.115}$$

Die Frequenz f_0 liegt somit deutlich niedriger als beim *du*/*dt*-Filter, was durch eine Vergrößerung der Filterinduktivität L_F und vor allem der Filterkapazität C_F erreicht wird, um den Längsspannungsfall an L_F ausreichend klein zu halten. Dadurch ist die Umrichterausgangsspannung sowohl als verkettete Größe als auch als Stranggröße weitgehend sinusförmig wie bei Netzbetrieb. Es treten wie bei Netzbetrieb keine Spannungsreflexionen und damit keine erhöhte Spannungsbeanspruchung der Maschinenwicklung auf. Da die Drehzahlveränderung über eine Veränderung der Grundschwingungsfrequenz $f_{s,1}$ erfolgt, wird bei aktiven Sinusfiltern die Filtereckfrequenz der Grundschwingungsfrequenz nachgeführt, während bei den kostengünstigeren rein passiv aufgebauten Sinusfiltern die

Filtereckfrequenz konstant ist. Dies schränkt dann den Bereich der Drehzahlveränderbarkeit des Antriebs ein (Binder 1996a, 2008).

h) Lagerströme bei Umrichterspeisung: Selbst bei Einsatz von Sinusfiltern am Umrichterausgang muss festgestellt werden, dass zwar der arithmetische Mittelwert der drei Strangspannungen und der drei verketteten Spannungen jeweils Null ist, aber nicht der Mittelwert der drei Klemmenpotenziale gegen das Nullpotenzial, das durch das Erdpotenzial des geerdeten Umrichtergehäuses festgelegt ist.

$$u_0(t) = (\varphi_{L1}(t) + \varphi_{L2}(t) + \varphi_{L3}(t))/3 \tag{7.116}$$

Dies ist z. B. bei Blockspannungsbetrieb aus Abb. 7.42 unmittelbar ersichtlich, wenn man den arithmetischen Mittelwert der drei Klemmenpotenziale während einer Grundschwingungsperiode bildet. Dieser Mittelwert u_0 wird Umrichtergleichtaktspannung oder Nullspannung genannt. Bei Blockspannungsbetrieb schwankt diese Nullspannung zwischen $+U_d/6$ und $-U_d/6$ mit dreifacher Schaltfrequenz. Bei pulsweitenmodulierten Umrichtern nimmt diese Nullspannung im filterlosen Betrieb die Werte $+U_d/2$, $+U_d/6$, $-U_d/6$, $-U_d/2$ an (Mütze 2004). Aufgrund der steilen Spannungsflanken dieser Gleichtaktspannung treibt u_0 einen schaltfrequenten, kapazitiven Nullstrom i_0 über die zwischen Wicklung und Blechpaket auftretende Kapazität der Wicklungshauptisolation gegen Erde. Deshalb können zumeist bei Antrieben mit schnell schaltenden Umrichtern keine Fehlerstromschutzschalter (FI-Schutzschalter) für den Personen- bzw. Brandschutz eingesetzt werden, da diese den betriebsmäßig auftretenden Maschinenerdstrom i_0 als Fehlerstrom interpretieren und auslösen. Weiter erregt der Gleichtakterdstrom $i_0(t)$ in der elektrischen Maschine ein schaltfrequentes Gleichtakt-Magnetfeld, das eine Wellenspannung $u_{sh}(t)$ in der „Spannungsschleife", gebildet aus Welle, Lagern, Lagerschilden und Statorjoch, induziert. Bei größeren Maschinen mit Bemessungsleistungen ab ca. 100 kW bei 1500/min ist diese schaltfrequente Wellenspannung ausreichend groß, um einen Kreisstrom $i_{b,circ}(t)$ über die Lager in dieser Spannungsschleife zu treiben, der die Lager schädigt (Drubel et al. 2006). Dieser schaltfrequente Zirkularstrom $i_{b,circ}(t)$ kann durch die Isolierung eines Lagerschilds wirkungsvoll unterbrochen werden (Binder et al. 2008).

Leider bewirkt die Gleichtaktspannung $u_0(t)$ noch einen weiteren negativen Effekt. Sie wird über die relativ kleinen Kapazitäten zwischen der Ständerwicklung und dem Läuferblechpaket sowie dem Läuferblechpaket und dem Ständerblechpaket kapazitiv auf den Läufer eingekoppelt. Sie tritt daher, entsprechend abgemindert über diesen kapazitiven Spannungsteiler (dem „bearing voltage ratio" *BVR*), als schaltfrequente Gleichtakt-Lagerspannung $u_b(t)$ an den Lagern auf.

$$u_b(t) = BVR \cdot u_0(t) \tag{7.117a}$$

Typische Werte dieser Lagerspannung sind 2 % ... 7 % der Umrichtergleichtaktspannung ($BVR \approx 0.02 \ldots 0.07$). Bei einer Zwischenkreisspannung von 600 V tritt somit gemäß

$$u_\mathrm{b} = BVR \cdot u_{0,\max} = BVR \cdot U_\mathrm{d}/2 = (0.02\ldots0.07)\cdot 600/2 = 6\ldots21\,\mathrm{V} \quad (7.117\mathrm{b})$$

eine maximale Lagerspannung zwischen ca. 5 und 25 V auf und lädt den Schmierfilm im Lager auf bzw. um. Die isolierende Strecke des Schmierfilms bricht aufgrund von (i. A. metallischen) Verunreinigungen regelmäßig durch, sodass kurze Gleichtakt-Entladestromimpulse im Lager $i_{\mathrm{b,EDM}}(t)$ auftreten, die ebenfalls die Lager schädigen können (Binder et al. 1998a). Dieser Effekt wirkt wie eine Funkenerosion auf die Lageroberflächen und wird deshalb EDM-Effekt (Electric Discharge Machining) genannt. Dieser Effekt wird hauptsächlich von der Höhe der Zwischenkreisspannung des Umrichters und der damit verbundenen Gleichtaktspannung u_0 bestimmt und tritt daher auch bei kleinen E-Maschinen im unteren kW-Bereich auf. Abhilfe bringen spezielle Gleichtakt-Spannungsfilter, die die Nullspannung entsprechend unterdrücken. Weiter können durch den Einsatz von Dreipunkt-Wechselrichtern anstelle von Zweipunkt-Wechselrichtern sowohl auf der Netz- als auch auf der Motorseite des Umrichters die Pulsmuster so optimiert werden, dass die Nullspannung minimiert wird (Mütze et al. 2005).

Bei läufergespeisten Asynchronmaschinen z. B. als Generatoren in Windkraftanlagen tritt die schaltfrequente Gleichtaktspannung $u_{\mathrm{r}0}$ des Umrichters in der Läuferwicklung auf und treibt einen schaltfrequenten Erdstrom $i_{\mathrm{r}0}$ von der Läuferwicklung über die Wicklungshauptisolation, das Läuferblechpaket und die Lager gegen Erde. Dadurch werden die Lager durch den Erdstrom direkt elektrisch belastet. Weiter tritt die Umrichtergleichtaktspannung $u_{\mathrm{r}0}$ nahezu in voller Höhe direkt an den Lagern auf ($BVR \approx 0.9$), sodass EDM-Lagerströme mit hoher Wahrscheinlichkeit auftreten und die Lager schädigen können. Es bedarf somit besonderer Vorkehrungen zum Schutz der Lager wie die bereits erwähnten Spannungsgleichtaktfilter.

Übrigens können auch bei elektrisch erregten Synchronmaschinen (Kap. 8), deren Läufer aus Stromrichtern über Schleifringe gespeist werden, entsprechende Gleichtaktspannungen in der Läuferwicklung auftreten, die zu schädlichen Lagerströmen führen können. Bei diesen Großmaschinen werden häufig parallel zu den Lagern Erdungsbürsten zwischen Lagerschild und rotierender Welle eingesetzt. Diese niederohmig ausgeführten metallhaltigen Graphitbürsten schließen die Lagerspannungen kurz und verhindern daher Entladevorgänge im Lager. Gleichzeitig übernehmen sie einen allfällig auftretenden Gleichtakt-Erdstrom $i_{\mathrm{r}0}$ als Bürstenstrom, da sie niederohmiger als die parallel angeordneten Lager sind (Amann et al. 1988).

7.9 Auswirkungen der Stromoberschwingungen auf das Betriebsverhalten der Asynchronmaschine bei Frequenzumrichterspeisung

a) Zusätzliche Verluste durch Stromoberschwingungen: Die Oberschwingungsströme $I_{\mathrm{s},k}$ erregen Luftspaltfeldwellen $B_{\mathrm{d}sk}(x_\mathrm{s}, t)$, die gemäß Kap. 3 als Fourier-Reihen dargestellt werden können.

$$B_{\delta sk}(x_s,t) = \sum_{\nu=1,-5,7,\dots}^{\infty} \hat{B}_{\delta sk,\nu} \cdot \cos(\frac{\nu \pi x_s}{\tau_p} - k \cdot \omega_s t)$$
$$\nu = 1 + 2mg_s \quad g_s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad k = 1 + 6g \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{7.118}$$

Die Geschwindigkeit der Einzelwellen im Luftspalt ist

$$v_{k,\nu} = 2 \cdot k \cdot f_s \cdot \tau_p / \nu. \tag{7.119}$$

Im Abschn. 7.8 wurden die Oberwellen $|\nu| > 1$vernachlässigt, da ihre Amplituden gegenüber den Amplituden der Grundwellen deutlich kleiner sind. Die in der Läuferwicklung durch die Grundwellen induzierten Läuferstromoberschwingungen $I_{r,k}$ sind als auf die Statorseite umgerechnete Werte $I'_{r,k}$ gemäß (7.102) etwa gleich groß wie die Statorstromoberschwingungen.

$$|k| > 1 : I_{s,k} \approx I'_{r,k} \tag{7.120}$$

Die zusätzlichen Stromwärmeverluste in der Ständer- und Läuferwicklung ohne Einfluss der frequenzabhängigen Stromverdrängung sind folglich

$$P_{Cu,inv} \cong 3 \sum_{|k|>1}^{\infty} (R_s + R'_r) \cdot I_{s,k}^2. \tag{7.121}$$

Durch die hohen Frequenzen $|k| \cdot f_s$ der Stromharmonischen tritt vor allem in den Rotorstäben der Käfigläufermaschinen eine erhebliche Widerstandserhöhung infolge Stromverdrängung auf (von Zweygbergk et al. 1969). Diese Widerstandserhöhung führt zu einer erhöhten Stromwärme. Gleichzeitig werden die Magnetfelder der Stromharmonischen zum Luftspalt hin verdrängt und verursachen daher in den Zahnköpfen des Läufers entsprechende Ummagnetisierungsverluste (Oberretl 2007; Joksimovics et al. 2004). Fallweise werden speziell für Umrichterbetrieb entworfene Käfigläufer mit Kupfer-Rundstäben ausgeführt (vgl. Kap. 6), da diese auf Grund der vergleichsweise geringen Stabhöhe die geringste Stromverdrängung aufweisen. Aluminium-Druckguss-Käfige für Umrichterbetrieb werden mit ovalen Stäben (Abb. 7.56) ausgeführt, da mit Zähnen mit konstanter Breite die Eisensättigung in den Zähnen i. A. kleiner ist. Im Fall halbgeschlossener Läufernuten (Abb. 7.56, a): Nut A) ist die Nutstreuinduktivität kleiner als bei geschlossenen Nuten (Abb. 7.56, b) und c): Nuten B und C). Die erhöhte Streuinduktivität bei B und C bewirkt eine Verringerung der Oberschwingungsströme. Allerdings rufen die Luftspaltfelder der Stromharmonischen auch hochfrequente Ummagnetisierungsverluste in den Zahnköpfen des Rotorblechpakets hervor, und zwar vornehmlich Wirbelstromverluste, da diese quadratisch mit der Frequenz zunehmen. Bei Nut C bewirkt der Streuschlitz eine Verringerung der Flussdichte im Zahnkopf und damit dort eine etwa quadratische Verringerung der Ummagnetisierungsverluste. Diese Überlegungen zur Verringerung der Läuferzusatzverluste sind vor allem bei Betrieb mit niedriger Taktfrequenz wesentlich, da dann die Stromharmonischen relativ groß sind. Bei großen Antrieben im MW-Bereich

mit relativ niedrigen Taktfrequenzen wegen der sonst zu hohen Schaltverluste in den Leistungshalbleitern werden die Käfige mit Kupferstäben und halbgeschlossenen Nuten ausgeführt. Der Nutschlitz wirkt dabei ähnlich wie bei Nutform C vermindernd auf die Ummagnetisierungsverluste in den Zahnköpfen.

Beispiel 7.25

Vergleich der zusätzlichen Stromwärmeverluste im Läufer-Aluminiumkäfig bei niedriger Schaltfrequenz 750 Hz bei den Nuten A und C (Abb. 7.56a, c) des dreiphasigen, ungeschrägten Käfigläufermotors von Bsp. 6.17 mit den Daten: $2p = 4$, 15 kW, 380 V D, 30 A, Luftspaltweite 0.45 mm, Blechpaketlänge 195 mm, Rotoraußendurchmesser 145 mm, Nutzahl im Stator / Rotor: 36 / 28.

Lösung:
Die Berechnung der Stromwärmeverluste in den Läuferstäben erfolgte bei 15 kW Maschinenleistung numerisch mit der Methode der Finiten Elemente im Zeitschrittverfahren bei einer Ständergrundfrequenz $f_s = 50\,\text{Hz}$ (Arkkio 1992).

a) Die Ständerwicklung wurde mit PWM in synchroner Taktung und einer Schaltfrequenz $f_T = 750\,\text{Hz}$ ($f_T/f_s = 15$) gespeist.
b) Die Ständerwicklung wurde mit reiner Sinusspannung mit gleicher Grundschwingungsamplitude und Frequenz 50 Hz wie bei a) berechnet.
   Gegenüber b) ergaben sich für a) folgende erhöhte zusätzliche Läuferstromwärmeverluste:

$$\Delta P_{\text{Cu,r,inv}} = Q_r \sum_{|k|>1}^{\infty} R_r(f_{r,k}) \cdot I_{r,k}^2$$

Nutform A: $\Delta P_{\text{Cu,r,inv}} = 190\,\text{W}$, Nutform C: $\Delta P_{\text{Cu,r,inv}} = 60\,\text{W}$

Die zusätzlichen Verluste führen zu einer Erhöhung der Wicklungstemperatur, sodass bei Umrichterbetrieb fallweise eine Verringerung der Bemessungsleistung gegenüber reinem

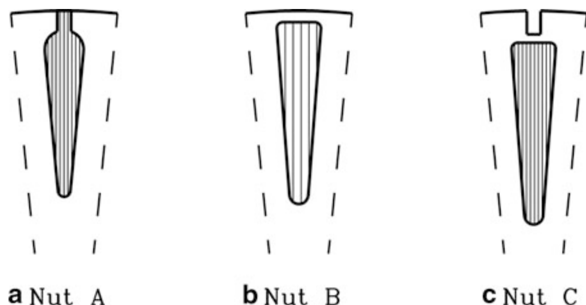


Abb. 7.56 Vergleich unterschiedlicher Läufernutformen von Aluminium-Druckguss-Käfigen für Umrichterbetrieb. A: halbgeschlossene Nut, B: geschlossene Nut, C: geschlossene Nut mit zusätzlichem Streuschlitz (Quelle: Gertmar et al. 1989)

Sinusbetrieb vorgenommen werden muss, um die Wicklungstemperatur innerhalb zulässiger Grenzen zu halten. Bei kleineren Bemessungsleistungen ist es üblich, eine ausreichend hohe Schaltfrequenz der PWM zu wählen, um einen nahezu sinusförmigen Strom und kleine zusätzliche Stromwärmeverluste zu erhalten, während die für Umrichterbetrieb bemessenen Asynchronmaschinen mit Nutform A oder B (Abb. 7.56a, b) ausgeführt werden. Wird zur Abschätzung der Stromverdrängung der in Kap. 6 beschriebene Hochstab verwendet, so ist bei hoher Läuferfrequenz und damit hoher reduzierter Leiterhöhe $\xi > 2$ die Widerstandszunahme etwa

$$k_{Rk} \cong \xi_k = h_{\text{Stab}}/d_{E,k} = h_{\text{Stab}}\sqrt{\pi\mu_0\kappa \cdot |s_k \cdot k| \cdot f_s \cdot b_{\text{Stab}}/b_Q}. \tag{7.122}$$

Die Stromverdrängung verringert auch die Läufer-Nutstreuinduktivität, während die Statornutstreuung bei ausreichend dünnen Drähten und wenigen parallelen Drähten je Windung kaum beeinflusst wird. Da also die anderen Streufeldanteile (Stator: Nutstreuung, Stator und Rotor: Stirn- und Oberfelderstreuung) nicht oder wenig von der Stromverdrängung beeinflusst werden, wird bei der Abschätzung ein von der Frequenz unabhängiges Streufeld angenommen. Die Läuferstromwärmeverluste der k-ten Stromoberschwingung sind mit (7.101), (7.102)

$$P_{\text{Cu,r,inv},k} = Q_r R_{r,k} I_{r,k}^2 = Q_r k_{Rk} R_r I_{r,k}^2 \cong \frac{U_{s,k}^2 Q_r k_{Rk} R_r}{(|k|\,\omega_s \cdot (L_{s\sigma} + L'_{r\sigma}))^2} \tag{7.123}$$

$$P_{\text{Cu,r,inv},k} \sim \sqrt{|k|} \cdot U_{s,k}^2/\,|k|^2 = U_{s,k}^2/\,|k|^{3/2}\,. \tag{7.124}$$

Eine Erhöhung der Schaltfrequenz bei PWM erhöht jene Ordnungszahlen k, bei denen nennenswerte Spannungsoberschwingungsamplituden auftreten, also gemäß Abschn. 7.8 in etwa bei den Vielfachen der Schaltfrequenz: $|k| \cong f_T/f_s,\ 2f_T/f_s, \ldots$ Mit steigender Schaltfrequenz sinken somit gemäß (7.124) die zusätzlichen Käfig-Stromwärmeverluste, dafür steigen die Schaltverluste in den Leistungshalbleitern, sodass für das Gesamtsystem aus Umrichter und Asynchronmaschine eine gesamtverlustminimale Schaltfrequenz gefunden werden muss, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 7.26

Ein zweipoliger Normasynchronmotor (3 kW, 380 V Y, 6.5 A, 50 Hz), nämlich derselbe wie in Bsp. 6.13 mit leicht geänderten Bemessungsdaten, wird mit einem Spannungszwischenkreisumrichter (8.3 kVA, 12 A, 400 V) mit asynchroner Taktung und unterschiedlich einstellbarer Schaltfrequenz f_T mit einer Grundfrequenz $f_s = 50$ Hz bei Bemessungsschlupf $s_N = 4.5$ % entsprechend 10 Nm, 3 kW, betrieben. Der Motor führt seinen Bemessungsstrom, der Umrichter fährt bei etwa Halblast (6.5 A/12 A = 54 %). Die Wirkungsgrade des Motors bei Netz- und Umrichterbetrieb und des Umrichters selbst wurden jeweils direkt als Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsleistung am Prüfstand gemessen. Die Ergebnisse sind in Tab. 7.13 gegenübergestellt.

Tab. 7.13 Direkt gemessene Wirkungsgrade eines Asynchronmotors und eines Spannungszwischenkreisumrichters sowie der resultierende Antriebswirkungsgrad bei 3 kW Belastung im Dauerbetrieb bei unterschiedlicher Schaltfrequenz

		Sinusnetzbetrieb	Umrichterbetrieb		
f_s	[Hz]	50	50	50	50
f_T	[Hz]	–	2400	4800	9600
Motor-Wirkungsgrad	[%]	81.9	81.3	81.4	81.4
Umrichter-Wirkungsgrad	[%]	–	96.9	96.8	95.9
Antriebs-Wirkungsgrad	[%]	81.9	78.8	78.8	78.1

Da der Umrichter nur bei Teillast betrieben wird, ist sein Wirkungsgrad kleiner als im Bemessungspunkt, wo er etwa 97 % beträgt. Bei 2.4 kHz und 4.8 kHz Schaltfrequenz ist der Gesamtwirkungsgrad als Produkt aus Motor- und Umrichterwirkungsgrad am höchsten, während bei 9.6 kHz die Schaltverluste im Umrichter bereits deutlich ansteigen. Abb. 7.57 zeigt den gemessenen Ständer-Strangstromverlauf bei 2.4 kHz und 4.8 kHz Schaltfrequenz. Wegen des hohen Verhältnisses $f_T/f_s = 48$ bzw. 96 sind die Stromoberschwingungen sehr klein und der Stromverlauf nahezu sinusförmig. Auf Grund der Verdopplung der Schaltfrequenz in Abb. 7.57 b) gegenüber a) halbiert sich die Amplitude der Stromoberschwingungen. Gemäß Abschn. 7.8 dominieren bei 50 % … 75 %-Aussteuerung die Spannungsoberschwingungen bei etwa doppelter Schaltfrequenz, sodass auch die Stromoberschwingungen bei diesen Frequenzen auftreten. In Tab. 7.14 ist das gemessene Amplitudenspektrum der verketteten Spannung und des Strangstroms bei 2.4 kHz Schaltfrequenz dargestellt, wobei die dominanten Oberschwingungen bei etwa doppelter und vierfacher Schaltfrequenz angegeben sind.

Aus der Stromamplitude von Abb. 7.57a folgt überschlägig der Effektivwert: $9.65/\sqrt{2} = 6.8\text{A}$. Über die Berechnung mit den einzelnen Stromoberschwingungen aus Tab. 7.14 ergibt sich der Stromeffektivwert

$$I_{\text{s,eff}} = \sqrt{\sum_k I_{\text{s},k}^2} = 6.205\text{A},$$

der nahezu identisch ist mit dem Effektivwert der Stromgrundschwingung 6.2 A. Aus dem Verhältnis von Spannung und Strom wird die resultierende Streuinduktivität je Strang der Asynchronmaschine berechnet, die in einem weiten Frequenzbereich annähernd konstant etwa 10 mH beträgt.

$$L_\sigma = L_{\text{s}\sigma} + L'_{\text{r}\sigma} = \frac{U_{\text{LL},k}/\sqrt{3}}{\omega_{\text{s}k} \cdot I_{\text{s},k}} = \frac{89.5/\sqrt{3}}{2\pi \cdot 4750 \cdot 0.18} = 9.61\,\text{mH}$$

Beachten Sie, dass die in Abb. 7.57 erkennbaren niederfrequenten Stromoberschwingungen mit 1095 Hz durch die Feldoberwellen des Rotorgrundstroms $I_{\text{r},k=1}$ hervorgerufen werden und gemäß Bsp. 6.13 bzw. Abb. 6.30b bereits bei Sinusspannungsbetrieb auftreten.

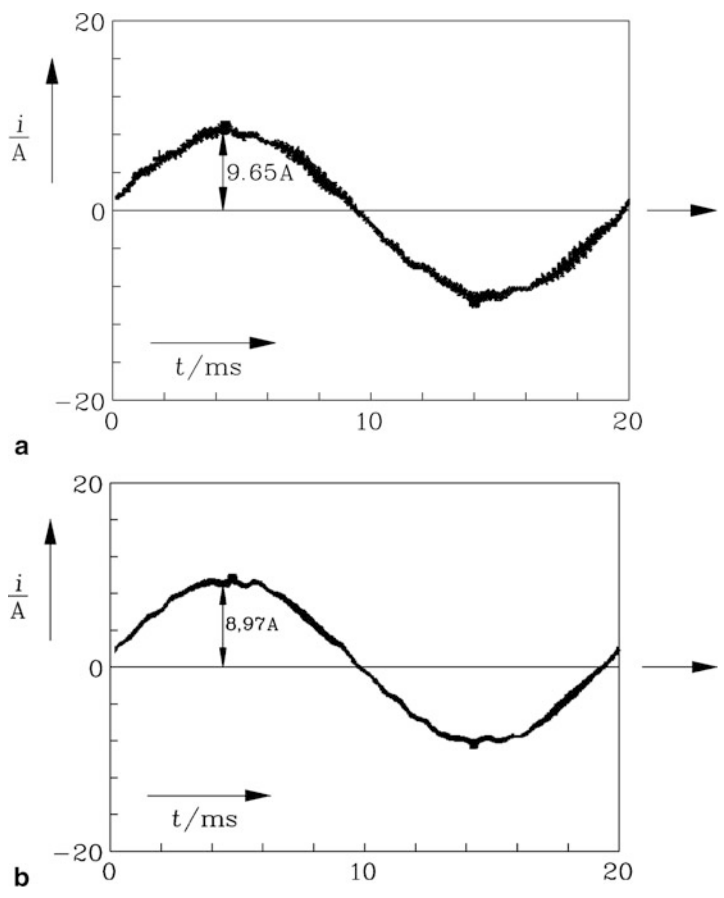


Abb. 7.57 Zu Bsp. 7.26: Gemessener Zeitverlauf des Strangstroms eines 3 kW-Norm-Asynchronmotors bei PWM-Umrichterspeisung mit f_s = 50Hz bei (**a**) f_T = 2.4 kHz, (**b**) f_T = 4.8 kHz bei etwa gleichem Betriebspunkt $n \approx n_N$

Tab. 7.14 Zu Bsp. 7.26: Gemessenes Fourier-Spektrum der verketteten Spannung und des Strangstroms bei 2.4 kHz Schaltfrequenz und einer Zwischenkreisspannung U_d = 525 V

	$f_{s,k}$	$U_{LL,k}$	$I_{s,k}$	$I_{s,k}/I_{s,k=1}$	$L_{s\sigma} + L'_{r\sigma}$
	[Hz]	[V]	[A]	[%]	[mH]
f_s	50	372	6.2	100	–
$2f_T - f_s$	4750	89.5	0.18	2.9	9.61
$2f_T + f_s$	4850	91.3	0.18	2.9	9.61
$4f_T - f_s$	9550	38.6	0.035	0.6	10.61
$4f_T + f_s$	9650	24.8	0.027	0.4	8.75

Tab. 7.15 Spannungs- und Stromspektrum eines 8-poligen 2.6 kW-Asynchronmotors bei PWM-Umrichterspeisung (2.4 kHz Schaltfrequenz, 50 Hz Stator-Grundfrequenz)

k	$f_{\mathrm{s,k}}$	$\hat{U}_{\mathrm{s},k}$	$\hat{I}_{\mathrm{s},k}$
[-]	[Hz]	[V]	[mA]
–5	250	2.5	81.2
7	350	2.5	58.0
…			
–95	4750	73.1	125.0
97	4850	74.2	124.2
…			
–191	9550	31.4	26.7
193	9650	20.2	17.0
…			

Beispiel 7.27

Ein achtpoliger Norm-Asynchronmotor (440 V Y, 60 Hz, 2.6 kW, 5.6 A, 28.4 Nm, 860/min, $L_\sigma = 19.6\,\mathrm{mH}$) wird mit einem PWM-Umrichter bei $f_\mathrm{s} = 50\,\mathrm{Hz}$, einer Zwischenkreisspannung $U_\mathrm{d} = 525\,\mathrm{V}$ und einer Schaltfrequenz 2.4 kHz gespeist. Ausgewählte wesentliche Werte der gemessenen Spannungsoberschwingungsamplituden je Strang sind in Tab. 7.15 angegeben. Berechnen Sie die zugehörigen Stromoberschwingungsamplituden!

Lösung:

$$k = -5: \quad f_{\mathrm{s},k} = 5 \cdot f_\mathrm{s} = 250\,\mathrm{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 - 6 \cdot 1 = -5$$

$$\hat{I}_{\mathrm{s},k} = \frac{\hat{U}_{\mathrm{s},k}}{|k| \cdot \omega_\mathrm{s} L_\sigma} = \frac{2.5}{5 \cdot (2\pi \cdot 50) \cdot 0.0196} = 81.2\,\mathrm{mA}$$

Doppeltschaltfrequente Oberschwingungen:

$$k = -95: \quad f_{\mathrm{s},k} = 2f_\mathrm{T} - f_\mathrm{s} = 4750\,\mathrm{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 - 6 \cdot 16 = -95$$

$$\hat{I}_{\mathrm{s},k} = \frac{\hat{U}_{\mathrm{s},k}}{|k| \cdot \omega_\mathrm{s} L_\sigma} = \frac{73.1}{95 \cdot (2\pi \cdot 50) \cdot 0.0196} = 125.0\,\mathrm{mA}$$

$$k = 97: \quad f_{\mathrm{s},k} = 2f_\mathrm{T} + f_\mathrm{s} = 4850\,\mathrm{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 + 6 \cdot 16 = 97$$

$$\hat{I}_{\mathrm{s},k} = \frac{\hat{U}_{\mathrm{s},k}}{|k| \cdot \omega_\mathrm{s} L_\sigma} = \frac{74.2}{97 \cdot (2\pi \cdot 50) \cdot 0.0196} = 124.2\,\mathrm{mA}$$

Weitere Ergebnisse sind in Tab. 7.15 enthalten.

b) Drehmomentwelligkeit bei Umrichterbetrieb: Der Einfluss der Oberwellen $|\nu| > 1$ der Oberschwingungsströme $I_{\mathrm{s},k}$ auf die Bildung zusätzlicher parasitärer Drehmomente ist vernachlässigbar klein, aber die $2p$-poligen Feldgrundwellen ($\nu = 1$) der Ströme $I_{\mathrm{s},k}$ bilden mit dem großen $2p$-poligen Strombelag

$$A_{sk=1,\nu=1}(x_s,t) = \hat{A}_{s1,1} \cdot \cos(\pi x_s/\tau_p - \omega_s t) \tag{7.125}$$

des Grundschwingungsstroms $I_{s,k=1}$ merkbare Wechselmomente. Mit der Feldgrundwelle des k-ten Oberschwingungsstroms (7.118), dem Grundschwingungs-Grundwellenstrombelag (7.125), einem allfälligen Phasenverschiebungswinkel ϕ_k und der trigonometrischen Beziehung $2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$ ergibt die Drehmomentformel aus Abschn. 4.7 ein zeitlich pulsierendes Drehmoment mit dem Mittelwert Null (Andresen et al. 1982).

$$M_{e,1,k}(t) = l_e \cdot \left(\frac{p\tau_p}{\pi}\right)^2 \cdot \int_0^{2\pi p} \hat{A}_{s1,1}\cos(\gamma - \omega_s t) \cdot \hat{B}_{\delta sk,1}\cos(\gamma - k\omega_s t - \varphi_k) \cdot d\gamma$$

$$M_{e,1,k}(t) = l_e \cdot \left(\frac{p\tau_p}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{\hat{A}_{s1,1}\hat{B}_{\delta sk,1}}{2} \cdot \cos((k-1)\omega_s t) + \varphi_k) \tag{7.126}$$

Die Pulsationsfrequenz des Wechselmoments

$$f_{M,k} = |k-1| \cdot f_s = |1+6g-1| \cdot f_s = 6 \cdot |g| \cdot f_s, \quad |g| = 0,1,2,3,\ldots \tag{7.127}$$

ist für die Wechselwirkung der Feldgrundwellen der 5. und 7. Stromoberschwingung mit (7.125) das 6-fache der elektrischen Statorgrundfrequenz; für höhere Ordnungszahlen treten Vielfache dieser Frequenz auf. Es tragen somit stets zwei benachbarte Oberschwingungssysteme zu je einem resultierenden Pulsationsmoment bei. Für $k = 1$ erhalten wir das zeitlich konstante Grundwellenmoment des Grundschwingungssystems. Bei Blockstromspeisung weisen die Stromamplituden der 5. und 7. Oberschwingung gemäß Abschn. 7.8 die größten Amplituden im Spektrum auf. Deshalb dominiert im Drehmomentverlauf die 6. Harmonische (Abb. 7.50b). Niederfrequente Pulsationen des Luftspaltmoments werden über das als mechanischer Tiefpass wirkende Rotorträgheitsmoment mit geringerer Abdämpfung an das Wellenende übertragen als höherfrequente Pulsationen (Abschn. 9.4). Deshalb müssen diese tieffrequenten Pulsationen besonders beachtet werden. Bei drehzahlveränderbarem Betrieb ändert sich ihre Frequenz proportional mit der veränderten Ständergrundfrequenz. Es kann daher das Pulsationsmoment bei Übereinstimmung der Pulsationsfrequenz mit der mechanischen Torsionseigenfrequenz f_0 (7.128) resonant Drehschwingungen des Antriebsstrangs anregen. Die Torsionseigenfrequenz eines Zweimassen-Schwingers hängt von den beiden polaren Trägheitsmomenten der Rotormassen von E-Maschine und Arbeitsmaschine J_M und J_L und der Drehfederzahl c der dazwischen liegenden elastischen Welle und Kupplung ab (Herleitung: siehe Abschn. 9.4). Die Torsionseigenfrequenzliegt umso niedriger, je größer die Antriebe sind, und wird daher bevorzugt von den niedrigen Anregefrequenzen des 5. und 7. Oberschwingungssystems angeregt. Bei der PWM werden die 5. und 7. Oberschwingung verringert (Abschn. 7.7), sodass die Momentenwelligkeit sinkt. Sie können sogar vollständig eliminiert werden, wenn bei synchroner Taktung das Pulsmuster so über

eine Schaltwinkelberechnung der Leistungshalbleiter bestimmt wird, dass die 5. und 7. Spannungsoberschwingung Null sind. Die Wirkung eines Luftspaltwechselmoments mit der Amplitude $\hat{M}_e$ an der Welle als Wellenmoment mit der Amplitude $\hat{M}_s$ ist gemäß Kap. 9.4 davon abhängig, ob dessen Frequenz $f_{M,k}$ oberhalb oder unterhalb der Torsionseigenfrequenz f_0 liegt (7.129).

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{c \frac{J_M + J_L}{J_M J_L}} \tag{7.128}$$

$$f_{M,k} < f_0 : \ \hat{M}_s \cong \frac{\hat{M}_{e,6|g|f_s} \cdot J_L}{J_L + J_M} \tag{7.129a}$$

$$f_{M,k} > f_0 : \ \hat{M}_s \cong \frac{\hat{M}_{e,6|g|f_s} \cdot c}{J_M \cdot (2\pi f_{M,k})^2} \tag{7.129b}$$

Beispiel 7.28

Die berechneten im Luftspalt wirksamen elektromagnetischen Pulsationsmomente des Norm-Asynchronmotors von Bsp. 7.27 sind für ausgewählte Oberschwingungen in Tab. 7.16 für eine PWM-Umrichterspeisung bei $f_s = 10\,\text{Hz}$ und eine Schaltfrequenz 2.4 kHz angegeben. Der Motor ist mit einer Lastmaschine gekuppelt, die das gleiche polare Läufer-Trägheitsmoment aufweist ($J_L = J_M$). Die Torsionseigenfrequenz der Antriebseinheit beträgt $f_0 = 200\,\text{Hz}$.

1. Geben Sie den Zusammenhang zwischen Ordnungszahlen, Takt-, Grund- und Pulsationsfrequenz der Momente an!
2. Berechnen Sie die an der Motorwelle auftretenden Pulsationsmomente!

Lösung:

1. $f_{s,k} = 5 \cdot f_s = 50\,\text{Hz}$, $k = 1 + 6 \cdot g = 1 - 6 \cdot 1 = -5$

$$\begin{aligned}
f_{s,k} &= 7 \cdot f_s = 70\,\text{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 + 6 \cdot 1 = 7 \\
f_{M,k} &= 6\,|g|\,f_s = 6 \cdot 1 \cdot 10 = 60\,\text{Hz} \\
f_T/f_s &= 2400/10 = 240; \text{doppeltschaltfrequente Oberschwingungen:} \\
f_{s,k} &= 2f_T - f_s = 4790\,\text{Hz}, k = 1 + 6 \cdot g = 1 - 6 \cdot 80 = -479 \\
f_{s,k} &= 2f_T + f_s = 4810\,\text{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 + 6 \cdot 80 = 481 \\
f_{M,k} &= 6\,|g|\,f_s = 6 \cdot 80 \cdot 10 = 4800\,\text{Hz} \\
f_{s,k} &= 4f_T - f_s = 9590\,\text{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 - 6 \cdot 160 = -959 \\
f_{s,k} &= 4f_T + f_s = 9610\,\text{Hz}, \quad k = 1 + 6 \cdot g = 1 + 6 \cdot 160 = 961 \\
f_{M,k} &= 6\,|g|\,f_s = 6 \cdot 160 \cdot 10 = 9600\,\text{Hz}
\end{aligned}$$

Tab. 7.16 Lastabhängige Momentenwelligkeit eines 8-poligen Asynchronmotors (Bsp. 7.27) bei PWM-Umrichterspeisung (2.4 kHz Schaltfrequenz, 10 Hz Stator-Grundfrequenz)

g	k	$f_{M,k}$	$\hat{M}_{e,6\|g\|f_s}$	$\hat{M}_{s,6\|g\|f_s}$
[-]	[-]	[Hz]	[Nm]	[Nm]
–1, 1	–5, 7	60	0.94	0.47
–80, 80	–479, 481	4800	1.68	0.0015
–160, 160	–959, 961	9600	0.28	0.00006

2. Anregefrequenz 60 Hz $< f_0 = 200$ Hz:

$$\hat{M}_s \cong \frac{\hat{M}_{e,6|g|f_s} \cdot J_L}{J_L + J_M} = 0.5 \cdot \hat{M}_{e,6|g|f_s} = 0.5 \cdot 0.94 = 0.47\,\text{Nm}$$

Anregefrequenz 4800 Hz und 9600 Hz $> f_0 = 200$ Hz:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{c\frac{2J_M}{J_M \cdot J_M}} \Rightarrow \frac{c}{J_M} = \frac{(2\pi f_0)^2}{2}$$

$$\hat{M}_s \cong \frac{\hat{M}_{e,6|g|f_s} \cdot c}{J_M \cdot (2\pi f_{M,k})^2} = \frac{(f_0/f_{M,k})^2}{2}\hat{M}_{e,6|g|f_s} = \left(\frac{200}{4800}\right)^2 \cdot \frac{1.68}{2} = 0.0015\,\text{Nm}$$

$$\hat{M}_s \cong \left(\frac{200}{9600}\right)^2 \cdot \frac{0.28}{2} = 0.00006\,\text{Nm}$$

Die Ergebnisse sind in Tab. 7.16 enthalten. Obwohl der pulsfrequente Anteil mit 4.8 kHz im Oberschwingungs-Luftspaltmoment dominiert, ist er an der Welle wegen der Tiefpasswirkung von (7.129b) nahezu Null. Es dominiert dort das Wechselmoment mit 6-facher Grundfrequenz.

Beispiel 7.29

Messung der Momentenwelligkeit an der Motorwelle mit einem Drehbeschleunigungsaufnehmer bei niedriger Drehzahl 20/min und Umrichterspeisung: Der Prüfling ist ein zweipoliger Norm-Asynchronmotor mit den Bemessungsdaten 750 W, 2850/min, 2.51 Nm, 400 V D, 50 Hz, 1.6 A. Mit einem PWM-Spannungszwischenkreisumrichter mit den Daten 1500 VA, 2.2 A, 400 V wird der Motor mit $f_s = 1.2$ Hz, $n = 20/$ min, einem Schlupf $s = 0.72$ und einem mittleren Wellenmoment von $M_{av} = M_s = 1.24$ Nm (= 50 % des Bemessungsmoments) mit zwei unterschiedlichen Pulsmustern der Umrichterausgangsspannung betrieben.

a) Pulsweitenmodulation, asynchrone Taktung, abszissensymmetrische Spannungsfunktion, daher nur ungerade Ordnungszahlen der Spannungsoberschwingungen:

$$k = 1 + 6g = 1, -5, 7, -11, 13, \ldots \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

b) Sonder-Pulsweitenmodulation: Nur je $2T_s/3$ wird gepulst, je $T_s/3$ ist die Ausgangsspannung Null, sodass verringerte Schaltverluste erreicht werden. Allerdings ist der Zeitverlauf der verketteten Spannung nicht mehr abszissensymmetrisch. Es treten daher auch Spannungsoberschwingungen mit geraden Ordnungszahlen auf:

$$k = 1 + 3g = 1, -2, 4, -5, 7, -8, 10, -11, 13, \ldots \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Wie sieht der Zeitverlauf des Drehmoments an der Welle aus?

Ergebnis:
Die niedrigsten Ordnungszahlpaare a) –5 und 7, b) –2 und 4 bestimmen gemäß Bsp. 7.28 die dominante Momentenwelligkeit (Tab. 7.17 und Abb. 7.58), da ihre

Tab. 7.17 Zu Bsp. 7.29: Berechnete Pulsationsfrequenz des Wellenmoments im Vergleich zu Messwerten für einen kleinen 750 W-Norm-Asynchronmotor bei zwei unterschiedlichen Spannungspulsmustern (**a**) und (**b**)

	a) abszissen-symmetrische PWM	b) nicht abszissen-symmetrische PWM
Niedrigste Pulsationsfrequenz $f_{M,k}$	$f_{M,k} = 6\,\lvert g\rvert\, f_s = 6f_s =$ $= 6 \cdot 1.2 = 7.2\text{Hz}$	$f_{M,k} = 3\,\lvert g\rvert\, f_s = 3f_s =$ $= 3 \cdot 1.2 = 3.6\text{Hz}$
Gemessene Momentenwelligkeit $\hat{w}_M$	14.4 %	35.0 %
Momentenpulsationsamplitude	0.18 Nm	0.43 Nm

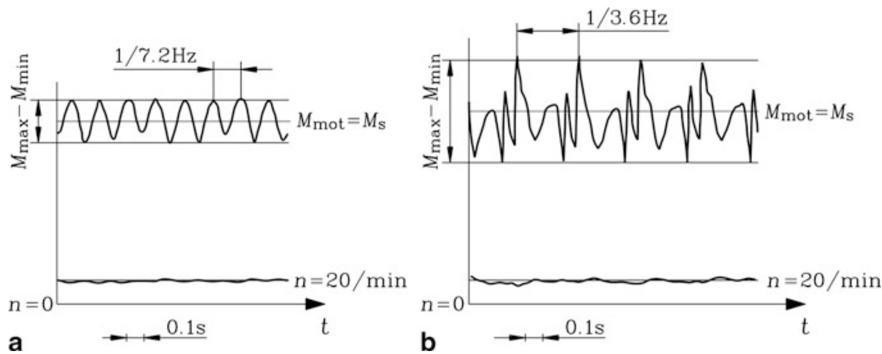


Abb. 7.58 Zu Bsp. 7.29: Gemessene Momentenwelligkeit eines kleinen 750 W-Norm-Asynchronmotors bei Umrichterspeisung bei 20/min: (**a**) abszissensymmetrisches Pulsmuster, (**b**) nicht abszissensymmetrisches Pulsmuster. Im Fall (**b**) treten Frequenzanteile mit 3-facher und 6-facher Statorgrundfrequenz (3.6 Hz, 7.2 Hz) auf. Die Pulsationsmomente mit der hohen Schaltfrequenz (2.4 kHz) sind wegen der Tiefpassfilterwirkung des Zwei-Massen-Torsionsschwingers, gebildet von Normasychronmotor und Bremsmaschine, an der Welle nahezu Null und könnten wegen der begrenzten Bandbreite des Beschleunigungsaufnehmers auch gar nicht gemessen werden

Pulsationsfrequenzen unterhalb der Torsionseigenfrequenz liegen. Das große Lastträgheitsmoment $J_L = 10J_M$ der gekuppelten Bremsmaschine bewirkt, dass das gemessene Wellenmoment für diese niedrigen Anregefrequenzen etwa gleich dem Luftspaltmoment ist.

$$f_{M,k} < f_0 : \quad \hat{M}_s \cong \frac{\hat{M}_{e,6|g|f_s} \cdot J_L}{J_L + J_M} \approx \frac{9}{10} \cdot \hat{M}_{e,6|g|f_s}$$

Auf Grund der geraden Ordnungszahlen ist die gemessene Momentenwelligkeit

$$\hat{w}_M = \frac{\hat{M}_{puls}}{M_{av}} \cong \frac{(M_{max} - M_{min})/2}{(M_{max} + M_{min})/2} \tag{7.130}$$

bei b) größer als bei a) und hat die halbe Frequenz, sodass eine größere Drehzahlwelligkeit (Abb. 7.58) auftritt.

Fazit:
Die Frequenz des bei PWM-Speisung dominanten Luftspalt-Pulsationsmoments ist die doppelte Schaltfrequenz. Sie liegt i. A. oberhalb der Torsionseigenfrequenz des Antriebssystems. Daher ist dieses Moment an der Welle klein und kaum als störendes Wechselmoment wirksam. Die Frequenzen der niederfrequenten Luftspalt-Pulsationsmomente, vor allem die 6-fache Grundfrequenz des Moments aus der 5. und 7. Stromoberschwingung, können bei ausreichend niedriger Grundfrequenz unterhalb der Torsionseigenfrequenz liegen. Diese Pulsationsmomente werden an der Welle im Verhältnis $J_L/(J_L + J_M)$ abgemindert wirksam und dominieren die Welligkeit des Wellenmoments. Bei Übereinstimmung ihrer Anregefrequenz mit der Torsionseigenfrequenz treten resonant überhöhte und damit ggf. schädliche Momentenpulsationen an der Welle auf.

c) Zusätzliche magnetische Geräusche durch Stromoberschwingungen: Die von den Oberschwingungsströmen $I_{s,k}$ erregten zusätzlichen Luftspaltfeldwellen führen zu zusätzlichen Radialkräften, die das Ständerjoch und das Gehäuse zu in der Regel etwa pulsfrequenten Schwingungen $f_p = 2f_T$ anregen. Wie bei den zusätzlichen Tangentialkräften unter b) genügt es auch für die Radialkräfte, die zusätzlichen Feldgrundwellen mit ihren Amplituden $\hat{B}_{\delta sk,\nu=1} \sim I_{s,k}$ zu berücksichtigen, da die höheren Raumharmonischen $|\nu| > 1$ sehr klein sind. Die Feldgrundwelle des Grundschwingungs-Magnetisierungsstroms mit der Amplitude

$$\hat{B}_{\delta,k=1,\nu=1} \sim I_{m,k=1} = I_m = \left|\underline{I}_s + \underline{I}'_r\right|$$
$$B_{\delta,k=1,\nu=1}(x_s, t) = \hat{B}_{\delta,1,1} \cdot \cos\left(\frac{\pi x_s}{\tau_p} - 2\pi f_s t\right) = \hat{B}_{\delta,1,1} \cdot \cos\alpha \tag{7.131}$$

wird von den Feldgrundwellen der Oberschwingungsstromsysteme mit den Feldamplituden $\hat{B}_{\delta,k,\nu=1} \sim I_{m,k} = \left|\underline{I}_{s,k} + \underline{I}'_{r,k}\right|$

$$B_{\delta,k,\nu=1}(x_s,t) = \hat{B}_{\delta,k,1}\cdot\cos\left(\frac{\pi x_s}{\tau_p} - 2\pi\cdot k\cdot f_s t\right) = \hat{B}_{\delta,k,1}\cdot\cos\beta \tag{7.132}$$

überlagert. Der magnetische Radialzug

$$f_n(x_s,t) \cong \frac{B_n^2(x_s,t)}{2\mu_0} \sim \left(\sum_{k=1}^{\infty} B_{\delta,k}(x_s,t)\right)^2 \tag{7.133}$$

führt gemäß Kap. 4 und 6 auf eine Summe aus Quadraten und gemischten Produkten der Feldwellen.

$$f_n(x_s,t) \sim \sum_{k=1,\bar{k}=1}^{\infty} \left(B_{\delta,k,1}^2 + 2B_{\delta,k,1}B_{\delta,\bar{k},1}\right) \quad k \neq \bar{k} \tag{7.134}$$

Die quadratischen Terme führen für $|k| > 1$ zu Kraftwellen mit sehr kleiner Amplitude, da die Amplituden $\hat{B}_{\delta,k,\nu=1}$ i. A. klein sind. Die gemischten Produkte, bei denen die große Grundwelle $\hat{B}_{\delta,1,1}$ der Grundschwingung $\bar{k} = 1$ auftritt ($B_{\delta,k,1}B_{\delta,\bar{k},1} = B_{\delta,k,1}B_{\delta,1,1}$), liefern ausreichend große Kräfte, um akustisch relevant zu sein. Mit $\cos\alpha\cdot\cos\beta = [\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]/2$ erhalten wir die daraus resultierenden Radialkraftwellen im Luftspalt, bezogen auf die Bohrungsoberfläche.

$$f_{n,k,1}(x_s,t) = \frac{\hat{B}_{\delta,k}\hat{B}_{\delta,1}}{2\mu_0}\cdot\cos\left(2r\cdot\frac{\pi x_s}{2p\tau_p} - 2\pi f_{Ton,k}t\right) \tag{7.135}$$

Die Anzahl positiver und negativer Halbwellen der Kraft pro Fläche entlang des Maschinenbohrungsumfangs ist die Zahl der Knoten $2r$ wie in Kap. 6,

$$2r = 2p\cdot|1\pm 1| = 4p \quad \text{bzw.} \quad 0 \tag{7.136}$$

und die entsprechende Tonfrequenz $f_{Ton,k}$ ist

$$f_{Ton,k} = |f_s + f_{sk}| = f_s\cdot|1+k| \text{ für } 2r = 4p, \tag{7.137}$$

$$f_{Ton,k} = |f_s - f_{sk}| = f_s\cdot|1-k| \text{ für } 2r = 0. \tag{7.138}$$

Für die eher hochpoligen Kraftanregungen $2r = 4p$ (7.137) ist die Biegesteifigkeit des Statorjochs relativ groß und daher die entsprechende Amplitude der Jochverformung klein. Die von hochpoligen Schwingungsmoden angeregte Luftschallwelle hat darüber hinaus eine geringe Reichweite (Kap. 6), sodass die Frequenz (7.137) für die zusätzliche Schallabstrahlung bei Umrichterspeisung i. A. von untergeordneter Bedeutung ist. Die Kraftanregung $2r = 0$ hingegen regt das Joch zu einer am Umfang gleichphasigen Schwingung an, deren Luftschallwelle eine entsprechend große Reichweite hat. Weiter liegt die mechanische Eigenfrequenz des Schwingungsmodus $m = 0$ je nach Maschinenbaugröße im unteren kHz-Bereich, und kann durchaus resonant durch $f_{Ton,k}$

angeregt werden. Die Frequenzen der dominanten Oberschwingungsströme sind bei mittlerer Umrichter-Aussteuerung $f_{sk} = 2f_T \pm f_s$. Damit ergeben sich anregende Tonfrequenzen $f_{Ton,k} = |f_s - f_{sk}| = |f_s - (2f_T \pm f_s)|$.

$$f_{Ton,k} = 2f_T = f_p \quad \text{und} \quad f_{Ton,k} = 2f_T - 2f_s \approx f_p \tag{7.139}$$

Die dominante Frequenz der bei Umrichterspeisung von der elektrischen Maschine zusätzlich abgestrahlten Luftschallwellen ist die doppelte Schaltfrequenz, also die im Stromverlauf unmittelbar ersichtliche Pulsfrequenz. Der Hauptfluss Φ_h der Grundwelle des Grundschwingungssystems ist im Leerlauf maximal. Auch die Stromoberschwingungen $I_{s,k}$ und damit die harmonischen Magnetisierungsströme $\underline{I}_{m,k} = \underline{I}_{s,k} + \underline{I}'_{r,k}$ treten bereits im Leerlauf in voller Höhe auf. Daher sind die Radialkraftamplituden $\hat{F}_{n,k,1}$ (7.140) und das durch sie erregte magnetische Geräusch der Asynchronmaschine bereits im Leerlauf in voller Größe ausgebildet und variieren bei Laständerung kaum, außer durch das Grundschwingungssystem selbst. Das Grundschwingungssystem-Geräusch tritt aber bereits bei reiner Sinusspeisung auf (Kap. 6).

$$\hat{F}_{n,k,1} = \frac{1}{2\mu_0} \cdot \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s N_s k_{ws} I_{m,k}}{p} \cdot \hat{B}_{\delta,1,1} \sim I_{m,k} \cdot I_m \sim I_{m,k} \cdot \Phi_h \tag{7.140}$$

Durch Erhöhung der Umrichter-Schaltfrequenz wird i. A. das Geräusch verringert, denn

- die zugehörigen Amplituden der Oberschwingungsströme werden verringert,
- die entsprechenden pulsfrequenten Verformungsamplitden der Jochschwingungen sinken mit steigender Frequenz selbst bei konstanter Kraftanregungsamplitude, wenn die pulsfrequente oder mehrfach pulsfrequente Anregefrequenz oberhalb der Eigenfrequenz der Schwingungsform $m = 0$ liegt,
- die subjektive menschliche Empfindung von Lautheit sinkt oberhalb von etwa 6 kHz deutlich ab, was durch die A-Bewertung des Schalldruckpegels berücksichtigt wird (Kap. 6).

Da die umrichtergespeisten Antriebe drehzahlveränderbar betrieben werden, hängt das magnetisch erregte Geräusch von der Drehzahl ab. Im Konstantmomentbereich unterhalb der Bemessungsdrehzahl $0 \leq n \leq n_N$ ist der Hauptfluss Φ_h konstant und entsprechend den Nominalbedingungen groß, sodass das Geräusch ebenfalls drehzahlunabhängig und groß ist, solange die Schaltfrequenz wie bei der asynchronen Taktung unabhängig von der Drehzahl konstant ist. Im Konstantleistungsbereich sinkt der Hauptfluss auf Grund der Feldschwächung $\Phi_h = \Phi_N \cdot (n_N/n)$, sodass gemäß (7.140) auch die anregende Radialkraft und damit das magnetische Geräusch abnehmen. Bei der Auswertung von Geräuschmessungen bei drehzahlveränderlichem Betrieb ist zu beachten, dass bei Normasynchronmotoren auch der Wellenlüfter Luftschallwellen mit der Schaufelfrequenz $f_z = z \cdot n$ und deren Vielfachen anregt. Dabei ist z die Schaufelzahl des Lüfters. Dieses

aerodynamische Geräusch nimmt mit der Drehzahl zu (Kap. 6) und ist dem magnetisch erregten Geräusch überlagert.

Beispiel 7.30

Messung des A-bewerteten Messflächen-Schalldruckpegels $\overline{L}_{pA}$ eines umrichtergespeisten Normasynchronmotors in 1 m Abstand:
Die Messung wurde im schalltoten Geräuschmessraum durchgeführt, wo die vom Motor ausgesandten Schallwellen von den mit Schallabsorbern verkleideten Wänden nicht reflektiert werden, sodass „Freifeld“-Messbedingungen herrschen. Der Schalldruckpegel L_p wurde mit 8 Mikrophonen auf der das Messobjekt als Kubus umgebenden Schallmessfläche gemessen und gemittelt als $\overline{L}_p$. Er ist auf den Schalldruck der menschlichen Hörschwelle $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$Pa gemäß $\overline{L}_{pA} = 20 \cdot \lg(p/p_0) \cdot a$ bezogen und mit der A-Bewertung (Faktor $a(f)$, Kap. 6) multipliziert. Das Messobjekt ist ein vierpoliger Standard-Käfigläufer-Asynchronmotor der Achshöhe 71 mm mit Wellenlüfter und Lüfterhaube, und den Bemessungsdaten 250 W, 400 V D, 50 Hz. Er wird mit einem IGBT-Umrichter mit einer Bemessungsscheinleistung 400 VA mit unterschiedlichen festen Schaltfrequenzen und PWM in asynchroner Taktung gespeist.

Ergebnis:
Den Schaltfrequenzen $f_T = 1$ kHz, 2 kHz, 4 kHz, 8 kHz entsprechen die im Luftschall dominant hörbaren Pulsfrequenzen $f_p = 2$ kHz, 4 kHz, 8 kHz, 16 kHz. Der Motor wird drehzahlveränderlich zwischen $0 \ldots n_N = 1500/\min$ mit Bemessungsmoment, darüber $n > n_N$ mit Bemessungsleistung betrieben. Gemäß Abb. 7.59 sinkt $\overline{L}_{pA}$ oberhalb $f_T = 2$ kHz im Konstantmomentbereich um bis zu 25 dBA mit steigender Schaltfrequenz f_T: Bei $f_T = 8$ kHz ist die pulsfrequente Stromwelligkeit entsprechend $f_p = 16$ kHz so klein, dass der Strom annähernd sinusförmig ist. Das Geräusch ist hier identisch mit dem gemessenen Geräusch bei reiner Sinusspeisung aus einem drehzahlveränderbaren Synchrongenerator. Oberhalb der Drehzahl 1500/min tritt Feldschwächung auf, sodass das pulsfrequente Geräusch bei 2 kHz, 4 kHz und 8 kHz absinkt. Allerdings nimmt das Lüftergeräusch zu und dominiert bei hohen Frequenzen. Bei 16 kHz Pulsfrequenz ist der Einfluss der Umrichterspeisung auf das Geräusch vernachlässigbar klein, sodass sich die Feldschwächung auf das Geräusch nicht merkbar auswirkt, sondern vom zunehmenden Lüftergeräusch überdeckt wird. Die theoretische Zunahme des Lüfter-Schalldruckpegels gemäß Kap. 6 mit $\Delta L_p = 50 \cdot \lg(n_2/n_1)$ ergibt für $n_1 = 1500/\min$, $n_2 = 6000/\min$ eine Zunahme um 30 dB, was gut zur Messung bei 8 kHz Schaltfrequenz in Abb. 7.59 passt.

Bei großen Asynchronmaschinen im Bereich oberhalb von etwa 50 kW erfordert eine Erhöhung der Schaltfrequenz im Umrichter zur Verringerung des Schalldruckpegels eine teure Überdimensionierung der Schalttransistoren, um die erhöhten Schaltverluste thermisch zu beherrschen. Um den oft als lästig empfundenen „Dauerton“ mit Pulsfrequenz (z. B. 2 kHz) zu vermeiden, wird fallweise eine asynchrone Taktung mit variierender Schaltfrequenz (z. B. eine zeitlich sinusförmige Variation der Schaltfrequenz zwischen

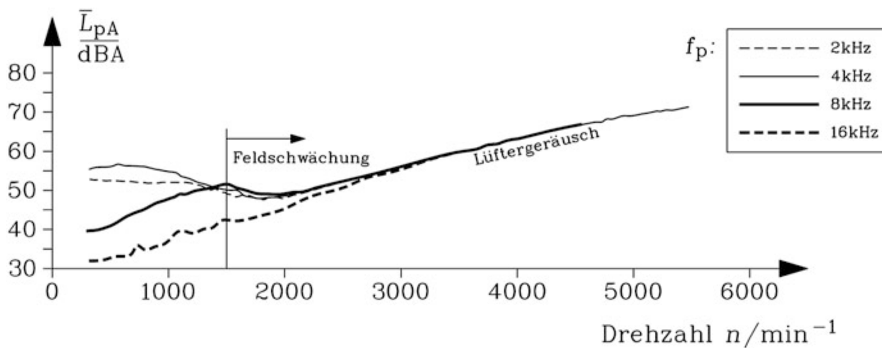


Abb. 7.59 In 1 m Abstand vom Messobjekt im Schallmessraum gemessener Messflächen-Schalldruckpegel mit A-Bewertung eines mit PWM-Umrichter gespeisten vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmotors (Bemessungsleistung 250 W). Der Motor wird drehzahlveränderlich zwischen $0 \ldots n_N = 1500/\text{min}$ mit Bemessungsmoment, darüber $n > n_N$ mit Bemessungsleistung betrieben. Die Schaltfrequenz f_T und damit die Pulsfrequenz $f_p = 2f_T$ wurden variiert. Der speisende Umrichter und die gekuppelte Lastmaschine befinden sich außerhalb des Schallmessraums. Die rotierende Welle und die Kabel werden durch Wandöffnungen geführt

1 und 2 kHz) eingesetzt. Anstelle des tonalen Geräusches tritt nun ein Frequenzgemisch auf, das weniger stört, aber als „kratzendes“ Geräusch wahrgenommen wird. Es kann leicht mit dem ähnlichen Geräusch bei Lagerschäden verwechselt werden. Deshalb wird dieses Verfahren nur fallweise eingesetzt.

d) Einfluss der Feldoberwellen bei Umrichterspeisung: Bei der Berechnung der Pulsationsmomente und des Geräusches bei Umrichterbetrieb war der Einfluss der Feldoberwellen im Luftspalt sowohl des Grundschwingungssystems als auch der Oberschwingungssysteme vernachlässigt worden. Durch die Oberwellen des vom Grundschwingungssystem erregten Luftspaltfelds werden aber gemäß Kap. 6 die zeitlich konstanten asynchronen und synchronen Oberwellenmomente erzeugt, die die $M(n)$-Kennlinie verzerren. Sind sie auch bei Umrichterbetrieb störend bemerkbar? Sie treten bei relativ großem Schlupf typisch zwischen $s = 0.8 \ldots 1.2$ auf. Bei Umrichterbetrieb mit Grundfrequenzen oberhalb 20 % der Bemessungsfrequenz wird dieser Schlupfbereich bei Umrichterbetrieb nicht gefahren, da man sich (vgl. Abschn. 7.7) auf den Betriebsbereich zwischen Leerlauf und Kippmoment beschränkt. Der Kippschlupf ist für $f_s > 0.2 f_{sN}$ i. A. größer als 0.8. Bei niedrigen Grundfrequenzen $f_s \leq 0.2 f_{sN}$ wird aber dieser Schlupfbereich auch im Betrieb mit Momenten unterhalb des Kippmoments durchaus erreicht, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 7.31

Eine Asynchronmaschine hat bei Bemessungsfrequenz $f_{sN} = 50\,\text{Hz}$ die Daten $R_s/X_s = 1/100$, $R_r/X_r = 1.3/100$, $\sigma = 0.067$, $X_s = X_r' = 3Z_N$.

1. Wie groß ist der motorische Kippschlupf bei $f_{sN} = 50\,\text{Hz}$ und bei $f_s = 5\,\text{Hz}$?

2. Wie groß ist der Grundschwingungsstrom bei Schlupf 1 bei $f_s = 5\,\text{Hz}$ im Verhältnis zum Betrieb mit $f_{sN} = 50\,\text{Hz}$, wenn die Statorspannung gemäß $U_s/f_s = U_{sN}/f_{sN}$ verändert wird?

Lösung:

1. $f_{sN} = 50\,\text{Hz}$:

$$s_b = \frac{R'_r}{X'_r} \cdot \sqrt{\frac{(R_s/X_s)^2 + 1}{(R_s/X_s)^2 + \sigma^2}} = 0.013 \cdot \sqrt{\frac{0.01^2 + 1}{0.01^2 + 0.067^2}} = 0.192$$

$$f_s = 5\,\text{Hz}: s_b = \frac{R'_r}{\omega_s L'_r} \cdot \sqrt{\frac{\left(\frac{R_s}{\omega_s L_s}\right)^2 + 1}{\left(\frac{R_s}{\omega_s L_s}\right)^2 + \sigma^2}} = 0.13 \cdot \sqrt{\frac{0.1^2 + 1}{0.1^2 + 0.067^2}} = 1.085$$

2. $I_{s,1} = U_s \cdot \dfrac{\left|R'_r + j\omega_s L'_r\right|}{\left|(R_s R'_r - \sigma \cdot \omega_s L_s \omega_s L'_r) + j(R_s \omega_s L'_r + \omega_s L_s R'_r)\right|}$

$I_{s,1}(5\,\text{Hz})/I_{sN} = 3.31, \quad I_{s,1}(50\,\text{Hz})/I_{sN} = 4.94$

$I_{s,1}(5\,\text{Hz})/I_{s,1}(50\,\text{Hz}) = 3.31/4.94 = 0.67$

Bei Betrieb mit niedriger Grundfrequenz liegt somit der Betriebsbereich zwischen Leerlauf und motorischem Kippmoment im Bereich zwischen Schlupf Null und Schlüpfen, die größer als Eins sind. Die Verzerrung der asynchronen und synchronen Oberwellenmomente liegt dann direkt im Betriebsbereich und müsste störend wirken. Tatsächlich ist aber ihre Größe bei niedrigen Grundfrequenzen und daher kleiner Statorspannung klein, sodass ihr Einfluss i. A. vernachlässigt werden darf. Bei Umrichterbetrieb wird die Maschine typisch im Bereich zwischen Leerlauf und maximal etwa doppeltem Bemessungsstrom bei Überlast betrieben. Es fährt also bei Betrieb mit niedriger Grundfrequenz und kleiner Ständerspannung die Maschine zwar im hohen Schlupfbereich, aber nur mit etwa maximal zweifachem Grundschwingungs-Bemessungsstrom. Gegenüber Betrieb mit Bemessungsfrequenz und Bemessungsspannung im gleichen Schlupfbereich, wo etwa der Anlaufstrom mit ca. 5-fachem Bemessungsstrom auftritt (vgl. Bsp. 7.31b), ist der Strom bei Betrieb mit I_N um den typischen Faktor 1/5 = 0.2 kleiner. Er bestimmt gemäß Kap. 6 quadratisch die Größe der Oberwellenmomente, sodass diese gegenüber dem Netzbetrieb (Anlauf am Netz) bei Umrichterbetrieb um den Faktor $0.2^2 = 0.04$ kleiner und damit vernachlässigbar sind.

Beispiel 7.32

Die Grund- und Oberwellenmomente sind für den vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmotor von Bsp. 6.17 bzw. Bsp. 7.25 mithilfe der zweidimensionalen numerischen Feldberechnung (Finite-Elemente-Methode) im

Zeitschrittverfahren für zunterschiedliche Drehzahlen und zwei unterschiedliche Grundschwingungsfrequenzen bei Sinusspannung und U_s/f_s-Steuerung zu berechnen. Die Maschinenbemessungsdaten sind 15 kW, 380 V, D, 50 Hz, 30 A, 1430/min, 100 Nm; das Nutzahlverhältnis ist $Q_s/Q_r = 36/28$ (Arkkio 1992).

Ergebnis:

a) Die $M(n)$-Kurve bei Bemessungsspannung 380 V und $f_{sN} = 50\,\text{Hz}$ wurde bereits in Bsp. 6.17 bestimmt (Abb. 6.39). Das asynchrone Oberwellenmoment infolge der Ständerfeldoberwelle $\nu = -11$ hat seine Synchrondrehzahl bei $n = n_{syn}/\nu = 1500/(-11) = -136/\,\text{min}$.
Beim Schlupf $s = 0.857$ tritt das synchrone Oberwellenmoment zufolge der beiden Oberwellen $\nu = -\mu = 13$ wegen der ungeschrägten Maschine mit einer großen Amplitude 150 Nm bei

$$n = (1 - s) \cdot n_{syn} = (1 - 0.857) \cdot 1500 = 214.3/\,\text{min}$$

auf.

b) Bei Betrieb mit $f_s = 1.5\,\text{Hz}$ und der verketteten Statorspannung $12\,\text{V} + I_s R_s = 23\,\text{V}$ für konstanten Fluss ergibt sich numerisch die $M(n)$-Kurve gemäß Abb. 7.60. Das synchrone Oberwellenmoment tritt unverändert beim Schlupf 0.857 zufolge der Oberwellen $\nu = -\mu = 13$, nun aber bei der Drehzahl $n = (1 - s) \cdot n_{syn} = (1-0.857)\cdot 45 = 6.4/\,\text{min}$ mit der deutlich kleineren Amplitude 5 Nm auf (Tab. 7.18).
Gemäß Kap. 6 ist die Amplitude des synchronen Oberwellenmoments proportional zum Produkt $I_s I_r$ (6.156) und damit in guter Näherung wegen $I_s I_r' \cong I_s^2$ proportional zum Quadrat des Ständerstroms. Es ergibt sich im Fall b) bei Umrichterbetrieb mit Bemessungsstrom und 1.5 Hz die Drehmomentamplitude: $M_{e\nu\nu,b)} = \left(\frac{I_{s,b)}}{I_{s,a)}}\right)^2 \cdot M_{e,\nu\nu,a)} = \left(\frac{1}{5.5}\right)^2 \cdot 150 = 5\,\text{Nm}$.

Tab. 7.18 Das synchrone Oberwellenmoment bei Umrichterbetrieb mit niedriger Stator-Grundfrequenz 1.5 Hz ist gegenüber Netzbetrieb deutlich kleiner, da der Statorstrom nur der Bemessungsstrom, nicht aber der hohe Netzanlaufstrom ist

Ständerfrequenz/-spannung	a) 50 Hz/380 V	b) 1.5 Hz/23 V
Synchrondrehzahl	1500/min	45/min
Drehzahl/Schlupf bei etwa Bemessungsmoment 98 Nm	1460/min/2.6 %	5/min/88.9 %
Rotorfrequenz bei 98 Nm	1.3 Hz	1.3 Hz
Statorstrom I_s/I_{sN} bei $s = 0.857$ (beim synchronen Oberwellenmoment)	550 %	100 %
Drehzahl bei $s = 0.857$	214.3/min	6.4/min
Amplitude des synchronen Oberwellenmoments	150 Nm	5 Nm

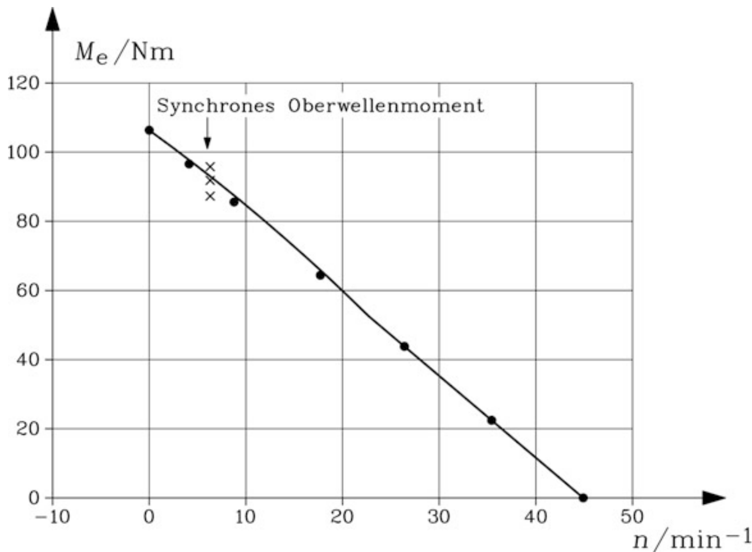


Abb. 7.60 Mit der 2D-Finite-Elemente-Methode im Zeitschrittverfahren berechnete Drehmoment-Drehzahl-Kurve eines vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmotors (Bemessungsleistung 15 kW, bei 50Hz, 380 V) bei einer Ständerfrequenz 1.5 Hz und einer Sinusspannung 12 V + $I_s R_s$ = 23 V. Die großen synchronen und asynchronen Oberwellenmomente bei Netzbetrieb (vgl. Abb. 6.39) sind stark verringert, da anstelle des großen Anfahrstroms von 550 % des Bemessungsstroms nur der Bemessungsstrom selbst auftritt (Quelle: Arkkio 1992)

Das asynchrone Oberwellendrehmoment ist proportional zu I_s^2 und wird daher ebenfalls auf 3.3 % seines Werts bei Netzbetrieb verringert.

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A7.1 eine untersynchrone Stromrichterkaskade als Kesselspeisepumpen-Antrieb in einem thermischen Kraftwerk behandelt, und in A7.2 ein drehzahlveränderbarer Grundwasser-Pumpenantrieb mit einem Spannungszwischenkreis-Umrichter. In A7.3 wird ein Tunnellüfter-Motor mit Dahlander-Schaltung berechnet und die Y-D-Umschaltung behandelt, in A7.4 umrichtergespeiste Käfigläufer-Asynchronmotoren als Antrieb für einen Hochgeschwindigkeitszug, und in A7.5 ein Zentralantrieb für ein Elektroauto. In Aufgabe A7.6 wird die Blindleistungskompensation für eine Asynchronmaschine berechnet, und in A7.7 eine Antriebsprojektierung mit einer Asynchronmaschine durchgeführt. Aufgabe A7.8 behandelt eine Asynchronmaschine als Aufzugsantrieb, und A7.9 einen drehzahlveränderbaren Asynchron-Bahnantrieb. In A7.10 wird die Blindleistungskompensation unterschiedlicher Verbraucher in einem Industriebetrieb berechnet, und in Aufgabe A7.11 ein Festdrehzahl-Pumpenantrieb bei schwankender Netzspannungsfrequenz.

8 Die elektrisch erregte Synchronmaschine

In diesem Kapitel werden die elektrisch erregten Synchronmaschinen in ihren Ausführungsformen mit zylindrischem Läufer und Schenkelpolläufer im stationären Betrieb besprochen (Jordan und Weis 1970; Bödefeld und Sequenz 1971; Taegen 1971). Es wird das Betriebsverhalten bei sinusförmigen Strömen und Spannungen sowohl am starren Netz als auch im Inselbetrieb erläutert. Die speziellen Ausführungen der permanentmagnetisch erregten Synchronmaschine und der Synchronmaschine mit Reluktanzläufer sind in den Kap. 9 bzw. 10 dargestellt. Die instationären Vorgänge wie z. B. beim plötzlichen Klemmenkurzschluss in Verbindung mit den flüchtigen Reaktanzen und die transiente Stabilität werden in Kap. 16 dargestellt (Concordia 1951; Bonfert 1962).

8.1 Funktionsprinzip und Läuferbauweisen

a) Der Läufer rotiert synchron mit dem Ständerdrehfeld: Kombiniert man den in Kap. 2 vorgestellten genuteten Ständer mit Drehfeldwicklung mit einem Läufer, der von sich aus ein Magnetfeld erzeugt (z. B. durch Permanentmagnete oder gleichstromerregte Spulen, Abb. 8.1d), so erhält man eine Synchronmaschine. Schließt man die Ständerwicklung an das Dreiphasennetz an, so wird ein Ständerdrehfeld erregt, das eine Kraftwirkung auf das Läufermagnetfeld ausübt und daher den Läufer „mitzieht“ (Motorbetrieb). Das geschieht aber nur dann, wenn der Läufer synchron, also gleich schnell, mit dem Ständerdrehfeld rotiert. Der Schlupf ist also stets Null. Wird umgekehrt der Läufer z. B. durch eine Turbine bei stromloser Ständerwicklung angetrieben, so bewirkt das rotierende Läuferfeld in der ruhenden Ständerwicklung eine Wechselfluss-Verkettung, und induziert somit Spannungen, deren Frequenz das Produkt aus Drehzahl (Rotationsfrequenz) und Polpaarzahl ist.

$$f_s = n \cdot p \tag{8.1}$$

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_8

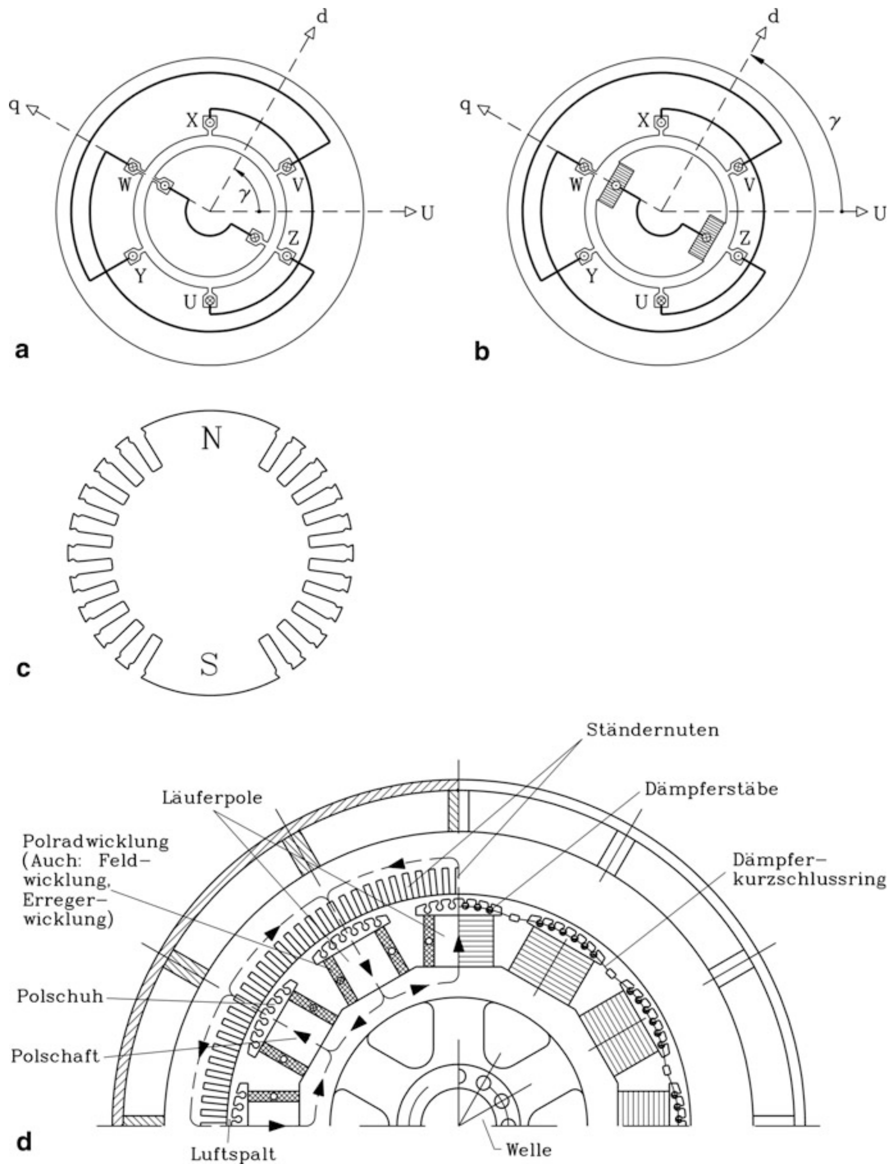


Abb. 8.1 Bauarten von Synchronmaschinen: (**a**) Vollpolmaschine ($2p = 2$, $m_s = 3$, $q_s = 1$, $m_r = 1$, $q_r = 1$) Prinzipdarstellung mit Durchmesserspulen, (**b**) Schenkelpolmaschine (Daten wie bei a)), (**c**) Schnitt durch den Läufer einer zweipoligen Vollpolmaschine, (**d**) Ausführung einer 12-poligen Schenkelpolmaschine (Quelle: Kleinrath 1975)

Diese Spannungen treiben bei Belastung der Ständerwicklung mit z. B. externen Widerständen Ströme, sodass ein Umsatz von mechanischer in elektrische Leistung erfolgt (Generatorbetrieb). Derartige Widerstände sind allerdings die Ausnahme, in der Regel speist der Generator in das Stromversorgungsnetz ein. Das von den Ständerströmen

erregte Drehfeld dreht auf Grund der oben genannten Frequenz der Ständerspannungen und –ströme synchron mit dem Läufer, dessen Drehzahl somit stets identisch mit der Synchrondrehzahl ist (Neidhöfer 1992).

$$n = n_{\mathrm{syn}} \quad \Rightarrow \quad \Omega_{\mathrm{m}} = 2\pi \frac{f_{\mathrm{s}}}{p} = \Omega_{\mathrm{syn}} \tag{8.2}$$

b) Der Läufer ist permanentmagnetisch oder elektrisch erregt: Kleine Synchronmaschinen werden oft mit permanentmagneterregtem Läufer gebaut, besonders in der Form der Synchronservomotoren. Bei der elektrisch erregten Synchronmaschine wird das Läufermagnetfeld durch eine mit Gleichstrom erregte Spulenanordnung mit der erforderlichen Polzahl erregt (Abb. 8.1a, b), wobei der Gleichstrom zumeist über zwei Schleifringkontakte dem Läufer zugeführt wird. Gegenüber permanentmagneterregten Maschinen hat man den Vorteil eines weiteren Freiheitsgrades bei der Einstellung von Betriebspunkten der Maschine, da das Läuferfeld über den Erregerstrom während des Betriebs geändert werden kann. Daher wird die elektrisch erregte Synchronmaschine bevorzugt als Generator eingesetzt, da dank der veränderlichen Erregung des Läufers jeder von den Netzbedürfnissen geforderte Leistungsfaktor $\cos\varphi_{\mathrm{s}}$, nämlich überwiegend kapazitiv oder überwiegend induktiv entsprechend der jeweils geforderten kapazitiven oder induktiven Blindleistung, mit ihr eingestellt werden kann. Beachten Sie, dass dies mit einem Asynchrongenerator mit kurzgeschlossenem Läufer gemäß Kap. 5 nicht möglich ist. Er benötigt stets einen Magnetisierungsstrom, den er dem speisenden Netz entnimmt, und wirkt daher stets überwiegend induktiv.

c) Vollpolmaschine: Zwei Bauformen mit elektrisch erregtem Läufer werden unterschieden:

a) Vollpolmaschine: Die Erregerspulen des zylindrischen Läufers liegen in Nuten verteilt, ähnlich wie jeder der drei Stränge der Ständerwicklung (Abb. 8.1a, c) (Stephan et al. 1996; Thorén 1998).
b) Schenkelpolmaschine: Jeder der ausgeprägten Läuferpole trägt eine konzentrische Spule (Abb. 8.1b, d) (Simond und Neidhöfer 1980).

Für hohe Drehzahlen ist die auf die Läuferwicklung wirkende Fliehkraft bei der Schenkelpolmaschine konstruktiv nicht mehr beherrschbar. Dann geht man über auf die Vollpolanordnung. Bei gleicher Ständerfrequenz f_{s} ist die Drehzahl n bei der zweipoligen Anordnung am höchsten, sodass zweipolige und große vierpolige Maschinen zumeist als Vollpolmaschinen ausgeführt sind. Eine Sonderbauform der Vollpolmaschine ist die Turbo-Bauweise, die einen zylindrischen Läufer („Läuferballen“) aus massivem Eisen hat. Da der Läufer einen Gleichfluss führt, werden von ihm keine schädlichen Wirbelströme in dem massiven Eisen induziert. Es kann auf die Läuferblechung verzichtet werden. Massive Läufer haben eine höhere mechanische Festigkeit als Vollpolläufer aus geschichteten Läuferblechen, allerdings ist die Fräsbearbeitung für die Nutung aufwendiger als das Nutstanzen der Läuferbleche. Bei großen Kraftwerksgeneratoren sind

die mechanischen Fliehkräfte so groß, dass die Vollpolläufer massiv in Turbo-Bauweise ausgeführt werden müssen (Wiedemann und Kellenberger 1967; Wittenburg und Pestel 2001; Hibbeler 2006a). Sie werden in thermischen Kraftwerken eingesetzt, wo die direkt gekuppelte Turbine eine hochdrehende thermische Turbomaschine als Dampf- oder Gasturbine mit Drehzahlen von 3000/min oder 3600/min ist, um bei zweipoligen Generatoren Statorfrequenzen von 50 Hz bzw. 60 Hz zu erreichen (Bönning und Jäger 1989; Liese 2004). Vom Betrieb mit der thermischen Turbomaschine leitet sich der Name Turbogenerator ab. Bei kleineren Kraftwerksleistungen typisch unter 70 MW sind auch Ausführungen mit aus Wirkungsgradgründen schneller drehenden Gas- oder Dampfturbinen mit Drehzahlen von typisch 6000 … 7000/min üblich. Mit einem einstufigen untersetzenden Getriebe zwischen Turbine und Generator wird die Generatordrehzahl von 3000/min oder 3600/min erreicht.

Fällt auf Grund einer Netzstörung die elektrische Last und damit das den Läufer bremsende Ständerdrehfeld weg, beschleunigt die Dampfturbine („Durchgehen“ oder „Durchbrennen“ des Turbosatzes), bis die Drehzahlüberwachung anspricht. Mit dem Schnellverschlussventil wird der der Turbine zugeführte Dampfstrom unterbrochen. Dies geschieht in relativ kurzer Zeit, sodass es ausreicht, die thermische Turbomaschine und den Turbogenerator hinsichtlich der Festigkeit auf 20 % Überdrehzahl auszulegen, was einer $1.2^2 = 1.44$-fachen Fliehkraftbeanspruchung gegenüber Bemessungsdrehzahl entspricht. Mit modernen hochlegierten Stählen (Ilschner und Singer 2001) für den massiven „Läuferballen“ des Turbogenerators ergeben sich damit maximale Läuferdurchmesser von etwa 1.2 m bis 1.3 m bei zweipoligen Maschinen für 50 … 60 Hz, was einer maximalen „Durchbrenn“-Umfangsgeschwindigkeit von

$$v_{\max} = 1.2 \cdot d_r \pi n_{\mathrm{syn}} = 1.2 \cdot d_r \pi \frac{f_s}{p} = 1.2 \cdot 1.3\pi \frac{50}{1} = 245\,\mathrm{m/s} = 880\,\mathrm{km/h} \tag{8.3}$$

entspricht. Höhere Umfangsgeschwindigkeiten sind wegen der Überschreitung der zulässigen Zugspannungen im Läufer nicht zulässig.

Beispiel 8.1

Zweipoliger Turbogenerator 930 MW für ein Braunkohlekraftwerk, $\cos\varphi_s = 0.8$ übererregt, $U_N = 27\,\mathrm{kV}$, Sternschaltung (Y), $I_N = 24.9\,\mathrm{kA}$, $2p = 2$, $n_N = 3000/\mathrm{min}$, $f_N = 50\,\mathrm{Hz}$, Wirkungsgrad 99 %. Die Gesamtlänge des Läufers beträgt ca. 14 m. Die Leiter der Wicklungen werden direkt gekühlt. Die Ständerspulen haben nur eine Windung $N_c = 1$ und werden aus je zwei Halbwindungen, den „Stäben“, gefertigt. Diese Stäbe der Ständer-Drehfeldwicklung bestehen aus gegeneinander isolierten und miteinander verdrillten Teilleitern, von denen einige hohl sind. Durch sie fließt deionisiertes, also kaum noch leitfähiges Kühlwasser, während in den hohlen Massivleitern der Erregerwicklung des Läufers Wasserstoffgas als Kühlmittel strömt.

Wegen der großen Fliehkraftbeanspruchung sind zur Zeit zweipolige Generatoren mit größerer Leistung als ca. 1200 MW, 1400 MVA, nicht baubar, was die Bezeichnung

„Grenzleistungsmaschinen" erklärt. Die Läuferdurchmesser werden durch die Fliehkraftbeanspruchung der an beiden Rotorenden einseitig aufgeschrumpften Läuferkappen begrenzt, die ihrerseits die Wickelköpfe der Läufer-Erregerwicklung gegen die Fliehkraft abstützen. Die Läuferzähne werden durch mechanische numerische Berechnungen stets so dimensioniert, dass sie ausreichende Zahnfußbreiten haben. Dabei kommt es entscheidend auf die Radien am Grund der Läufernuten an. Sie müssen so groß sein, dass dort die mechanische Kerbwirkung, die lokal die mechanische Spannung erhöht, ausreichend verringert wird. Dabei sind die Zähne am Ballenende größeren Beanspruchungszyklen unterworfen als die in der Läufermitte. So kann z. B. der Kappenschrumpfsitz so dimensioniert werden, dass die Kappe bei $1.2n_N$ gerade vom Schrumpfsitz abhebt, was zulässig ist, weil die Kappe wegen des mehrheitlich im Läufernutbereich liegenden Wickelkopfkupfers (Abb. 8.1c) dort mehr gedehnt und damit ovalisiert wird und am Ballen über den Polen noch „sitzt". Im Nutbereich fällt die Stützwirkung der Kappe wegen des Abhebens weg; die Endbereiche der Zähne erfahren damit dort die gleiche Zentrifugalkraft wie in der Ballenmitte. Bei Stillstand $n = 0$ hingegen drückt die Kappe mit voller Schrumpfkraft auf die Zahnbereiche am Ballenende. Bei wiederholten Anfahrvorgängen, wie sie bei Schnellstarts von Gasturbinen üblich sind, erfahren daher die Zähne im Endbereich wesentlich größere zyklische Lastwechsel als in Ballenmitte, die „low cycle fatigue" mit Anrissgefahr an den Zähnen nach sich ziehen kann, und eine Begrenzung der Fliehkraft durch Einhaltung von maximalen Läuferdurchmessern erfordert (Weigelt 1989).

d) Schenkelpol-Synchronmaschinen: Beim Schenkelpolläufer, auch „Polrad" genannt, sind die Pole entweder auf den Läuferkörper geschraubt oder bei höherer Fliehkraftbeanspruchung mit Schwalbenschwanz- oder Hammerkopfverkeilung befestigt. Schenkelpol-Synchronmaschinen sind als Motoren und Generatoren im Einsatz, wobei die Maschinen mit den größten Leistungen bis zu ca. 850 MVA als Wasserkraftgeneratoren im Einsatz sind, die direkt mit der Wasserturbine gekuppelt sind. Pelton-Turbinen in Hochdruck-Wasserkraftwerken drehen typisch bis zu 1000/min, sodass die Polzahl bei 50 Hz minimal 6 ist. Francis-Turbinen in Mitteldruck-Kraftwerken drehen langsamer mit z. B. 500/min und erfordern daher Synchronmaschinen mit höherer Polzahl wie z. B. $2p = 12$ bei 500/min, 50 Hz. Niederdruck-Kraftwerke sind Laufkraftwerke an Flüssen mit niedriger Gefällehöhe und hohem Volumendurchsatz je Turbine. Hier müssen langsam drehende Kaplan-Turbinen verwendet werden, die über die kombinierte Leit- und Laufschaufelverstellung den Wirkungsgrad auch bei geringerer Wasserführung optimieren können. Bei z. B. 100/min ist ein Generator mit 60 Polen erforderlich, um 50 Hz-Spannungen zu induzieren. Da die Wassermassen in der Turbine nicht ebenso rasch abgebremst werden können wie der Dampfstrom in den Turbogruppen, beschleunigen die Wasserturbinen bei Lastabwurf i. A. auf ihre Leerlaufdrehzahl (Durchgangsdrehzahl der Turbinenanlage). Pelton-Turbinen können dabei theoretisch auf die doppelte Bemessungsdrehzahl beschleunigen, real wegen der Verluste nur auf ca. $1.8n_N$, Francis- und Kaplan-Turbinen auf höhere

Werte z. B. bis $3.3 n_N$. Die Befestigung der Läuferpole der Schenkelpolläufer muss für die entsprechend hohe Fliehkraftbeanspruchung bemessen sein (Kellenberger 1980a, b).

Beispiel 8.2

Hochdruck-Kraftwerk Bieudron/Schweiz (Howald und Stöckli 1994): 1.88 km Gefällehöhe vom Stausee der Grand Dixence-Talsperre bis zum Krafthaus im Wallis-Tal. Drei Generator-Turbinen-Einheiten mit je einer fünfdüsigen Pelton-Turbine (423 MW), direkt gekuppelt mit 14-poligen Schenkelpol-Synchrongeneratoren, sind installiert. Die Generatordaten sind 465 MVA, $2p = 14$, $n_N = 428.6/\min$, 50 Hz, 21 kV, Y, 12.78 kA, $\cos\varphi_N = 0.84$ übererregt, Durchgangsdrehzahl 800/min. Stator und Rotor je Generator wiegen 281 Tonnen bzw. 454 Tonnen. Es ergibt sich die sehr hohe Scheinleistung pro Schenkelpol von 33.2 MVA. Ständer- und Polradwicklung sind mit direkter Leiterkühlung mit deionisiertem Wasser in gezogenen hohlen Teilleitern versehen.

Fazit:
Elektrisch erregte Synchronmaschinen werden in den Bauformen „Vollpolläufer“ und „Schenkelpolläufer“ als Motoren und Generatoren verwendet. Die größten Einheitsleistungen bis ca. 2 GVA sind als Generatoren mit vierpoligen Vollpolläufern in Kernkraftwerken im Einsatz.

8.2 Ständerspannungsgleichung der Vollpolmaschine

a) Magnetfelder und Durchflutungen: In Abb. 8.2b ist eine zweipolige Vollpol-Synchronmaschine im axialen Schnitt schematisch dargestellt, deren lineare Abwicklung bei vernachlässigter Ständernutung Abb. 8.3 zeigt. Der Läufer ist auf 2/3 seines Umfangs genutet. Das ungenutete Drittel je Polteilung bildet den Polbereich. In Abb. 8.3 sind von 12 möglichen Nuten 8, also 4 pro Pol, ausgeführt, in denen die Hin- und Rückleiter der Läuferspulen liegen. In jeder Nut liegen N_{fc} Windungen, sodass die Durchflutung je Nut bei Serienschaltung aller Spulen $N_{fc} I_f$ ist. In Analogie zur Zweischicht-Drehstromwicklung (Kap. 2) erkennt man, dass diese verteilte Erregerwicklung dieselbe magnetische Spannung $V_f(x_r)$ erzeugt wie ein Strang einer mit Gleichstrom gespeisten Zweischicht-Drehstromwicklung, dessen Sehnung $W/\tau_p = 2/3$ ist. Die Lochzahl ist im Beispiel von Abb. 8.3 $q_r = 2$, wobei Hin- und Rückleiter in derselben Schicht liegen. Deshalb sind zwei Drittel der möglichen Läufernuten (bei vollständig genutetem Läufer) mit Nutenleitern belegt. Ein Drittel des Läuferumfangs und damit jeweils ein Drittel der Polteilung kann daher, wie erwähnt, ungenutet bleiben („Zwei-Drittel-Bewicklung“). Die Anzahl der Windungen dieser einsträngigen Erregerwicklung beträgt bei Serienschaltung aller Spulen

$$N_f = 2p \cdot q_r \cdot N_{fc} = 2p \cdot N_{fPol}. \tag{8.4}$$

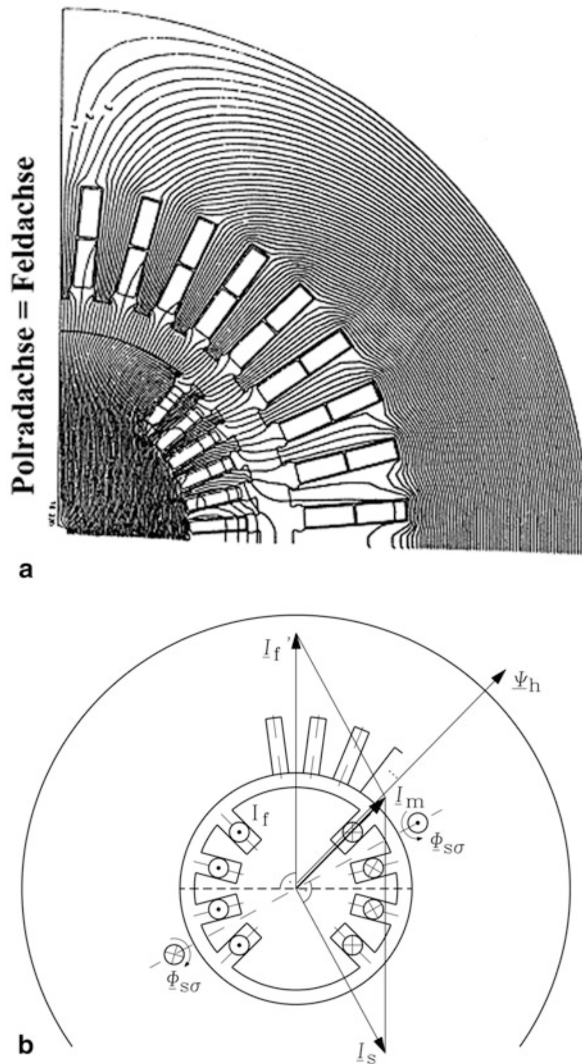


Abb. 8.2 Axialer Schnitt durch eine Vollpol-Synchronmaschine (**a**) Numerisch berechnetes Magnetfeld bei stromloser Ständerwicklung ($I_s = 0$) und mit $I_f = I_{f0}$ erregter Läuferwicklung, 12 Läufernuten je Pol entsprechend 6 Spulen, verkürzte Polrandnuten, 36 Ständernuten entsprechend $q_s = 6$ (Quelle: Fuchs und Senske 1981), (**b**) schematische Darstellung mit erregter Ständer- und Läuferwicklung sowie zugehörigen Stromraumzeigern $\underline{I}_s, \underline{I}_f'$ und $\underline{I}_m$

Die Durchflutungsverteilung $V_f(x_r)$ steht bezüglich des Polrads (Läufers) still, da sie mit Gleichstrom erregt wird. Mit der Formel für die Fourier-Analyse der Durchflutungsverteilung eines Strangs einer Drehstromwicklung (Kap. 3) wird die Amplitude der Grundwelle der Durchflutungsverteilung $\mu = 1$ der Erregerwicklung angeben.

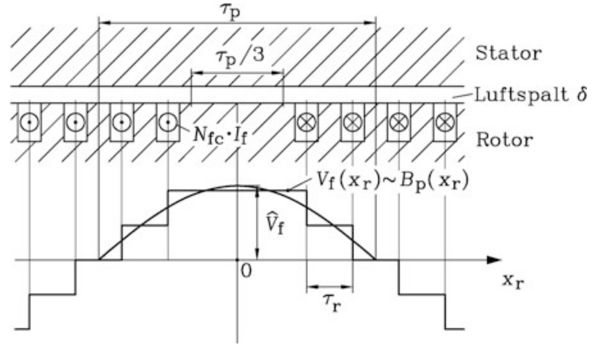


Abb. 8.3 Lineare Abwicklung einer Vollpolmaschine mit erregtem Läufer (Erregerstrom I_f) sowie zugehörige Felderregerkurve $V_f(x_r)$ mit deren Fourier-Grundwelle im rotorfesten Koordinatensystem x_r

$$\hat{V}_f = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{N_f}{p} \cdot k_{w,f} \cdot I_f \tag{8.5}$$

$$k_{p,f} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad k_{d,f} = \frac{\sin(\pi/6)}{q_r \sin(\pi/(6q_r))} \tag{8.6a}$$

$$k_{w,f} = k_{p,f} k_{d,f} \tag{8.6b}$$

Bei $\mu_{Fe} \to \infty$ ist die Amplitude der Grundwelle $\mu = 1$ des Läuferfelds (Polradfelds)

$$\hat{B}_p = \mu_0 \frac{\hat{V}_f}{\delta}. \tag{8.7}$$

Bei großen Vollpolmaschinen mit Massivläufer als Kraftwerksgeneratoren im Multi-MW-Bereich ist das Auslegungsziel, möglichst breite Pole zu erhalten, um eine hohe Grundwellenamplitude $\hat{B}_p$ zu erreichen. Dann wird die Regel der „2/3-Bewicklung“ des Läufers verlassen, und man versucht, den Konflikt zwischen der Vorhaltung ausreichenden Nutraums für die Erregerleiter und möglichst breiten Polen in jedem Einzelfall aufs Neue numerisch zu optimieren. Dabei können breitere Pole helfen, Erregerleiter einzusparen! In der Regel sind mindestens die beiden polbenachbarten Nuten verkürzt (Abb. 8.2a). Damit wird die Flusseinschnürung verringert, die von den anderenfalls tiefer in den Polfluss eintauchenden unteren Nutecken der Polrandnuten ausgeht. Alternativ zu (8.5), (8.6) wird mit den geringeren Nutdurchflutungen und den fallweise nicht äquidistanten Nutteilungen der Randnuten die Durchflutungsverteilung $V_f(x_r)$ gemäß Kap. 2 ermittelt und deren Grundwelle B_p und deren Oberwellen mit der Fourier-Analyse gemäß Kap. 3 bestimmt.

Die sinusförmige Läuferfeldwelle B_p induziert in die dreiphasige Ständerwicklung auf Grund des mit der Drehzahl n rotierenden Polrads ein Drehspannungssystem, dessen Strangspannung als Urspannung (Kap. 1) „Polradspannung“ $u_p(t)$ genannt wird. Bei offenen Ständerklemmen und angetriebenem, mit Gleichstrom I_f erregten Läufer kann diese Spannung an den Ständerklemmen im Prüffeld beim Leerlaufversuch gemessen werden. Die Oberwellen der Verteilung $V_f(x)$ bewirken Feldoberwellen des Läuferfelds, die ebenfalls die Ständerwicklung induzieren. Diese höherfrequenten Strangspannungen

sind unerwünscht und werden durch geeignete Wahl der Lochzahl und Sehnung der in Stern geschalteten Ständerwicklung möglichst gering gehalten (Kap. 4), sodass trotz der stufenförmigen Läuferfeldverteilung die Ständerspannung annähernd sinusförmig ist. Daher wird in der Folge nur noch die Grundwelle der Läuferfeldverteilung betrachtet, die die Spannungsgrundschwingung U_p mit der Frequenz f_s induziert. Die verteilte Ständerwicklung wirkt mit dem Wicklungsfaktor der Grundwelle $k_{w,s}$.

$$U_p = \omega_s \cdot \Psi_p/\sqrt{2} = \omega_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \Phi_p/\sqrt{2} = \sqrt{2}\pi f_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \frac{2}{\pi} l_e \tau_p \hat{B}_p \tag{8.8}$$

$$f_s = n \cdot p = \omega_s/(2\pi) \tag{8.9}$$

Wird umgekehrt bei stromloser, also unerregter Läuferwicklung die Ständerwicklung mit Drehstrom I_s mit der Frequenz f_s bestromt, so entsteht gemäß Kap. 3 eine treppenförmige, rotierende Durchflutungsverteilung $V_s(x)$ mit einer dominanten Grundwelle mit der Amplitude $\hat{V}_s$.

$$\hat{V}_s = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s}{p} \cdot N_s k_{w,s} \cdot I_s \quad \Rightarrow \quad \hat{B}_s = \mu_0 \frac{\hat{V}_s}{\delta} \tag{8.10}$$

Diese erregt eine Ständerfeld-Grundwelle B_s, die ebenfalls mit $\Omega_{syn} = 2\pi f_s/p = \omega_s/p$ rotiert und in der Ständerwicklung die Selbstinduktionsspannung $\omega_s L_h I_s$ induziert. Da der durch die drehzahlgeregelte Turbine angetriebene Läufer synchron mit $n = n_{syn} = f_s/p$ mit dieser Feldwelle rotiert, wird er nicht von ihr induziert, da keine Flussverkettungsänderung im Läufer auftritt. Läufer, Läuferfeld und Ständerdrehfeld ruhen relativ zueinander. In Abb. 8.2b ist ein allgemeiner Betriebszustand dargestellt, bei dem sowohl die Polradwicklung (Erregerwicklung) als auch die Ständerwicklung erregt sind. Die Grundwellen der Läufer- und der Ständerdurchflutung sind je für sich räumlich sinusförmig verteilt und ruhen relativ zueinander. Sie überlagern sich zu einer wieder räumlich sinusförmig verteilten Summendurchflutung $V_m(x_r)$. Im Luftspalt räumlich sinusförmig verteilte Magnetfelder und Durchflutungen werden wie in Kap. 5 durch Raumzeiger dargestellt, deren Länge die Amplitude und deren Richtung die räumliche Lage des Maximums (Scheitelwerts) der Sinusverteilung wiedergeben (Abb. 8.2b). Anstelle des Durchflutungsraumzeigers der Ständerwicklung ist in Abb. 8.2b nicht $\hat{V}_s$, sondern der dazu proportionale Zeiger I_s (8.10) gewählt. Dem steht anstelle von $\hat{V}_f$ der auf die Ständerwicklung umgerechnete Erregerstrom I'_f gegenüber.

$$I'_f = \hat{V}_f \cdot \frac{I_s}{\hat{V}_s} = \frac{2 N_f k_{w,f}}{m_s N_s k_{w,s} \sqrt{2}} I_f = \frac{1}{\ddot{u}_{If}} I_f \tag{8.11}$$

Durch (8.11) wird ähnlich wie in Kap. 6 ein Stromübersetzungsverhältnis $\ddot{u}_{If}$ definiert. Die Summe der Zeiger $\underline{I}_s + \underline{I}'_f$ ist der Magnetisierungsstrom-Raumzeiger $\underline{I}_m$. Er entspricht der Amplitude der Summendurchflutung $\hat{V}_m$, die die aus Ständer- und Läuferfeldwelle resultierende Luftspaltfelddrehwelle mit der Amplitude $\hat{B}_h$ erregt. Der Magnetisierungsbedarf

des Eisens wird, anders als bei der Auslegung der Maschine, bei der Beschreibung des Betriebsverhaltens in der Regel vernachlässigt, oder durch einen konstanten Zuschlag zum Luftspalt berücksichtigt.

$$\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_f \tag{8.12}$$

$$\hat{V}_m = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_s}{p} \cdot N_s k_{w,s} \cdot I_m \tag{8.13}$$

$$\hat{B}_h = \mu_0 \cdot \hat{V}_m / \delta \tag{8.14}$$

b) Spannungsinduktion: Die durch (8.14) hervorgerufene Hauptflussverkettung Ψ_h je Ständerwicklungsstrang pulsiert mit der Frequenz f_s und induziert in die Ständerwicklung je Strang die Hauptfeldspannung U_h (= induzierte Spannung U_i als Urspannung, Kap. 1).

$$\Psi_h = N_s k_{w,s} \cdot \Phi_h = N_s k_{w,s} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \hat{B}_h \tag{8.15}$$

$$U_h = \frac{\omega_s \cdot \Psi_h}{\sqrt{2}} = \frac{\omega_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \Phi_h}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi f_s \cdot N_s k_{w,s} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \hat{B}_h \tag{8.16}$$

Daher kann I_m auch als fiktiver Wechselstrom in der Ständerwicklung aufgefasst werden, der das Summenfeld B_h erregt, das durch Selbstinduktion die Hauptfeldspannung mit dem Effektivwert U_h induziert (Abb. 8.4a). Der Zeitzeiger $\underline{U}_h$ der Hauptfeldspannung folgt mit L_h aus Kap. 4.

$$L_h = \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \frac{2m_s}{\pi^2} \frac{l_e \tau_p}{p \cdot \delta_e} \Rightarrow \underline{U}_h = j\omega_s \underline{\Psi}_h / \sqrt{2} = j\omega_s L_h \underline{I}_m \tag{8.17}$$

Analog dazu ist $\underline{I}'_f$ als fiktiver Ständerwechselstrom aufzufassen, der das Luftspaltfeld B_p erregt, welches $\underline{U}_p$ durch Selbstinduktion induziert. In Abb. 8.4a ist das für dieses Gedankenmodell gültige Ersatzschaltbild mit der Wechselstromquelle für $\underline{I}'_f$ gezeigt.

$$\underline{U}_p = j\omega_s \underline{\Psi}_p / \sqrt{2} = j\omega_s L_h \underline{I}'_f \tag{8.18}$$

Daraus folgt in Übereinstimmung mit dem Ersatzschaltbild 8.4b:

$$\underline{U}_h = j\omega_s L_h \underline{I}_m = j\omega_s L_h (\underline{I}_s + \underline{I}'_f) = j\omega_s L_h \underline{I}_s + \underline{U}_p \tag{8.19}$$

Der in der Ständerwicklung je Strang fließende Strom I_s erregt auch einen Streufluss $\Phi_{s\sigma}$ in den Nuten und im Wickelkopfbereich (in Abb. 8.2b angedeutet), der in den Wicklungssträngen die Selbstinduktionsspannung $\omega_s L_{s\sigma} I_s$ induziert. Die Oberfelderstreuung des Ständerfelds (Kap. 4) wird ebenfalls dieser Ständerstreuinduktivität zugerechnet. Mit dem ohm'schen Spannungsfall je Strang ergibt sich gemäß (8.20) die an den Klemmen

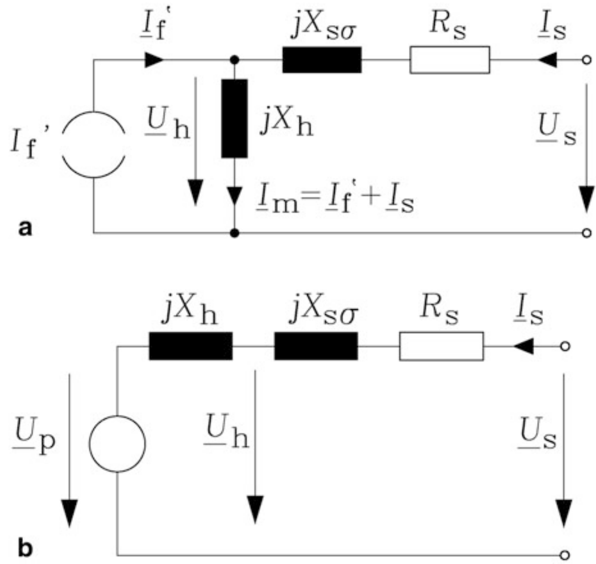


Abb. 8.4 Ersatzschaltbild (je Strang) der Vollpol-Synchronmaschine: (**a**) Mit Stromquelle $\underline{I}_f' \sim I_f$, die an der Hauptreaktanz X_h den Spannungsfall U_p als Anteil von U_h erzeugt, (**b**) Mit Spannungsquelle $U_p \sim I_f$. In beiden Fällen a) und b) ist $\underline{U}_h = \underline{U}_p + jX_h\underline{I}_s$

anliegende Ständer-Strangspannung U_s. Die Summe aus Haupt- und Streureaktanz wird „synchrone Reaktanz" X_d (8.21) genannt.

$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + j\omega_s L_h \underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma}\underline{I}_s + R_s\underline{I}_s = \underline{U}_p + jX_h\underline{I}_s + jX_{s\sigma}\underline{I}_s + R_s\underline{I}_s$$

$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_d\underline{I}_s + R_s\underline{I}_s \tag{8.20}$$

$$X_d = X_{s\sigma} + X_h \tag{8.21}$$

Im zugehörigen Zeigerdiagramm Abb. 8.5, passend zum Ersatzschaltbild Abb. 8.4a, entsprechen die Zeitzeiger $\underline{I}_s$, $\underline{I}'_f$, $\underline{I}_m$ den Raumzeigern $\underline{I}_s$, $\underline{I}'_f$, $\underline{I}_m$ von Abb. 8.2b. Im alternativen Ersatzschaltbild je Strang Abb. 8.4b erscheint die Polradspannung U_p als Quellenspannung, während die Summe aus Hauptreaktanz X_h, Streureaktanz $X_{s\sigma}$ und Ständerwiderstand R_s als „Innenwiderstand" (genauer: Innenimpedanz) der „Spannungsquelle Synchronmaschine" wirken.

c) Über- und untererregter Betrieb: In Abb. 8.5 ist das Zeitzeigerdiagramm der Stranggrößen von Strom und Spannung gemäß dem Ersatzschaltbild 8.4 für die Vollpol-Synchronmaschine im übererregten Generatorbetrieb dargestellt. Der gewählte Betriebspunkt passt zu Abb. 8.2b. Es wird das Verbraucher-Zählpfeil-System (VZS) verwendet. In Abb. 8.5 eilt der Ständerstrangstrom $\underline{I}_s$ der Ständerstrangspannung $\underline{U}_s$ voraus; der Phasenwinkel φ_s ist somit negativ. Die Maschine verhält sich als kapazitiver Verbraucher, da die elektrische Blindleistung Q negativ ist.

$$Q = m_s U_s I_s \sin\varphi_s \tag{8.22}$$

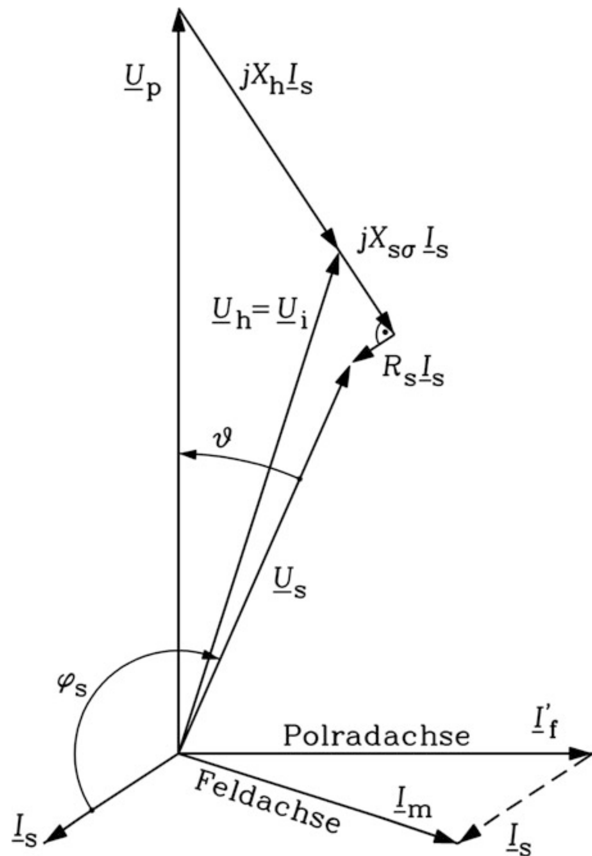


Abb. 8.5 Vollpolmaschine: Zeigerdiagramm der Vollpol-Synchronmaschine im übererregten Generatorbetrieb im Verbraucher-Zählpfeil-System. Der gewählte Betriebspunkt passt zu Abb. 8.2. Beachten Sie die räumliche Zuordnung der Stromzeiger zur Lage der Feldachsen in Abb. 8.6

Dies ist nur möglich, weil U_p deutlich größer als U_s ist, was ein großes Erregerfeld und somit einen großen Erregerstrom erfordert. Daher ist I'_f auch deutlich größer als I_s. Man nennt dies den übererregten Betrieb und definiert:

a) Übererregung: $Q < 0$: Die „übererregte" Synchronmaschine ist ein kapazitiver Verbraucher.
b) Untererregung: $Q > 0$: Die „untererregte" Synchronmaschine ist ein induktiver Verbraucher.

Die elektrische Wirkleistung

$$P_e = m_s U_s I_s \cos\varphi_s \tag{8.23}$$

ist in Abb. 8.5 wegen $-\pi/2 > \varphi_s > -\pi$ ebenfalls negativ. Die Maschine wirkt somit als Generator: Sie gibt elektrische Wirkleistung an das Netz ab. Im VZS gilt daher:

$P_e < 0$: Die Synchronmaschine wirkt als Generator.
$P_e > 0$: Die Synchronmaschine wirkt als Motor.

Fazit:
Der Synchrongenerator wandelt die vom Antrieb zugeführte mechanische Leistung in elektrische Wirkleistung um. Der Synchronmotor wandelt elektrische Wirkleistung in mechanische Leistung um, die er an die Lastmaschine abgibt. In beiden Fällen treten in der Synchronmaschine Verluste auf. Bei der Forderung nach höherer elektrischer Wirkleistung muss beim Generator die Turbinenleistung (z. B. durch Erhöhung der Dampfmenge) erhöht werden. Auf Forderungen nach Änderung der Blindleistung kann man dagegen schneller durch die gezielte Verstellung des Erregerstroms reagieren.

Die Polachse des Polrads wird d-Achse genannt (Abb. 8.6), die Achse der Pollücken q-Achse. Der Winkel zwischen beiden Achsen ist in elektrischen Graden stets 90°, bei zweipoligen Anordnungen auch in mechanischen Graden. In Richtung der d-Achse wirkt das Läuferfeld B_p. Daher zeigt im Zeigerdiagramm der Rotorstromzeiger $\underline{I}'_f$ in diese Richtung. Der Winkel zwischen Polradspannung $\underline{U}_p$ und Ständerspannung $\underline{U}_s$ heißt Polradwinkel ϑ und ist charakteristisch für den Belastungszustand der Maschine. Er wird in elektrischen Graden gemessen und von dem Zeiger $\underline{U}_s$ zum Zeiger $\underline{U}_p$ gezählt. Im Generatorbetrieb eilt der Polradspannungszeiger dem Ständerspannungszeiger im mathematischen positiven Sinn (Gegenuhrzeigersinn) vor, wie z. B. im Zeigerdiagramm Abb. 8.5. In diesem Fall wird der Polradwinkel positiv gezählt. Physikalisch bedeutet dies, dass das Polrad dem resultierenden Luftspaltfeld vorauseilt, da $\underline{I}'_f$ dem Zeiger $\underline{I}_m$ vorauseilt. Das erregte Polrad schleppt das Hauptfeld quasi hinter sich her. Das Hauptfeld versucht, das Polrad und damit die antreibende Turbine zu bremsen. Das ist die anschauliche Wirkung des im Generatorbetrieb bremsenden elektromagnetischen Drehmoments M_e. Im zweidimensionalen Feldbild Abb. 8.6 ist dieser Betriebszustand dargestellt. Man erkennt die Wirkung des das Polrad bremsenden Drehmoments M_e an der tangentialen Komponente der sonst überwiegend radial ausgerichteten Feldlinien im Luftspalt; es entsteht ein tangentialer magnetischer Zug im Luftspalt (Kap. 4). Der Winkel zwischen den Zeigern $\underline{I}_m$ und $\underline{I}'_f$ ist etwas kleiner als ϑ und im Feldbild als Winkel zwischen Polrad- und

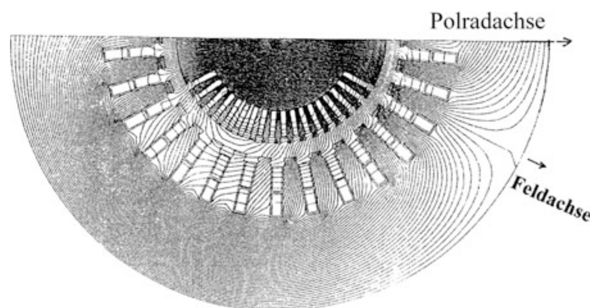


Abb. 8.6 Vollpolmaschine: Numerisch berechnete magnetische Flussdichte B eines zweipoligen Turbogenerators, Bemessungslast 400 MVA, 21 kV, 11000 A, $\cos\varphi_s = 0.75$ übererregt, Polradachse = d-Achse, Feldachse = Resultierendes Hauptfeld. Beachten Sie den typisch großen Luftspalt sowie die große Flussdichte im Läufer des Turbogenerators. (Quelle: Fuchs und Senske 1981)

Feldachse sichtbar (Abb. 8.6). Im Motorbetrieb wird das erregte Polrad vom resultierenden Luftspaltfeld „geschleppt“; die Polradspannung eilt der Ständerspannung nach (siehe Abschn. 8.4). Das Drehmoment M_e treibt den Läufer an.

Fazit:
Das Ersatzschaltbild der Vollpol-Synchronmaschine kann wahlweise mit einer Stromquelle oder einer Spannungsquelle angegeben werden. Die Innenimpedanz der Ersatzspannungsquelle ist bei vernachlässigtem ohm'schen Innenwiderstand die Synchronreaktanz. Der Polradwinkel kennzeichnet den Belastungszustand der Synchronmaschine.

8.3 Ständerspannungsgleichung der Schenkelpolmaschine

a) Magnetfelder und Durchflutungen: Im Gegensatz zur Vollpolmaschine ist bei der Schenkelpolmaschine der Luftspalt nicht konstant, sondern hängt gemäß $\delta(x_\mathrm{r})$ von der Umfangskoordinate ab. Einerseits variiert er infolge der Kontur des Polschuhs, andererseits bewirkt die Lücke zwischen den Polschuhen eine entsprechende Luftspaltvergrößerung. Wir betrachten das angetriebene, mit n_syn rotierende unerregte Polrad im Feld der ebenfalls mit n_syn rotierenden Ständer-Durchflutungsgrundwelle. Diese wird vom Ständerdrehstromsystem I_s erregt und hat die Amplitude $\hat{V}_\mathrm{s}$. Liegt das Maximum der magnetischen Spannungsverteilung $V_\mathrm{s}(x_\mathrm{r})$ in der Polradachse (d-Achse, „Längsachse“) (Abb. 8.7), so ergibt sich wegen $\delta(x_\mathrm{r})$ trotz der sinusförmigen Verteilung von $V_\mathrm{s}(x_\mathrm{r})$ auch bei vernachlässigtem Eisen-Magnetisierungsbedarf für das Luftspaltfeld $B_\mathrm{d}(x_\mathrm{r})$ ein nichtsinusförmiger Verlauf.

$$B_\mathrm{d}(x_\mathrm{r}) = \mu_0 \frac{V_\mathrm{s}(x_\mathrm{r})}{\delta(x_\mathrm{r})} \tag{8.24}$$

Die Amplitude $\hat{B}_\mathrm{d1}$ der mit einer Fourier-Reihenentwicklung ermittelten Grundwelle von $B_\mathrm{d}(x_\mathrm{r})$ ist gegenüber der Feldamplitude $\hat{B}_\mathrm{s}$ einer vergleichbaren Vollpolmaschine mit konstantem Luftspalt δ_0 um den Feldfaktor c_d kleiner.

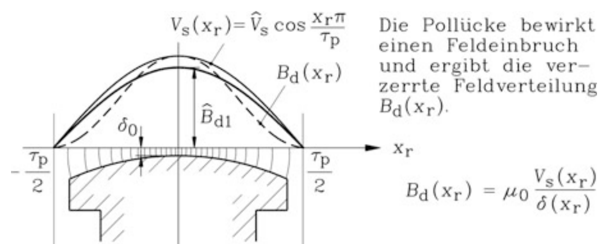


Abb. 8.7 Die sinusförmige Ständerdurchflutung erregt in der Pollängsachse auf Grund des nichtkonstanten Luftspalts ein nichtsinusförmig verteiltes Feld, dessen *Fourier*-Grundwelle die Amplitude $\hat{B}_\mathrm{d1}$ hat. $B_\mathrm{d}\,(x_\mathrm{r})$ und $V_\mathrm{s}\,(x_\mathrm{r})$ sind im Bild auf gleiche Amplituden normiert

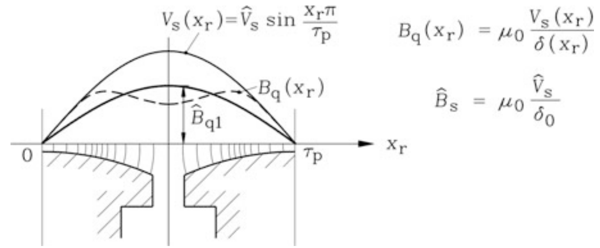


Abb. 8.8 Die sinusförmige Ständerdurchflutung erregt in der Pollückenachse auf Grund des nichtkonstanten Luftspalts ein nichtsinusförmig verteiltes Feld, dessen Fourier-Grundwelle die Amplitude $\hat{B}_{q1}$ hat

$$\text{Vollpolmaschine: } \hat{B}_s = \mu_0 \frac{\hat{V}_s}{\delta_0} \tag{8.25}$$

$$\text{Schenkelpolmaschine, Längsachse: } c_d = \hat{B}_{d1}/\hat{B}_s \tag{8.26}$$

Liegt das Maximum der magnetischen Spannungsverteilung $V_s(x_r)$ in der Pollückenachse (q-Achse, „Querachse“) (Abb. 8.8), so ergibt sich für das sich einstellende Luftspaltfeld $B_q(x_r)$ ebenfalls ein nichtsinusförmiger Verlauf, dessen Grundwellenamplitude $\hat{B}_{q1}$ auf Grund des Feldeinbruchs in der Lücke noch deutlich kleiner ist als $\hat{B}_{d1}$.

$$\text{Schenkelpolmaschine, Querachse: } c_q = \hat{B}_{q1}/\hat{B}_s < c_d \tag{8.27}$$

Fazit:
Trotz gleicher elektrischer Durchflutung $\hat{V}_s$ ergibt sich in der q-Achse ein kleineres Magnetfeld als in der d-Achse. Der Flusspfad hat in der q-Achse eine um den Faktor c_q/c_d geringere magnetische Leitfähigkeit bzw. eine entsprechend erhöhte Reluktanz.

In Abb. 8.9 sind für den übererregten Generatorbetrieb analog zu Abb. 8.5 die Durchflutungsraumzeiger $\underline{I}_s$, $\underline{I}'_f$ dargestellt. Wegen der unterschiedlichen magnetischen Leitfähigkeit in d- und q-Achse ist der Zeiger $\underline{I}_s$ in seine d- und q-Komponente $\underline{I}_{sd}$ und $\underline{I}_{sq}$ zerlegt. Der Flusspfad der d-Achse wird von $\underline{I}_{sd} + \underline{I}'_f$ magnetisiert, der Pfad der q-Achse von $\underline{I}_{sq}$. Der Fluss $\underline{\Phi}_{qh}$ ist im Verhältnis zum Fluss $\underline{\Phi}_{dh}$ der Längsachse wegen der geringeren magnetischen Leitfähigkeit der q-Achse kleiner als das Verhältnis $I_{sq}/(I_{sd}+I'_f)$. Gegenüber der Vollpolmaschine mit dem Luftspalt δ_0 ist die Hauptinduktivität der Schenkelpolmaschine (δ_0 als Luftspalt an der engsten Stelle in Polmitte) in der d-Achse um den Faktor c_d und in der q-Achse um den Faktor c_q kleiner (8.28).

$$L_{dh} = c_d \cdot L_h, \quad L_{qh} = c_q \cdot L_h, \quad L_h = \mu_0 (N_s k_{w,s})^2 \frac{2m_s}{\pi^2} \cdot \frac{l_e \tau_p}{p\delta_0} \tag{8.28}$$

b) Spannungsinduktion: Die magnetische Flussverkettung Ψ_s des vom Ständerstrom I_s erregten Grundwellen-Drehfelds B_s mit der Ständerwicklung ist abhängig von der relativen

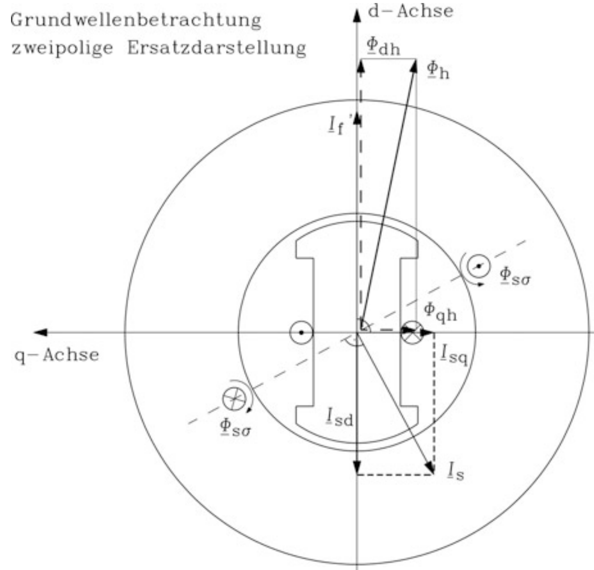


Abb. 8.9 Schenkelpolmaschine: Die d- und q-Achse weisen unterschiedliche magnetische Leitfähigkeiten auf, daher muss der Durchflutungsraumzeiger $\underline{I}_s$ in eine d- und q-Komponente aufgespaltet werden, um den resultierenden Luftspaltfluss Φ_h zu ermitteln

Lage des Polrads zum Drehfeld B_s. Sie ist maximal, wenn das Maximum der Drehfeldwelle in der d-Achse liegt und minimal, wenn es in der q-Achse liegt, was durch die entsprechenden Drehfeld-Selbstinduktivitäten L_d und L_q je Ständerstrang zum Ausdruck kommt. Flussverkettung Ψ und Fluss pro Pol Φ werden als Scheitelwerte angegeben. Die Grundwellen-Flussverkettung der Ständerwicklung mit dem Ständer-Luftspaltfeld wird gemäß Kap. 4 mit (8.29), (8.30) bestimmt.

$$\Psi_{dsh} = N_s \cdot k_{ws} \cdot \Phi_{dsh} = L_{dh} \cdot I_{sd} \cdot \sqrt{2} \tag{8.29}$$

$$\Psi_{qsh} = N_s \cdot k_{ws} \cdot \Phi_{qsh} = L_{qh} \cdot I_{sq} \cdot \sqrt{2} \tag{8.30}$$

Für eine Position des Maximums der Ständer-Durchflutungsgrundwelle V_s zwischen der d- und q-Achse wird diese Sinuswelle in zwei zueinander orthogonale Sinuswellen entsprechender Amplitude $\hat{V}_{sd}$, $\hat{V}_{sq}$ zerlegt. Der V_s entsprechende Zeiger $\underline{I}_s$ wird folglich in die Komponenten $\underline{I}_{sd}$, $\underline{I}_{sq}$ zerlegt (Abb. 8.9). In der d-Achse überlagern sich die Läuferdurchflutung V_f und die Ständerdurchflutungskomponente V_{sd} zur resultierenden magnetisierenden Durchflutung $\hat{V}_{md} = \hat{V}_f + \hat{V}_{sd}$. In der q-Achse magnetisiert nur die Ständerdurchflutungskomponente V_{sq} gemäß $\hat{V}_{mq} = \hat{V}_{sq}$. Der der magnetisierenden Durchflutung V_m entsprechende Raumzeiger $\underline{I}_m$ (8.31) hat die beiden Komponenten I_{md} und I_{mq}.

$$d\text{-Achse: } I_{md} = I_{sd} + I_f', \quad q\text{-Achse: } I_{mq} = I_{sq} \tag{8.31}$$

Wird ein komplexes Koordinatensystem mit der Re-Achse in der d-Achse und der Im-Achse in der q-Achse verwendet, so gilt: $\underline{I}_{md} = I_{md}$, $\underline{I}_{mq} = jI_{mq}$ und entsprechend $\underline{I}_{sd} = I_{sd}$,

$\underline{I}'_f = I'_f$, $\underline{I}_{sq} = jI_{sq}$. Die resultierende Wirkung von Ständer- und Läuferdurchflutung ist durch den Magnetisierungsstroms $\underline{I}_m$ gegeben.

$$\underline{I}_m = \underline{I}_{md} + \underline{I}_{mq} \tag{8.32}$$

Für die Flussverkettung in der Statorwicklung $\Psi_{dh} = L_{dh}I_{md} \cdot \sqrt{2}$, $\Psi_{qh} = L_{qh}I_{mq} \cdot \sqrt{2}$ folgt:

$$\underline{\Psi}_h = (L_{dh}\underline{I}_{md} + L_{qh}\underline{I}_{mq}) \cdot \sqrt{2}. \tag{8.33}$$

Die von der zeitlich sinusförmig veränderlichen Flussverkettung in die Statorwicklung je Strang induzierte Hauptfeldspannung

$$\underline{U}_h = j\omega_s\underline{\Psi}_h/\sqrt{2} = j\omega_s(L_{dh}\underline{I}_{md} + L_{qh}\underline{I}_{mq}) = \underline{U}_{qh} + \underline{U}_{dh} \tag{8.34}$$

hat die Komponenten

$$\underline{U}_{qh} = j\omega_s L_{dh}(\underline{I}_{sd} + \underline{I}'_f) = j\omega_s L_{dh}\underline{I}_{sd} + \underline{U}_p \tag{8.35}$$

$$\underline{U}_{dh} = j\omega_s L_{qh}\underline{I}_{sq}, \tag{8.36}$$

worin $\underline{U}_p = j\omega_s L_{dh} \cdot \underline{I}'_f$ die Polradspannung ist.

Mit Berücksichtigung der Selbstinduktion des Ständerstreuflusses durch die Ständerstreuinduktivität und des Spannungsfalls am Ständer-Strangwiderstand erhalten wir die Ständerspannungsgleichung je Strang.

$$\underline{U}_s = R_s\underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma}\underline{I}_s + j\omega_s L_{qh}\underline{I}_{sq} + j\omega_s L_{dh}\underline{I}_{sd} + \underline{U}_p \tag{8.37}$$

In (8.38) wird $\underline{I}_s$ in seine d- und q-Komponente $\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}$ zerlegt.

$$\underline{U}_s = R_s\underline{I}_s + j\omega_s L_{s\sigma}(\underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}) + j\omega_s(L_{qh}\underline{I}_{sq} + L_{dh}\underline{I}_{sd}) + \underline{U}_p$$

$$\underline{U}_s = R_s\underline{I}_s + jX_d\underline{I}_{sd} + jX_q\underline{I}_{sq} + \underline{U}_p \tag{8.38}$$

In (8.38) ist X_d die „synchrone Reaktanz der Längsachse" und X_q die „synchrone Reaktanz der Querachse", wobei wegen $c_d > c_q$ (8.28) bei Schenkelpolläufern $X_d > X_q$ ist.

$$X_d = X_{s\sigma} + X_{dh} = \omega_s L_{s\sigma} + \omega_s L_{dh} \tag{8.39a}$$

$$X_q = X_{s\sigma} + X_{qh} = \omega_s L_{s\sigma} + \omega_s L_{qh} \tag{8.39b}$$

Die Vollpolmaschine ist mathematisch ein „Sonderfall" der Schenkelpolmaschine für $X_d = X_q$.

Fazit:
Die Schenkelpol-Synchronmaschine weist dank der Läuferpollücken eine unterschiedliche magnetische Reluktanz in Richtung der Polradachse (Längsachse) und in Richtung der

Abb. 8.10 Zeigerdiagramm der Schenkelpol-Synchronmaschine: Der gewählte Betriebspunkt passt zu Abb. 8.9; das Bild ist aber um 90° nach rechts geschwenkt

Pollücken (Querachse) auf. Die Innenimpedanz der Ersatzspannungsquelle ist bei vernachlässigtem Innenwiderstand für die Längsachse die Synchronreaktanz X_d *und für die Querachse die Synchronreaktanz* X_q.

8.4 Betriebsverhalten der Vollpolmaschine am „starren" Netz

8.4.1 Zeigerdiagramme für unterschiedliche Betriebszustände am starren Netz

Die Netzspannung wird durch die in den Kraftwerken arbeitenden Turbinen-Synchrongenerator-Sätze unabhängig von der Netzbelastung auf konstante Amplitude und Frequenz geregelt. Analog zum Ersatzschaltbild 8.4b wird daher für das speisende Netz ein Synchrongenerator-Ersatzschaltbild mit Spannungsquelle und Innenimpedanz verwendet. Wenn die Spannung U_s an den Klemmen des Ersatzschaltbildes auf Grund einer ideal schnellen Regelung unabhängig von der Netzbelastung konstante Amplitude

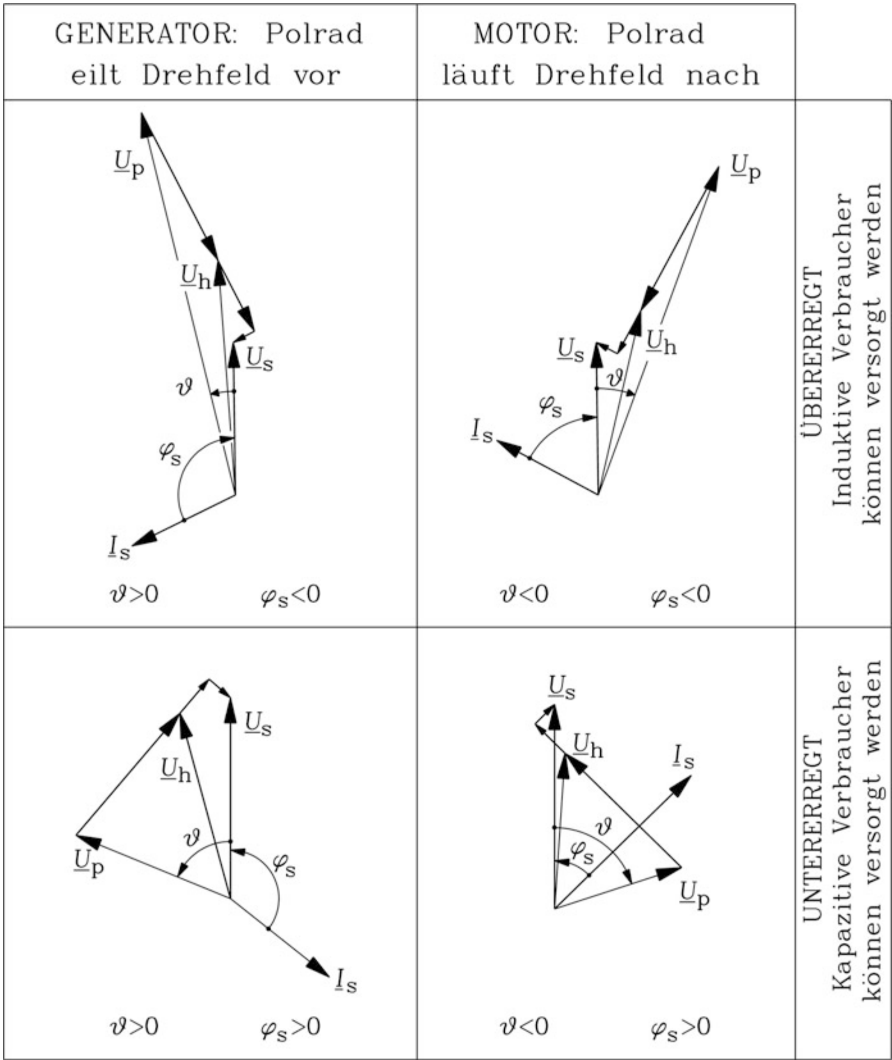


Abb. 8.11 Die vier unterschiedlichen Betriebszustände der Vollpol-Synchronmaschine bei fester Netzspannung unter Belastung: Generator/Motor, übererregt/untererregt

und Frequenz aufweist, spricht man vom „starren“ Netz $\underline{U}_s$ = konst. Bei Betrieb einer Vollpol-Synchronmaschine an diesem starren Netz ergeben sich bei Belastung die in Abb. 8.11 dargestellten vier unterschiedlichen Betriebszustände: Generator/Motor, übererregt/untererregt. Durch Übererregung, also hohe Polradspannung U_p, wird erreicht, dass der Ständerstrom der Ständerspannung voreilt. Die Maschine wirkt als kapazitiver Verbraucher mit negativer Blindleistung $Q < 0$, da der Phasenwinkel φ_s negativ ist. Wird dabei die Maschine angetrieben, sodass das Polrad dem resultierenden Drehfeld voreilt,

so ist der Polradwinkel $\vartheta > 0$; die Maschine arbeitet generatorisch und übererregt. Bei $\vartheta < 0$ eilt das resultierende Drehfeld dem Polrad vor, sodass die Maschine als übererregter Motor arbeitet. Bei Verringerung des Erregerstroms I_f kann die Polradspannung soweit verringert werden, dass Untererregung erreicht wird. Die Phasenlage des Stroms zur festen Ständerspannung dreht so, dass der Phasenwinkel φ_s positiv wird. Der Ständerstrom eilt der Spannung nach, die Maschine ist bezüglich der Blindleistung ein induktiver Verbraucher ähnlich wie die Asynchronmaschine ($Q > 0$). Je nach Lage des Polradwinkels arbeitet die Maschine als untererregter Generator $\vartheta > 0$ oder untererregter Motor $\vartheta < 0$.

Fazit:
Die Synchronmaschine mit elektrisch erregtem Läufer ist in der Lage, je nach Größe der Läufererregung kapazitives oder induktives Verbraucherverhalten anzunehmen. Dabei kann sie wahlweise als Generator oder Motor eingesetzt werden. Dank dieser universell einsetzbaren Betriebseigenschaften sind weltweit überwiegend Synchronmaschinen mit elektrisch erregtem Läufer als Stromerzeuger im Einsatz.

8.4.2 Zeigerdiagramme für besondere Betriebszustände

In den folgenden Darstellungen wird der ohm'sche Ständerstrangwiderstand meist vernachlässigt ($R_s = 0$), da er vor allem bei den großen Synchronmaschinen sehr viel kleiner als die synchrone Reaktanz ist.

a) Generatorischer Leerlauf: Die angetriebene Synchronmaschine (Abb. 8.12a) ist

(i) entweder vom Netz getrennt; somit ist der Ständerstrom Null. Sie ist erregt ($I_f > 0$). Die an den Klemmen messbare Strangspannung ist die Polradspannung.
(ii) oder sie ist an das Netz angeschlossen und so erregt, dass Polradspannung und Netzspannung identisch sind. Der zugehörige Leerlauf-Erregerstrom heißt I_{f0}. Die Ständerstromaufnahme ist wegen $\underline{U}_s = \underline{U}_p$ wie bei (i) Null. Dies ist eine der Bedingungen beim Zuschalten der Synchronmaschine an das Netz („Synchronisieren“).

Allgemein gilt, dass Polradspannung und Netzspannung in Amplitude, Phasenlage und Phasenfolge (U, V, W) übereinstimmen müssen, um die Synchronmaschine stromlos an das Netz zu schalten.

b) Phasenschieberbetrieb: Ausgehend vom generatorischen Leerlauf wird der Erregerstrom im Polrad erhöht (Abb. 8.12b) oder verringert (Abb. 8.12c), sodass die Polradspannung zwar in Phase mit der Klemmenspannung bleibt, aber entweder größer (Fall b) oder kleiner als diese (Fall c) ist. Die Maschine nimmt aus dem Netz im Fall b kapazitiven und im Fall c induktiven Strom auf. Sie wirkt im Fall b als Kondensator

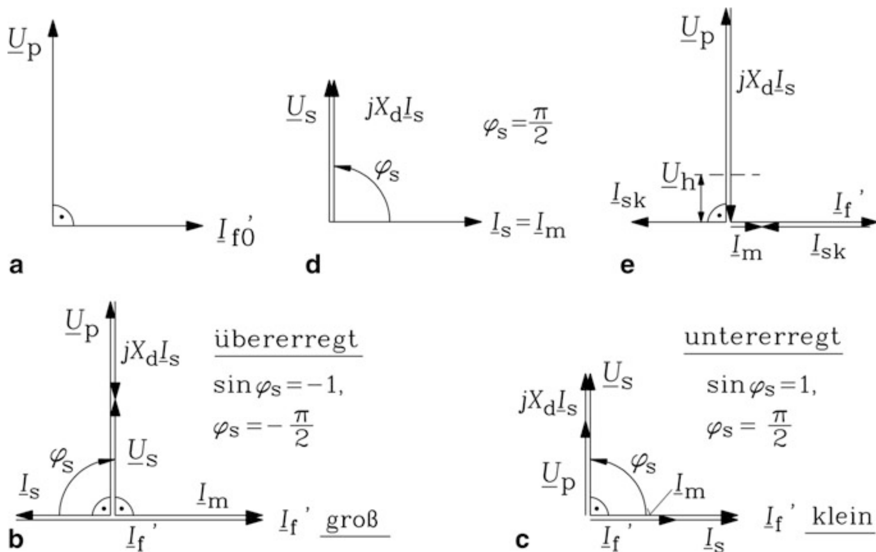


Abb. 8.12 Besondere Betriebszustände der Vollpol-Synchronmaschine: (**a**) Generatorischer Leerlauf, (**b**) Phasenschieber übererregt, (**c**) Phasenschieber untererregt, (**d**) unerregt am Netz, (**e**) Dauerkurzschluss

und im Fall c als Induktivität, deren Größe auf Grund des kontinuierlich veränderlichen Erregerstroms variabel einstellbar ist. Sie kann daher zur stufenlos einstellbaren Blindleistungskompensation im Netz verwendet werden. Bei vernachlässigtem R_s ist der Polradwinkel Null; es erfolgt bei Vernachlässigung aller weiteren Verluste in der Maschine keine Wirkleistungsumsetzung ($P = 0$).

c) Unerregter Betrieb am Netz: Wird ausgehend vom untererregten Betrieb (Fall c) die Erregung auf Null verringert, so wird unerregter Betrieb erreicht; die Polradspannung ist Null, wenn von einer Wirkung der Eisenremanenz als Restmagnetismus in den Läuferpolen abgesehen wird (Abb. 8.12d). Die induktive Stromaufnahme in der Ständerwicklung erregt das Luftspaltfeld alleine und entspricht daher dem Magnetisierungsstrom $\underline{I}_s = \underline{I}_m$.

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s}{jX_d} = \underline{I}_m \tag{8.40}$$

d) Dauernder Klemmenkurzschluss: Beim Dauerklemmenkurzschluss (Abb. 8.12e) wird die angetriebene, unerregte Synchronmaschine an den Klemmen direkt („satt“) kurzgeschlossen und anschließend die Erregung im Polrad erhöht, sodass eine Polradspannung in der Ständerwicklung induziert wird. Da U_s Null ist, treibt die Polradspannung in der Ständerwicklung einen Dauerkurzschlussstrom, der nur durch die synchrone Reaktanz der Drehfeldwicklung und den kleinen, in (8.41) vereinbarungsgemäß vernachlässigten

ohm'schen Strangwiderstand begrenzt wird.

$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_d\underline{I}_s = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \underline{I}_{sk} = j\frac{\underline{U}_p}{X_d} \qquad (R_s = 0) \tag{8.41}$$

Das vom Kurzschlussstrom I_{sk} erregte Ständerfeld (proportional zum Zeiger $\underline{I}_{sk}$) wirkt dem Polradfeld (proportional zum Zeiger $\underline{I}'_f$) entgegen, sodass im Luftspalt nur eine kleine Feldamplitude (proportional zum Zeiger $\underline{I}_m$) verbleibt, die jene kleine Hauptfeldspannung $\underline{U}_h = jX_{dh}\underline{I}_m$ induziert, die den Spannungsfall des Ständerkurzschlussstroms an der Streureaktanz $X_{s\sigma}$ (und am ohm'schen Ständerstrangwiderstand R_s) deckt.

$$\underline{U}_h = -jX_{s\sigma}\underline{I}_{sk} \quad (R_s = 0) \tag{8.42}$$

Kontrolle zu (8.42):

$$jX_{dh}\underline{I}_m = \underline{U}_h = -jX_{s\sigma}\underline{I}_{sk} \to \quad jX_{dh}\underline{I}_m + jX_{s\sigma}\underline{I}_{sk} = 0$$
$$jX_{dh}\underline{I}'_f + jX_{dh}\underline{I}_s + jX_{s\sigma}\underline{I}_{sk} = jX_{dh}\underline{I}'_f + jX_d\underline{I}_{sk} = 0$$
$$\underline{U}_p + jX_d\underline{I}_{sk} = 0 \text{ (vgl. Abb. 8.12e !)}$$

Beispiel 8.3 (Kurzschluss-Schnellbremsung:)

Zum Stillsetzen von Synchronmaschinen wird nach dem Trennen der Maschine vom Netz mittels Klemmenkurzschluss ein Kurzschlussstrom in der Ständerwicklung hervorgerufen. Er bildet mit dem Feld des Polrads ein bremsendes Drehmoment. Die kinetische Energie des rotierenden Polrads wird in Stromwärme im Widerstand R_s in der Ständerwicklung umgesetzt. Die Auslaufzeit der Maschine bis zum Stillstand wird gegenüber dem nur durch die Reibungsverluste gebremsten Auslauf deutlich verringert. Berechnen Sie den Ständerstrom $\underline{I}_s$, dessen Betrag und das elektromagnetische Bremsmoment M_e während der Kurzschluss-Schnellbremsung. Dies muss mit Berücksichtigung des Ständerwiderstands R_s erfolgen! Diskutieren Sie den Verlauf von I_s und M_e über der Drehzahl!

Lösung:

$$\underline{U}_s = \underline{U}_p + jX_d\underline{I}_s + R_s\underline{I}_s = 0, \quad \underline{I}_{sk} = -\frac{\underline{U}_p}{R_s + jX_d} = -\frac{j\omega_s\underline{\Psi}_p/\sqrt{2}}{R_s + j\omega_s L_d}$$

Ψ_p ist der Scheitelwert der Ständerflussverkettung mit dem Läuferfeld.

$$I_{sk} = \frac{\omega_s\Psi_p/\sqrt{2}}{\sqrt{R_s^2 + (\omega_s L_d)^2}} = \frac{2\pi p \cdot n \cdot \Psi_p/\sqrt{2}}{\sqrt{R_s^2 + (2\pi p \cdot n \cdot L_d)^2}}$$
$$P_e = m_s R_s I_s^2 = P_m = M_e\frac{\omega_s}{p}, \quad M_e = \frac{p m_s R_s \omega_s \Psi_p^2/2}{R_s^2 + (\omega_s L_d)^2} = \frac{m_s R_s 2\pi p^2 n \cdot \Psi_p^2/2}{R_s^2 + (2\pi p \cdot n \cdot L_d)^2}$$

Der Strom steigt mit steigender Drehzahl n von Null auf den Grenzwert $I_{sk\infty} = \Psi_p/(\sqrt{2}\cdot L_d)$ bei unendlich hoher Drehzahl. Das Drehmoment steigt mit steigender Drehzahl rasch auf den Maximalwert $M_{e,max} = \frac{pm_s\Psi_p^2/2}{2L_d}$ bei der kleinen Drehzahl $n^* = \frac{R_s}{2\pi p\cdot L_d}$ und sinkt dann für $n \to \infty$ auf Null.

8.4.3 Drehmoment bei unterschiedlichem Polradwinkel

Die in der Synchronmaschine umgesetzte Wirkleistung P_e

$$P_e = m_s U_s I_s \cos\varphi_s = m_s \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_s \underline{I}_s^*\right\} \tag{8.43}$$

ist nur eine Funktion des Polradwinkels ϑ, wenn $\underline{U}_s$ und $\underline{U}_p$ konstant sind. Die Polradspannung $\underline{U}_p$ ist zur Spannung $\underline{U}_s$ um den Polradwinkel ϑ phasenverschoben (Abb. 8.5).

$$\underline{U}_p = \frac{U_p}{U_s}\cdot \underline{U}_s \cdot e^{j\vartheta} = \frac{U_p}{U_s}\cdot \underline{U}_s \cdot (\cos\vartheta + j\cdot\sin\vartheta) \tag{8.44}$$

Aus der Ständerspannungsgleichung folgt für $R_s = 0$ für den konjugiert komplexen Ständerstromzeiger $\underline{I}_s^*$:

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s - \underline{U}_p}{jX_d} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_s^* = \frac{\underline{U}_s^* - \underline{U}_p^*}{-jX_d}. \tag{8.45}$$

Da wegen $R_s = 0$ die Luftspaltleistung $P_\delta = P_e - m_s R_s I_s^2$ identisch mit P_e ist, kann das Drehmoment $M_e = P_\delta/\Omega_{syn}$ direkt aus P_e berechnet werden. Mit dem Einsetzen von (8.45) in (8.43) erhalten wir mit $\underline{U}_s \underline{U}_s^* = U_s^2$ die Leistung in Abhängigkeit von ϑ.

$$P_e = m_s \cdot \mathrm{Re}\left\{\frac{\underline{U}_s \underline{U}_s^* - \underline{U}_s \underline{U}_s^* \cdot (U_p/U_s)\cdot(\cos\vartheta - j\cdot\sin\vartheta)}{-jX_d}\right\}$$

$$P_e = -m_s \frac{U_s U_p}{X_d}\sin\vartheta \tag{8.46}$$

Wegen der vernachlässigten Verluste sind elektrische und mechanische Leistung identisch: $P_e = P_m$. Der Wirkungsgrad ist „Eins“, sodass aus (8.46) das elektromagnetische Drehmoment der Vollpolmaschine für konstant belassenen, also ungeregelten Erregerstrom (I_f = konst. bzw. U_p = konst.) direkt aus $P_e = P_\delta = P_m$, wie eben erläutert, berechnet wird.

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_{syn}} = \frac{P_e}{\Omega_{syn}} = -\frac{m_s}{\Omega_{syn}}\cdot\frac{U_s U_p}{X_d}\sin\vartheta \tag{8.47}$$

Das maximale Moment ist das synchrone Kippmoment M_{p0} und tritt bei Polradwinkeln von $\pm 90°$ auf, den Kippwinkeln ϑ_{p0} (Abb. 8.13a). Der positive Kippwinkel 90° gilt für

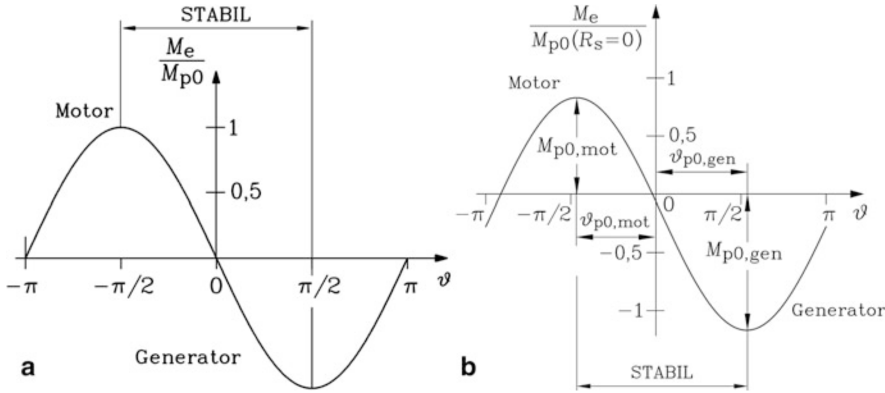


Abb. 8.13 Drehmoment-Polradwinkel-Kurve der Vollpolsynchronmaschine (**a**) für $R_s = 0$, (**b**) a) für $R_s/X_d = 0.1$ und $U_p/U_s = 1.7$

den Generatorbetrieb, der negative Kippwinkel –90° für den Motorbetrieb. Einsetzen von ϑ_{p0} in (8.47) liefert das positive motorische und das negative generatorische Kippmoment (8.48). Wegen $R_s = 0$ sind die Beträge von Kippmoment und Kippwinkel im Motor- und Generatorbetrieb gleich groß, ähnlich wie bei der Asynchronmaschine (vgl. die Kloss'sche Funktion in Kap. 5).

$$M_{e,\max} = M_e\left(\vartheta = \pm\frac{\pi}{2}\right) = \mp\frac{m_s}{\Omega_{syn}}\cdot\frac{U_sU_p}{X_d} = \mp M_{p0} \tag{8.48}$$

Für $R_s > 0$ ergibt sich mit (8.49) und daraus (8.50) gemäß (8.51) mit einer zu (8.46) analogen Rechnung das elektromagnetische Drehmoment (8.52) in Abhängigkeit von ϑ (Abb. 8.13b).

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_s - \underline{U}_p}{R_s + jX_d} \quad\Rightarrow\quad \underline{I}_s^* = \frac{\underline{U}_s^* - \underline{U}_p^*}{R_s - jX_d} \tag{8.49}$$

$$I_s = \sqrt{\underline{I}_s\underline{I}_s^*} = \sqrt{\frac{U_s^2 - 2U_sU_p\cos\vartheta + U_p^2}{R_s^2 + X_d^2}} \tag{8.50}$$

$$P_\delta = P_e - m_sR_sI_s^2 = M_e\Omega_{syn} \tag{8.51}$$

$$M_e = -\frac{m_s}{\Omega_{syn}}\cdot\left\{\frac{U_p^2}{X_d}\cdot\frac{\varepsilon}{1+\varepsilon^2} + \frac{U_sU_p}{X_d}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}\cdot\sin(\vartheta - \arctan\varepsilon)\right\} \tag{8.52}$$

Dabei ist in (8.52) $\varepsilon = R_s/X_d$. Der Betrag des motorischen Kippmoments $M_{p0,mot}$ (8.53) ist wie bei der Asynchronmaschine bei $R_s > 0$ (Kap. 5) kleiner als der Betrag des generatorischen Kippmoments $M_{p0,gen}$ (8.54).

$$M_{\text{p0,mot}} = -\frac{m_{\text{s}}}{\Omega_{\text{syn}}} \cdot \frac{U_{\text{p}}}{X_{\text{d}}} \cdot \left\{ \frac{U_{\text{p}} \cdot \varepsilon}{1+\varepsilon^2} - \frac{U_{\text{s}}}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \right\} \tag{8.53}$$

$$M_{\text{p0,gen}} = -\frac{m_{\text{s}}}{\Omega_{\text{syn}}} \cdot \frac{U_{\text{p}}}{X_{\text{d}}} \cdot \left\{ \frac{U_{\text{p}} \cdot \varepsilon}{1+\varepsilon^2} + \frac{U_{\text{s}}}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \right\} \tag{8.54}$$

Der Polrad-Kippwinkel nimmt gegenüber $R_{\text{s}} = 0$ bei Motorbetrieb ab (8.55) und bei Generatorbetrieb zu (8.56).

$$\vartheta_{\text{p0,mot}} = -\pi/2 + \arctan\varepsilon \tag{8.55}$$

$$\vartheta_{\text{p0,gen}} = \pi/2 + \arctan\varepsilon \tag{8.56}$$

Der Stabilitätsbereich als Winkelbereich π zwischen den beiden Kippwinkeln bleibt erhalten wie bei $R_{\text{s}} = 0$. Da bei nicht zu kleinen Bemessungsleistungen (typisch $> 10\,\text{kW}$) das Verhältnis $\varepsilon = R_{\text{s}}/X_{\text{d}}$ klein ist (typisch $\varepsilon < 0.05$), wird im Folgenden häufig der Einfluss von R_{s} auf das Betriebsverhalten vernachlässigt.

Fazit:
Das Maximalmoment der Vollpolsynchronmaschine für $R_{\text{s}} = 0$ tritt bei einem Polradwinkel $\vartheta = \pm 90°$ (+ im generatorischen, – im motorischen Betrieb) auf (Abb. 8.13a) und heißt „synchrones Kippmoment“ M_{p0}. Durch Steigern der Erregung und damit der Polradspannung kann das Kippmoment erhöht werden. Eine hohe Synchronreaktanz verringert das Kippmoment. Bei positivem Polradwinkel ist die elektrische Leistung negativ entsprechend der Vorzeichenregel für Generatorbetrieb im Verbraucher-Zählpfeil-System (vgl. Kap. 1).

8.4.4 Statische Stabilität der Synchron-Vollpolmaschine

Welche Kombinationen von Drehmoment und Polradwinkel können am starren Netz ($\underline{U}_{\text{s}} =$ konst.) bei konstantem Erregerstrom (entspricht $\underline{U}_{\text{p}} =$ konst.) und konstanter Drehzahl n stabil im Generator- oder Motorbetrieb gefahren werden? Wir betrachten z. B. Generatorbetrieb mit einem Turbinen-Antriebsmoment M_{T}, einem elektrischen Bremsmoment M_{e} und einem resultierenden Trägheitsmoment $J = J_{\text{L}} + J_{\text{M}}$ von Turbine J_{L} und Synchrongenerator J_{M} und vernachlässigen das bremsende Verlustmoment M_{d} im Generator. Gemäß Abschn. 7.2 erhalten wir bei $\Omega_{\text{m}} =$ konst.: $M_{\text{e}} = M_{\text{T}}$.

$$(J_{\text{L}} + J_{\text{M}}) \cdot \frac{d\Omega_{\text{m}}}{dt} = M_{\text{e}} - M_{\text{d}} - M_{\text{T}} \quad \Rightarrow \quad M_{\text{e}}(\vartheta_0) = M_{\text{T}} \tag{8.57}$$

Das Turbinen-Antriebsmoment M_{T} bewirkt einen Polradwinkel ϑ_0, der sich als Schnittpunkt der $M_{\text{T}}(\vartheta)$-Kurve mit der $M_{\text{e}}(\vartheta)$-Kurve ergibt (Abb. 8.14). Für die Stabilitätsuntersuchung des Arbeitspunkts wird die Kennlinie $M_{\text{e}}(\vartheta)$ im Punkt ϑ_0 durch

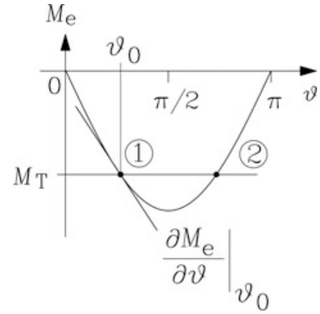


Abb. 8.14 Vollpolsynchronmaschine im Generatorbetrieb bei U_s = konst. und U_p = konst.: Der Arbeitspunkt 1 ($\vartheta = \vartheta_0$) ist stabil, der Arbeitspunkt 2 ist instabil. Die Stabilitätsgrenze liegt bei dem Polradwinkel $\pi/2$

ihre Tangente angenähert (8.58). Das Turbinenmoment ist vom Polradwinkel unabhängig: $M_e(\vartheta_0) - M_T = 0$.

$$M_e(\vartheta) \cong M_e(\vartheta_0) + \partial M_e/\partial\vartheta \cdot \Delta\vartheta \text{ mit } \Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0 \tag{8.58}$$

Gemäß (8.59) wirkt durch die Tangentennäherung die Synchronmaschine als linearisierte Drehfeder mit der Ersatz-Drehfederkonstanten $c_\vartheta(\vartheta_0)$, denn eine Polradwinkeländerung ergibt eine Drehmomentänderung.

$$c_\vartheta\,(\vartheta_0) = \frac{\partial M_e}{\partial\vartheta}\Big|_{\vartheta_0} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta M_e = c_\vartheta \cdot \Delta\vartheta \tag{8.59}$$

Gemäß (8.60) hat eine zeitliche Änderung des Polradwinkels eine kleine Drehzahländerung zur Folge. Der Polradwinkel ϑ wird in elektrischen Graden gezählt, daher tritt in (8.60) der Faktor p auf.

$$\frac{d\Delta\vartheta}{dt} = p \cdot \Delta\Omega_m \tag{8.60}$$

Folglich ist bei Änderungen des Polradwinkels der Synchrondrehzahl eine Drehzahlschwankung $\Delta\Omega_m(t)$ überlagert.

$$\Omega_m(t) = \Omega_{syn} + \Delta\Omega_m(t) \tag{8.61}$$

Wird dies in die Bewegungsgleichung (8.57) eingesetzt, folgt eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten für die Polradwinkeländerung $\Delta\vartheta$ (8.62).

$$\begin{aligned} J\frac{d\Omega_m}{dt} &= M_e(\vartheta) - M_T = c_\vartheta \cdot \Delta\vartheta \\ J\frac{d\Omega_m}{dt} &= J\frac{d\Delta\Omega_m}{dt} = c_\vartheta \cdot \Delta\vartheta \\ J\frac{d^2\Delta\vartheta}{dt^2} &- p \cdot c_\vartheta \cdot \Delta\vartheta = 0 \end{aligned} \tag{8.62}$$

Die Ersatz-Drehfederkonstante ist für $|\vartheta| < \pi/2$ gemäß Abb. 8.13 und 8.14 im Verbraucherzählpfeilsystem negativ ($c_\vartheta = -|c_\vartheta|$), für $|\vartheta| > \pi/2$ aber positiv ($c_\vartheta = |c_\vartheta|$), da das elektrische Drehmoment nach Überschreiten des synchronen Kippmoments wieder abnimmt (Abb. 8.13). Daher ist im Bereich $|\vartheta| < \pi/2$ (8.62) eine ungedämpfte Schwingungsgleichung.

a) $|\vartheta| < \pi/2$: $\Delta\ddot{\vartheta} + (p \cdot |c_\vartheta|/J) \cdot \Delta\vartheta = 0$
Mit der Abkürzung ω_e gemäß (8.64) erhalten wir als Lösung von (8.62) eine Sinusschwingung des Polradwinkels (8.63), wenn durch eine kurzzeitige Störung z. B. im Antriebsmoment der Polradwinkel im Arbeitspunkt $\vartheta = \vartheta_0$ kurzzeitig um den Wert $\Delta\vartheta_0$ ausgelenkt wird.

$$\Delta\ddot{\vartheta} + \omega_e^2 \Delta\vartheta = 0 \quad \Rightarrow \Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_0 \cdot \cos(\omega_e t) \tag{8.63}$$

Das Polrad schwingt um den Arbeitspunkt ϑ_0 mit der Amplitude $\Delta\vartheta_0$ gegen das vom Netz „starr" vorgegebene rotierende Ständerdrehfeld mit der Eigenfrequenz

$$f_e = \frac{\omega_e}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{p \cdot |c_\vartheta|}{J}}. \tag{8.64}$$

Die durch diese Schwingung verursachte Drehzahlschwankung ergibt eine kleine zusätzliche induzierte Spannung in der Ständerwicklung und einen zusätzlichen netzfremdfrequenten Statorstrom. Die dadurch geringfügig erhöhten Verluste in der Ständerwicklung dämpfen die Schwingung. Diese Dämpfung ist sehr schwach, sodass in der Regel ein zusätzlicher Dämpferkäfig in den Polschuhen der Läuferpole (Abb. 8.1d) erforderlich ist, der die Polradschwingung rasch dämpft (siehe Abschn. 8.12). Nach Abklingen der Schwingung arbeitet die Maschine wieder stationär im ursprünglichen Arbeitspunkt; motorische und generatorische Arbeitspunkte im Polradwinkelbereich $|\vartheta| < \pi/2$ sind somit stabil. Im Polradwinkelbereich $|\vartheta| > \pi/2$ wird aus (8.62) die folgende Gleichung b).

b) $|\vartheta| > \pi/2$: $\Delta\ddot{\vartheta} - (p \cdot |c_\vartheta|/J) \cdot \Delta\vartheta = 0$
Mit der Größe ω_e gemäß (8.64) ist dies eine Differentialgleichung (8.65), deren Lösung eine exponentiell aufklingende Polradwinkelabweichung ist.

$$\Delta\ddot{\vartheta} - \omega_e^2 \Delta\vartheta = 0 \Rightarrow \Delta\vartheta(t) = \Delta\vartheta_0 \cdot \cosh(\omega_e t) \tag{8.65}$$

$\cosh(\omega_e t) = (e^{\omega_e t} + e^{-\omega_e t})/2 \cong e^{\omega_e t}/2$ für $t \to \infty$. Die Arbeitspunkte $|\vartheta| > \pi/2$ werden somit bei Störungen $\Delta\vartheta_0$ dauernd verlassen und sind daher instabil. Anschaulich kommt man zum selben Ergebnis, wenn man bedenkt, dass ausgehend von ϑ_0 im Betriebspunkt 1 in Abb. 8.14 mit Vergrößerung des Polradwinkels infolge einer Störung das bremsende Moment M_e größer wird als das antreibende Turbinenmoment M_T, sodass das resultierende Moment bremst und der Polradwinkel wieder verkleinert wird. Man kehrt in den

Betriebspunkt 1 zurück. Bei Verkleinerung des Polradwinkels in Punkt 1 infolge einer Störung wird das bremsende Moment M_e kleiner als das antreibende Turbinenmoment M_T, sodass das resultierende Moment antreibt und der Polradwinkel wieder vergrößert wird. Man kehrt ebenfalls in den Betriebspunkt 1 zurück. Damit ist Punkt 1 ein stabiler Arbeitspunkt. Im Betriebspunkt 2 in Abb. 8.14 wird mit Vergrößerung des Polradwinkels infolge einer Störung das antreibende Moment M_T größer als das bremsende Generatormoment M_e, sodass das resultierende Moment antreibt und den Polradwinkel weiter vergrößert. Man kehrt nicht mehr in den Betriebspunkt 2 zurück; dieser ist instabil. Bei Verkleinerung des Polradwinkels in Punkt 2 infolge einer Störung tritt der gleiche instabile Effekt auf, da dann das bremsende Moment M_e größer als das antreibende Turbinenmoment M_T ist, sodass das resultierende Moment bremst und den Polradwinkel weiter verkleinert, sodass Betriebspunkt 2 bleibend verlassen wird.

Diese Stabilitätsergebnisse gelten für Arbeitsmaschinen, deren Moment nicht vom Polradwinkel abhängt. Sie wurden mit den stationären Betriebskennlinien von Synchronmaschine und Arbeitsmaschine erhalten, deshalb nennt man diese Untersuchung das statische Stabilitätsverhalten. Elektrische Ausgleichsvorgänge in den Wicklungen der Synchronmaschine werden dabei nicht berücksichtigt. Deshalb ist die statische Stabilität für den Dauerbetrieb wesentlich, während bei Störanregungen im dynamischen Betrieb, wo rasche Stromänderungen in den Wicklungen eine Rolle spielen, zusätzlich das dynamische Stabilitätsverhalten („transiente Stabilität") zu beachten ist. Dies ist in Kap. 16 dargestellt.

Fazit:
Die Synchronmaschine kann ausgehend von Leerlauf ($\vartheta = 0$) bis zum Kippmoment M_{p0} belastet werden. Bei Überschreiten des Kippwinkels $\pm\pi/2$ (bei $R_s = 0$) „kippt" die Maschine. Das Polrad läuft nicht mehr synchron mit dem vom Netz eingeprägten Ständerdrehfeld, sondern schlüpft durch. Es kann keine Wirkleistung mehr übertragen werden.

8.5 Betriebsverhalten der Schenkelpolmaschine am „starren" Netz

a) Drehmomentgleichung der Schenkelpolmaschine bei $R_s = 0$: Im Zeigerdiagramm Abb. 8.15 ist $\underline{U}_s = U_s$ in die reelle Achse gelegt. Dann ist die Polradspannung der komplexe Zeiger (8.66).

$$\underline{U}_p = U_p \cdot e^{j\vartheta} \tag{8.66}$$

Die d- und q-Komponente von U_s lauten:

$$\underline{U}_{sq} = U_s \cdot \cos\vartheta \cdot e^{j\vartheta} = U_s \cdot \frac{e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta}}{2} \cdot e^{j\vartheta} \tag{8.67}$$

$$\underline{U}_{sd} = U_s \cdot \sin\vartheta \cdot (-j) \cdot e^{j\vartheta} = U_s \cdot \frac{e^{j\vartheta} - e^{-j\vartheta}}{2j} \cdot (-j) \cdot e^{j\vartheta} \tag{8.68}$$

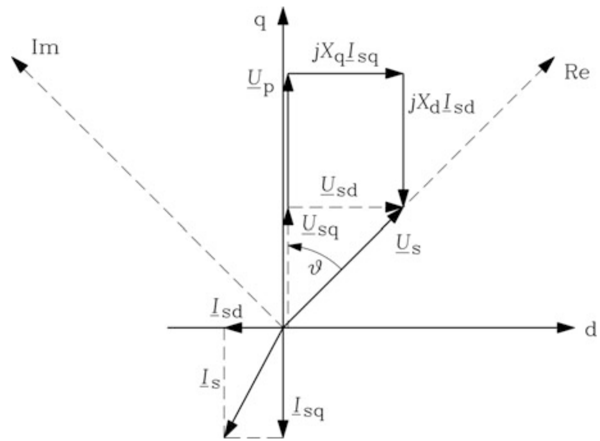


Abb. 8.15 Strom- und Spannungszeigerdiagramm der Schenkelpolmaschine für einen übererregten, generatorischen Betriebspunkt bei $R_s = 0$

Aus den Spannungsgleichungen bei $R_s = 0$ erhalten wir die Stromkomponenten.

$$\underline{U}_{sq} = \underline{U}_p + jX_d\underline{I}_{sd}$$

$$\underline{I}_{sd} = \frac{\underline{U}_{sq} - \underline{U}_p}{jX_d} = \frac{je^{j\vartheta}}{X_d} \cdot \left(U_p - U_s \cdot \frac{e^{j\vartheta} + e^{-j\vartheta}}{2} \right) \tag{8.69}$$

$$\underline{U}_{sd} = jX_q\underline{I}_{sq} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_{sq} = \frac{\underline{U}_{sd}}{jX_q} = \frac{je^{j\vartheta}}{X_q} \cdot U_s \cdot \frac{e^{j\vartheta} - e^{-j\vartheta}}{2} \tag{8.70}$$

Daraus erhalten wir den Stromzeiger $\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}$ bei vorgegebener Klemmen- und Polradspannung in Abhängigkeit des Polradwinkels, was zur Ständerstromortskurve der Schenkelpolmaschine in Abhängigkeit des Polradwinkels führt, die in Abschn. 8.8 besprochen wird.

$$\underline{I}_s = j\frac{U_p e^{j\vartheta}}{X_d} - j\frac{U_s}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q}\right) + j\frac{U_s}{2} \cdot e^{j2\vartheta} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \tag{8.71}$$

Mit (8.71) wird das elektromagnetische Drehmoment M_e aus der Leistungsbilanz bestimmt. Da die Maschine verlustfrei angenommen wird, sind mechanische und elektrische Leistung identisch. Große Generatoren mit 99 % Wirkungsgrad kommen dieser Idealisierung sehr nahe.

$$M_e = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{P_m}{\Omega_{syn}} = \frac{P_e}{\Omega_{syn}} \tag{8.72}$$

$$M_e = \frac{1}{\Omega_{syn}} m_s U_s I_s \cos\varphi_s = \frac{p}{\omega_s} m_s \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_s \underline{I}_s^*\right\}$$

$$M_e = -\frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \left(\frac{U_s U_p}{X_d} \sin\vartheta + \frac{U_s^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\vartheta \right) \tag{8.73}$$

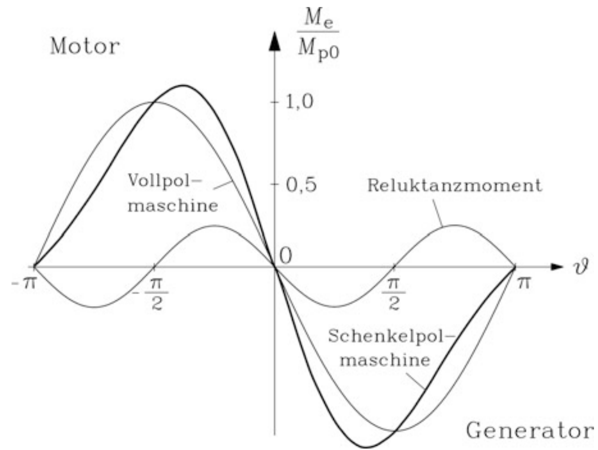


Abb. 8.16 Funktion $M_e(\vartheta)$ der Schenkelpolmaschine, bezogen auf den Wert des Kippmoments der vergleichbaren Vollpol-Synchronmaschine M_{p0}

Das Drehmoment $M_e(\vartheta)$ für konstanten Erregerstrom und konstante Klemmenspannung (Abb. 8.16) besteht aus dem bei der Vollpolmaschine auftretenden Synchronmoment proportional zu $\sin\vartheta$ zufolge des elektrisch erregten Läufers mit dem Kippwinkel ±90°, und dem zusätzlich auftretenden Reluktanzmoment proportional zu $\sin 2\vartheta$, dessen Kippwinkel bei ±45° auftritt. Folglich liegt der Betrag des statischen Kippwinkels der Schenkelpolmaschine im Bereich 45° … 90°. Das zusätzlich zum Vollpol-Synchronmoment auftretende Reluktanzmoment erhöht das Gesamtmoment der Schenkelpolmaschine, sodass deren Steifigkeit, ausgedrückt durch die Drehfederkonstante, also den Anstieg der Momentenkurve über dem Polradwinkel, größer ist als bei einer vergleichbaren Vollpolmaschine.

Die größere Steifigkeit bzw. der steilere Momentenanstieg über ϑ der Schenkelpolmaschine äußert sich in den gegenüber 90° kleineren Kippwinkelbeträgen. Aus (8.73) erhält man:

$$\frac{dM_e}{d\vartheta} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{U_p}{X_d}\cos\vartheta + U_s \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \cos 2\vartheta$$

Mit der Substitution $\cos 2\vartheta = 2 \cdot (\cos\vartheta)^2 - 1$ erhält man eine quadratische Gleichung für die Unbekannte $\cos\vartheta$, die zwei Lösungen hat.

$$\cos\vartheta = \frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_q - X_d} \pm \sqrt{\left(\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_q - X_d}\right)^2 + \frac{1}{2}}$$

Wegen $X_d > X_q$ hat nur die Lösung mit + einen Betrag kleiner als 1 und liefert daher die gesuchten Kippwinkel für Motor- und Generatorbetrieb, denn es gilt $\vartheta_{p0} = \pm\arccos(\cos\vartheta)$.

$$\vartheta_{p0} = \pm \arccos\left(\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_q - X_d} + \sqrt{\left(\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_q - X_d}\right)^2 + \frac{1}{2}}\right) \tag{8.74}$$

Der positive Kippwinkel gilt für den Generatorbetrieb, der negative für den Motorbetrieb. Einsetzen von ϑ_{p0} in (8.73) liefert das positive motorische und das negative generatorische Kippmoment. Wie bei der Vollpolmaschine sind wegen $R_s = 0$ die Beträge von Kippmoment und Kippwinkel im Motor- und Generatorbetrieb gleich groß. Für den Sonderfall $X_d = X_q$ ergibt sich aus (8.74) mit

$$X_d = X_q : \quad \left(\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_q - X_d}\right)^2 \to \infty$$

und

$$X_d = X_q : \quad -\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_d - X_q} + \sqrt{\left(\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{X_q}{X_d - X_q}\right)^2 + \frac{1}{2}} \to 0$$

wieder der Kippwinkel der Vollpolmaschine:

$$X_d = X_q : \quad \vartheta_{p0} = \pm \arccos(0) = \pm\pi/2.$$

Bei kleinen Synchronmaschinen im unteren kW-Bereich (typisch $< 10\,\text{kW}$) darf der Ständerwiderstand nicht vernachlässigt werden. Durch seinen Einfluss ist auch bei der Schenkelpol-Synchronmaschine, ähnlich wie bei der Vollpol-Synchronmaschine (Abb. 8.14b) und der Asynchronmaschine (Kap. 5), das motorische Kippmoment betragsmäßig kleiner als das generatorische Kippmoment. Ebenso ist wie bei der Vollpolmaschine bei der Schenkelpolmaschine der Betrag des motorischen Kippwinkels dann kleiner als jener des generatorischen Kippwinkels. Die Herleitung des Reluktanzmoments für $R_s > 0$ ist in Kap. 10, Abschn. 10.2.2 dargestellt. Gemeinsam mit dem Drehmoment $M_e(R_s > 0)$ der Vollpolmaschine (8.52) erhält man als Summe von beiden das Drehmoment $M_e(R_s > 0)$ der Schenkelpolmaschine für $R_s > 0$.

Beispiel 8.4

Berechnen Sie für übererregten Betrieb $U_p/U_s = 1.3$ und $X_d/X_q = 1.5$, $R_s = 0$, den motorischen und den generatorischen Kippwinkel!

Lösung:

$$\frac{U_p}{4U_s} \cdot \frac{1}{1 - X_d/X_q} = \frac{1.3}{4} \cdot \frac{1}{1 - 1.5} = -0.65$$

$$\vartheta_{p0} = \pm\arccos\left(-0.65 + \sqrt{0.65^2 + 0.5}\right) = \pm\arccos 0.31 = \pm 1.255\,\text{rad} = \pm 71.9°$$

Motorischer Kippwinkel: –71.9°, generatorischer Kippwinkel: 71.9°.

b) Reluktanzmaschine: Wird die Synchronmaschine unerregt betrieben ($I_f = 0 \rightarrow U_p = 0$), so wird trotzdem wegen $X_d \neq X_q$ ein Drehmoment erzeugt, das Reluktanzmoment (8.75).

$$M_e = -\frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \cdot \frac{U_s^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cdot \sin 2\vartheta \tag{8.75}$$

Dieses Drehmoment wird ausschließlich durch die unterschiedliche magnetische Leitfähigkeit von Polbereich (d-Achse) und Lückenbereich (q-Achse) bewirkt, wodurch das Polrad die Tendenz zeigt, sich mit seiner Längsachse in die Feldrichtung des Ständerdrehfelds auszurichten. Dieser Synchronmaschinentyp mit „wicklungslosem" Läufer heißt Reluktanzmaschine und wird im Bereich kleinerer Bemessungsleistungen von wenigen kW als robuster Synchronantrieb z. B. für Textilmaschinen oft gebaut. Gemäß (8.75) tritt das maximale Moment bereits bei den kleinen Kippwinkeln $\vartheta_{p0} = \pm\pi/4$ auf. Wie die Asynchronmaschine magnetisiert sich die Reluktanzmaschine über den aus dem Netz bezogenen Strom. Daher ist ihr Drehmoment wie bei der Asynchronmaschine vom Quadrat der Ständerspannung abhängig.

In Abb. 8.17a sind ausgewählte relative Lagen von Ständerfeld und Reluktanzläufer qualitativ dargestellt. Das resultierende Luftspaltfeld wird durch zwei repräsentative Ständerfeldlinien schematisch angedeutet. Es entspricht bei $R_s = 0$ der Ständerflussverkettung je Strang $\Psi_s = \sqrt{2} \cdot U_s/\omega_s$. Der Läufer versucht sich stets so zu drehen, dass das vom Ständerstrom erregte Feld einen minimalen Luftweg überqueren muss. In Abb. 8.17a ist im Betriebspunkt (1) bei Leerlauf dieser Luftweg dann minimal, wenn der Läufer relativ zum Ständerdrehfeld in der Vorzugsstellung bei $\vartheta = 0°$ steht. Er entwickelt kein Drehmoment ($M_e = 0$), da der tangentiale magnetische Zug der Ständerfeldlinien auf das Läufereisen symmetrisch nach links und rechts gleich groß ist, sodass keine resultierende Kraft auf den Läufer ausgeübt wird. In Abb. 8.17 (2) ist die dem Ständerdrehfeld voreilende Auslenkung des Läufers $\vartheta = 45°$. Die magnetischen Feldlinien müssen zu beiden Seiten des Läufereisens unterschiedlich lange Luftwege überqueren, sodass die Flussdichten unterschiedlich sind. Es treten ein resultierender bremsender tangentialer magnetischer Zug und damit ein bremsendes Drehmoment M_e auf, das generatorische Kippmoment. Mit diesem maximalen Moment versucht der Läufer, in die Vorzugstellung der minimalen Luftwege für die Ständerfeldlinien von Stellung (1) zu drehen, wird aber vom antreibenden Turbinenmoment daran gehindert. In Abb. 8.17 (4) führt die Auslenkung des Läufers zu einem dem Ständerfeld nacheilenden Läufer mit $\vartheta = -45°$. Bei dieser zu (2) symmetrischen Auslenkung tritt das motorische Kippmoment auf, mit dem die Reluktanzmaschine eine Lastmaschine bei maximaler Belastung antreiben kann. In Abb. 8.17 (3) befindet sich der Läufer beim Polradwinkel $\vartheta = 90°$ im Leerlauf im labilen Gleichgewicht. Auf Grund des symmetrischen Feldbilds ist der resultierende magnetische Zug auf den Läufer Null, daher $M_e = 0$. Die Feldlinien müssen aber maximale Luftwege überqueren, da das Ständerfeld in Richtung der Pollücken magnetisiert. Eine beliebig kleine Störung aus dieser Lage führt zu einem unsymmetrischen Feldbild mit resultierender Magnetkraft auf den Läufer und dreht ihn

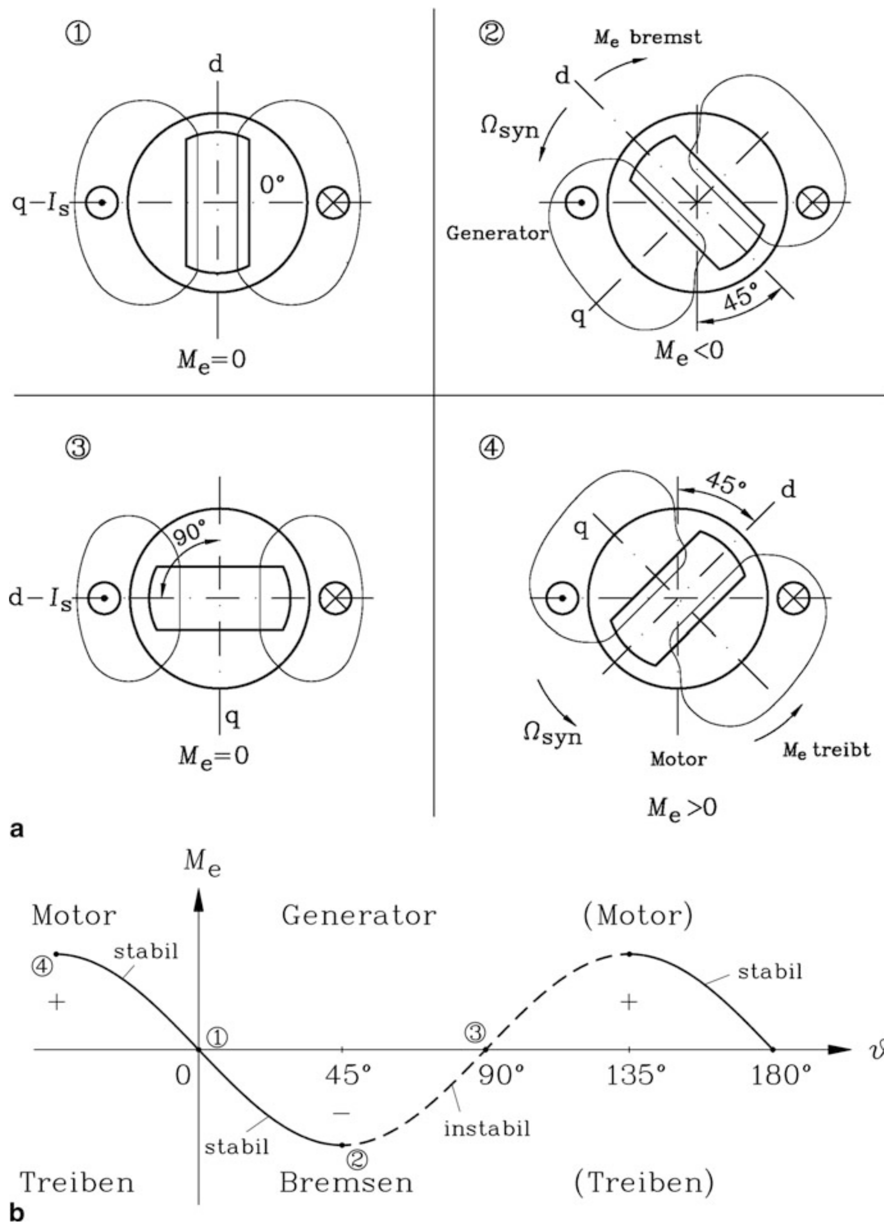


Abb. 8.17 Zweipolige synchrone Reluktanzmaschine: (**a**) Schematische Darstellung des Reluktanzmoments M_e für die unterschiedlichen Betriebspunkte (1) Leerlauf, (2) generatorisches Kippmoment, (3) instabiler Leerlaufpunkt, (4) motorisches Kippmoment, (**b**) $M_e(\vartheta)$-Kennlinie für $R_s = 0$ und U_s = konst

sofort in die stabile Leerlauf-Stellung (1). Details zu Reluktanzmaschinen sind in Kap. 10 dargestellt.

Fazit:
Bei der synchronen Reluktanzmaschine ist nur der Bereich $-45° \leq \vartheta \leq 0°$ *(Motor) und* $0° \leq \vartheta \leq 45°$ *(Generator) stabil. Eine Verdrehung des Läufers um 180°el. entsprechend einer Polteilung ändert nichts am resultierenden Betriebsverhalten. Der Läufer wird dabei zwar umgepolt, aber da er aus weichmagnetischem Eisen besteht, ändert dies nichts am resultierenden Magnetfeld und der auf den Läufer ausgeübten magnetischen Zugkraft.*

8.6 Verlustbilanz bei Synchronmaschinen

Große Synchronmaschinen haben einen außerordentlich hohen Wirkungsgrad η nahe 1, sodass die Verlustsumme P_d nur wenige Prozent der Bemessungsleistung P_N beträgt, was aber nicht heißt, dass geringe Verlustmengen anfallen. Bei einem großen Generator mit $P_N = P_e = 1000\,\text{MW}$ und $\eta = P_e/P_m = 99\,\%$ ergibt sich eine Verlustleistung von immerhin $P_d = (1/\eta - 1) \cdot P_e = 10.1\,\text{MW}$, was der Leistung von 2 großen Windkraftwerken mit je 5 MW Bemessungsleistung entspricht.

Beispiel 8.5

Synchronmotor: $P_N = 1\,\text{MW} = P_m : \eta = P_m/P_e = 97\,\%$, Verlustleistung $P_d/P_N 3\,\%$, $P_d = (1/\eta - 1) \cdot P_m = 30.93\,\text{kW}$.

Bei Maschinen mit kleinerer Leistung bis ca. 100 kW ist der Wirkungsgrad häufig kleiner als 95 %. Mit der direkten Wirkungsgradermittlung (Norm IEC60034-2) wird aus der Messung von zu- und abgeführter Leistung der Wirkungsgrad bestimmt und daraus die Gesamtverluste („direkter Wirkungsgrad“).

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad \Rightarrow \quad P_d = P_{in} - P_{out} \tag{8.76}$$

Bei großen Maschinen mit Wirkungsgraden > 95 % ist diese Messmethode zu ungenau. Daher wird der Wirkungsgrad indirekt aus der Messung der einzelnen Verlustkomponenten $P_{d,i}$ gemäß Norm IEC60034-2 bzw. EN60530/2 bestimmt, da dann alle (bekannten) Verlustanteile mit ausreichender Genauigkeit messbar sind (Einzelverlustverfahren, „indirekter Wirkungsgrad“).

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \sum_i P_{d,i}} \tag{8.77}$$

Beispiel 8.6

Der Wirkungsgrad eines Synchronmotors ($P_{out} = P_N = P_m$) ist $\eta = 98\,\%$. Der Messfehler bei der Ermittlung der mechanischen Abgabeleistung P_{out} über das gemessene Drehmoment und die gemessene Drehzahl ist $F = 0.5\,\%$ und führt dazu, dass P_{out} um 0.5 % zu klein gemessen wird: $P^*_{out} = 0.995P_{out}$. Die zugeführte Leistung P_{in} wird ideal ohne Messfehler korrekt gemessen. Wie groß ist die auf direktem Weg gemessene Verlustleistung P^*_d im Verhältnis zur wirklichen Verlustleistung P_d?

Lösung:
Die gemessenen Gesamtverluste $P^*_d = P_{in} - P^*_{out}$ im Verhältnis zu den wirklichen Gesamtverlusten $P_d = P_{in} - P_{out}$ sind

$$\frac{P^*_d}{P_d} = \frac{P_{in} - P^*_{out}}{P_{in} - P_{out}} = \frac{1 - 0.995 \cdot \eta}{1 - \eta} = 1.245$$

Die Verluste werden messtechnisch um 24.5 % zu groß bestimmt, was zeigt, dass das direkte Messverfahren für diesen hohen Wirkungsgrad zu ungenau ist.

Bei den Verlustkomponenten unterscheidet man drei Gruppen gemäß Tab. 8.1.

Die stromunabhängigen Verluste werden im Prüffeld während der Leerlaufmessung bestimmt, die stromabhängigen Verluste werden ebenfalls im Prüffeld während der Kurzschlussmessung bestimmt (siehe Abschn. 8.11). Da bei Dauerkurzschluss

Tab. 8.1 Verlustkomponenten der Synchronmaschine

Stromunabhängige Verluste	• Ummagnetisierungsverluste im Ständerblechpaket mit f_s (Wirbelstrom- und Hystereseverluste) • Wirbelstromverluste in Pressplatten und sonstigen massiven Eisenteilen durch das Läuferfeld • Reibungs- und Ventilationsverluste
Stromabhängige Verluste	• Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung • Zusatzverluste durch Stromverdrängung in der Ständerwicklung • Wirbelströme in der Läuferoberfläche und im Dämpferkäfig durch Ständeroberwellen • Durch das resultierende Drehfeld: Wirbelstromverluste in elektrisch leitfähigen Pressplatten und konstruktiven Teilen. Falls diese ferromagnetisch sind: auch Hystereseverluste.
Erregerverluste	• Stromwärmeverluste in der Feldwicklung • Verluste in der Erregermaschine, dem Erreger-Stromrichter und den Schleifringen etc. je nach Erregersystem

Ständer- und Läuferfeld sich im Luftspalt weitgehend kompensieren, sind dabei die Ummagnetisierungsverluste im Ständerblechpaket klein. Bei großen Synchronmaschinen sind die Ständerströme so groß, dass die erforderlichen Leiterquerschnitte zu Leiterabmessungen führen, die größer als die Leiter-Eindringtiefe bei Netzfrequenz sind (vgl. Kap. 6). Trotz Unterteilung der Leiter in Teilleiter und Verdrillung der Teilleiter zu Gitterstäben (Roebel-Stab, vgl. Abschn. 4.6) werden in den Teilleitern durch den Nut- und Stirnstreufluss Wirbelströme induziert, die zu einer gewissen Stromverdrängung in den Teilleitern und damit zu zusätzlichen Verlusten in der Ständerwicklung führen (vgl. Stromverdrängung, Kap. 6). Bis zu Bemessungsleistungen von ca. 300 MVA wird die kostengünstige indirekte Luftkühlung der Leiter eingesetzt, sodass die Stromdichte in den Teilleitern nur etwa 3 A/mm^2 beträgt. Über Bemessungsleistungen von 300 MVA werden einige der Teilleiter je Roebel-Stab hohl ausgeführt, um direkt mit deionisiertem, entmineralisierten und daher sehr schlecht elektrisch leitfähigem Wasser gekühlt zu werden. Durch diese intensive Kühlung sind deutlich höhere Stromdichten von ca. 13 … 16 A/mm^2 möglich. Allerdings sind die Hohlteilleiter höher als die Vollkupfer-Teilleiter, sodass in ihnen höhere Wirbelströme durch den Nutstreufluss hervorgerufen werden. Deshalb sind häufig die Hohlteilleiter aus amagnetischem (austenitischem) Edelstahl ausgeführt. Sie sind elektrisch schlecht leitfähig (ca. 1.4 MS/m), sodass nur geringe Wirbelströme in ihnen fließen. Dann fließt aber auch der Ständerstrom selbst kaum in ihnen, sondern nur in den Vollteilleitern, sodass die Stromdichte und damit die I^2R-Verluste in den Vollteilleitern steigen. Trotzdem ist bei Annahme gleicher Leitergeometrie und Wassergeschwindigkeit die Summe aus I^2R-Verlusten und Wirbelstromverlusten in allen Teilleitern um einige Prozent je Stab niedriger als bei der Ausführung mit Kupferhohlleitern, solange das Verhältnis aus dem Produkt „Hohlleiterlagenzahl $\times$ Hohlleiterhöhe" und der resultierenden Stabhöhe (aus Hohl- und Vollteilleitern) kleiner als 0.32 bzw. 0.45 bei 50 Hz bzw. 60 Hz ist (Wiedemann 1966), darüber aber höher. Deshalb hat man bei Grenzleistungsmaschinen bis ca. 2000 MVA, wo wegen des erhöhten Kühlbedarfs z. B. über 30 % der Teilleiter hohl ausgeführt sind (Abb. 4.14) und daher die o.g. Maßzahl überschritten wird, auch die Hohlleiter aus Kupfer ausgeführt. Roebelstäbe mit Edelstahl-Hohlleitern erlauben aber, den gesamten Wasserkreislauf aus rostfreiem Stahl auszuführen, der wegen der geringeren Empfindlichkeit gegen Erosion, Korrosion und Kavitationseffekte eine Erhöhung der Wassergeschwindigkeit von ca. 1.6 m/s bei Kupfer auf bis zu ca. 4 m/s bei Stahl gestattet und damit eine deutlich bessere Kühlwirkung. Man verwendet dann Schweißung statt Hartlötstellen im Wasserkreislauf und vermeidet dadurch anfällige Verbindungsstellen mit Materialien unterschiedlichen elektrochemischen Potenzials. Um den Wasserdruckabfall im Kühlsystem nicht unnötig zu erhöhen, wird bei Stahlhohleitern meist nur etwa 2.2 m/s Wassergeschwindigkeit vorgesehen. Dank der deutlich höheren Wärmeübergangszahl vom Leiter auf das Wasser gegenüber 1.6 m/s kann die Hohlleiteranzahl auf z. B. einen Stahl-Hohlleiter je vier Kupferteilleiter (gegenüber einem Kupfer-Hohlleiter je zwei Kupferteilleiter, Abb. 4.14) zugunsten erhöhter Vollteilleiterquerschnitte verringert werden, sodass die Summe aus I^2R-Verlusten und Wirbelstromverlusten deutlich sinkt. Daher werden heutzutage auch Grenzleistungsmaschinen mit Edelstahl-Hohlleitern häufig mit Vorteil ausgeführt.

Die Erregerwicklung von Turbogeneratoren wird über 300 MVA ebenfalls mit hohlen Leitern und einer direkten Wasserstoffgaskühlung ausgeführt, um höhere Stromdichten von ca. 13 A/mm^2 zu erreichen. Die Erregerverluste sind durch eine Strom-Spannungs-Messung bestimmbar, da es sich bei Strom und Spannung um Gleichgrößen handelt. Dadurch können die stromunabhängigen Verluste, die stromabhängigen Verluste und die Erregerverluste zu den resultierenden Gesamtverlusten bei Last ohne großen Fehler überlagert werden. Auf diese Weise ist es möglich, den Wirkungsgrad auch von großen Synchronmaschinen mit ausreichender Genauigkeit indirekt im Prüffeld zu bestimmen, ohne die große Bemessungsleistung für die Maschine bereitstellen zu müssen (Traxler-Samek et al. 2004). Beachten Sie, dass bei großen elektrischen Maschinen das Stirnfeld erheblichen Anteil an der Verursachung von Zusatzverlusten nimmt, wie das folgende Beispiel 8.7 zeigt. Der teilweise axial aus dem Statorblechpaket austretende Magnetfluss verursacht als Stirnwechselfluss eine induzierte Spannung in den Blechebenen der Endbleche. Diese treibt Wirbelströme in diesen Blechebenen, die nun nicht durch die isolierten Bleche unterbrochen sind, da sie IN der Blechebene fließen. Dies hat Wirbelstromverluste in den Endblechen, aber auch in den massiven Stahl-Pressplatten bzw. Stahl-Pressfingern zur Folge. Bei generatorischem Leerlauf ist es der vom rotierenden Läufer erregte Stirnstreufluss, der als Wechselfluss diese Verluste hervorruft. Bei Belastung der Ständerwicklung kommt der vom Ständerdrehstromsystem erregte Stirnfluss als Verlustursache hinzu. Man versucht, durch stufenweise Vergrößerung des Luftspalts im Endzonenbereich das Stirnfeld zu vermindern. Weiter können amagnetische Stahl-Pressplatten bzw. Pressfinger oder Alu-Pressplatten ebenfalls das Stirnfeld vermindern. Geschlitzte Pressplatten oder Pressfinger sollen die Wirbelstrombahnen unterbrechen (Traxler-Samek 2002). Die durch das Stirnwechselfeld bedingten Hystereseverluste in ferromagnetischen massiven konstruktiven Teilen sind gegenüber den dort auftretenden Wirbelstromverlusten von untergeordneter Bedeutung.

Beispiel 8.7

Gerechnete Verlustbilanz eines zweipoligen mit Luft innengekühlten Turbogenerators (Läufer: Abb. 8.54) für 300 MVA, 19 kV Y, 3000/min, 50 Hz, $\cos\varphi_s = 0.85$ übererregt, Rotoraußendurchmesser 1.15 m, Stator-Eisenblechpaket (Länge 5.46 m) mit Pressplatten aus einer Aluminiumlegierung (el. Leitfähigkeit 24 MS/m), zweifach parallel geschaltete indirekt gekühlte Stator-Zweischicht-Roebelstab-Wicklung in 54 Statornuten. Die Teilleiter sind in den Nuten um 360° verdrillt, in den Stirnverbindungen nur um 90°. Die direkt gekühlte Rotor-Erregerwicklung besteht aus hohlen Leitern mit 95 Windungen je Pol, die über zwei Schleifringe mit Gleichspannung aus einem Gleichrichter gespeist wird, die Dämpferwicklung aus den leitfähigen Nutverschlusskeilen der Erregerwicklung. Das Statorblechpaket wird radial durch 11 Kammern gekühlt, wobei der Luftstrom fünfmal nach innen und sechsmal nach außen gerichtet ist, sodass mit nicht zu großem Luftstrom und damit entsprechend begrenzten Luftreibungsverlusten eine ausreichend große Kühlfläche bestrichen wird. Die Rotor-Erregerwicklung hat

sechs Kühlzonenabschnitte je halber Windung. Mit diesem Konzept zählt die Maschine zu den größten mit Luftkühlung ausgeführten Turbogeneratoren ("Top-Air"-Konzept).

• Ummagnetisierungsverluste in Statorzähnen und Statorjoch • Wirbelstromverluste in den massiven Läuferpoloberflächen und in der Dämpferwicklung durch die Luftspaltfeldverzerrung infolge der Statornutöffnungen (vgl. Abb. 3.14)	500 kW
• Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung bei 95°C	260 kW
• Zusatzverluste durch Stromverdrängung in der Ständerwicklung • Wirbelstromverluste in Stator-Pressplatten und sonstigen leitfähigen Konstruktionsteilen durch das Stator- und Rotor-Stirnstreufeld • Wirbelstromverluste im Dämpferkäfig durch die Ständerfeldoberwellen	330 kW
• Stromwärmeverluste in der Erregerwicklung bei 95°C und in den Kohlebürsten an den beiden Schleifringen	540 kW
• Verluste im Erregerstromgleichrichter	30 kW
• Luftreibungsverluste an der Rotoroberfläche • Ventilationsverluste durch die zwei Axialwellenlüfter • Luftförderleistung durch die radialen Kühlkanäle in der Rotor-Erregerwicklung	1250 kW
• Reibungsverluste in den zwei radialen Gleitlagern • Weitere mechanisch bedingte Reibungsverluste in Stopfbüchsen etc.	270 kW
• Gesamtverlustleistung im Bemessungspunkt P_d	3180 kW

Der Generatorwirkungsgrad mit den Verlusten in dem speisenden Erregergleichrichter wird bei $\cos\varphi_s = 0.85$ übererregt bei Bemessungsspannung und Bemessungsstrom berechnet.

Abgegebene Leistung:

$$P_{out} = P_e = S_N \cos\varphi_s = 300 \cdot 0.85 = 255\,\text{MW}$$

Zugeführte Leistung:

$$P_{in} = P_{out} + P_d = 255 + 3.18 = 258.18\,\text{MW}$$

Generatorwirkungsgrad:

$$\eta_{Gen} = P_{out}/P_{in} = 255/258.18 = 98.77\,\%$$

8.7 Synchrongeneratoren im Inselbetrieb

Arbeitet die Synchronmaschine nicht am starren Netz, sondern allein als Generator auf einen Verbraucher im „Inselbetrieb“, sind die Klemmenspannung und die Ständerfrequenz nicht mehr starr vorgegeben. Für konstante Drehzahl und damit Frequenz muss der drehzahlgeregelte Antrieb des Synchrongenerators sorgen, z. B. der über die Kraftstoffzufuhr in einem bestimmten Bereich drehzahlstellbare Dieselmotor eines Notstrom-Dieselaggregats oder die über ein Dampfventil drehzahlstellbare Industrieturbine. Die Klemmenspannung muss über den Erregerstrom des Synchrongenerators eingestellt bzw. konstant gehalten werden. Anwendungsbeispiele für den Inselbetrieb von Synchrongeneratoren sind die Klauenpol-Synchronmaschine als Lichtmaschine in Kraftfahrzeugen (siehe auch die Erläuterungen am Ende des Abschnitts), die Bordnetzgeneratoren auf Schiffen, Flugzeugen (Bordnetzfrequenz in Flugzeugen ist üblicherweise 400 Hz) oder Bahnen und die Dieselgeneratorstationen und stand-alone-Windturbinen auf Inseln, in Oasen, bei Almen im Gebirge oder Ähnlichem. Auch die Notstromaggregate in Krankenhäusern oder großen öffentlichen Gebäuden, die bei Ausfall des öffentlichen Stromnetzes zur Stromversorgung eingesetzt werden, sind Beispiele für Inselbetrieb.

Der Synchrongenerator wird als Konstantspannungsquelle U_p mit ohm'sch-induktivem Innenwiderstand R_s und X_d betrachtet, während die Last (R_L, X_L) z. B. ohm'sch-induktiv oder ohm'sch-kapazitiv sein kann (Abb. 8.18). Die ohm'sch-induktive Last tritt am häufigsten auf z. B. durch Asynchronmotoren, Leuchtstoffröhren mit Drosseln in den Vorschaltgeräten zur Begrenzung des Zündstroms, durch Transformatoren, belastete Kabel etc. Kapazitive Belastung eines Synchrongenerators tritt z. B. auf, wenn er leerlaufende, d. h. an den Enden offene Freileitungen oder Kabel im „stand-by“-Betrieb versorgt oder in Schwachlastzeiten (z. B. nachts) nahezu leer laufende Kabelnetze versorgt, da dann deren Kapazitäten überwiegend wirksam sind.

Im ungeregelten Betrieb bei konstantem Erregerstrom und konstanter Drehzahl ändert sich die Klemmenspannung mit der Last. Der Laststrom $\underline{I}_L$ in Abb. 8.18 ist der negative Ständerstrom $\underline{I}_s$, sodass sowohl für die Synchronmaschine als auch für die Belastung das Verbraucherzählpfeil-System verwendet werden kann. Für die Berechnung der Klemmenspannung in Abhängigkeit vom Ständerstrom als Belastungskennlinie $U_s\,(I_s)$ bei unterschiedlicher Belastung I_s vernachlässigen wir R_s gegenüber X_d und verwenden daher das Zeigerdiagramm in Abb. 8.19. Wir beachten, dass der Winkel φ_s vom Strom I_s zur Spannung U_s im Gegenuhrzeigersinn positiv gezählt wird. Im Dreieck Abb. 8.19 ist er folglich negativ. Wenn wir seinen Betrag $|\varphi_s|$ verwenden, so tritt im schiefwinkligen Dreieck der Spannungen der Winkel $\alpha = 3\pi/2 - |\varphi_s|$ zwischen den Zeigern U_s und $X_d I_s$ auf. Mit dem Cosinus-Satz für schiefwinklige Dreiecke erhalten wir unmittelbar Gleichung (8.78).

$$U_p^2 = U_s^2 + (X_d I_s)^2 - 2 U_s X_d I_s \cos\alpha \tag{8.78}$$

Mit $\varphi_s = -|\varphi_s|$ wird aus $\cos\alpha = \cos(3\pi/2 - |\varphi_s|) = \cos(3\pi/2 + \varphi_s)$ und weiter $\cos\alpha = \cos(3\pi/2 + \varphi_s) = \sin\varphi_s$. Mit dem Kurzschlussstrom $I_{sk} = U_p/X_d$ folgt daraus (8.79).

Abb. 8.18 Inselbetrieb der Vollpol-Synchronmaschine: (**a**) Einsträngiges Ersatzschaltbild bei ohm'sch-induktiver Last, (**b**) Zugehöriges Zeigerdiagramm

Abb. 8.19 Zur Herleitung der Belastungskennlinie der Vollpol-Synchronmaschine aus dem Zeigerdiagramm für $R_s = 0$. Der Winkel α tritt zwischen den Zeigern U_s und $X_d I_s$ auf

$$1 = \left(\frac{U_s}{U_p}\right)^2 + \left(\frac{I_s}{I_{sk}}\right)^2 - 2\frac{U_s}{U_p}\frac{I_s}{I_{sk}}\sin\varphi_s \tag{8.79}$$

Die Einführung der Abkürzungen $x = I_s/I_{sk}$, $y = U_s/U_p$ für den auf den Kurzschlussstrom bezogenen Ständerstrom x und die auf die Leerlaufspannung bezogene Ständerspannung y ergibt

$$1 = y^2 + x^2 - 2 \cdot y \cdot x \cdot \sin\varphi_s. \tag{8.80}$$

Mit der Koordinatentransformation (8.81) drehen wir das x-y-Koordinatensystem um 45° bzw. $\pi/4$ in das ξ-η-Koordinatensystem (Abb. 8.20).

$$x = \xi \cdot \cos(\pi/4) - \eta \cdot \sin(\pi/4), \quad y = \xi \cdot \sin(\pi/4) + \eta \cdot \cos(\pi/4)$$
$$x = (\xi - \eta)/\sqrt{2}, \quad y = (\xi + \eta)/\sqrt{2} \tag{8.81a}$$

bzw.

$$\xi = (x + y)/\sqrt{2}, \quad \eta = (-x + y)/\sqrt{2} \tag{8.81b}$$

So erhält man aus (8.80) mit (8.81a) die Ellipsengleichung (8.82)

$$1 = \left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{b}\right)^2 \tag{8.82}$$

mit den Hauptachsen $a = \frac{1}{\sqrt{1-\sin\varphi_s}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{1+\sin\varphi_s}}$.

Die Abb. 8.20 und 8.21 geben diese Ellipsenabschnitte für den uns interessierenden Betriebsbereich $I_s > 0$, $U_s > 0$, also $x > 0$, $y > 0$ wieder. Bei ohm'sch-induktiver Last ist φ_L positiv und damit φ_s negativ, also $\sin\varphi_s < 0$, Abb. 8.18b. Die Synchronmaschine ist im VZS kapazitiv; es gilt somit $b > a$. Bei ohm'sch-kapazitiver Last ist der Phasenwinkel φ_L zwischen $\underline{U}_s$ und $\underline{I}_L$ negativ, folglich ist φ_s positiv. Die Synchronmaschine ist im VZS induktiv, und es gilt wegen $\sin\varphi_s > 0$: $a > b$. Daher ist die $U_s\,(I_s)$-Kennlinie in normierter Darstellung $y(x)$ bei ohm'sch-kapazitiver Last ein Ausschnitt einer Ellipse, deren Hauptachse auf der Geraden $y = x$ liegt. Bei ohm'sch-induktiver Last ist die $U_s\,(I_s)$-Kennlinie

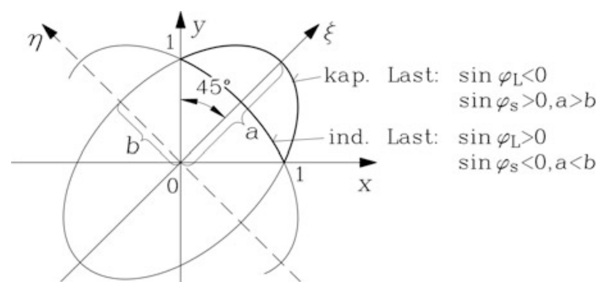


Abb. 8.20 Herleitung der normierten Belastungskennlinie $U_s\,(I_s)$ mit den Abkürzungen $y = U_s/U_p$, $x = I_s/I_{sk}$ eines Synchrongenerators im Inselbetrieb bei konstantem Erregerstrom und konstanter Drehzahl für $R_s = 0$

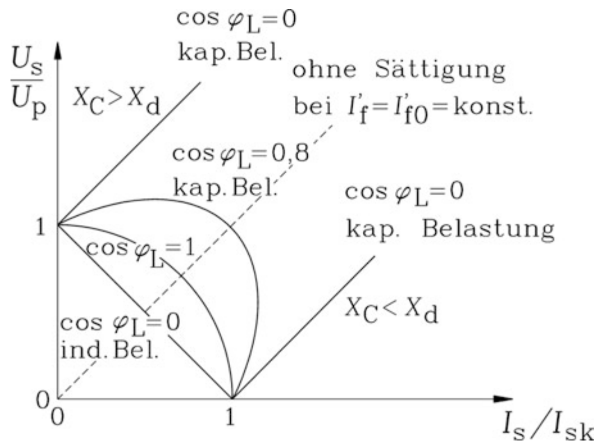


Abb. 8.21 Belastungskennlinien $U_s/U_p = f(I_s/I_{sk})$ eines Synchrongenerators im Inselbetrieb bei konstanter Erregung und Drehzahl sowie $R_s = 0$ und variabler Belastung R_L, X_L, X_C, aber konstantem Last-Leistungsfaktor $\cos\varphi_L$. Der Betriebsbereich $I_s > 0$, $U_s > 0$ korrespondiert mit $x > 0$, $y > 0$ in Abb. 8.20. Bei ohm'sch-kapazitiver Last ist gemäß Abb. 8.20 $a > b$, bei ohm'sch-induktiver Last $b > a$

in normierter Darstellung $y(x)$ ein Ellipsenausschnitt, dessen Ellipsenhauptachse auf der Geraden $y = -x$ liegt. Bei reiner Blindlast ist $\cos\varphi_s = 0$, also $\sin\varphi_s = -1$ bei rein induktiver Last $X_L = \omega_s L_L$ bzw. $\sin\varphi_s = 1$ bei rein kapazitiver Last $X_C = 1/(\omega_s C_L)$. Achtung: In den Lehrbüchern zu Grundlagen der Elektrotechnik wird $\underline{X}_C = j \cdot X_C = 1/(j \cdot \omega_s C_L)$ mit $X_C = -1/(\omega_s C_L)$ definiert. Hier wird $X_C = 1/(\omega_s C_L)$ positiv definiert, sodass $\underline{X}_C = -j \cdot X_C$ ist, damit X_C und X_d ohne Betragsbildung direkt verglichen werden können. Aus (8.80) folgt mit $\sin\varphi_s = -1$ bei rein induktiver Last:

$$1 = x^2 + y^2 + 2xy = (x+y)^2, \quad x + y = \pm 1 : \; y = 1 - x \quad \text{bzw.} \quad y = -1 - x$$

So ergibt sich unmittelbar die $U_s\,(I_s)$-Kennlinie in normierter Darstellung $y(x)$ als $y = -x+1$ und $y = -x - 1$. Da $y = -x - 1$ keinen positiven Spannungseffektivwert bei positivem Stromeffektivwert ergibt, stellt dies auf Grund der gewählten Bezugspfeilrichtungen keine Lösung für einen realen Betriebszustand dar, sodass nur (8.83) verbleibt.

$$y = -x + 1 \tag{8.83}$$

Bei rein kapazitiver Last ergibt eine ähnliche Rechnung die beiden Kennlinien (Abb. 8.21 und 8.22a,b)

$$y = x + 1 \; (X_C > X_d) \text{ und } y = x - 1 \; (X_C < X_d). \tag{8.84}$$

Wesentlich häufiger ist der Fall $X_C > X_d$, da die Kapazitäten C_L eher kleine Werte haben. Der Fall $X_C = X_d$ ergibt bei $R_s = 0$, $R_L = 0$ eine ungedämpfte Serienresonanz-Schwingung

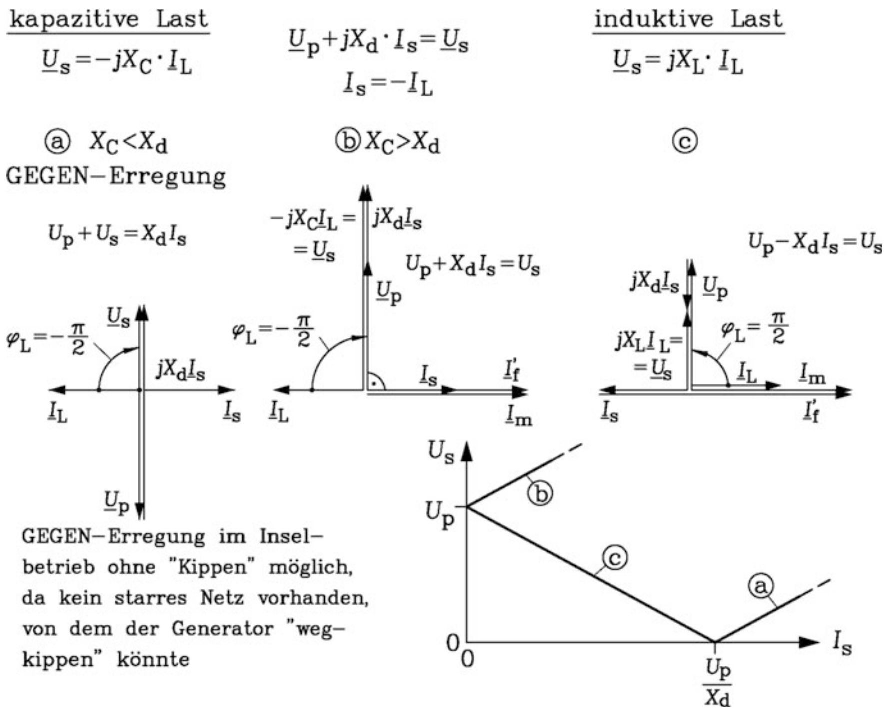


Abb. 8.22 Inselbetrieb bei rein kapazitiver Last (Fälle a, b) und rein induktiver Last (Fall c)

des Stroms I_s zwischen der Generatorsynchroninduktivität $L_d = X_d/\omega_s$ und der Kapazität der Belastung $C_L = 1/(\omega_s X_C)$ mit theoretisch unendlich großer Stromamplitude, da die anregende Frequenz der Generatorspannung f_s mit der Eigenfrequenz des Schwingkreises $f_e = 1/(2\pi \cdot \sqrt{L_d C_L})$ übereinstimmt. In der Praxis ist diese Resonanzschwingung durch R_s und R_L gedämpft. Außerdem verändert sich die Synchroninduktivität $L_d(I_s)$ stromabhängig durch die mit steigendem Strom zunehmende Eisensättigung, sodass die Resonanzfrequenz sich ändert, damit Anregung nicht mehr resonant erfolgt und auch dadurch die Stromamplitude begrenzt wird.

Bei rein kapazitiver Belastung nimmt im Fall a) in Abb. 8.22a wegen $X_C < X_d$ die Klemmenspannung ausgehend vom Kurzschlusspunkt (und damit unendlich großer Lastkapazität C_L) mit sinkendem C_L zu: $y = x - 1$. Dieser Fall kommt wegen der in der Praxis selten anzutreffenden großen Kapazitäten kaum vor. Die Spannungszunahme wird in der Realität durch die zunehmende Eisensättigung begrenzt. Bei rein kapazitiver Belastung mit $X_C > X_d$ (Fall b), dem weitaus häufigeren Praxisfall, nimmt die Klemmenspannung ausgehend von der Leerlaufspannung U_p (und damit $C_L = 0$) mit steigendem C_L ebenfalls theoretisch linear zu ($y = x + 1$) (Abb. 8.22b) und wird in der Realität durch die einsetzende Eisensättigung begrenzt.

Bei rein induktiver Belastung $y = -x + 1$ tritt ausgehend vom Leerlaufpunkt bei sinkendem L_L eine linear mit der Belastung I_s fallende Klemmenspannung zwischen

Leerlaufspannung U_p und Kurzschlusspunkt $U_s = 0$ auf (Abb. 8.22c). Bei rein ohm'scher Belastung $\cos\varphi_L = 1$ sind wegen $\sin\varphi_s = 0$ die Werte $a = b = 1$. Die normierte $U_s(I_s)$-Kennlinie $y(x)$ (8.80) ist ausgehend vom Leerlaufpunkt mit bei sinkendem R_L und damit steigender Belastung I_s ein Viertelkreisbogen (Abb. 8.21). Besteht z. B. die betriebliche Aufgabe, unabhängig von der aktuellen Last stets mit $\cos\varphi_L = 1$ und damit den Generator mit $\cos\varphi_s = -1$ zu fahren, so liefert die Kurve für $\cos\varphi_L = 1$ in Abb. 8.21 die mit dem Erregerstrom I_f einzustellenden Polradspannungen U_p über dem Laststrom $I_L = -I_s$. Die Zeigerdiagramme Abb. 8.22 zeigen die Spannungszunahme bei kapazitiver Belastung als eine Folge der Erhöhung des Magnetisierungsstroms $\underline{I}_m$. Die Läuferdurchflutung $\underline{I}'_f$ wird durch die Ständerdurchflutung $\underline{I}_s$ verstärkt. Spannungszunahme bei Belastung ist als Ferranti-Effekt bekannt und unerwünscht, da zu hohe Spannungen die Betriebsmittel, insbesondere die auf Bemessungsspannung ausgelegte Wicklungsisolierung gefährden.

In Abb. 8.22a tritt übrigens Gegen-Erregung auf; Polradspannung und Klemmenspannung sind um 180° außer Phase. Ein Polradwinkel von 180° führt aber nicht zur Instabilität, da im Inselbetrieb die Ständerspannung und damit das Ständerdrehfeld nicht starr vorgegeben sind, sondern sich je nach Belastung frei einstellen. Daher tritt kein Drehmomentverlauf wie in Abschn. 8.4 mit dem ausgeprägten Kippverhalten und kein Schwingen des Polrads gegen das Ständerdrehfeld auf. Daher benötigen Synchrongeneratoren für den Inselbetrieb in der Regel keinen Dämpferkäfig.

Beispiel 8.8

Ein Synchrongenerator wird im Kraftwerk unerregt ($I_f = 0$) angetrieben. An den Klemmen des Generators ist eine an den Enden offene Freileitung mit der Impedanz $X_C = 1/(\omega_s C)$ für den „stand-by"-Betrieb angeschlossen. Durch ein Eisen-Remanenzfeld B_R in den Läuferpolen wird in der Ständerwicklung eine kleine Polrad-Remanenzspannung U_{pR} induziert. Diese Spannung treibt einen zunächst kleinen kapazitiven Ladestrom $\underline{I}_L = -\underline{I}_s$. Dessen Spannungsfall an der Synchronreaktanz erhöht gemäß Abb. 8.22b die Klemmenspannung $\underline{U}_s = \underline{U}_{pR} + jX_d\underline{I}_s$ und wirkt somit spannungsverstärkend. Die Synchronmaschine erregt sich damit über die Ständerwicklung. Das Ständerfeld induziert eine deutlich höhere Ständerspannung U_s als die ursprüngliche Remanenzspannung U_{pR}. An den offenen Klemmen der Freileitung tritt damit plötzlich (abgesehen vom kleinen Spannungsfall längs der Leitung) diese erhöhte, unerwünschte Spannung auf, obwohl die Erregerwicklung der Synchronmaschine stromlos ist. Man nennt diesen Vorgang „Selbsterregung". Von einem „stand-by"-Betrieb mit am Leitungsende offener Freileitung ist daher aus Sicherheitsgründen abzusehen (vgl. Aufgabe A12.2 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch").

Beispiel 8.9

Die Klauenpol-Synchronmaschine (im englischen Sprachbereich auch Lundell-type genannt) als Lichtmaschine ist eine sehr kostengünstige Ausführung einer über

Schleifringe elektrisch erregten Synchronmaschine, sodass sie für den Masseneinsatz in Kraftfahrzeugen bestens geeignet ist. Der Läufer wird nicht aus Schenkelpolen oder als Vollpolläufer ausgeführt, sondern eine gleichstromerregte Ringspule wird abwechselnd von p linken und p rechten weichmagnetischen Klauen umgeben, über die sich das Ringspulenfeld im Luftspalt schließt. Dadurch werden jene Klauen, bei denen das Feld austritt, zu Nordpolen, und jene Klauen, bei denen das Feld eintritt, zu Südpolen, sodass ein $2p$-poliges Läuferluftspaltfeld entsteht. Das Funktionsprinzip der Klauenpolerregung wird auch bei Schrittmotoren eingesetzt und ist in Abschn. 10.3 ausführlich erläutert. Ein Dämpferkäfig ist nicht vorhanden und auch nicht erforderlich, da die Maschine im Inselbetrieb arbeitet. In Abb. 8.23 ist das Schnittbild einer zwölfpoligen Klauenpol-Lichtmaschine dargestellt. Die 12-polige dreisträngige Ständerwicklung mit $q = 1$ Spulen je Pol und Strang (36 Statornuten) ist ähnlich wie die Langstatorwicklung des Transrapid-Linearmotors (Kap. 2) als einschichtige Wellenwicklung ausgeführt, sodass die Stirnverbindungen sehr kurz sind und damit die eingesetzte Kupfermasse minimal ist. Die Windungszahl je Spule $N_c > 1$ wird dadurch erreicht, dass jeder Wicklungswellenzug mehrmals am Umfang durchlaufen wird. Dadurch ist die Spannung zwischen benachbarten Drähten je Nut zumindest die p-fache (hier: sechsfache) Spulenspannung, was aber angesichts der niedrigen Statorbemessungsspannung kein Problem ist. Die über eine sechspulsige Diodenbrücke gleichgerichtete verkettete Ständerspannung soll ja nur Fahrzeugbatterien mit typisch 12 V bzw. 24 V

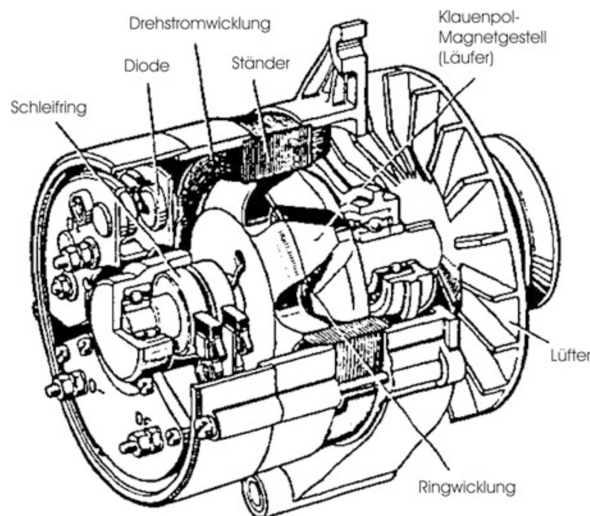


Abb. 8.23 Schnittbild einer Kraftfahrzeug-Lichtmaschine (Bordnetzgenerator), ausgeführt als 12-polige, dreisträngige elektrisch über Schleifringe erregte Synchronmaschine mit Klauenpol-Läufer, 36 Ständernuten, Drehstrom-Einschicht-Wellenwicklung und integrierten Diodengleichrichtern für die Stator- und Erregerspannung sowie dem Feldstromregler (Statordaten: 12 … 14 V Gleichspannung, 90 A Gleichstrom, 1 kW, 3000 … 6500/min) (Quelle: Bürger (1995), Robert Bosch GmbH, Stuttgart)

Gleichspannung laden. Von dem durch die gleichgerichtete Statorspannung bewirkten Energiefluss zu den Verbrauchern wird ein Teil der elektrischen Energie abgezweigt, um über zwei Schleifringe die Ringerregerspule mit Feldstrom zu versorgen. Dieser Feldstrom wird in Abhängigkeit der Drehzahl und des Ständerstroms über einen einfachen Transistorregler so in seiner Größe geregelt, dass die Klemmenspannung konstant bleibt (Bürger 1995). Da die Lichtmaschine über einen Keilriemen vom Verbrennungsmotor angetrieben wird, ist vor allem bei hohen Motordrehzahlen der Feldstrom stark zu verringern (Feldschwächbetrieb).

Bei größeren Bemessungsleistungen ab einigen kW ist die Klauenpolerregung technisch ungünstig, da in den massiven Klauenoberflächen die Ständerwicklungs- und –nutungsoberfelder höherfrequente Spannungen induzieren, die zu entsprechend hohen Wirbelstromverlusten als Polschuhoberflächenverlusten führen. Der Wirkungsgrad der Klauenpol-Synchronmaschinen ist dadurch entsprechend verringert.

8.8 Stromortskurven und Betriebskennlinien von Synchronmaschinen

Im Folgenden werden die Stromortskurven und Betriebskennlinien von Vollpol- und Schenkelpol-Synchronmaschinen bei Betrieb am starren Netz besprochen.

a) Vollpolmaschine – Stromortskurve bei $R_s = 0$: Um bei Betrieb am starren Netz mit konstanter Spannung U_s und Frequenz f_s den Ständerstrom I_s als Zeiger $\underline{I}_s$ nach Betrag und Phasenlage für einen beliebigen Lastzustand und damit beliebigen Polradwinkel ϑ und einen beliebigen Erregerstrom und damit eine beliebige Polradspannung U_p darzustellen, bedient man sich der Stromortskurve $\underline{I}_s(\vartheta)$. Analog zum Kreisdiagramm der Asynchronmaschine (Kap. 5) beschreibt die Spitze des Ständerstrom-Zeigers der Synchron-Vollpolmaschine bei eingeprägter Ständerspannung und variabler Belastung, ausgedrückt durch den Polradwinkel ϑ, als Ortskurve einen Kreis (Abb. 8.24). Wir legen den Zeiger $\underline{U}_s$ in die Re-Achse, sodass gilt: $\underline{U}_s = U_s$, $\underline{U}_p = U_p \cdot e^{j\vartheta}$. Dann folgt aus (8.44) und (8.45) der Ständerstrom in Abhängigkeit des Polradwinkels (8.85) als Summe des konstanten Zeigers $-jU_s/X_d$ und des mit ϑ rotierenden Zeigers $jU_p e^{j\vartheta}/X_d$.

$$\underline{I}_s(\vartheta) = -j\frac{U_s}{X_d} + j\frac{U_p}{X_d}e^{j\vartheta} \tag{8.85}$$

Die Spitze des Ständerstromzeigers beschreibt somit einen Kreis, dessen Mittelpunkt M aus dem Koordinatenursprung 0 um den konstanten Betrag U_s/X_d in Richtung der negativen Im-Achse verschoben ist. Der Ständerstromzeiger wird vom Ursprung 0 zu einem Punkt auf der Ortskurve gemessen. Abb. 8.24 zeigt das zugehörige Stromzeigerdiagramm,

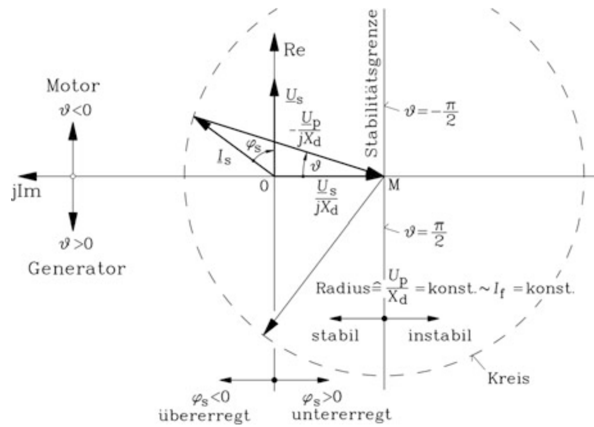


Abb. 8.24 Stromortskurve der Vollpolmaschine am starren Netz bei konstanter Erregung $I_f \sim U_p (R_s = 0)$

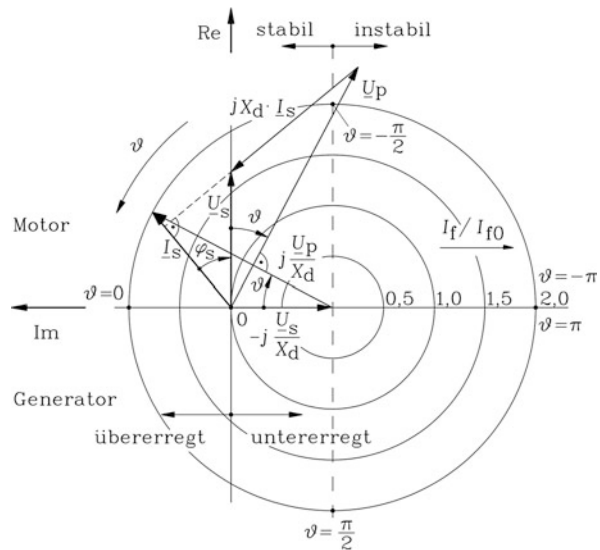


Abb. 8.25 Stromortskurvenschar der Vollpolmaschine für $R_s = 0$ am starren Netz bei unterschiedlichen Erregerstromwerten I_f; I_{f0} ist der Leerlauferregerstrom

das man sich alternativ zu (8.85) auch durch Division des Spannungszeigerdiagramms mit jX_d aus Abb. 8.5 entstanden denken kann (mit Vernachlässigung des Ständerstrangwiderstands: $R_s = 0$), und das bei Variation des Polradwinkels den erwähnten Kreis beschreibt. Aus der Stromortskurve ist bei $R_s = 0$ direkt der Motor- und Generatorbetrieb ($\vartheta < 0, \vartheta > 0$), über- und untererregter Betrieb ($\varphi_s < 0, \varphi_s > 0$) sowie der stabile und instabile Betriebsbereich ($|\vartheta| < \pi/2, |\vartheta| > \pi/2$) ablesbar. Wegen der veränderbaren Polraderregung ($I_f/I_{f0} = U_p/U_{p0}$) existiert zu jedem Erregerstromwert I_f ein eigener Kreis mit demselben Mittelpunkt M und mit einem zu I_f proportionalen Radius, sodass die Ständerstromortskurven für unterschiedliche Erregerströme konzentrische Kreise sind (Abb. 8.25).

b) Belastungsgrenzen der Vollpolmaschine bei Dauerbetrieb: Aus der Stromortskurvenschar (Abb. 8.25) folgt das Betriebsdiagramm der Synchron-Vollpolmaschine mit ihren Leistungsgrenzen (Abb. 8.26), das in der Norm IEC 60034-3 beschrieben ist.

Grenze 1 ist die thermische Grenze infolge der Stromwärmeverluste durch den maximalen Erregerstrom $I_{f,max}$ in der Feldwicklung. Für den Erregerstrom gilt $I'_f = U_p/X_{dh}$. Wir sehen also in Abb. 8.25 den Zeiger $U_p/X_d = (U_p/X_{dh}) \cdot (X_{dh}/X_d) = I'_f \cdot (X_{dh}/X_d)$. Bei konstanten Parametern X_{dh}, X_d ist Grenze 1 ein Kreisbogenstück mit dem Radius $U_{p,max}/X_d$ (Abb. 8.26a). Mit größer werdendem Erregerstrom vergrößert sich aber in der Realität die Hauptfeldsättigung, X_{dh} und der Quotient X_{dh}/X_d bleiben nicht konstant, sondern werden kleiner. In der Praxis ergeben sich dadurch merkliche Veränderungen gegenüber dem Kreis (Abb. 8.26b)!

Grenze 2 ist die thermische Grenze infolge der Stromwärmeverluste durch den maximalen Ständerstrom $I_{s,max}$ in den Ständerwicklungssträngen. Sie ist somit für Motor- und Generatorbetrieb je ein Kreisbogenstück der Ständerstromortskurve mit dem Radius $I_{s,max}$.

Grenze 3 ist der maximale Polradwinkel ϑ_{max}, der mit einem gewissen Sicherheitsabstand vom generatorischen und motorischen Kippwinkel $\pm 90°$ definiert wird. Er wird vom Hersteller angegeben, z. B. $\vartheta_{max} = 70° < 90°$, wobei in der Praxis durchaus auch höhere Werte vorkommen, weil es die schnelle Regelung des Erregerstroms zulässt. Bei Angabe eines maximalen Polradwinkels ist Grenze 3 ein Geradenabschnitt (Abb. 8.26a). Bei diesen hohen Polradwinkeln treten aber durch das Ständerstirnstreufeld auch hohe Wirbelstromverluste in den Pressplatten auf. Oft wird daher Grenze 3 durch die maximal zulässige Endzonenerwärmung des Ständerblechpakets definiert, da es sich um die maßgebliche, weil im Fehlerfalle großen wirtschaftlichen Schaden verursachende Verantwortlichkeit des Herstellers handelt. Dann ist die Grenze 3 keine Gerade mehr (Abb. 8.26b).

Grenze 4 ist durch den für ein Mindestkippmoment erforderlichen Mindesterregerstrom $I_{f,min}$ bedingt. Daher ist Grenze 4 auch ein Kreisbogenstück, diesmal mit dem Radius $U_{p,min}/X_d$.

Grenze 5: Mit der Bemessungs-Wirkleistung liegt die zu beherrschende Wirkleistung der Synchronmaschine fest, wenn keine Überlast explizit zugelassen ist. Dann geht die Grenze 5 der mechanischen Leistungsgrenze und des damit verbundenen maximalen Drehmoments durch diesen Punkt. Diese Grenze entspricht dem maximalen Wirkstromanteil $I_{s,w,max}$.

c) Regulierkurven der Vollpol-Synchronmaschine bei $R_s = 0$: $I_s(I_f)$ bei $\cos\varphi_s$ = konst.: Aus Abb. 8.25 kann unmittelbar die Kurve $I_s(I_f)$ bei $\cos\varphi_s$ = konst. graphisch konstruiert werden, indem bei festem Winkel φ_s Schnittpunkte des Strahls, auf dem der Ständerstromzeiger liegt, mit den Stromortskurven für jeweils konstante Erregung I_f konstruiert werden. Die so ermittelten Werte der Ständerstrom-Zeigerlängen I_s werden dann über I_f

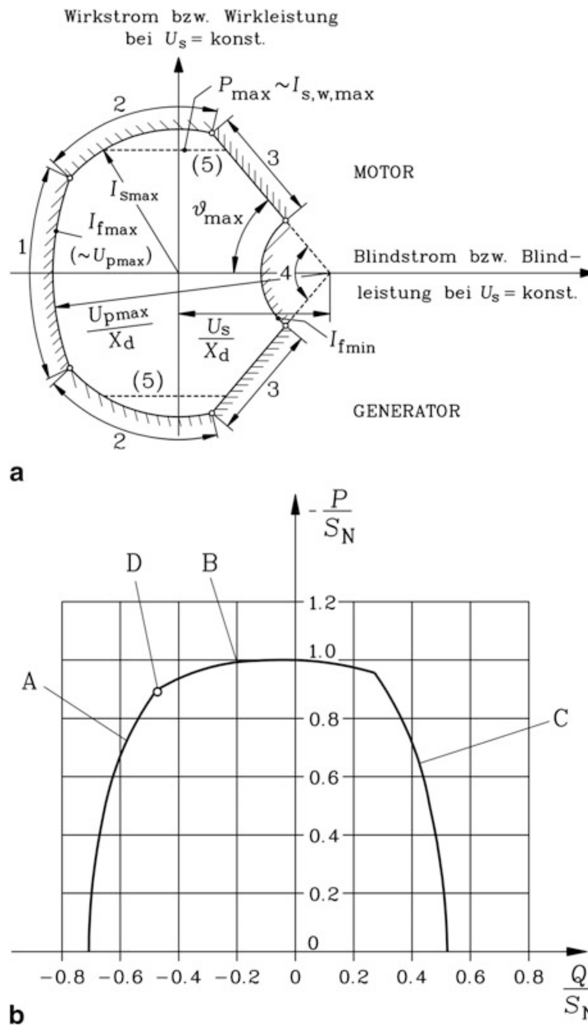


Abb. 8.26 (**a**) Leistungsgrenzen der Synchron-Vollpolmaschine im Verbraucher-Zählpfeilsystem bei konstanten Ersatzschaltbild-Parametern, (**b**) Berechnete Leistungsgrenzen eines zweipoligen Turbogenerators mit Berücksichtigung des Einflusses der Eisensättigung und des (kleinen) Spannungsfalls am Ständerstrangwiderstand (A: Begrenzung durch die Temperatur der Erregerwicklung, B: Begrenzung durch die Temperatur der Ständerwicklung, C: Begrenzung durch die Temperaturen der Endzonen des Blechpaketes oder durch die statische Stabilität, D: Bemessungswirkleistung P_N) P/S_N, Q/S_N: Wirk- und Blindleistung, bezogen auf die Bemessungsscheinleistung, $Q/S_N < 0$: übererregt, $Q/S_N > 0$: untererregt

aufgetragen. Für die Sonderfälle $\varphi_s = \pm\pi/2$ ergeben sich demgemäß Geradengleichungen. Auf analytischem Weg können die Regulierkurven aus (8.79) hergeleitet werden, denn (8.79) ist eine quadratische Gleichung für I_s, wie die Umstellung der Gleichung (8.86) zeigt.

$$I_s^2 - \frac{2U_s \sin\varphi_s}{X_d} I_s + \frac{U_s^2 - U_p^2}{X_d^2} = 0 \qquad (8.86)$$

Die beiden Lösungen

$$I_s = \frac{U_s}{X_d} \cdot \left(\sin\varphi_s \pm \sqrt{\left(\frac{U_p}{U_s}\right)^2 - \cos^2\varphi_s} \right)$$

lauten in normierter Darstellung mit dem normierten Strom $\eta = I_s/(U_s/X_d)$ und der normierten Polradspannung $\xi = U_p/U_s \sim I_f$

$$\eta = \pm\sqrt{\xi^2 - \cos^2\varphi_s} + \sin\varphi_s \qquad (8.87)$$

Für den übererregten Sonderfall $\varphi_s = -\pi/2$ ergibt (8.87) die beiden Geradengleichungen $\eta = \xi - 1$, $\eta = -\xi - 1$. Die Lösung $\eta = -\xi - 1$ ergibt für positive Erregerströme negative Ständerstrom-Effektivwerte und ist daher unphysikalisch. Es verbleibt die Lösung $\eta = \xi - 1$, $\xi \geq 1$, welche für $\xi \geq 1$ positive Ständerstrom-Effektivwerte ergibt (Abb. 8.27). Für den untererregten Sonderfall $\varphi_s = \pi/2$ ergibt (8.87) die beiden Geradengleichungen

Abb. 8.27 Analytische Ermittlung der Regulierkurven $I_s(I_f)$, $I_{s,w}$ = konst. und der V-Kurven $I_s(I_f)$, $I_{s,w}$ = konst. und der Stabilitätsgrenze eines Synchrongenerators am starren Netz für $R_s = 0$ (u: untererregt, ü: übererregt)

$\eta = \xi + 1$, $\eta = -\xi + 1$. Sie ergeben (mit der Bedingung $\xi \geq 0$ für positiven Erregerstrom) positive Ständerstrom-Effektivwerte für die Wertebereiche $\xi \geq 0$ bzw. $0 \leq \xi \leq 1$ (Abb. 8.27).

$$\text{Untererregt: } \varphi_s = \pi/2: \ \eta = \xi + 1,\ \xi \geq 0, \quad \eta = -\xi + 1,\ 0 \leq \xi \leq 1$$
$$\text{Übererregt: } \varphi_s = -\pi/2: \ \eta = \xi - 1,\ \xi \geq 1$$

Für den Sonderfall im Generatorbetrieb $\varphi_s = \pi$ (reine Wirkleistungsabgabe) ergibt (8.87) $\eta = \pm\sqrt{\xi^2 - 1}$, wovon nur die Lösung $\eta = \sqrt{\xi^2 - 1}$, $\xi \geq 1$ positive Ständerstromeffektivwerte liefert. Die normierten Regulierkurven $\eta(\xi)$ sind in Abb. 8.27 exemplarisch für diese Sonderfälle $\varphi_s = \pi/2$, $\varphi_s = \pi$, $\varphi_s = -\pi/2$ dargestellt. Die Regulierkurven geben an, wie bei einem Generator am starren Netz der Erregerstrom zu verändern ist, sodass die Netzstromänderung bei konstantem Leistungsfaktor erfolgt.

d) V-Kurven: $I_s(I_f)$ bei konstantem Wirkstrom $I_{s,w}$ = konst.: Soll die Synchronmaschine bei konstanter Wirkleistung die Blindleistung ändern, so ist die Erregung gemäß den V-Kurven zu ändern. Diese werden graphisch aus Abb. 8.25 durch Ermitteln von Schnittpunkten von horizontalen Geraden ($I_{s,w}$ = konst.) mit den kreisförmigen Stromortskurven konstruiert. Der minimale Erregerstrom je V-Kurve ergibt sich aus jener Stromortskurve, die von der horizontalen Gerade in einem Punkt berührt wird. Der Radius dieser Stromortskurve ist folglich $U_{p,min}/X_d = I_{s,w}$. Daraus ergibt sich der minimale Erregerstrom je V-Kurve zu $I_{f,min} = U_{p,min}/X_{dh} = I_{s,w} \cdot (X_d/X_{dh})$. Alle Ortskurven mit größerem Durchmesser und damit größerem Erregerstrom werden von der horizontalen Gerade in zwei Punkten geschnitten, sodass sich bei diesen Erregerströmen zwei Ständerstromwerte ergeben. Der Betrag des Polradwinkels ist aber beim größeren Ständerstromwert bereits größer als $\pi/2$, sodass diese Betriebspunkte instabil sind (Abb. 8.28). Folglich ist die statische Stabilitätsgrenze jene Kurve, die die V-Kurven beim jeweiligen minimalen Erregerstrom schneidet. Wegen ihres „V-förmigen" Aussehens nennt man die Kurven V-Kurven. Der Schnittpunkt für minimalen Ständerstrom ist für $I_{s,min} = I_{s,w}$ gegeben. Der Zeiger $\underline{I}_{s,min} = I_{s,w}$ liegt in der reellen Achse parallel zu $\underline{U}_s$ gemäß Abb. 8.25. Der Kreisradius der zugehörigen Stromortskurve U_p^+/X_d gibt den dafür erforderlichen Erregerstrom $I_f^+ = U_p^+/X_{dh}$ an. Der Sonderfall $P = m_s U_s I_{s,w} = 0$ bzw. $I_{s,w} = 0$ wird in Abb. 8.25 durch die Schnittpunkte der Ortskurven mit der Abszisse erhalten. Er ist daher mit den Regulierkurven $\varphi_s = \pm\pi/2$ identisch. Die V-Kurven liegen also innerhalb der sie begrenzenden Regulierkurven für $\varphi_s = \pm\pi/2$. Die analytische Ermittlung der V-Kurven erfolgt mit dem Cosinus-Satz (8.78). Mit $\cos\alpha = \cos(3\pi/2 + \varphi_s) = \sin\varphi_s$ folgt

$$U_p^2 = U_s^2 + (X_d I_s)^2 - 2U_s X_d I_s \sin\varphi_s,$$
$$\left\{\left(\frac{U_p}{U_s}\right)^2 - 1 - \left(\frac{I_s X_d}{U_s}\right)^2\right\}^2 = \left(\frac{2I_s X_d}{U_s}\sin\varphi_s\right)^2 = \left(\frac{2I_s X_d}{U_s}\right)^2 \cdot \left(1 - \cos^2\varphi_s\right).$$

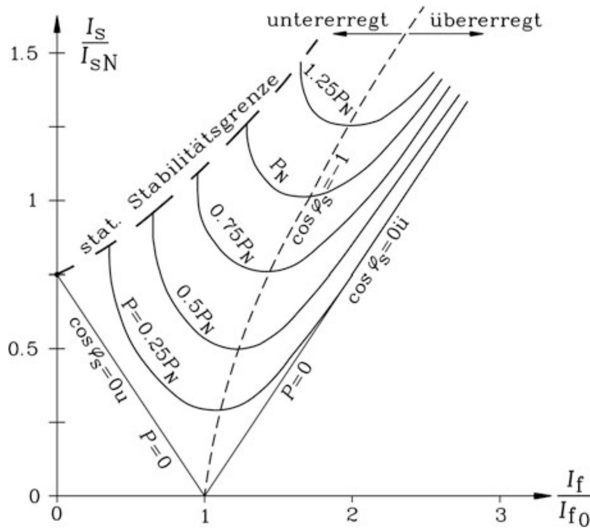


Abb. 8.28 Regulierkurven $I_s\,(I_f)$, $\cos\varphi_s$ = konst., V-Kurven $I_s\,(I_f)$, $I_{s,w}$ = konst. und Stabilitätsgrenze eines Synchronmotors am starren Netz für die Daten: Synchronreaktanz $x_d = X_d/Z_N = 1.33$, $k_K = 1/x_d = 0.75$, Ständerstreureaktanz $X_{s\sigma}/Z_N =_0 .15$, Nennimpedanz $Z_N = U_N/I_N$. Der Erregerstrom bei Leerlauf mit Berücksichtigung der Eisensättigung I_{f0} wird gemäß Abb. 8.37 ermittelt

Mit $I_{s,w} = I_s \cos\varphi_s$ erhalten wir daraus

$$\frac{U_p}{U_s} = \pm\sqrt{1 + \left(\frac{I_s X_d}{U_s}\right)^2 \pm 2\sqrt{\left(\frac{I_s X_d}{U_s}\right)^2 - \left(\frac{I_{s,w} X_d}{U_s}\right)^2}},$$

wobei wegen der positiven Effektivwerte nur das positive Vorzeichen vor der großen Wurzel gültig ist (8.88). Mit $I_f = U_p/X_{dh} \sim U_p$ haben wir die V-Kurven in inverser Darstellung $I_f(I_s) \sim U_p(I_s)$ anstelle $I_s\,(I_f) \sim I_s(U_p)$ hergeleitet.

$$\frac{U_p}{U_s} = \sqrt{1 + \left(\frac{I_s X_d}{U_s}\right)^2 \pm 2\sqrt{\left(\frac{I_s X_d}{U_s}\right)^2 - \left(\frac{I_{s,w} X_d}{U_s}\right)^2}} \tag{8.88}$$

Mit den normierten Werten $\eta = I_s/(U_s/X_d)$, $\xi = U_p/U_s$ und $\eta_w = I_{s,w}/(U_s/X_d)$ ist das die inverse Darstellung der V-Kurven $\xi(\eta)$ anstelle $\eta(\xi)$ (8.89), die aus zwei Kurvenästen a) und b) besteht.

$$\text{a) } \xi_a = \sqrt{1 + \eta^2 + 2\sqrt{\eta^2 - \eta_w^2}}, \quad \text{b) } \xi_b = \sqrt{1 + \eta^2 - 2\sqrt{\eta^2 - \eta_w^2}} \tag{8.89}$$

Der Kurvenast a) in Abb. 8.27 entsprechend dem positiven Vorzeichen und der Kurvenast b) mit dem negativen Vorzeichen in (8.89) ergeben gemeinsam die V-Kurve für einen

bestimmten normierten Ständerwirkstrom η_w. Wegen $\sqrt{\eta^2 - \eta_\mathrm{w}^2}$ muss $\eta \geq \eta_\mathrm{w}$ sein. An der Stelle $\eta = \eta_\mathrm{w}$ treffen die beiden Äste einander: $\xi_\mathrm{a} = \xi_\mathrm{b}$. Die Ableitung

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{\eta \cdot (1 \pm 1/\sqrt{\eta^2 - \eta_\mathrm{w}^2})}{\sqrt{1 + \eta^2 \pm 2\sqrt{\eta^2 - \eta_\mathrm{w}^2}}}$$

wird an der Stelle $\eta = \eta_\mathrm{w}$ unendlich groß, also ist dort die Ableitung $d\eta/d\xi = 0$, sodass dort die V-Kurve $\eta(\xi)$ eine horizontale Tangente hat. Der Punkt $\eta = \eta_\mathrm{w}$ ist also der minimale Wert der V-Kurve; der Strom $I_\mathrm{s} = \sqrt{I_\mathrm{s,w}^2 + I_\mathrm{s,b}^2}$ ist hier minimal, da der Blindstrom Null ist: $I_\mathrm{s,min} = I_\mathrm{s,w}$. Die Asymptoten für $\eta >> 1$

$$\xi|_{\eta\to\infty} \approx \sqrt{1 + \eta^2 \pm 2\sqrt{\eta^2}} = \sqrt{(1 \pm \eta)^2} = \pm(1 \pm \eta) = \xi$$

ergeben vier Lösungen $\eta = \xi - 1$, $\eta = -\xi + 1$, $\eta = -\xi - 1$, $\eta = \xi + 1$, wovon nur zwei Asymptoten an die beiden Kurvenäste sind, für Kurvenast a) ist dies $\eta = \xi - 1$, $\xi \geq 1$ und für Kurvenast b) $\eta = \xi + 1$, $\xi \geq 0$. Dies sind exakt die Regulierkurven für reinen Blindleistungsbetrieb für die a) übererregte und b) untererregte, instabile Synchronmaschine. Diese Regulierkurven werden auch direkt aus (8.89) bei $\eta_\mathrm{w} = 0$ erhalten.

$$\xi|_{\eta_\mathrm{w}=0} = \sqrt{1 + \eta^2 \pm 2\eta} = \sqrt{(1 \pm \eta)^2} = \pm(1 \pm \eta) = \xi$$

Von den vier Lösungen (siehe oben) liefert $\eta = -\xi - 1$ kein positives η für positives ξ und ist deshalb keine physikalisch sinnvolle Lösung. Die verbleibenden drei Lösungen $\eta = \xi - 1$, $\eta = -\xi + 1$, $\eta = \xi + 1$ sind die in Abb. 8.27 eingetragenen Regulierkurven für reine Blindleistung und stellen gemeinsam die äußerste, alle anderen V-Kurven einhüllende V-Kurve dar. Den minimalen Erregerstrom $I_\mathrm{f,min}$ je V-Kurve erhält man aus dem Minimum des Kurvenastes b) von (8.89) zu $I_\mathrm{f,min} = I_\mathrm{s,w} \cdot (X_\mathrm{d}/X_\mathrm{dh})$ in Übereinstimmung mit dem auf graphischem Weg hergeleiteten Wert.

$$\xi_\mathrm{min}: \quad \frac{d\xi}{d\eta} = \frac{\eta \cdot (1 - 1/\sqrt{\eta^2 - \eta_\mathrm{w}^2})}{\sqrt{1 + \eta^2 - 2\sqrt{\eta^2 - \eta_\mathrm{w}^2}}} = 0 \Rightarrow \eta^* = \sqrt{1 + \eta_\mathrm{w}^2} > 0$$

$$\xi_\mathrm{min}(\eta^*) = \eta_\mathrm{w} \Rightarrow \xi_\mathrm{min} = U_\mathrm{p,min}/U_\mathrm{s} = I_\mathrm{s,w}X_\mathrm{d}/U_\mathrm{s}$$

$$I_\mathrm{f,min} = U_\mathrm{p,min}/X_\mathrm{dh} = I_\mathrm{s,w} \cdot (X_\mathrm{d}/X_\mathrm{dh})$$

Die Stabilitätsgrenze folgt aus Abb. 8.25, denn bei $\vartheta = \pm\pi/2$ gilt wegen des rechtwinkligen Zeigerdiagramms $X_\mathrm{d}^2 I_\mathrm{s}^2 = U_\mathrm{p}^2 + U_\mathrm{s}^2$.

$$I_\mathrm{s} = \frac{U_\mathrm{s}}{X_\mathrm{d}} \cdot \sqrt{\left(\frac{U_\mathrm{p}}{U_\mathrm{s}}\right)^2 + 1}, \qquad \eta = \sqrt{\xi^2 + 1} \tag{8.90}$$

Diese Stabilitätsgrenzkurve verbindet die Punkte minimalen Erregerstroms der V-Kurven, denn es gilt gemäß obiger Herleitung

$$\eta^* = \sqrt{1 + \eta_w^2} = \sqrt{1 + \xi_{min}^2},$$

was identisch mit (8.90) ist. Graphisch wird die Stabilitätsgrenze aus Abb. 8.25 ermittelt, indem die Ständerstromzeiger für unterschiedliche Stromortskurven stets bei $\vartheta = \pm\pi/2$ abgelesen und über dem zugehörigen Erregerstrom in Abb. 8.28 jeweils für Generator- oder Motorbetrieb aufgetragen werden. Abb. 8.28 zeigt V-Kurven, Regulierkurven und Stabilitätsgrenze für eine reale Synchron-Vollpolmaschine, wobei bei $R_s = 0$ die Kurven für Generator- und Motorbetrieb wegen der Symmetrie zur Abszisse in Abb. 8.25 gleiches Aussehen haben. Die V-Kurven sind in 25 %-Schritten der Bemessungswirkleistung bis zur 1.25-fachen Überlast gestuft angegeben. Untererregung und daher kleiner I_f birgt die Gefahr der Instabilität, da wegen der kleinen Polradspannung das synchrone Kippmoment sinkt. Die Regulierkurve $\eta = \sqrt{\xi^2 - 1}$ für $\cos\varphi_s = -1$ und $\cos\varphi_L = 1$ (bei Generatorbetrieb) bzw. $\cos\varphi_s = 1$ bei Motorbetrieb schneidet die V-Kurven in deren Minimum und verbindet daher die Minimalwerte der V-Kurven, wie die Rechnung zeigt.

$$\xi_a = \xi_b = \xi = \sqrt{1 + \eta_w^2} \Rightarrow \eta_w = \sqrt{\xi^2 - 1}$$

Je größer die Wirkleistung und je höher daher $I_{s,w}$ ist, desto höher liegt die V-Kurve in Abb. 8.28. Bei $I_f = 0$ ist $I_s = U_s/X_d$. Bei $U_s = U_N$ ist folglich der auf den Bemessungsstrom bezogene Strom $I_s/I_N = Z_N/X_d = 1/x_d = k_K$, also der Kehrwert der auf die Nennimpedanz bezogenen Synchronreaktanz, der auch Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis k_K genannt wird (Abschn. 8.11). Bei $I_s = 0$ ist der Erregerstrom jener Leerlauferregerstrom I_{f0}, bei dem das Polradfeld in der Ständerwicklung eine Spannung der Größe $U_s = U_N$ induziert.

e) Ortskurve des Ständerstroms der Schenkelpolmaschine bei $R_s = 0$: Bei $R_s = 0$ gilt gemäß Abschn. 8.5 für den Ständerstrom $\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}$ die Gleichung (8.71). Sie stellt den Stromzeiger $\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}$ bei vorgegebener Klemmen- und Polradspannung in Abhängigkeit des Polradwinkels (Abb. 8.29) dar und führt zur Ständerstromortskurve der Schenkelpolmaschine in Abhängigkeit des Polradwinkels in Abb. 8.30. Die Stromortskurve der Schenkelpolmaschine ist auch bei $R_s = 0$ kein Kreis, sondern hat die geometrische Form einer Pascal'schen Schnecke.

Abb. 8.30 zeigt die Ortskurve bei unterschiedlichem Erregerstrom I_f und damit unterschiedlicher Polradspannung $U_p = X_{dh}I_f/\ddot{u}_{If}$. Sie ist im übererregten Bereich kreisähnlich, zeigt aber eine deutliche Abplattung im untererregten Bereich. Bei sehr kleiner Erregung schnürt sich die Ortskurve in diesem Bereich ein, was den Ausdruck „Schnecke" verständlich macht. Bei unerregtem Polrad $U_p = 0$ verbleibt als Ortskurve der Reaktionskreis, der auch Reluktanzkreis genannt wird. Er beschreibt die Stromaufnahme der Reluktanzmaschine. Sein Radius $r = (U_s/2) \cdot (X_d - X_q)/(X_d \cdot X_q)$, ausgehend vom Mittelpunkt M

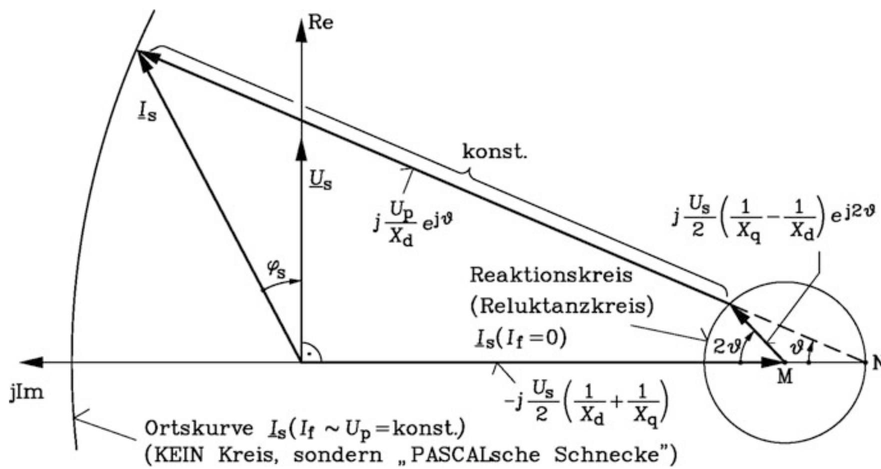


Abb. 8.29 Die Stromortskurve der Schenkelpolmaschine für $R_s = 0$ bei vorgegebener Ständer- und Polradspannung in Abhängigkeit des Polradwinkels hat die geometrische Form einer Pascal'schen Schnecke. Im Bild dargestellt für Motorbetrieb $\vartheta < 0$!

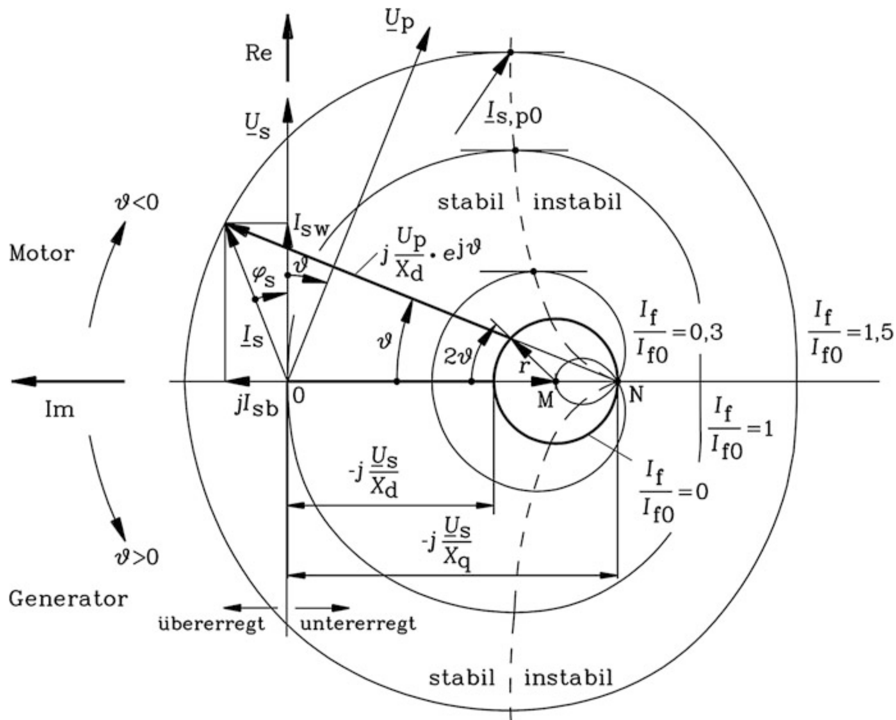


Abb. 8.30 Ständerstrom-Ortskurvenschar der Pascal'schen Schnecken der der Schenkelpolmaschine für $R_s = 0$ in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ für unterschiedliche Erregungsgrade I_f/I_{f0}

in Abb. 8.30, ist proportional zur Reluktanzdifferenz zwischen *d*- und *q*-Achse und entspricht der Strecke $\overline{\mathrm{MN}}$. Mithilfe des Reaktionskreises ist die Stromortskurve leicht zu konstruieren. Die konstante Strecke U_p/X_d wird auf Strahlen durch den Punkt N unter dem Winkel ϑ von der Peripherie des Reaktionskreises aus aufgetragen (Abb. 8.31). Bei Polradwinkeln $|\vartheta| > 90°$ wird U_p/X_d gemäß Abb. 8.29 und (8.71) auf diesen Strahlen vom Inneren des Reaktionskreises durch N aufgetragen. Dies erklärt die Abplattung des rechten Teils der Stromortskurve und bei kleinen Werten U_p/X_d deren Einschnürung im Inneren des Reaktionskreises. Mit sinkendem Erregerstrom schmiegt sich diese Einschnürung ebenso wie der äußere Teil der Ortskurve an den Reaktionskreis. Der Winkel ϑ im Punkt N ist ein Peripheriewinkel des Reaktionskreises. Da der Zentriwinkel im Punkt M stets den doppelten Wert des Peripheriewinkels hat, tritt im Mittelpunkt M der Zentriwinkel $2\,\vartheta$ auf. Der Reaktionskreis wird somit bei Variation des Polradwinkels $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$ zweimal durchlaufen, wie der Zentriwinkel 2ϑ in Abb. 8.29 zeigt. Dadurch kommt zum Ausdruck, dass bei Weiterdrehen des unerregten Polrads um eine Polteilung sich dasselbe elektromagnetische Reluktanzmoment M_e gemäß Abb. 8.17b einstellt. Wie bei der Vollpolmaschine tritt das Maximalmoment, also das Kippmoment bei maximalem Wirkstrom auf. Somit ist die Stabilitätsgrenze durch die Punkte der Ortskurve bestimmt, wo die Tangente an die Stromortskurve horizontal verläuft. Der zugehörige Ständerstrom $\underline{I}_{s,p0}$ ist in Abb. 8.30 eingezeichnet. Der Betrag des zugehörigen Kippwinkels ist kleiner als 90° und vom Erregungsgrad I_f/I_{f0} abhängig. Im Reluktanzmaschinen-Betrieb bei Erregung Null beträgt der Kippwinkel nur noch ±45°. Der Reaktionskreis zieht sich bei $X_d = X_q$ auf den Mittelpunkt M zusammen, da sein Radius r Null wird. Bei Verschwinden des Reluktanzunterschieds, also bei $X_d = X_q$, erhalten wir daher die kreisförmigen Stromortskurve der Vollpolmaschine, denn dann wird U_p/X_d von M = N aufgetragen. Die Belastungsgrenzen im Dauerbetrieb werden wie bei der Vollpolmaschine aus der Ortskurve ermittelt. Da im stabilen linken Bereich die Ortskurven annähernd kreisförmig sind, ähnelt das Grenzleistungsdiagramm der Schenkelpolmaschine dem der Vollpolmaschine. Dies gilt auch für die V-Kurven und Regulierkurven, die auf graphischem Weg aus der Ortskurvenschar Abb. 8.30 ermittelt werden können, wie bereits bei der Vollpolmaschine erläutert wurde.

8.9 Auslegungsmerkmale von Grenzleistungsturbogeneratoren

Grenzleistungsturbogeneratoren sind die größten je gebauten elektrischen Maschinen und finden ihren Einsatz in thermischen Kraftwerken wie z. B. im Braunkohlekraftwerk Lippendorf in Deutschland. Im Folgenden sind die Auslegungsmerkmale für Generatoren der Größe des Kraftwerks Lippendorf mit ähnlichen Bemessungsdaten wie z. B. einer Bemessungsspannung 27 kV grob skizziert (Busse und Soyk 1997). Bei einer Bemessungsleistung von 930 MW je Generator und einer Bemessungsdrehzahl 3000/min ergibt sich ein im Generatorbetrieb bremsend wirksames Bemessungsmoment

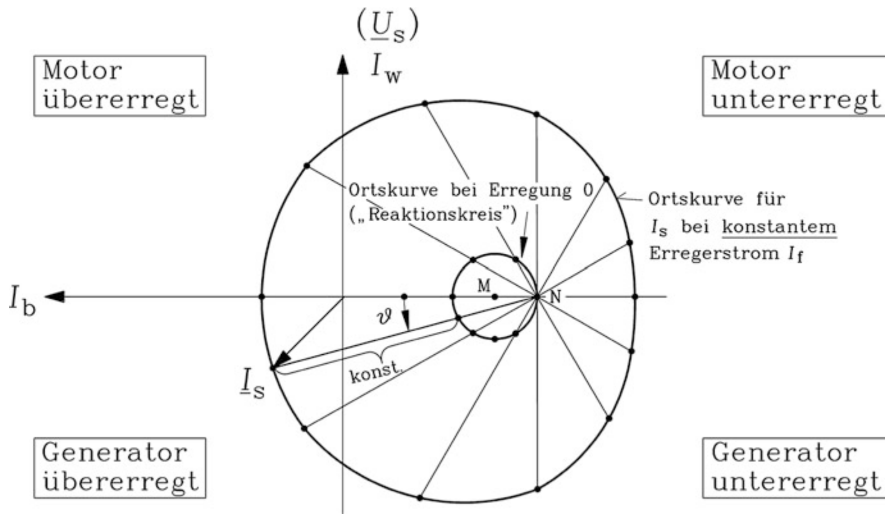


Abb. 8.31 Generator- und Motorbetrieb über- und untererregt für die Stromortskurve der Schenkelpolmaschine für $R_s = 0$ bei Übererregung und ohne Erregung

$$M_N = \frac{P_N}{2\pi n_{syn}} = \frac{930000}{2\pi \cdot 50} = 2962\,\text{kNm}. \tag{8.91}$$

Der Rotordurchmesser d_r ist aus mechanischen Gründen auf etwa 1.25 m begrenzt. Der Bemessungsstrom ist bei einem Leistungsfaktor $\cos\varphi_N = 0.8$ im übererregtem Betrieb

$$I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3}U_N \cos\varphi_N} = \frac{930\,\text{MVA}}{\sqrt{3} \cdot 27\,\text{kV} \cdot 0.8} = 24.9\,\text{kA}. \tag{8.92a}$$

Beachten Sie, dass (8.92a) im EZS gilt. Im VZS müsste man korrekt schreiben

$$I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3}U_N \cos\varphi_N} = \frac{-930\,\text{MVA}}{\sqrt{3} \cdot 27\,\text{kV} \cdot (-0.8)} = 24.9\,\text{kA}, \tag{8.92b}$$

da sowohl die elektrische abgegebene Leistung P_N als auch der $\cos\varphi_N$ im Generatorbetrieb negativ sind.

Da sich die elektrischen Leiter in den Nuten auf Hochspannungspotenzial in unmittelbarer Nähe des auf Massepotenzial liegenden Blechpakets befinden, ist nur wenig Platz für eine Hochspannungsisolation der Wicklung. Daher ist die Ständerspannung auf ca. 30 kV begrenzt, sodass Generatoren i. A. einen Blocktransformator zur Umspannung auf die Hochspannungsebene der Freileitungsnetze z. B. 380 kV benötigen (von Sonderbauformen wie Großmaschinen mit einer Hochspannungs-Kabelwicklung von z. B. 110 kV o. Ä. abgesehen (Leijon 1998)). Auf Grund dieser begrenzten Spannung und des durch die großen Abmessungen sehr großen, nur durch die Eisensättigung begrenzten Flusses

pro Pol ist die erforderliche Anzahl der Windungen je Strang und damit die Leiterzahl der Ständerwicklung z_s relativ niedrig. Daher muss die Kraft pro Leiter F_c hoch sein, um das erforderliche hohe Drehmoment zu erreichen.

$$M = (d_r/2) \cdot F_c \cdot z_s \quad \text{mit} \quad F_c = I_c \cdot l \cdot B_\delta \tag{8.93}$$

Folglich muss die Ballenlänge des Turbogenerator-Läufers im Aktivteil l möglichst groß sein. Daher haben Turbogeneratoren lange Läufer, die allerdings gewisse maximale „Schlankheitsgrade" l/d_r (z. B. $l/d_r = 6$, $l = 7.8$m) z. B. wegen der statischen Wellendurchbiegung oder wegen Wellenbiegeschwingungen nicht überschreiten dürfen. Die beiden Schleifringe oder die Erregermaschine für den Erregerstrom sind bei großen Maschinen auf einer gesonderten, gekuppelten Welle angeordnet. Die Länge L des Läufers von der Turbinenkupplung inklusive der Gleitlagersitze bis zur Schleifring- bzw. Erregersatzkupplung ist etwa doppelt so lang (z. B. $L = 14$ m) wie die Aktivlänge l. Der Läufer kann wegen der Läuferdurchbiegung nicht viel länger gebaut werden. Einer Erhöhung der Luftspaltinduktion B_δ über ca. 1.1 T steht die Sättigung der Zähne entgegen, wo wegen der überschlägigen Dimensionierungsregel „Zahnbreite ≈ Nutbreite" etwa der doppelte Flussdichtewert 2.2 T auftritt. Die erhöhte Kraft F_c ist gemäß (8.93) folglich mit großen Leiterströmen I_c verbunden. Damit ergeben sich hohe Stromwärmeverluste in den Leitern, die eine intensive, nämlich direkte Leiterkühlung erfordern. Weiter ist der erforderliche Leiterquerschnitt wegen der hohen Stromstärken groß. Diese großen Leiterquerschnitte erleiden ähnlich wie der Hochstab der Käfigwicklung (Kap. 5) wegen des netzfrequenten Wechselstroms Stromverdrängung und müssen daher in viele, an den wickelkopfseitigen Stabenden parallel geschaltete Teilleiter kleinen Querschnitts aufgeteilt werden. Die Teilleiter sind zusätzlich miteinander verdrillt („Roebel-Stab", vgl. Kap. 4 und Abschn. 8.6), um eine gleichmäßige Aufteilung der Teilleiterströme sicher zu stellen (Bapat 1973).

Ein Teil der Teilleiter ist hohl und wird von entionisiertem, bei einigen Herstellern auch noch schwach alkalisiertem Wasser zur direkten Leiter-kühlung durchflossen (Neidhöfer 1968). Es sind gemäß Abschn. 8.6 Ausführungen mit hohlen Kupferteilleitern und hohlen Stahlteilleitern bei unterschiedlichen Herstellern im Einsatz. Bis zu Leistungen von 1000 MVA werden alternativ Ständerwicklungen mit direkter axialer Leiterkühlung durch Wasserstoff-Gas gebaut. Ebenso müssen die Leiter der Erreger-Spulen im Läufer direkt gekühlt werden. Bei Lippendorf beträgt der Bemessungserreger-Gleichstrom $I_{fN} = 6$ kA. Die massiven Leiter der Läuferwicklung enthalten axiale Kanäle, durch die Wasserstoff-Gas mit z. B. 3 bar Überdruck strömt und die Erregerleiter so direkt kühlt.

Insbesondere das Kühlprinzip der Erregerwicklung ändert sich aber von einem zum anderen Hersteller. So verwendet eine Herstellergruppe den sog. „diagonalen Gasfluss", auch „air gap pick-up"-Kühlung genannt, bei der Kühlgas aus leicht unter Überdruck stehenden Abschnitten des Luftspalts „herausgeschöpft" wird. Es wird dann in diagonal zum Nutgrund führenden, die Erregerleiter durchstoßenden Kanäle geführt und fließt danach in gleichartigen Kanälen wieder nach oben zum Luftspalt, wo es in leicht unter Unterdruck stehenden Luftspaltabschnitten entlassen wird. Bei kleineren luftgekühlten Generatoren

mit Leistungen bis zu 300 MVA und wasserstoffgasgekühlten Generatoren bis 450 MVA verwenden einige Hersteller radiale Kühlkanäle, bei denen zunächst in einer tiefen Nut unter die Erregerleiter geführtes Kühlgas durch in die Leiter gestanzte Schlitze radial in den Luftspalt abgeführt wird (radiale Leiterkühlung) (Neidhöfer 1965). Turbogeneratoren über ca. 300 ... 350 MVA sind stets mit Wasserstoffgas gefüllt, vornehmlich um die Reibungsverluste zu verringern, die sich angesichts der großen Umfangsgeschwindigkeiten der Läufer und ihrer großen Oberflächen zu immer noch größeren Verlusten aufsummieren. Das Wasserstoffgas hat somit mehrere Vorteile gegenüber Luft als Kühlgas (Tab. 8.2): dank der geringeren Dichte geringere Reibungsverluste und eine geringere Förderleistung durch die Lüfter, eine höhere spezifische Wärmekapazität, eine höhere Wärmeleitfähigkeit und damit höhere Wärmeübergangszahlen vom heißen Metall auf das Kühlgas.

Da Wasserstoff unter Beimischung von Luft hochexplosiv ist, wurden zuverlässige Wasserstoffmanagementsysteme entwickelt und installiert, mit denen die Gasdichtheit des für den maximal zu erwartenden Explosionsdruck gebauten Generatorgehäuses überwacht wird. Vor den Lagern, bei denen die Wellen durch das Gehäuse stoßen, sorgen Wellendichtungssysteme für die erforderliche Wasserstoffdichtheit. Dabei wird Öl mit höherem Druck als der Wasserstoffdruck im Gehäuse in den Spalt zwischen „Wellendichtung“ und Welle gedrückt, sodass ein Öl-Sperrstrom in das Gehäuse fließt anstelle eines andernfalls aus dem Generator austretenden Gasstroms. In der Umgebung des Generators darf es keine Einrichtungen geben, die aufsteigendes Gas ansammeln könnten. In der Generatorumgebung muss ein Mindestluftstrom für einen regelmäßigen Luftaustausch sorgen.

Tab. 8.2 Vergleich für Wasserstoffgas (Volumenanteil 96 %) und Wasser als Kühlmittel im Vergleich zu Luft (ρ: Dichte, c: spezifische Wärmekapazität, v: Kühlmittelgeschwindigkeit, α_K: Wärmeübergangszahl bei Konvektion, P_F: Förderleistung durch Lüfter bzw. Pumpe, P_{OR}: Oberflächenreibungsverluste) (Quelle: Bohn 1987)

Kühlmittel Bezug: Luft (Index L)	Leistungsbedarf					
	Wärmeabfuhrvermögen	Wärmeübertragung	Förderleistung	Oberflächen-Reibungsverluste	Dichte	Kühlwirksamkeit: spez. Wärmeinhalt
	$c\rho v/(c\rho v)_L$	$\alpha_K/\alpha_{K,L}$	$P_F/P_{F,L}$	$P_{OR}/P_{OR,L}$	ρ/ρ_L	$c\rho/(c\rho)_L$
Luft, 1 bar	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
H_2, 96 %						
1 bar	≈ 1.0	1.49	0.107	0.148	0.107	≈ 1.0
2 bar	≈ 2.0	2.56	0.214	0.258	0.214	≈ 2.0
4 bar	≈ 4.0	4.40	0.427	0.449	0.427	≈ 4.0
Wasser	116	43	0.1 ... 1 %	durch Luftspaltgas bestimmt	935	3880

Turbogeneratoren haben dank der Optimierung all ihrer Bauteile einen sehr hohen Wirkungsgrad von bis zu 99 %. Auf Grund des thermischen Prozesses mit seinem hohen Anteil an ungenutzter Abwärme (Carnot'sches Gesetz (Öding und Oswald 2004)) ist der Wirkungsgrad des thermischen Kraftwerks deutlich niedriger, z. B. bei Lippendorf bei Volllast 42.4 %. Mit noch höheren Dampftemperaturen und Dampfdrücken werden Wirkungsgrade bis zu 48 % ... 49 % möglich. Keramikschaufeln werden weiter erhöhte Temperaturen zulassen. Bei kombinierten Gas- und Dampfkraftwerken, bei denen das verbrannte, noch heiße Abgas der Gasturbinen genutzt wird, um zusätzlichen Dampf zu erzeugen, werden z. Zt. Gesamtwirkungsgrade von 58 % realisiert und über 60 % künftig angestrebt.

Die Leistungsdichte einer elektrischen Maschine ist gemäß Abschn. 4.6 die auf das Läufervolumen $d_r^2 l\pi/4$ und die Drehzahl bezogene Scheinleistung, wobei der im Volumen enthaltene Faktor $\pi/4$ weggelassen wird. Für die Kraftwerksgeneratoren der Größe von Lippendorf ergibt sich eine Esson'sche Ausnützungsziffer C

$$C = \frac{S_N}{d_r^2 \cdot l \cdot n} = \frac{\sqrt{3} \cdot 27000\,\mathrm{V} \cdot 24.9\,\mathrm{kA}}{(1.3\,\mathrm{m})^2 \cdot 7.9\,\mathrm{m} \cdot 3000/\min} = 29\,\mathrm{kVA} \cdot \min/\mathrm{m}^3. \tag{8.94}$$

Zum Vergleich haben die in Kap. 6 besprochenen Asynchronmaschinen kleinerer Leistung deutlich niedrigere Ausnützungen. So haben

a) Niederspannungs-Normasynchronmaschinen mit Rippengehäuse und Oberflächen-Luftkühlung im Leistungsbereich 1 kW bis 500 kW Ausnützungsziffern von ca. $C = 2 \ldots 4\,\mathrm{kVAmin/m^3}$, und
b) mit Luft innen gekühlte Hochspannungs-Asynchronmaschinen bis ca. 10 MW Ausnützungsziffern von ca. $C = 8 \ldots 10\,\mathrm{kVAmin/m^3}$.

Fazit:
Nur mit einem hohen Aufwand für die Kühlung ist die geforderte Leistungsdichte in einer großen Synchronmaschine realisierbar. Turbogeneratoren sind daher „Grenzleistungsmaschinen"; d. h. die größten jemals ausgeführten elektrischen Maschinen mit z. Zt. ca. 1400 MVA für $2p = 2$ *und 1800 ... 2000 MVA für* $2p = 4$.

8.10 Elektrische Erregereinrichtungen

Die Erregereinrichtung muss die Gleichstromleistung P_f für die Erregung des Polrads zur Verfügung stellen. Je nach Größe der Synchronmaschine sind das ungefähr 0.5 % der Maschinen-Bemessungsleistung P_N bei großen Synchronmaschinen im MW-Bereich bis 3 % bei kleinen Synchronmaschinen im kW-Bereich.

$$P_f = U_f I_f \tag{8.95}$$

Bei Betrieb am „starren“ Netz ist die Klemmenspannung der Synchronmaschine durch das Netz fest vorgegeben. Über den Erregerstrom I_f wird die Blindleistung der Maschine eingestellt. Im Inselbetrieb wird über den Erregerstrom die Klemmenspannung konstant geregelt. Diese ändert sich mit variabler Last, also variablem Ständerstrom, vor allem auf Grund des Spannungsfalls an der Synchronreaktanz, wobei die Spannungsänderung bei Blindstrombelastung am größten ist, wie bereits in Abschn. 8.7, Abb. 8.21, gezeigt wurde. Zum Bemessungserregerstrom I_{fN}, der für den Betrieb bei Bemessungsbedingungen (z. B. U_N, I_N, $\cos\varphi_N = 0.8$, ü.e. = übererregt) erforderlich ist, gehört die Bemessungserregerspannung

$$U_{fN} = R_f I_{fN}. \tag{8.96}$$

a) Stoßerregung: Die Erregereinrichtung muss über eine ausreichende Spannungsreserve $U_{f,max} > U_{fN}$ verfügen, um möglichst rasch eine Änderung des Erregerstroms bei geänderten Lastbedingungen einstellen zu können. $U_{f,max}$ heißt „Deckenspannung“ mit der genormten Bezeichnung U_{Ep}. Soll z. B. ausgehend vom Betrieb mit Erregerstrom I_{f1} möglichst rasch der größere Erregerstrom I_{f2} eingestellt werden, so wird gemäß Abb. 8.32 mit maximaler Erregerspannung der Erregerstrom erhöht, bis der neue Sollwert I_{f2} erreicht ist („Stoßerregung“). Dann wird die Spannung auf den Wert $U_{f2} = R_f I_{f2}$ zurückgenommen. Auf Grund der Induktivität L_f und des Widerstands R_f der Polradwicklung baut sich der Erregerstrom verzögert mit der Zeitkonstante T (Abb. 8.32) auf. Bei offenen Klemmen der Ständerwicklung und bei Vernachlässigung des verzögernden Einflusses der Dämpferwicklung ist dies die Feld-Leerlaufzeitkonstante („Erregerzeitkonstante“, „Feldzeitkonstante“) T_f.

$$T_f = L_f / R_f \tag{8.97}$$

Der maximal mögliche Erregerstrom $I_{f,max} = U_{f,max}/R_f$ ist in der Regel höher als der thermisch dauernd zulässige Erregerstrom. Die Stoßerregung ändert nichts an der Erregerzeitkonstanten T_f. Die Stoßerregung kann daher das Erreichen des neuen Erreger-Sollstroms nur beschleunigen, aber nicht fundamental abkürzen.

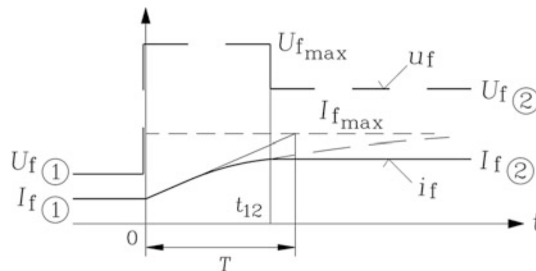


Abb. 8.32 Stoßerregung: Für einen möglichst raschen Feldaufbau wird mit der Deckenspannung $U_{f,max}$ der Erregerstrom vom Ausgangswert I_{f1} zum neuen Sollwert I_{f2} geführt, der nach der Zeit t_{12} erreicht wird. Bei Generatorleerlauf ist die Zeitkonstante T die Feld-Leerlaufzeitkonstante T_f

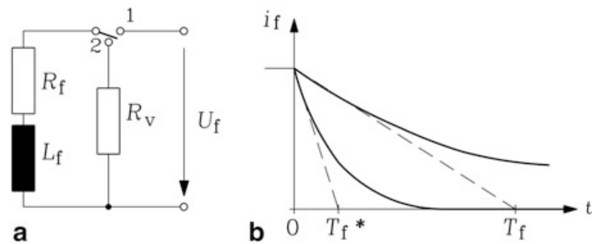


Abb. 8.33 Entregung des Polrads: (**a**) Prinzipschaltung mit Schnellentregungswiderstand R_v, (**b**) Abbau des Feldstroms i_f ohne und mit Schnellentregungswiderstand mit den Zeitkonstanten T_f bzw. T_f^*

b) Schnellentregung: Wird die Synchronmaschine plötzlich z. B. infolge einer Netzstörung vom Netz getrennt, indem der Leistungsschalter öffnet, und dadurch die Maschine entlastet, so ist der Ständerstrom Null; man spricht vom „Lastabwurf". In diesem Fall würde bei konstanter Erregung die Klemmenspannung den Wert der Leerlaufspannung annehmen. Im übererregten Betrieb würde daher die Spannung ansteigen. Diese Leerlaufspannung ist je nach Sättigung des Eisens in der Regel bis zu 50 % höher als die Bemessungsspannung, wie in Abschn. 8.11 anhand der Leerlaufkennlinie gezeigt ist. Um diesen Spannungsanstieg zu vermeiden, muss der Erregerstrom rasch verringert werden, im einfachsten Fall durch Kurzschluss der Erregerwicklung. So wird z. B. bei Stromrichtererregung (siehe c1) dazu der Zündwinkel $\alpha = 0$ eingestellt. Der Erregerstrom nimmt mit der Zeitkonstante T_f ab (Abb. 8.33b, obere Kurve). Da die Feldzeitkonstante T_f bei großen Synchronmaschinen im Sekundenbereich liegt und daher relativ groß ist, wird sie durch einen zusätzlich eingeschalteten Entregungswiderstand R_v auf den Wert T_f^* (8.98) verkleinert (Abb. 8.33, „Schnellentregung").

$$T_f{}^* = L_f / (R_f + R_v) = T_f / \left(1 + \frac{R_v}{R_f}\right) \tag{8.98}$$

Beispiel 8.10

Wie stark sinkt die Zeitkonstante bei einem Vorwiderstand $R_v = 9R_f$? Wie groß ist die maximale Spannung $U_{f,max}$ an der Erregerwicklung während der Schnellentregung?

Lösung:
Die Zeitkonstante sinkt von T_f auf $T_f{}^* = T_f/10$. Mit dem Stromverlauf $i_f(t) = i_f(0) \cdot \exp(-t/T_f^*)$ gemäß Abb. 8.33b (untere Kurve), $i_f(0) = i_f$ und $u_f(t) = -i_f \cdot R_v$ springt die Erregerspannung bei $t = 0$ wegen

$$U_{f,max} = |u_f(0)| = I_f \cdot R_v = I_f \cdot R_f \cdot (R_v/R_f) = U_f \cdot (R_v/R_f) = 9 \cdot U_f$$

auf das Neunfache der Erregerspannung im Stationärbetrieb U_f. Der Entregungswiderstand R_v darf nur so groß gewählt werden, dass $U_{f,max}$ unterhalb der zulässigen Spannungsgrenze bleibt.

Einen zusätzlich beschleunigten Feldabbau erreicht man durch Umpolen der Erregerspannung von $+U_f$ auf $-U_f$, gleichzeitig mit dem Einschalten des Entregungswiderstands R_v, wobei bei Erregung z. B. mit Gleichstromgeneratoren (siehe c2) der

Feldstrom negativ („Gegenerregung") werden kann. Bei Stromrichtererregung (siehe c1) erhält man die negative Gleichspannung durch Übergang auf Wechselrichterbetrieb ($\alpha > 90°$, siehe (7.61)), wobei der Erregerstrom wegen der Ventilwirkung der Thyristoren dabei nicht negativ werden kann, außer im Fall eines zweiten parallel arbeitenden Stromrichters mit antiparallel angeordneten Thyristoren (B6C)A(B6C) (siehe Abb. 13.18).

c) Erregereinrichtungen:

c1) Stromrichtererregung: Bei der Erregung über einen Stromrichter wird die Netz-Drehspannung mit einer gesteuerten Gleichrichter-Brücke z. B. in B6C-Schaltung in eine Gleichspannung veränderlicher Höhe, abhängig vom Zündwinkel α, gleichgerichtet (Abb. 8.34), die dem Polrad über zwei Schleifringe zugeführt wird (Gerlach 1978). Solche Stromrichtererregungen verändern die Erregerspannung sehr rasch, was aber alleine noch nicht eine „schnelle Veränderung des Erregerstroms" bedeutet, wie bei der Stoßerregung erläutert wurde. In Kap. 7 wurde bei der untersynchronen Stromrichterkaskade gezeigt, dass der zeitliche Spannungsverlauf $u_f(t)$ der B6C-Brücke sechs Kuppen je Netzperiode enthält. Das entspricht Spannungs-Oberschwingungen mit 6-facher, 12-facher, ... Speisefrequenz, also 300 Hz, 600 Hz, ... am 50 Hz-Netz. Die große Induktivität der Feldwicklung L_f glättet den Strom $i_f(t)$, sodass trotz dieser Spannungsoberschwingungen in der Feldwicklung nahezu Gleichstrom fließt. Allerdings sind zusätzliche Schutzmaßnahmen für die Erregereinrichtung bei Betriebsstörungen erforderlich. Tritt z. B. in der Ständerwicklung ein Kurzschluss auf (Kap. 16), ändert sich die Ständerstromamplitude sehr schnell und damit auch die Amplitude des Luftspaltfelds. Diese rasche zeitliche Änderung der Amplitude des Drehfelds induziert in der Polradwicklung, die als Sekundärwicklung eines Transformators wirkt, eine Überspannung, gegen die der Stromrichter mit einer zusätzlichen Beschaltung geschützt werden muss.

c2) Gleichstromgeneratoren: Die früher häufig eingesetzte Anordnung zur Erregung des Polrads mit Gleichstromgeneratoren bestand aus einer Haupt- und einerdie

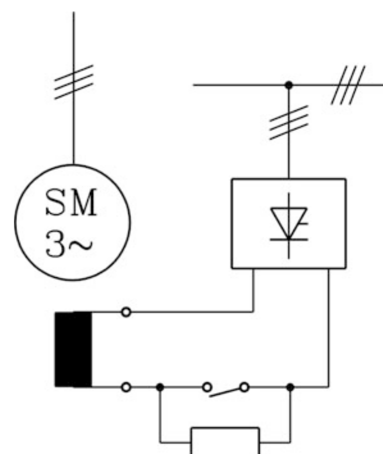


Abb. 8.34 Stromrichter-Erregung mit Schnellentregungswiderstand: Ein gesteuerter Gleichrichter versorgt das Polrad über zwei Schleifringe mit veränderbarer Gleichspannung

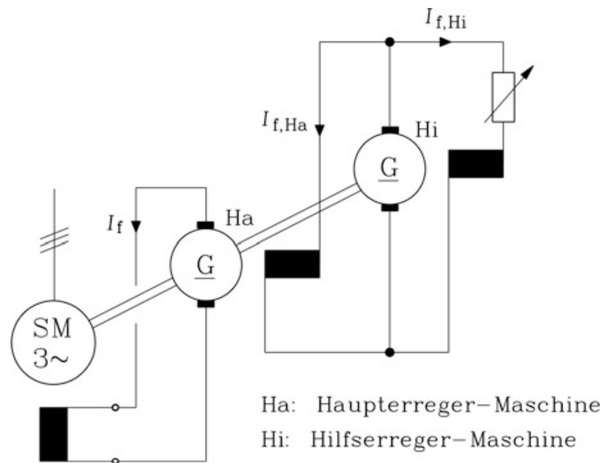


Abb. 8.35 Früher häufig eingesetzt: Gleichstrom-Haupt- und Hilfserregermaschine Ha und Hi zur Erregung der Polradwicklung von Synchronmaschinen

Haupterregermaschine erregenden Hilfserregermaschine, die beide mit der Synchronmaschine gekuppelt waren (Abb. 8.35). Die Funktionsweise der Gleichstrommaschine als Gleichstromgenerator ist in Kap. 11 dargestellt. Der Ankerstrom der Hilfserreger-Maschine ist der Erregerstrom der Haupterreger-Maschine, deren Ankerstrom wiederum der Erregerstrom des Polrads ist. Durch diese Kaskadierung ergibt sich ein hoher Verstärkungsgrad zwischen dem Erregerstrom des Hilfserregers $I_{f,Hi}$ und dem Erregerstrom im Polrad I_f. Die Hilfserreger-Maschine ist (siehe Kap. 11) im Nebenschluss geschaltet, sodass sie sich gemäß des elektrodynamischen Prinzips auf Grund der Eisenremanenz ihrer Erregerpole selbst erregt. Damit ist ein Hochfahren des Maschinensatzes auch nach einem Totalausfall des Netzes ohne jede Hilfsspannung möglich. Auch bei kraftwerksnahen oder –fernen Kurzschlüssen ist diese Selbsterregung vorteilhaft. Die mit den Netzkurzschlüssen verbundene Klemmenspannungsabsenkung beeinträchtigt diese rotierende Erregung nicht, wohl aber z. B. die Stromrichtererregung, wo die Klemmenspannung gerade dann zusammen gebrochen ist, wenn man sie zur Gleichrichtung benötigt, um sie stützen zu können. In der Regel wird dies heute bei der bürstenlosen Erregung (siehe Abschn. c3) durch mitrotierende permanentmagneterregte kleine Synchrongeneratoren sichergestellt. Ein wesentlicher Nachteil der Erregung mit Gleichstrommaschinen ist die relativ geringe Dynamik. Zur Feldzeitkonstante der Polradwicklung kommen noch die Erreger-Zeitkonstanten der Feldwicklungen der beiden Gleichstrommaschinen hinzu. Auf Grund ihres deutlich besseren dynamischen Verhaltens haben die Stromrichtererregung oder rotierende Außenpol-Synchronerregermaschinen die Erregung mit Gleichstromgeneratoren nahezu völlig verdrängt.

c3) Bürstenlose Erregung: Stromrichtererregung und Gleichstrommaschinen haben den Nachteil, Kohlebürsten-Gleitkontakte zu verwenden, und zwar auf den beiden Schleifringen und auf den Kupfer-Kommutatoren der Gleichstrommaschinen. Wird eine zweite,

kleine Synchronmaschine als Erregermaschine mit der großen Synchronmaschine (Hauptmaschine) gekuppelt, wobei die Erregermaschine als Außenpolgenerator ausgeführt ist, können die Bürstenkontakte und Schleifringe entfallen („bürstenlose Erregung"). Der Ständer des Außenpolgenerators besteht aus bewickelten N- und S-Polen als „ruhendes Polrad", die ein ruhendes Magnetfeld erzeugen. Die Drehstromwicklung der Erregermaschine liegt wie bei der Schleifringläufermaschine (Kap. 5) im genuteten Läuferblechpaket, wobei die Wicklungsenden an eine mitrotierende B6-Diodenbrücke angeschlossen sind. Das in die rotierende Läuferwicklung induzierte Drehspannungssystem wird damit gleichgerichtet. Der gleichgerichtete Läuferstrom fließt durch Zuleitungen, die in der z. B. hohlen Welle der Hauptmaschine verlegt sind, zur Polradwicklung (Abb. 8.36). Über den Feldstrom in der Außenpolwicklung der Erregermaschine werden die Höhe der induzierten Läuferspannung und damit der Erregerstrom im Polrad der Hauptmaschine verändert. Allerdings summieren sich wieder die Zeitkonstanten von Polrad und Erregermaschine, was eine verringerte Dynamik ergibt. Darüber hinaus ist keine Schnellentregung möglich, weil in den rotierenden Spannungskreis kein Entregungswiderstand eingeschaltet werden kann. Trotzdem haben die Wartungsfreiheit der bürstenlosen Erregung und ihre netzunabhängige, nur an das Drehen des Läufers gebundene, kurzschlussunbeeinflusste Spannungsversorgung viele Vorteile, sodass sie häufig eingesetzt wird.

Zu den unterschiedlichen Konzepten der Spannungsregelung von Synchrongeneratoren über den Feldstrom wird auf die weiterführende Literatur verwiesen (Bonfert 1962; Kimbark 1968; Nürnberg und Lax (Hrsg.) 1970; Byerly und Kimbark (Hrsg.) 1974; Aichholzer 1975; Böning 1978; Leonhard 1980).

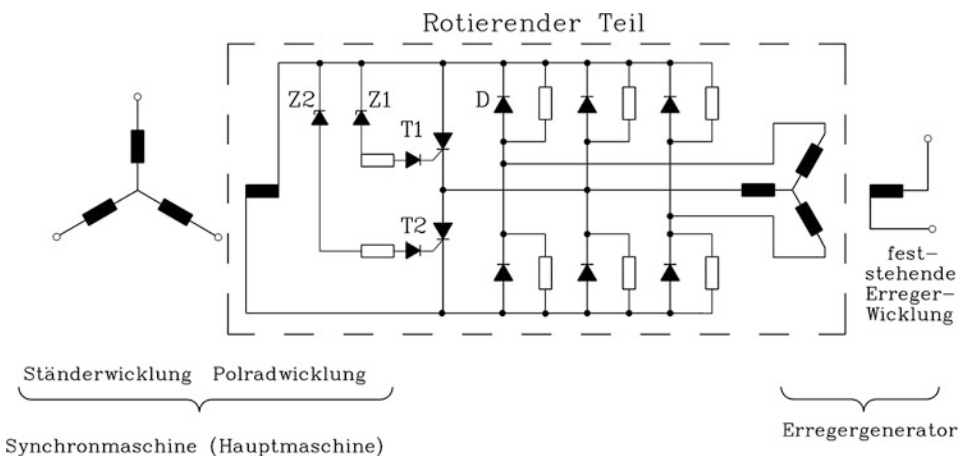


Abb. 8.36 Bürstenlose Erregung mittels Außenpol-Synchron-Erregermaschine und rotierender B6-Diodenbrücke mit sechs Dioden D. Zusätzliche Schutzbeschaltung: Vom Ständer der Hauptmaschine in das Polrad induzierte Überspannungen zünden über zwei Zener-Dioden Z1, Z2 je nach Polarität die beiden Thyristoren T1 und T2, wodurch die B6-Brücke vor Überspannungen geschützt ist

Fazit:
Die Erregung der Polradwicklung mit Gleichstrom erfolgt entweder über zwei Schleifringe und einen speisenden Stromrichter oder bürstenlos über eine mitrotierende Erregermaschine mit Außenpol-Erregerwicklung. Historisch älter ist die Erregung über rotierende Gleichstrom-Erregermaschinen, die bei großen Generatoreinheiten aus einer Haupt- und Hilfserregermaschine bestanden.

8.11 Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie, Erregerbedarf, Potier-Reaktanz

a) Leerlaufkennlinie: Wird die Synchronmaschine angetrieben und bei offenen Ständerklemmen das Polrad erregt, so ist die auf Grund des rotierenden Polradfelds in die Ständerwicklung induzierte Polradspannung U_p direkt als „Leerlaufspannung $U_{\mathrm{s}0}$" je Strang an den Ständerklemmen messbar. Wird bei konstanter Maschinendrehzahl der Erregerstrom I_f von 0 ausgehend auf seinen Maximalwert erhöht, so steigt zunächst das Polradfeld linear mit an, und damit ebenso die Leerlaufspannung gemäß der „Luftspaltgeraden". Es wird nur der Luftspalt über die magnetische Luftspalt-Feldstärke H_δ magnetisiert, denn das Ständer- und Läufereisen ist bei niedrigen Flussdichten sehr hoch permeabel. Die Permeabilität μ_Fe ist mit etwa $3000\mu_0 \ \ldots \ 5000\mu_0$ sehr groß, und daher ist die magnetische Feldstärke H_Fe im Eisen annähernd Null. Der Durchflutungssatz, angewandt auf eine geschlossene B-Feldlinie des Rotorfelds als Kurve C, die den Luftspalt δ und die Pfadlänge Δ_Fe im Eisen umfasst, ergibt gemäß Kap. 3 (8.99).

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = 2N_\mathrm{fPol} I_\mathrm{f} \Rightarrow \quad H_\delta \delta + H_\mathrm{Fe} \Delta_\mathrm{Fe} = N_\mathrm{fPol} I_\mathrm{f} \tag{8.99}$$

In den Zähnen des Stators – und bei Vollpolmaschinen auch in den Zähnen und Polen des Rotors – muss sich der Luftspaltfluss auf die etwa doppelte Luftspaltflussdichte zusammendrängen, sodass ab etwa 0.7 T Luftspaltflussdichte in den Zähnen eine Flussdichte von 1.4 T herrscht. Ab 1.5 T beginnt sich das Eisen zu sättigen, μ_Fe sinkt stark ab, H_Fe ist nicht mehr vernachlässigbar und bewirkt längs der Länge der Eisenabschnitte Δ_Fe (z. B. längs den Zähnen) einen zusätzlichen Durchflutungsbedarf $H_\mathrm{Fe}\Delta_\mathrm{Fe}$. Damit steigt das Luftspaltfeld H_δ unterproportional mit dem Erregerstrom an, ebenso die Leerlaufspannung (Abb. 8.37). Bei einer Bemessungs-Luftspaltflussdichte von typisch 1 T und damit einer Zahninduktion von ca. 2 T ist der Anteil des Eisens am Gesamt-Durchflutungsbedarf etwa 30 % bis 50 % je nach Auslegung des magnetischen Kreises.

b) Kurzschlusskennlinie: Wird bei konstanter Drehzahl und veränderlicher Erregung die Ständerwicklung kurzgeschlossen, so fließt in der Ständerwicklung je Strang der Dauerkurzschlussstrom I_sk. Gemäß dem Zeigerdiagramm Abb. 8.38a sind $\underline{I}'_\mathrm{f}$ und $\underline{I}_\mathrm{sk}$ gegenphasig,

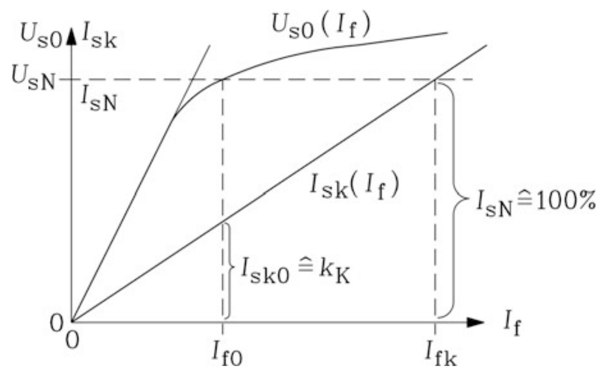
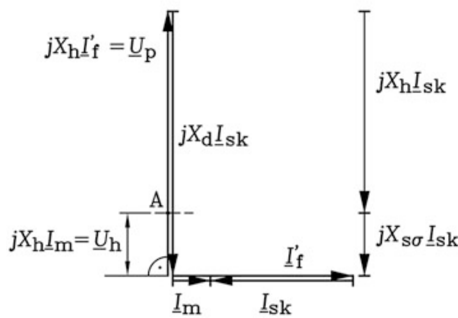


Abb. 8.37 Leerlaufkennlinie $U_{s0}(I_f)$ und Kurzschlusskennlinie $I_{sk}(I_f)$ bei Berücksichtigung der Eisensättigung. Die Bestimmung des Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnisses k_K aus Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie ist eingezeichnet



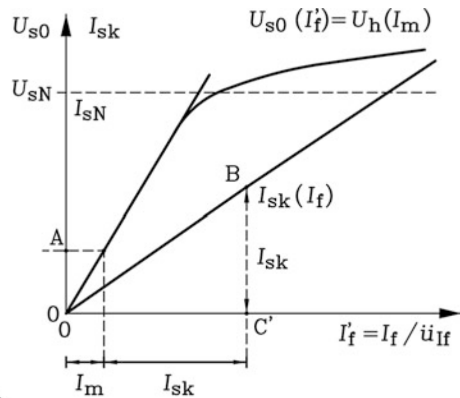


Abb. 8.38 Graphische Ermittlung der Kurzschlusskennlinie $I_{sk}(I_f)$ für $R_s = 0$ aus (**a**) dem Zeigerdiagramm für den Dauerkurzschluss und (**b**) der Hauptfeld-Sättigungskennlinie $U_h(I_m)$

wenn $R_s = 0$ angenommen wird. Da R_s i. A. klein gegenüber X_d ist, ist diese Gegenphasigkeit auch bei $R_s > 0$ in etwa gegeben. Ständer- und Läuferfeld löschen sich somit gegenseitig fast aus. Es verbleibt im Luftspalt nur ein geringes Restfeld, das dem Magnetisierungsstrom I_m entspricht und die kleine Hauptfeldspannung U_h in der Ständerwicklung induziert. Diese Spannung deckt den Spannungsfall von I_{sk} am ohm'schen Wicklungswiderstand und an der Ständer-Streureaktanz $X_{s\sigma} \cdot I_{sk}$. Dieses kleine Luftspaltfeld von ca. 0.1 ... 0.15 T sättigt das Eisen nicht, obwohl der Erregerstrom und der Ständerstrom selbst beträchtliche Werte bis über den jeweiligen Bemessungsstrom hinaus annehmen. Dies zeigt der entsprechende magnetische Arbeitspunkt A in Abb. 8.38b auf dem linearen Bereich der Kennlinie $U_h(I_m)$. Die Kennlinie $U_h(I_m)$ unter Last gibt wie die Leerlaufkennlinie $U_{s0}(I_f)$ die induzierende Wirkung des resultierenden Luftspaltfelds an. Mit steigendem Erregerstrom steigt der induzierte Ständerkurzschlussstrom folglich linear an, und die Kurzschlusskennlinie $I_{sk}(I_f)$ ist linear (Abb. 8.37). Zu dem magnetischen Arbeitspunkt A gehört der Punkt B der Kurzschlusskennlinie. Sie ist somit solange linear, wie

A im linearen Bereich der Kennlinie $U_h(I_m)$ liegt. Die Eisensättigung würde erst bei mehrfachem Ständerbemessungsstrom auftreten, wenn $X_{s\sigma} \cdot I_{sk}$ die Größenordnung der Bemessungsspannung erreicht.

c) Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis: Die Synchronreaktanz der Ständerwicklung X_d umfasst gemäß Abschn. 8.2 die Drehfeld-Selbstinduktivität des Luftspaltfelds der Längsachse, die proportional zu $N_s^2 \tau_p/\delta$ ist, und die Selbstinduktivität der Ständerstreufelder je Strang. Wird der Einfluss des Ständerwiderstands vernachlässigt ($R_s = 0$), so begrenzt nur X_d im Dauerkurzschluss den Kurzschlussstrom. kann X_d somit aus dem Dauerkurzschlussversuch experimentell bestimmen, wobei man auf den jeweiligen Sättigungszustand des Eisens zu achten hat. Der Betrag des Dauerkurzschlussstroms ist gemäß Abb. 8.38 bei $R_s = 0$

$$I_{sk} = U_p/X_d. \tag{8.100}$$

Bei dem „Leerlauf-Erregerstrom“ I_{f0} erreicht die Leerlaufspannung den Wert der Bemessungs-Strangspannung ($U_{s0} = U_{sN}$, Abb. 8.37) bei entsprechender Eisensättigung. Bei diesem Erregerstrom fließt im Kurzschlussfall der Kurzschlussstrom $I_{sk\,0}$ in der Ständerwicklung.

$$I_{sk0} = \frac{U_p(I_{f0})}{X_d} = \frac{U_{sN}}{X_d} \tag{8.101}$$

Daraus folgt der Messwert für die gesättigte Synchronreaktanz bei Vernachlässigung von R_s:

$$X_d = \frac{U_{sN}}{I_{sk0}}. \tag{8.102}$$

Bei deutlich kleineren Erregerströmen $I_f < I_{f0}$ ergibt dieselbe Vorgehensweise für X_d gemäß $X_d = U_p(I_f)/I_{sk}(I_f)$ aber den ungesättigten und damit größeren Wert, da der lineare Teil der Leerlaufkennlinie verwendet wird. Bei deutlich größeren Erregerströmen $I_f > I_{f0}$ nimmt die Eisensättigung zu, und die gemäß $X_d = U_p(I_f)/I_{sk}(I_f)$ ermittelte gesättigte Reaktanz nimmt ab. Oft wird die Synchronreaktanz als auf die Nennimpedanz $Z_N = U_{sN}/I_{sN}$ bezogener Wert angegeben. Dies ist in (8.103) für die gemäß (8.102) ermittelte gesättigte Synchronreaktanz durchgeführt.

$$x_d = \frac{X_d}{Z_N} = \frac{U_{sN}}{I_{sk0}} \cdot \frac{I_{sN}}{U_{sN}} = \frac{I_{sN}}{I_{sk0}} = \frac{I_{fk}}{I_{f0}} \tag{8.103}$$

Dabei ist in (8.103) die aus Abb. 8.37 erkennbare geometrische Relation

$$\frac{I_{sN}}{I_{sk0}} = \frac{I_{fk}}{I_{f0}} \tag{8.104}$$

verwendet worden. In (8.104) ist der „Kurzschluss-Erregerstrom“ I_{fk} jener Erregerstrom, bei dem der in der kurzgeschlossenen Ständerwicklung fließende Dauerkurzschlussstrom den Wert des Bemessungsstroms erreicht. Die bezogene synchrone Reaktanz x_d ist damit das Verhältnis des Kurzschluss-Erregerstroms zum Leerlauf-Erregerstrom. Dessen Kehrwert wird als „Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis“ $k_K = 1/x_d$ bezeichnet (Abb. 8.37).

$$k_K = \frac{I_{f0}}{I_{fk}} = \frac{I_f(U_s = U_{sN}, I_s = 0)}{I_f(U_s = 0, I_s = I_{sN})} = \frac{1}{x_d} \tag{8.105}$$

Da I_{f0} im gesättigten Fall höher ist als im ungesättigten Fall, ist das gesättigte Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis größer als dessen ungesättigter Wert. Umgekehrt ist wie oben erläutert die gesättigte Synchronreaktanz kleiner als die ungesättigte Synchronreaktanz.

$$x_{d,\text{gesättigt}} < x_{d,\text{ungesättigt}} \tag{8.106}$$

Es ist üblich, für k_K entsprechend dem Leerlaufpunkt den dazu gehörenden gesättigten Wert anzugeben. In (8.105) muss daher die für den gleichen Sättigungszustand bestimmte Synchronreaktanz (8.102) stehen. Unabhängig davon wird die Reaktanz X_d meist als ungesättigte Reaktanz angegeben, wenn man nicht ausdrücklich ein entsprechend eines bestimmten Sättigungsgrads gesättigtes X_d meint.

Die Größenordnung der bezogenen ungesättigten Synchronreaktanz wird hauptsächlich durch $N_s^2 \tau_p / \delta$ bestimmt und ist daher für unterschiedliche Typen von Synchronmaschinen unterschiedlich groß (Tab. 8.3).

x_d bei Turbogeneratoren: Die leistungsstarken zumeist zweipoligen Turbogeneratoren haben dank der intensiven Kühlung einen hohen Strombelag und Bemessungsstrom I_N. Die Nennimpedanz $Z_N = U_N / I_N$ ist daher klein. Weiter ist wegen der niedrigen Polzahl $2p = 2$ die Polteilung τ_p groß. Folglich haben Turbogeneratoren eine große bezogene Synchronreaktanz X_d / Z_N bzw. ein kleines Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis. Typisch sind Werte um $k_K = 0.5$. Die hohe Synchronreaktanz verringert das Kippmoment, sodass Turbogeneratoren eine geringe statische Stabilitätsreserve aufweisen. Sie werden mit geregeltem Erregerstrom betrieben, um stabil zu laufen. Zusätzlich wird versucht, durch Vergrößerung des Luftspalts die Synchronreaktanz zu verkleinern, sodass die Luftspaltweite δ oft mehrere Zentimeter beträgt. Das erhöht aber gemäß (8.99) den Erregerstrombedarf, sodass auch die Läuferwicklung intensiv gekühlt werden muss.

Tab. 8.3 Richtwerte für bezogene Synchronreaktanzen

	Polzahl $2p$	Synchronreaktanz x_d/p.u.
Turbogeneratoren	2	2.0
Schenkelpolmaschinen	≥ 4	0.8 … 1.2
PM-Maschinen mit Oberflächenmagneten	≥ 4	0.3 … 1.0

x_d bei Schenkelpol-Synchronmaschinen: Wasserkraftgeneratoren drehen langsam, sind daher hochpolig und haben eine kleine Polteilung. Daher ist die Synchronreaktanz kleiner. Ihr Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis liegt typisch zwischen 0.8 und 1.2; die statische Stabilität ist in der Regel ausreichend groß.

x_d bei Permanentmagnet-Synchronmaschinen: Permanentmagnet-Synchronmaschinen haben oft auf den Rotor geklebte Magnete („Oberflächen-Magnetanordnung“, vgl. Kap. 9). Da μ_{rel} der Permanentmagnete nahezu 1 ist, wirken die Magnete als magnetischer Widerstand für das Ständerfeld wie eine Luftstrecke und vergrößern somit den magnetisch wirksamen Luftspalt. Daher ist die Synchronreaktanz klein.

Beispiel 8.11

Bestimmen Sie aus der Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie gemäß Abb. 8.37 eines Turbogenerators das Leerlauf-Kurzschluss-Verhältnis bei Leerlauf-Sättigung I_{f0} und daraus die bezogene gesättigte Synchronreaktanz bei Vernachlässigung von R_s!

Lösung:

$$k_K = \frac{I_{f0}}{I_{fk}} = 0.43, \; x_d = 1/0.43 = 2.32\,\text{p.u.}$$

d) Ermittlung des Erregerbedarfs der Synchronmaschine: Aus der gemessenen Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie kann bei bekannter Ständerstreureaktanz $X_{s\sigma}$ und bekanntem Strangwiderstand R_s der Erregerbedarf einer Synchronmaschine für einen beliebigen Lastpunkt $(U_s, \; I_s, \varphi_s)$ mit guter Genauigkeit vorherbestimmt werden. Da bei hohem Erregerbedarf im übererregten Betrieb auch die zusätzliche Sättigung des Läufereisens durch den nunmehr großen Läufer-Streufluss in den Erregernuten der Vollpol- oder in den Pollücken der Schenkelpolmaschinen zu berücksichtigen ist, wird die Ständerstreureaktanz $X_{s\sigma}$ meist durch die etwas größere Potier-Reaktanz X_P gemäß Abschn. e) ersetzt.

Das hier vorgestellte Verfahren zur Erregerbedarfsbestimmung gilt für die Vollpolmaschine. Für übererregten Betrieb ist aber das Verfahren auch näherungsweise für die Schenkelpolmaschine ausreichend genau. Zunächst wird ausgehend vom Zeigerdiagramm der Vollpolmaschine zum gewählten Lastpunkt die Hauptfeldspannung U_h bestimmt, da diese den magnetischen Arbeitspunkt E festlegt (Abb. 8.39). Über die Leerlaufkennlinie erhält man so den Magnetisierungsstrom I_m. Die zugehörige „Ankerrückwirkung“ $X_{dh}I_s$ der bestromten Ständerwicklung erhält man über das Zeigerdiagramm (Abb. 8.40a). Allerdings benötigt man $I_s \cdot \ddot{u}_{If}$, um im Stromzeigerdiagramm direkt I_f und nicht I'_f verwenden zu können. Dies gelingt mithilfe der Kurzschlusskennlinie in Kombination mit der Leerlaufkennlinie (Abb. 8.40b) analog zu Abb. 8.38, da sich im Kurzschluss die Durchflutungen von Ständer und Polrad bei $R_s = 0$ algebraisch summieren. Aus dem magnetischen Arbeitspunkt A bei Dauerkurzschluss (Abb. 8.38), ermittelt mit $X_P I_s$ und daher in Abb. 8.40b E’ genannt, erhält man den Magnetisierungsstrom $I_{mk}\ddot{u}_{If}$ als Strecke

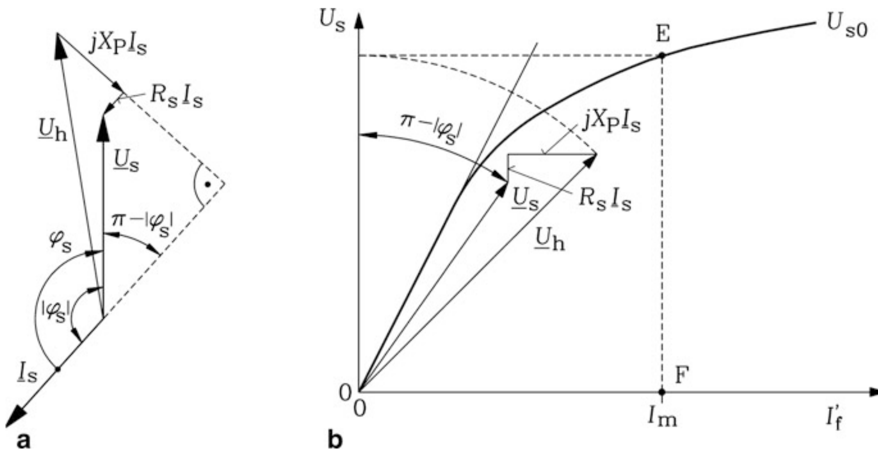


Abb. 8.39 Bestimmung des magnetischen Arbeitspunktes E für die Vollpolmaschine zu einem beliebig gewählten Lastpunkt (U_s, I_s, φ_s): **a**) Bestimmung der Hauptfeldspannung mit dem Zeigerdiagramm, **b**) Bestimmung des Magnetisierungsstroms mit der Leerlaufkennlinie. Es wird anstelle von $X_{s\sigma}$ die Potier-Reaktanz X_P verwendet

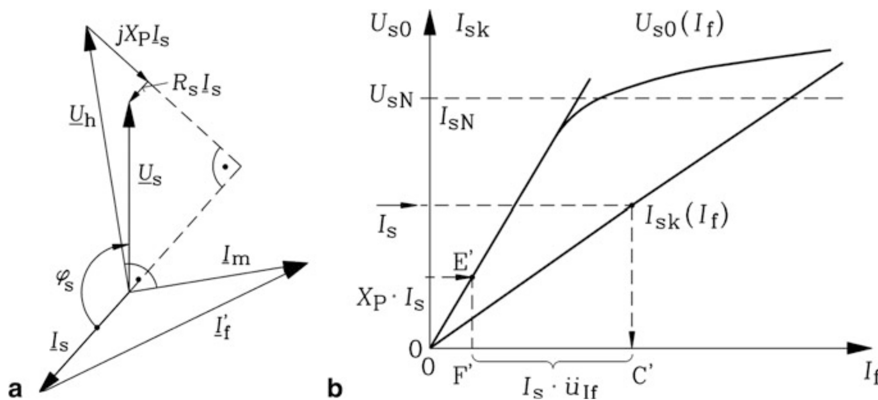


Abb. 8.40 Bestimmung der Ankerrückwirkung $X_{dh}I_s$ und des entsprechenden Stroms $I_s\ddot{u}_{If}$ der Vollpolmaschine aus Messwerten: (**a**) Durchflutungs-Zeigerdiagramm, (**b**) Bestimmung der Ankerrückwirkung $I_s\ddot{u}_{If}$

$\overline{0F'}$, da die Abszisse direkt für I_f und nicht für I'_f skaliert ist. Mit $I_s\ddot{u}_{If} = I_{fk} - I_{mk}\ddot{u}_{If}$ (Strecke $\overline{C'F'}$ in Abb. 8.40b, vgl. dazu Abb. 8.38b) wird das zu Abb. 8.40a geometrisch ähnliche Dreieck 0-G-H gemäß Abb. 8.41 (mit $\overline{GH} = \overline{C'F'}$) gezeichnet, aus dem direkt der Erregerbedarf I_f als Zahlenwert, nämlich als Länge des Zeigers $\underline{I}_f$ gemäß $\overline{0H}$ abgelesen wird.

In der Praxis werden alle Teilschritte in einem Bild gezeichnet (Abb. 8.42). Dabei wird das Diagramm Abb. 8.39a so geschwenkt, dass die Stromrichtung $\underline{I}_s$ in der Ordinatenrichtung liegt. Der Phasenwinkel $|\varphi_s|$ muss dann für den übererregten Fall nach rechts, für den

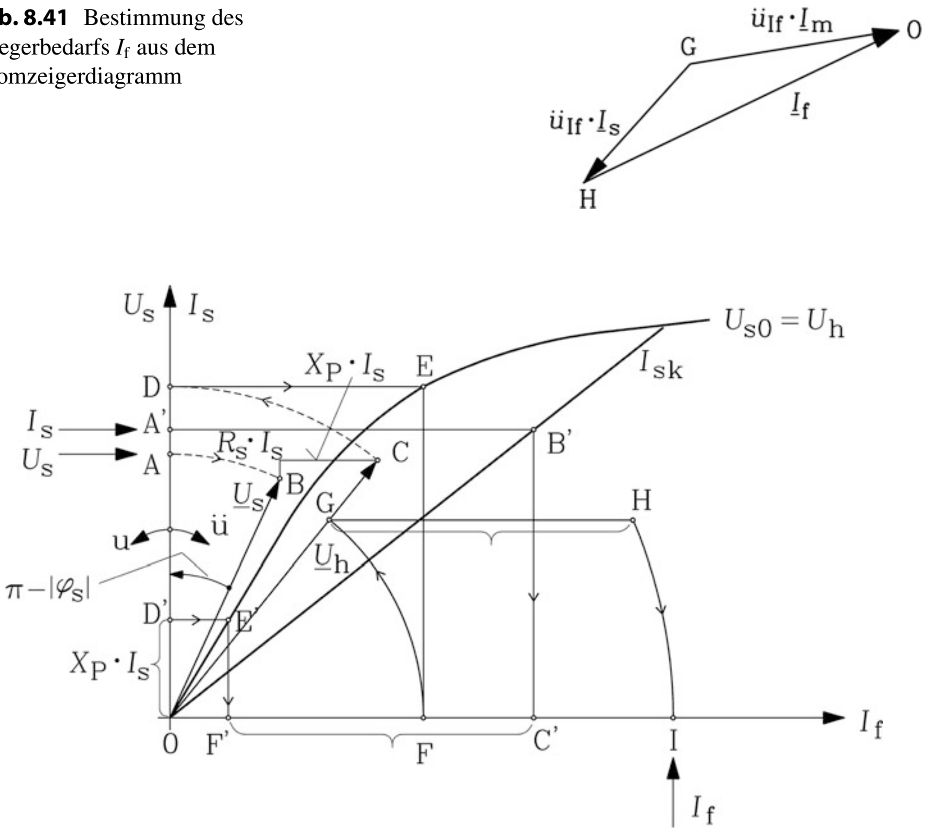


Abb. 8.41 Bestimmung des Erregerbedarfs I_f aus dem Stromzeigerdiagramm

Abb. 8.42 Erregerbedarfs-Konstruktion I_f aus der Leerlauf- und Kurzschluss-Kennlinie am Beispiel eines übererregten, generatorischen Betriebspunkts einer Synchron-Vollpolmaschine (Auftragen des Phasenwinkels für übererregten Betrieb: ü, für untererregten Betrieb: u)

untererregten Fall nach links aufgetragen werden. Für Winkelwerte $|\varphi_s|$ größer als $\pi/2$ trägt man das entsprechende Komplement $\pi - |\varphi_s|$ ein (Abb. 8.39b). Der Spannungsfall $R_s\underline{I}_s$ liegt ebenfalls parallel zur Ordinate, der Streuspannungsfall $jX_P\underline{I}_s$ in Abszissenrichtung. Mit den Buchstabenfolge A ... I ist die Erregerbedarfskonstruktion Schritt für Schritt dargestellt. Die Schritte A bis C umfassen die Konstruktion der Hauptfeldspannung, die auf der Ordinate mit D eingetragen wird und über E den Magnetisierungsstrom im Punkt F ergibt. Das Durchflutungs- bzw. Stromzeigerdiagramm ist ebenfalls in geschwenkter Position eingetragen, und zwar so, dass der Magnetisierungsstrom-Zeiger parallel zum Hauptfeldspannungs-Zeiger liegt (Strecke $\overline{0G}$). Dann muss der Zeiger der Ankerrückwirkung $\underline{I}_s \cdot \ddot{u}_{If}$ parallel zur Abszisse liegen. Die oben beschriebene Bestimmung der Größe $\underline{I}_s \cdot \ddot{u}_{If}$ erfolgt gemäß der Buchstabenfolge A′ bis F′, wobei die Strecke $\overline{C'F'}$ dem Wert $\underline{I}_s \cdot \ddot{u}_{If}$ entspricht. Diese wird als Strecke $\overline{GH}$ in das Durchflutungs-Zeigerdiagramm (Dreieck 0-G-H) eingefügt. Die Strecke $\overline{0H}$, aufgetragen auf der Abszisse als Strecke $\overline{0I}$, ist der gesuchte Erregerstrom.

Fazit:
Aus der im Prüffeld gemessenen Leerlauf- und Kurzschluss-Kennlinie, dem Ständerstrangwiderstand R_s und der über das Fischer-Hinnen-Verfahren (siehe Abschn. e)) messtechnisch ermittelten Potier-Reaktanz X_P wird der Erregerstrom für jeden beliebigen Lastpunkt rechnerisch ermittelt, ohne diesen Lastpunkt tatsächlich im Prüffeld fahren zu müssen.

Das Zeigerdiagramm für den gesättigten Betrieb der Vollpol-Synchronmaschine kann unmittelbar im Anschluss an die Erregerbedarfs-Ermittlung gezeichnet werden. Wegen

$$\underline{U}_h = jX_h \underline{I}_m \tag{8.107}$$

$$\underline{U}_p = jX_h \underline{I}'_f \tag{8.108}$$

folgt

$$U_p / U_h = I'_f / I_m . \tag{8.109}$$

Die Polradspannung für das im magnetischen Arbeitspunkt E gezeichnete Zeigerdiagramm wird über den Strahlensatz aus Abb. 8.43a bestimmt. Sie stellt die Ersatzspannung eines im Arbeitspunkt E linearisierten Modells der Vollpol-Synchronmaschine dar. Die linearisierte Kennlinie ist die Gerade $\overline{0E}$. Das zugehörige Zeigerdiagramm mit gesättigtem X_h wird wie folgt ermittelt. Man wähle den Lastpunkt $\underline{U}_s$, $\underline{I}_s$ und zeichne die beiden Zeiger. Über die bekannten Werte R_s, X_P wird $\underline{U}_h$ entsprechend dem Spannungszeigerdiagramm ermittelt. Aus der gesättigten Leerlaufkennlinie $U_h(I_m)$, das ist gleichzeitig $U_{s0}(I'_f)$, wird mit U_h der Magnetisierungsstrom I_m ermittelt und im rechten Winkel zu $\underline{U}_h$ im Zeigerdiagramm als $\underline{I}_m$ eingetragen. Aus dem Durchflutungs-Zeigerdiagramm wird damit $\underline{I}'_f$ bestimmt und mit I'_f gemäß (8.108) U_p errechnet. Der Zeiger $\underline{U}_p$ wird im rechten Winkel zu $\underline{I}'_f$ ins Zeigerdiagramm eingetragen. Die Strecke zwischen den Zeigerspitzen von Polrad- und Hauptfeldspannung ist dann $X_h I_s$, wobei X_h die gesättigte Hauptfeldreaktanz ist.

Wird die Synchronmaschine ausgehend von einem bestimmten Lastpunkt entlastet, indem z. B. im Generatorbetrieb der Leistungsschalter öffnet und der Ständerstrom abgeschaltet wird, die Polraderregung aber unverändert beibehalten, so steigt die Klemmenspannung auf den Ordinaten-Wert U_{s0} (Abb. 8.43a) an – und natürlich nicht auf den Wert der fiktiven Polradspannung U_p, die über die linearisierte Kennlinie gewonnen wurde. Dieser reale Spannungsanstieg bei Lastabwurf beträgt – ausgehend von 100 % Bemessungsspannung – in der Regel bis zu 50 % und wird als „Spannungsanstieg bei Entlastung" bezeichnet.

e) Sättigung der Läuferpole bei übererregtem Betrieb – Potier-Reaktanz: Nicht nur in den Ständernuten und im Wickelkopfbereich, sondern auch im Polrad bildet sich ein Streufluss zwischen benachbarten Polen aus (Abb. 8.44: Polstreufluss $\Phi_{f\sigma}$). Er ist zwar i. A. deutlich

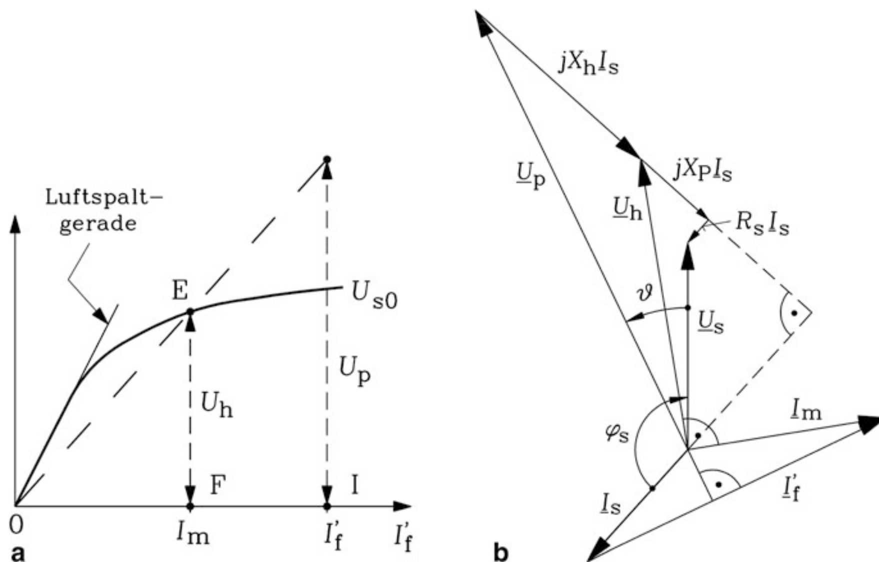


Abb. 8.43 Die gesättigte Vollpolmaschine: (**a**) Bestimmung des magnetischen Arbeitspunkts E und der zugehörigen Polradspannung U_p, (**b**) zugehöriges Zeigerdiagramm

kleiner als der Hauptfluss Φ_{dh}, überlagert sich aber im Polschaft dem Hauptfluss und erhöht dort die Flussdichte. Er wird von der Polraddurchflutung benachbarter Pole $2N_{fPol} \cdot I_f$ erregt und ist folglich im übererregten Betrieb, wo der Feldstrom wegen der hohen Polradspannung am höchsten ist, maximal. Er treibt dann den Polschaft in Sättigung. Vor allem der Betrieb im induktiven Volllastpunkt bedeutet erhöhten Polradstreufluss. Denn maximaler Erregerstrom bei Betrieb am starren Netz mit Bemessungsspannung und -strom tritt bei Übererregung und rein induktiver Blindlast auf; hier addieren sich Ständerspannung U_N und Ankerrückwirkung X_dI_N algebraisch (Abb. 8.45) und ergeben damit maximale Polradspannung U_p. Da in diesem Betriebspunkt die Synchronmaschine wie eine Kapazität wirkt, kann sie selbst induktive Verbraucher mit Blindleistung versorgen. Daher nennt man diesen Betriebspunkt induktiven Voll-Lastpunkt (IVP). Wegen des hohen Erregerstroms wird die Polradwicklung thermisch am höchsten belastet. In der Regel sind daher nur Prüffeldgeneratoren und Phasenschieber so ausgelegt, dass sie diesen Betriebspunkt IVP dauernd fahren können.

Der hohe Polradstreufluss bewirkt eine Sättigung der Polschäfte im Polrad. Die Berücksichtigung dieser Polrad-Eisensättigung im Ersatzschaltbild erfolgt mit der Potier-Reaktanz. Wegen der Polschaftsättigung ist das in Abb. 8.45 dargestellte Zeigerdiagramm nicht mehr länger gültig. Damit der Hauptfluss Φ_{dh} auch bei Polschaftsättigung in voller Höhe aufrecht erhalten werden kann, müssen die erregende Durchflutung und damit der Erregerstrom erhöht werden (Abb. 8.46a: $\Delta I'_f$). Um den gleichen Betrag steigt folglich die den Hauptfluss magnetisierende Durchflutung an, im Zeigerdiagramm dargestellt durch den Magnetisierungsstrom $\Delta \underline{I}_m = \Delta \underline{I}'_f$. Die Polschaftsättigung ist eine Streu-

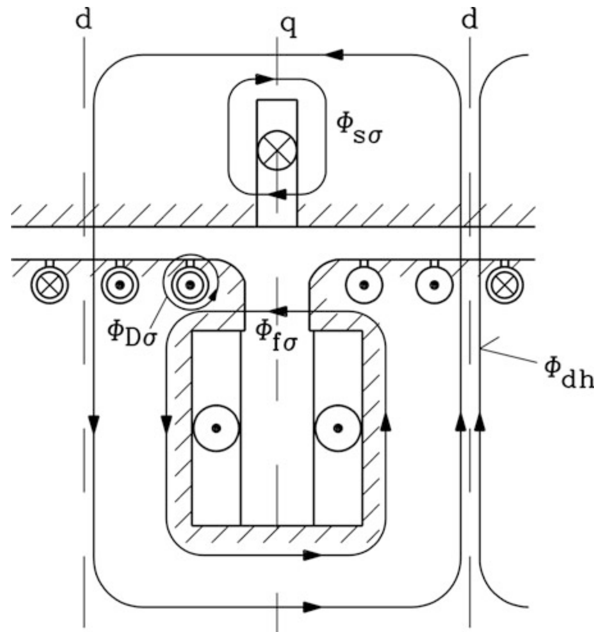


Abb. 8.44 Flussverkettungen in der Schenkelpolsynchronmaschine in der d-Achse mit dem Polradstreufluss $\Phi_{f\sigma}$

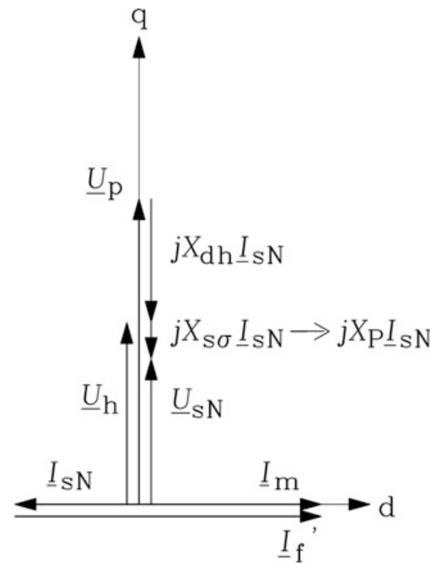


Abb. 8.45 Zeigerdiagramm für den induktiven Volllastpunkt $U_s = U_N,\ I_s = I_N, \cos\varphi_s = 0$ ü.e

flusssättigung und lässt die Hauptreaktanz X_{dh} unverändert. Folglich steigt rein rechnerisch im Zeigerdiagramm (Abb. 8.46a) die Polradspannung (8.110) um den Betrag (8.111) an, ebenso die Hauptfeldspannung (8.112).

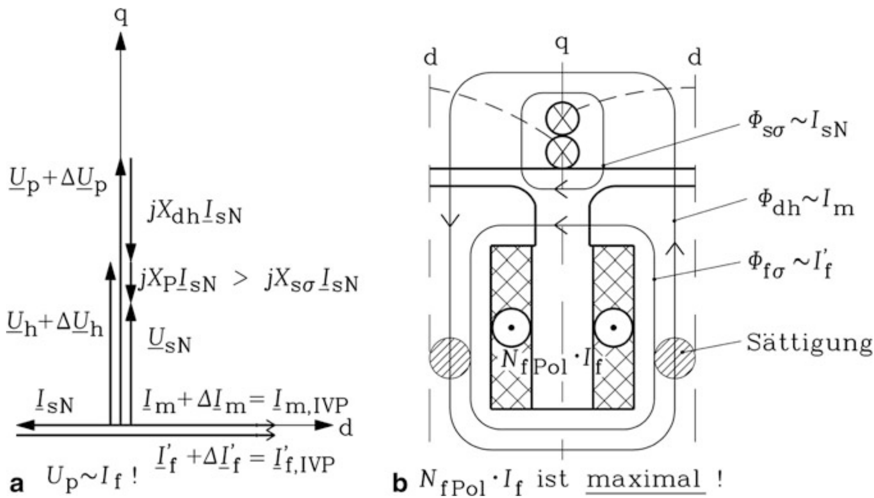


Abb. 8.46 Potier-Reaktanz: (**a**) Zeigerdiagramm im induktiven Voll-Lastpunkt, (**b**) Schematische Darstellung der Flussverkettungen im induktiven Voll-Lastpunkt

$$U_{\mathrm{p}} = X_{\mathrm{dh}} I'_{\mathrm{f}} \tag{8.110}$$

$$\Delta U_{\mathrm{p}} = X_{\mathrm{dh}} \Delta I'_{\mathrm{f}} \tag{8.111}$$

$$\Delta U_{\mathrm{h}} = X_{\mathrm{dh}} \Delta I_{\mathrm{m}} \tag{8.112}$$

Die Klemmenspannung ist aber konstant z. B. gleich der Bemessungsspannung, sodass die Streureaktanz $X_{s\sigma}$ erhöht werden muss, damit rechnerisch das Zeigerdiagramm weiterhin die Klemmengrößen Spannung und Strom richtig wiedergibt. Diese ersatzweise erhöhte Streureaktanz im Zeigerdiagramm nennt man Potier-Reaktanz X_{P}.

$$X_{\mathrm{P}} > X_{s\sigma} \tag{8.113}$$

Sie berücksichtigt neben der Ständerstreuung auch pauschal die durch den erhöhten Polradstreufluss hervorgerufene erhöhte Polschaftsättigung im IVP.

Die messtechnische Ermittlung der Potier-Reaktanz erfolgt mit dem Fischer-Hinnen-Verfahren, wo sie aus der gemessenen Leerlaufkennlinie und Kurzschlusskennlinie und dem gemessenen Erregerbedarf für den induktiven Voll-Lastpunkt X_{P} bestimmt wird (Abb. 8.47). Dabei geht man von dem Zeigerdiagramm für den IVP (Abb. 8.46a) aus. Zum gemessenen Erregerstrom im IVP muss die zugehörige Hauptfeldspannung U_{h} ermittelt werden. Die Differenz zwischen U_{h} und U_{N} ist dann $X_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{N}}$. Daher muss der zu U_{h} gehörende Magnetisierungsstrom gefunden werden, da $U_{\mathrm{h}}(I_{\mathrm{m}})$ gleichzeitig $U_{s0}(I'_{\mathrm{f}})$ ist. In der Regel werden Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie nicht über $I'_{\mathrm{f}} = I_{\mathrm{f}}/\ddot{u}_{\mathrm{If}}$, sondern direkt über dem Messwert I_{f} aufgetragen. Daher wird eigentlich $I_{\mathrm{m}} \cdot \ddot{u}_{\mathrm{If}}$ benötigt. Um $\ddot{u}_{\mathrm{If}}$nicht bestimmen zu müssen, nutzt man folgende Überlegung: Der $X_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{N}}$ entsprechende

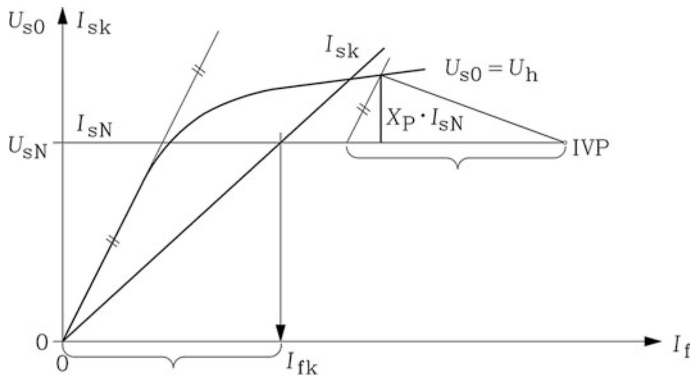


Abb. 8.47 Bestimmung der Potier-Reaktanz aus der gemessenen Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie und dem gemessenen Erregerbedarf für den induktiven Voll-Lastpunkt (IVP) mit dem Verfahren von Fischer-Hinnen

Spannungsfall im Dauerkurzschluss bei $U_s = 0$, wo keine erhöhte Läuferpolsättigung stattfindet, ist gemäß Abb. 8.38 $X_{s\sigma}I_{sN}$. Er ist in Abb. 8.38b für einen beliebigen Ständerstrom I_{sk} als Dreieck 0-A-C′ mit dem magnetischen Arbeitspunkt A auf der Leerlaufkennlinie eingezeichnet. Dieses Dreieck wird nun für $I_{sk} = I_{sN}$ verwendet. Von diesem Dreieck sind die Basis I_{fk} (Abb. 8.47) und die Neigung einer Kathete bekannt, nämlich die Neigung der Leerlaufkennlinie im ungesättigten Bereich. Dieses Dreieck wird für $U_s = U_N$ vom IVP aus eingezeichnet. Die Neigungsgerade der Kathete schneidet dort die Leerlaufkennlinie und ergibt so U_h für den IVP. Der verbleibende Ordinatenabschnitt $U_h - U_N$ ist daher $X_P I_{sN}$. Das so entstandene Dreieck Potier-Dreieck 0-E′-C′ (Abb. 8.40b) und ähnelt dem ersten Dreieck 0-A-C′ in Abb. 8.38b nur, ist aber nicht mit ihm identisch. Es gibt gemäß dem Zeigerdiagramm Abb. 8.46a die Aufteilung des benötigten Erregerstroms $I'_{f,IVP}$ in die Anteile $I_s = I_{sN}$ und $I_{m,IVP}$ annähernd richtig wieder.

Fazit:
Die Potier-Reaktanz gilt streng genommen nur für den induktiven Volllastpunkt und ist größer als die Ständerstreureaktanz. Sie gibt den erhöhten Erregerbedarf infolge der Läuferpolschaftsättigung durch den hohen Polstreufluss bei hohen Läuferströmen wieder. Sie wird aber auch bei anderen übererregten Betriebspunkten verwendet, wenn der Erregerbedarf aus Leerlauf- und Kurzschluss-Kennlinie ermittelt werden soll, da bei Übererregung durch den hohen Erregerstrom i. A. eine erhöhte Läuferpolschaftsättigung auftritt.

8.12 Elektrisch erregte Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung

Gemäß Abschn. 8.4.4 sind bei Betrieb am starren Netz die Synchronmaschinen in ihren stabilen Betriebspunkten schwingungsfähig. Diese Schwingungen müssen wirkungsvoll gedämpft werden. Die für den Netzbetrieb geeigneten Synchronmaschinen benötigen daher eine Dämpferwicklung, die als unterbrochener Kurzschlusskäfig in eigens dafür vorgesehenen Nuten mit Rundstäben in den Polschuhen der Schenkelpolmaschine als sogenanntes „Polgitter“ oder als weitgehend kompletter Käfig bei Vollpolmaschinen angeordnet ist (Abb. 8.1d, 8.48a, b und 8.52). Während bei den geblechten Vollpolläufern im unteren Leistungsbereich bis einige MW ein kompletter Dämpferkäfig z. B. mit Rundstäben angeordnet ist (Abb. 8.53), gibt es bei den großen Turbogeneratoren mit massivem Läuferballen verschiedene herstellerabhängige Lösungen. Oft werden die Nutverschlusskeile der Erregernuten aus einer Kupferlegierung gefertigt und über die leitfähigen Wicklungskappen an den Läuferenden zu einem Dämpferkäfig kurzgeschlossen (Abb. 8.48d). Da die Erregernuten den Läuferquerschnitt schwächen, verringern sie die Biegesteifigkeit der ohnehin durch ihre große Länge hinsichtlich der Läuferdurchbiegung kritischen Massivläufer. Um eine von der Läuferlage unabhängige Biegesteifigkeit zu erhalten, wird deshalb auch der Polbereich durch Querschlitze geschwächt (Abb. 8.48c und d sowie 8.54). Werden im Polbereich ebenfalls Keilnuten gefräst und elektrisch leitfähige Keile eingebracht, um einen vollständigen Dämpferkäfig zu erhalten, so müssen diese Dämpferstäbe die Querschlitze in den Polen kreuzen. Derartige Keile können infolge der hochzyklischen, durch die Läuferdurchbiegung verursachten Ermüdungslast reißen, falls sie einen Querschlitz überbrücken. Es wird häufig auf kreuzende Keilstäbe verzichtet, sodass im Polbereich der Dämpferkäfig unterbrochen ist. Die in die massive leitfähige Eisenoberfläche des Läufers induzierten Wirbelströme wirken aber ebenfalls in einem gewissen Maße dämpfend. Vom Dämpferkäfig streng zu unterscheiden ist der Anlaufkäfig. Dies ist ein in das Polrad integrierter Kurzschlusskäfig, der einen asynchronen Anlauf der Synchronmaschine über das asynchrone Drehmoment des Käfigs am starren Netz ermöglichen soll. Gemäß Kap. 5 muss er für den hohen Anfahrstrom bei $s = 1$ thermisch ausgelegt sein, benötigt daher Stäbe und Ringe mit entsprechend großem Querschnitt, um durch einen geringen Käfigwiderstand ausreichend niedrige Käfigstromwärmeverluste zu gewährleisten. Kleinere Synchronmaschinen im kW- und unteren MW-Bereich, vor allem Synchronmotoren für den Betrieb am starren Netz, sind häufig mit einem Anlaufkäfig ausgestattet. Dieser Anlaufkäfig übernimmt dann auch während des Betriebs die Aufgabe des Dämpferkäfigs. Bei größeren Synchronmaschinen wäre der Anlaufkäfig unwirtschaftlich groß zu dimensionieren, um die großen trägen Massen in ausreichend rascher Zeit hochzufahren. Weiter wären die Anlaufströme auch sehr groß, weshalb häufig andere Anfahr-Verfahren im Einsatz sind (siehe Abschn. 8.14). Die Dämpferkäfige sind dann in ihren Stab- und Ringquerschnitten ausschließlich für die geringen Käfigströme zum Dämpfen der Läuferpendelbewegung dimensioniert, nicht aber für die hohen Anlaufströme. Eine Sonderlösung stellen massive Stahlläuferpole dar, die über die in ihnen

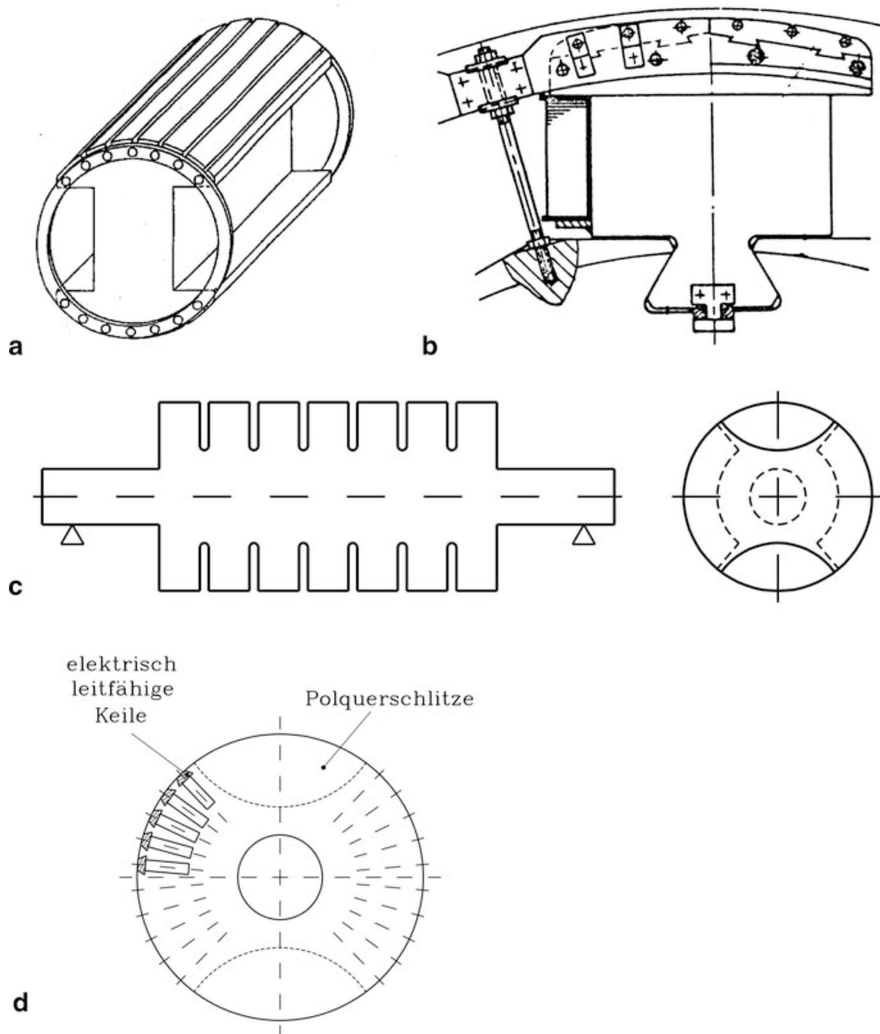


Abb. 8.48 (**a**) Prinzipdarstellung eines Dämpferkäfigs einer 2-poligen Schenkelpolmaschine als Polgitter mit durchgehenden Kurzschlussringen. (**b**) Reale Ausführung eines Läuferpols einer hochpoligen Schenkelpol-Synchronmaschine mit Schwalbenschwanzbefestigung im Läuferjochring. Das Polgitter umfasst sechs Rundstäbe pro Pol in halbgeschlossenen Nuten. Die Ringverbindungen von Pol zu Pol werden mit radialen Zugankern gegen die Fliehkraft gehalten. (**c**) Der massive Läuferballen der Turbogeneratoren ist im Polbereich quer geschlitzt, um die gleiche Biegesteifigkeit zu erhalten wie im Rotornutbereich (Prinzipdarstellung: Zweipoliger Läufer mit 6 Querschlitzen). (**d**) Die elektrisch leitfähigen Nutverschlusskeile der Läuferwicklung bilden mit den leitfähigen Wicklungskappen den Dämpferkäfig (Prinzipdarstellung: Zweipoliger Läufer mit 10 Erregernuten pro Pol). Die polnächsten Nuten sind für eine magnetisch ausreichende Bemessung des Polquerschnitts gekürzt. (Quelle: Wiedemann und Kellenberger 1967)

induzierten Wirbelströme die Aufgabe sowohl des Anlauf- als auch des Dämpferkäfigs übernehmen (Abb. 8.55).

a) Dämpfung der freien Schwingungen: Im stabilen Bereich der $M_e(\vartheta)$-Kennlinie pendelt der Läufer der Synchronmaschine ohne Dämpferkäfig bei einer stoßartigen Belastung gemäß Abschn. 8.4.4 und Abb. 8.50a ungedämpft um den Arbeitspunkt A $= (-M_e, \vartheta_0)$ mit der Eigenfrequenz (8.64). Der mittleren konstanten Drehzahl $n_{av} = n_{syn}$ ist durch die Pendelung eine Schwingung der Drehzahl mit dem Mittelwert Null überlagert, sodass insgesamt $\Omega_m(t) = 2\pi n(t)$ zeitlich veränderlich ist. Der durch die Pendelung in der Ständerwicklung hervorgerufene pendelfrequente zusätzliche kleine Ständerstrom bewirkt eine geringe Dämpfung durch dessen Stromwärmeverluste im Ständerwiderstand. Diese geringe Dämpfung der Pendelschwingung ist in (8.64) vernachlässigt. Die Schwingung ist sinusförmig, wenn ihre Amplitude ΔM_e (8.14) klein und damit eine Linearisierung der $M_e(\vartheta)$-Kennlinie zulässig ist, wie dies in Abschn. 8.4.4 angenommen wurde. Verbunden mit der Linearisierung tritt gemäß (8.59) die Ersatz-Drehfederkonstante $c_\vartheta < 0$ auf, deren Größe vom Arbeitspunkt A abhängt und die im stabilen ϑ-Bereich wegen des gewählten Verbraucher-Zählpfeilsystems negativ ist (Abb. 8.50b).

$$|\Delta M_e| = |c_\vartheta \cdot (\vartheta - \vartheta_0)| \tag{8.114}$$

Mit einer Dämpferwicklung wird diese Schwingung des Polrads gegen das Ständerdrehfeld, das mit fester Winkelgeschwindigkeit Ω_{syn} rotiert, gezielt gedämpft und binnen kurzem zum Abklingen gebracht. Die Pendelung bewirkt, dass das Polrad dem Ständerdrehfeld periodisch vor- und nacheilt und somit einen Schlupf mit periodisch wechselndem Vorzeichen hervorruft. Daher werden in dem Dämpferkäfig je Stab Dämpferströme hervorgerufen, die mit dem Drehfeld ein asynchrones Moment bilden, das der Pendelung entgegenwirkt und diese zum Abklingen bringt. Wenn das Polrad vorwärts schwingt und daher schneller als das Ständerdrehfeld ist, ist der Schlupf negativ, das asynchrone Moment daher ebenfalls negativ und bremst dieses Vorwärtsschwingen ab. Wenn das Polrad beim Zurückschwingen des Läufers langsamer als das Ständerdrehfeld ist, sind der Schlupf und das asynchrone Moment positiv, sodass dieses das Polrad beschleunigt und das Zurückschwingen verlangsamt. Auf diese Weise wird die Schwingungsenergie in Stromwärme im Dämpferkäfig umgesetzt und so die Schwingung wirkungsvoll abgedämpft. Für vollständig ausgeführte Käfige bei konstantem Luftspalt ist aus der Theorie der Asynchronmaschine (Kap. 5) der Verlauf des asynchronen Dämpferdrehmoments $M_{Dä}(s)$ gemäß Abb. 8.49 über die Kloss'sche Formel bekannt. Er kann wegen des kleinen Schlupfs s (Kap. 5) in einer um den Betriebspunkt $s = 0$ linearisierten Näherung verwendet werden. Bei unvollständig ausgeführten Dämpferkäfigen als Polgitter mit Pollücken zwischen den Kurzschlussringen, bei massiven Läuferpolen oder den unvollständigen Käfigen in den massiven Turboläufern ist die Berechnung des Kippmoments M_b entsprechend aufwendiger und häufig nur mit den Methoden der

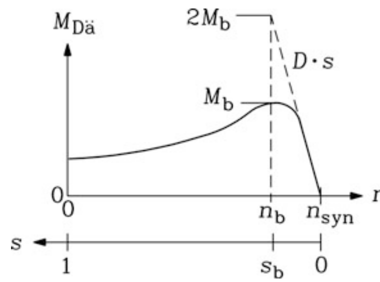


Abb. 8.49 Asynchrones Moment des Dämpferkäfigs (volle Linie) und ersatzweise verwendete Tangentennäherung (gestrichelt) für kleine Schlüpfe. Bei reinem Synchronlauf ist der Dämpferkäfig wegen $s = 0$ stromlos und daher ohne elektromechanische Wirkung

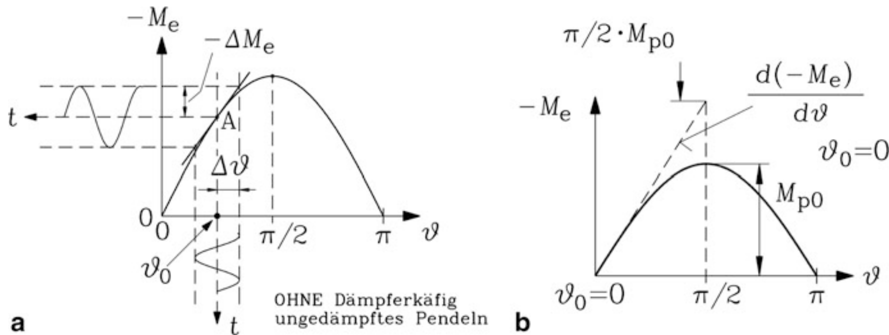


Abb. 8.50 Störung des Stationärbetriebs einer Vollpol-Synchronmaschine im stationären Arbeitspunkt A ohne Dämpferkäfig: (**a**) Ungedämpftes Pendeln bei Auslenkung aus dem Arbeitspunkt A ($\vartheta = \vartheta_0$), (**b**) Ersatz-Drehfederkonstante c_ϑ im Leerlauf-Arbeitspunkt ($M_e = 0, \vartheta_0 = 0$): $c_\vartheta = dM_e/d\vartheta = -M_{p0}$

numerischen Feldberechnung annähernd genau möglich. Für diese Käfigarten gilt die folgende Rechnung nur qualitativ.

$$M_{Dä}(s) \approx \frac{2M_b}{s_b} s = D \cdot s, \quad s = \frac{\Omega_{syn} - \Omega_m}{\Omega_{syn}} = -\frac{\Delta\Omega_m}{\Omega_{syn}} \tag{8.115}$$

$$D = \frac{2M_b}{s_b} \tag{8.116}$$

Es wird zur Berechnung der gedämpften Schwingung der Ausdruck (8.115) mit der Bewegungsgleichung des Antriebs aus Abschn. 8.4.4 gemäß (8.117) kombiniert, wobei J das polare Trägheitsmoment des gekuppelten Maschinensatzes ist, und mit der Linearisierung vom M_e und $M_{Dä}$ im stabilen Arbeitspunkt A betrachtet, wo $c_\vartheta = -|c_\vartheta| < 0$ ist.

$$J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_e - M_T + M_{Dä} \Rightarrow J \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = c_\vartheta \cdot (\vartheta - \vartheta_0) + D \cdot s \tag{8.117}$$

Aus dem beim Pendeln zeitlich schwankenden Polradwinkel

$$\vartheta(t) = \vartheta_0 + p\int_0^t (\Omega_\mathrm{m}(t) - \Omega_\mathrm{syn})dt \tag{8.118}$$

folgen mit der Abkürzung

$$\vartheta(t) - \vartheta_0 = \Delta\vartheta(t) \tag{8.119}$$

die Beziehungen

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\vartheta}{dt} &= p(\Omega_\mathrm{m} - \Omega_\mathrm{syn}) = p\cdot\Delta\Omega_\mathrm{m} = -p\cdot s\cdot\Omega_\mathrm{syn}\\ \frac{d^2\Delta\vartheta}{dt^2} &= p\frac{d\Omega_\mathrm{m}}{dt} = p\frac{d\Delta\Omega_\mathrm{m}}{dt}.\end{aligned} \tag{8.120}$$

Eingesetzt in die linearisierte Gl. (8.117) ergibt das mit $-c_\vartheta = |c_\vartheta|$ die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten

$$\frac{J}{p}\Delta\ddot{\vartheta} + \frac{D}{p\Omega_\mathrm{syn}}\Delta\dot{\vartheta} + |c_\vartheta|\,\Delta\vartheta = 0. \tag{8.121}$$

Infolge einer kurzen Störung des Stationärbetriebs tritt eine Auslenkung des Polradwinkels $\Delta\vartheta(t=0) = \Delta\vartheta_0$ aus dem Arbeitspunkt auf. Die Lösung der Schwingungsgleichung mit der Anfangsbedingung $\Delta\vartheta(t=0) = \Delta\vartheta_0$ ist eine gedämpfte Sinusschwingung (8.122), (8.123) mit der Frequenz $f_\mathrm{e}' < f_\mathrm{e}$, wobei f_e die Eigenfrequenz (8.64) der ungedämpften Schwingung ist.

$$\Delta\vartheta(t) = \vartheta(t) - \vartheta_0 = \Delta\vartheta_0\cdot e^{-\alpha t}\cdot\cos(2\pi f_\mathrm{e}' t) \tag{8.122}$$

$$\alpha = \frac{D}{2J\Omega_\mathrm{syn}} = \frac{M_\mathrm{b}}{J\Omega_\mathrm{syn}s_\mathrm{b}},\quad f_\mathrm{e}' = \frac{\sqrt{(2\pi f_\mathrm{e})^2 - \alpha^2}}{2\pi} \tag{8.123}$$

Fazit:
Wie bei jedem Einmassenschwinger klingt die Pendelung des Polrads mit der Zeitkonstante $1/\alpha$ ab, wobei die Frequenz der Schwingung f_e' gegenüber der Frequenz der ungedämpften Schwingung f_e etwas kleiner ist (Abb. 8.51).

Die hergeleiteten Beziehungen lassen sich für den Sonderfall des Leerlauf-Arbeitspunkts ($M_\mathrm{e} = 0, \vartheta_0 = 0$) in Abb. 8.50b der Vollpolmaschine mit Verwendung der Nenn-Anlaufdauer T_J (8.124) (vgl. Kap. 13) und $p\Omega_\mathrm{syn} = \omega_\mathrm{N}$ durch T_J ausdrücken.

$$T_\mathrm{J} = \frac{J\cdot\omega_\mathrm{N}}{p\cdot M_\mathrm{N}} \tag{8.124}$$

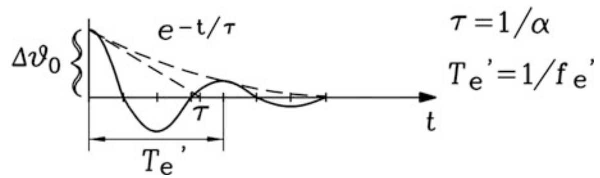


Abb. 8.51 Abklingen der Polradschwingung infolge der Wirkung des Dämpferkäfigs

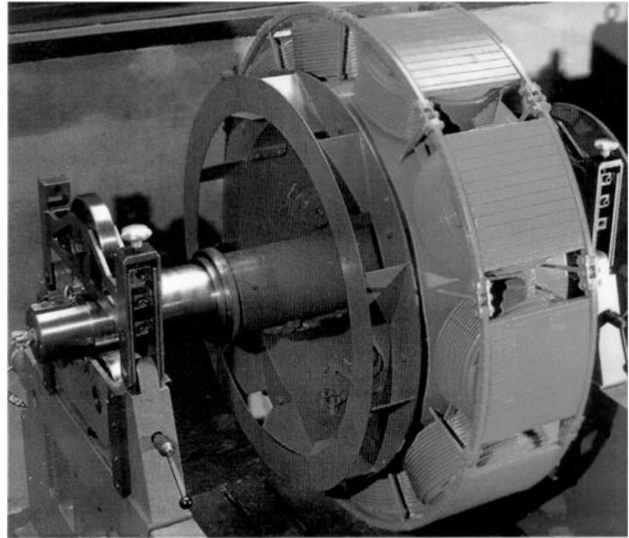


Abb. 8.52 Achtpoliger Schenkelpolläufer einer Synchronmaschine im unteren MW-Bereich mit Dämpfergitter und Radiallüfter beim Auswuchten (Quelle: von Musil Schmatloch 1987)

Es ist $|c_\vartheta| = dM_e/d\vartheta = M_{p0}\cos\vartheta$ und mit $\vartheta = \vartheta_0 = 0$ folgt: $|c_\vartheta| = M_{p0}$. Damit ergibt sich aus (8.64) der Ausdruck:

$$f_e|_{\vartheta=0,\text{Vollpol}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\omega_N}{T_J}\cdot\frac{M_{p0}}{M_N}} \tag{8.125a}$$

$$f_e'|_{\vartheta=0,\text{Vollpol}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\omega_N}{T_J}\cdot\frac{M_{p0}}{M_N} - \left(\frac{1}{s_b T_J}\cdot\frac{M_b}{M_N}\right)^2} \tag{8.125b}$$

$$\alpha = \frac{1}{s_b T_J}\cdot\frac{M_b}{M_N} \tag{8.125c}$$

Beispiel 8.12

Eine große Synchron-Vollpolmaschine mit einer Leistung im 100 MW-Bereich und einer Bemessungsfrequenz 50 Hz hat eine Nenn-Anlaufdauer $T_J = 10$ s. Das bezogene synchrone Kippmoment ist $M_{p0}/M_N = 1.5$ und das bezogene asynchrone Kippmoment des Dämpferkäfigs $M_b/M_N = 1.4$ bei einem Kippschlupf des Dämpferkäfigs $s_b = 20$ %. Berechnen Sie die Eigenfrequenz der Läuferpendelung ohne und

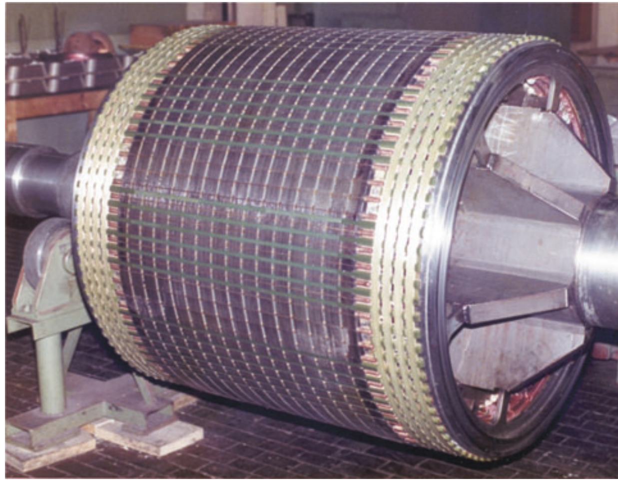


Abb. 8.53 Achtpoliger geblechter Vollpol-Läufer eines Wasserkraft-Synchrongenerators im unteren MW-Bereich mit komplettem Dämpferkäfig aus Rundstäben in den Rotorzahnköpfen. Der Läufer hat radiale Kühlschlitze für die Luftkühlung, $q_{\mathrm{r}} = 3$ Feldspulen pro Pol und einen Dämpferkäfig mit 9 Stäben pro Pol. Die Erregernuten sind mit glasfaserverstärkten, nicht elektrisch leitfähigen Keilen verschlossen. Glasfaser-Bandagen werden zur Fixierung der Rotor-Wickelköpfe verwendet (Quelle: Andritz Hydro, Österreich)

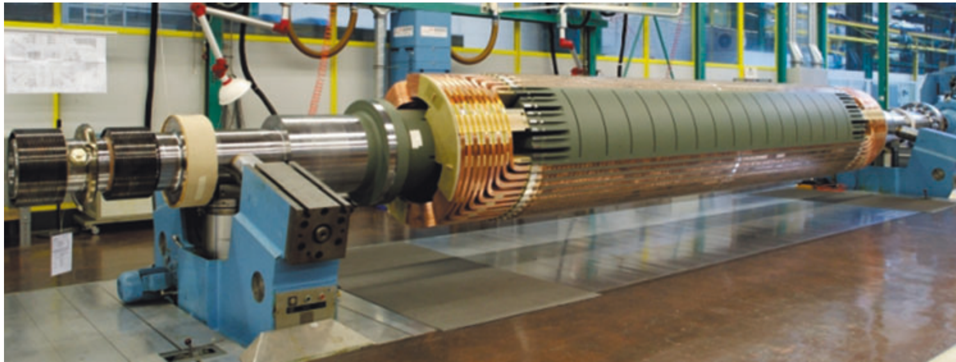


Abb. 8.54 Zweipoliger massiver Vollpolläufer eines luftgekühlten Turbogenerators für 300 MVA (50 Hz, $2p = 2$, $n_{\mathrm{N}} = 3000/\min$) mit eingelegter Erregerwicklung und leitfähigen Nutverschlusskeilen vor dem Aufbringen der amagnetischen, leitfähigen Wicklungskappen. Wegen der Querschlitze im Polbereich zur Angleichung der Biegesteifigkeit (vgl. Abb. 8.48c) werden dort keine Dämpferstäbe angebracht. (Quelle: Alstom © 2010 Bryen Paul McCartney /www.photoworks312.com. All rights reserved)

mit Wirkung des Dämpferkäfigs bei $\vartheta_0 = 0$! Wie groß ist die Zeitkonstante der abklingenden Schwingung, und wann ist die Schwingung auf 5 % der Anfangsamplitude abgeklungen?

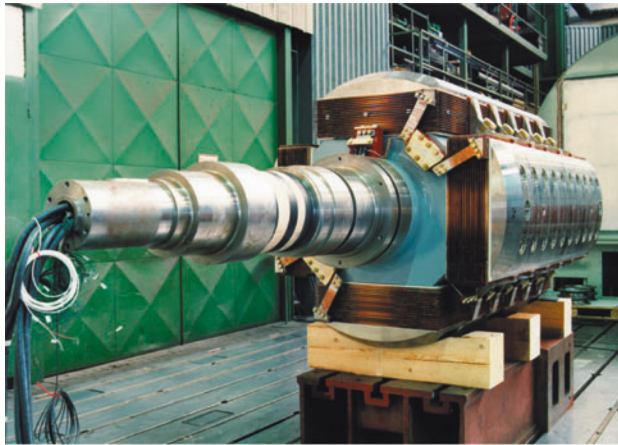


Abb. 8.55 Vierpoliger Schenkelpolläufer eines Synchronmotors im unteren MW-Bereich mit massiven Läuferpolschuhen für den asynchronem Netzanlauf (50 Hz, $2p = 4$, $n_N = 1500/\text{min}$). Das Ständerfeld induziert in die massiven Läuferpolschuhe Wirbelströme, die mit dem Ständerfeld das Anlaufmoment erzeugen. Durch die hohl gebohrte Welle werden die Erregerwicklungs-Anschlussleitungen und Anschlüsse für die Wicklungs-Temperatursensoren zur Erregereinrichtung geführt. (Quelle: Andritz Hydro, Österreich)

Lösung:
Die Maschine pendelt ohne Dämpfer um den Leerlauf-Arbeitspunkt ($M_e = 0, \vartheta_0 = 0$) mit der Eigenfrequenz

$$f_e = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\pi 50}{10} \cdot 1.5} = 1.09\,\text{Hz}$$

und gedämpft mit dem Dämpferkäfig mit

$$f_e' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\pi 50}{10} \cdot 1.5 - \left(\frac{1}{0.2 \cdot 10} \cdot 1.4\right)^2} = 1.087\,\text{Hz},$$

wobei die Schwingung mit der Zeitkonstante $\tau = 1/\alpha = 10 \cdot 0.2/1.4 = 1.43$ s abklingt. Nach drei Zeitkonstanten 4.29 s ist die Schwingung auf $1/e^3 = 0.05$ abgeklungen.

b) Erzwungene Schwingungen: Wird ein Synchrongenerator von einer Kolbenmaschine angetrieben (z. B. Dieselaggregat) oder treibt sie eine Kolbenmaschine an (z. B. Kolbenpumpe), so regt das auf Grund der Kolbenkräfte ungleichförmige antreibende oder belastende Drehmoment eine der mittleren (konstanten) Drehzahl überlagerte Schwingung der Drehzahl an. Bei einem einfach wirkenden Viertakt-Einzylinder-Motor ist z. B. je Umdrehung dem mittleren Antriebsdrehmoment $M_{s,av}$ eine Drehmomentschwingung überlagert, deren Grundschwingung (Ordnungszahl $k = 1$) die halbe Drehfrequenz aufweist: $f_{k=1} = n/2$, da erst nach zwei Umdrehungen die vier Takte der Kraftbildung

beendet sind. Beim einfach wirkenden Zweitakt-Einzylinder-Motor ist $f_{k=1} = n$, da die beiden Arbeitstakte bereits nach einer Umdrehung beendet sind. Beim doppelt wirkenden Zweitakt-Einzylinder-Motor (z. B. Dampfmaschine) ist $f_{k=1} = 2n$, da die beiden Zylinder entsprechend versetzt auf die Kurbelwelle wirken. Beim Vierzylinder-Viertakt-Reihenmotor wirken die vier Zylinder ebenfalls auf Grund der Kröpfung der Kurbelwelle versetzt, sodass die niedrigste Frequenz der Drehmomentschwingung auch $f_{k=1} = 2n$ ist. Weiter enthält der Drehmomentverlauf Oberschwingungen mit bestimmten Ordnungszahlen k. Dieses in der Regel durch eine Kolbenmaschine bewirkte ungleichförmige, an der Welle wirksame „Last"-Moment M_L (vgl. Kap. 7) beschreiben wir allgemein als ungleichförmiges, also zeitabhängiges Wellenmoment $M_s(t)$. Wir analysieren die Auswirkung einer einzelnen (k-ten) Drehmoment-Oberschwingung im Drehmomentverlauf

$$M_s(t) = M_{s,av} + \hat{M}_{s,k} \cdot \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t) \tag{8.126}$$

auf das Betriebsverhalten der Synchronmaschine, also auf die Schwingung der Drehzahl und damit bei Betrieb am starren Netz („Netzparallelbetrieb") auch auf die Schwingung des Polradwinkels. Dabei ist in der Regel der Fokus auf die Grundschwingung $k = 1$ gerichtet, da hier die größte Momentenamplitude auftritt. Das mittlere bremsende elektromagnetische Drehmoment des Synchrongenerators ist $M_{e,av} = M_{s,av}$. Es verbleibt als schwingungsanregendes Drehmoment das Wechselmoment aus (8.126), bei Betrachtung der Synchronmaschine am starren Netz in (8.121) mit $\omega_k = 2\pi f_k$ einzusetzen ist. Dabei gilt (8.121) auf Grund der Linearisierung mit $c_\vartheta = dM_e/d\vartheta$ und (8.115) nur für kleine Abweichungen vom stationären Arbeitspunkt und somit nur für kleine Störungen $\hat{M}_{s,k}/M_{s,av} << 1$. Dies ist bei der Auswertung der Ergebnisse, insbesondere bei großen Polradschwingungen im Resonanzfall (8.133), zu beachten.

$$\frac{J}{p}\Delta\ddot{\vartheta} + \frac{D}{p\Omega_{syn}}\Delta\dot{\vartheta} + |c_\vartheta|\,\Delta\vartheta = \hat{M}_{s,k} \cdot \cos(\omega_k t) \tag{8.127}$$

Mit (8.64) und (8.123) folgt:

$$\Delta\ddot{\vartheta} + 2\alpha \cdot \Delta\dot{\vartheta} + \omega_e^2 \Delta\vartheta = (p/J) \cdot \hat{M}_{s,k} \cdot \cos(\omega_k t) \tag{8.128}$$
$$\alpha = \frac{D}{2J\Omega_{syn}}, \quad \omega_e^2 = \frac{p \cdot |c_\vartheta|}{J}$$

Die Schwingung des Polradwinkels zufolge des Wechselmoments ist die partikuläre Lösung der linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung (8.128). Diese Lösung ist

$$\Delta\vartheta(t) = \\ = \frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2} \cdot \left(2\alpha\omega_k \sin(\omega_k t) + (\omega_e^2 - \omega_k^2)\cos(\omega_k t)\right) \tag{8.129}$$

oder in anderer Darstellung

$$\Delta\vartheta(t) = \frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}} \cdot \cos(\omega_k t - \psi) \tag{8.130a}$$

$$\tan\psi = \frac{2\alpha\omega_k}{\omega_e^2 - \omega_k^2}. \tag{8.130b}$$

Das wegen des zeitlich veränderlichen Polradwinkels $\vartheta(t)$ dabei auftretende elektromagnetische Wechsel-Drehmoment ist bei Betrieb am starren Netz gemäß (8.127)

$$m_{e,\sim}(t) = \frac{D}{p\Omega_{syn}} \Delta\dot{\vartheta}(t) + |c_\vartheta|\, \Delta\vartheta(t). \tag{8.131}$$

Wir erhalten durch Einsetzen von (8.130) in (8.131) als Lösung für die k-te Momentenanregung die Drehmomentpulsation

$$M_{e,k}(t) = \\ = \frac{\hat{M}_{s,k}}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}} \cdot \left(\omega_e^2 \cos(\omega_k t - \psi) - 2\alpha\omega_k \sin(\omega_k t - \psi)\right)$$

oder in alternativer Darstellung

$$M_{e,k}(t) = \frac{\hat{M}_{s,k} \cdot \sqrt{\omega_e^4 + (2\alpha\omega_k)^2}}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}} \cdot \cos(\omega_k t - \psi - \varepsilon), \tag{8.132a}$$

$$\tan\varepsilon = \frac{2\alpha\omega_k}{\omega_e^2}. \tag{8.132b}$$

Ist die Anregekreisfrequenz ω_k gleich der Eigenkreisfrequenz ω_e, so tritt Resonanz auf und die Schwingungsamplitude des Polradwinkels (8.130) wird maximal und nur durch die Dämpfung α, also im Wesentlichen durch die Wirkung des Dämpferkäfigs, begrenzt.

$$\Delta\vartheta(t)\big|_{\omega_k=\omega_e} = \frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{2\alpha\omega_k} \cdot \sin(\omega_k t) \tag{8.133}$$

Die Schwingung des Polradwinkels ist zur Schwingung des anregenden Wechselmoments an der Welle $\hat{M}_{s,k} \cdot \cos(\omega_k t)$ gemäß (8.126) um 90° phasenverschoben. Bei resonanzferner Anregung $\omega_k \neq \omega_e$ ist in (8.130) i. A. der Einfluss der eher kleinen Dämpfung auf die Polradschwingung von untergeordneter Bedeutung, sodass mit $\alpha \to 0$ aus (8.130) folgt:

$$\Delta\vartheta(t)\big|_{\alpha\to 0} = \frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{\omega_e^2 - \omega_k^2} \cdot \cos(\omega_k t). \tag{8.134}$$

Ist die Anregekreisfrequenz kleiner als die Eigenkreisfrequenz ($\omega_k < \omega_e$), so ist die Polradwinkelschwingung annähernd gleichphasig mit der Schwingung des anregenden Wechselmoments an der Welle $\hat{M}_{s,k} \cdot \cos(\omega_k t)$, andernfalls ($\omega_k > \omega_e$) gegenphasig.

Ist die Synchronmaschine vom Netz getrennt ($I_s = 0$), so fehlt das elektromagnetische Moment gänzlich ($M_e = 0$). Befindet sie sich im Inselbetrieb, so fehlen das starre Netz und damit die Möglichkeit einer Schwingung des Polrades gegen das Ständerdrehfeld. Die Ständerspannung und damit das Ständerfeld folgen unmittelbar der Polradspannung, und $\Delta\vartheta$ ist Null. Die Synchronmaschine ist nicht mehr von sich aus schwingungsfähig. Daher fehlen dann in (8.127) ebenfalls das „synchronisierende" Moment $|c_\vartheta|\,\Delta\vartheta$ und das Dämpfermoment, also das elektromagnetische Wechselmoment (8.131): $m_{e,\sim}(t) = 0$. Es gilt daher sowohl für den vom Netz getrennten Generator als auch für den Generator im Inselbetrieb für ein an der Welle wirksames Wechselmoment anstelle von (8.127) die Gleichung

$$\frac{J}{p}\Delta\ddot{\vartheta} = \hat{M}_{s,k} \cdot \cos(\omega_k t) \tag{8.135}$$

mit der Lösung

$$\Delta\vartheta(t)|_{m_{e,\sim}=0} = -\frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{\omega_k^2} \cdot \cos(\omega_k t). \tag{8.136}$$

Es gibt somit keine Gefahr einer resonanten Anregung, da die so betriebene Synchronmaschine kein schwingungsfähiges System mehr ist. Die Amplitude der Polradwinkelschwingung

$$\Delta\hat{\vartheta}\Big|_{m_{e,\sim}=0} = \frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{\omega_k^2}$$

wird nur durch das Trägheitsmoment J begrenzt und sinkt mit steigender Anregefrequenz quadratisch mit der Anregefrequenz. Im Vergleich dazu ist die Amplitude der Polradwinkelschwingung bei am starren Netz arbeitender Synchronmaschine

$$\Delta\hat{\vartheta} = \frac{p\hat{M}_{s,k}/J}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}}$$

um den Verstärkungsfaktor

$$V_\vartheta = \frac{\Delta\hat{\vartheta}}{\Delta\hat{\vartheta}\Big|_{m_{e,\sim}=0}} = \frac{\omega_k^2}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}} \tag{8.137}$$

vergrößert oder verkleinert. In gleicher Weise ist die Amplitude des elektromagnetischen Wechselmoments der am starren Netz arbeitenden Synchronmaschine

$$\hat{M}_{e,\sim,k} = \frac{\hat{M}_{s,k} \cdot \sqrt{\omega_e^4 + (2\alpha\omega_k)^2}}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}}$$

gegenüber der an der Welle anregenden mechanischen Momentenamplitude $\hat{M}_{s,k}$ um den Verstärkungsfaktor

$$V_m = \frac{\hat{M}_{e,\sim,k}}{\hat{M}_{s,k}} = \frac{\sqrt{\omega_e^4 + (2\alpha\omega_k)^2}}{\sqrt{(\omega_e^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}} \tag{8.138}$$

vergrößert oder verkleinert. Häufig wird anstelle von α die dimensionslose Dämpfungsziffer

$$\rho = \alpha/\omega_e \tag{8.139}$$

verwendet, sodass wir anstelle von (8.137) und (8.138) schreiben:

$$V_\vartheta = \frac{1}{\sqrt{((\omega_e/\omega_k)^2 - 1)^2 + (2\rho\omega_e/\omega_k)^2}} \tag{8.140}$$

$$V_m = \frac{(\omega_e/\omega_k) \cdot \sqrt{(\omega_e/\omega_k)^2 + (2\rho)^2}}{\sqrt{((\omega_e/\omega_k)^2 - 1)^2 + (2\rho\omega_e/\omega_k)^2}}. \tag{8.141}$$

Bei vernachlässigter Dämpfung $\alpha = 0$ bzw. $\rho = 0$ gilt in Abhängigkeit der „Verstimmung“ zwischen Eigen- und Anregefrequenz

$$\nu = \omega_e/\omega_k \tag{8.142}$$

für diese Verstärkungen:

$$V_\vartheta = \frac{1}{|\nu^2 - 1|}, \quad V_m = \frac{\nu^2}{|\nu^2 - 1|}. \tag{8.143}$$

Sollen also resonanzartige Überhöhungen der Polradschwingung und des Leistungswechselflusses, also eine über das elektromagnetische Wechsel-Drehmoment bewirkte Leistungspendelung zwischen Synchronmaschine und Netz, bei Betrieb am starren Netz vermieden werden, so muss darauf geachtet werden, dass V_m unter einem zulässigen Wert, z. B. 2 bleibt. Mit (8.142) und (8.143) folgt für die Verstimmung ν das „verbotene Gebiet“

$$0.8 \leq \nu \leq 1.4. \tag{8.144}$$

Dann bleiben die Verstärkungen V_m unter 2 und V_ϑ unter 2.8. Bei ausreichend großer Dämpfung $\rho \geq 0.3$ ist die Resonanzüberhöhung aber so klein, dass auch Verstimmungs-

werte innerhalb des verbotenen Gebiets gewählt werden können. Nur bei ungewöhnlich hohen Drehmomentschwankungen der antreibenden oder belastenden Kolbenmaschine kann es vorkommen, dass eine Verstärkung $V_{\mathrm{m}} = 2$ für eine zulässig kleine Leistungspendelung noch zu hoch ist. Die sich einstellende Drehzahlschwankung

$$\Delta\Omega_{\mathrm{m}} = \frac{d\Delta\vartheta/dt}{p} \tag{8.145}$$

wird als Spitze-Spitze-Wert, bezogen auf die mittlere Drehzahl, in der Form

$$\delta = \frac{2 \cdot \Delta\Omega_{\mathrm{m}} \cdot p}{\omega_{\mathrm{N}}} \tag{8.146}$$

als Ungleichförmigkeitsgrad bezeichnet, woraus sich mit (8.130) der nachfolgende Ausdruck

$$\delta = \frac{2}{T_{\mathrm{J}}} \cdot \frac{\hat{M}_{\mathrm{s},k}}{M_{\mathrm{N}}} \cdot \frac{\omega_k}{\sqrt{(\omega_{\mathrm{e}}^2 - \omega_k^2)^2 + (2\alpha\omega_k)^2}} \tag{8.147}$$

ergibt. Im Inselbetrieb ($\omega_{\mathrm{e}} = 0$) führt diese Drehzahlschwankung zu einer entsprechenden Frequenzschwankung („Flicker“) der statorseitigen Spannung, die unterhalb eines durch die Normen vorgegebenen Grenzwerts liegen muss. Dies legt einen maximal zulässigen Ungleichförmigkeitsgrad fest. Somit ist ein gewisses Mindest-Trägheitsmoment bzw. eine entsprechend hohe Nenn-Anlaufdauer T_{J} erforderlich (8.147), um eine störende „Flicker“-Erscheinung ausreichend klein zu halten. Das Gesamtträgheitsmoment J des Maschinensatzes ist also ausreichend groß zu bemessen. Es muss zum einen zumindest so groß sein, wie es für eine einwandfreie Drehzahlregelung der Kolbenmaschine erforderlich ist. Dieses „Regulier-Schwungmoment“ stellt somit eine notwendige Untergrenze dar. Weiter muss der Grenzwert des Ungleichförmigkeitsgrads der Zylinderfrequenz der Kolbenmaschine für Inselbetrieb eingehalten werden. Drittens darf bei Betrieb am starren Netz die zulässige Leistungsverstärkung der Leistungspendelung für die tiefste Wechselfrequenz $f_{k=1}$ des anregenden Wechsel-Drehmoments nicht überschritten werden. Entsprechende Grenzwerte findet man in den einschlägigen Normen und Vorschriften, z. B. DIN EN 60034-22 bzw. IEC60034-22, DIN EN 88528-11 bzw. IEC88528-11.

Die Differentialgleichung (8.128) wird wegen der harmonischen Lösung (8.130) auch häufig im Frequenzbereich gelöst. Mit

$$\Delta\vartheta(t) = \Delta\hat{\vartheta} \cdot \cos(\omega_k t - \psi) = \mathrm{Re}\left\{\Delta\hat{\vartheta} \cdot e^{j(\omega_k t - \psi)}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\Delta\underline{\hat{\vartheta}} \cdot e^{j\omega_k t}\right\} \tag{8.148}$$

$$\hat{M}_{\mathrm{s},k} \cdot \cos(\omega_k t) = \mathrm{Re}\left\{\hat{M}_{\mathrm{s},k} \cdot e^{j\omega_k t}\right\} \tag{8.149}$$

und den Abkürzungen

$$k_{\mathrm{D}} = 2\alpha \cdot T_{\mathrm{J}}/\omega_{\mathrm{N}}, \qquad k_{\mathrm{S}} = \omega_{\mathrm{e}}^2 \cdot T_{\mathrm{J}}/\omega_{\mathrm{N}}, \tag{8.150}$$

eingesetzt in (8.128), erhalten wir mit komplexer Rechnung nach Division durch $\exp(j\omega_k t)$

$$-\omega_k^2 \cdot \Delta\underline{\hat{\vartheta}} + k_{\mathrm{D}} \cdot \frac{\omega_{\mathrm{N}}}{T_{\mathrm{J}}} \cdot j\omega_k \Delta\underline{\hat{\vartheta}} + k_{\mathrm{S}} \cdot \frac{\omega_{\mathrm{N}}}{T_{\mathrm{J}}} \cdot \Delta\underline{\hat{\vartheta}} = \frac{\hat{\underline{M}}_{\mathrm{s},k}}{M_{\mathrm{N}}} \cdot \frac{\omega_{\mathrm{N}}}{T_{\mathrm{J}}} \tag{8.151}$$

mit der Lösung für die Polradwinkelschwingung nach Betrag und Phasenlage

$$\Delta\underline{\hat{\vartheta}} = \frac{1}{k_{\mathrm{S}} + j\omega_k k_{\mathrm{D}} - \omega_k^2 \cdot (T_{\mathrm{J}}/\omega_{\mathrm{N}})} \cdot \frac{\hat{\underline{M}}_{\mathrm{s},k}}{M_{\mathrm{N}}}. \tag{8.152}$$

Das elektromagnetische Wechselmoment nach Betrag und Phasenlage ist gemäß (8.131) folglich

$$\frac{\hat{\underline{M}}_{\mathrm{e},\sim,k}}{M_{\mathrm{N}}} = (j\omega_k k_{\mathrm{D}} + k_{\mathrm{S}}) \cdot \Delta\underline{\hat{\vartheta}}. \tag{8.153}$$

Der Ausdruck

$$\underline{k} = k_{\mathrm{S}} + j\omega_k k_{\mathrm{D}} \tag{8.154}$$

wird „komplexe Synchronisierziffer“ genannt und beschreibt das dynamische Verhalten der Synchronmaschine am starren Netz bei kleinen Abweichungen vom stationären Arbeitspunkt und erzwungenen Schwingungen. Dämpfung und Eigenfrequenz der Synchronmaschine hängen vom Arbeitspunkt und auch von der Kreisfrequenz ω_k ab, wie eine genauere Betrachtung anhand der dynamischen Gleichungen der Synchronmaschine (Kap. 16) zeigt (Böning 1978). Deshalb wird das Schwingungsverhalten der Synchronmaschine am starren Netz allgemein über die Frequenzgänge $\underline{k}(\omega_k) = k_{\mathrm{S}}(\omega_k) + j\omega_k k_{\mathrm{D}}(\omega_k)$ beschrieben (Bonfert 1962), wobei die Größe k_{D} sehr stark von der Art der Ausführung des Dämpferkäfigs abhängt. Ein vollständig ausgeführter Dämpferkäfig ergibt naturgemäß die größte Dämpfung, während nur im Bereich der Polschuhe vorhandene „Polgitter“ ohne Kurzschlussringverbindungen zwischen den einzelnen Polen eine deutlich geringere Dämpfung bewirken.

Fazit:
Bei ungleichförmigem Wellendrehmoment (z. B. durch eine antreibende oder belastende Kolbenmaschine) entsteht eine entsprechende Drehzahlschwankung, die bei Inselbetrieb zu einer Schwankung der elektrischen Frequenz führt („Flicker“). Bei Betrieb am starren Netz mit fest vorgegebener Ständerspannung und Ständerfrequenz kommt es auf Grund der erzwungenen Pendelung des Polradwinkels zu einer Leistungspendelung. Die Frequenzschwankung im Inselbetrieb und Leistungsschwankung im Netzparallelbetrieb dürfen gewisse genormte Grenzwerte nicht überschreiten, weshalb ein ausreichend großes Trägheitsmoment vorgesehen werden muss. Dieses Trägheitsmoment beeinflusst auch entscheidend die elektrische Eigenfrequenz der Synchronmaschine am starren Netz, sodass

über sie der zulässige Grad der Verstimmung (= Verhältnis von Eigenfrequenz zu Anregungsfrequenz) zur Vermeidung von resonanten Schwingungen und zum Einhalten der Grenzwerte festgelegt wird.

8.13 Die Dämpferwicklung bei Schieflast und Oberwellen

Sind die Amplituden der drei Strangströme nicht gleich groß und/oder weicht die Phasenlage zwischen zwei Strangströmen von 120° el. ab (Abb. 8.56), so wird eine elektrische Drehfeldmaschine unsymmetrisch belastet. Man spricht von „Schieflast", weil das „Zeiger-Dreibein" der drei komplexen Zeitzeiger der Strangströme „windschief" ist. Es bilden sich im Luftspalt der Drehfeldmaschine zwei Drehfelder aus, nämlich eine mit- und eine gegenläufige Grundwelle. Die beiden Drehfelder haben i. A. unterschiedliche Amplituden und entgegengesetzten Umlaufsinn. Das Auftreten dieser zwei gegenläufigen Grundwellen wird mit der Methode der symmetrischen Komponenten erklärt (Kovacs 1962). Die drei nach Betrag und Phasenlage beliebig gewählten Stromzeiger $\underline{I}_U, \underline{I}_V, \underline{I}_W$ sind darstellbar als geometrische Zeigersumme dreier symmetrischer dreiphasiger Teilsysteme,

- eines Mitsystems mit dem Stromeffektivwert I_1,
- eines Gegensystems mit dem Stromeffektivwert I_2 und
- eines Nullsystems mit dem Stromeffektivwert I_0.

In jedem der dreiphasigen Teilsysteme sind die Amplituden der drei Strangströme gleich groß. Die Phasenwinkel zwischen den Strangströmen sind im Mit- und Gegensystem 120° el. und im Nullsystem Null, was dessen Namen erklärt. Die Phasenfolge ist im Gegensystem entgegengesetzt zu jener des Mitsystems, was dessen Namen erklärt, also z. B. U-W-V statt U-V-W.
Der Phasendreher

$$\underline{a} = e^{j2\pi/3} \tag{8.155}$$

bewirkt eine Drehung eines Zeigers um 120° im mathematisch positiven Drehsinn. Mit $\underline{a}$ erhalten wir die folgende Darstellung für Mit-, Gegen- und Nullsystem.

$$\begin{aligned}
&\text{Mitsystem: } \underline{I}_{1U} = \underline{I}_1,\ \underline{I}_{1V} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_1,\ \underline{I}_{1W} = \underline{a} \cdot \underline{I}_1 \\
&\text{Gegensystem: } \underline{I}_{2U} = \underline{I}_2,\ \underline{I}_{2V} = \underline{a} \cdot \underline{I}_2,\ \underline{I}_{2W} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_2 \\
&\text{Nullsystem: } \underline{I}_{0U} = \underline{I}_0,\ \underline{I}_{0V} = \underline{I}_0,\ \underline{I}_{0W} = \underline{I}_0
\end{aligned}$$

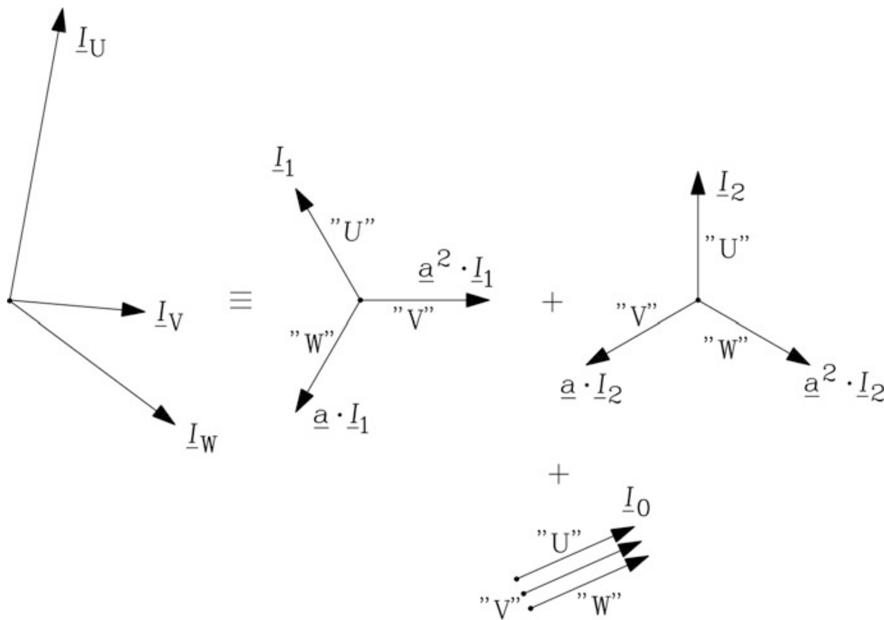


Abb. 8.56 Ein beliebiges dreiphasiges System $\underline{I}_U, \underline{I}_V, \underline{I}_W$ kann stets in drei symmetrische Teilsysteme, das Mit-, Gegen- und Nullsystem, zerlegt werden, wie die graphische Zeigeraddition in diesem Bild zeigt. Vollziehen Sie bitte selbst mit Dreieck und Bleistift diese graphische Zerlegung nach!

Gemäß Abb. 8.56 wird das unsymmetrische dreiphasige Stromsystem $\underline{I}_U, \underline{I}_V, \underline{I}_W$ als Summe von Mit-, Gegen- und Nullsystem berechnet.

$$\underline{I}_U = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \tag{8.156}$$

$$\underline{I}_V = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_1 + \underline{a} \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \tag{8.157}$$

$$\underline{I}_W = \underline{a} \cdot \underline{I}_1 + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_2 + \underline{I}_0 \tag{8.158}$$

Die Umkehrung der Gleichungen (8.156) ... (8.158) ergibt die Bestimmungsgleichungen für die Stromeffektivwerte von Mit-, Gegen- und Nullsystem $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_0$ aus dem unsymmetrischen dreiphasigen Stromsystem $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V$, $\underline{I}_W$.

$$\underline{I}_1 = (\underline{I}_U + \underline{a} \cdot \underline{I}_V + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_W)/3 \tag{8.159}$$

$$\underline{I}_2 = (\underline{I}_U + \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_V + \underline{a} \cdot \underline{I}_W)/3 \tag{8.160}$$

$$\underline{I}_0 = (\underline{I}_U + \underline{I}_V + \underline{I}_W)/3 \tag{8.161}$$

a) Sonderfall: Symmetrisches Stromsystem: Ein symmetrisches Stromsystem mit der Phasenfolge U, V, W wird mit $\underline{a}$ beschrieben gemäß $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_U$, $\underline{I}_W = \underline{a} \cdot \underline{I}_U$. Wegen $\underline{a}^3 = 1$, $\underline{a}^4 = \underline{a}$ folgt aus (8.159) ... (8.161), dass $\underline{I}_1 = \underline{I}_U, \underline{I}_2 = 0, \underline{I}_0 = 0$ ist. Beim symmetrischen Stromsystem sind Gegen- und Nullsystem Null; das Mitsystem ist identisch

mit dem symmetrischen dreiphasigen Stromsystem. Das Betriebsverhalten der Synchronmaschine bei Speisung der Ständerwicklung mit diesem symmetrischen Stromsystem ist Gegenstand der Abschn. 8.1 … 8.12.

b) Unsymmetrisches Stromsystem bei Sternschaltung: Die Ständerwicklung großer Synchrongeneratoren ist i. A. in Stern geschaltet. Die Anwendung der Kirchhoff'schen Knotenregel (8.162) im Sternpunkt ergibt, dass sich gemäß (8.161) kein Nullstromsystem ausbilden kann.

$$\underline{I}_{\mathrm{U}} + \underline{I}_{\mathrm{V}} + \underline{I}_{\mathrm{W}} = 0 = 3\underline{I}_0 \Rightarrow \underline{I}_0 = 0 \tag{8.162}$$

Es verbleiben somit nur das Mit- und Gegensystem. Das Mitsystem entspricht dem unter a) betrachteten Fall symmetrischer Ströme in der Drehfeldwicklung, die ein mit dem Polrad gleichsinnig umlaufendes Drehfeld erregen und mit ihm das synchrone, zeitlich konstante Drehmoment M_{e} erzeugen. Das Gegensystem I_2 speist die Drehfeldwicklung mit umgekehrter Phasenfolge und erregt im Luftspalt das Gegenfeld. Dieses Gegenfeld, auch Inversfeld genannt, wird im Luftspalt somit, wenn zunächst von einer Wirkung des Dämpferkäfigs abgesehen wird, durch den Strangstrom I_2 magnetisiert. Es rotiert relativ zum Polrad mit der doppelten Synchrongeschwindigkeit.

$$v_{\mathrm{rel}} = v_{\mathrm{syn}} - (-v_{\mathrm{syn}}) = 2v_{\mathrm{syn}} = 2 \cdot (2f_{\mathrm{s}}\tau_{\mathrm{p}}) = 2 \cdot (2f_{\mathrm{s}}) \cdot \tau_{\mathrm{p}} \tag{8.163}$$

An jedem Pol dieses Gegenfelds laufen daher abwechselnd die N- und S-Pole des Polrads mit der Frequenz $2f_{\mathrm{s}}$ vorbei. Es entsteht somit ein mit der Frequenz $2f_{\mathrm{s}}$ pulsierendes Drehmoment mit dem Mittelwert Null, das sich dem zeitlich konstanten Mitsystem-Moment überlagert und die Maschine zu Torsionsschwingungen anregen kann. Die abstützenden Kräfte über den Stator bewirken, dass in das Maschinenfundament Wechselkräfte mit doppelter Speisefrequenz eingeleitet werden. Das Gegensystem wird über I_2/I_1 in Prozent des Mitsystems als z. B. 30 % Schieflast bei $I_2/I_1 = 0.3$ angegeben. Das Inversfeld induziert die Dämpferwicklung und wird von den Dämpferströmen (siehe d)) abgedämpft.

c) Unsymmetrisches Stromsystem bei Dreieckschaltung: Ist die Ständerwicklung in Dreieck geschaltet, so können in den drei Strängen Nullströme als Kreisstrom im Dreieck fließen. Solche Nullströme werden z. B. durch die Nullspannungen der Polradspannung getrieben, die von der dritten Oberwelle des Läuferfelds (vgl. Kap. 3) in allen drei Strängen gleichphasig mit dreifacher Grundfrequenz induziert werden (vgl. Kap. 4). Diese Nullströme fließen in allen drei Strängen gleichphasig und erregen ein stehendes, z. B. mit der dreifachen Grundfrequenz pulsierendes Luftspaltfeld mit der dreifachen Grundpolzahl $6p$, wie in Kap. 14 näher ausgeführt wird. Sie induzieren daher die Dämpferwicklung und werden von den Dämpferströmen (siehe d)) abgedämpft.

d) Abdämpfen des Gegenfeldes: Das Gegenfeld hat wegen der Relativgeschwindigkeit $2v_{syn}$ bezüglich des Läufers den Schlupf $s = 2$. Es induziert daher im Dämpfer Spannungen je Stab mit der Frequenz $2f_s$, die wegen des hohen Schlupfs hohe Dämpferstabströme treiben. Gemäß der Asynchronmaschinen-Theorie (Kap. 5) ist bei hohem Schlupf die Phasenlage der Dämpferströme $\underline{I}'_D$ als Läuferströme zur Phasenlage des Gegenstromsystems $\underline{I}_2$ als Ständerstromsystem nahezu entgegengesetzt. Es tritt somit der in Kap. 5 beschriebene Durchflutungsausgleich auf, sodass der Betrag des resultierenden Magnetisierungsstroms $\underline{I}_{2m} = \underline{I}_2 + \underline{I}'_D$ sehr klein ist. Das resultierende Gegendrehfeld wird durch den Magnetisierungsstrom I_{2m} erregt. Es wird also durch die Dämpferströme um den Faktor $\left|\underline{I}_{2m}/\underline{I}_2\right|$ auf einen kleinen Restwert verringert. Bei Dreieckschaltung kann das stehende pulsierende Magnetfeld der Nullströme ebenfalls in ein mit- und gegenläufiges Drehfeld zerlegt werden. Je nach Frequenz der Nullströme induzieren sowohl Mit- als auch Gegenfeld den Dämpfer mit entsprechend hoher Schlupffrequenz, sodass i. A. wie beim Inversfeld eine ausreichend hohe Verringerung dieses parasitären Luftspaltfelds auftritt. Gemäß IEC 60034-1 müssen z. B. Synchron-Schenkelpolmaschinen und luft- und wasserstoffgekühlte Turbogeneratoren mit indirekt gekühlter Ständerwicklung für einen Dauerschieflaststrom I_2 von 10 % des Bemessungsstroms ausgelegt werden. Für diese dauernde thermische Belastung bei Schieflast muss der Dämpferkäfig über entsprechende Stab- und Ringquerschnitte bemessen sein. Diese Schieflast belastet nicht nur den Dämpferkäfig, sondern I_2 ist natürlich auch in den Ständerströmen enthalten, sodass diese zusätzlichen Ständerströme eine entsprechende thermische Auslegungsreserve der Ständerwicklung erfordern.

e) Abdämpfen von Oberwellen: Selbst bei symmetrischer Speisung der Ständer-Drehfeldwicklung weist das Ständer-Luftspaltfeld auf Grund der Nutung und der Zonenanordnung der Ständerspulen nicht nur eine synchron rotierende Grundwelle, sondern auch Oberwellen und bei Bruchlochwicklungen auch Unterwellen auf (Kap. 3). Ähnlich wie unter d) wirkt der Dämpfer auf die im Luftspalt mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_{syn}/ν umlaufenden ν-ten Ständerfeldoberwellen und Unterwellen des Mitsystems, denn diese Ober- bzw. Unterwellen induzieren den Käfig mit der Schlupffrequenz $s_\nu f_s = (1 - \nu) \cdot f_s$. Beispielsweise rufen die 5. und 7. Ständeroberwelle, die erste als Gegenfeld, die zweite als Mitfeld, im Käfig ein Spannungssystem mit 6-facher Grundfrequenz hervor, da die Oberwellenschlüpfe $s_{-5} = 6$ und $s_7 = -6$ sind. Diese Oberschwingungs-Spannungen treiben im Dämpferkäfig Oberschwingungs-Ströme, die ihrerseits Läuferfelder erregen, die sich den Oberfeldern wegen der hohen Oberwellenschlüpfe nahezu gegenphasig überlagern und diese daher wirkungsvoll abdämpfen. Diese Verringerung der Ober- und Unterwellen ist erwünscht, denn sie vermindert die Anregung parasitärer Drehmomente und Radialkräfte durch die Ober-/Unterwellen. Allerdings ist deshalb auch bei Synchronlauf und Betrieb mit einem symmetrischen Ständer-Stromsystem der Dämpferkäfig nicht stromlos, sondern es werden in ihm die Stromwärmeverluste der Käfigströme infolge des Abdämpfens der Ober-/Unterwellen in Wärme umgesetzt. Auch dafür muss der Dämpferkäfig bemessen sein.

Fazit:
Auf Grund der abdämpfenden Wirkung des Dämpferkäfigs verbleibt im Luftspalt selbst bei unsymmetrischer Belastung der Ständerwicklung im Wesentlichen nur die Grundwelle des Mitsystems zur Erzeugung eines zeitlich konstanten elektromagnetischen Drehmoments.

8.14 Anlauf und Synchronisierung von großen Synchronmaschinen

Das Hochfahren und Zuschalten der Synchronmaschine ans Netz, „Synchronisieren" genannt, ist ein dynamischer Vorgang. Generatoren in Dampf- und Wasserkraftwerken werden in der Regel durch die Turbine auf Bemessungsdrehzahl und damit Bemessungsfrequenz hochgefahren und dann synchronisiert. Gasturbinen können wegen ihres Kompressors nicht selbst anfahrend gestartet werden. Der Start des Turbosatzes erfolgt daher entweder mittels Generator, der motorisch über einen Anfahrumrichter hochgefahren wird, der die Ständerwicklung mit Strom variabler Frequenz versorgt oder über separate Anfahrmotoren. Der Vorgang des anschließenden Synchronisierens erfolgt in mehreren Schritten.

- Über den Erregerstrom wird vor dem Zuschalten an das Netz die Spannungsamplitude der induzierten Leerlaufspannung genau so groß wie die Netzspannungsamplitude eingestellt.
- Die Phasenlagen und vor allem die Phasenfolge U, V, W der maschinenseitigen Leerlauf-Strangspannungen müssen mit jenen des Netz-Drehspannungssystems übereinstimmen. Dann kann ohne Ausgleichsstromstoß zugeschaltet werden.

Werden diese Bedingungen „gleiche Amplitude", „gleiche Frequenz", gleiche Phasenlage", „gleiche Phasenfolge" verletzt, so tritt Fehlsynchronisation auf. Es kann zu Ausgleichsvorgängen in der Ständer- und Läuferwicklung mit höheren Stoßströmen und Stoßmomenten kommen als beim plötzlichen Klemmenkurzschluss (Kap. 16).

Bei Pumpspeicherwerken, wo die Synchronmaschine sowohl generatorisch als auch motorisch betrieben wird, kann die Maschine fallweise über ihren Dämpferkäfig asynchron hochgefahren werden. Dazu muss der Dämpferkäfig als Anlaufkäfig entsprechend dimensioniert sein, da im Käfig eine mindest ebenso große ohm'sche Verlustenergie umgesetzt wird wie die im Antrieb gespeicherte kinetische Energie (Schwungmassenanlauf, vgl. Kap. 7) (Jordan et al. 1964). Die Erregerwicklung wird während des Hochlaufs kurz geschlossen, da in diese mit Schlupffrequenz vom Ständerfeld eine Spannung induziert wird, die wegen der gegenüber N_s hohen Windungszahl N_f unzulässig hoch (typisch im kV-Bereich) ist und die Erregereinrichtung schädigen würde (Canay 1967). Nach erfolgtem Hochlauf kann bei Unterschreiten eines „kritischen" Schlupfwerts (siehe Kap. 9) die Feldwicklung mit Gleichstrom erregt werden. Ihr Läuferfeld bildet mit den Ständerströmen das synchrone Drehmoment, das den Läufer in den Synchronismus zieht.

Allerdings treten beim asynchronen Anlauf wie bei der Asynchronmaschine hohe Anfahrströme auf, die wegen der unvermeidlichen Spannungsfälle an Zuleitungen etc. zu einem Einbruch der Netzspannung führen können. Daher wird alternativ auch eine kleine Anfahrturbine oder ein Anwurfmotor als „Ponymotor" zum Hochfahren des Maschinensatzes eingesetzt. Ist die Generatorleistung im Vergleich zur Kurzschlussleistung des speisenden Netzes ungünstig hoch, dann ist bei asynchronem Anlauf der Spannungseinbruch zu groß. In diesem Fall kann der Generator, wie z. B. bei der Gasturbine, auch motorisch über einen Anfahrumrichter hochgefahren werden, der die Ständerwicklung mit Strom variabler Frequenz $0 \ldots f_N$ für den Anlauf versorgt.

Umrichtergespeiste Synchronmotoren z. B. in Walzwerken oder Kompressorstationen etc. fahren über den speisenden Stromrichter drehzahlvariabel am Netz, sodass auch der Anlauf frequenzgeführt bei Bemessungsstrom erfolgt. Netzgespeiste Synchronmotoren hingegen werden entweder über den asynchronen Anlauf via Anlaufkäfig, über einen Ponymotor oder einen Anfahrumrichter hochgefahren. Ist der Spannungseinbruch beim Asynchronanlauf zu groß, wird fallweise eine Anlaufdrossel oder besser ein Anlasstransformator verwendet. Die häufig verwendete Anlaufschaltung nach Korndörfer (Abb. 8.57) für das Anfahren mit Anlauf-Spartransformator mit Anlaufdrosselfunktion (= der Eisenkern hat Luftspalte zum Einstellen der Induktivität L der Drossel) arbeitet wie folgt.

Stufe 1: Schalter 1 und 2 in Abb. 8.57 sind geschlossen, Schalter 3 ist offen. Der Spartransformator D wirkt als Spannungsteiler. Der Synchronmotor fährt somit an verringerter Spannung hoch, was zwar die Anlaufzeit verlängert, aber den Anfahrstrom entsprechend verringert.

Stufe 2: Schalter 2 wird ebenfalls geöffnet, die Teilwicklung des Spartransformators liegt nun als Drossel, also als Vorimpedanz ωL in der Ständerstromzuleitung und begrenzt den Strom.

Stufe 3: Schalter 3 wird geschlossen. Der Synchronmotor liegt an voller Spannung, ohne dass während des Hochlaufs der Strom in der Ständerwicklung unterbrochen worden wäre.

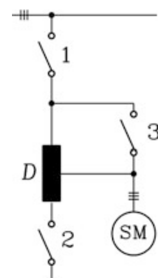


Abb. 8.57 Anlaufschaltung mit drei Schaltern nach Korndörfer (D: Anlauf-Spartransformator mit Drosselfunktion, SM: Synchronmaschine)

8.15 Einphasen-Synchrongeneratoren

Elektrische Bahnen werden in der Regel am Einphasennetz betrieben, für das bei Wechselstrombahnen ein einphasiges Spannungssystem (z. B. 16.7 Hz, 15 kV oder 50 Hz, 25 kV) mit hoher Leistung bereit gestellt werden muss. Neben statischen Umformern, die aus dem öffentlichen Drehstromnetz in das Bahnstromnetz über spezielle leistungselektronische Schaltungen einspeisen und die den gegenwärtigen Trend der Bahnenergieversorgung kennzeichnen, existieren die historisch älteren rotierenden Umformer (Kap. 7) und die eigens für das Bahnnetz errichteten Kraftwerke. Beide verwenden Einphasen-Synchrongeneratoren zur Erzeugung des einphasigen Bahnstromsystems. Die Einphasen-Synchrongeneratoren sind eine Sonderform der in diesem Kapitel besprochenen Drehstrom-Synchronmaschinen und werden sowohl als Vollpol- als auch als Schenkelpol-Synchronmaschinen ausgeführt. Während die Läufer-Erregerwicklung wie bei den Drehstrom-Synchronmaschinen als Gleichstrom-Polradwicklung ausgeführt ist, fehlt bei der Ständerwicklung die Ausführung des dritten Stranges W (Sequenz 1954, vgl. Aufgabe A4.2 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Die Stränge U und V sind in Serie geschaltet und bilden eine einphasige Wicklung. Das erregte Polrad induziert in die beiden Stränge die um 120° el. phasenversetzten Strangspannungen $\underline{U}_\mathrm{U}$ und $\underline{U}_\mathrm{V}$ mit dem Effektivwert U_s und der Frequenz $f_\mathrm{s} = n \cdot p$. Die verkettete Spannung $\underline{U}_\mathrm{UV} = \underline{U}_\mathrm{U} - \underline{U}_\mathrm{V}$ mit dem Betrag $\left|\underline{U}_\mathrm{UV}\right| = \sqrt{3} U_\mathrm{s} = U_\mathrm{LL}$ wird als Einphasenspannung für die Bahnstromversorgung verwendet. Der Strangstrom $\underline{I}_\mathrm{s} = \underline{I}_\mathrm{U} = -\underline{I}_\mathrm{V}$ fließt auf Grund der Serienschaltung der beiden Stränge U und V in beiden Wicklungen und erregt ein stehendes, mit der Frequenz f_s pulsierendes Ständerfeld, das gemäß Kap. 3 in zwei gegenläufige Feldwellen mit halber Feldamplitude zerlegt werden kann.

$$B_\delta(\gamma, t) = \hat{B}_\delta \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\omega_\mathrm{s} t) = \frac{\hat{B}_\delta}{2} \cdot \left[\cos(\gamma - \omega_\mathrm{s} t) + \cos(\gamma + \omega_\mathrm{s} t)\right] \tag{8.164}$$

Die mitlaufende Welle $(\hat{B}_\delta/2) \cdot \cos(\gamma - \omega_\mathrm{s} t)$ erzeugt mit dem erregten Polrad ein zeitlich konstantes Drehmoment M_e, dem eine konstante Wirkleistung $P = M_\mathrm{e} \Omega_\mathrm{syn}$ entspricht. Die gegenläufige Welle $(\hat{B}_\delta/2) \cdot \cos(\gamma + \omega_\mathrm{s} t)$ entspricht einer Schieflast von 100 %, da Mit- und Gegenfeld gleich große Amplituden haben. Dieses Gegenfeld erzeugt mit dem Polrad, gegen das es eine Relativgeschwindigkeit von $2\Omega_\mathrm{syn}$ hat, ein Wechselmoment mit doppelter Frequenz $2 f_\mathrm{s}$. Dies kommt in einer entsprechend um den Mittelwert P pulsierenden mechanischen und elektrischen Wechselleistung $p_\sim(t)$ zum Ausdruck, deren Amplitude bei $\cos\varphi_\mathrm{s} = 1$ ebenso groß wie die mittlere Leistung, ansonsten aber größer ist.

$$p(t) = u_\mathrm{LL}(t) \cdot i_\mathrm{s}(t) = \hat{U}_\mathrm{LL} \cos(\omega_\mathrm{s} t) \cdot \hat{I}_\mathrm{s} \cos(\omega_\mathrm{s} t - \varphi_\mathrm{s}) \tag{8.165}$$

$$p(t) = \frac{\hat{U}_\mathrm{LL} \hat{I}_\mathrm{s}}{2} \cdot \{\cos(\varphi_\mathrm{s}) + \cos(2\omega_\mathrm{s} t - \varphi_\mathrm{s})\} = P + p_\sim(t) \tag{8.166}$$

Die mittlere Leistung $P = U_\mathrm{LL} I_\mathrm{s} \cos\varphi_\mathrm{s}$ wird in der Synchronmaschine über das Mitsystem umgesetzt, die Pendelleistung $p_\sim(t) = U_\mathrm{LL} I_\mathrm{s} \cos(2\omega_\mathrm{s} t - \varphi_\mathrm{s})$ über das Gegensystem. Das

Pendelmoment stützt sich über den Stator auf das Maschinenfundament ab, sodass dieses mit großen Wechselkräften $F(t)$ der doppelten Ständerfrequenz zu Schwingungen angeregt wird. Bei z. B. $f_s = 16.7\,\mathrm{Hz}$ sind dies Frequenzen $2f_s = 33.4\,\mathrm{Hz}$. Deshalb wird das Fundament auf Federpaketen aufgestellt, deren Federkonstante c mit der Fundament- und Maschinenmasse M eine Eigenfrequenz $f_d = \sqrt{c/M}/(2\pi) << 2f_s$ deutlich unterhalb der Anregefrequenz ergibt. Das Kräftegleichgewicht des Einmassenschwingers ergibt für die Schwingbewegung in vertikaler Richtung $x(t)$ die Schwingungsgleichung

$$M \cdot d^2x/dt^2 + c \cdot x = F_x(t) = \hat{F}_x \sin(2\omega_s t), \tag{8.167}$$

deren Lösung

$$x(t) = \hat{X} \cdot \sin(2\omega_s t), \quad \hat{X} = \frac{\hat{F}_x}{c \cdot \left(1 - (2\omega_s/\omega_d)^2\right)} \tag{8.168}$$

die Federkraftamplitude

$$\hat{F}_c = c \cdot \hat{X} = \frac{\hat{F}_x}{1 - (2\omega_s/\omega_d)^2} \tag{8.169}$$

bestimmt, die auf das Kraftwerksfundament unterhalb des schwingenden Maschinenfundaments wirkt. Diese Kraft ist bei ausreichender „Tiefabstimmung“ der Eigenfrequenz $\omega_d = \sqrt{c/M} << 2\omega_s$ ausreichend klein.

$$\left| \hat{F}_c \Big|_{\omega_d << 2\omega_s} \right| \approx \left| -\hat{F}_x \cdot \omega_d^2/(2\omega_s)^2 \right| << \hat{F}_x \tag{8.170}$$

Um das Inversfeld im Luftspalt zu verringern, wird eine Dämpferwicklung mit großen Stab- und Ringquerschnitten im Läufer angebracht, die für 100 % Schieflast bemessen ist. Wegen der großen Stabquerschnitte und der relativ hohen Frequenzen $2f_s$ im Käfig kann hier Stromverdrängung auftreten, sodass bei großen Einphasen-Synchrongeneratoren fallweise die Dämpferstäbe aus verdrillten Teilleitern als Roebel-Stäbe ausgeführt werden.

Ein Drittel der Ständernuten je Pol bleibt unbewickelt. Gemäß Aufgabe A3.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“ würde eine vollständige Bewicklung der Ständernuten mit zwei Wicklungssträngen, die jeweils 50 % des Umfangs belegen, nur eine Erhöhung des Ständerfelds um 15 % gegenüber der 2/3-Bewicklung bringen, aber 50 % mehr Wicklungsmaterial benötigen und 50 % höhere Stromwärmeverluste verursachen, was unwirtschaftlich ist. Außerdem ergäbe der „spitzere“ Verlauf des Luftspaltfelds bei einer vollständigen Bewicklung des Ständers höhere Amplituden der Feldoberwellen und damit höhere Zusatzverluste im Dämpferkäfig. Die hohe Amplitude des Wechselmoments in der Synchronmaschine regt alle Bauteile des Ständers zu Schwingungen mit $2f_s$ an. Deshalb müssen besonders die Stirnverbindungen der Ständerwicklung entsprechend versteift werden, um Dauerschwingungen mit zu hohen

Schwingungsamplituden und daraus folgende Ermüdungsbrüche zu vermeiden. Wegen der 2/3-Bewicklung und des großen Inversfeldes ist die Maschinenausnützung (Esson-Ziffer, vgl. Kap. 4) kleiner als bei Drehstrom-Synchronmaschinen gleicher Leistung. Hinzu kommt bei einer Bemessungsfrequenz von 16.7 Hz, dass gegenüber einer Bemessungsfrequenz von 50 Hz bei gleicher Leistung und Polzahl die Maschine nur mit 1/3 der 50 Hz-Synchrondrehzahl dreht. Wegen des daher dreifachen Drehmoments bei gleicher Leistung ist das Bauvolumen des Einphasen-Generators dreimal so groß.

Fazit:
Einphasen-Synchrongeneratoren sind Sondermaschinen, die in der Regel für die elektrische Versorgung des Bahnnetzes verwendet werden. Wie alle Einphasenmaschinen pulsiert ihre mechanische und elektrische Leistung mit doppelter Statorfrequenz, sodass die Maschine und ihr Fundament Rüttelkräften mit dieser Frequenz ausgesetzt sind. Deshalb bedarf die elektrische und mechanische Bemessung besonderer Vorkehrungen wie eine gefederte Aufstellung, eine besonders kräftig dimensionierte Dämpferwicklung und verstärkte Befestigungen der Ständerwicklungsteile.

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A8.1 ein Schenkelpol-Synchrongenerator mit Dieselmotorantrieb berechnet, und in A8.2 ein Wasserkraftwerksgenerator. In A8.3 wird die Statorstromortskurve am Beispiel eines hochpoligen Schenkelpol-Synchrongenerators für ein Laufkraftwerk ermittelt, und in A8.4 ein netzgespeister Synchronantrieb für ein Großgebläse. In A8.5 wird die Synchronreaktanz aus Prüfwerten einer Synchronmaschine berechnet, und in A8.6 Leerlauf- und Kurzschlusskennlinie eines Eigenbedarfsgenerators einer Papierfabrik behandelt. In Aufgabe A8.7 wird ein umrichtergespeister Walzwerks-Synchronmotor am Stromzwischenkreisumrichter berechnet, und Aufgabe A8.8 behandelt die Auslegungsdaten eines Turbogenerators für ein thermisches Kraftwerk. Dazu werden in A8.9 Zeigerdiagramm und Kippmoment eines Turbogenerators ermittelt, während A8.10 Auslegungsparameter einer Lichtmaschine für Automobile behandelt. Die Aufgaben A8.11 und A8.12 befassen sich mit Synchrongeneratoren in Speicher- bzw. Pumpspeicherkraftwerken, und A8.13 mit parallel arbeitenden Synchronmaschinen. In A8.14 wird ein Synchronmotor als Gebläseantrieb berechnet, und in A8.15 Synchronmotor und Asynchronmotor (siehe Kap. 5 bis 7) vergleichend für eine bestimmte Antriebsaufgabe untersucht. Aufgabe A8.16 behandelt einen Synchrongenerator mit angeschlossenem Blocktransformator in einem Kraftwerk.

9 Permanentmagneterregte Synchronmaschinen

In diesem Kapitel werden permanentmagneterregte Synchronmaschinen einerseits mit Umrichterspeisung und Polradlagegebersteuerung und andererseits mit Anlaufkäfig für Netzbetrieb behandelt. Es werden die unterschiedlichen Läufertopologien mit Oberflächenmagneten und vergrabenen Magneten beschrieben (Hanselman 2003). Die Sonderform der modularen Permanentmagnet-Synchronmaschine mit Zahnspulentechnologie wird erläutert.

Statt der elektrischen Erregung des Polrads können Permanentmagnete (PM) zur Erzeugung des Läuferfelds verwendet werden, wie in Abb. 9.1a bei einer sechspoligen Synchronmaschine mit 36 Statornuten, $q = 2$ Nuten je Pol und Strang und auf die Läuferoberfläche aufgeklebten Magnetplättchen mit vier Magnetsegmenten pro Pol dargestellt ist. Es werden als Oberflächen-Magnete zunehmend Selten-Erd-Magnete eingesetzt, da sie bei relativ kleinem Magnetvolumen eine ausreichend hohe Flussdichte im Luftspalt der elektrischen Maschine erzeugen. Die Permanentmagneterregung vermeidet die Erregerverluste, was den Wirkungsgrad der elektrischen Maschine erhöht und ihre Läufererwärmung senkt. Allerdings kann die Erregung nicht verändert werden, sodass die Blindleistung nicht unabhängig vom Ständerstrom und der Ständerspannung verändert werden kann wie bei den elektrisch erregten Synchronmaschinen (Kap. 8) und den doppelt gespeisten Asynchronmaschinen (Kap. 7). Daher werden permanentmagneterregte Synchronmaschinen zumeist nicht als Generatoren am starren Netz, sondern vor allem im Bereich kleiner und mittlerer Leistung als Motoren verwendet. Diese Permanentmagnet-Synchronmotoren werden nahezu ausschließlich mit Umrichterspeisung als drehzahlvariable Antriebe verwendet, wobei das Ständerfeld über den Umrichter in Abhängigkeit der aktuellen Rotorlage („Polradlage“) so eingestellt wird, dass zu einem bestimmten Strom das entwickelte elektromagnetische Drehmoment maximal wird (Budig 2003). Daher folgt das Ständerdrehfeld der Läuferbewegung infolge der Polradlagemessung und der daraus resultierenden Umrichtersteuerung des Ständerdrehstromsystems. Folglich kann der Läufer nicht gegen das Ständerdrehfeld schwingen,

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_9

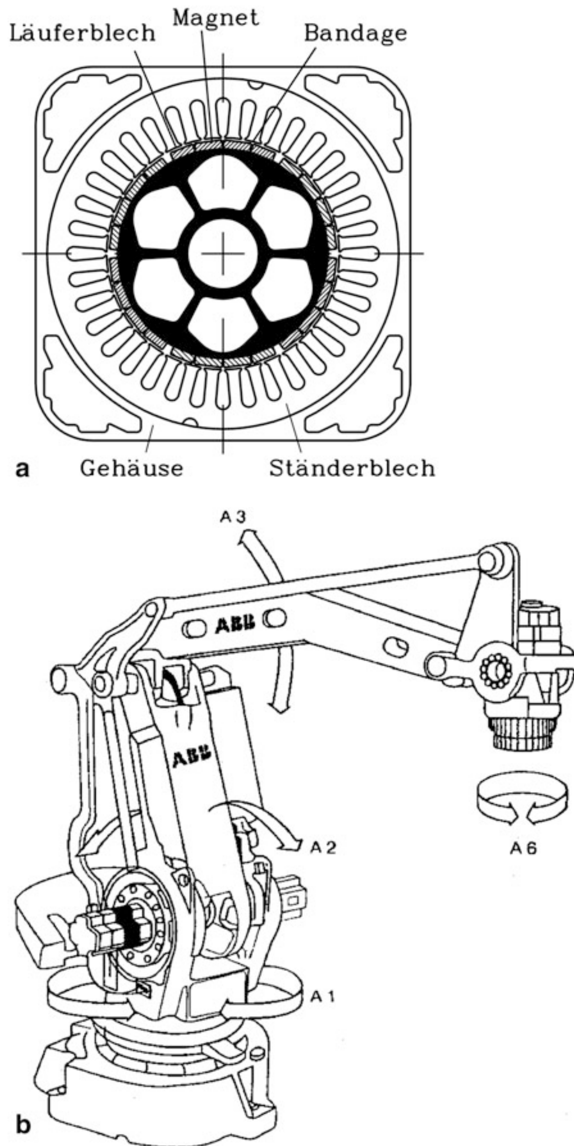


Abb. 9.1 (**a**) Schnitt durch eine sechspolige Permanentmagnet-Maschine mit Oberflächenmagneten im Läufer (Quelle: Groß et al. 2006), (**b**) Einsatz von selbstgekühlten PM-Synchronmotoren als Roboterantriebe der Achsen A1, A2, A3, A6 (Quelle: Hemmingson und Brautmark 1998)

da dieses nicht unabhängig von der Läuferbewegung vorgegeben ist; ein Dämpferkäfig ist somit bei der Polradlagegebersteuerung nicht erforderlich.

Die Einsatzgebiete der polradlagegebergesteuerten PM-Synchronmaschinen als hochwertige drehzahlveränderbare Antriebe nehmen ständig zu, sowohl im Bereich größerer

Leistungen als auch bei Kleinantrieben (Leonhard 1996). Sie weisen zumeist eine geringe Momentenwelligkeit von wenigen Prozent des Bemessungsmoments auf. Durch diesen glatten Drehmomentverlauf eignen sie sich für gleichförmige Bewegungen bei niedrigsten Drehzahlen als „Servoantriebe“ mit sehr geringer Drehzahlwelligkeit (Gutt 1987). Wegen der fehlenden Läufererregerverluste werden diese Motoren im unteren Leistungsbereich bis zu einigen kW oft ohne zusätzliche Kühleinrichtung als selbstgekühlte Maschinen ausgelegt, sodass sie sehr robust sind und als geschlossene Motoren mit einer hohen Schutzart gegen das Eindringen von festen Fremdkörpern und Flüssigkeiten ausgeführt werden können. Der Bemessungsstrom muss dann zwar gegenüber forciert gekühlten Antrieben verringert werden, doch sind durch kurzzeitige Stromerhöhungen wie z. B. 4-facher Bemessungsstrom für wenige Sekunden hohe Spitzendrehmomente und damit kurzzeitig hohe Beschleunigungen, also einen hohe Überlastbarkeit, auch „Dynamik“ genannt, möglich. Deshalb werden diese PM-Synchronmotoren als drehzahlveränderbare Antriebe in Werkzeug- und anderen Produktionsmaschinen wie z. B. als Roboterantriebe (Abb. 9.1b) eingesetzt (Henneberger und Schleuter 1989; Isermann 2002; Schönfeld und Hofmann 2005; Groß et al. 2006). Wegen ihres sehr hohen Wirkungsgrads werden sie auch als große Direktantriebe, das sind langsam drehende Antriebe ohne Getriebe, z. B. für Schiffspropeller mit Leistungen bis ca. 20 MW oder für getriebelose Windgeneratoren verwendet. Werden die PM-Synchronmotoren ohne Polradlagegebersteuerung direkt am Netz betrieben, so benötigen sie im Läufer einen Anlaufkäfig für den asynchronen Anlauf. Ihr stationäres Betriebsverhalten ähnelt dann jenem der elektrisch erregten Synchronmaschinen am starren Netz, aber bei konstanter Erregung. Solche Antriebe werden z. B. als hochtourige Gruppenantriebe an Umrichtern eingesetzt, z. B. bei der Herstellung von Textilfasern bis ca. 25 000/min.

9.1 Magnetkreise mit Permanentmagneten

a) Hystereseschleife von Dauermagnetwerkstoffen: Permanentmagnete, auch Dauermagnete genannt, sind Werkstoffe, bei denen die atomaren magnetischen Dipolmomente durch gegenseitige Kopplung auch bei Abwesenheit eines äußeren Magnetfelds eine resultierende magnetische Polarisation J_M ergeben (Koch und Ruschmeyer 1982; Fasching 1994; Ilschner und Singer 2001). Diese Kopplung wirkt im Ferromagnetismus und Ferrimagnetismus, sodass als Werkstoffkomponenten ferromagnetische Materialien wie Eisen, Nickel und Kobalt oder ferrimagnetische Materialien z. B. bei den Ferriten zum Einsatz kommen. Magnetische Flussdichte und Feldstärke im Magneten werden im Folgenden mit B_M und H_M bezeichnet. Werden die atomaren Dipole einem äußeren Fremdfeld H ausgesetzt, das im Magnetinneren als magnetische Feldstärke H_M wirkt, so folgen diese Dipole dem H_M-Feld auf Grund der magnetischen Kräfte, aber auf Grund lokaler Effekte im Festkörper verzögert, sodass sich eine Hysterese-Kurve $J_M(H_M)$ ergibt. Bei sehr hohem positiven oder negativen H_M-Feld sind alle Dipole in Richtung von H_M ausgerichtet. Es

tritt bei dieser Sättigungsfeldstärke H_s je nach positiver oder negativer Feldrichtung die maximale positive bzw. negative Sättigungspolarisation $\pm J_s$ auf. Nach außen hin messbar ist die resultierende magnetische Flussdichte

$$\vec{B}_M = \mu_0 \vec{H}_M + \vec{J}_M. \quad (9.1)$$

Nach Abschalten des äußeren Felds verbleibt im Magneten die Remanenzflussdichte $B_R = J_M\ (H_M = 0) = J_R$, solange der Magnet in der Magnetisiervorrichtung in einem geschlossenen idealen Eisenkreis wie z. B. in Abb. 9.7a eingebettet ist. Abb. 9.2 zeigt die typische $J_M(H_M)$-Hysteresekurve eines Selten-Erd-Permanentmagneten und die daraus resultierende $B_M(H_M)$-Hysteresekurve des Magneten, die durch Addition der $J_M(H_M)$-Schleife des Eigenfelds des Magneten mit der Geraden $\mu_0 H_M$ des äußeren Fremdfelds gemäß (9.1) entsteht. Während bei weichmagnetischen Werkstoffen die Parameter B_R und H_C sehr klein sein sollen, um im Wechselfeld geringe Hystereseverluste zu erreichen, sollen bei hartmagnetischen Werkstoffen die Werte B_R und H_C groß sein. Wegen der sich einstellenden breiten Hystereseschleife sind Dauermagnete für Wechselfeldanwendungen nicht geeignet (vgl. Kap. 1), da sie zu große Hystereseverluste hätten, sondern werden ausschließlich für Gleichfeldanwendungen eingesetzt. Man unterscheidet zwischen zwei Koerzitivfeldstärken H_C:

a) Bei $\pm H_{CB}$ ist die resultierende äußere magnetische Flussdichte B_M Null.
b) Bei $\pm H_{CJ}$ ist die magnetische Polarisation J_M im Magneten durch Umpolung von atomaren Dipolen auf Null verringert. Im Folgenden wird unter H_C einfach $H_C = H_{CB}$ verstanden. Vor allem bei Selten-Erd-Magneten ist die erforderliche magnetische Feldstärke H_s für das Aufmagnetisieren sehr groß und muss größer als $2H_{CB}$ sein. Bei ausreichender Reserve $H_s = 3H_{CB}$ ist die resultierende magnetische Flussdichte beim Aufmagnetisieren sehr groß: $B_M = 4B_R \approx 4\text{T}$, wie die nachfolgende Abschätzung zeigt:
$B_M = J_s + \mu_0 H_s \approx J_R + \mu_0 3H_{CB} = B_R + 3B_R = 4B_R.$

b) Dauermagnet-Werkstoffgruppen: Drei Gruppen von Permanentmagnetmaterialien als „hartmagnetische Werkstoffe“ sind in Verwendung (Abb. 9.2b):

- Aluminium-Nickel-Kobalt-Magnete (AlNiCo) mit hohem B_R, aber niedrigem H_{CB},
- Ferrite wie z. B. Barium- oder Strontium-Ferrit mit deutlich niedrigerem B_R als bei AlNiCo, aber mit demgegenüber erhöhtem H_{CB},
- Selten-Erd-Magnete wie z. B. Samarium-Kobalt- oder Neodym-Eisen-Bor-Werkstoffe mit hohen Werten B_R und H_{CB}.

Der Anstieg der $B_M(H_M)$-Schleife im 2. und 4. Quadranten beträgt bei Selten-Erd-Magneten und Ferriten gemäß (9.1) mit guter Genauigkeit $dB_M/dH_M \approx \mu_0$, wenn $J_M(H_M)$ im Betriebsbereich der Magnete gemäß Abb. 9.2a mit $J_M = J_R = B_R$ etwa konstant angenommen werden darf. In der Realität ist die Neigung dJ_M/dH_M geringfügig größer

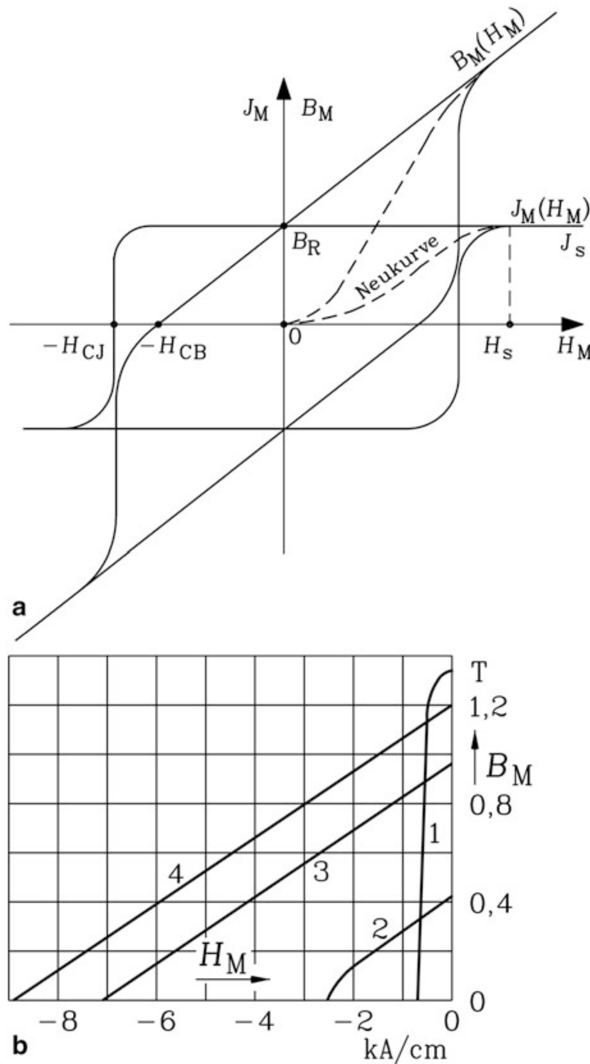


Abb. 9.2 Hartmagnetische Werkstoffe: (**a**) Typische $J_M(H_M)$- und daraus entstandene $B_M(H_M)$-Hysterese-Kennlinie eines Selten-Erd-Permanentmagneten durch Addition von $\mu_0 H_M$ zur $J_M(H_M)$-Schleife, (**b**) $B_M(H_M)$-Kennlinien von Permanentmagneten im zweiten Quadranten der B-H-Ebene: (1): AlNiCo-Magnet, (2): Ba-Ferrit, Selten-Erden-Magnete: (3): Sm_2Co_{17}, (4): NdFeB (Kennlinien bei 20°C) (Quelle: Fischer 2004)

als Null, sodass der Anstieg ca. $1.05\mu_0$ ist. Die Selten-Erd- und Ferrit-Magnete wirken somit gegenüber magnetischen Fremdfeldern faktisch mit dem gleichen magnetischen Widerstand wie Luft, da die differentielle Permeabilität $\mu_{\text{diff}} = dB_M/dH_M$ etwa den Wert μ_0 hat.

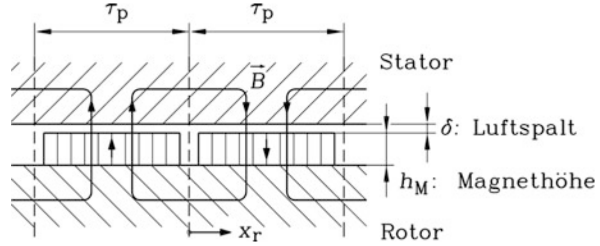


Abb. 9.3 Idealisierter Feldverlauf in einer elektrischen Maschine infolge Permanentmagneterregung im Läufer bei stromloser Ständerwicklung

c) Auslegung eines einfachen Magnetkreises mit Permanentmagneten: Das Magnetfeld im Luftspalt zwischen Stator und Rotor (Abb. 9.3), erregt durch die auf die Läuferoberfläche geklebten Permanentmagnete (Oberflächen-Magnete), wird mit dem Durchflutungssatz im generatorischen Leerlauf der elektrischen Maschine $I_s = 0$ bestimmt. Als geschlossene Kurve C wird in Abb. 9.3 eine beliebige B-Feldlinie verwendet, die sich über Ständer- und Läufereisen schließt. Die von ihr umschlossene elektrische Durchflutung Θ ist Null. Bei vernachlässigtem Streufluss zwischen benachbarten Magneten unterschiedlicher Polarität und bei unendlich permeablem Eisen ($\mu_{Fe} \to \infty$) folgt gemäß Abb. 9.3:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2 \cdot (H_\delta \delta + H_M h_M) = \Theta = 0 \tag{9.2}$$

Mit der bei vernachlässigtem Streufluss für den Fluss gültigen Kontinuitätsbedingung $\Phi = B_M A_M = B_\delta A_\delta$ (Kap. 1) und annähernd gleichen Flussquerschnittsflächen $A_M = A_\delta$ im Magneten und im Luftspalt wegen der Oberflächenmagnetanordnung und wegen des gegenüber der Magnethöhe h_M kleinen Luftspalts δ gilt $B_M = B_\delta$. Aus (9.2) folgt

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta} H_M = B_M. \tag{9.3}$$

Die magnetische „Arbeitsgerade" (9.3) mit negativer Steigung ist in Abb. 9.4a eingetragen: Sie hat die Schnittpunkte $P_1 \ldots P_4$ mit einer realen $B_M(H_M)$-Kennlinie (Entmagnetisierungskennlinie) der Hystereseschleife des verwendeten Magnetmaterials in Abhängigkeit von der Magnettemperatur T im 2. Quadranten für positive Flussdichten B_M, also für den Nordpol. In gleicher Weise stellt sich ein Schnittpunkt mit der Hystereseschleife im 4. Quadranten spiegelbildlich mit negativer Flussdichte als Südpol ein. Wegen der Symmetrie genügt es im Folgenden, den 2. Quadranten zu betrachten. Der Schnittpunkt P legt die Amplitude der Radialkomponente der Flussdichte B_p im Luftspalt gemäß Abb. 9.4b fest. Bei AlNiCo- und Selten-Erd-Magneten sinken B_R und H_C mit steigender Temperatur, bei Ferriten sinkt B_R, aber H_C steigt im interessierenden Betriebstemperaturbereich mit steigender Temperatur. Die sich einstellende Flussdichte B_M sinkt folglich mit steigender Temperatur der Magnete. Sie ist bei Oberflächenmagneten annähernd die im Luftspalt der Maschine herrschende Flussdichte $B_\delta = B_p$. Dies gilt unter den getroffenen Vereinfachungen eines

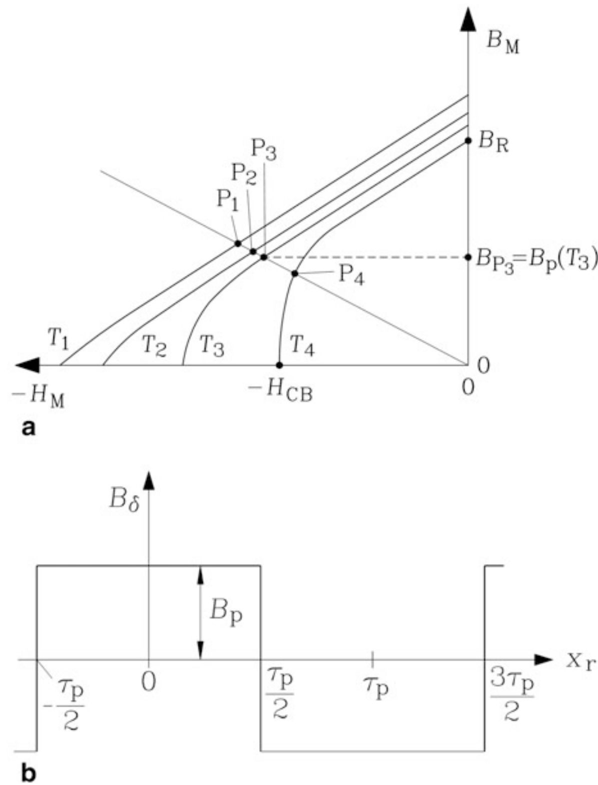


Abb. 9.4 Bestimmung des Magnetfelds im Luftspalt bei einer permanentmagneterregten elektrischen Maschine mit Oberflächen-Magneten bei stromloser Wicklung (generatorischer Leerlauf) gemäß Abb. 9.3: (**a**) Magnetischer Arbeitspunkt P in Abhängigkeit der Magnettemperatur $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$. Das Lot von Schnittpunkt P auf die Abszisse entspricht der Flussdichte B_p. (**b**) Idealisierter Verlauf der radialen Komponente der Luftspaltflussdichte in Läufer-Umfangsrichtung mit N- und S-Pol bei einer Magnetpolbedeckung $\alpha_e = 100\ \%$

vernachlässigten Streuflusses zwischen benachbarten Magneten unterschiedlicher Polarität und bei Annahme $A_M = A_\delta$. Bei rotationssymmetrischen Maschinen liegen A_M und A_δ auf verschiedenen Radien und sind nicht mehr gleich. Jedenfalls ist B_M kleiner als die Remanenzflussdichte B_R, da der Dauermagnet durch die Magnetisierung der Luftspaltweite teilweise entmagnetisiert wird, und zwar umso mehr, je größer das Verhältnis „Luftspaltweite/Magnethöhe" ist, denn die Steigung der Arbeitsgeraden (9.3) sinkt mit größerem δ/h_M (Gieras 2000).

Der idealisierte Feldverlauf $B_p(x)$ im Luftspalt infolge der Permanentmagneterregung im Läufer ist bei stromloser Ständerwicklung und 100 % Polbedeckung der Läufermagnete (Magnetbreite b_M = Polteilung τ_p) rechteckförmig, wenn (in der Realität nicht mögliche) sprunghafte Induktionsänderungen an den Polübergängen zugelassen werden, keine Lücke zwischen benachbarten Magneten unterschiedlicher Polarität auftritt und der

dort auftretende, den Stator nicht erreichende Magnetstreufluss von einem zum anderen Magneten vernachlässigt wird. Diese grafische Methode zur Ermittlung des magnetischen Arbeitspunkts P ist für beliebig geformte Hystereseschleifen geeignet. Für Ferrite und Selten-Erd-Magnete, bei denen der Ast der $B_M(H_M)$-Hysterese-Kennlinie im 2. Quadranten gemäß Abb. 9.2a als Gerade mit der Neigung $\mu_M = B_R/H_{CB}$ angenähert werden kann, kann für eine überschlägige Berechnung (9.4) zur Darstellung des Hystereseasts im 2. Quadranten verwendet werden.

$$B_M = B_R + \mu_M H_M \tag{9.4}$$

Mit (9.3) folgt aus (9.4) die magnetische Flussdichte $B_\delta = B_p$ (9.5); sie sinkt mit steigendem Verhältnis δ/h_M.

$$B_p = \frac{B_R}{1 + \frac{\delta}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}} \tag{9.5}$$

Bei Selten-Erd-Magneten und Ferriten ist $\mu_M \cong 1.05\mu_0$. Mit $\mu_M \approx \mu_0$ erhalten wir aus (9.5) die einfache Beziehung $B_p = B_R/(1 + \delta/h_M)$, die B_p bereits sehr genau im Rahmen der getroffenen Vereinfachungen wiedergibt, wie Bsp. 9.1 zeigt. Bei im Vergleich zu h_M großen Luftspaltweiten δ oder großen Luftspaltkrümmungen muss die zweidimensionale Feldverteilung im Luftspalt ähnlich wie in Kap. 4 berücksichtigt werden, da sonst zu große Werte für B_p erhalten werden. Ebenso sind aufwändigere Formeln für die Bestimmung von B_p zu verwenden, wenn die Sättigung des Eisens oder der Streufluss zwischen benachbarten Oberflächen-Magneten unterschiedlicher Polarität berücksichtigt werden sollen.

Beispiel 9.1

Ein NdFeB-Magnet mit $B_R = 1.2\,\mathrm{T}$ in der Anordnung von Abb. 9.3 hat eine Höhe $h_M = 5\,\mathrm{mm}$; der Luftspalt δ beträgt 1 mm. Das Eisen ist unendlich permeabel. Wie groß ist die Luftspaltflussdichte B_p a) bei bei $\mu_M \approx \mu_0$ und b) bei $\mu_M \cong 1.05\mu_0$?

Lösung:

a) $B_p = B_R/(1 + \delta/h_M) = 1.2/(1 + 1/5) = 1.0\,\mathrm{T}$

b) $$B_p = \frac{B_R}{1 + \frac{\delta}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}} = \frac{1.2}{1 + \frac{1}{5} \cdot 1.05} = 0.99\,\mathrm{T}$$

d) Entmagnetisierfestigkeit: Bei der Dimensionierung von Permanentmagnet-Maschinen muss man berücksichtigen, dass die Magnete im Fremdfeld der Ständerspulen bleibend entmagnetisiert werden können. Dies tritt ein, wenn dieses Fremdfeld gegen das Feld der Permanentmagnete gerichtet ist und den Arbeitspunkt P_1 in Abb. 9.5 durch Abmagnetisierung auf der Entmagnetisierungskennlinie zum kritischen Arbeitspunkt P_2

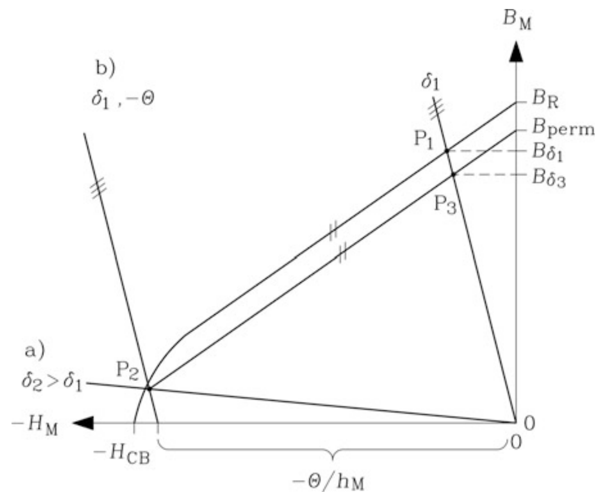


Abb. 9.5 Irreversible Entmagnetisierung eines Permanentmagneten durch Überschreiten des „kritischen" Arbeitspunktes P_2 (**a**) durch Erhöhung des Luftspalts $\delta_2 > \delta_1$, (**b**) durch Anlegen einer äußeren magnetischen Gegenfeldstärke, die von der Durchflutung Θ pro Pol erregt wird

hin bewegt, bei dem die J_M-Kurve im 2. (und 4.) Quadranten den knieförmigen Verlauf des Hystereseschleifenasts ausbildet (Abb. 9.4), und diesen überschreitet.

Die Abmagnetisierung, betrachtet im $B(H)$-Diagramm, kann z. B. dadurch erfolgen, dass sich der Luftspalt zwischen Stator und Rotor durch Ausbau des Rotors deutlich vergrößertdie Neigung der magnetischen Arbeitsgerade für stromlose Statorwicklung (Leerlauf) gemäß (9.3) sinkt. Ihr Schnittpunkt mit der Entmagnetisierungskennlinie wandert von P_1 nach P_2, sodass die magnetische Flussdichte des ausgebauten Läufers deutlich kleiner als die Luftspaltflussdichte bei eingebautem Läufer ist. Liegt P_2 unterhalb des „Knies" der Hystereseschleife, wie in Abb. 9.5 für den Fall a) angedeutet, so wandert der magnetische Arbeitspunkt nach anschließender Verkleinerung des Luftspalts auf den alten Wert δ_1, z. B. durch Wiedereinbau des Läufers in den Ständer, nicht mehr auf der ursprünglichen Kennlinie, sondern auf einer zu diesem Schleifenast etwa parallelen „permanenten" Kennlinie. Es gilt nämlich als ungefähre Regel, dass die Aufmagnetisierung von einem gegebenen Kennlinienpunkt auf einer Geraden („reversible Gerade") mit der Steigung erfolgt, mit der die Entmagnetisierungskennlinie $B_M(H_M)$ die B-Achse bei $H = 0$ schneidet. Der neue Wert der Remanenzflussdichte ist die gegenüber der ursprünglichen Remanenz kleinere Permanenz B_{perm}; der Magnet ist irreversibel teilentmagnetisiert, da $B_{\delta 3} < B_{\delta 1}$ ist. Der Schnittpunkt der magnetischen Arbeitsgerade mit der „permanenten" Kennlinie ergibt nun den magnetischen Arbeitspunkt P_3, dessen Abstand zur Abszisse eine niedrigere magnetische Flussdichte $B_{\delta 3}$ ergibt als zuvor der Arbeitspunkt P_1 mit $B_{\delta 1}$ (Jurisch 2007).

Soll der Magnetläufer eines PM-Motors „ausbaufest" sein, sich also bei Ausbau des Läufers (z. B. auch aus einer Magnetisierungseinrichtung) nicht bleibend entmagnetisieren, so muss der Schnittpunkt P_2 oberhalb des Knies liegen, was eine hohe Koerzitivfeldstärke erfordert. Deshalb sind Selten-Erd- und Ferrit-Läufer i. A. ausbaufest (Volkrodt 1975), AlNiCo-Läufer wegen der stark gekrümmten

Entmagnetisierungskennlinie und deshalb niedrigen Koerzitivfeldstärke aber nicht. Allerdings lassen sich AlNiCo-Läufer im Einbauzustand in der Maschine durch einen ausreichend hohen Stromimpuls in einem Strang der Ständerwicklung, der ein Fremdfeld in Richtung des Läufermagnetfelds erregt, wieder aufmagnetisieren. Die dafür erforderliche Stromdichte ist wegen des kurzen Impulses begrenzter Amplitude für die Wicklung thermisch ungefährlich. Auch die Stromkräfte in der Wicklung sind ausreichend klein. Bei Ferrit- und vor allem bei Selten-Erd-Magneten sind wegen der höheren Koerzitivfeldstärke die für das Aufmagnetisieren erforderlichen Sättigungsfeldstärken deutlich größer, sodass die dafür erforderlichen Amplituden der Stromimpulse selbst bei sehr kurzer Dauer die Ständerwicklung thermisch und vor allem mechanisch schädigen würden. Die Aufmagnetisierung der Läufermagnete muss daher in speziell dafür geeigneten Hochstromspulen erfolgen, aus denen sie dann aber wegen ihrer „Ausbaufestigkeit" auch ohne weiteres aus- und in die Maschine eingebaut werden können. Einziges Einbauproblem ist die Verletzungsgefahr wegen der i. A. großen Magnetkräfte bei weichmagnetischem Eisen in der Nachbarschaft der starken Permanentmagnete.

Würde in Abb. 9.3 die (nicht dargestellte) Ständerwicklung mit der Durchflutung Θ pro Pol erregt (vgl. die ähnliche Abb. 2.6), so muss sie bei der Berechnung der Luftspaltflussdichte im Durchflutungssatz (9.2) berücksichtigt werden. Dies ist in Abb. 9.7a angedeutet, wo der Magnet in einem Eisenjoch mit Luftspalt und einer zusätzlichen Spulendurchflutung angeordnet ist. Für Abb. 9.3 gilt mit nunmehr vorhandener Statordurchflutung pro Polpaar 2Θ:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2(H_\delta \delta + H_M h_M) = 2\Theta \tag{9.6}$$

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 \cdot (H_M - \Theta / h_M) \cdot \frac{h_M}{\delta} = B_M \tag{9.7}$$

Die magnetische Arbeitsgerade im $B(H)$-Diagramm tritt mit derselben Steigung wie bei stromloser Wicklung auf, ist aber bei negativer Statordurchflutung um den Betrag von Θ / h_M nach links verschoben (Abb. 9.5b), bei positiver Statordurchflutung nach rechts. Im ersteren Fall wird der Magnet entmagnetisiert, im zweiten Fall zusätzlich aufmagnetisiert. Wird im ersten Fall der Schnittpunkt P_2 wie in Abb. 9.5b erreicht, so erfolgt wieder eine irreversible Teil-Entmagnetisierung des Magneten. Nach Abschalten der Ständerdurchflutung liegt der magnetische Arbeitspunkt nicht bei P_1, sondern bei P_3 auf der permanenten Kennlinie.

Fazit:
Der Permanentmagnet darf nicht in einem magnetischen Arbeitspunkt unterhalb des „Knies" seiner Hysterese-Schleife betrieben werden, weil dann eine irreversible Entmagnetisierung erfolgt. Diese Entmagnetisierfestigkeit kann bei vorgegebenen Materialdaten durch eine ausreichend große Magnethöhe h_M erreicht werden.

Arbeitet man mit dem $J_M(H_M)$-Diagramm des Magneten (Abb. 9.2), so ist wegen (9.1) anstelle von (9.3) die „Arbeitsgerade" (9.8) zu verwenden, die also stärker als (9.3) geneigt ist. Mit ihr wird zu einem Wert H_M anstelle B_M der entsprechende Wert J_M ermittelt.

$$J_M = B_M - \mu_0 H_M = -\mu_0 \cdot (h_M/\delta) \cdot H_M - \mu_0 H_M$$
$$J_M = -\mu_0 \cdot \frac{h_M + \delta}{\delta} \cdot H_M \tag{9.8}$$

Bei Auftreten einer Statordurchflutung Θ pro Pol folgt aus (9.7) mit (9.8) die aus dem Ursprung ($J_M = 0, H_M = 0$) verschobene Arbeitsgerade (9.9) im $J_M(H_M)$-Diagramm.

$$J_M = B_M - \mu_0 H_M = -\mu_0 \cdot (H_M - \Theta/h_M) \cdot \frac{h_M}{\delta} - \mu_0 H_M$$
$$J_M = -\mu_0 \cdot \frac{h_M + \delta}{\delta} \cdot \left(H_M - \frac{\Theta}{h_M + \delta}\right) \tag{9.9}$$

Sie ist im Gegensatz zu (9.7) aus dem Ursprung nicht um Θ/h_M, sondern um $\Theta/(h_M + \delta)$ zu verschieben, um den zu B_M entsprechenden Wert J_M zu erhalten. Dabei ist wegen $\mu_M \approx \mu_0$ die von Θ erregte magnetische (Gegen)-Feldstärke H_g im Luftspalt und im Magneten annährend gleich groß. Sie beträgt wegen $H_\delta \approx H_M = H_g$ gemäß (9.6) $H_g = \Theta/(h_M + \delta)$, also gemäß (9.9) den Wert, um den die Arbeitsgerade (9.8) zu verschieben ist. Im $J_M(H_M)$-Diagramm ist also die Arbeitsgerade um den Wert des Gegenfelds $H_g = \Theta/(h_M + \delta)$ aus dem Ursprung zu verschieben, im $B_M(H_M)$-Diagramm um den Wert des Gegenfelds Θ/h_M, das bei verschwindend kleinem Luftspalt $\delta = 0$ auftreten würde. Natürlich kann man alle Berechnungen zum magnetischen Arbeitspunkt direkt im $B_M(H_M)$-Diagramm mit (9.3) bzw. (9.7) durchführen, und J_M danach mit (9.1) ermitteln.

Beispiel 9.2

Wie groß ist die erforderliche elektrische Durchflutung, um einen quaderförmigen NdFeB-Magneten mit einer linearen $B_M(H_M)$-Kennlinie im 2. Quadranten der Hystereseschleife (H_{CB} = –900 kA/m) in der Anordnung von Abb. 9.3 mit h_M = 5 mm auf $B_p = 0$ zu entmagnetisieren?

Lösung:

$$B_p = -\mu_0 \cdot (H_M - \Theta/h_M) \cdot \frac{h_M}{\delta} = 0 \Rightarrow H_{CB} - \Theta/h_M = 0$$
$$\Theta = H_{CB} \cdot h_M = -900000\ \text{A/m} \cdot 0.005\ \text{m} = 4500\ \text{A}$$

Aus Abb. 9.3 … 9.5 ergeben sich die Entwurfsregeln für magnetische Kreise mit Permanentmagneten für bestimmte Materialeigenschaften, also eine bestimmte $B(H)$-Hystereseschleife bei einer bestimmten Magnettemperatur:

1. Für einen aus z. B. mechanischen Gründen geforderten Mindest-Luftspalt δ kann eine gewünschte magnetische Luftspalt-Flussdichte B_δ über eine ausreichend große

Magnethöhe h_M eingestellt werden. Über die Polfläche der elektrischen Maschine stellt sich dann der Fluss pro Pol Φ bei stromloser Wicklung ein.

2. Um bei einem spezifizierten Statorgegenfeld, charakterisiert durch die Statordurchflutung Θ, eine irreversible Entmagnetisierung zu vermeiden, muss die magnetische Feldstärke H, bei der im $B(H)$-Diagramm das „Knie" der Hysterese-Schleife auftritt, größer als die Durchflutung, geteilt durch die Magnethöhe, sein: $|H| > |\Theta/h_M|$. Dies erfordert wiederum eine Mindesthöhe h_M, die i. A. größer ist als der Wert, der sich aus Bedingung 1. ergibt.
3. Oft findet man als Bemessungskriterium für die Magnethöhe die Forderung nach maximaler magnetischer Energie im Luftspalt, die sich bei Oberflächenmagneten bei $\delta = h_M \cdot (\mu_0/\mu_M) \approx h_M$ ergibt (Bsp. 9.4, Abb. 9.9b). Dann ist aber B_δ nur $B_R/2$, also bei NdFeB-Magneten nur ca. 0.5 ... 0.6 T, was relativ klein ist und eine niedrige Esson'sche Leistungsziffer $C \sim A \cdot B_\delta$ ergibt. Deshalb ist die Größe der magnetischen Energie im Luftspaltvolumen i. A. kein Auslegungskriterium für Dauermagnetkreise für E-Motoren.

Beispiel 9.3

Sechs Magnetwerkstoffe, gekennzeichnet durch B_R und H_{CB} (Tab. 9.1), werden im idealen Eisenjoch ($\mu_{Fe} \to \infty$) gemäß Abb. 9.7a verglichen:
(1) AlNiCo, (2) Selten-Erd-Magnet NdFeB, Typ A, geeignet für eine Dauerbetriebstemperatur 70°C, (3) NdFeB, Typ B, geeignet für 180°C, hat gegenüber Typ A eine geringere Remanenzflussdichte, (4) Selten-Erd-Magnet Sm_2Co_{17} für 350°C, (5) Ba-Ferrit, (6) elastisch verformbarer Komposit-Magnet aus einer Gummi-Mischung (50 %) und Ba-Ferrit-Magnetpulver (50 %).

1. Wie groß ist die magnetische Flussdichte im aufmagnetisierten Magnetmaterial, wenn die elektrische Durchflutung Θ in der Spule in Abb. 9.7a Null ist?
2. Wie groß ist die magnetische Feldstärke im Magnetmaterial, wenn über die Spule mit einer negativen elektrischen Durchflutung $-\Theta$ ein Gegenfeld eingeprägt wird?
3. Wie müssen die Abmessungen (Querschnittsfläche A_M, Magnethöhe h_M) der quaderförmigen Magnete in Bezug auf $A_M = A_0$ und $h_M = h_0$ für AlNiCo gewählt werden, damit für alle sechs Magnetwerkstoffe der gleiche Magnetfluss Φ und die gleiche zulässige Gegendurchflutung $-\Theta$ auftreten, sodass $H_M = -H_{CB}$ ist?

Lösung:

1) In Abb. 9.7a ist im Vergleich zu Abb. 9.7b der Luftspalt $\delta = 0$. Gemäß (9.5) ist die Flussdichte im Magneten $B_p = B_R$ die Remanenzflussdichte!
2) Gemäß (9.6) ist bei $\delta = 0$ die Feldstärke $H_M = -\Theta/h_M$.
3) Der Fluss ist $\Phi = B_p A_M = B_R A_M$. Mit den Bedingungen $A_M = \Phi/B_p \sim 1/B_R$ und $|h_M| > |\Theta/H_{CB}| \sim 1/H_{CB}$ ergeben sich A_M, h_M und das Magnetvolumen

Tab. 9.1 Vergleich der Abmessungen unterschiedlicher quaderförmiger Permanentmagnet-Materialien bei gleichem Magnetfluss und gleicher zulässiger Gegenfeldstärke

bei 20°C		AlNiCo	NdFeB Typ A	NdFeB Typ B	Sm_2Co_{17}	Ba-Ferrit	Gummi-Ferrit
B_R	[T]	1.3	1.4	1.2	0.95	0.4	0.24
H_{CB}	[kA/m]	90	1100	900	710	270	175
A_M/A_0	[–]	1	0.93	1.08	1.36	3.25	5.4
h_M/h_0	[–]	1	0.08	0.1	0.13	0.33	0.51
V_M/V_0	[–]	1	0.076	0.11	0.18	1.08	2.8

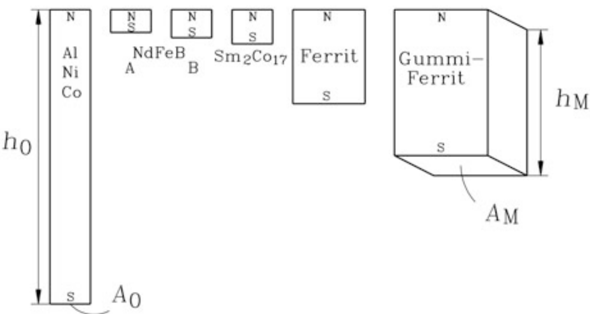


Abb. 9.6 Vergleich sechs unterschiedlicher quaderförmiger Permanentmagnet-Materialien hinsichtlich ihrer Abmessungen für gleichen Fluss und gleiche zulässige Gegenfeldstärke: (1) AlNiCo, (2) NdFeB, Typ A für 70°C, (3) NdFeB, Typ B für 180°C, (4) Sm_2Co_{17}, (5) Ba-Ferrit, (6) Komposit Gummi-Ferrit

$V_M = h_M A_M$ für die Magnetmaterialien. Es werden für AlNiCo die Querschnittsfläche $A_0 = A_M$ und die Magnethöhe $h_0 = h_M$ zu 100 % angesetzt. Die Werte A_M, h_M der anderen Materialien werden relativ zu AlNiCo in Tab. 9.1 und Abb. 9.6 angegeben.

Fazit:
Selten-Erd-Magnete benötigen gegenüber AlNiCo bei gleichem Fluss und gleicher zulässiger Gegenfeldstärke nur etwa 10 % des Magnetvolumens, sodass sehr kompakte PM-Maschinen gebaut werden können; sie sind aber teurer. PM-Maschinen mit den kostengünstigen Ferriten benötigen etwa das gleiche Magnetvolumen wie AlNiCo bei deutlich kleinerer Flussdichte unterhalb von ca. 0.4 T, sodass Flusskonzentrationsanordnungen verwendet werden.

Beispiel 9.4

Ein quaderförmiger Selten-Erd-Dauermagnet mit der Magnethöhe h_M und der Querschnittsfläche A_M und der idealisierten $B_M(H_M)$-Hystereseschleife und Neukurve (Abb. 9.8a) wird in einem idealen Eisenjoch ($\mu_{Fe} \to \infty$) mit dem Luftspalt $\delta = 0$

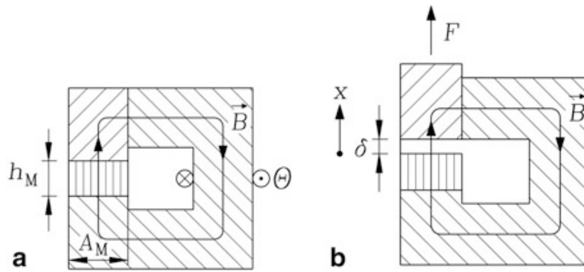


Abb. 9.7 (**a**) Ein quaderförmiger Dauermagnet mit der Magnethöhe h_M und Querschnittsfläche A_M wird in einem Eisenjoch über eine Spule mit der elektrischen Durchflutung Θ aufmagnetisiert. (**b**) Der Eisenjochschenkel wird mit der Kraft F nach oben gezogen. Es entsteht der Luftspalt δ

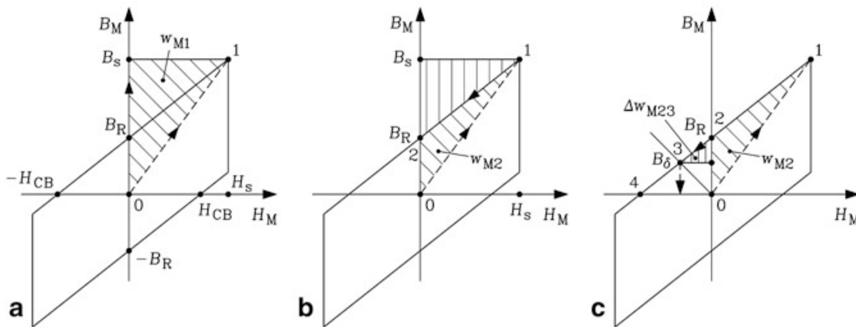


Abb. 9.8 Magnetische Energiedichte im Magnetmaterial w_M eines Selten-Erd-Dauermagneten mit einer idealisierten $B_M(H_M)$-Hystereseschleife und Neukurve (gestrichelt): (**a**) w_{M1} beim Aufmagnetisieren vom Arbeitspunkt (AP) 0 zum AP 1 gemäß Abb. 9.7a mit der elektrischen Durchflutung Θ, (**b**) w_{M2} nach Abschalten der elektrischen Erregung $\Theta = 0$: Änderung von AP 1 zu AP 2, (**c**) Einstellen eines Luftspalts δ gemäß Abb. 9.7b: Änderung von AP 1 zu AP 3

(Abb. 9.7a) über eine Spule mit der elektrischen Durchflutung Θ bis zum Erreichen des magnetischen Arbeitspunkts 1 aufmagnetisiert. Der obere Ast der Hystereseschleife wird durch $B_M = B_R + \mu_M H_M$ beschrieben:

1. Wie groß ist die im Dauermagneten und im Eisenjoch gespeicherte magnetische Energie W_M und W_{Fe} nach Erreichen des Arbeitspunkts 1 in Abb. 9.8a?
2. Wie groß ist W_M nach dem Abschalten des Stroms in der Spule $\Theta = 0$ (Arbeitspunkt 2 in Abb. 9.8b)?
3. Ein Jochschenkel in Abb. 9.7 ist beweglich und wird nun vom Magnet weggezogen, sodass der Luftspalt δ entsteht (Abb. 9.7b)! Welche Kraft F ist dazu nötig? Welche Arbeit W muss geleistet werden? Wie groß ist die im Dauermagneten und im Luftspalt gespeicherte magnetische Energie W_M und W_δ nach Erreichen des Arbeitspunkts 3 in Abb. 9.8c)? Haben sich die gesamte magnetische Energie und jene im Magneten gegenüber 2) erhöht? Wenn ja, um wie viel?

4. Der Jochschenkel wird völlig entfernt, sodass näherungsweise der Luftspalt δ unendlich groß ist (Arbeitspunkt 4 in Abb. 9.8c)). Welche Arbeit W muss geleistet werden? Wie groß sind die im Dauermagneten und im Luftspalt gespeicherten magnetischen Energien W_M und W_δ?
5. Wie sind die energetischen Verhältnisse, wenn der Magnet nun auf dem Rotor einer elektrischen Maschine gemäß Abb. 9.3 befestigt wird?
6. Zeigen Sie, dass die im Luftspaltvolumen gespeicherte magnetische Energie zu Punkt 3) zur schraffierten Dreieckfläche im 2. Quadranten der Hysteresekennlinie des Dauermagneten gemäß Abb. 9.9a proportional ist! Bei welchen Verhältnissen δ/h_M für $0 \leq \delta < \infty$ sind diese Energie und die im Dauermagneten gespeicherte Energie maximal? Wie groß sind dabei B_M und H_M?

Lösung:

1) Die Aufmagnetisierung erfolgt längs der Neukurve, die idealisiert linear zwischen den Arbeitspunkten 0 und 1 verläuft. Im Arbeitspunkt 1 ist $B_M = B_s = B_R + \mu_M H_s = B_R + (B_R/H_{CB}) \cdot H_s = B_R \cdot (1 + (H_s/H_{CB}))$ und die magnetische Energiedichte im Magneten entspricht der schraffierten Dreiecksfläche in Abb. 9.8a.

$$w_{M1} = \int_0^{B_s} H_M dB_M = \int_0^{B_s} (H_s/B_s) \cdot B_M dB_M = H_s B_s/2$$

$$W_{M1} = \int_{V_M} w_M dV = (H_s B_s/2) \cdot A_M h_M$$

Im Eisen tritt wegen der gleichen Querschnitte $A_{Fe} = A_M$ dieselbe Flussdichte $B_{Fe} = B_M = B_s$ auf. Die magnetische Feldstärke im Eisen ist wegen $\mu_{Fe} \to \infty$

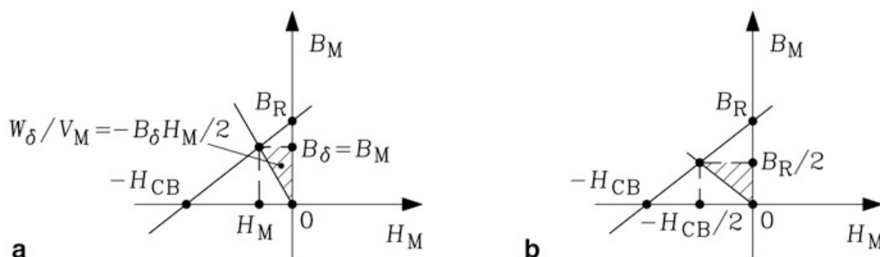


Abb. 9.9 (**a**) Die auf das Magnetvolumen bezogene magnetische Energie im Luftspaltvolumen entspricht dem schraffierten Dreieck unter der Kennlinie der idealisierten $B_M(H_M)$-Hystereseschleife eines Oberflächenmagneten, (**b**) Bei $B_M = B_\delta = B_R/2$ ist die magnetische Energie im Luftspaltvolumen maximal

Null: $H_{Fe} = B_{Fe}/\mu_{Fe} = 0$. Daher ist die magnetische Energiedichte im Eisen $w_{Fe} = \int_0^{B_s} H_{Fe} dB_{Fe} = 0$. Folglich ist $W_{Fe} = \int_{V_{Fe}} w_{Fe} dV = 0$.

2) Nach dem Abschalten des Stroms in der Spule $\Theta = 0$ wandert der magnetische Arbeitspunkt von 1 nach 2. Die Änderung der magnetischen Energie ist proportional zur vertikal schraffierten Dreiecksfläche (Abb. 9.8b), sodass die magnetische Energie W_{M2} der Dreiecksfläche 0-1-2 entspricht ($V_M = A_M h_M$).

$$\frac{\Delta W_{M12}}{V_M} = \int_{B_s}^{B_R} H_M dB_M = \int_{B_s}^{B_R} \frac{B_M - B_R}{\mu_M} dB_M = -\frac{(B_s - B_R)^2}{2\mu_M}$$

$$W_{M2} = W_{M1} + \Delta W_{M12} = A_M h_M \cdot \left(\frac{H_s B_s}{2} - \frac{(B_s - B_R)^2}{2\mu_M} \right)$$

3) Beim Luftspalt δ stellt sich gemäß (9.5) die Flussdichte

$$B_p = B_\delta = \frac{B_R}{1 + \frac{\delta}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}}$$

ein. Die magnetische Zugkraft F auf den ideal magnetisierbaren Schenkel ist gemäß Kap. 4 $F = A_M B_\delta^2/(2\mu_0)$. Die am Schenkel geleistete Arbeit gegen die magnetische Zugkraft zum Einstellen des Luftspalts ist

$$W = \int_0^\delta F \cdot dx = \frac{A_M}{2\mu_0} \int_0^\delta \frac{B_R^2}{\left(1 + \frac{x}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}\right)^2} \cdot dx = \frac{A_M \delta}{2\mu_0} \cdot \frac{B_R^2}{1 + \frac{\delta}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}}.$$

Die Änderung der magnetischen Energie im Magneten ist proportional zur vertikal schraffierten Dreiecksfläche (Abb. 9.8c).

$$\frac{\Delta W_{M23}}{V_M} = \int_{B_R}^{B_\delta} H_M dB_M = \int_{B_R}^{B_\delta} \frac{B_M - B_R}{\mu_M} dB_M = \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M}$$

$$W_{M3} = W_{M2} + \Delta W_{M23} = V_M \cdot \left(\frac{H_s B_s}{2} - \frac{(B_s - B_R)^2}{2\mu_M} + \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M} \right)$$

Die Energie im Magneten hat sich um ΔW_{M23} erhöht! Die magnetische Energie im Luftspaltvolumen $V_\delta = A_M h_\delta$ ist

$$W_\delta = V_\delta \int_0^{B_\delta} H_\delta dB_\delta = V_\delta \int_0^{B_\delta} (B_\delta/\mu_0) \cdot dB_\delta = V_\delta \cdot B_\delta^2/(2\mu_0).$$

Die gesamte magnetische Energie hat sich um $\Delta W_{M23} + W_\delta = W$ erhöht. Dies entspricht genau der am bewegten Eisenschenkel geleisteten Arbeit:

$$\begin{aligned}\Delta W_{M23} + W_\delta &= A_M h_M \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M} + \frac{A_M \delta \cdot B_\delta^2}{2\mu_0} \\ &= \frac{A_M \mu_M}{2 h_M \mu_0^2} \frac{(\delta \cdot B_R)^2}{\left(1 + \frac{\delta}{h_M} \frac{\mu_M}{\mu_0}\right)^2} + \frac{A_M \delta}{2\mu_0} \frac{B_R^2}{\left(1 + \frac{\delta}{h_M} \frac{\mu_M}{\mu_0}\right)^2} \\ &= \frac{A_M \delta}{2\mu_0} \cdot \frac{B_R^2}{1 + \frac{\delta}{h_M} \frac{\mu_M}{\mu_0}} = W\end{aligned}$$

4) Der Jochschenkel wird völlig entfernt, sodass näherungsweise der Luftspalt δ unendlich groß ist.

$$W = \int_0^{\delta \to \infty} F \cdot dx = \lim_{\delta \to \infty} \frac{A_M \delta}{2\mu_0} \cdot \frac{B_R^2}{1 + \frac{\delta}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}} = \frac{A_M h_M B_R^2}{2\mu_M}$$

$$\lim_{\delta \to \infty} B_\delta = \lim_{\delta \to \infty} \frac{B_R}{1 + \frac{\delta}{h_M} \cdot \frac{\mu_M}{\mu_0}} = 0$$

$$\begin{aligned}W_{M4} &= \lim_{B_\delta \to 0} W_{M3} = V_M \cdot \left(\frac{H_s B_s}{2} - \frac{(B_s - B_R)^2}{2\mu_M} + \frac{B_R^2}{2\mu_M}\right) \\ &= V_M \cdot \left(\frac{H_s B_s}{2} + \frac{(2B_R - B_s) B_s}{2\mu_M}\right) = V_M \cdot \left(\frac{(B_s - B_R) B_s}{2\mu_M} + \frac{(2B_R - B_s) B_s}{2\mu_M}\right) \\ &= V_M \cdot \frac{B_R B_s}{2\mu_M}\end{aligned}$$

$$\lim_{\delta \to \infty} W_\delta = \lim_{\delta \to \infty} \frac{A_M \delta}{2\mu_0} \frac{B_R^2}{\left(1 + \frac{\delta}{h_M} \frac{\mu_M}{\mu_0}\right)^2} = 0$$

Die Arbeit $W(\delta \to \infty)$ zum völligen Entfernen des Jochschenkels ist in der erhöhten magnetischen Energie W_{M4} des Dauermagneten gespeichert.

5) Der Läufer mit dem Magneten wird auf Grund des von ihm erregten Magnetfelds in die Statorbohrung hinein gezogen. Die dabei geleistete Arbeit verringert die im Dauermagneten gespeicherte Energie. Die im Luftspaltfeld gespeicherte magnetische Energie verringert die Energie im Dauermagneten weiter. Es stellt sich ein Arbeitspunkt 3 mit unter 3) angegebenen magnetischen Energien im Luftspaltvolumen und im Magnetvolumen ein.

6) Im Luftspaltvolumen gespeicherte magnetische Energie:

$$W_\delta = \delta \cdot A_M \cdot B_\delta^2/(2\mu_0) = \delta \cdot A_M \cdot B_\delta H_\delta/2.$$

Gemäß (9.6) ist $H_\delta \delta = -H_M h_M$, daher $W_\delta = -A_M h_M \cdot B_\delta H_M/2 > 0$, da $H_M < 0$. Die auf das Magnetvolumen $A_M h_M$ bezogene magnetische Energie im Luftspaltvolumen $W_\delta/V_M = -B_\delta H_M/2 > 0$ erscheint als schraffiertes Dreieck in Abb. 9.9a.

$$\frac{dW_\delta}{d\delta} = \frac{d}{d\delta}\left\{\frac{A_M \cdot \delta \cdot B_R^2}{2\mu_0} \cdot \left(1 + \frac{\delta}{h_M}\frac{\mu_M}{\mu_0}\right)^{-2}\right\} = 0,$$

$$1 + \frac{\delta}{h_M}\frac{\mu_M}{\mu_0} - \frac{2\delta}{h_M}\frac{\mu_M}{\mu_0} = 0$$

Bei $\frac{\delta^*}{h_M} = \frac{\mu_0}{\mu_M}$ ist die magnetische Energie im Luftspaltvolumen maximal.

$$B_\delta(\delta^*) = B_M = \frac{B_R}{1 + \dfrac{\delta^*}{h_M} \cdot \dfrac{\mu_M}{\mu_0}} = B_R/2,$$

$$H_M(\delta^*) = \frac{B_M(\delta^*) - B_R}{\mu_M} = -\frac{B_R}{2\mu_M} = -H_{CB}/2.$$

Bei $B_M = B_R/2$, $H_M = -H_{CB}/2$ ist die magnetische Energie im Luftspaltvolumen maximal, was einer maximalen Dreiecksfläche unter der $B_M(H_M)$-Kennlinie des Magneten in Abb. 9.9b entspricht.

$$\frac{dW_M}{d\delta} = \frac{d}{d\delta}\left(\frac{H_s B_s}{2} - \frac{(B_s - B_R)^2}{2\mu_M} + \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M}\right) \cdot V_M$$

$$\frac{dW_M}{d\delta} = -\frac{d}{d\delta}\frac{(B_R - B_\delta)^2 \cdot V_M}{2\mu_M}$$

$$\frac{dW_M}{d\delta} = 0 \Rightarrow \frac{\delta}{h_M}\frac{\mu_M}{\mu_0} \cdot \left(1 + \frac{\delta}{h_M}\frac{\mu_M}{\mu_0}\right)^{-3} = 0.$$

Diese Gleichung ergibt für $\delta = 0$ eine minimale Energie W_{M2} und für $\delta \to \infty$ eine maximale Energie W_{M4}. Für $\delta \to \infty$ ist $B_M = 0$, $H_M = -H_{CB}$.

Beispiel 9.5

Zu Bsp. 9.4: Die idealisierte Hystereseschleife von Abb. 9.8 wird so vereinfacht, dass $H_s = H_{CB}$ ist.

1. Wie groß sind die magnetischen Energien im Magneten und im Luftspalt bei $\mu_{Fe} \to \infty$ in der Konfiguration Abb. 9.7b a) allgemein und b) bei $B_\delta = B_R/2$?
2. Berechnen Sie für $\mu_M \approx \mu_0$, $A_M = 4\,\text{cm}^2$, $h_M = 5\,\text{mm}$, $\delta = 1\,\text{mm}$, $B_R = 1.2\,\text{T}$ die magnetische Energie und die Energiedichte im Magneten und im Luftspalt!

Lösung:

1) a) Aus dem Ergebnis von Bsp. 9.4, Punkt 3) erhalten wir für $H_s = H_{CB}$:

$$B_s = B_R \cdot (1 + (H_s/H_{CB})) = 2B_R \text{ und } H_s = B_R/\mu_M.$$

$$W_M = V_M \cdot \left(\frac{H_s B_s}{2} - \frac{(B_s - B_R)^2}{2\mu_M} + \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M}\right)$$

$$= V_M \cdot \left(\frac{2B_R^2}{2\mu_M} - \frac{B_R^2}{2\mu_M} + \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M}\right) = V_M \cdot \left(\frac{B_R^2}{2\mu_M} + \frac{(B_R - B_\delta)^2}{2\mu_M}\right)$$

$$W_\delta = V_\delta \int_0^{B_\delta} H_\delta dB_\delta = V_\delta \int_0^{B_\delta} (B_\delta/\mu_0) \cdot dB_\delta = V_\delta \cdot B_\delta^2/(2\mu_0).$$

b) $W_M = V_M \cdot \left(\frac{B_R^2}{2\mu_M} + \frac{(B_R - B_R/2)^2}{2\mu_M}\right) = V_M \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{B_R^2}{2\mu_M}, W_\delta = V_\delta \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{B_R^2}{2\mu_0}$

2) $B_\delta = B_R/(1 + \delta/h_M) = 1.2/(1 + 1/5) = 1.0\,\text{T}$

$$w_M = \frac{1.2^2 + (1.2 - 1.0)^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 588873\,\text{Ws/m}^3$$

$$W_M = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 588873 = 1.178\,\text{Ws}$$

$$w_\delta = 1.0^2/(2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}) = 397887\,\text{Ws/m}^3$$

$$W_\delta = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \cdot 397887 = 0.159\,\text{Ws}$$

9.2 Funktionsweise von Permanentmagnet-Synchronmaschinen

Wird nur die Sinusgrundwelle mit der Ordnungszahl $\mu = 1$ der in Abschn. 9.1 hergeleiteten Feldverteilung im Luftspalt (Abb. 9.4b) betrachtet, so können die in Kap. 8 gezeigten Zeigerdiagramme für netzgespeiste Synchronmaschinen weiter verwendet werden. Der Einfluss der Oberwellen des Läuferfelds auf die Form der induzierten Spannung wird dabei vernachlässigt. Es wird ein fiktiver unveränderlicher Erregerstrom I_f als Ersatzgröße für die magnetische Flussdichte B_p verwendet. Hier wird im Folgenden auf die Eigenschaften von über Polradlagegeber gesteuerte Permanentmagnet-Synchronmaschinen eingegangen, wobei ein Großteil der maschinenspezifischen Details auch für netzgespeiste PM-Synchronmaschinen gültig ist (Hendershot 1993).

9.2.1 Luftspalt-Flussdichteverteilung im Leerlauf

Der idealisierte Feldverlauf $B_p(x)$ im Luftspalt infolge Permanentmagneterregung im Läufer bei stromloser Ständerwicklung (generatorischer Leerlauf) kann bei Oberflächenmagneten konstanter Höhe und bei konstantem Luftspalt als Rechteckkurve angenähert und unter dieser Annahme mit guter Genauigkeit analytisch berechnet werden (Abb. 9.4b), vor allem wenn der Einfluss der Eisensättigung vernachlässigt werden kann. Neben der

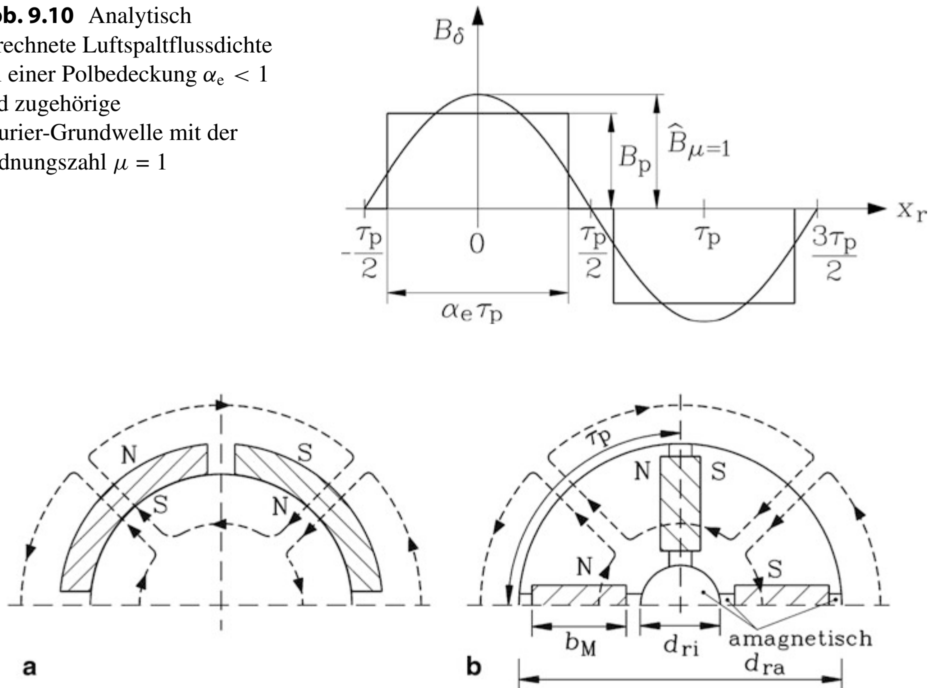


Abb. 9.10 Analytisch berechnete Luftspaltflussdichte bei einer Polbedeckung $\alpha_e < 1$ und zugehörige Fourier-Grundwelle mit der Ordnungszahl $\mu = 1$

Abb. 9.11 Vergleich von zwei vierpoligen Permanentmagnetläufern: (**a**) Oberflächenmagnete, (**b**) Vergrabene Magnete in „Speichen"-Anordnung

Anordnung mit $\alpha_e = 100$ % Polbedeckung (Abb. 9.4b) wird häufig die Anordnung mit verkleinerter Polbedeckung (z. B. $\alpha_e = 85$ %) verwendet. Die Lückenbreite zwischen den benachbarten Magneten unterschiedlicher Polarität beträgt $(1 - \alpha_e) \cdot \tau_p$; es wird Magnetmaterial eingespart (Abb. 9.10) (Hanselman 2003)

Bei im Rotoreisen „vergrabenen" Magneten (Abb. 9.11) stößt die analytische Feldberechnung wegen der zweidimensionalen Feldverteilung an ihre Grenzen, vor allem wenn die nichtlineare Eisensättigung zu berücksichtigen ist (Russenschuck 1990; Reichert 2004). Trotzdem lassen sich prinzipielle Eigenschaften vergrabener Magnete abschätzen. Bei im Rotoreisen vergrabenen Magneten schließt sich ein Teil des Magnetflusses im Rotoreisen selbst und erreicht nicht den Stator (Abb. 9.12). Dieser Rotorstreufluss geht für die Beteiligung an der Energiewandlung verloren. Deshalb erfolgt fallweise die seitliche Begrenzung der Magnete, aber auch die Ausführung der Welle durch amagnetischen Stahl (Edelstahl), um den Streufluss zu verringern (Abb. 9.11b), was aber die Fertigung der Rotoren verteuert. Mit vergrabenen Magneten kann durch eine Flusskonzentration die magnetische Flussdichte im Luftspalt gegenüber der Anordnung mit Oberflächenmagneten, wo $B_M = B_\delta$ gilt, auf $B_\delta > B_M$ erhöht werden.

Gemäß Abb. 9.11b gilt wegen der Flusskonstanz pro Pol bei vernachlässigtem Polstreufluss und $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ für die mittleren Magnet- und Luftspaltflussdichten bei

stromloser Ständerwicklung (Leerlauf, (9.10)), wobei im Folgenden die ideelle Eisenlänge l_e näherungsweise mit der Netto-Blechpaket-Eisenlänge l_{Fe} gleichgesetzt wird, was bei Fehlen radialer Kühlschlitze auch exakt zutrifft.

$$\Phi = B_M \cdot 2b_M \cdot l_{Fe} = B_\delta \cdot \tau_p \cdot l_{Fe} \qquad (9.10)$$

$$B_\delta = k_M \cdot B_M, \quad k_M = 2b_M/\tau_p \qquad (9.11)$$

Der Flusskonzentrationsfaktor k_M wird für die „Speichen"-Anordnung der Magnete (Abb. 9.11b; die Lage der Magnete ähnelt den Speichen eines Rads) abgeschätzt, wo die maximal mögliche Magnetbreite b_M durch die Differenz von halbem Rotoraußen- und -innendurchmesser $b_M = (d_{ra} - d_{ri})/2$ überschlägig bestimmt ist; wegen der mechanischen Läuferfestigkeit ist eine Reserve $b_M < (d_{ra} - d_{ri})/2$ nötig!

$$k_M = \frac{2b_M}{\tau_p} = \frac{d_{ra} - d_{ri}}{\frac{d_{ra}\pi}{2p}} = \frac{2p}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{d_{ri}}{d_{ra}}\right) \qquad (9.12)$$

Beispiel 9.6

Gemäß Abb. 9.11b sind vergrabene Magnete in „Speichen"-Anordnung mit den Abmessungen $d_{ri}/d_{ra} = 0.3$ im Läufer bei unterschiedlichen Polzahlen im Einsatz. Ab welcher Polzahl gibt es eine Flusskonzentration, d.h. ab wann ist $k_M > 1$?

Lösung:
Gemäß Tab. 9.2 tritt erst ab der Polzahl 6 eine Flussdichteerhöhung im Luftspalt auf!

Werden anstelle der „Speichen"-Anordnung die vergrabenen Magnete in der Form gemäß Abb. 9.12 vergraben, so wird bereits bei der Polzahl 4 eine nennenswerte Flusskonzentration erhalten, sodass auch mit kostengünstigen Ferritmagneten Luftspaltflussdichten von etwa 0.5 T erreicht werden. Die Läuferausführung in Abb. 9.12 enthält auch einen Anlaufkäfig, sodass solche PM-Synchronmaschinen auch am Netz ohne Polradlagegeber betrieben werden können, wie es in Kap. 8 erläutert wurde (siehe auch Abschn. 9.7).

9.2.2 Induzierte Leerlaufspannung (Polradspannung) bei PM-Synchronmaschinen

Mit der in Kap. 4 beschriebenen Fourier-Reihenentwicklung werden aus der Läufer-Feldverteilung im Luftspalt die einzelnen Feldwellen ermittelt, und dann wird für jede Läufer-Feldwelle über die Wicklungsfaktoren die induzierte Spannung in der

Tab. 9.2 Flusskonzentrationsfaktor für Rotormagnete in „Speichen"-Anordnung (Abb. 9.11b) bei unterschiedlicher Polzahl für $d_{ri}/d_{ra} = 0.3$

Polzahl $2p$	2	4	6	8
k_M	$0.45 < 1$	$0.9 < 1$	$1.34 > 1$	$1.78 > 1$

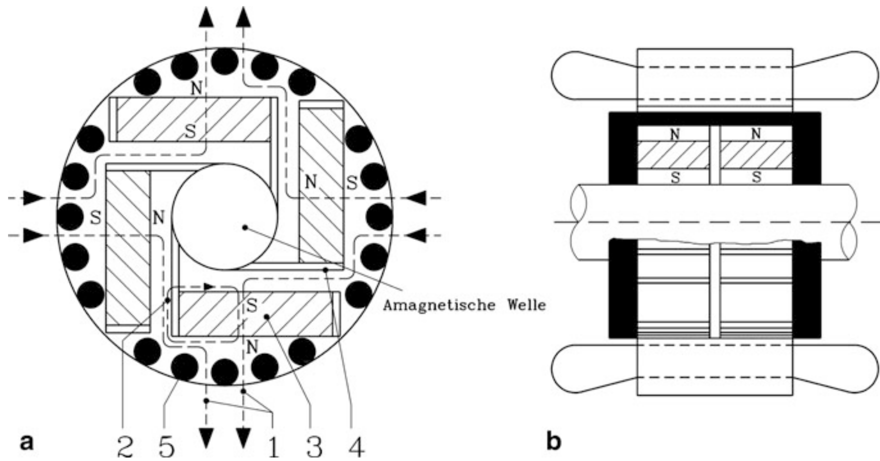


Abb. 9.12 Flusskonzentration in einem vierpoligen PM-Läufer mit Ferritmagneten und einem Anlaufkäfig für netzbetriebene PM-Synchronmaschinen (Quelle: Höppner und Waldinger 1980) (**a**) Läuferquerschnitt, 1: Feldlinien des Läufer-Hauptflusses, 2: Feldlinien des Läuferstreuflusses, 3: Permanentmagnete, 4: Amagnetische Stahlplatten zur Verringerung des Läuferstreuflusses, 5: Anlaufkäfig. Eine amagnetische Stahlwelle wird zur Verminderung des Läuferstreuflusses verwendet. (**b**) Axialschnitt des Läufers

Ständerwicklung berechnet. Bei polradlagegesteuerten PM-Synchronmaschine wird bezüglich der Kurvenform des Zeitverlaufs der Polradspannung je Strang zwischen den beiden Sonderfällen

- trapezförmige Polradspannung und
- sinusförmige Polradspannung

unterschieden.

a) Trapezförmige Polradspannung: Bei Oberflächenmagneten mit konstanter Magnethöhe wird bei konstantem Luftspalt, 100 % Polbedeckung und ungesehnter, um eine Ständernutteilung geschrägter Drehstromwicklung eine trapezförmige Polradspannung je Strang in der Ständerwicklung induziert. Dies wird am besten unter Umgehung einer Fourier-Reihenentwicklung direkt aus der Läuferfeldverteilung berechnet. Ungesehnte Drehstromwicklungen sind im einfachsten Fall Einschichtwicklungen. Die Flussverkettung einer ungesehnten Spule (N_c: Windungszahl je Spule, l_{Fe}: Blechpaketlänge) ist für $l_e \cong l_{Fe}$

$$\psi_c(t) = N_c \cdot l_{Fe} \cdot \int_0^{\tau_p} B_\delta(x,t) \cdot dx. \qquad (9.13)$$

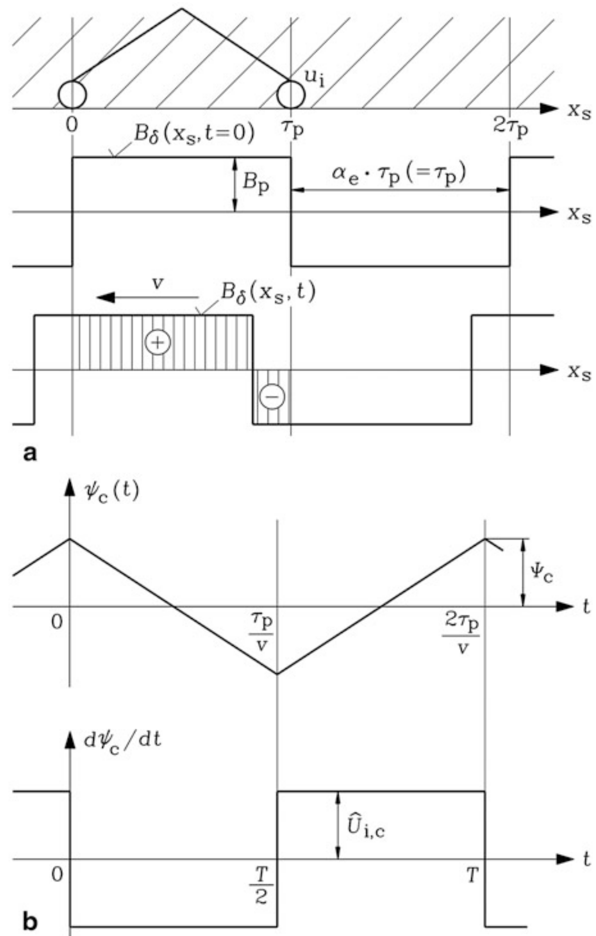


Abb. 9.13 Spannungsinduktion einer rechteckförmigen Verteilung des Läuferfelds in eine ungesehnte Ständerspule: (**a**) Flussdichteverteilung im Luftspalt, (**b**) Spulenflussverkettung und induzierte Spannung $\sim d\psi_c/dt$ einer Ständerspule

Bei 100 % Polbedeckung ist die Luftspaltflussdichte innerhalb einer Rotorpolteilung im Idealfall konstant B_p (Abb. 9.13a). Daher ändert sich der mit der Ständerspule verkettete Fluss linear mit der Verschiebung $\Delta x = v \cdot t$ des Rotors auf Grund dessen Geschwindigkeit $v = 2f \cdot \tau_p$ in Umfangsrichtung (und somit $x_s = x_r + v \cdot t$) zwischen den beiden Extremwerten $+\Psi_c$ und $-\Psi_c$ ($\Psi_c = N_c \cdot \tau_p l_{Fe} \cdot B_p$). Daher hat die Spulenflussverkettung einen dreieckförmigen Verlauf über der Zeit t (Abb. 9.13b). Mit dem Faraday'schen Induktionsgesetz $u_{i,c} = -d\psi_c/dt$ folgt die Leerlaufspannung je Ständerspule aus der Spannungsgleichung je Strang.

$$u + u_{i,c} = R \cdot i, \quad u_{i,c} = -d\psi_c/dt \quad \Rightarrow \quad i = 0 : u = u_p = d\psi_c/dt \tag{9.14}$$

Die zeitliche Ableitung der dreieckförmigen Flussverkettung einer Spule ist eine rechteckförmige Spannungsfunktion – analog zur idealisierten rechteckförmigen Feldverteilung (Abb. 9.13b) mit der Amplitude

$$\hat{U}_{\mathrm{i,c}} = 2N_{\mathrm{c}} \cdot v \cdot B_{\mathrm{p}} \cdot l_{\mathrm{Fe}} = 2N_{\mathrm{c}} \cdot 2f\tau_{\mathrm{p}} \cdot B_{\mathrm{p}} \cdot l_{\mathrm{Fe}}. \tag{9.15}$$

Da in Wirklichkeit das Luftspaltfeld nicht ideal rechteckförmig ist, weicht auch die Spulenspannung gemäß Abb. 9.13 in gleicher Weise von der Rechteckform ab, was hier vernachlässigt wird.

Bei q um je eine Nutteilung τ_{Q} räumlich versetzten, in Serie geschalteten Spulen je Pol und Strang werden die zeitlichen Spannungsverläufe $u_{\mathrm{i,c}}(t)$ je Spule zeitlich versetzt um τ_{Q}/v induziert und ergeben – summiert über q Spulen je Gruppe – gemäß Abb. 9.14a einen stufenförmigen Verlauf. In Abb. 9.14a werden wegen $q = 2$ zwei rechteckförmige Spannungsverläufe $u_{\mathrm{i,c}}(t)$ und $u_{\mathrm{i,c}}(t - \tau_{\mathrm{Q}}/v)$ addiert und ergeben für $2p = 2$ die induzierte Spannung als Spulengruppenspannung $u_{\mathrm{i}}(t) = u_{\mathrm{i,gr}}(t) = u_{\mathrm{i,c}}(t) + u_{\mathrm{i,c}}(t - \tau_{\mathrm{Q}}/v)$. In Abb. 9.15 ist diese Addition für $q = 3$ dargestellt. Bei p Polpaaren in Serie und a parallelen Zweigen je Strang ergibt sich die resultierende Windungszahl je Strang $N_{\mathrm{s}} = p \cdot q \cdot N_{\mathrm{c}}/a$ und damit die induzierte Spannungsamplitude je Strang

$$\hat{U}_{\mathrm{i}} = 2N_{\mathrm{s}} \cdot v \cdot B_{\mathrm{p}} \cdot l_{\mathrm{Fe}} = 2N_{\mathrm{s}} \cdot 2f\tau_{\mathrm{p}} \cdot B_{\mathrm{p}} \cdot l_{\mathrm{Fe}}. \tag{9.16}$$

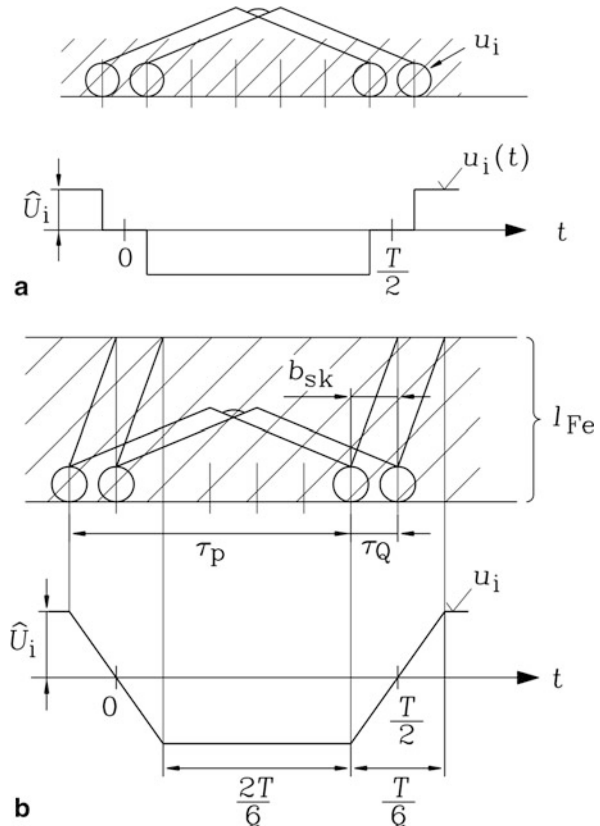


Abb. 9.14 Spannungsinduktion durch Oberflächenmagnete mit 100 % Polbedeckung in eine Spulengruppe mit q ungesehnten Spulen (hier: $q = 2$), (**a**) ungeschrägte Maschine, (**b**) um eine Nutteilung geschrägte Maschine ($b_{\mathrm{sk}} = \tau_{\mathrm{Q}}$)

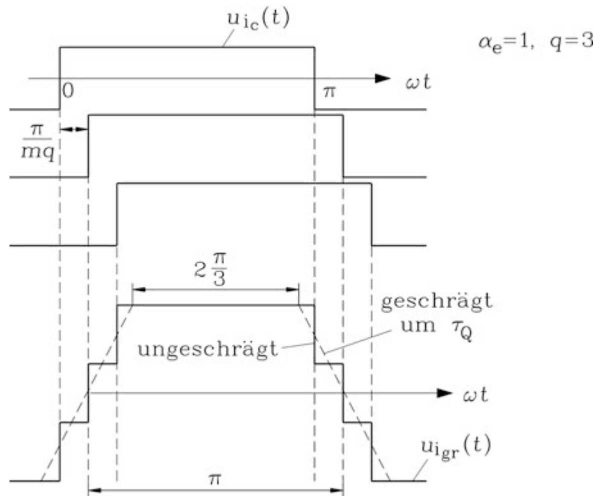


Abb. 9.15 Spannungsinduktion je Spule $u_{i,c}(t)$ durch Oberflächenmagnete mit 100 % Polbedeckung in eine $m = 3$-strängigen Wicklung mit $q = 3$ ungesehnten Spulen je Pol und Strang: Oben: Spannungen je Spule $u_{i,c}(t)$ (ungeschrägt); unten: Spannung der Spulengruppe $u_{i,gr}(t)$: Vergleich der ungeschrägten Maschine (volle Linie) mit einer um eine Nutteilung geschrägten Maschine (gestrichelte Linie)

Sind die Statornuten oder die Rotormagnete um die Schrägungsbreite b_{sk} (hier: eine Nutteilung) geschrägt (Abb. 9.14b), so ändert sich die Flussverkettung je Halbperiode $T/2 = 1/(2f) = 1/(2np)$ während der Zeit $(\tau_p - b_{sk})/v$ linear und während der Zeit b_{sk}/v quadratisch mit t. Die zeitliche Änderung der Flussverkettung ist somit je Halbperiode abschnittsweise während der Zeit $(\tau_p - b_{sk})/v$ konstant und während der Zeit b_{sk}/v linear, sodass die induzierte Spannung nicht mehr rechteckförmig, sondern trapezförmig ist. Wird die Schrägungsbreite gleich einer Ständernutteilung $b_{sk} = \tau_Q$ gewählt, so fügen sich die q trapezförmigen Spannungs-Zeitfunktionen zu einer resultierenden Trapezspannung je Spulengruppe mit der Dachbreite 120° el. (= konstante Spannung) und 60° el. Dachschräge (= linear veränderliche Spannung) gemäß Abb. 9.14b und 9.15 zusammen. Die verkettete Spannung als die Differenz zweier Trapez-Strangspannungen, die zueinander um $T/3$ zeitlich versetzt sind, ist wieder eine Trapezspannung, allerdings mit der Dachbreite 60° el. (= konstante Spannung) und 120° el. Dachschräge (= linear veränderliche Spannung). Ihre Spannungsamplitude beträgt

$$\hat{U}_{i,LL} = 4N_s \cdot 2f\tau_p \cdot B_p \cdot l_{Fe}. \tag{9.17}$$

Alternativ ist es möglich, mit den Formeln gemäß Kap. 3 die Rechteckspulenspannung als Fourier-Reihe von Spannungsharmonischen darzustellen. Jede Spannungsoberschwingung mit der Ordnungszahl μ wird nach den Regeln der verteilten Wicklungen addiert, wobei die Amplitude jeder Spannungsharmonischen mit dem jeweiligen μ-ten

Sehnungsfaktor der Spulen (hier: ungesehnt), dem μ-ten Zonenfaktor und dem in Kap. 6 hergeleiteten μ-ten Schrägungsfaktor multipliziert werden. Durch den Zonenfaktor ergibt sich je μ-ter Oberschwingung eine von der Ordnungszahl μ abhängige Phasenverschiebung. Die Summe aller so berechneten Spannungsharmonischen für $1 \leq \mu < \infty$ mit ihren Phasenverschiebungen ergibt ebenfalls den in Abb. 9.15 gestrichelt dargestellten Trapezverlauf der Strangspannung. Diese Methode wird im nun zu besprechenden Fall der sinusförmigen Polradspannung angewendet. Für die Trapezspannung ist aber der direkte, hier vorgestellte Weg einfacher und wurde deshalb verwendet.

b) Sinusförmige Polradspannung: Um mit einem Permanentmagnetläufer mit Oberflächenmagneten eine möglichst sinusförmige verkettete Spannung in der Ständerwicklung zu induzieren, muss die Polbedeckung kleiner als 100 % gewählt werden (Andresen 1985). Weiter muss eine gesehnte Zweischichtwicklung oder eine spezielle Einschicht-Bruchlochwicklung (q ist nicht ganzzahlig, sondern eine Bruchzahl, siehe Kap. 2 und 3) zum Filtern der Läuferoberwellen, eine Sternschaltung zur Unterdrückung der Läuferharmonischen mit durch 3 teilbarer Ordnungszahl und eine Schrägung um i. A. eine Nutteilung eingesetzt werden.

Die in Abhängigkeit der Rotor-Umfangskoordinate x_r in Abb. 9.10 dargestellte läufererregte Luftspaltflussdichte wird in eine Fourier-Reihe entwickelt, die wegen der Abszissensymmetrie von N- und S-Polfeld nur Oberwellen mit ungerader Ordnungszahl μ enthält.

$$B_\delta(x_r) = \sum_{\mu=1}^{\infty} \hat{B}_{\delta,\mu} \cdot \cos(\mu\pi x_r/\tau_p), \quad \mu = 1, 3, 5, 7, \ldots. \tag{9.18}$$

$$\hat{B}_{\delta,\mu} = \frac{4 \cdot B_p}{\pi \cdot \mu} \cdot \sin(\mu \cdot \alpha_e \cdot \pi/2) \tag{9.19}$$

Diese Oberwellen sind von der gleichen Art wie die in Kap. 3 besprochenen Läuferoberwellen von elektrisch erregten Synchronmaschinen. Sie „kleben“ quasi am Läuferpol und laufen mit gleicher Geschwindigkeit wie der Läuferpol und die Grundwelle um.

In Abb. 9.16 sind die auf $4B_p/\pi$ normierten Amplituden für $\mu = 1, 5, 7$ in Abhängigkeit der Polbedeckung α_e dargestellt. Bei $\alpha_e = 0.85$ tritt zwar eine Verringerung der Grundwellenamplitude um ca. 3 % auf, aber die störende 5. und 7. Oberwelle, die die Ständerwicklung mit 5- bzw. 7-facher Grundfrequenz induzieren, werden gemeinsam minimal. Die schon einmal in Kap. 4 besprochene Induktionswirkung bei mit der Geschwindigkeit v bewegtem Rotor wird noch einmal mithilfe von (9.20) aus der Beziehung zwischen Ständer- und Rotorumfangskoordinate $x = x_s$ und x_r berechnet ($\omega = 2\pi f = \pi \cdot v/\tau_p$).

$$x_s = x_r + v \cdot t = x_r + 2f\tau_p t \tag{9.20}$$

$$B_{\delta,\mu}(x,t) = \hat{B}_{\delta,\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu x \pi}{\tau_p} - \mu \cdot \omega \cdot t\right), \mu = 1, 3, 5, 7, \ldots \tag{9.21}$$

Mit gesehnten Spulen W/τ_p wird die induzierende Wirkung der Oberwellen weiter verringert, da die Flussverkettung pro Spule um den Sehnungsfaktor

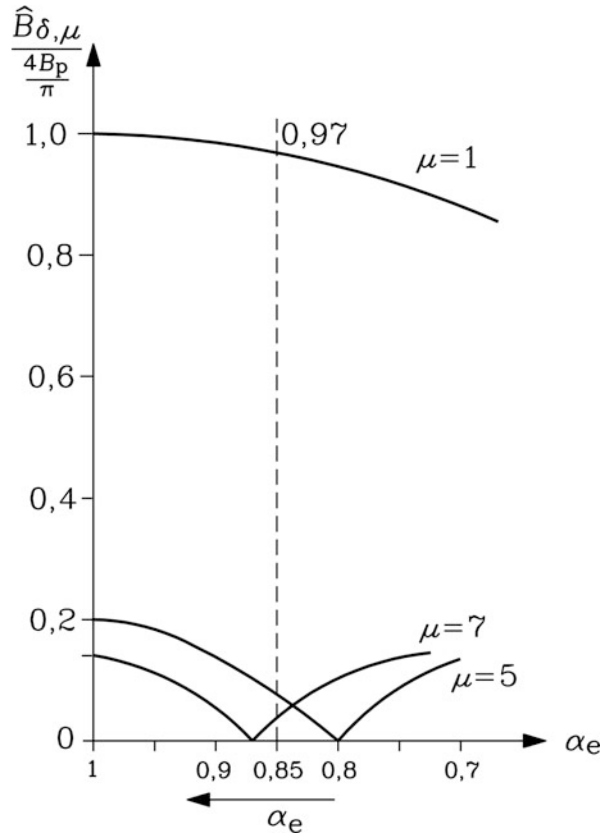


Abb. 9.16 Einfluss der Polbedeckung α_e auf die Amplituden der Läufer-Feldwellen der Ordnung 1, 5 und 7: Bei $\alpha_e = 0.85$ ist die Läufergrundwelle gegenüber $\alpha_e = 1$ um 3 % verringert, die 5. und 7. Läuferoberwelle um ca. 60 … 80 %

$$k_{p,\mu} = \sin\left(\mu \cdot \frac{W}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \tag{9.22}$$

sinkt (Kap. 4). Durch die Anordnung der Spulen via Serienschaltung in Gruppen zu je q Spulen je Pol und Strang wird die induzierende Wirkung der Oberwellen nach Maßgabe des in Abschn. 4.2 hergeleiteten Zonenfaktors weiter verringert.

$$k_{d,\mu} = \frac{\sin\left(\mu \frac{\pi}{2m}\right)}{q \cdot \sin\left(\mu \frac{\pi}{2mq}\right)} \tag{9.23}$$

Die im Wicklungsfaktor

$$k_{w,\mu} = k_{p,\mu} \cdot k_{d,\mu} \tag{9.24}$$

zusammengefasste Filterwirkung der Drehstromwicklung für die Oberwellen-Spannungsinduktion ist für die Unterdrückung der Wirkung der dritten Läuferfeld-Oberwelle, die

eine Spannungsinduktion mit dreifacher Grundfrequenz bewirkt, nicht ausreichend, deshalb wird die dreiphasige Wicklung in Stern geschaltet. Auf diese Weise wird die Wirkung der Läufer-Oberwellen mit durch drei teilbaren Ordnungszahlen 3, 9, 15, … unterdrückt, wie bereits in Kap. 4 erläutert wurde.

Da der Betrag des Wicklungsfaktors bei den Ordnungszahlen der Ständernutharmonischen $\mu = \nu_Q = 1 + g \cdot Q_s/p$, $g = \pm 1, \pm 2, \ldots$ den Betrag des Werts bei $\mu = 1$ annimmt, also nahezu 1 ist, wird die induzierende Wirkung dieser „nutharmonischen" Läufer-Oberwellen nicht stärker als bei $\mu = 1$ abgemindert. Durch Schrägung der Maschine, bevorzugt um eine Ständernutteilung $b_{sk} = \tau_Q$, wird die Wirkung dieser „Nutharmonischen" wirkungsvoll unterdrückt. Bei Schrägung der Läufermagnete oder der Ständernuten ist die Spannung je Spulenseite $u_{i,\mu}(t)$ um den in Kap. 6 hergeleiteten Schrägungsfaktor

$$k_{sk,\mu} = \frac{\sin\left(\dfrac{\mu\pi b_{sk}}{2\tau_p}\right)}{\dfrac{\mu\pi b_{sk}}{2\tau_p}} \tag{9.25}$$

kleiner als bei ungeschrägter Maschine. Fallweise wird der Läufer nicht um b_{sk} geschrägt, sondern gestaffelt. Dazu wird die in axialer z-Koordinatenrichtung orientierte Läuferlänge l_{Fe} in K Abschnitte mit der Länge l_{Fe}/K unterteilt. Diese K Abschnitte werden zueinander um den elektrischen Staffelwinkel α_{sk}/K mit $\alpha_{sk} = \pi \cdot b_{sk}/\tau_p$ verdreht. Die so axial gestufte Magnetanordnung mit ihren $l = 1 \ldots K$ Stufen bildet somit eine Läufermagnet-Schrägung um b_{sk} umso besser nach, je größer K ist. Jede μ-te Läufer-Oberwelle mit der Amplitude $\hat{B}_{\delta,\mu}$ induziert in die Ständerspule im l-ten Abschnitt eine harmonische Spannung mit der Amplitude

$$\hat{U}_{i,K,\mu} = 2\pi f_s \cdot N_c k_{p,\mu} \cdot (2/\pi) \cdot \tau_p \hat{B}_{\delta,\mu} \cdot (l_{Fe}/K).$$

Diese „Abschnitts"-Spannungen sind zwischen zwei Abschnitten l und $l + 1$ zueinander um den Phasenwinkel $\mu \cdot \alpha_{sk}/K = \mu \cdot \pi \cdot b_{sk}/(K \cdot \tau_p)$ phasenverschoben.

$$\underline{\hat{U}}_{i,l,\mu} = \hat{U}_{i,K,\mu} \cdot e^{j \cdot l \cdot \mu \cdot \alpha_{sk}/K}$$

Daher ist die Summe aller $l = 1 \ldots K$ „Abschnitts"-Spannungen je Spule $u_{i,\mu}(t)$ mit der Amplitude $\hat{U}_{i,\mu}$ um den Staffelfaktor $k_{K,\mu}$ kleiner als bei ungestaffelter Maschine ($\alpha_{sk} = 0$), (Huth 1995).

$$k_{K,\mu} = \frac{\left|\sum_{l=1}^{K} \underline{\hat{U}}_{i,l,\mu}\right|}{\sum_{l=1}^{K} \hat{U}_{i,K,\mu}} = \frac{\hat{U}_{i,\mu}}{K \cdot \hat{U}_{i,K,\mu}} = \frac{\sin\left(K \cdot \dfrac{\mu \cdot \pi \cdot b_{sk}/(K \cdot \tau_p)}{2}\right)}{K \cdot \sin\left(\dfrac{\mu \cdot \pi \cdot b_{sk}/(K \cdot \tau_p)}{2}\right)} \tag{9.26}$$

Der Übergang der Staffelung zu unendlich vielen Abschnitten $K \to \infty$ führt zur „kontinuierlichen" Schrägung $\lim_{K\to\infty} k_{K,\mu} = k_{sk,\mu}$, womit (9.25) nochmals (auf einem

anderen Weg als in Kap. 6) hergeleitet ist. Die Formel für die durch eine μ-te Läuferoberwelle induzierte Spannung je Strang gemäß Kap. 4 ist bei einer geschrägten bzw. gestaffelt ausgeführten Synchronmaschine um den Schrägungsfaktor gemäß (9.27) bzw. um den Staffelfaktor (9.26) zu erweitern.

$$U_{\mathrm{i},\mu} = \sqrt{2}\pi \cdot f_\mathrm{s} \cdot N_\mathrm{s} \cdot k_{\mathrm{w},\mu} \cdot k_{\mathrm{sk},\mu} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_\mathrm{p} l_\mathrm{e} \hat{B}_{\delta,\mu} \tag{9.27}$$

Beispiel 9.7

Eine sechspolige PM-Synchronmaschine ist für eine Läuferdrehzahl 1500/min bemessen. Der Stator trägt eine dreisträngige, in Stern geschaltete Zweischicht-Wicklung, die 5/6-gesehnt ist und $q = 2$ Spulen pro Pol und Strang hat. Der Rotor hat Oberflächenmagnete mit einer konstanten Magnethöhe und 85 % Polbedeckung. Die Magnete sind um eine Statornutteilung $b_\mathrm{sk} = \tau_\mathrm{Qs}$ geschrägt. Der Luftspalt ist konstant.

1. Berechnen Sie den der Schrägung b_sk entsprechenden elektrischen Schrägungswinkel!
2. Berechnen Sie die Frequenzen der induzierten Statorspannungen aufgrund der Läuferoberwellen bis zur 13. Ordnung!
3. Berechnen Sie zu 2) die auf die Läufergrundwellen-Amplitude bezogenen Amplituden der Läuferoberwellen bei Annahme unendlich permeablen Eisens und vernachlässigtem Einfluss der Ständernutöffnungen!
4. Berechnen Sie zu 3) die auf den Grundschwingungs-Effektivwert der induzierten Ständerspannung bezogenen Effektivwerte der Oberschwingungsspannungen je Strang und verkettet, und geben Sie gesondert den Wicklungs- und Schrägungsfaktor an!

Lösung:

1) $\dfrac{\pi b_\mathrm{sk}}{2\tau_\mathrm{p}} = \dfrac{\pi}{12} \hat{=} 15°$

2) und 3) Die Berechnung der Feldamplituden erfolgt gemäß (9.19); Ergebnisse siehe Tab. 9.3.

4) Die Berechnung erfolgt gemäß (9.22) ... (9.26), was zu den Ergebnissen in Tab. 9.4 führt. Diese zeigt, dass die Amplituden der harmonischen verketteten Spannungen kleiner als 1 % der Amplitude der Spannungsgrundschwingung sind, sodass der Zeitverlauf der resultierenden induzierten Spannung nahezu sinusförmig ist.

Fazit:

Durch eine ausreichend kleine Polbedeckung kann gemeinsam mit einer gesehnten, in Stern geschalteten, geschrägten Drehstrom-Wicklung erreicht werden, dass die induzierte Spannung nahezu sinusförmig ist, obwohl die räumliche Verteilung der Luftspaltflussdichte in Umfangsrichtung deutlich von der Sinusform abweicht.

Tab. 9.3 Bezogene Amplituden der Läuferoberwellen einer sechspoligen PM-Synchronmaschine bei 85 % Polbedeckung, Oberflächenmagneten und konstanten Luftspalt bei unendlich permeablem Eisen. Frequenzen der induzierten Statorspannungen bei einer Rotordrehzahl 1500/min in eine dreisträngige Ständerwicklung

Ordnungszahl μ [–]	Statorfrequenz $\mu \cdot f_s$ [Hz]	Flussdichte $\hat{B}_{\delta\mu}/\hat{B}_{\delta 1}$ [%]
1	75	100
3	225	–26.1
5	375	7.9
7	525	1.2
9	675	–6.0
11	825	8.0
13	975	–7.9

Tab. 9.4 Spektrum der zu Tab. 9.3 gehörenden Effektivwerte der induzierten Strang-Spannungen und verketteten Spannungen bis zur 13. Harmonischen in eine dreisträngige Wicklung mit 5/6-gesehnte Spulen, $q = 2$ Spulen pro Pol und Strang und einer Schrägung um eine Ständernutteilung

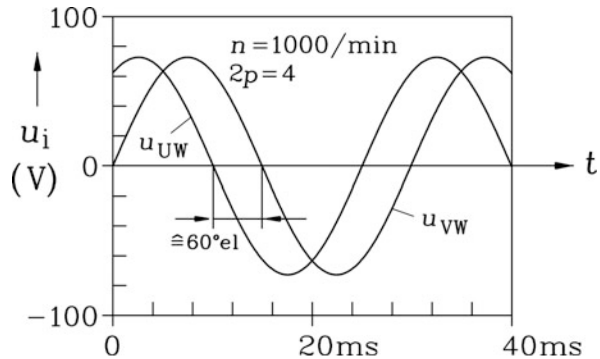
Ordnungszahl μ [–]	Wicklungs-faktor $k_{w,\mu}$ [–]	Schrägungs-faktor $k_{sk,\mu}$ [–]	Induzierte Strangspannung $U_{i,}/U_{i,1}$ [%]	Induzierte verkettete Spannung $U_{i,\mu,LL}/U_{i,1,LL}$ [%]
1	0.933	0.989	100	100
3	–0.50	0.900	12.73	0
5	0.067	0.738	0.42	0.42
7	–0.067	0.527	0.05	0.05
9	0.50	0.300	0.98	0
11	–0.933	0.090	0.73	0.73
13	–0.933	–0.076	0.61	0.61

Beispiel 9.8

Betrachtet wird die generatorische Messung der verketteten Leerlaufspannung einer vierpoligen PM-Synchronmaschine mit den Daten $M_N = 1.3\,\text{Nm}$, $n_N = 6000/\text{min}$, deren Läufer mit Oberflächenmagneten mit 85 % Polbedeckung bestückt ist. Der Läufer wird über einen gekuppelten E-Motor mit 1000/min angetrieben.

Ergebnis:
Gemäß Abb. 9.17 ist die gemessene verkettete Spannung nahezu sinusförmig. Ihre Fourier-Reihenentwicklung zeigt neben der Grundschwingung mit der Frequenz $f_1 = n \cdot p = (1000/60) \cdot 2 = 33.5\text{Hz}$ nur eine 5. Harmonische ($f_5 = 5f_1 = 167\,\text{Hz}$) mit sehr kleiner Amplitude von 0.5% der Grundschwingung. Mit dem Fourier-Analysator gemessene Frequenzen und Amplituden der verketteten Leerlaufspannung:

Abb. 9.17 Generatorisch gemessene verkettete Leerlaufspannungen zwischen den Klemmen U und W sowie V und W eines 4-poligen PM-Synchronmotors mit 85 % Polbedeckung bei 1000/min



$\mu = 1 : 33.5\,\text{Hz}, \qquad 74.8\,\text{V}$

$\mu = 5 : 167\,\text{Hz}, \qquad 0.34\,\text{V}$

Die Amplituden höherer Harmonischer sind für den gewählten Spannungsmessbereich zu klein, um noch dargestellt werden zu können.

Die Werte $k_{sk,\mu}$ in Tab. 9.4 zeigen, dass der Schrägungsfaktor (9.25) besonders die nutharmonischen Spannungsamplituden (Ordnungszahlen $\mu_Q = \pm 1 + Q/p = \pm 1 + 2 \cdot m \cdot q = \pm 1 + 2 \cdot 3 \cdot 2$, also $\mu_Q = 11$ und $\mu_Q = 13$) vermindert. Ähnlich wirkt der Staffelfaktor (9.26). Eine alternative Möglichkeit, die Dominanz der nutharmonischen Spannungsoberschwingungen im Zeitverlauf der vom Läuferfeld induzierten Ständerspannung (Polradspannung) zu verringern, ist der Einsatz von Bruchloch- anstelle von Ganzlochwicklungen (vgl. Kap. 2 und 3). Ganzlochwicklungen erregen Felderregerkurven mit den Ordnungszahlen $\nu = 1, -5, 7, -11, 13, \ldots$ und werden daher von den Läufer-Feldwellen in den verketteten Spannungen nur mit den Ordnungszahlen $\mu = 1, 5, 7, 11, 13, \ldots$ induziert. Würde in Beispiel 9.8 anstelle von $q = 2$ die Halblochzahl $q = 1^1/_2$ verwendet, so enthält deren Felderregerkurve gemäß Kap. 3 Harmonische auch mit geraden Ordnungszahlen $\nu = 1, -2, 4, -5, 7, -8, 10, -11, 13, \ldots$, wobei die nutharmonischen Ordnungszahlen, wo also der Wicklungsfaktor identisch mit jenem der Grundwelle ist, $\nu_Q = 1 \pm Q/p = 1 \pm 2 \cdot m \cdot q = 1 \pm 2 \cdot 3 \cdot 1.5$, also $\nu_Q = -8$ und $\nu_Q = 10$ sind. Die entsprechenden Ordnungszahlen treten im Rotor-Feldwellenspektrum μ aber wegen der Abszissensymmetrie der Feldkurve nicht auf, sodass bei diesen Ordnungszahlen keine Oberschwingungsspannungen vom Läuferfeld in die Ständerwicklung induziert werden. Die Wicklungsfaktoren der Bruchlochwicklung $q = 1^1/_2$ bei den benachbarten Ordnungszahlen –5, 7 und –11, 13 sind deutlich kleiner als bei der Grundwelle, sodass vom Läuferfeld induzierte Oberschwingungsspannungen bei diesen Ordnungszahlen klein sind und wenig den gewünschten Sinusverlauf der Spannungskurve stören. Ähnliche Überlegungen gelten auch für Bruchlochwicklungen mit anderen Bruchlochzahlen.

Alternativ kann man wie in Bsp. 9.7 die Ständerwicklung als Ganzlochwicklung ausführen und auf die Schrägung verzichten, dafür aber je zwei benachbarte Läuferpole

jeweils um $d = \tau_{\mathrm{Qs}}/4$ zueinander versetzen (Abb. 9.18). Dadurch verliert die Läuferfeldkurve (9.29) ihre Abszissensymmetrie und enthält nun auch Oberwellen mit gerader Ordnungszahl: $\mu = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, usw., wobei aber diese Oberwellen mit gerader Ordnungszahl die Ständer-Ganzlochwicklung nicht induzieren können, wie oben erläutert. Die Amplituden der Läuferfeldwellen mit ungerader Ordnungszahl werden infolge des Polversatzes gegenüber unversetzter Läuferpolanordnung um den Verschiebungsfaktor $k_{\mathrm{v},\mu}$ (9.30) vermindert, sodass auch die in die Ständerwicklung induzierten nutharmonischen Spannungen um diesen Faktor verringert werden. Für die Fourier-Reihenentwicklung der Feldkurve ohne Polversatz (9.18) mit den Ordnungszahlen $\mu = 1, 3, 5, 7, \ldots$ gilt bei Verschiebung des Nullpunkts um $\tau_{\mathrm{p}}/2$ ($x_{\mathrm{r}}' = x_{\mathrm{r}} + \tau_{\mathrm{p}}/2$):

$$B_\delta(x_{\mathrm{r}}) = \sum_{\mu=1}^{\infty} \hat{B}_{\delta,\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x_{\mathrm{r}}}{\tau_{\mathrm{p}}}\right) = \sum_{\mu=1}^{\infty} \hat{B}_{\delta,\mu} \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi x_{\mathrm{r}}'}{\tau_{\mathrm{p}}}\right). \tag{9.28}$$

Bei gleicher Wahl des Nullpunkts in Abb. 9.18 erhalten wir für die Feldkurve mit Polversatz mit den Ordnungszahlen $\mu = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots$ die Sinus-Reihe

$$B_\delta(x_{\mathrm{r}}') = \sum_{\mu=1}^{\infty} \hat{B}_{\delta,\mu} \cdot \sin\left[\mu \cdot \left(\frac{\pi}{2} - d\right)\right] \cdot \sin\left(\frac{\mu\pi x_{\mathrm{r}}'}{\tau_{\mathrm{p}}}\right), \tag{9.29}$$

deren Amplituden für die ungeraden Ordnungszahlen gegenüber (9.28) folglich um den Verschiebungsfaktor

$$k_{\mathrm{v},\mu} = \frac{\sin\left[\mu \cdot \left(\frac{\pi}{2} - d\right)\right]}{\sin\left(\mu\frac{\pi}{2}\right)}, \quad \mu = 1, 3, 5, 7, \ldots \tag{9.30}$$

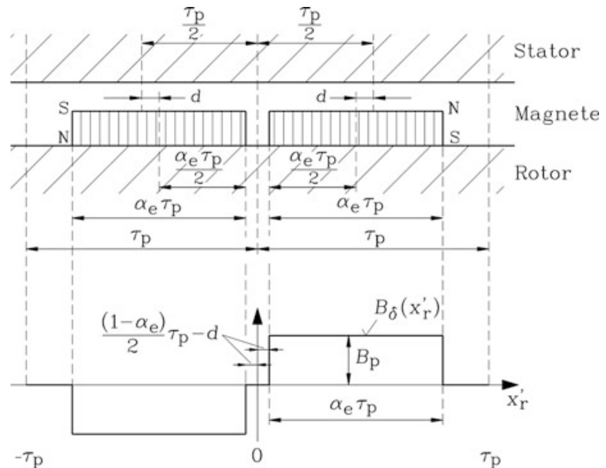


Abb. 9.18 Oben: Polversatz benachbarter Läuferpole zueinander um das Maß $d = \tau_{\mathrm{Qs}}/4$ für den Einsatz in Kombination mit Ganzlochwicklungen, Unten: Zugehörige idealisierte Läuferfeldkurve (vgl. Abb. 9.10)

Tab. 9.5 Abminderung $k_{v,\mu}$ der Läufer-Feldwellenamplituden bei Polversatz entsprechend Abb. 9.18 um $d = \tau_{Qs}/4$ für den Einsatz in Kombination mit Ganzlochwicklungen (τ_{Qs}: Ständernutteilung). Die Abminderung ist für $m = 3$-strängige Wicklungen und die drei Lochzahlen $q = 1, 2, 3$ angegeben

Ordnungs-zahl μ [–]	Verschiebungsfaktor $k_{v,\mu}$ bei $q = 1$ [–]	Verschiebungsfaktor $k_{v,\mu}$ bei $q = 2$ [–]	Verschiebungsfaktor $k_{v,\mu}$ bei $q = 3$ [–]
1	0.9659	0.9914	0.9962
5	0.2588	0.7934	0.9063
7	–0.2588	0.6088	0.8192
11	–0.9659	0.1305	0.5735
13	–0.9659	–0.1305	0.4226
17	–0.2588	–0.6088	0.0872
19	0.2588	–0.7934	–0.0872
21	0.9659	–0.9914	–0.4226
23	0.9659	–0.9914	–0.5735

kleiner sind. Mit $d = \tau_{Qs}/4$ ergeben sich für drei typische Ganzlochzahlen die in Tab. 9.5 angegebenen Werte für $k_{v,\mu}$.

Die Abminderungen in Tab. 9.4 wirken beim 1., 3., 5. usw. Nutharmonischenpaar (z. B. bei $q = 1$ bei $\mu = 5$ und 7, 17 und 19, ...), nicht aber beim 2., 4., 6. usw. Nutharmonischenpaar (z. B. bei $q = 1$ bei $\mu = 11$ und 13, 23 und 25, ...). Dies gilt generell für alle Ganzlochzahlen q, wie z. B. bei $q = 2$ die kleinen Werte beim 1. Nutharmonischenpaar ($\mu = 11$ und 13) gegenüber denselben großen Werten wie bei der Grundwelle $\mu = 1$ beim 2. Nutharmonischenpaar ($\mu = 23$ und 25) erkennen lassen. Meist reicht aber die abmindernde Wirkung beim 1. Nutharmonischenpaar völlig aus, um eine gute Spannungssinusform zu erhalten, da die Läufer-Feldamplituden mit steigender Ordnungszahl μ gemäß (9.19) rasch abnehmen.

Bei Bruchlochwicklungen eignet sich der Polversatz $d = \tau_{Qs}/4$ nicht, da die zusätzlichen Feldwellen mit gerader Ordnungszahl ebenfalls die Ständerwicklung induzieren. Aber bei Bruchlochwicklungen wirkt bereits diese selbst, wie oben erwähnt, spannungsglättend, sodass die Methode des Polversatzes gar nicht benötigt wird.

Fazit:
Alternativ zur Schrägung des Läufers oder der Ständernuten, in Kombination mit einer Ständer-Ganzlochwicklung, kann eine Staffelung der Läufermagnete oder der Einsatz einer Ständer-Bruchlochwicklung oder ein Polversatz der Läufermagnete eingesetzt werden, um die nutharmonischen Spannungsoberschwingungen der Polradspannung zu minimieren.

9.2.3 Reluktanzwirkung von Permanentmagnetläufern

Bei Belastung der PM-Synchronmaschine fließt in der Drehstrom-Ständerwicklung ein symmetrisches Dreiphasen-Stromsystem, das ein Ständer-Drehfeld erregt. Bei Permanentmagnetläufern mit Oberflächenmagneten ist der magnetisch wirksame Luftspalt die Summe aus mechanischem Luftspalt, der Dicke der amagnetischen Bandage zur Fixierung der Magnete und der Magnethöhe, da die relative Permeabilität von Selten-Erd- und Ferritmagneten nahezu 1 ist (vgl. (9.4) mit $\mu_M \approx \mu_0$). Der Läufermagnetfluss magnetisiert die d-Achse und sättigt dort das Eisen, sodass sättigungsbedingt die Permeabilität des Eisens in der d-Achse etwas geringer als in der q-Achse ist. Das Ständerfeld muss den magnetischen Widerstand (Reluktanz) des magnetisch wirksamen Luftspalts und des Eisens überwinden. Die Ständerhauptfeldinduktivität ist daher bei Oberflächenmagnetläufern in der d-Achse etwas kleiner als in der q-Achse. Wird der Einfluss der Eisensättigung vernachlässigt, so ist die Reluktanz von d- und q-Achse gleich groß.

Fazit:
Wegen $\mu_M \cong \mu_0$ und praktisch ungesättigtem Eisen ($B_M < 1.2\,T \approx B_R$) sind die Hauptfeldinduktivität des Ständerfelds und damit die Ständerreaktanz für die Längs- und Querachse bei konstanter Eisenpermeabilität gleich groß: $X_d = X_q$, sodass die PM-Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten in etwa wie eine Vollpol-Maschine anzusehen ist.

Bei Läufern mit vergrabenen Magneten liegen diese im magnetischen Pfad der Ständerlängsflusskomponente. Wird der Ständerstrom je Strang I_s in die beiden um 90° phasenverschobenen Komponenten I_d und I_q zerlegt, so finden die von ihnen erregten beiden Flusskomponenten des Längs- und Querflusses unterschiedliche magnetische Reluktanzen im Läufer vor. Abb. 9.19 zeigt in einer schematischen Darstellung, dass die vergrabenen Magnete im Flusspfad des Längsflusses liegen. Da die Permeabilität der

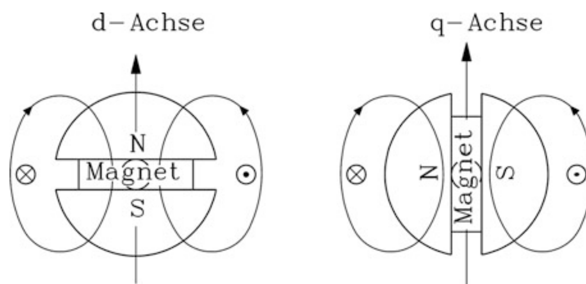


Abb. 9.19 Schematische Darstellung eines 2-poligen Läufers mit vergrabenen Magneten: Der Ständerlängsfluss magnetisiert die d-Achse des Läufers und muss daher die Magnete überqueren, die passiv wie Luft wirken, was zu einer verringerten d-Induktivität führt (links). Der Ständerquerfluss magnetisiert die q-Achse und vermeidet daher weitgehend den Bereich der Magnete, was zu einer höheren q-Induktivität führt (rechts)

Selten-Erd- und der Ferritmagnete $\mu_M = (B_R/H_C) \cong \mu_0$ nahezu jener von Luft entspricht, muss der d-Fluss des Ständerfelds sowohl den Luftspalt als auch die Magnete überbrücken, was einem großen magnetischen Widerstand entspricht. Der q-Fluss muss hauptsächlich nur den Luftspalt überbrücken und vermeidet den Bereich der Magnete, sodass die Ständerinduktivität der Querachse deutlich größer als jene der Längsachse ist ($L_d < L_q$), was im Gegensatz zu herkömmlichen Reluktanzmaschinen mit Pollücken in der q-Achse (Kap. 8), für die $L_d > L_q$ gilt, als inverse Reluktanz bezeichnet wird (Reichert 2004). Typische Werte liegen im Bereich $L_d/L_q = 0.5$.

Fazit:
In PM-Synchronmaschinen mit vergrabenen Magneten ist die Ständerinduktivität der d-Achse L_d *i. A. kleiner als die Ständerinduktivität der q-Achse* L_q ($L_d < L_q$)*, im Gegensatz zu synchronen Reluktanzmaschinen (Kap. 8), bei denen* $L_d > L_q$ *gilt.*

9.2.4 Drehmomentbildung bei Polradlagegebersteuerung

Elektrisch und permanentmagnetisch erregte Synchronmaschinen können über einen ständerseitig speisenden Umrichter drehzahlvariabel so gesteuert werden, dass abhängig von der Lage des Rotors („Polrad") der Wechselrichter die Ständerwicklung so bestromt, dass die Lage des Ständerfelds eine feste Relativlage zum Polrad einnimmt. Die Lage des Polrads (Läufers) wird mit einem Polradlagegeber gemessen, z. B. einem Inkrementalgeber oder einem Resolver. In Abb. 9.20 ist das Funktionsprinzip mit Polradlageber-Steuerung

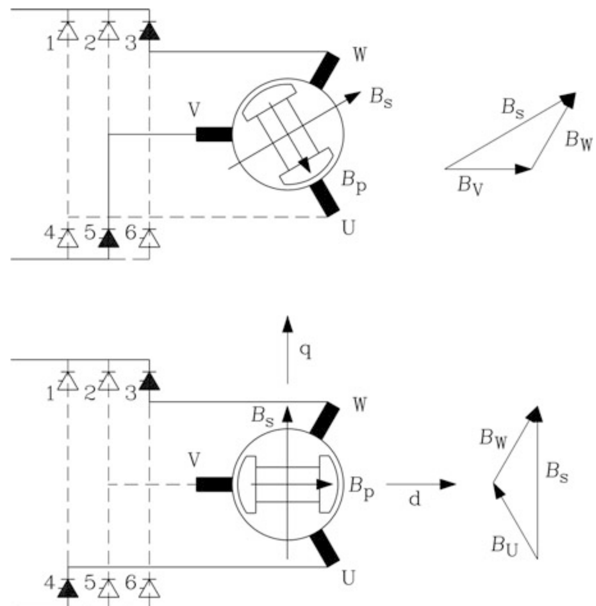


Abb. 9.20 Polradlagegeber-Steuerung: Durch eine Fortschaltung des Statorstrombelags für 2 verschiedene Rotorstellungen im Zeitabstand von 1/6 Periode wird stets größtmöglichstes Drehmoment erzielt. (Quelle: Kleinrath 1980)

vereinfacht für eine zweipolige Maschine in Schenkelpolausführung dargestellt. Wenn die Stromrichterventile 3 und 5 leiten, sind nur die Stränge V und W bestromt, sodass die Feldlinien des Ständerfelds B_s räumlich im rechten Winkel zum Läuferfeld stehen. Es ist ein reines Querfeld, da es in der q-Achse des Läufers orientiert ist. Wie noch gezeigt wird, ist das sich einstellende motorische Drehmoment dann bei gegebenem Strom maximal, wenn der Einfluss des Reluktanzmoments vernachlässigt wird. Nach einer Sechstelperiode hat sich der Läufer um 60° weitergedreht. Der Polradlagegeber steuert nun Ventil 4 statt 5 an und führt damit das Ständerfeld so nach, dass es wieder im rechten Winkel zum Läuferfeld steht.

Der Zeiger der Flussverkettung $\underline{\Psi}_p$ der Permanentmagnete mit der Ständerwicklung liegt in der d-Achse (Abb. 9.21) und kann durch einen fiktiven Erregerstrom I_{fM} repräsentiert werden. Damit das Ständerfeld rechtwinklig zum Läuferfeld steht ($jX_h\underline{I}_s$ rechtwinklig auf $\underline{U}_p$), muss der Ständerstrom als reine q-Komponente eingeprägt werden (Abb. 9.22), also ein Ständerfeld erregen, dass sich über die Läuferpollücken, also die q-Achse schließt. Die Lorentz-Kraft F_c des Läuferluftspaltfelds B auf einen stromführenden Leiter mit dem

Abb. 9.21 Zeigerdiagramm zu Abb. 9.20 für größtmöglichstes Drehmoment (hier dargestellt für den Motorbetrieb)

Abb. 9.22 PM-Synchronmaschine mit Oberflächen-Magneten und einer dreisträngigen Ständer-Einschichtwicklung mit $q = 2$: Stränge V und W sind so bestromt, dass das Ständerfeld ein reines Querfeld ist, also dass das Feldmaximum von B_s in der q-Achse liegt

Strom I und der Länge l ist wegen desr rechten Winkels zwischen Feld- und Leiterachse und der Feldkonstanz in axialer Richtung

$$\vec{F}_c = \int_0^l I \cdot (d\vec{s} \times \vec{B}) \quad \Rightarrow \quad F_c = I \cdot B \cdot l. \tag{9.31}$$

Alle Stromleiter mit positiver Stromrichtung liegen bei reiner Querstromspeisung den N-Pol-Magneten gegenüber und bilden gemeinsam Lorentz-Kräfte, die alle in dieselbe Richtung wirken. Damit ergibt sich eine Lage des Strombelags A relativ zu den Läufermagneten so, dass diese Lage für einen gegebenen Strom das maximale Drehmoment bringt, denn es ergibt sich die maximale tangentiale Kraft $F = \sum F_c$ und damit das maximale Drehmoment. Es müssen daher der Ständerstrombelag und das von ihm erregte Ständerfeld synchron mit dem Läufer rotieren, um diese relative Lage zum Läufer stets beizubehalten. Deshalb ist ein Polradlagegeber erforderlich, um den Umrichter so anzusteuern, dass dieser die drei Strangströme stets phasenrichtig zur Läuferlage einprägt. Damit wird derselbe Zustand erreicht wie bei der erst später in Kap. 11 besprochenen Gleichstrommaschine. Hier sorgt die räumliche Lage der am Kommutator gleitenden Bürsten senkrecht zu den Ständerpolen ebenfalls dafür, dass alle gleichsinnig stromdurchflossenen Leiter der Ankerwicklung jeweils voll unter einem Pol liegen, also dem gleichen Polfeld ausgesetzt sind. Im Vergleich zur Gleichstrommaschine übernimmt hier der Wechselrichter die Funktion des mechanischen Kommutators, die Ständerdrehfeldwicklung entspricht der Gleichstrom-Ankerwicklung des Läufers und die Läufermagnetpole entsprechen den Gleichstrom-Ständerpolen, die bei kleinen Gleichstrom-Maschinen ebenfalls permanentmagnetisch erregt sind. Deshalb nennt man die polradlagegesteuerte Synchronmaschine „bürstenlosen Gleichstrommotor“ (brushless DC drive, siehe dazu auch die Anmerkung in Abschn. 9.3.2).

Da der Ständerstrom über die Ständerspannung U_s abhängig von der Läuferlage eingeprägt wird, ist die Ständerspannung nicht mehr starr vorgegeben, sondern muss vom Wechselrichter in passender Größe eingestellt werden (Abb. 9.21). Die Herleitungen zur Synchronmaschine bei Betrieb an „starrer“ Spannung (Kap. 8) sind daher hier nicht anwendbar. Die Maschine kann nicht mehr kippen, weil die Polradlagegebersteuerung sofort versucht, den Läufer zu „fangen“. Bei fest vorgegebener Spannungsamplitude ähnelt die äußere Kennlinie $n(M)$ des polradlagegebergesteuerten Synchronmotors jener des fremderregten Gleichstrommotors mit konstanter Erregung. Da sich die elektrische Maschine nicht selbst schützt, sondern ihren Strom stets dem geforderten Drehmoment anpasst, ist zum Schutz von Maschine und Umrichter ein Überstromschutz erforderlich. Dieser Überstromschutz wird in der Regel vom speisenden Umrichter übernommen. Bei netzgespeisten E-Maschinen (siehe z. B. bei netzgespeisten Asynchronmaschinen, Kap. 5, 6, 7) muss ein Motorschutzschalter als Überstromschutz in den Motorzuleitungen installiert werden.

Wird der Ständerstrombelag vereinfacht durch einen mittleren „effektiven“, also konstanten positiven bzw. negativen Strombelag ersetzt,

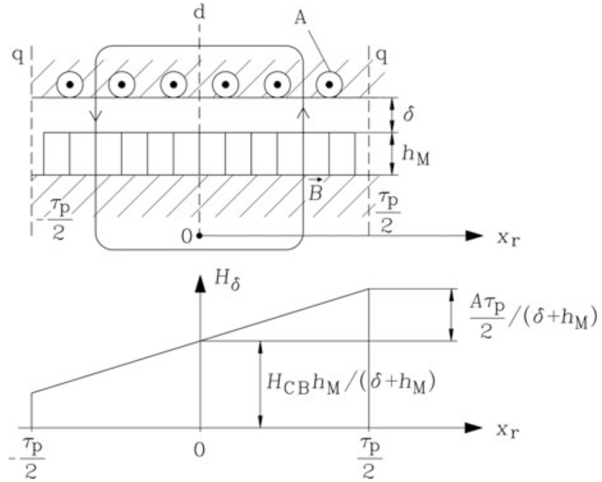


Abb. 9.23 Magnetische Feldstärke im Luftspalt unter Last bei reiner Querstromspeisung

$$A = \Theta/\tau_p = \frac{2 \cdot m \cdot N_s \cdot I_s}{2p \cdot \tau_p} \tag{9.32}$$

so nimmt das von ihm erregte Ständermagnetfeld linear mit der Umfangskoordinate x von der d-Achse aus zu, wie das Ampère'sche Durchflutungsgesetz zeigt (Abb. 9.23). Da der Ständerstrombelag synchron mit der Läuferbewegung über den Umrichter weiter geschaltet wird, wird das läuferfeste Koordinatensystem x_r verwendet. Mit der Annahme $\mu_M = \mu_0$ und $\mu_{Fe} \to \infty$ ergibt der Durchflutungssatz:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2 \cdot H_{\delta,s}(x_r) \cdot (\delta + h_M) = 2 \cdot A \cdot x_r,$$

$$H_{\delta,s}(x_r) = \frac{A}{\delta + h_M} \cdot x_r, \qquad -\frac{\tau_p}{2} \leq x_r \leq \frac{\tau_p}{2}. \tag{9.33}$$

Die Überlagerung des Ständerfelds $H_{\delta,s}$ mit dem konstanten Läuferfeld $H_p = H_{CB} \cdot h_M/(\delta + h_M)$ gemäß (9.5) mit $H_p = B_p/\mu_0$, $H_{CB} = B_R/\mu_M$ und $\mu_M \approx \mu_0$ in Abb. 9.23 ergibt eine Erhöhung des resultierenden Felds an der im Motorbetrieb vorlaufenden Läufer-Magnetkante und eine Schwächung des Magnetfelds an der nachlaufenden Magnetkante. Dort wird der Magnet unter Last entmagnetisiert, sodass hier der kritische Bereich irreversibler Entmagnetisierung bei Überlast auftritt.

Fazit:
Unter Last werden die Oberflächenmagnete durch das Ständerfeld bei Querstromspeisung an der im Motorbetrieb nachlaufenden Magnetkante entmagnetisiert, sodass beim Motorentwurf an dieser Stelle die Entmagnetisiergrenze bei Überlast überprüft werden muss.

Dank der Polradlagegeber-Steuerung ist der Umrichter in der Lage, die Spannungsgrundschwingung der Umrichterausgangsspannung so einzuprägen, dass ihre d- und q-Komponente getrennt beeinflusst werden können. Für diese Grundschwingung kann die komplexe Rechnung mit Spannungs- und Stromeffektivwerten verwendet werden, wobei die Re-Achse in die d-Achse und die Im-Achse in die q-Achse gelegt wird: $\underline{U}_s = U_{sd} + jU_{sq}$. Die d- und q-Stromkomponenten bzw. $\underline{I}_s = I_{sd} + jI_{sq}$ werden über die induzierte Grundschwingung der Polradspannung $\underline{U}_p = jU_p = j\omega\Psi_p/\sqrt{2}$ aus der Ständerspannungsgleichung je Strang (Ständerstrangzahl m) berechnet. Der Einfluss des Ständerstrangwiderstands R_s wird der Einfachheit halber hier vernachlässigt, da er ab einer gewissen Mindestfrequenz einen deutlich kleineren Spannungsfall verursacht als die Selbstinduktionsspannungen.

$$\begin{aligned}\underline{U}_s &= j\omega L_d I_{sd} + j\omega L_q \cdot (jI_{sq}) + \underline{U}_p \\ \underline{U}_s &= j\omega L_d I_{sd} - \omega L_q I_{sq} + j\omega\Psi_p/\sqrt{2}\end{aligned} \tag{9.34}$$

Die zugeführte elektrische Leistung ist bei vernachlässigten Verlusten gleich der im Luftspalt umgesetzten mechanischen Leistung (Luftspaltleistung bzw. innere Leistung $P_\delta = P_e = P_m$).

$$\begin{aligned}P_e &= mU_sI_s\cos\varphi_s = m_s \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_s\underline{I}_s^*\right\} = m \cdot (U_{sd}I_{sd} + U_{sq}I_{sq}) \\ P_e &= m \cdot (-\omega L_q I_{sq} I_{sd} + \omega L_d I_{sd} I_{sq} + \omega\Psi_p I_{sq}/\sqrt{2})\end{aligned} \tag{9.35}$$

$$\begin{aligned}M_e &= \frac{P_m}{\Omega_{syn}} = \frac{P_e}{\Omega_{syn}} \\ M_e &= m \cdot p \cdot \left(\Psi_p \cdot I_{sq}/\sqrt{2} + (L_d - L_d) \cdot I_{sd} \cdot I_{sq}\right)\end{aligned} \tag{9.36}$$

Das elektromagnetische Drehmoment ist bei magnetisch symmetrischer Maschine $L_d = L_q$ maximal, wenn der eingeprägte Strom I_s ein reiner q-Strom ist: $I_s = I_{sq}$.

$$M_e = m \cdot p \cdot \Psi_p \cdot I_s/\sqrt{2} \tag{9.37}$$

Bei „inverser" Reluktanz $L_d < L_q$ muss ein negativer d-Strom eingeprägt werden, um zusätzlich ein positives Reluktanzmoment zu erhalten.

Fazit:
Bei PM-Synchronmaschinen mit vergrabenen Magneten muss auf Grund der inversen Reluktanz $L_d < L_q$ über den Umrichter ein negativer d-Strom zusätzlich zum positiven q-Strom eingeprägt werden, um ein positives Reluktanzmoment zu erhalten, welches das Moment der Permanentmagnete unterstützt.

9.3 Blockstromspeisung und Sinusstromspeisung

9.3.1 Drehmoment bei Blockstromspeisung und Sinusstromspeisung

Permanentmagnet-Synchronservomotoren müssen als Vorschubantriebe in Werkzeugmaschinen oder als Roboterantriebe ein zeitlich konstantes Drehmoment mit möglichst geringer Drehmomentwelligkeit aufweisen (typisch unter 1 % Pulsationsamplitude, bezogen auf das Bemessungsmoment). In Kap. 4 wurde gezeigt, dass ein zeitlich konstantes Drehmoment auftritt, wenn (i) das Luftspaltfeld und der Strombelag räumlich sinusförmig verteilt oder (ii) beide konstant sind. Für den Fall (i) sind die Wicklungsstränge mit idealem Sinusstrom zu speisen, für Fall (ii) mit ideal blockförmigem Gleichstrom. In beiden Fällen betrachten wir hier Läufer mit Oberflächenmagneten, sodass im Idealfall kein Reluktanzmoment auftritt. Das Drehmoment wird durch die Lorentz-Kräfte auf die Nutenleiter an der Ständerbohrung d_{si} gemäß $M_e = F \cdot d_{si}/2$ gebildet und aus der inneren Leistung (Luftspaltleistung)

$$P_\delta = 2\pi \cdot n_{syn} \cdot M_e \tag{9.38}$$

berechnet. Der Augenblickswert der inneren Leistung wird aus dem Produkt der in die Statorwicklung vom Rotor induzierten Polradspannung $u_p(t)$ und dem Ständerstrangstrom berechnet.

$$p_\delta(t) = u_{pU}(t) \cdot i_U(t) + u_{pV}(t) \cdot i_V(t) + u_{pW}(t) \cdot i_W(t) \tag{9.39}$$

a) Blockstromspeisung: Wird gemäß Abschn. 9.2.2 ein PM-Läufer mit Oberflächenmagneten und 100 % Polbedeckung verwendet, so induziert die rechteckförmige Läuferfeldverteilung in die um eine Ständernutteilung geschrägte Ständer-Einschichtwicklung eine trapezförmige Strangspannung, in deren Zeitverlauf die positive und negative Dachbreite mit der Höhe $\hat{U}_p$ je 1/3 der Schwingungsperiode dauert (Abb. 9.24). Durch den Umrichter wird je Strang ein blockförmiger Gleichstrom mit Stromblöcken von 120° el. bzw. einem Drittel der Schwingungsperiode und positiver oder negativer Stromamplitude $\hat{I}$ und dazwischen liegenden 60° el. Pause eingeprägt. Die 60°-Pausen sind erforderlich, damit sich im Wicklungssternpunkt stets alle drei Strangströme gemäß der Kirchhoff'schen Knotenpunktsregel zu Null ergänzen können. Die 120°-Abschnitte des Blockstroms müssen zeitlich mit den Abschnitten der Dachbreiten der Polradspannungen zusammenfallen. Dann bilden sie eine zeitlich konstante innere Leistung, sodass zu jedem Zeitpunkt zwei der drei Stränge einen konstanten Leistungsbeitrag liefern, während die innere Leistung im jeweils dritten Strang keine Leistung liefert (Abb. 9.25). Für diese Blockstromspeisung wird die Ständerwicklung zumeist in Stern geschaltet. Aus der inneren Leistung (9.39) ergibt sich das elektromagnetische Drehmoment (9.40).

$$M_e = \frac{2 \cdot \hat{U}_p \cdot \hat{I}}{2 \cdot \pi \cdot n} \tag{9.40}$$

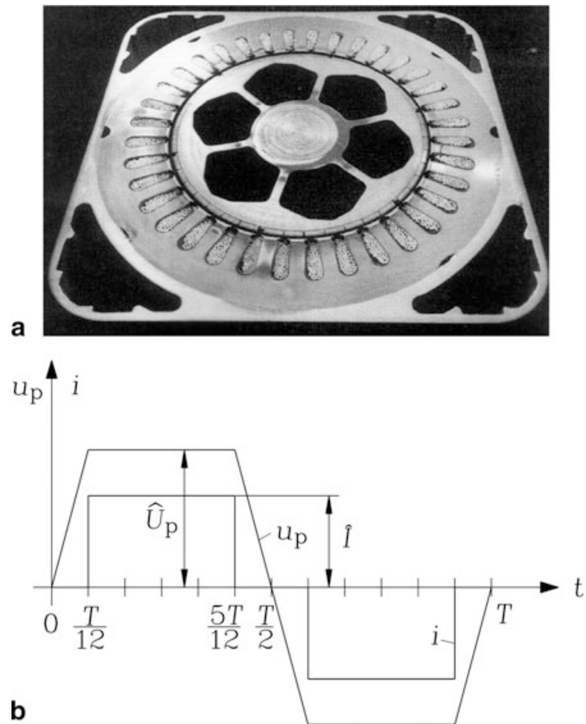


Abb. 9.24 Blockstromspeisung: (**a**) Axialschnitt einer PM-Synchronmaschine mit 100% Polbedeckung (Quelle: Siemens AG), (**b**) trapezförmiger Zeitverlauf der vom Läufer in die Ständerwicklung induzierten Strangspannung und blockförmiger Ständerstrangstrom

b) Sinusstromspeisung: Wird gemäß Abschn. 9.2.2 ein PM-Läufer mit Oberflächenmagneten und 85 % Polbedeckung verwendet, so induziert die rechteckförmige Läuferfeldverteilung mit 15 % Lückenanteil in die in Stern geschaltete, um eine Ständernutteilung geschrägte, gesehnte Ständer-Zweischichtwicklung (Nutzahl pro Pol und Strang $q > 1$, Spulenweite $W < \tau_p$) eine nahezu sinusförmige verkettete Spannung mit der Frequenz $f_s = n \cdot p$. Die Strangspannung enthält zwar eine dritte Harmonische, doch bewirkt diese wegen der Sternschaltung keinen Beitrag zur inneren Leistung (Kap. 4). Somit ist auch je Strang im Wesentlichen nur eine Sinusspannung mit der Amplitude $\hat{U}_p$ wirksam (Abb. 9.26). Werden über den Umrichter sinusförmige Strangströme in Phase mit den induzierten Strangspannungen eingeprägt, so ergibt sich eine zeitlich konstante innere Leistung und damit ein zeitlich konstantes elektromagnetisches Drehmoment. Jeder Strang trägt zu jedem Zeitpunkt ein Drittel der Leistung bei, da sich die je Strang mit doppelter Grundfrequenz $2f_s$ pulsierenden Leistungsanteile in Summe über alle drei Stränge aufheben, wie (9.41) ... (9.43) zeigen (vgl. Kap. 1).

$$p_\delta(t) = \hat{U}_p \cos(\omega t) \cdot \hat{I} \cos(\omega t) + \hat{U}_p \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \\ + \hat{U}_p \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \hat{I} \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (9.41)$$

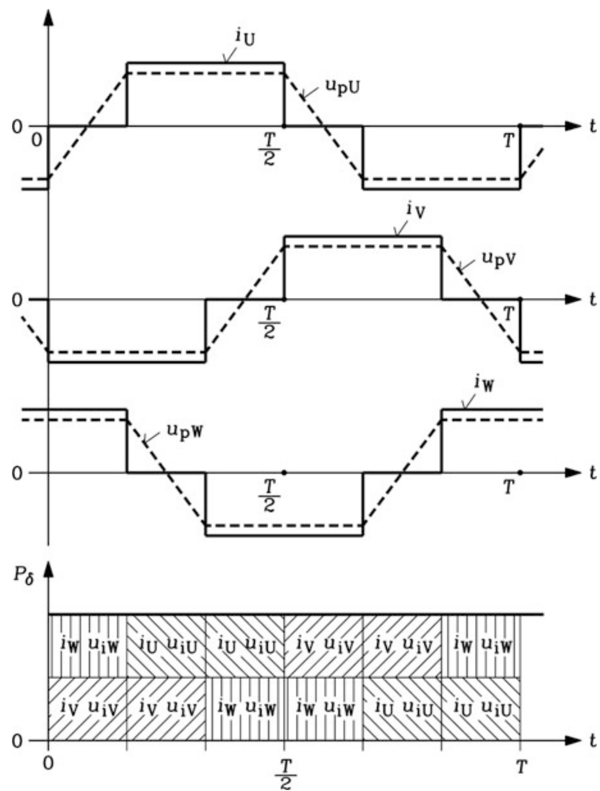


Abb. 9.25 Zeitlich konstante Drehmomentbildung bei Blockstromspeisung durch Summenwirkung der inneren Leistung der drei Stränge

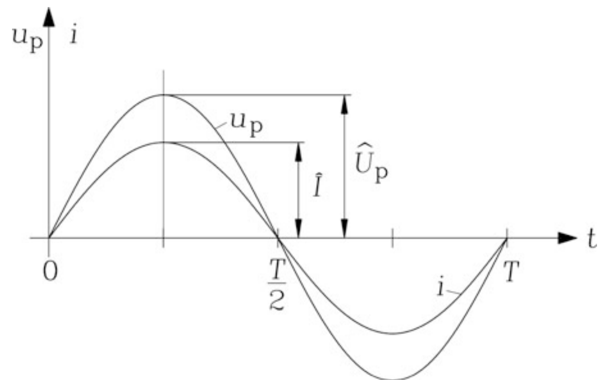


Abb. 9.26 Sinusstromspeisung: Über den Umrichter wird in jeden Wicklungsstrang ein Sinusstrom in Phase mit der induzierten Polradspannung eingeprägt. Die dritte Harmonische in der induzierten Strangspannung bewirkt wegen der Sternschaltung der Wicklung keine innere Leistung, sodass sie im Zeitverlauf der induzierten Strangspannung nicht dargestellt ist

Mit $\cos\alpha \cdot \cos\beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$ folgt:

$$p_\delta(t) = \frac{\hat{U}_p \hat{I}}{2} \cdot [\cos(2\omega t) + 1] + \frac{\hat{U}_p \hat{I}}{2} \cdot \left[\cos\left(2\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) + 1\right] + \frac{\hat{U}_p \hat{I}}{2} \cdot \left[\cos\left(2\omega t - \frac{8\pi}{3}\right) + 1\right] \tag{9.42}$$

Mit $\lambda = 2\omega t$ und $\cos(\lambda) + \cos(\lambda - \frac{4\pi}{3}) + \cos(\lambda - \frac{8\pi}{3}) = 0$ erhalten wir bei $m = 3$ Strängen eine zeitlich konstante innere Leistung und daraus ein zeitlich konstantes Drehmoment.

$$p_\delta(t) = m\frac{\hat{U}_p\hat{I}}{2} \tag{9.43}$$

$$M_e = \frac{(3/2)\cdot\hat{U}_p\cdot\hat{I}}{2\cdot\pi\cdot n}$$

Allgemein gilt für beliebige Strangzahlen m gemäß Kap. 3

$$M_e = \frac{(m/2)\cdot\hat{U}_p\cdot\hat{I}}{2\cdot\pi\cdot n}. \tag{9.44}$$

Fazit:
Sowohl mit Blockstrom- als auch mit Sinusstromspeisung ist es bei geeigneter Rotorausführung möglich, mit PM-Synchronmaschinen ein theoretisch zeitlich konstantes elektromagnetisches Drehmoment zu erzeugen.

c) Stromsteuerung: Das elektrische Ersatzschaltbild je Strang in Kap. 8 wurde auf Basis der Grundwellen der Luftspaltfelder hergeleitet. Da trotz des rechteckförmigen Läuferfelds bei 85 % Polbedeckung eine Sinusspannung induziert wird, die von der Grundwelle des Läuferfelds stammt, kann beim Prinzip der Sinusstromspeisung weiter das Grundwellen-Ersatzschaltbild verwendet werden. Die gepulste Umrichterausgangsspannung $u_s(t)$, die den Sinusstrom einprägt, wird dabei durch ihre Grundschwingungsspannung ersetzt. So kann mit der komplexen Zeigerrechnung für sinusförmige Zeitvorgänge das Ersatzschaltbild aus Kap. 8 übernommen werden. Bei der Blockstromspeisung muss für eine korrekte Abbildung der physikalischen Vorgänge in einem Ersatzschaltbild eine mehrsträngige Ersatzanordnung verwendet werden, wobei je Strang die Selbstinduktivität und die Gegeninduktivitäten zu den anderen Wicklungssträngen zu berücksichtigen sind. Oft werden für die angenäherte Betrachtung die Grundschwingungen von $u_p(t)$, $i_s(t)$ und $u_s(t)$ verwendet, sodass auch bei Blockstromspeisung die komplexen Zeiger $\underline{U}_s$, $\underline{U}_p$ und $\underline{I}_s$ und das Ersatzschaltbild von Kap. 8 verwendet werden. Bei PM-Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten und geringem Sättigungseinfluss tritt wegen $L_d = L_q$ kein Reluktanzmoment auf (9.46). Es wird stets der Scheitelwert der Flussverkettung in den Gleichungen verwendet (9.45), da dieser die Sättigung des Eisens bestimmt. Die Sinusgrößen von Strom und Spannung werden als Effektivwerte verwendet, da den Effektivwerten die Verluste entsprechen.

$$\underline{U}_p = j\omega\underline{\Psi}_p/\sqrt{2} \tag{9.45}$$

$$\underline{U}_s = R_s\underline{I}_s + j\omega L_d\underline{I}_s + \underline{U}_p \tag{9.46}$$

Über die Messung der Polradlage wird die Phasenlage der Verkettung der Ständerwicklung mit dem Läuferfluss bzw. der Polradspannung erfasst, sodass der Ständerstrom „feldorientiert“, d. h. mit definierter Phasenlage zur Polradspannung, eingeprägt werden

kann. Abb. 9.21 zeigt, dass bei $L_d = L_q$ die innere Leistung bei konstanten Größen U_p und I_s maximal wird, wenn $\underline{I}_s$ in Phase mit $\underline{U}_p$ ist. Dann ist $\underline{I}_s = \underline{I}_q$ (Querstromspeisung). Das vom Ständerstrom erregte Feld hat seine Maxima in der q-Achse und steht damit (in elektrischen Graden) rechtwinklig auf dem Läuferfeld. Die Einprägung des Ständerstroms mit der gewünschten Kurvenform des Block- oder Sinusstroms erfolgt über Spannungszwischenkreis-Umrichter mit Pulsweitenmodulation der Gleichspannung des Zwischenkreises.

Bei Sternschaltung der Wicklung liegen je zwei Stränge mit der resultierenden Selbstinduktivität L_s vom Umrichter aus gesehen in Serie. Daher wirkt in der Maschine die verkettete Polradspannung $u_{p,LL}(t)$. Der Umrichter schaltet mit einer zur Grundfrequenz deutlich höheren Schaltfrequenz die Zwischenkreisspannung U_d auf diese beiden Wicklungsstränge. Eine positive Gleichspannung U_d wird z. B. an die Stränge U und V über den oberen eingeschalteten Transistor des Strangs U und den unteren eingeschalteten Transistor im Strang V (Abb. 9.27) eingeprägt, eine negative Gleichspannung $-U_d$ über den unteren eingeschalteten Transistor des Strangs U und den eingeschalteten oberen Transistor im Strang V. Vereinfacht kann während dieses Schaltvorgangs die Serienschaltung dieser zwei Transistoren und Freilaufdioden im Wechselrichter durch einen Schalter und eine Freilaufdiode beschrieben werden (Abb. 9.28a). Während der kurzen Periodendauer

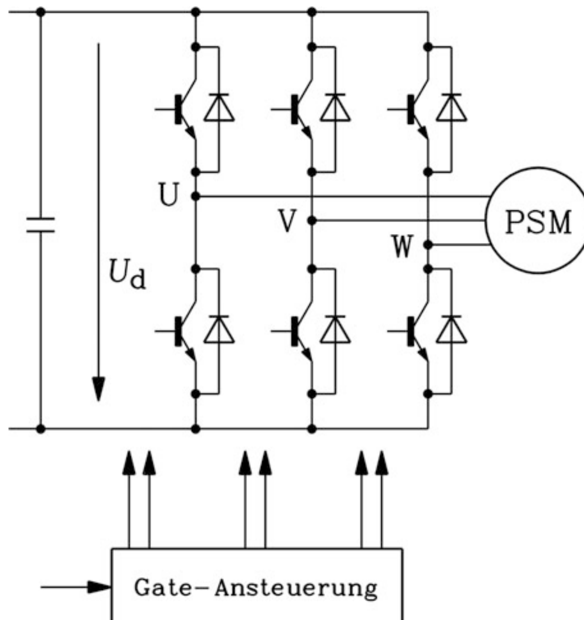


Abb. 9.27 Die B6-Wechselrichterschaltung mit Leistungstransistoren und Freilaufdioden versorgt die Ständerwicklung der PM-Synchronmaschine (PSM) aus dem Gleichspannungszwischenkreis über eine Pulsweitenmodulation so, dass die gewünschte Stromkurvenform erreicht wird. Die Ansteuerung der Leistungstransistoren (bei IGBTs die Gate-Ansteuerung) ist symbolisch dargestellt

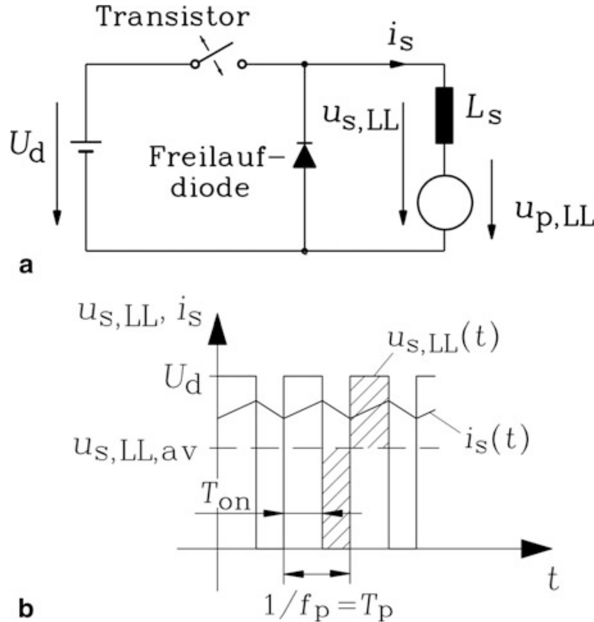


Abb. 9.28 (**a**) Ersatzanordnung für die umrichtergespeiste PM-Synchronmaschine mit Spannungszwischenkreis U_d, Leistungsschalter, Freilaufdiode, Wicklungsinduktivität und Polradspannung, (**b**) An der Wicklung anliegende, mit Schaltfrequenz gepulste Gleichspannung und der sich einstellende Strangstrom mit Stromwelligkeit

eines Schaltzyklus (Taktperiode T_T, vgl. Kap. 7) kann die mit der deutlich niedrigeren Grundfrequenz $f_s = n \cdot p$ sich zeitlich ändernde Polradspannung als konstant mit $U_{p,LL}$ angenommen werden. Da gemäß Abb. 2.27 stets zwei Leistungstransistoren in Serie liegen und abwechselnd schalten, ist die für die Stromwelligkeit wirksame Schaltfrequenz f_p als Pulsfrequenz (vgl. Kap. 7) doppelt so groß wie die Schaltfrequenz eines Transistors, sodass in Abb. 9.28b $T_p = T_T/2$ als Pulsweite der geschalteten Gleichspannung sichtbar ist. Der Einfluss des Spannungsfalls am Strangwiderstand wird gegenüber der i. A. höheren Selbstinduktionsspannung in (9.47) vernachlässigt. Wir betrachten einen Zyklus $0 \leq t \leq T_p$, bestehend aus den Abschnitten $0 \leq t \leq T_{on}$ und $T_{on} \leq t \leq T_p$ gemäß Abb. 9.28b.

$$(1)\text{: } U_d - U_{p,LL} \approx L_s \cdot di_s/dt, 0 \leq t \leq T_{on} \tag{9.47a}$$

$$(2)\text{: } -U_{p,LL} \approx L_s \cdot di_s/dt, T_{on} \leq t \leq T_p \tag{9.47b}$$

Bei eingeschaltetem Transistor steigt der Strom von einem Ausgangswert $i_s(0)$ linear gemäß $i_s = (U_d - U_{p,LL}) \cdot t/L_s + i_s(0)$, $0 \leq t \leq T_{on}$, an, weil die die Bestromungszeit T_{on} sehr viel kürzer ist als die elektrischen Zeitkonstante L_s/R_s der Strangwicklungen. Bei ausgeschaltetem Transistor fließt der Strom über die Freilaufdiode weiter und nimmt wegen der negativen Polradspannung linear ab: $i_s = -U_{p,LL} \cdot (t - T_{on})/L_s + i_s(T_{on})$, $T_{on} \leq t \leq T_p$. So entsteht der sägezahnförmige Verlauf der Stromwelligkeit in Abb. 9.28b,

dessen Amplitude umso kleiner ist, je höher die Schaltfrequenz bzw. je kürzer T_T ist. Der mittlere Strom I_s ist durch das an der Maschinenwelle auftretende mittlere Drehmoment M_e bestimmt. Die mittlere verkettete Spannung ist gemäß Abb. 9.28b $u_{s,LL,av} = U_{s,LL} = U_d \cdot T_{on}/T_T$. Bei zeitlich konstantem Verhältnis T_{on}/T_T und konstanter Polradspannung ist der Strommittelwert konstant, und es gilt wie in Abb. 9.28b $i_s(0) = i_s(T_p)$, sodass ein Gleichstrom auftritt. Damit ist gezeigt, wie durch eine gepulste Gleichspannung ein Blockstrom in die Ständerwicklung eingeprägt werden kann.

Durch die für die Stromwelligkeit wirksame Pulsfrequenz f_p als doppelte Schaltfrequenz eines Transistors kann eine sehr kleine Stromwelligkeit erreicht werden. Wird die Weite der Spannungsimpulse bei konstantem T_T und damit konstantem $T_p = T_T/2$ nach einer Sinusfunktion vergrößert und wieder verkleinert, so steigt und sinkt der Mittelwert $U_{s,LL}$ sinusförmig. Bei entsprechender Sinusform der induzierten Polradspannung $u_{p,LL}(t)$ ändert sich dann der Strommittelwert ebenfalls sinusförmig. Ein Stromregler mit der Hysterese-Bandbreite Δi_{Hyst} für die Vorgabe des Stromsollwerts kann gemäß Abb. 9.29

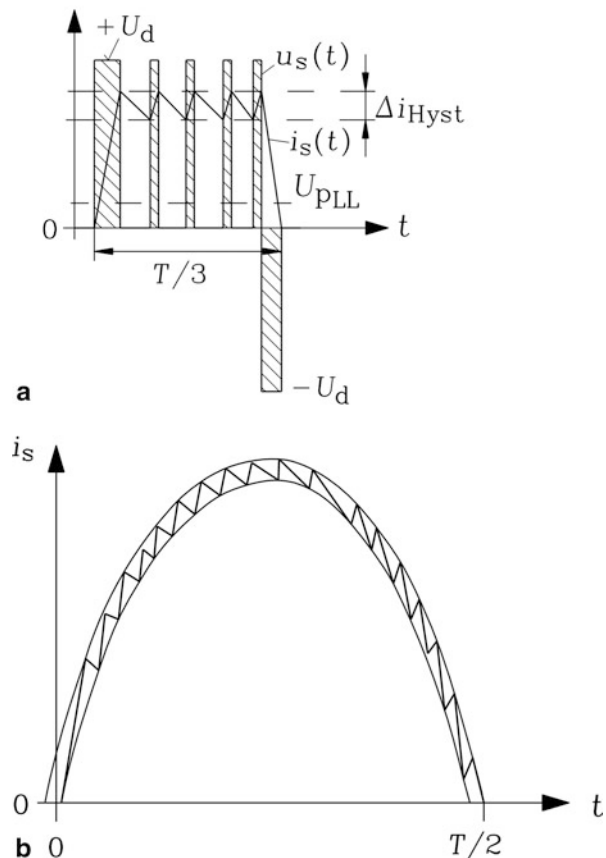


Abb. 9.29 Hystereseband-Stromregelung für (**a**) Blockstromspeisung, (**b**) Sinusstromspeisung

einen blockförmigen oder sinusförmigen Strom in die Wicklungen einprägen. Das Hystereseband soll dabei die Stromwelligkeit begrenzen, indem sich die Schaltfrequenz über die Breite des Hysteresebands einstellt.

Über die Messung der Lage der Rotorposition wird die Phasenlage der Polradspannung erfasst, sodass der Strangstrom in Phase zur Polradspannung eingeprägt werden kann. Bei der Blockstromspeisung müssen nur der Anfang und das Ende jedes Stromblocks über den Stromrichter vorgegeben werden. Dazu müssen die Polwechsel erfasst werden. Innerhalb eines Stromblocks ist keine weitere Lageinformation des Läufers erforderlich, sodass sehr einfache Lagegeber wie in Abb. 9.30 verwendet werden können. Die korrekte Lage der Scheibe in diesem Bild relativ zu den Läufermagneten wird im Prüffeld anhand der Nulldurchgänge der im Generatorbetrieb gemessenen Polradspannung im Vergleich zu den Sensorausgangssignalen justiert. Bei Sinusstromspeisung muss die Läuferlage theoretisch zu jedem beliebigen Zeitpunkt bekannt sein, da eine plötzliche Drehzahländerung sofort zu einer Dehnung bzw. Stauchung des Zeitsignals der Polradspannung führt, der das Sinussignal des Stroms sofort folgen muss. Deshalb werden hochauflösende optische Geber mit z. B. 1024 Inkrementen je Umdrehung (Inkrementalgeber, Encoder) oder analog arbeitende Resolver für die Rotorwinkellageerfassung $\gamma_m(t)$ verwendet. Diese gegenüber dem Gebertyp von Abb. 9.30 deutlich teureren Geber können aber über die Ableitung des Winkelsignals $\Omega_m = d\gamma_m/dt$ gleichzeitig zur Drehzahlmessung verwendet werden, während die blockstromgespeisten PM-Synchronmaschinen einen zusätzlichen Tachogenerator zu Drehzahlmessung vor allem bei niedrigen Drehzahlen benötigen. Dann ist die Anzahl $2 \cdot p \cdot m$ der Gebersignal-Schaltflanken je Rotorumdrehung viel zu gering, um über deren zeitliche Abstände ein gleichmäßiges Drehzahl-Istwertsignal zu ermitteln. Meist wird ein kleiner polradlagegebergesteuerter PM-Synchrongenerator mit Transistor-Gleichrichter als Drehstrom-Tachogenerator verwendet, um über die gleichgerichtete trapezförmige Leerlaufspannung (Polradspannung), deren Amplitude zur Drehzahl proportional ist, die Drehzahl zu messen. Über die Phasenfolge U-V-W oder U-W-V der Polradstrangspannungen wird die Drehrichtung erfasst.

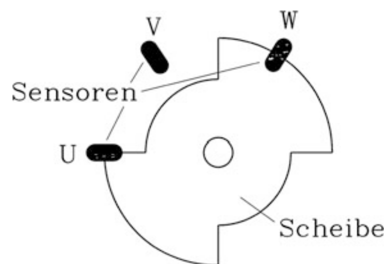


Abb. 9.30 Blockstromspeisung: Die Rotorlage wird z. B. über eine auf dem Rotor montierte Scheibe mit Aussparungen für die S-Pole und drei statorfeste optische Sensoren U, V, W, die räumlich um $120°/p$ (p: Polpaarzahl) am Umfang versetzt sind, gemessen. Im N-Polbereich wird der Lichtstrahl unterbrochen (= Einschalten des positiven Strangstroms für 120° el.), im S-Polbereich wird ein Lichtsignal gemessen (= Einschalten des negativen Strangstroms für 120° el.). (hier: $2p = 4$)

Fazit:
Über einen Strom-Hysterese-Regler wird der Ständerstrom als Block- oder Sinusstrom – passend zur jeweiligen Form der induzierten Polradspannung - aus einem Gleichspannungszwischenkreis in Phase zur Polradspannung eingeprägt, um ein glattes und maximales Drehmoment zum gegebenen Strom zu erhalten. Die korrekte Phasenlage des Stroms wird aus der Polradlagemessung ermittelt.

9.3.2 Antriebe mit Blockstromspeisung und Sinusstromspeisung

Das Antriebssystem mit Querstromspeisung, bestehend aus Umrichter, PM-Synchronmotor, Rotorlagegeber und Drehzahlgeber, das über einen (langsameren) Drehzahlregler und einen (schnelleren) unterlagerten Stromregler drehzahlveränderbar betrieben wird, hat in vielen Anwendungen die Gleichstromantriebe (Kap. 11) abgelöst (Brunsbach 1993). Es sind keine Kohlebürsten erforderlich, da die Arbeitswicklung als Drehstromwicklung im Ständer angeordnet ist und das PM-Feldsystem im Läufer, sodass die Antriebe wartungsfreundlicher sind. Durch den Wegfall des Kommutators (Kap. 11) ist der Läufer trägheitsärmer und leichter, und so erfolgt die Drehzahländerung bei gleichem Drehmoment schneller, der Antrieb ist somit „dynamischer“. Wie in Abschn. 9.2.4 erläutert, entspricht das elektrische Verhalten der polradlagegesteuerten PM-Synchronmaschinen dem der stromrichtergespeisten Gleichstromantriebe, wobei die blockstromgespeisten PM-Synchronantriebe wegen der abschnittsweise auftretenden Gleichstromblöcke auch in ihren elektrischen Signalverläufen den Gleichstromantrieben am nächsten kommen. Deshalb wurden diese zunächst als „bürstenlose Gleichstromantriebe“ („brushless DC drives“) bezeichnet. Da im äußeren Betriebsverhalten die sinusstromgespeisten PM-Synchronantriebe sich ebenso wie die blockstromgespeisten Antriebe wie PM-erregte Gleichstromantriebe verhalten, wird die Bezeichnung „brushless DC“ mittlerweile für jedes Synchronantriebssystem mit Polradlagegebersteuerung verwendet. Das mit hoher Güte zeitlich konstante („glatte“) Drehmoment erlaubt auch sehr langsame Bewegungen mit niedriger konstanter („glatter“) Drehzahl z. B. für das winkelgenaue Positionieren der Rotoren als „Servoantriebe“, während eine kurzzeitige hohe Überlastbarkeit (= hoher Strom liefert hohes Drehmoment) große Beschleunigungen und damit schnelle Drehzahländerungen, also „dynamische Antriebe“ ermöglicht.

a) Antriebe mit Blockstromspeisung: Antriebe mit Blockstromspeisung umfassen folgende Antriebskomponenten (Abb. 9.31):

- die PM-Synchronmaschine mit dreisträngiger Einschicht-Ganzlochwicklung (daher ungesehnt), um eine Statornutteilung geschrägte Nuten (oder Läufermagnete), 100 % Polbedeckung der Läufer-Magnete,
- Einen einfachen Scheiben-Rotorlagegeber mit Nachbildung der Lage und Zahl der Rotormagnetpole auf optischer oder magnetischer Basis für die phasenrichtige Stromkommutierung,

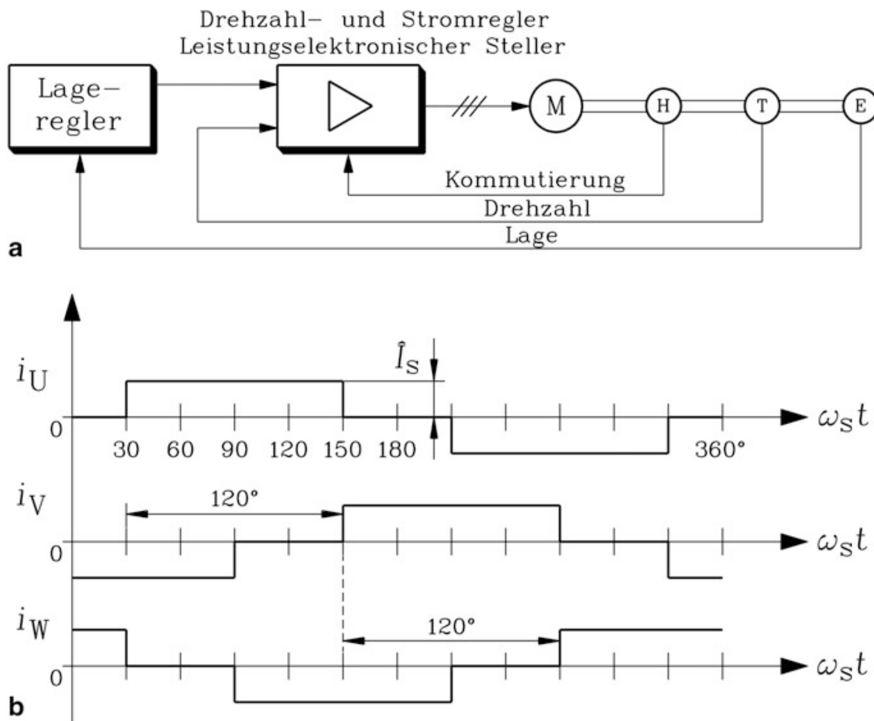


Abb. 9.31 PM-Synchron-Antriebssysteme mit Blockstromspeisung für Positionieranwendungen: (**a**) Antriebskomponenten: M: PM-Synchronmotor, H: Rotorwinkellage-Messung zur Stromkommutierung, T: Drehstrom-Tachogenerator, E: Encoder (Inkrementalgeber) zur winkelgenauen Positionierung zur Verwendung in einer übergeordneten Positionsregelung mit unterlagerter Drehzahl- und Stromregelung des Motors über den speisenden Umrichter, (**b**) Die Blockströme in den drei Wicklungssträngen ergänzen sich im Wicklungssternpunkt stets zu Null. (Quelle: Lehmann 1989)

- einen Drehstrom-Tachogenerator mit dem „brushless-DC"-Prinzip für die Drehzahl-Istwerterfassung,
- einen hochauflösenden, genauen Winkellagegeber (z. B. optischer Encoder) für die winkelgenaue Positionierung,
- einen Spannungszwischenkreis-Umrichter für die pulsweitenmodulierte Spannungsspeisung der Ständerwicklung, der netzseitig und motorseitig fallweise Filter enthält, die hochfrequente Spannungsanteile infolge des Gleich- bzw. Wechselrichtens der Spannung vom Netz oder vom Motor fernhalten sollen,
- eine Drehzahlregelung und unterlagerte Stromregelung, deren Ausgang auf den Pulweiten-Modulator des Stromrichters wirkt, um den Strom in geeigneter Höhe einzuprägen,
- eine Strangstrommessung für die Strom-Istwerterfassung z. B. an zwei Messshunts in zwei Strängen über Optokoppler zur Potenzialtrennung zwischen Regelung und Wicklungssystem. Alternativ werden feldkompensierende Gleichstromwandler mit Hall-Sensoren eingesetzt, die eine Potenzialtrennung per se erfüllen. Der dritte Strangstrom

kann aus den beiden gemessenen Strömen berechnet werden ($i_W = -i_U - i_V$), um einen Stromwandler einzusparen,
- einen übergeordnetern Positionsregler für die Rotorlage, mit dem die gewünschten Arbeitsvorgänge (z. B. „Pick-and-place" von Bauelementen auf Platinen in Bestückungsautomaten) geregelt werden. Dieser Regler ist oft bereits in der Regelungssoftware der Umrichter als „Motion Control" implementiert.

Die Vorteile blockstromgespeister PM-Synchronservoantriebe sind:

- kostengünstige Rotorlagesensoren,
- kostengünstige Ständerwicklungen,
- eine 15 % höhere Überlastbarkeit im Drehmoment an der Umrichterstromgrenze im Vergleich zur Sinusspeisung (siehe c)).

Nachteilig gegenüber Sinusstromspeisung ist:

- der zusätzlich erforderliche Encoder für die Positionierung,
- eine höhere Drehmoment-Welligkeit von ca. 2 % ... 4 % bei niedrigen Drehzahlen (siehe Abschn. 9.4.2),
- höhere Wirbelstromverluste in den Läufermagneten durch das ruckförmige Weiterschalten des Ständerfelds in 6 Schritten zu je 60° el. je elektrischer Periode.

Servoantriebe mit höchsten Ansprüchen an ein glattes Drehmoment werden deshalb mit Sinusstromspeisung ausgeführt, da die thermische Ausnutzung bei beiden Varianten gleich ist (siehe c)).

b) Antriebe mit Sinusstromspeisung: Antriebe mit Sinusstromspeisung umfassen folgende Antriebskomponenten (Abb. 9.32):

- eine PM-Synchronmaschine mit dreisträngiger gesehnter Zweischicht-Ganzlochwicklung oder Bruchloch-Einschichtwicklung (daher quasi gesehnt, Kap. 2 und 3), um eine Statornutteilung geschrägte Nuten oder Läufermagnete, etwa 85 % Polbedeckung der Läufer-Magnete,
- einen hochauflösenden, genauen Rotorwinkellage-Sensor (optischer Inkrementalgeber oder optischer Absolutwertgeber oder elektromagnetischer Resolver) für die Stromkommutierung, die Drehzahlistwert-Erfassung und die genaue Läuferpositionierung für den entsprechenden Einsatz als Positionierantrieb,
- einen Spannungszwischenkreis-Umrichter für die pulsweitenmodulierte Spannungsspeisung der Ständerwicklung, ggf. mit Motor- und Netzspannungsfilter,
- eine Drehzahlregelung und unterlagerte feldorientierte d-q-Stromregelung (siehe Abschn. 9.2.4), deren Ausgang auf den Pulweiten-Modulator des Stromrichters wirkt, um den Strom in geeigneter Höhe als Sinusstrom einzuprägen,
- eine Strangstrommessung wie beim Prinzip der Blockstromspeisung.

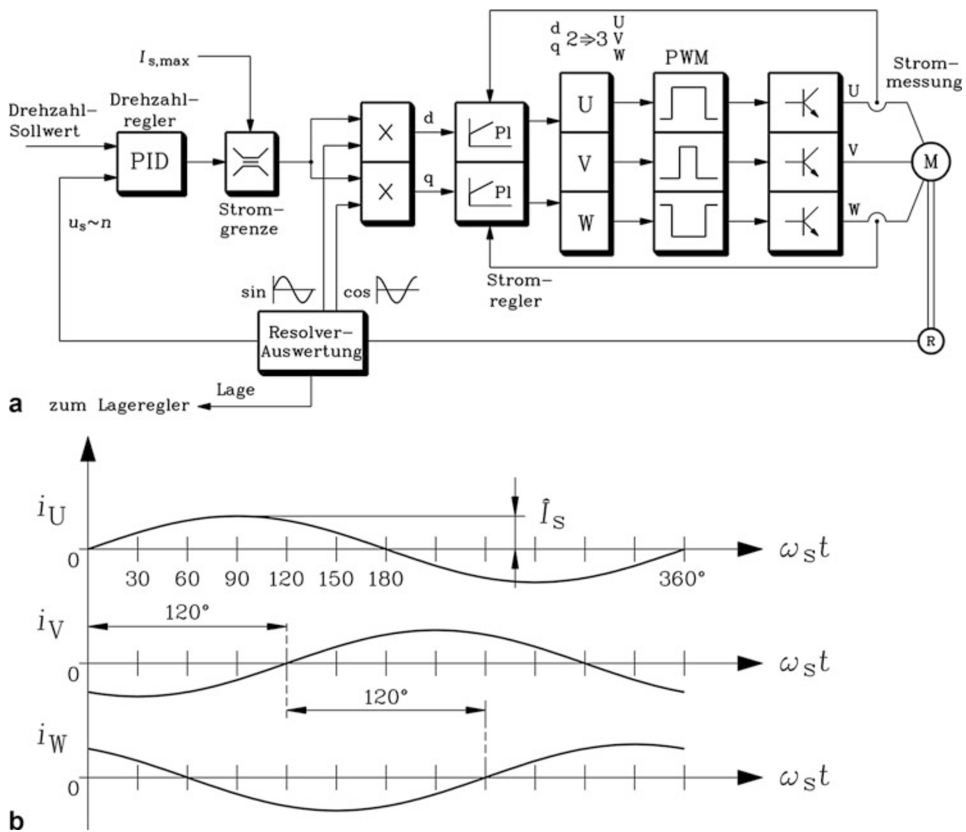


Abb. 9.32 PM-Synchron-Antriebssysteme mit Sinusstromspeisung für Positionieranwendungen: (**a**) Antriebskomponenten: M: PM-Synchronmotor, R: Rotorwinkellage-Messung (z. B. Resolver) zur Stromkommutierung, Drehzahl-Istwerterfassung und zur winkelgenauen Positionierung für die Verwendung in einer übergeordneten Positionsregelung mit unterlagerter Drehzahl- und Stromregelung des Motors über den speisenden Umrichter. Die feldorientierte Regelung mit *d*- und *q*-Stromkomponenten und die Strangstrommessung sind angedeutet. (**b**) Die Sinusströme in den drei Wicklungssträngen ergänzen sich im Wicklungssternpunkt stets zu Null. (Quelle: Lehmann 1989)

Der in Abb. 9.32a angezeigte Übergang von der Darstellung der Ständerströme im *d*-*q*-System als zwei Stromkomponenten, nämlich die *d*-Strom- und *q*-Stromkomponente (Kap. 8), in das System der drei Strangströme U, V, W wird in Kap. 16 ausführlich erläutert und wird dort als Park-Transformation bezeichnet. Die Verwendung der Ströme als *d*-Strom- und *q*-Stromkomponente erlaubt die Anwendung der weiter oben verwendeten Formeln für die Berechnung des Luftspalt-Drehmoments M_e aus I_d und I_q. Da das Ständerfeld der *d*-Stromkomponente in Richtung der Läuferpolachse, also der *d*-Achse, magnetisiert, und die *q*-Stromkomponente quer dazu in Richtung der Läuferpollücken magnetisiert, wird die über diese Stromkomponenten realisierte Strom- und Momentenregelung als feldorientierte Regelung bezeichnet. Es wird daher nicht jeder

Strangstrom in den Strängen U, V, W für sich geregelt, sondern zunächst nur die *d*- und *q*-Stromkomponente. Aus diesen Sollwerten werden über die Park-Transformation die drei Strangstromsollwerte in den Strängen U, V, W berechnet, und über die oben beschriebene Pulsweitenmodulation der Ständerspannung entsprechend eingestellt. Solch eine feldorientierte Regelung geht stillschweigend davon aus, dass die elektrischen Parameter der drei Wicklungsstränge identisch sind, also eine symmetrische Maschine vorliegt. Ein ähnliches Stromregelungsverfahren ist auch für (symmetrische) Asynchronmaschinen entwickelt worden, auf das in Kap. 15 näher eingegangen wird. Details zu den Strom- und Momentenregelverfahren (Binder et al. 1998a) sind nicht Thema dieses Buches. Dazu wird auf die einschlägige Literatur über Regelverfahren zu elektrischen Antrieben verwiesen (z. B. Pfaff 1990; Leonhard 1996; Schröder 2009a). Ebenso sind unterschiedliche Verfahren entwickelt worden, den Rotorlagegeber für die betriebsgerechte Bestromung der Ständerwicklung einzusparen. Solche „sensorlosen“ Regelungen setzen sich in vielen Anwendungsbereichen mehr und mehr durch, auch bei drehzahlveränderbaren Asynchronantrieben (Kap. 7) und bei Reluktanzantrieben (Kap. 10), da sie robuster sind als Antriebe mit Polradlagegeber (siehe z. B. Schrödl 1992a, b; Weidauer 1999; Morimoto et al. 2002; Kim et al. 2003; Schröder 2009b).

Die Vorteile sinusstromgespeister PM-Synchronservoantriebe im Vergleich zur Blockstromspeisung sind:

- 15 % geringeres Magnetvolumen für das gleiche Drehmoment,
- eine sehr geringe Drehmoment-Welligkeit von unter 1 % bei niedrigen Drehzahlen (siehe Abschn. 9.4.2),
- geringer Einfluss einer Winkel-Fehljustierung des Rotorlagegebers auf die Drehmomentwelligkeit. Lediglich der Mittelwert des Moments sinkt, ggf. auch die maximal erreichbare Drehzahl.
- geringe Wirbelstromverluste in den Läufermagneten durch den geringen Anteil an Ständer-Feldoberwellen von gesehnten Ganzlochwicklungen (Petrovic et al. 2007).

Die Nachteile gegenüber Blockstromspeisung sind:

- die im Falle der Zweischichtwicklung teurere Ständerwicklung,
- eine um 15 % geringere Überlastbarkeit im Drehmoment an der Umrichterstromgrenze,
- ein teurer Encoder auch für den Fall, dass keine hochgenaue Rotor-Positionierung in der Antriebsanwendung erforderlich ist,
- ein aufwändigeres mathematisches Modell für die Stromregelung, nämlich u. A. die oben erwähnte Park-Transformation.

Fazit:
PM-Synchron-Servoantriebe (bürstenlose Gleichstromantriebe) sind in der Ausführung mit Blockstromspeisung kostengünstiger als mit Sinusstromspeisung, haben aber eine höhere Momentenwelligkeit und höhere Zusatzverluste. Als hochwertige Servoantriebe haben sich die sinusstromgespeisten Antriebe durchgesetzt.

c) Elektromagnetischer Vergleich von Blockstrom- und Sinusstromspeisung: Im Folgenden wird gezeigt, dass hinsichtlich der thermischen Ausnutzung der PM-Maschinen die Blockstrom- und die Sinusstromspeisung gleichwertig sind. Bei Betrieb mit q-Strom ($I_d = 0, I_s = I_q$) werden beide Betriebsweisen verglichen für gleich große PM-Synchronmaschinen mit identischer Stator- und Rotor-Geometrie (gleiche Magnethöhe h_M und Luftspalt δ) und Polzahl $2p$, gleicher Kühlart, gleicher Windungszahl je Strang N_s, gleichem Stator-Wicklungswiderstand je Strang R_s und gleichem Magnetmaterial $B_M = B_R + \mu_M H_M$, $\mu_M = B_R/H_{CB}$. Die Polbedeckung ist beim Blockstrommotor 100 %, beim Sinusstrommotor mit α_e kleiner als 100 %. Sie haben die gleiche Leerlauf-Luftspaltflussdichte B_p, denn beide PM-Synchronmaschinen haben die gleiche magnetische Arbeitsgerade.

$$B_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{\delta} H_M = B_M \tag{9.48}$$

$$B_p = B_\delta = \frac{(h_M/\mu_M) \cdot B_R}{(\delta/\mu_0) + (h_M/\mu_M)} \tag{9.49}$$

Bei derselben Drehzahl n sind die Reibungsverluste identisch. Auch die Ummagnetisierungsverluste sind annährend gleich groß. Bei den niedrigen Drehzahlen des Servobetriebs dominieren die Stromwärmeverluste, sodass nur diese im Vergleich berücksichtigt werden.

Bei gleicher Wicklungserwärmung müssen die Stromwärmeverluste P_{Cu} gleich sein, da keine weiteren Verluste berücksichtigt werden. Aus Tab. 9.6 folgt, dass dann die Amplitude des Sinusstroms etwas größer sein darf als jene des Blockstroms: $\hat{I}_{sS}/\hat{I}_{sB} = 2/\sqrt{3}$. Bei gleicher Drehzahl ergibt sich das von diesem q-Strom erzeugte elektromagnetische Drehmoment aus der inneren Leistung (Luftspaltleistung) $M_e = P_\delta/(2\pi n)$, die gemäß Tab. 9.6 für beide Stromspeisearten folgendes Verhältnis aufweist:

$$\frac{P_{\delta S}}{P_{\delta B}} = \frac{(3/2) \cdot \hat{U}_{pS} \cdot \hat{I}_{sS}}{2 \cdot \hat{U}_{pB} \cdot \hat{I}_{sB}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2}{\pi} \cdot k_{ws} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_e \pi}{2}\right). \tag{9.50}$$

Für typische Werte des Wicklungsfaktors der Grundwelle $k_{ws} = 0.933$ und der Polbedeckung $\alpha_e = 0.85$ bei sinusstromgespeisten PM-Synchronmaschinen ergibt sich als

Tab. 9.6 Vergleich von (B) Blockstrom- und (S) Sinusstromspeisung bei gleich großen PM-Synchronmaschinen

PM-Synchronmaschine	Blockstromspeisung (B)	Sinusstromspeisung (S)
Luftspaltflussdichte	$B_\delta = B_p$	$B_{\delta,1} = \frac{4B_p}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_e \pi}{2}\right)$
Polradspannung (Amplitude je Strang)	$\hat{U}_{pB} = 2N_s \cdot 2f\tau_p \cdot B_p \cdot l_{Fe}$	$\hat{U}_{pS} = 2\pi f \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot \frac{2}{\pi}\tau_p l_{Fe} B_{\delta,1}$
Stromwärmeverluste	$P_{Cu} = 2 \cdot R_s \cdot \hat{I}_{sB}^2$	$P_{Cu} = (3/2) \cdot R_s \cdot \hat{I}_{sS}^2$
Innere Leistung	$P_{\delta B} = 2 \cdot \hat{U}_{pB} \cdot \hat{I}_{sB}$	$P_{\delta S} = (3/2) \cdot \hat{U}_{pS} \cdot \hat{I}_{sS}$

Verhältnis der Luftspaltleistungen etwa der Wert 1: $P_{\delta S}/P_{\delta B} = 1.00035$. Bei gleicher Wicklungserwärmung und gleichen Eisen- und Kupfermassen, also gleicher thermischer Ausnutzung, erzeugen block- und sinusstromgespeiste PM-Synchronmaschinen dasselbe elektromagnetische Drehmoment, obwohl letztere $1 - \alpha_e = 15\%$ weniger Magnetmaterial benötigen. Allerdings stellt sich damit bei gleicher Strangstrom-Amplitude $\hat{I}_{s,\max}$ und damit gleicher Umrichter-Stromgrenze bei Blockstromspeisung ein etwa 15% höheres Drehmoment ein, bei dem jedoch wegen der 33 % höheren Stromwärmeverluste ($P_{CuB}/P_{CuS} = 2/(3/2) = 4/3$) der Antrieb nicht dauernd betrieben werden darf.

$$\frac{M_{e,S}}{M_{e,B}} = \frac{P_{\delta S}}{P_{\delta B}} = \frac{(3/2)\cdot \hat{U}_{pS} \cdot \hat{I}_{s,\max}}{2 \cdot \hat{U}_{pB} \cdot \hat{I}_{s,\max}}$$

$$\frac{M_{e,S}}{M_{e,B}} = \frac{\sqrt{3}\cdot 2}{\pi} \cdot k_{ws} \cdot \sin\left(\frac{\alpha_e \pi}{2}\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \tag{9.51}$$

$$k_{ws} = 0.933, \quad \alpha_e = 0.85: \quad \frac{M_{e,S}}{M_{e,B}} \cong \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{1.15} \tag{9.52}$$

Fazit:
Gleich große block- und sinusstromgespeiste PM-Synchronantriebe erzeugen bei gleicher Wicklungserwärmung das gleiche Drehmoment und die gleiche Leistung, obwohl bei Sinusstromspeisung ca. 15 % weniger Magnetmaterial eingesetzt wird. Bei gleicher Stromamplitude ist das Drehmoment bei Blockstromspeisung um 15 % größer als bei Sinusstromspeisung.

9.3.3 Betriebsgrenzen von PM-Synchronmaschinen mit Querstromspeisung

Aus der inneren Leistung (Tab. 9.6) folgt, dass das elektromagnetische Drehmoment bei Querstromspeisung direkt zum Ständerstrom proportional ist, wenn vom Einfluss der stromabhängigen Eisensättigung bei hohen Querströmen abgesehen wird. So ergibt sich beispielsweise bei Sinusstromspeisung mit der induzierten Polradspannung gemäß (9.53)

$$U_p = \omega_s \cdot \Psi_p/\sqrt{2} = 2\pi n \cdot p \cdot \Psi_p/\sqrt{2} \tag{9.53}$$

aus der inneren Leistung das elektromagnetische Drehmoment in Übereinstimmung mit (9.37) proportional zum Querstrom, der in Phase zur Polradspannung vom Umrichter eingeprägt wird.

$$M_e = \frac{3 \cdot U_p \cdot I_s}{2 \cdot \pi \cdot n} = 3 \cdot p \cdot \frac{\Psi_p}{\sqrt{2}} \cdot I_q \tag{9.54}$$

Beim Stillstandsmoment M_0 bei Drehzahl Null ($n = 0$) treten nur die Stromwärmeverluste als Ursache für die Motorerwärmung auf.

$$P_{Cu} = 3 \cdot R_s \cdot I_s^2 \qquad I_s = I_q \tag{9.55}$$

Bei $n = 0$ fließt auch bei Sinusstromspeisung Gleichstrom in den drei Wicklungssträngen, da $f_s = 0$ ist, z. B. $I_U = 0$, $I_V = \sqrt{3} \cdot \hat{I}_q/2 = -I_W$. Häufig werden bei Servoantrieben die Motoren geschlossen ausgeführt und selbstgekühlt, d. h. die Wärmeabfuhr erfolgt ohne jedes zusätzliche Hilfsmittel wie Wellenlüfter oder fremdangetriebene Lüfter. Dadurch können die Motoren in rauer Umgebung betrieben werden, da kein Lüfterausfall auftreten kann, sodass die Motoren sehr robust gegen Umwelteinflüsse sind. Nachteilig ist dann allerdings die geringe Wärmeübergangszahl α von der Motorgehäuseoberfläche an die Umgebung und die fehlende Innenkühlung. Die Wärmeübergangszahl fasst den Wärmeübergang von der heißen Maschinenoberfläche A an die um $\Delta\vartheta$ kühlere Umgebungsluft in einer Zahl gemäß (9.56) pauschal zusammen, und wird in der Regel experimentell ermittelt (Gotter 1962; Polifke und Kopitz 2005). Durch die nur geringe Luftbewegung bei fehlendem Lüfter ist der Wärmeübergang von der heißen Gehäuseoberfläche an die umgebende Luft infolge natürliche Konvektion klein und etwa gleich groß wie der Anteil der Wärmestrahlung, nämlich etwa $\alpha = 7\ldots8$ W/(m^{2}K), was eine resultierende Wärmeübergangszahl von ca. $\alpha = 15$W/(m^{2}K) ergibt. Die Verluste P_d in der PM-Synchronmaschine bewirken eine stationäre Wicklungserwärmung $\Delta\vartheta$ der Wicklung im Dauerbetrieb als Differenz zwischen Wicklung- und Umgebungstemperatur $\Delta\vartheta = \vartheta_{Cu} - \vartheta_{amb}$ auf Grund des konvektiven Wärmeübergangs an der Gehäuseoberfläche A gemäß (9.56) zu

$$P_d = \alpha \cdot A \cdot \Delta\vartheta. \tag{9.56}$$

Bei Motorstillstand $n = 0$ wirken nur die Stromwärmeverluste $P_d = P_{Cu}$. Mit zunehmender Drehzahl n steigen die Reibungsverluste P_R und wegen der steigenden Statorfrequenz f_s die Ummagnetisierungsverluste $P_{Fe,s}$, die vor allem im Statoreisen (Eisenmasse $m_{Fe,s}$, Flussdichte im Eisen $B_{Fe,s}$) auftreten, und sich gemäß Kap. 1 aus Hysterese- und Wirbelstromverlusten $P_{Hy,s}$ und $P_{Ft,s}$ zusammensetzen. Die materialspezifischen Faktoren k_{Hy}, k_{Ft} für die Ummagnetisierungsverluste je $m_{Fe} = 1$ kg Eisenmasse bei $B_{Fe} = 1.5$ T betragen als Verlustziffer $v_{15} = k_{Hy} + k_{Ft}$. Sie erlauben die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste bei unterschiedlichen Drehzahlen bzw. Ständerfrequenzen.

$$P_{Fe,s} = P_{Hy,s} + P_{Ft,s} \sim m_{Fe,s} \cdot B_{Fe,s}^2 \cdot (k_{Hy} \cdot f_s + k_{Ft} \cdot f_s^2) \tag{9.57}$$

Da das Grundwellenfeld der Stator-Stromgrundschwingung synchron mit dem Rotor dreht, ändert es sich bezüglich des Rotors nicht und bewirkt daher im Rotoreisen und in den Magneten keine Ummagnetisierungsverluste. Feldoberwellen, erregt durch die Stator-Stromgrundschwingung (Frequenz f_s) infolge der verteilten Ständerwicklung und der Nutöffnungen, rotieren aber gemäß Kap. 3 wegen $v_\nu = 2f_s\tau_p/\nu$ langsamer als der Läufer ($v_{syn} = 2f_s\tau_p$), die Feldgrund- und Feldoberwellen der umrichterbedingten Stator-Stromoberschwingungen (Frequenzen kf_s) hingegen k-mal schneller ($v_{k,\nu} = 2 \cdot k \cdot f_s\tau_p/\nu$) als die Statorfelder der Grundfrequenz und daher i. A. schneller als der

Läufer. Diese Feldwellen rufen im Läufer Ummagnetisierungsverluste $P_{\mathrm{M+Fe,r}}$ hervor (Mirzaei et al. 2010). Die schaltfrequenten Stromoberschwingungen treten sowohl bei Sinus- als auch Blockstromspeisung auf (Canders et al. 1998). Hinzu kommen bei Blockstromspeisung die Stromoberschwingungen durch die Blockstromform selbst, sodass die Rotor-Ummagnetisierungsverluste bei Blockstromspeisung höher sind als bei Sinusstromspeisung (Demel 1987). Da bei geschlossenen selbstgekühlten Maschinen die Wärmeabfuhr annährend von der Drehzahl unabhängig ist, müssen für konstante Wicklungserwärmung die Gesamtverluste (9.58) unabhängig von der Drehzahl konstant bleiben.

$$P_{\mathrm{d}} = P_{\mathrm{Cu}} + P_{\mathrm{Fe,s}} + P_{\mathrm{R}} + P_{\mathrm{M+Fe,r}} \tag{9.58}$$

Daher müssen mit steigender Drehzahl Statorstrom und Stromwärme verringert werden, was zu einer Verringerung des thermisch zulässigen Dauerdrehmoments mit steigender Drehzahl führt. Das Bemessungsmoment M_{N} bei der Bemessungsdrehzahl n_{N} ist daher i. A. kleiner als das Stillstandsmoment M_0 (Abb. 9.33b). Im Kurzzeitbetrieb können ein wesentlich höherer Strom und damit ein wesentlich höheres Drehmoment zugelassen werden, wenn danach das Moment ausreichend lange unter das thermisch zulässige Dauermoment abgesenkt wird. In selbstgekühlten Servoantrieben ist das thermisch zulässige Dauermoment wegen der schlechten Kühlverhältnisse so klein, dass selbst ein vierfaches Kurzzeitmoment weder eine zu hohe lastabhängige Sättigung ergibt noch die Magnete durch das Ständerfeld bleibend entmagnetisiert werden. Die Umrichterstromgrenze muss unterhalb der Stromgrenze für bleibende Entmagnetisierung bei heißen Magneten (zulässige Dauertemperatur typisch 120°C …150°C) liegen, um einen sicheren Betrieb zu gewährleisten.

Bei hohen Drehzahlen sind der selbstinduktive Spannungsfall $\omega_{\mathrm{s}} L_{\mathrm{q}} I_{\mathrm{s,q}}$ und die induzierte Polradspannung $U_{\mathrm{p}} = \omega_{\mathrm{s}} \cdot \Psi_{\mathrm{p}}/\sqrt{2}$ wegen der hohen Kreisfrequenz ω_{s} deutlich größer als der ohm'sche Spannungsfall $R_{\mathrm{s}} I_{\mathrm{s}}$, deshalb ist im Zeigerdiagramm in Abb. 9.33a R_{s} vernachlässigt. Wegen $I_{\mathrm{s}} = I_{\mathrm{s,q}}$ sind Selbstinduktionsspannung und Polradspannung um 90° phasenverschoben. Die Amplitude und damit der Effektivwert der vom Umrichter eingespeisten Spannungsgrundschwingung muss bei konstantem Drehmoment mit steigender Drehzahl linear mit der Frequenz steigen:

$$U_{\mathrm{s}} = \omega_{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{\Psi_{\mathrm{p}}^2/2 + (L_{\mathrm{q}} I_{\mathrm{s}})^2}. \tag{9.59}$$

Wenn der Umrichter seine Spannungsgrenze $U_{\mathrm{s,max}}$ erreicht, kann die Drehzahl gemäß (9.60) nur gesteigert werden, wenn der Strom verringert wird. PM-Synchronmaschinen sind in der Regel so ausgelegt, dass diese Spannungsgrenze niedriger liegt als die isoliertechnisch zulässige Maschinenspannung (Schwarz 1986). In Sonderfällen mit hohen Zwischenkreisspannungen muss bei der Bestellung einer Maschine eine isoliertechnische Bemessungsspannung für $U_{\mathrm{s,max}}$ verlangt werden.

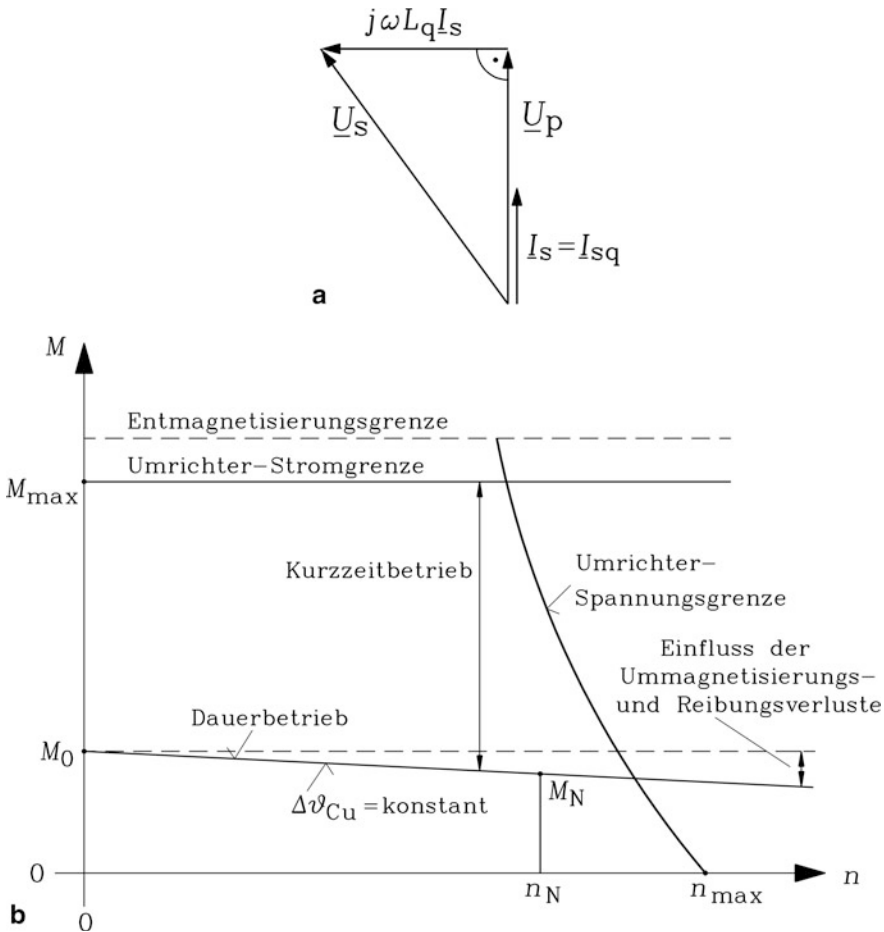


Abb. 9.33 Querstromspeisung von PM-Synchronmaschinen: (**a**) Zeigerdiagramm je Strang bei vernachlässigtem Wicklungswiderstand, (**b**) Drehmomentgrenzen in Abhängigkeit der Drehzahl für Kurzzeit- und Dauerbetrieb (hier: 1. Quadrant: Motorbetrieb)

$$I_s = \frac{1}{\omega_s L_q} \cdot \sqrt{U_{s,max}^2 - (\omega_s \Psi_p / \sqrt{2})^2} \tag{9.60}$$

Die zugehörige Kurve $M_e \sim I_s(U_{s,max}, n)$ ist das Drehmoment an der Spannungsgrenze (Abb. 9.33b). Die maximale Drehzahl bei q-Strombetrieb wird erreicht, wenn die Bedingung $U_{s,max} = \omega_{s,max} \cdot \Psi_p / \sqrt{2}$ erfüllt ist; Strom und Drehmoment sind dann Null.

$$n_{max} = \frac{U_{s,\,max}}{2\pi \cdot p \cdot \Psi_p / \sqrt{2}} \tag{9.61}$$

Da in der Realität die Reibungs- und Rotor-Ummagnetisierungsverluste stets ein bremsendes Moment bewirken, ist die erreichbare Maximaldrehzahl etwas geringer als

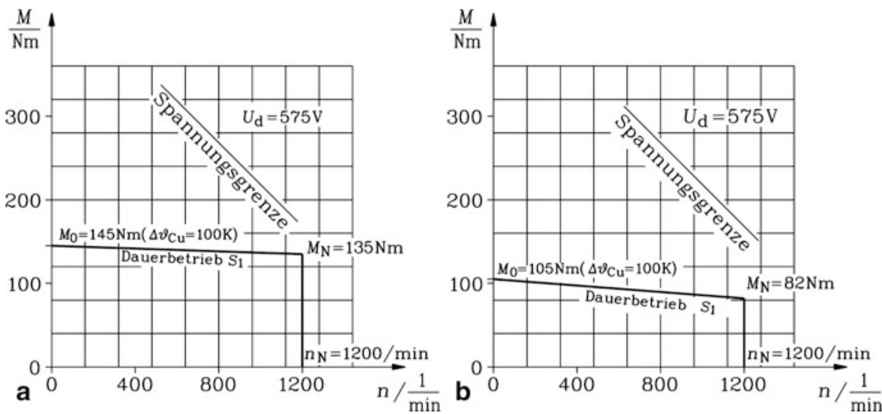


Abb. 9.34 Gemessene Drehmomentgrenze für Dauerbetrieb und an der Spannungsgrenze in Abhängigkeit der Drehzahl für eine mit Querstromspeisung betriebene 6-polige PM-Synchronmaschine (Achshöhe 132 mm, Zwischenkreisspannung des Umrichters 575 V): a) mit verbesserter Kühlung durch einen angebauten Axial-Fremdlüfter, b) bei Selbstkühlung (= kein Lüfter) (Quelle: Siemens AG, Motorenkatalog SIMODRIVE)

n_{max} in (9.61). Damit ist für den drehzahlveränderbaren Antrieb $0 \leq n \leq n_{max}$ der Betriebsdrehzahlbereich festgelegt. Für die Maximaldrehzahl n_{max} muss der Läufer mechanisch bemessen und durch einen Überdrehzahltest gemäß IEC 60034-1 getestet sein.

Durch eine Verbesserung der Kühlung, z. B. durch Anbau eines Fremdlüfters, dessen Drehzahl also unabhängig von der Motordrehzahl ist, wird die Wärmeübergangszahl α erhöht (Polifke und Kopitz 2005), sodass höhere Stromwärmeverluste und damit ein höheres Drehmoment dauernd zulässig sind (Storath und Zelleröhr 2002). In Abb. 9.34 kann das Dauerdrehmoment bei Bemessungsdrehzahl n_N um 65 % erhöht werden. An der Grenzmomentkennlinie bei Erreichen der Umrichterspannungsgrenze ändert die bessere Kühlung natürlich nichts.

9.4 Drehmomentwelligkeit

Die Abweichung des Drehmoments vom ideal glatten (= zeitlich konstanten) Drehmomentverlauf nennt man Drehmomentwelligkeit, die vor allem bei Positionierantrieben große Bedeutung hat, da eine Drehmomentschwankung das genaue Positionieren erschwert. Deshalb wird die Drehmomentwelligkeit im Zusammenhang mit den Servoantrieben erläutert, obwohl sie natürlich generell bei jeder Art von elektrischen Maschinen auftreten kann. Man unterscheidet

a) Rastmomente (Momentenwelligkeit bei Leerlauf),
b) Pulsationsmomente bei idealer Stromkurvenform (lastabhängige Momentenwelligkeit),

c) zusätzliche Pulsationsmomente durch das Abweichen des zeitlichen Stromverlaufs von der idealen Stromkurvenform (z. B. Momentenwelligkeit durch die Umrichterschaltfrequenz).

9.4.1 Wirkung der Drehmomentwelligkeit

Es ist wesentlich zwischen der Welligkeit des elektromagnetischen Drehmoments M_e, also der Schwankung des Luftspaltmoments, und des Moments M_s an der Welle zu unterscheiden. Direkt messbar ist die Welligkeit des Moments an der Welle, das auch unmittelbare Bedeutung für die sich ergebenden Drehzahlschwankungen in einem Antrieb, bestehend aus E-Maschine und Lastmaschine, hat. Die Welligkeit des Moments an der Welle ist i. A. kleiner als die Welligkeit des Luftspaltmoments, vor allem bei hohen Frequenzen der Momentenschwankung, da die Trägheit der Rotormasse als mechanischer Energiespeicher wirkt und damit das Wellenmoment glättet. Insofern haben schaltfrequente Momentenschwankungen bei Umrichterspeisung wegen der i. A. hohen Schaltfrequenzen eine geringe praktische Bedeutung, da sie im Wellenmoment kaum nachweisbar sind.

a) Torsionresonanz: Allerdings ist die Schwankung des Wellenmoments wesentlich größer als die Schwankung des Luftspaltmoments, wenn dessen Frequenz mit einer Torsionseigenfrequenz des Antriebsstrangs übereinstimmt (Torsionsresonanz). Die durch die Momentenschwankung angeregte Drehzahlschwankung (vgl. Kap. 8) wird nur durch geschwindigkeitsproportionale Anteile des Reibungsmoments gedämpft; die konstanten Reibungsmomente fallen als Dämpfungseinfluss weg. Die innere Reibung des Wellenstahls und der Lager ist sehr klein, sodass die Dämpfung der Drehmomentschwingungen im Resonanzfall i. A. hauptsächlich durch den geschwindigkeitsproportionalen Anteil der Reibung in den Kupplungsteilen bestimmt wird, welcher relativ klein ist, sodass hier die Dämpfung vernachlässigt wird. Im einfachsten Fall besteht der Antriebsstrang aus dem E-Motor (Rotorträgheitsmoment J_M) und dem mit ihm elastisch gekuppelten Rotor der Arbeitsmaschine (z. B. Pumpenrad) mit dem Lastträgheitsmoment J_L. Auf Grund der drehelastischen Kupplung (Drehfederkonstante c) können die beiden trägen Rotormassen von E-Maschine und Lastmaschine gegeneinander mit einer Torsionseigenfrequenz f_0 schwingen („Zweimassen-Schwinger", Abb. 9.35). Diese Eigenfrequenz liegt bei kleinen Antrieben (kW-Bereich) unter ca. 150 Hz und sinkt mit steigender Maschinengröße z. B. auf 20 … 40 Hz im unteren MW-Bereich. Deshalb sind für resonante Schwingungsanregungen in der Regel niedrigfrequente Momentenpulsationen gefährlich.

Das Zeitsignal des elektromagnetischen Drehmoments kann in eine Fourier-Reihe von Sinusfunktionen zerlegt werden. Die Frequenzen der einzelnen spektralen Schwingungsanteile sind i. A. proportional zur Drehzahl n (siehe Abschnitt b)). Wir greifen einen spektralen Schwingungsanteil $m_{e,c}(t)$ der Fourier-Reihe heraus, der im Luftspalt der E-Maschine als Schwankung des Luftspaltmoments zusätzlich zum mittleren Drehmoment wirkt, das den Antrieb gegen das konstante Drehmoment der Lastmaschine auf die Drehzahl n beschleunigt hat.

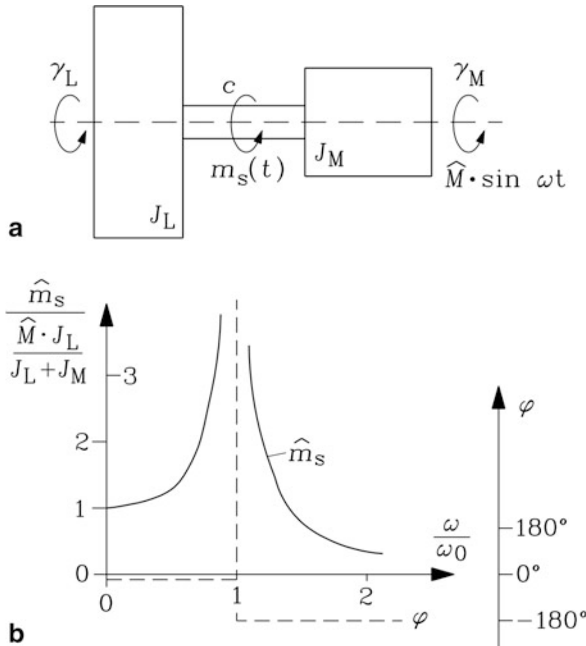


Abb. 9.35 Torsionsresonanz: (**a**) Die Rotoren von E-Motor (M) und Lastmaschine (L) sind elastisch gekuppelt (Drehfederkonstante c), (**b**) Die sinusförmige Schwankung des Luftspaltmoments des E-Motors (Kreisfrequenz ω) regt eine Torsionsschwingung und damit eine Momentschwankung an der Welle $m_s(t)$ mit derselben Frequenz an, deren Amplitude maximal ist, wenn die anregende Frequenz ω mit der Torsionseigenfrequenz ω_0 des Antriebsstrangs übereinstimmt. Bei vernachlässigter mechanischer Dämpfung ist die Momentschwankung an der Welle bei Resonanzanregung unendlich groß

$$m_{e,c}(t) = \hat{M} \cdot \sin(\omega t), \qquad \omega = 2\pi f \sim n \tag{9.62}$$

Die dadurch bewirkte Welligkeit des Drehmoments m_s an der Welle wirkt sowohl auf den Rotor der Lastmaschine als auch der E-Maschine. Die beiden Rotoren führen Drehschwingungen aus, sodass ihre Rotorwinkel γ_M, γ_L (gezählt in mechanischen Graden) sich voneinander unterscheiden und zeitlich sich sinusförmig mit der anregenden Kreisfrequenz ω ändern. Die Gleichgewichtsbedingungen (9.63) gelten bezüglich der Wechseldrehmomente für die beiden Rotoren und die Wirkung der drehelastischen Welle. Die Gleichungen

$$J_L\ddot{\gamma}_L - m_s = 0, \quad J_M\ddot{\gamma}_M + m_s = m_{e,c}, \qquad m_s = c \cdot (\gamma_M - \gamma_L) \tag{9.63}$$

ergeben mit

$$\ddot{\gamma}_{\mathrm{L}} = m_{\mathrm{s}}/J_{\mathrm{L}}, \quad \ddot{\gamma}_{\mathrm{M}} = (m_{\mathrm{e,c}} - m_{\mathrm{s}})/J_{\mathrm{M}},$$
$$\ddot{\gamma}_{\mathrm{M}} - \ddot{\gamma}_{\mathrm{L}} = -\left(\frac{1}{J_{\mathrm{M}}} + \frac{1}{J_{\mathrm{L}}}\right) \cdot m_{\mathrm{s}} + \frac{m_{\mathrm{e,c}}}{J_{\mathrm{M}}} \tag{9.64}$$

und dem Differenzwinkel $\gamma = \gamma_{\mathrm{M}} - \gamma_{\mathrm{L}}$ eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten als Schwingungsgleichung, wobei die mechanische Dämpfung vernachlässigt wurde:

$$\ddot{\gamma} + \frac{c \cdot (J_{\mathrm{M}} + J_{\mathrm{L}})}{J_{\mathrm{M}} \cdot J_{\mathrm{L}}} \cdot \gamma = \frac{m_{\mathrm{e,c}}}{J_{\mathrm{M}}}. \tag{9.65}$$

Die Lösung der homogenen Differentialgleichung ($m_{\mathrm{e,c}} = 0$) ergibt eine Sinus-Eigenschwingung mit der Torsionseigenfrequenz

$$f_0 = \omega_0/(2\pi) = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{c \cdot \frac{J_{\mathrm{M}} + J_{\mathrm{L}}}{J_{\mathrm{M}} \cdot J_{\mathrm{L}}}}, \tag{9.66}$$

die umso niedriger ist, je größer die Maschinen und damit ihre Rotor-Trägheitsmomente sind. Die Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (9.65) ergibt die stationäre Schwingung des Winkels γ und die Schwingung des Moments an der Welle m_{s}.

$$\gamma(t) = \frac{\hat{M}}{J_{\mathrm{M}}} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \sin(\omega t) \tag{9.67a}$$

$$m_{\mathrm{s}}(t) = c \cdot \gamma(t) = \frac{\hat{M}}{J_{\mathrm{M}}} \cdot \frac{c}{\omega_0^2 - \omega^2} \cdot \sin(\omega t) \tag{9.67b}$$

Wegen der vernachlässigten Dämpfung wird die Momentenamplitude an der Welle bei Resonanz $\omega = \omega_0$ trotz der endlich großen anregenden Amplitude des Luftspaltmoments $\hat{M}$ unendlich groß. Für kleinere Anregefrequenzen $\omega < \omega_0$ schwingt das Wellenmoment $m_{\mathrm{s}}(t) \sim \sin(\omega t) = \sin(\omega t + \varphi)$, $\varphi = 0$, in Phase mit dem anregenden Luftspaltmoment, für $\omega > \omega_0$ in Gegenphase: $m_{\mathrm{s}}(t) \sim -\sin(\omega t) = \sin(\omega t + \varphi), \varphi = -\pi$ (Abb. 9.35b).

Fazit:
Die resonanzartige Anregung von Torsionsschwingungen muss wegen der i. A. schwachen mechanischen Dämpfung vermieden werden, da eine große Pulsation des Wellenmoments infolge Resonanzanregung auftreten kann. Vor allem bei Großantrieben kann diese Resonanz zu Wellen- oder Kupplungsbrüchen führen. Bei drehzahlveränderbaren Antrieben überstreichen die anregenden Frequenzen proportional zur Drehzahl Frequenzbereiche, sodass es oft unumgänglich ist, Resonanzen zu durchfahren. Die Resonanzfrequenzen sollen jedoch außerhalb der Dauerbetriebsbereiche liegen.

Bei Positionierantrieben sind die Motoren i. A. so klein, dass es möglich ist, durch steife Kupplungen (hohes c) die Torsionsresonanzfrequenzen oberhalb der Anregungsfrequenzen zu legen. Beim Positionieren ist die Drehzahl n i. A. klein, sodass die

Anregefrequenzen $f \sim n$ bzw. $\omega \sim 2\pi \cdot n$ ausreichend niedrig sind, um Torsionsresonanz zu vermeiden: $f < f_0$. Bei dieser „Hochabstimmung“ ist die Schwankung des Wellenmoments etwa

$$m_\mathrm{s}(t) \cong \frac{\hat{M}}{J_\mathrm{M}} \cdot \frac{c}{\omega_0^2} \cdot \sin(\omega t) = \frac{\hat{M} \cdot J_\mathrm{L}}{J_\mathrm{L} + J_\mathrm{M}} \cdot \sin(\omega t) \tag{9.68}$$

und damit direkt proportional zur anregenden Schwankung des Luftspaltmoments. Deshalb kann man aus der gemessenen Wellenmomentschwankung auf die Schwankung des Luftspaltmoments messtechnisch direkt schließen, indem man den E-Motor mit einer Lastmaschine mit sehr großem Trägheitsmoment belastet ($J_\mathrm{L} >> J_\mathrm{M}$), und den Zeitverlauf des Wellenmoments mit einer Drehmomentmesswelle misst. Wegen $J_\mathrm{L} >> J_\mathrm{M}$ erhält man $m_\mathrm{s}(t) \cong m_\mathrm{e,c}(t)$, solange die Frequenz der Momentschwankung ausreichend weit unterhalb der Torsionseigenfrequenz liegt.

b) Drehzahlschwankung: Die Drehwinkelschwankung γ mit der Frequenz f führt zu einer Schwankung der Drehzahl mit der Amplitude Δn, die dem Drehzahlmittelwert n überlagert ist.

$$n(t) = n + \Delta n(t) \tag{9.69}$$

Dies bringt z. B. in Vorschubantrieben von Werkzeugmaschinen den Nachteil, dass bei Oberflächenbearbeitungen von Werkstücken wie z. B. beim Drehen, Fräsen und Schleifen, die Oberflächenrauhigkeit eine Welligkeit aufweist, die selbst bei Welligkeitsamplituden von wenigen Mikrometern durch die unterschiedliche Lichtreflexion sichtbar ist.

$$\Delta n(t) = \dot{\gamma}_\mathrm{M}(t)/(2\pi) \tag{9.70}$$

Die Drehzahlschwankung wird für das einfache Modell des Zweimassen-Torsionsschwingers aus (9.64) berechnet.

$$\ddot{\gamma}_\mathrm{M}(t) = \frac{m_\mathrm{e,c}(t) - m_\mathrm{s}(t)}{J_\mathrm{M}} = \frac{\hat{M}}{J_\mathrm{M}} \cdot \left(1 - \frac{c/J_\mathrm{M}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \cdot \sin(\omega t) \tag{9.71}$$

$$\Delta n(t) = \frac{\dot{\gamma}_\mathrm{M}(t)}{2\pi} = -\frac{\hat{M}}{2\pi \cdot \omega \cdot J_\mathrm{M}} \cdot \left(1 - \frac{c/J_\mathrm{M}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) \cdot \cos(\omega t) \tag{9.72}$$

Für hoch abgestimmten Betrieb $\omega << \omega_0$ ergibt sich der auf die mittlere Drehzahl n bezogene Wert der Drehzahlschwankung als $\Delta n/n \sim 1/n^2$. Damit ist gezeigt, dass vor allem der Betrieb bei niedrigen Drehzahlen wie z. B. der Positionierbetrieb empfindlich gegen Drehzahlschwankungen ist. Er verlangt eine entsprechende Minimierung der anregenden Pulsationsmomente.

$$\left|\frac{\Delta n}{n}\right| = \left|\frac{\hat{M}}{2\pi \cdot \omega \cdot n \cdot J_\mathrm{M}} \cdot \left(1 - \frac{c/J_\mathrm{M}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)\right| \tag{9.73a}$$

$$\left|\frac{\Delta n}{n}\right| \approx \frac{\hat{M}}{2\pi \cdot \omega \cdot n \cdot (J_\mathrm{L} + J_\mathrm{M})} \sim \frac{1}{n^2} \tag{9.73b}$$

Dasselbe Ergebnis erhält man einfacher, wenn auf Grund der Hochabstimmung der Einfachheit halber die Resonanzfrequenz unendlich hoch angenommen wird, was einer unendlich steifen Kupplung entspricht ("starre Kupplung": $c \to \infty \Rightarrow \gamma_\mathrm{M} = \gamma_\mathrm{L}$).

$$(J_\mathrm{L} + J_\mathrm{M}) \cdot \ddot{\gamma}_\mathrm{M} = \hat{M} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\Delta n(t) = -\frac{\hat{M}}{2\pi \cdot \omega \cdot (J_\mathrm{L} + J_\mathrm{M})} \cdot \cos(\omega t) \tag{9.74}$$

Fazit:
Vor allem bei Betrieb mit kleinen Drehzahlen, typisch für den Positionierbetrieb, führt eine Luftspaltmomentschwankung auf eine im Verhältnis zur mittleren Drehzahl erhebliche Drehzahlschwankung. Daher müssen hochwertige Servoantriebe sehr kleine Momentwelligkeiten mit unter 1 % vom Bemessungsmoment aufweisen.

9.4.2 Drehmomentwelligkeit von PM-Synchronantrieben

a) Rastmomente (Momentwelligkeit bei Leerlauf): Wenn die Ständerwicklung unbestromt ist (Leerlauf), kann nur das Magnetfeld der Läufer-Permanentmagneterregung Kräfte – und zwar Reluktanzkräfte – zwischen Stator und Rotor ausüben, deren tangentiale Komponente als Rastmoment wirksam wird. Durch die Nutöffnungen entsteht ein Reluktanzunterschied zwischen Zahnkopf und Nutöffnung im Luftspalt (Abb. 9.36), der bei asymmetrischer Stellung der Läufermagnete zu den Nutöffnungen des Ständers zu einer resultierenden tangentialen Magnetkraft F_t führt. Diese Tangentialkraft $F_\mathrm{t} \sim B_\mathrm{n} B_\mathrm{t}$ kann aus den Maxwell'schen Spannungen gemäß Kap. 1 berechnet werden. Sie führt zu einem „Nutrastmoment" (Marinescu 1988).

$$m_\mathrm{e}(t) = F_\mathrm{t}(\gamma_\mathrm{r}) \cdot d_\mathrm{si}/2 = \sum_{l=1}^{\infty} \hat{M}_{\mathrm{cog},l} \cdot \cos(\omega_l t),\ \gamma_\mathrm{r} = \Omega_\mathrm{m} t + \gamma_{\mathrm{r}0} \tag{9.75}$$

Je nach Verhältnis von Nutöffnungsbreite s_Q zur Magnetbreite und Polteilung, aber auch durch das Verhältnis der Nutzahl zur Polzahl und durch die Schrägung der Nuten relativ zum Läufer wird die Größe der Amplitude der Momentwelligkeit und die „Rastmomentfrequenz" als Anzahl von Perioden der Momentschwankung je Rotorumdrehung bestimmt. Bei Ganzlochwicklungen (q ganzzahlig) ist gemäß Abb. 9.36a die Grundfrequenz des Rastmoments die „Nutfrequenz" $f_{l=1} = \omega_{l=1}/(2\pi) = n \cdot Q$. Das Rastmoment hat eine dominante Amplitude $\hat{M}_{\mathrm{cog},l=1}$, die mit steigendem Verhältnis s_Q/δ und erhöhter Luftspaltflussdichte zunimmt (Huth 1995).

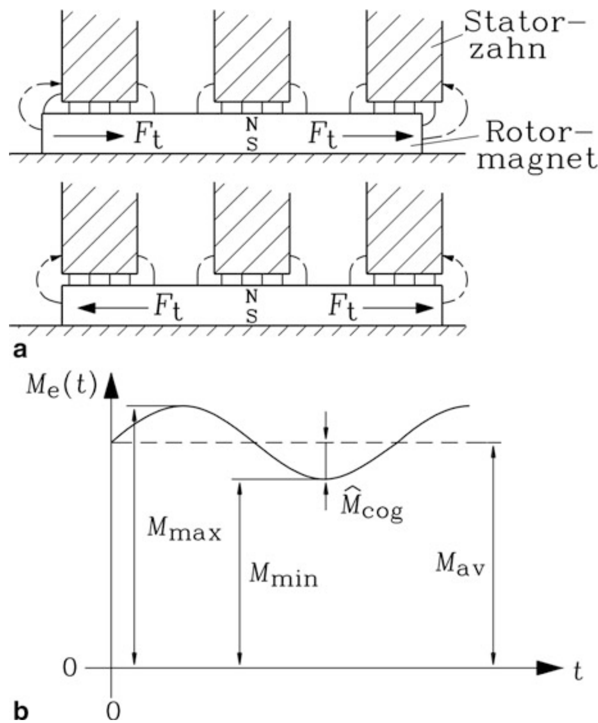


Abb. 9.36 Nutrastmoment M_{cog}: (**a**) Leerlauf ($i_s = 0$): oben: Durch die asymmetrische PM-Läuferstellung zu den Nutöffnungen des Ständers entsteht am Magnet ein resultierender tangentialer magnetischer Zugkraftvektor F_t, der mit dem Hebelarm des Abstands des Kraftvektors vom Rotormittelpunkt als Rastmoment wirksam wird und den Rotor in eine Gleichgewichtsstellung bewegt, wo die resultierende Tangentialkraft Null ist (Raststellung). Unten: Durch die symmetrische PM-Läuferstellung zu den Nutöffnungen des Ständers ist die resultierende Tangentialkraft $F_t = 0$ (Raststellung). (**b**) Das Rastmoment ist dem mittleren Drehmoment M_{av} bei Last ($i_s > 0$) überlagert als Momentwelligkeit. Diese bei stromloser Wicklung auftretende Welligkeit kann durch eine stromabhängige Momentwelligkeit verstärkt werden

Die

- Verringerung der Nutöffnungen s_Q durch halbgeschlossene Nuten,
- Schrägung der Nuten oder Läufermagnete um eine Nutteilung (oder Vielfache davon),
- Verwendung von Bruchlochwicklungen (q ist ein Bruch),
- Staffelung der Läufermagnete (schrittweiser Versatz der Läufermagnetreihen in axialer Richtung),
- Verwendung eines seitlichen Polversatzes von benachbarten Nord- und Südpolmagneten um je eine Viertel-Nutteilung in entgegen gesetzter Richtung z. B. bei Ganzlochwicklungen

sind häufig verwendete Abhilfemaßnahmen zur Verringerung des Nutrastmoments (Steinbrink 2008; Lateb et al. 2004). Mit numerischer Feldberechnung können

Rastmomente mit genügender Genauigkeit vorausberechnet werden. Eine einfache Abschätzung der auftretenden Frequenzen gelingt über die Methode des äquivalenten Strombelags. Wie in Kap. 3 dargestellt, können die durch die Nutung über dem mechanischen Umfangswinkel $\gamma_\mathrm{m} = \pi \cdot x_\mathrm{s}/(p\tau_\mathrm{p})$ verursachten Reluktanzschwankungen des Luftspalts über eine Fourier-Reihe als Leitwertschwankungen mit der Nutteilung τ_Q als Periode dargestellt werden. Ein homogenes Luftspaltfeld $\hat{B}_\delta$ wird gemäß Kap. 3 durch diese Nutöffnungen verzerrt (vgl. Abb. 3.14). Sein Mittelwert B_δ ist um den Carter-Faktor k_C kleiner als das ungestörte Homogenfeld: $B_\delta = \hat{B}_\delta/k_\mathrm{C}$. Dabei bezieht man die durch die Nutöffnungen verzerrte Radialkomponente des Felds auf $\hat{B}_\delta$.

$$\lambda(\gamma_\mathrm{m}) = B_\delta(\gamma_\mathrm{m})/\hat{B}_\delta \tag{9.76a}$$

$$\lambda(\gamma_\mathrm{m}) = \frac{1}{k_\mathrm{C}} + \sum_{l=1}^{\infty} \lambda_l \cdot \cos(l \cdot Q \cdot \gamma_\mathrm{m}) \quad l = 1, 2, 3, 4, \ldots \tag{9.76b}$$

Die Koeffizienten λ_l nehmen mit steigendem l rasch ab. Da das Permanentmagnetfeld des Läufers, das bei vernachlässigtem Nutöffnungseinfluss als Fourier-Reihe (9.77) dargestellt wird,

$$B_\mathrm{r}(\gamma_\mathrm{m}) = \sum_{\mu=1,3,5,\ldots}^{\infty} \hat{B}_\mu \cdot \cos(\mu \cdot p(\gamma_\mathrm{m} - \Omega_\mathrm{m} t)) \tag{9.77}$$

in Wirklichkeit über den Nutöffnungen gemäß Abschn. 3.6 kleiner ist als über den Zahnköpfen, kann man den Nutöffnungseinfluss als Modulation der dominanten Feldgrundwelle ($\mu = 1$) mit λ ersatzweise darstellen.

$$B_\delta(\gamma_\mathrm{m}) = B_\mathrm{r}(\gamma_\mathrm{m}) \cdot \lambda(\gamma_\mathrm{m}) \tag{9.78a}$$

$$B_\delta(\gamma_\mathrm{m}) \cong \hat{B}_1 \cdot \cos(p(\gamma_\mathrm{m} - \Omega_\mathrm{m} t) \cdot (\frac{1}{k_\mathrm{C}} + \sum_{l=1}^{\infty} \lambda_l \cdot \cos(l \cdot Q \cdot \gamma_\mathrm{m})) \tag{9.78b}$$

Durch Umformung gemäß $2\cos\alpha \cdot \cos\beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$ erhält man die Nutwelligkeit des Felds.

$$\begin{aligned} B_\sim(\gamma_\mathrm{m}) = \frac{\hat{B}_1}{2} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \lambda_l \cdot \cos(\gamma_\mathrm{m}(p + Q \cdot l) - p\Omega_\mathrm{m} t) + \\ + \frac{\hat{B}_1}{2} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \lambda_l \cdot \cos(\gamma_\mathrm{m}(p - Q \cdot l) - p\Omega_\mathrm{m} t) \end{aligned} \tag{9.79}$$

Sie wird durch einen im Stator auftretenden äquivalenten Strombelag ersetzt, der eben diese Welligkeit des Felds bei glattem Luftspalt δ ebenfalls erregen würde. Mit $B_\sim = \mu_0 V/\delta$ und $A = dV/dx = d(\delta \cdot B_\sim/\mu_0)/dx$ erhalten wir mit $d\gamma_\mathrm{m} = dx_\mathrm{s} \cdot \pi/(p\tau_\mathrm{p})$ aus (9.79) den äquivalenten Strombelag im Stator für das Nutwelligkeitsfeld als die Überlagerung je zweier gegenläufiger Strombelagswellen zu jeder Ordnungszahl l.

$$A_{l+}(\gamma_\mathrm{m}) = -\frac{\delta \cdot \hat{B}_1}{2\mu_0} \frac{\pi}{p\tau_\mathrm{p}} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \lambda_l \cdot (p + Q \cdot l) \cdot \sin(\gamma_\mathrm{m}(p + Q \cdot l) - p\Omega_\mathrm{m} t) \quad (9.80)$$

$$A_{l-}(\gamma_\mathrm{m}) = -\frac{\delta \cdot \hat{B}_1}{2\mu_0} \frac{\pi}{p\tau_\mathrm{p}} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} \lambda_l \cdot (p - Q \cdot l) \cdot \sin(\gamma_\mathrm{m}(p - Q \cdot l) - p\Omega_\mathrm{m} t) \quad (9.81)$$

Gemäß Abschn. 4.7 ergeben sich aus der Wechselwirkung der Strombelagswellen mit den Rotorfeldwellen (9.77) bei glattem Luftspalt nur dann resultierende Drehmomente, wenn die Polzahlen gleich sind. Ein allfälliger Phasenverschiebungswinkel $\varphi_{\mathrm{i}\nu}$ wird hier vernachlässigt, weil es sich nur um die Betrachtung von Wechselmomenten handelt. Die aus Abschn. 4.7 übernommene allgemeine Beziehung für die Berechnung des Drehmoments zufolge einer ν-ten Ständer-Strombelagswelle und einer μ-ten Läufer-Feldwelle wird für die Berechnung des Wechselmoments verwendet, wobei der mechanische Umfangswinkel $\gamma_\mathrm{m} = \gamma/p$ und die Entsprechungen $\nu p \Leftrightarrow p \pm Q \cdot l$ sowie $\hat{A}_\nu \Leftrightarrow \hat{A}_{l+}, \hat{A}_{l-}$ verwendet werden.

$$M_{\mathrm{e},\nu\mu} = \int_0^{2\pi} \hat{A}_\nu \sin(\nu p \cdot \gamma_\mathrm{m} - \omega_\nu t) \cdot \hat{B}_\mu \cos(\mu p \cdot \gamma_\mathrm{m} - \omega_\mu t) \cdot l_\mathrm{e} \cdot \left(\frac{p\tau_\mathrm{p}}{\pi}\right)^2 \cdot d\gamma_\mathrm{m}$$

$$\nu = \pm\mu : M_{\mathrm{e},\nu\mu} = \frac{d_\mathrm{si}^2 l_\mathrm{e} \pi}{4} \hat{A}_\nu \hat{B}_\mu \sin((\pm\omega_\mu - \omega_\nu) \cdot t), \quad d_\mathrm{si} = 2p\tau_\mathrm{p}$$

Um die Bedingung gleicher Polzahlen $|\nu p| = |\mu p|$ bzw. $\nu = \pm\mu$ zu erfüllen, sind gemäß (9.80) und (9.81) zwei Fälle zu unterscheiden. Für νp sind, wie oben erwähnt, die Polpaarzahlen $p + Q \cdot l$ und $p - Q \cdot l$ zu verwenden und für die Kreisfrequenzen ω_ν gemäß (9.80), (9.81) die Kreisfrequenzen $p\Omega_\mathrm{m}$. Für μp sind gemäß (9.77) die ungeraden Ordnungszahlen $\mu = 1, 3, 5, 7, \ldots$ und für die Kreisfrequenzen ω_μ die Kreisfrequenzen $\mu \cdot p\Omega_\mathrm{m}$ zu verwenden. Die Kreisfrequenz des Pulsationsmoment ist $\omega_l = \left|\pm\omega_\mu - \omega_\nu\right|$. Um die Bedingung gleicher Polzahlen $|\nu p| = |\mu p|$ bzw. $\nu \cdot p = \pm\mu \cdot p$ zu erfüllen, sind gemäß (9.80) und (9.81) zwei Fälle zu unterscheiden.

$$\text{Fall 1}: p \cdot \mu = p + Q \cdot l \qquad \omega_l = \omega_\mu - \omega_\nu = l \cdot Q \cdot \Omega_\mathrm{m} \quad (9.82a)$$

$$\text{Fall 2}: -p \cdot \mu = p - Q \cdot l \qquad \omega_l = \left|-\omega_\mu - \omega_\nu\right| = l \cdot Q \cdot \Omega_\mathrm{m} \quad (9.82b)$$

Es ergeben sich wegen der zugehörigen unterschiedlichen Kreisfrequenzen von Flussdichte B und Strombelag A, nämlich $p \cdot \mu \cdot \Omega_\mathrm{m}$ und $p \cdot \Omega_\mathrm{m}$, zeitlich pulsierende Drehmomente mit dem Mittelwert Null, deren Amplitude proportional zu $\hat{B}_1 \cdot \hat{B}_\mu \cdot \lambda_l$ ist. Ihre Kreisfrequenz $\omega_l = l \cdot Q \cdot \Omega_\mathrm{m}$ ist wegen der beiden Fälle 1 und 2 durch die Summe bzw. Differenz der Kreisfrequenzen von B und A gemäß (9.82) bestimmt. Die Summe $l = 1, \ldots, \infty$ der Wechselmomente ist das resultierende Rastmoment. Wird aus der Bedingung gleicher Polzahlen die sich ergebende Ordnungszahl $\mu = 1 + Q \cdot l/p$ bzw. $\mu = -1 + Q \cdot l/p$ in die Formel für die Kreisfrequenz ω_l eingesetzt, so ergibt sich gemäß (9.82) in beiden Fällen als Kreisfrequenz des l-ten Wechselmoments $\omega_l = l \cdot Q \cdot \Omega_\mathrm{m}$. Mit der ungeraden Zahl $\mu = 2k + 1$,

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots$ ergeben die beiden Bedingungen (9.82) für die Ordnungszahl l der Leitwertwellen $l = 2k \cdot (p/Q)$ bzw. $l = 2 \cdot (k+1) \cdot (p/Q)$. Wenn also das Verhältnis von Nutzahl Q zu Polpaarzahl p so gewählt wird, dass sich erst bei hohen Werten l die Bedingung (9.82) einstellt, so wird die zugehörige Momentamplitude sehr klein, da λ_l in der Regel stärker als mit $1/l$ sinkt und $\hat{B}_\mu$ für hohe Ordnungszahlen μ ebenfalls klein ist.

Beispiel 9.9

Wie groß ist die niedrigste Frequenz der Welligkeit des Rastmoments bei folgenden dreiphasigen PM-Synchronmaschinen, deren Luftspaltfeld ein Feldwellenspektrum mit ungeraden Ordnungszahlen $\mu = 1, 3, 5, 7, \ldots$ aufweist?

a) Verteilte Ganzlochwicklung, $q = 2$, $Q = 36$, $2p = 6$.
b) Konzentrierte Bruchlochwicklung, $q = 3/8$, $Q = 18$, $2p = 16$.

Lösung:

a) Die Bedingung (9.82) wird bereits für $l = 1$ erfüllt, da $Q/p = 12$ ganzzahlig ist, und zwar für $\mu = 11$ und für $\mu = 13$:

$$p \cdot \mu = 3 \cdot 11 = -(p - Q \cdot l) = -(3 - 36 \cdot 1) = 33,$$
$$p \cdot \mu = 3 \cdot 13 = p + Q \cdot l = 3 + 36 \cdot 1 = 39.$$

Die Frequenz des Wechselmoments ist das 36-fache der Drehfrequenz ($l \cdot Q = 1 \cdot 36 = 36$) und damit die „Nutfrequenz".

b) Die Bedingung (9.82) wird erst für $l = 8$ erfüllt, da $Q/p = 9/8$ nicht ganzzahlig ist, und zwar für $\mu = 17$ und für $\mu = 19$:

$$p \cdot \mu = 8 \cdot 17 = -(p - Q \cdot l) = -(8 - 18 \cdot 8) = 136,$$
$$p \cdot \mu = 8 \cdot 19 = p + Q \cdot l = 8 + 18 \cdot 8 = 152.$$

Die Frequenz des Wechselmoments ist das 144-fache der Drehfrequenz ($l \cdot Q = 8 \cdot 18 = 144$) und damit die achtfache „Nutfrequenz". Im Vergleich zu a) ist i. A. λ_8 viel kleiner als λ_1, $\hat{B}_{17}$ und $\hat{B}_{19}$ viel kleiner als $\hat{B}_{11}$ und $\hat{B}_{13}$, und deshalb das Nutrastmoment bei b) bei sonst gleichen Parametern viel kleiner als bei a). Das kleinste gemeinsame Vielfache von Q und p ist bei a) 36, bei b) aber 72. Bei a) tritt die niedrigste Rastmomentfrequenz mit diesem Wert als Vielfachem der Drehfrequenz auf, bei b) mit dem Doppeltem dieses Werts ($144 = 2 \cdot 72$).

Fazit:

Die niedrigste Frequenz des Rastmoments im Verhältnis zur Drehzahl ist das kleinste gemeinsame Vielfache aus Nutzahl und Polpaarzahl oder ein Vielfaches davon. Durch den

Einsatz von Bruchlochwicklungen, bei denen Q/p möglichst teilerfremd ist, oder zumindest der kleinste gemeinsame Teiler von Q und p möglichst groß ist, wird ein sehr kleines Nutrastmoment selbst bei ungeschrägten PM-Synchronmaschinen erreicht. Deshalb werden PM-Synchronmaschinen für Servoantriebe häufig mit Zahnspulenwicklungen (vgl. Kap. 2 und 3) ausgeführt, da bereits ohne Schrägung eine geringe Momentenwelligkeit möglich ist.

Die Analyse zeigt, dass zusätzliche Rastmomente auftreten, wenn

- der Luftspalt durch eine von der Kreisform abweichende Läufer- oder Ständerkontur einen zusätzlichen Reluktanzunterschied aufweist, wie das im Läufer z. B. bei vergrabenen Magneten der Fall sein kann,
- die Nord- und Südpole nicht gleichartig aufmagnetisiert sind, sodass in (9.77) auch geradzahlige Ordnungszahlen μ auftreten, oder zusätzliche Unterwellen, deren Wellenlänge länger als die doppelte Polteilung ist,
- oder andere Abweichungen von der idealen Maschinenkonfiguration auftreten.

Der Einfluss der Ständernutung wird durch eine Schrägung oder Staffelung der Magnete um eine Ständernutteilung, durch Polversatz oder durch Einsatz geeigneter Bruchlochwicklungen, z. B. der Zahnspulenwicklungen, weitgehend eliminiert.

b) Pulsationsmomente bei idealer Stromkurvenform (lastabhängige Momentwelligkeit): Durch die in Nuten verteilte Wicklung ist gemäß Kap. 2 und 3 das von den ideal sinusförmigen Ständerströmen (Ständerkreisfrequenz ω_s) erregte Ständerfeld selbst bei vernachlässigtem Einfluss der Nutöffnungen nicht ideal sinusförmig, sondern treppenförmig, sodass es Oberwellen mit der Ordnungszahl ν enthält. Bei konstantem Luftspalt und unendlich permeablem Eisen erhalten wir gemäß Abschn. 3.2 die Ständeroberwellen

$$B_s(\gamma_m, t) = \sum_{\nu} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_s}{p} N_s \frac{k_{w,\nu}}{\nu} I_s \cdot \cos(\nu p \cdot \gamma_m - \omega_s t) \tag{9.83}$$

bzw. die zugehörigen Strombelagswellen

$$A_s(\gamma_m, t) = -\sum_{\nu} \sqrt{2} k_{w,\nu} A \cdot \sin(\nu p \cdot \gamma_m - \omega_s t), \quad A = \frac{2 m_s N_s I_s}{2 p \tau_p}. \tag{9.84}$$

Diese Ständerstrombelags-Oberwellen bilden mit den Oberwellen des Läuferfelds (9.77) gleicher Polpaarzahl $|\nu \cdot p| = |\mu \cdot p|$ Drehmomente, die wegen der i. A. unterschiedlichen Kreisfrequenz der Ständer- und Läuferwellen $\omega_\nu = \omega_s$ bzw. $\omega_\mu = p \cdot \mu \cdot \Omega_m$ Wechselmomente sind, wie in Kap. 4 erläutert. Bei idealer Sinusstromspeisung mit der Frequenz f_s ist $\omega_\nu = 2\pi f_s$; die Läuferkreisfrequenzen sind $\omega_\mu = \mu \cdot 2\pi \cdot p \cdot n$. Aus $|\nu \cdot p| = |\mu \cdot p|$ folgt die Bedingung $\nu = \pm\mu$, und gemäß Abschn. 4.7 der bereits oben verwendete Ausdruck der Amplitude des zugehörigen Wechselmoments (Pulsationsmoment bzw. Momenten-Oberschwingung)

$$\nu = \pm\mu : \hat{M}_{\mathrm{e},\nu\mu} = \left|\frac{d_{\mathrm{si}}^2 l_{\mathrm{e}}\pi}{4}\hat{A}_\nu \hat{B}_\mu\right|, \tag{9.85a}$$

das mit der Kreisfrequenz

$$\nu = \pm\mu : \omega_{\nu\mu} = 2\pi f_{\nu\mu} = \left|\omega_\mu \mp \omega_\nu\right| \tag{9.85b}$$

Pulsiert. Mit $f_\mathrm{s} = n \cdot p$ ergibt sich die niedrigste Pulsationsfrequenz bei Ganzlochwicklungen aus der Wechselwirkung der 5. und 7. Ständer- und Läuferoberwellen als sechsfache Ständerfrequenz:

$$\begin{aligned} \nu = -5 = -\mu &: f_{\nu\mu} = f_\mu + f_\nu = f_\mathrm{s} \cdot (\mu + 1) = 6f_\mathrm{s}, \\ \nu = 7 = \mu &: f_{\nu\mu} = f_\mu - f_\nu = f_\mathrm{s} \cdot (\mu - 1) = 6f_\mathrm{s}. \end{aligned} \tag{9.86}$$

Auf Grund der Darstellung in (9.85) ist als Frequenz stets der Absolutwert der Frequenzdifferenz zu verwenden: $\nu = \pm\mu : \left|\omega_\mu \mp \omega_\nu\right|$. Allgemein folgt mit $\nu = 1 + 2 \cdot m_\mathrm{s} \cdot g$, $g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ gemäß Kap. 3 und

$$\begin{aligned} \nu = -\mu &: f_{\nu\mu} = \left|f_\mu + f_\nu\right| = f_\mathrm{s} \cdot |\mu + 1| = |-\nu + 1| \cdot f_\mathrm{s}, \\ \nu = \mu &: f_{\nu\mu} = \left|f_\mu - f_\nu\right| = f_\mathrm{s} \cdot |\mu - 1| = |\nu - 1| \cdot f_\mathrm{s}, \end{aligned} \tag{9.87}$$

dass die Pulsationsfrequenz $f_{\nu\mu} = 2 \cdot m_\mathrm{s} \cdot |g| \cdot f_\mathrm{s}$ ist, bei dreiphasigen Maschinen ($m = 3$) also ein Vielfaches von $6f_\mathrm{s}$. Bei $g = 0$ ist die Frequenz Null: $f_{\nu=1,\mu=1} = 0$; es tritt anstelle eines pulsierenden das zeitlich konstante Nutzmoment auf.

Beispiel 9.10

Bestimmen Sie die Frequenzanteile der lastabhängigen Momentenpulsation einer zweiphasigen, dreiphasigen und fünfphasigen PM-Synchronmaschine bei $f_\mathrm{s} = 100\,\mathrm{Hz}$!

Lösung:

$m_\mathrm{s} = 2$: Pulsationsfrequenzen

$$f_{\nu\mu} = 2 \cdot m_\mathrm{s} \cdot |g| \cdot f_\mathrm{s} = 4\,|g| \cdot f_\mathrm{s} = 400\,\mathrm{Hz},\ 800\,\mathrm{Hz},\ 1200\,\mathrm{Hz},\ \ldots$$

$m_\mathrm{s} = 3$: Pulsationsfrequenzen

$$f_{\nu\mu} = 2 \cdot m_\mathrm{s} \cdot |g| \cdot f_\mathrm{s} = 6\,|g| \cdot f_\mathrm{s} = 600\,\mathrm{Hz},\ 1200\,\mathrm{Hz},\ 1800\,\mathrm{Hz},\ \ldots$$

$m_\mathrm{s} = 5$: Pulsationsfrequenzen

$$f_{\nu\mu} = 2 \cdot m_\mathrm{s} \cdot |g| \cdot f_\mathrm{s} = 10\,|g| \cdot f_\mathrm{s} = 1000\,\mathrm{Hz},\ 2000\,\mathrm{Hz},\ 3000\,\mathrm{Hz},\ \ldots$$

Bei rein sinusförmiger Läuferfeldverteilung existiert nur die Läufergrundwelle mit der Ordnungszahl $\mu = 1$; es tritt somit keine Momentpulsation auf. Da die Ständerfeldwellenamplituden proportional zu $\hat{A}_\nu = \sqrt{2} \cdot k_{\mathrm{w},\nu} \cdot A$ sind, können über die

Wicklung die Wicklungsfaktoren $k_{w,\nu}$ der Nicht-Nutharmonischen und die zugehörigen Momentenpulsationen minimiert werden, während für die Nutharmonischen die Schrägung zusätzlich verwendet werden muss, um ein möglichst glattes Drehmoment zu erhalten. Die dritte Harmonische des Läuferfelds kann kein Wechselmoment bewirken, da bei ideal symmetrischem Dreiphasen-Sinusstrom, Sternschaltung und ideal permeablem Eisen (keine Eisensättigung!) keine dritte Ständeroberwelle auftritt. Wie in Kap. 14 noch erläutert wird, kann jedoch bei Dreieckschaltung ein (induzierter) Kreisstrom als Nullstrom gleichphasig in allen drei Wicklungssträngen fließen, der ein Ständerfeld mit dreifacher Grundpolpaarzahl erregt. Dieses Feld erzeugt mit der dritten Läuferoberwelle ebenfalls Pulsationsmoment und ggf. ein konstantes Bremsmoment. Deshalb wird die Ständerwicklung oft in Stern geschaltet, um die Ausbildung eines Nullstromsystems zu unterbinden.

Fazit:
Die Feldoberwellen mit den Ordnungszahlen ν des Ständers und μ des Läufers sind für die Oberschwingungsmomente bei Last verantwortlich. Sie bilden miteinander nur Drehmomente, wenn ihre Polzahlen gleich sind. Da diese Feldoberwellen zueinander mit unterschiedlicher Drehzahl umlaufen, pulsieren diese Oberschwingungsmomente um den Mittelwert Null. Die Ordnungszahlen der beteiligten Feldoberwellen spiegeln sich im Zeitverlauf des zugehörigen Wechselmoments als Oberschwingungs-Kreisfrequenz. Mit steigender Strangzahl steigt proportional die niedrigste Frequenz der lastabhängigen Momentenpulsation, da die Ordnungszahlen der niedrigsten Ständeroberwellen steigen. Gleichzeitig sinkt deren Amplitude, sodass die Momentenpulsation kleiner wird. Höherphasige Maschinen haben somit in der Regel bei sonst gleicher Geometrie eine geringere lastabhängige Drehmomentwelligkeit.

Bei hochwertigen PM-Synchronmaschinen kann das Pulsationsmoment bei Last unter 1 % des Stillstandsmoment M_0 gedrückt werden. Dazu wird z. B. bei Oberflächenmagneten eine Polbedeckung von 80 % ausgeführt, um die 5. Oberwelle des Läufers zu eliminieren. Die Amplitude der 7. Ständeroberwelle kann durch entsprechend ausgeführte Wicklungssehnung minimiert werden. Damit wird die dominante Momentenoberschwingung mit sechsfacher Ständerfrequenz minimiert.

Ein alternativer Weg zur Bestimmung der lastabhängigen Drehmomentpulsation ist die Berechnung des Luftspalt-Drehmoments aus der inneren Leistung über die induzierte Spannung in der Ständerwicklung und die Ständerströme. Gemäß Kap. 4 und 8 sind die Spannungsoberschwingungen der Polradspannung von den Läufer-Feldoberwellen verursacht, während die Ständerstrombelagsoberwellen zum Ständerstrom proportional sind (Weschta 1979). Die innere Leistung als Produkt aus Polradspannung und Ständerstrom kann bei konstanter Drehzahl damit in das Produkt aus Läufer-Feldoberwellen und Ständer-Strombelagsoberwellen umgeformt werden, wie es in Kap. 4 und bei der obigen Herleitung zur Berechnung des Luftspaltdrehmoments verwendet wurde (Pillay und Krishnan 1988).

Beispiel 9.11

Zeigen Sie die Äquivalenz der alternativen Herleitung des lastabhängigen Pulsationsmoments a) über die Momentengleichung aus den Oberwellen und b) aus der inneren Leistung über die Spannungsoberschwingungen der induzierten Polradspannung! Verifizieren Sie dies für die 5. und 7. Oberwellenordnung!

Lösung:

a) Läufer-Feldoberwelle: $\hat{B}_\mu \cdot \cos(\mu \cdot p \cdot \gamma_\text{m} - \omega_\mu t)$, $\mu = 1, 3, 5, \ldots$
Ständer-Strombelagsoberwelle: $-\sqrt{2}k_{\text{w},\nu}\, A \cdot \sin(\nu \cdot p \cdot \gamma_\text{m} - \omega_\nu t)$

$$\nu = 1, -5, 7, -11, 13, \ldots, \quad \omega_\mu = p \cdot \mu \cdot 2\pi n = \mu\omega_\text{s}, \quad \omega_\nu = \omega_\text{s}$$

$$\nu = -\mu = -5: M_{\text{e},\nu\mu} = \frac{d_\text{si}^2 l_\text{e}\pi}{4}\hat{A}_\nu\hat{B}_\mu \cos((\omega_\nu + \omega_\mu)\cdot t)$$

$$\omega_{\nu\mu} = \left|\omega_\nu + \omega_\mu\right| = \omega_\text{s} \cdot |1 + \mu| = \omega_\text{s} \cdot |1 + 5| = 6\omega_\text{s}$$

$$\nu = \mu = 7: M_{\text{e},\nu\mu} = \frac{d_\text{si}^2 l_\text{e}\pi}{4}\hat{A}_\nu\hat{B}_\mu \cos((\omega_\mu - \omega_\nu)\cdot t)$$

$$\omega_{\nu\mu} = \left|\omega_\mu - \omega_\nu\right| = \omega_\text{s} \cdot |\mu - 1| = \omega_\text{s} \cdot |7 - 1| = 6\omega_\text{s}$$

Amplitude der Momentenpulsation: $\hat{M}_{\text{e},\nu\mu} = \left|\frac{d_\text{si}^2 l_\text{e}\pi}{4} \cdot \left(\hat{A}_{\nu=-5}\hat{B}_{\mu=5} + \hat{A}_{\nu=7}\hat{B}_{\mu=7}\right)\right|$

b) Durch die Läufer-Feldoberwelle induzierte Polradspannung je Strang in der Ständerwicklung gemäß Kap. 4:

$$\text{Strang U: } u_{\text{pU}\mu}(t) = \mu\omega_\text{s}N_\text{s}k_{\text{w},\mu}\frac{2}{\pi}\frac{\tau_\text{p}}{\mu}l_\text{e}\hat{B}_\mu \sin(\omega_\mu t) = \hat{U}_{\text{p}\mu}\sin(\omega_\mu t)$$

$$\text{Strang V: } u_{\text{pV}\mu}(t) = \hat{U}_{\text{p}\mu}\sin(\omega_\mu t - \mu \cdot 2\pi/3)$$

$$\text{Strang W: } u_{\text{pW}\mu}(t) = \hat{U}_{\text{p}\mu}\sin(\omega_\mu t - \mu \cdot 4\pi/3)$$

Drehstromsystem in der Ständerwicklung:

$$i_\text{U}(t) = \hat{I}_\text{s}\sin(\omega_\text{s}t),$$
$$i_\text{V}(t) = \hat{I}_\text{s}\sin(\omega_\text{s}t - 2\pi/3),$$
$$i_\text{W}(t) = \hat{I}_\text{s}\sin(\omega_\text{s}t - 4\pi/3)$$

Innere Leistung: $p_{\delta\mu}(t) = 2\pi n \cdot M_{\text{e},\nu\mu}(t)$

$$p_{\delta\mu}(t) = u_{\text{pU}\mu}(t)i_\text{U}(t) + u_{\text{pV}\mu}(t)i_\text{V}(t) + u_{\text{pW}\mu}(t)i_\text{W}(t)$$

$$p_{\delta\mu}(t) = \frac{\hat{U}_{\text{p}\mu}\hat{I}_\text{s}}{2} \cdot (\cos((\omega_\mu + \omega_\text{s})t) + \cos((\omega_\mu + \omega_\text{s})t - (\mu + 1)\cdot 2\pi/3) +$$
$$+ \cos((\omega_\mu + \omega_\text{s})t - (\mu + 1)\cdot 4\pi/3) + \cos((\omega_\mu - \omega_\text{s})t) +$$
$$+ \cos((\omega_\mu - \omega_\text{s})t - (\mu - 1)\cdot 2\pi/3) + \cos((\omega_\mu - \omega_\text{s})t - (\mu - 1)\cdot 4\pi/3)$$

Für $\mu = 3, 9, 15, \ldots$ (ungeradzahlige Vielfache von 3) ist obige Summe wegen $\cos(\alpha) + \cos(\alpha - g \cdot 2\pi/3) + \cos(\alpha - g \cdot 4\pi/3) = 0$ ($g \neq 0$: ganze Zahl außer Null) stets Null.

Für $\mu = 5, 11, 17, \ldots$ ist der Summen-Ausdruck mit $\omega_\mu + \omega_s$ stets $3\cos((\omega_\mu + \omega_s)t)$ und der restliche Summenbeitrag Null.

Für $\mu = 7, 13, 19, \ldots$ ist der Summen-Ausdruck mit $\omega_\mu - \omega_s$ stets $3\cos((\omega_\mu - \omega_s)t)$ und der restliche Summenbeitrag Null. Damit folgt mit

$$\nu = 1, -5, 7, -11,\ 13, \ldots:\ \nu = \pm\mu : M_{e,\nu\mu} = \frac{3\hat{U}_{p\mu}\hat{I}_s}{2 \cdot 2\pi \cdot n} \cdot \cos((\omega_\mu \mp \omega_s) \cdot t).$$

Mit $\nu = \pm\mu :\ \left|k_{w,\mu}\right| = \left|k_{w,\nu}\right|$, mit $\omega_\nu = \omega_s$ und $d_{si} = 2p\tau_p$ folgt mit

$$\frac{3\left|\hat{U}_{p\mu}\right|\hat{I}_s}{2 \cdot 2\pi \cdot n} = \frac{3 \cdot \sqrt{2} \cdot I_s}{2 \cdot 2\pi \cdot n} \cdot \left|\omega_s N_s k_{w,\mu} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \hat{B}_\mu\right| = \left|\frac{d_{si}^2 l_e \pi}{4} \hat{A}_\nu \hat{B}_\mu\right|$$

die unter a) bestimmte Amplitude der Momentenpulsation direkt aus der inneren Leistung.

Bei idealer Blockstromspeisung kann man die eben gezeigten Überlegungen ebenfalls verwenden, wenn die Block-Strangströme als Fourier-Reihen dargestellt werden, wie es in (9.88) für Dreiphasensysteme ($m_s = 3$) gezeigt ist.

$$i(t) = \sum_{k=1,-5,7,..}^{\infty} \hat{I}_k \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) = \sum_{k=1,-5,7,..}^{\infty} \frac{2}{\pi}\sqrt{3}\frac{\hat{I}_{sB}}{k} \cdot \cos(k \cdot \omega_s t) \tag{9.88}$$

$$k = 1 + 6g = 1, -5, 7, -11, 13, \ldots, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{9.89}$$

Es treten nur ungeradzahlige, nicht durch drei teilbare Ordnungszahlen k der Stromoberschwingungen auf. Strom-Oberschwingungssysteme mit negativer Ordnungszahl wie z. B. $k = -5$ haben nicht die Phasenfolge U, V, W haben, sondern U, W, V, erregen somit invers rotierende Grundwellenfelder $\nu = 1$. Somit treten zu jedem k-ten Oberschwingungs-Drehstromsystem wiederum Drehmomentpulsationen mit folgenden Frequenzen auf.

$$\nu = -\mu : \quad f_{\nu\mu k} = \left|f_\mu + f_{\nu k}\right| = f_s \cdot |\mu + k| = |-\nu + k| \cdot f_s \tag{9.90}$$

$$\nu = \mu : \quad f_{\nu\mu k} = \left|f_\mu - f_{\nu k}\right| = f_s \cdot |\mu - k| = |\nu - k| \cdot f_s \tag{9.91}$$

Die dominanten Statorfeld-Grundwellen $\nu = 1$ der Stromoberschwingungen k-ter Ordnung erzeugen mit dem Läufergrundfeld $\mu = 1$ Momentpulsationen gemäß $\nu = \mu = 1$ mit den Frequenzen $f_{11k} = |1 - k| \cdot f_s$, folglich $f_{11k} = 6 \cdot |g| \cdot f_s$. Es treten damit dieselben Pulsationsfrequenzen auf, wie sie bereits von den Oberwellen der Stromgrundschwingung erzeugt wurden. Eine genaue Analyse zeigt, dass sich bei idealer Blockform der Ständerströme und bei idealer Rechteckform des Läuferfelds bei 100 % Polbedeckung die einzelnen

Pulsationskomponenten gleicher Frequenz kompensieren, wenn alle (unendlich vielen) Ordnungszahlen k, ν und μ berücksichtigt werden, sodass ein resultierendes zeitlich konstantes Drehmoment entsteht, wie es in Abschn. 9.3.1 erläutert wurde.

Abweichungen von der Idealform des zeitlichen Stromverlaufs oder des räumlichen Feldverlaufs führen aber zu lastabhängigen Momentpulsationen, die mit der hier vorgestellten Methode der Fourier-Reihen von Läuferfeld und Ständerstrombelag oder übersichtlicher aus der inneren Leistung über die Zeitverläufe der induzierten Polradspannung und der Strangströme berechnet werden können (Schröder 1988). Solche Abweichungen von der Idealform sind bei Blockstromspeisung stärker wirksam als bei Sinusstromspeisung, denn

- der Blockstrom hat in Wirklichkeit keine unendlich steilen Flanken, sondern benötigt eine gewisse Stromanstiegszeit t_r, die sich durch die Zwischenkreisspannung des speisenden Umrichters und die Wicklungsinduktivität ergibt. Weiter wird der Einfluss des Wicklungswiderstands bei im Verhältnis zur Grundfrequenz kleinen Schaltfrequenzen ebenfalls merkbar.
- die Verteilung der Radialkomponente B_δ der Läuferflussdichte ist keine ideale Rechteckform, da der Wechsel des Felds von positiver zu negativer Polarität in der q-Achse nicht eindimensional radial auf engstem Raum statt findet, sondern abhängig von der Luftspaltweite und Magnethöhe zweidimensional einen gewissen Bereich in Anspruch nimmt,
- eine Fehljustage der Rotorwinkelerfassung führt zu einem Fehlwinkel des Blockstroms gegenüber der induzierten Polradspannung und wegen der steilen Stromflanken zu einer erheblichen Momentwelligkeit.

In Abb. 9.37 ist die endliche Stromanstiegszeit t_r des Blockstroms i gemeinsam mit der ideal trapezförmig induzierten Polradspannung u_p als Stranggrößen skizziert. Aus der inneren Leistung wird das elektromagnetische Drehmoment berechnet.

$$m_e(t) = \left(u_{p,U}(t) \cdot i_U(t) + u_{p,V}(t) \cdot i_V(t) + u_{p,W}(t) \cdot i_W(t)\right) / (2\pi n) \qquad (9.92)$$

Es zeigt sich eine lastabhängige Momentwelligkeit mit einer dominanten Grundfrequenz $f = 6 \cdot f_s$ als „Stromkommutierungswelligkeit“ des Luftspalt-Drehmoments.

In Abb. 9.38b ist angenommen, das zwar der Strom ideal blockförmig ist, aber dass die Verteilung des Luftspaltfelds von der idealen Rechteckform abweicht und dadurch der Anstieg der induzierten Polradspannung um t_d länger dauert als $T/12$. Wieder tritt eine Drehmomentwelligkeit mit der dominanten Grundfrequenz $f = 6 \cdot f_s$ auf.

Abb. 9.39 zeigt den gemessenen Strangstromverlauf einer vierpoligen blockstromgespeisten PM-Synchronmaschine. Bei niedrigen Drehzahlen (z. B. $n_0 = 200/\min$) ist die Strom-Grundfrequenz f_s klein, sodass die Blockzeit $t_{Block} = T/3 = 1/(3f_s)$ (z. B. 50 ms, Abb. 9.39a) groß gegenüber der Stromanstiegszeit ist. Die induzierte Polradspannung ist klein, sodass die Differenz aus aufgeschalteter Zwischenkreisspannung

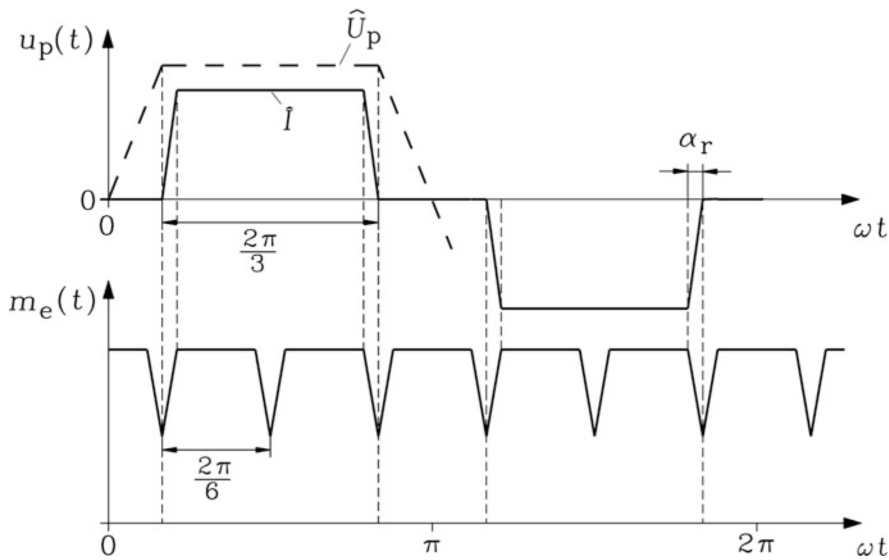


Abb. 9.37 Blockstromgespeiste PM-Synchronmaschine: Bei ideal trapezförmiger induzierter Polradspannung führt die endliche Stromanstiegszeit $t_r = \alpha_r/\omega$ zu einer Momentwelligkeit mit sechsfacher Grundfrequenz

und Polradspannung groß ist und daher der Strom rasch seinen Sollwert der Blockstromamplitude $\hat{I}_B = 4.8$ A in Abb. 9.39a erreichen kann. Es stellt sich ein nahezu ideal blockförmiger Strom ein und eine sehr kleine Momentwelligkeit, wie sie bei niedrigen Drehzahlen erforderlich ist. Mit steigender Drehzahl sinkt t_{Block} z. B. auf 5 ms bzw. 1.6 ms (Abb. 9.39b, c), sodass die Zeitkonstante des Stromreglers am Beginn des Stromblocks und die Schaltfrequenz der Pulsweitenmodulation sichtbar werden. Die Amplitude der induzierten Polradspannung $\hat{U}_{p,LL}$ nimmt drehzahlproportional zu und erhöht gemäß (9.93) die Stromanstiegszeit $di_s/dt \approx \hat{I}_B/t_r$, sodass das Verhältnis t_r/t_{Block} steigt. In (9.93) ist L_s die resultierende Ständerinduktivität zwischen zwei Klemmen L1 und L2 und $2R_s$ der zugehörige resultierende Wicklungswiderstand bei in Stern geschalteter Drehstromwicklung (vgl. Abb. 9.28).

$$L_s \cdot di_s/dt + 2R_s i_s = U_d - \hat{U}_{p,LL} \qquad \Rightarrow \qquad L_s \cdot di_s/dt \approx U_d - \hat{U}_{p,LL}$$

$$t_r \approx \frac{L_s \cdot \hat{I}_B}{U_d - \hat{U}_{p,LL}} \tag{9.93}$$

An der Spannungsgrenze, die bei hoher Drehzahl und/oder hohem Strom erreicht wird, ist wegen der kurzen Stromblöcke und langen Stromanstiegszeiten kein Regeleingriff der Stromregelung mehr möglich. Die Zwischenkreisspannung U_d wird als Blockspannung geschaltet. Über die elektrische Zeitkonstante der Wicklung $T_e = L_s/(2R_s)$ (siehe Kap. 16) entsteht ein exponentiell zu- und abnehmender Stromverlauf (Abb. 9.40a), der zu einer deutlichen Momentwelligkeit mit sechsfacher Grundfrequenz führt (Abb. 9.40b).

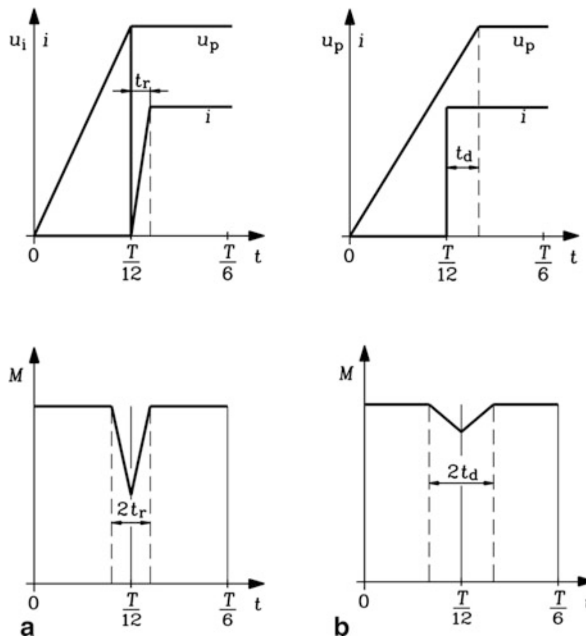


Abb. 9.38 Zwei Ursachen für die lastabhängige Drehmomentwelligkeit mit sechsfacher Grundfrequenz bei blockstromgespeisten PM-Synchronmaschinen: (**a**) endliche Stromanstiegszeit t_r, (**b**) um t_d zu große Anstiegszeit der induzierten Polradspannung wegen eines von der Rechteckform abweichenden Luftspaltfeldverlaufs

Gemäß Abb. 9.40b kann die Momentwelligkeit aus den Scheitelwerten des Messsignals, bezogen auf den Mittelwert, bestimmt werden, und beträgt in Abb. 9.40b und (9.94) ca. $\hat{w}_M = 16.7\%$.

$$\hat{w}_M = \frac{\hat{M}_{cog}}{M_{av}} \cong \frac{(M_{max} - M_{min})/2}{(M_{max} + M_{min})/2} = \frac{M_{max} - M_{min}}{M_{max} + M_{min}} \tag{9.94}$$

Beispiel 9.12

Messtechnische Bestimmung der Momentwelligkeit eines sechspoligen, blockstromgespeisten PM-Synchronmotors (Abb. 9.41) bei 20/min (Oberflächenmagnete, 100 % Polbedeckung, halbgeschlossene Nuten, $2p = 6$, $Q = 36$, eine Nutteilung geschrägt).

Da bei dieser niedrigen Drehzahl die Polradspannung nahezu Null ist, wirkt die volle Zwischenkreisspannung $U_d = 560\,\text{V}$, um den Strom einzuprägen, sodass ein nahezu idealer Blockstrom $i_s(t)$ mit 51.5 A Amplitude fließt. Die Dauer eines Stromblocks beträgt 1/3 s.

$$f_s = n \cdot p = (20/60) \cdot 3 = 1\,\text{Hz} \quad \Rightarrow \quad t_{Block} = 1/(3f_s) = 333\,\text{ms}$$

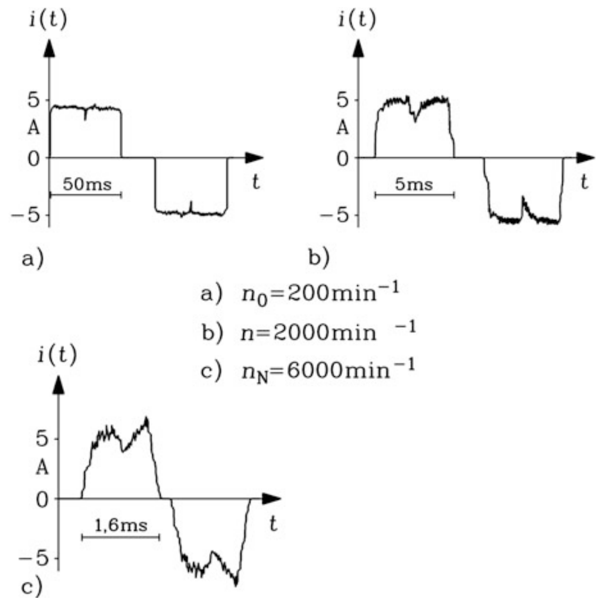


Abb. 9.39 Mit zunehmender Drehzahl weicht die Stromkurvenform mehr von der idealen Blockform ab, was zu einer Zunahme der Momentwelligkeit des vierpoligen PM-Synchronmotors führt (Quelle: Henneberger 1989)

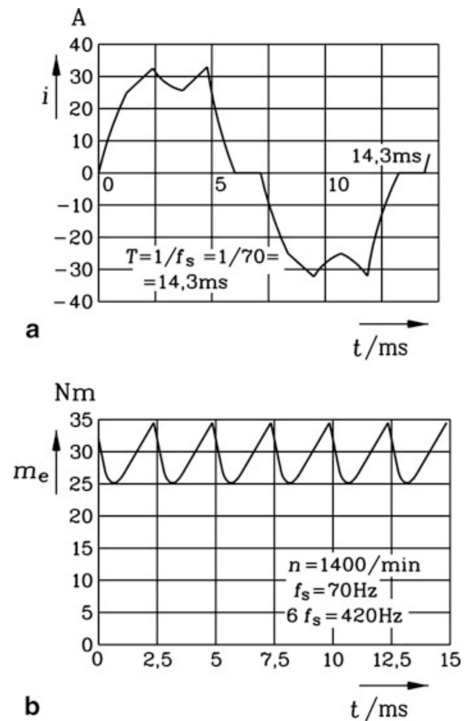


Abb. 9.40 Blockspannungsspeisung eines 6-poligen blockstromgespeisten PM-Synchronmotors an der Spannungsgrenze: (**a**) Gemessener Stromverlauf, (**b**) berechneter Zeitverlauf des elektromagnetischen Drehmoments mit einer Frequenz der Welligkeit von $6f_s$ (Quelle: Huth 1989)

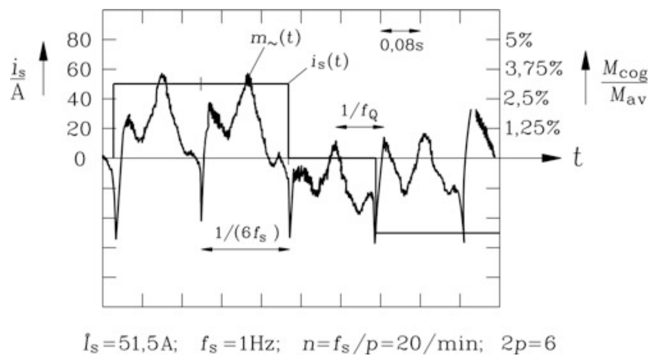


Abb. 9.41 6-poliger blockstromgespeister PM-Synchronmotor bei niedriger Drehzahl 20/min: Gemessener Zeitverlauf des Strangstroms und der Welligkeit des Drehmoments

Die Momentwelligkeit wird auf das Stillstandsmoment M_0 bezogen:

$$\hat{w}_M = \frac{\hat{M}_{cog}}{M_{av}} = \frac{(M_{max} - M_{min})/2}{M_0} = 3.4\,\%.$$

Die Nutfrequenz beträgt $f_Q = n \cdot Q = (20/60) \cdot 36 = 12\,\text{Hz}$ und die Kommutierungsfrequenz $f = 6 \cdot f_s = 6 \cdot 1 = 6\,\text{Hz}$.

Im Vergleich zur Blockstromspeisung ist die Momentwelligkeit bei Sinusstromspeisung kleiner, da die steilen Stromflanken und die Forderung nach einer rechteckförmigen Feldverteilung entfallen. Da sowohl induzierte Polradspannung als auch der Strangstrom sinusförmig sind, wirkt die durch einen Justagefehler bewirkte Phasenverschiebung lediglich als eine Verminderung des mittleren Drehmoments, nicht aber als eine Erhöhung der Momentwelligkeit. Die Momentwelligkeit wird hauptsächlich durch das Rastmoment bei Leerlauf bestimmt und erhöht sich bei Last i. A. nur unwesentlich, sodass Werte $\hat{w}_M < 1\,\%$ erreichbar sind.

Beispiel 9.13

Vergleich des Fourier-Spektrums der gemessenen Momentwelligkeit eines block- und eines sinusstromgespeisten PM-Synchronmotors bei 20/min (Abb. 9.42). Beide Motoren sind um eine Nutteilung geschrägt.

a) Blockstromspeisung, 6-poliger Motor, Ganzlochwicklung, 36 Nuten, 100 % Polbedeckung,
b) Sinusstromspeisung, 8-poliger Motor, Bruchlochwicklung, 36 Nuten, 85 % Polbedeckung

Das Spektrum von a) zeigt eine dominante Drehmomentpulsation mit sechsfacher Grundfrequenz $6 \cdot n \cdot p = 6 \cdot (20/60) \cdot 3 = 6\,\text{Hz}$ durch die Blockstromkommutierung,

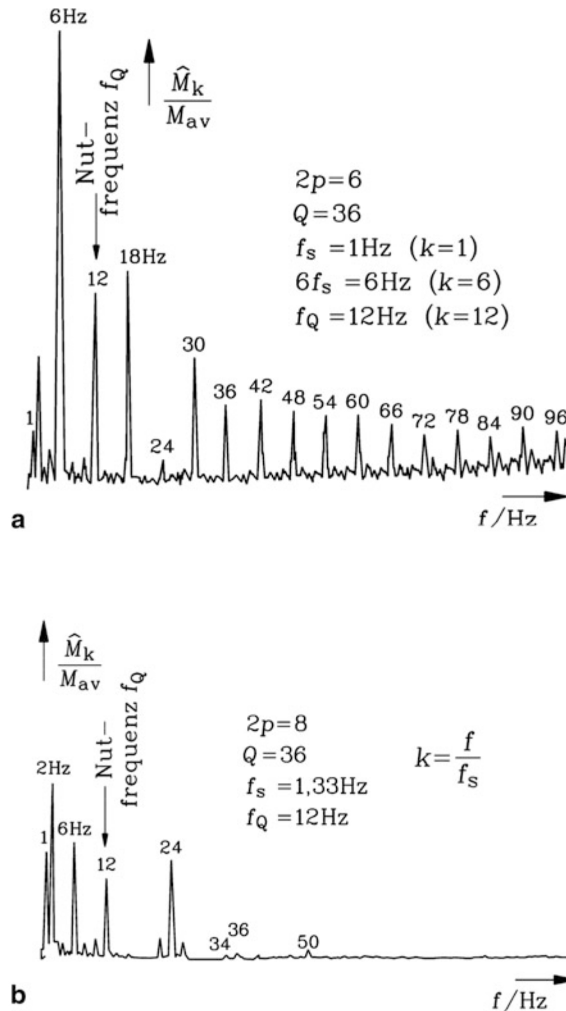


Abb. 9.42 Gemessenes Fourier-Spektrum der Momentwelligkeit zweier PM-Synchronmotoren bei niedriger Drehzahl 20/min: (**a**) 6-poliger Motor, blockstromgespeist, (**b**) 8-poliger Motor, Sinusstromspeisung. Die Diagramme in a) und b) haben denselben Maßstab. Die Amplitude bei 6 Hz in Bild a) beträgt 3 % vom Stillstandsmoment M_0

und Pulsationen mit ganzzahligen Vielfachen dieser Frequenz. Beide Motoren haben eine nutfrequente Momentenpulsation $n \cdot Q = (20/60) \cdot 36 = 12\,\text{Hz}$. Die zugehörige Scheitelwelligkeit beträgt bei a) $\hat{w}_M = 3.5\%$ und bei b) $\hat{w}_M \approx 1\,\%$.

Fazit:

Der sinusstromgespeiste PM-Synchronantrieb hat gegenüber dem blockstromgespeisten Antrieb eine deutlich kleinere lastabhängige Momentwelligkeit.

Der Einfluss der Umrichterschaltfrequenz auf die Momentenwelligkeit infolge der schaltfrequenten Stromwelligkeit ist außer bei langsam schaltenden Großumrichtern klein, da die hohe Schaltfrequenz sich nur im elektromagnetischen Drehmoment am Luftspalt, nicht aber im Wellenmoment bemerkbar macht.

9.5 Feldschwächung bei Permanentmagnet-Synchronmaschinen

In vielen Anwendungsbereichen der Antriebstechnik wird über einen weiten Drehzahlbereich mit einer konstanten Leistung $P = 2\pi \cdot n \cdot M$ gefahren (vgl. Kap. 7), sodass mit steigender Drehzahl n das Drehmoment mit $1/n$ sinkt (Abb. 9.43). Im Bereich unterhalb der Bemessungsdrehzahl ist der Betrieb mit einem konstanten Moment möglich, ähnlich wie bei den zuvor besprochenen Servoantrieben. Oberhalb der Bemessungsdrehzahl n_N bleibt die Leistung konstant. Dort sinkt das Drehmoment unter den Wert des Bemessungsdrehmoments, für das die Maschine dimensioniert ist. Der Umrichter wird über den Bemessungsstrom und die Bemessungsspannung nach der maximal erforderlichen Leistung P_{max} der Maschine dimensioniert. Bei Betrieb mit steigender Drehzahl $n > n_N$ muss er folglich nicht überdimensioniert werden, wenn es gelingt, trotz der linear mit der Drehzahl steigenden Polradspannung

$$U_p \sim \Psi_p \cdot n \tag{9.95}$$

die Klemmenspannung konstant zu halten (Mühlegger und Rentmeister 1992; Fräger 2006). Unterhalb der Bemessungsdrehzahl erzeugt der Umrichter bei Maschinen mit vernachlässigbar kleinem Reluktanzmoment das erforderliche Maximalmoment an der Umrichterstromgrenze über eine reine Querstrom-Einprägung, die über die Messung der Polradlage und eine darauf basierende feldorientierte Stromregelung ermöglicht wird.

$$M \sim \Psi_p \cdot I_s \qquad I_s = I_q, I_d = 0 \tag{9.96}$$

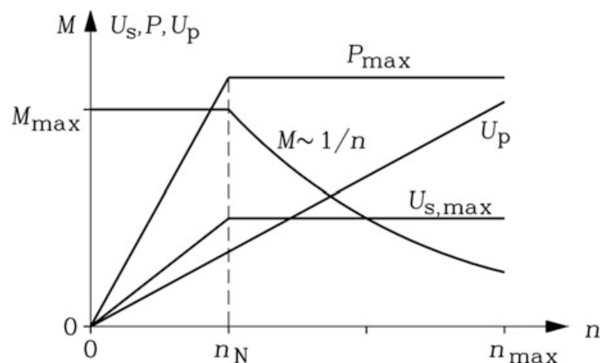


Abb. 9.43 Kennlinien von Drehmoment, Polradspannung, Ständerspannung und Leistung eines drehzahlveränderbaren Synchronantriebs mit dem Bereich konstanten Drehmoments ($n < n_N$) und konstanter Leistung ($n_N < n < n_{max}$)

Ab der Bemessungsdrehzahl fährt der Umrichter an der Spannungsgrenze und müsste bei reinem Querstrombetrieb den Strom verringern, da die Polradspannung weiter ansteigt. Beim Schnittpunkt der U_p-Kennlinie mit der $U_{s,max}$-Kennlinie in Abb. 9.43 wäre die Maximaldrehzahl erreicht und der zulässige Querstrom Null. Um eine deutlich höhere Maximaldrehzahl zu erreichen, muss die resultierende Flussverkettung verringert werden. Dies gelingt, wie nachstehend gezeigt wird, über die Einprägung einer negativen d-Stromkomponente I_d, die ein Ständerluftspaltfeld erregt, das dem Läuferfeld der Permanentmagnete entgegenwirkt. Da wegen der konstanten Leistung gleichzeitig das Drehmoment abgesenkt wird, sinkt der Strombedarf der Querstromspeisung I_q. Diese Stromverringerung gestattet es, dass der Umrichter einen zusätzlichen d-Strom einspeisen kann, ohne seine Umricherstromgrenze zu übersteigen, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 9.14

Feldschwächbetrieb eines PM-Synchronmotors ohne Reluktanzmoment ($x_d = x_q = x_s$): Der speisende Umrichter hat als Umrichterspannungsgrenze die Motor-Bemessungsspannung $U_{s,max} = U_N$ (=100%), während der Maximalstrom des Umrichters der doppelte Motor-Bemessungsstrom ist: $I_{s,max} = 2I_N$ (= 200 % des Bemessungsstroms). Mit diesem hohen Strom kann der Motor nur kurzzeitig betrieben werden. Die auf die Nennimpedanz bezogene Synchronreaktanz bei Bemessungsdrehzahl beträgt $x_{dN} = X_{dN}/Z_N = 0.35$ p.u., wobei die Nennimpedanz $Z_N = U_N/I_N$ ist. Die auf die Bemessungsspannung bezogene Polradspannung ist $U_p/U_N = 0.7$ bei Bemessungsdrehzahl. Im Folgenden wird der Ständerwicklungswiderstand vernachlässigt. Berechnen Sie bei ausschließlicher Betrachtung der Grundschwingungsgrößen von Strom und Spannung je Strang den Längs- und Querstrom, den resultierenden Statorstrom und die Statorspannung sowie den Leistungsfaktor

a) bei Bemessungsdrehzahl und Bemessungsleistung,
b) bei doppelter Bemessungsleistung (= Maximalleistung) sowie für Maximalleistung bei
c) 1.7-facher und d) 4-facher Bemessungsdrehzahl!

Lösung:
Die Ergebnisse sind in Tab. 9.7 und Abb. 9.44 zusammengefasst.

a) Bei Bemessungsdrehzahl und Bemessungsmoment fließt der Bemessungsstrom als Querstrom. Die dafür erforderliche Strangspannung berechnet sich in bezogenen Größen aus dem Ersatzschaltbild (Kap. 8) mit dem Zeigerdiagramm Abb. 9.21 für $R_s = 0$ als

$$u_s = \sqrt{u_{pN}^2 + (x_{qN} i_{sq})^2} = \sqrt{0.7^2 + (0.33 \cdot 1)^2} = 0.78.$$

Tab. 9.7 Elektrische Daten bei drehzahlveränderbarem Betrieb eines PM-Synchronmotors mit Feldschwächung (p.u.-Angaben: $u_s = U_s/U_N, i_s = I_s/I_N$)

	Spannung u_s	Strom i_s	d-Strom i_{sd}	q-Strom i_{sq}	Leistung P	Drehzahl n	$\cos\varphi_s$
a)	0.8	1.0	0	1.0	P_N	n_N	0.89 ind
b)	1.0	2.0	0	2.0	$2P_N$	n_N	0.7 ind
c)	1.0	1.43	–0.8	1.18	$2P_N$	$1.7n_N$	0.98 ind
d)	1.0	1.6	–1.5	0.5	$2P_N$	$4n_N$	0.89 kap

Aus dem zugehörigen Zeigerdiagramm (Abb. 9.44a) ergibt sich der induktive Leistungsfaktor $\cos\varphi_s = u_{pN}/u_s = 0.7/0.78 = 0.89$. Der Zeiger des Ständerstrangstroms $\underline{I}_s$ eilt dem Zeiger der Ständerstrangspannung $\underline{U}_s$ nach.

b) Bei Bemessungsdrehzahl und doppeltem Bemessungsmoment als Überlast fließt der doppelte Bemessungsstrom als Querstrom. Gemäß $u_s = \sqrt{u_{pN}^2 + (x_{qN} i_{sq})^2} = \sqrt{0.7^2 + (0.35 \cdot 2)^2} = 1$ muss die Spannung auf den Maximalwert $U_{s,max}$ erhöht werden, sodass der Umrichter sowohl mit Maximalspannung als auch mit Maximalstrom $I_{s,max}$ bei Maximalleistung P_{max} betrieben wird (Abb. 9.44b). Der induktive Leistungsfaktor sinkt auf $\cos\varphi_s = u_{pN}/u_s = 0.7/1 = 0.7$.

c) Für eine Erhöhung der Drehzahl auf die 1.7-fache Bemessungsdrehzahl $n/n_N = 1.7$ bei konstanter Maximalleistung muss ein negativer Längstrom über den zusätzlichen Spannungsfall $x_d i_d$ die erhöhte Polradspannung so kompensieren, dass an den Klemmen die Spannung konstant bleibt (Abb. 9.44c).

$$u_s = (n/n_N) \cdot \sqrt{(u_{pN} + x_{dN} i_d)^2 + (x_{qN} i_q)^2} \leq u_{s,max} \tag{9.97}$$

Das Moment und damit der Querstrom werden auf 1/1.7 verringert ($i_q = 2/1.7 = 1.18$), damit P konstant bleibt. Der zusätzliche Längsstrom muss ausreichend klein sein, sodass die Umrichterstromgrenze nicht überschritten wird.

$$I_s = \sqrt{I_q^2 + I_d^2} \leq I_{s,max} \tag{9.98}$$

Aus (9.97) folgt der erforderliche d-Strom $i_d = -0.8$, sodass gilt:

$$u_s = 1 = 1.7 \cdot \sqrt{(0.7 - 0.35 \cdot 0.8)^2 + (0.35 \cdot 1.18)^2}.$$

Der resultierende Ständerstrom bleibt unterhalb der Stromgrenze.

$$i_s = \sqrt{1.18^2 + (-0.8)^2} = 1.43 \leq 2 = i_{s,max}.$$

Aus den Spannungskomponenten $u_d = -0.7$, $u_q = 0.714$ und den Stromkomponenten $i_d = -0.8$, $i_q = 1.18$ ergibt sich ein induktiver Leistungsfaktor 0.98, also eine nahezu reine Wirkleistungsaufnahme.

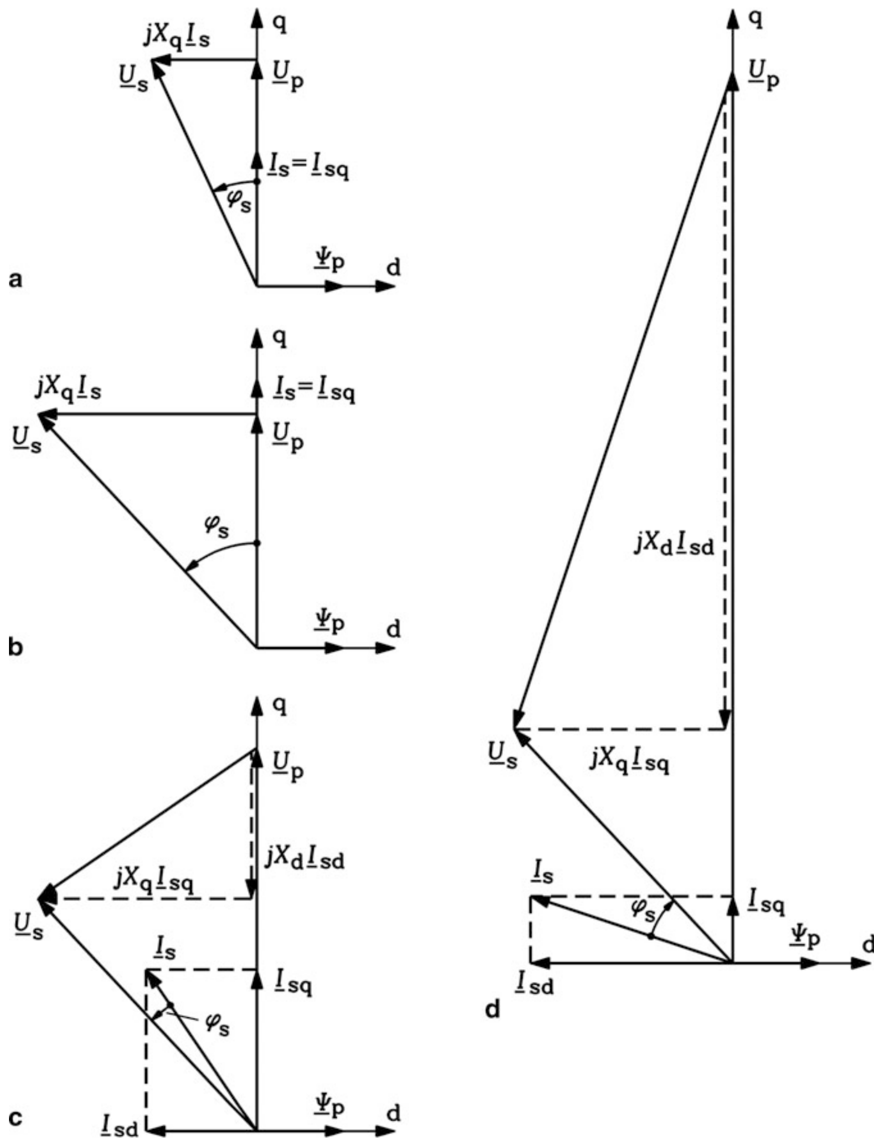


Abb. 9.44 Strom- und Spannungs-Zeigerdiagramm einer PM-Synchronmaschine mit Feldschwächbetrieb bei unterschiedlichen Betriebspunkten, $L_d = L_q$. Der Ständer-Wicklungswiderstand R_s ist vernachlässigt: (**a**) Bemessungsdrehzahl, -drehmoment, -leistung; (**b**) Bemessungsdrehzahl, Maximalmoment, Maximalleistung = zweifache Bemessungsleistung; (**c**) 1.7-fache Bemessungsdrehzahl, konstante Maximalleistung, 1/1.7 verringertes Drehmoment, Feldschwächung durch negativen I_d-Strom; (**d**) konstante Maximalleistung bei 4-facher Bemessungsdrehzahl, $^1/_4$ verringertes Drehmoment und Querstrom I_q. Der Statorstrom besteht hauptsächlich aus dem feldschwächenden negativen Strom I_d. (Quelle: Binder et al. 1998a)

d) In gleicher Weise werden für den Betrieb bei $n = 4n_N$ und Maximalleistung die Spannungs- und Stromkomponenten berechnet (Abb. 9.44d). Die Polradspannung ist 4-mal so hoch wie bei a), das benötigte Moment beträgt nur $M_{max}/4$. Daher ist der erforderliche Querstrom $I_q = I_{s,max}/4$ (= $0.5 I_N$). Gemäß (9.97) ist ein feldschwächender Längsstrom $i_d = -1.5$ erforderlich, um die Strangspannung konstant auf den Wert der Bemessungsspannung zu halten, sodass der Ständerstrom 1.6 p.u. beträgt. Er ist damit ebenfalls kleiner als der Umrichtermaximalstrom. Mit den Spannungskomponenten $u_d = -0.7$, $u_q = 0.714$ ergibt sich ein kapazitiver Leistungsfaktor –0.89. Die übererregte Maschine verhält sich als kapazitive Last.

Ist theoretisch eine unendlich hohe Betriebsdrehzahl bei konstanter Leistung mit der Methode der Feldschwächung über negativen d-Strom möglich, ohne die Umrichterstromgrenze zu überschreiten? Bei sehr hohen Drehzahlen wird bei konstanter Leistung das Moment sehr klein, sodass man es und damit den Querstrom vernachlässigen kann. In gleicher Weise wird die Polradspannung sehr viel höher als die Klemmenspannung $U_p >> U_{s,max}$, sodass auch $U_{s,max}$ vernachlässigt wird, was einem Klemmenkurzschluss entspricht (Kleinrath 2006). Daher ist der für unendlich hohe Drehzahl erforderliche Feldschwächstrom der Dauer-Kurzschlussstrom der Maschine (vgl. Kap. 8).

$$I_{s,d} \cong U_p/X_d = \Psi_p/(\sqrt{2}L_d) \tag{9.99}$$

Dieser Strom muss kleiner sein als die Umrichterstromgrenze: $I_{s,d,\,max} < I_{s,\,max}$. Um diese Forderung zu erfüllen, sollte die synchrone Längsinduktivität L_d ausreichend groß und die Flussverkettung der Ständerwicklung mit dem Feld der Permanentmagnete Ψ_p ausreichend klein sein. Der Dauerkurzschlussstrom der Maschine kann aus einem generatorischen Kurzschlussversuch bestimmt werden und ist bei ausreichend großer Drehzahl unabhängig von der Drehzahl bzw. Ständerfrequenz, da der Einfluss des Ständerwiderstands dann vernachlässigbar ist.

$$I_{s,k} = U_p/\sqrt{R_s^2 + X_d^2} \cong U_p/X_d = \Psi_p/(\sqrt{2}L_d) \tag{9.100}$$

Fazit:
Die gängige Methode zur Schwächung des Felds der Permanentmagnete ist die Erregung eines Ständergegenfelds über eine negative Längsstromkomponente in allen drei Wicklungssträngen. Andere Methoden wie Zusatzwicklungen o. Ä. haben sich nicht durchgesetzt. Mit Feldschwächung ist ein Betrieb der PM-Synchronmaschine bei gegebener Spannung bei deutlich höheren Drehzahlen möglich als bei reiner Querstromspeisung. Bei $L_d = L_q$ (kein Reluktanzmoment) erzeugt der Längsstrom kein Drehmoment mit dem Läuferfeld. Wenn der Dauerkurzschlussstrom der Maschine (bei $R_s = 0$) kleiner als der Umrichtermaximalstrom ist, kann die Maschine bis zu theoretisch unendlich hohen Drehzahlen bei konstanter Spannung betrieben werden, ohne die Stromgrenze des Umrichters zu überschreiten. Wenn dieser Strom den Bemessungsstrom der Maschine nicht überschreitet, ist dieser Betrieb auch aus thermischer Sicht der Maschine dauernd möglich.

Nachteilig sind die zusätzlichen Stromwärmeverluste in der Ständerwicklung und die entsprechenden Umrichterverluste durch den Feldschwächstrom $-I_d$. Im Beispiel 9.14 werden bei 4-facher Bemessungsdrehzahl nahezu 90 % der Stromwärmeverluste durch den Feldschwächstrom verursacht. Da die Induktivität der Längsachse bei vergrabenen Magneten i. A. kleiner als jene der Querachse ist, kann bei dieser Läuferkonfiguration erreicht werden, dass auch der Feldschwächstrom zum Drehmoment über das dann entstehende Reluktanzmoment beiträgt, wie in Abschn. 9.2.3 und 9.2.4 erläutert wurde. Trotzdem verbleibt hier ein Nachteil gegenüber der Asynchronmaschine, bei der gemäß Kap. 7 die Feldschwächung durch Verminderung des Magnetisierungsstroms erreicht wird, sodass sich auch eine Verminderung der Stromwärmeverluste ergibt. Weiter erfolgt bei der Asynchronmaschine die Feldschwächung quasi automatisch, wenn bei konstanter Spannung die Ständerfrequenz erhöht wird, während bei der PM-Synchronmaschine eine feldorientierte Regelung nötig ist. Elektrisch erregte Synchronmaschinen (Kap. 8) können ebenfalls einfach feldgeschwächt werden, indem der Gleichstrom in der Erregerwicklung verringert wird, wie dies auch bei elektrisch erregten Gleichstrommaschinen gemacht wird. In beiden Fällen sinken die Stromwärmeverluste in der Erregerwicklung (Bianchi et al. 2004).

Wenn die feldorientierte Regelung auf Grund eines Fehlers im Umrichter versagen sollte, sodass kein ausreichend hoher negativer d-Strom mehr eingeprägt wird, tritt die hohe Polradspannung an den Klemmen auf. Sie treibt über die sechs Freilaufdioden des Wechselrichters, die wie ein Brückengleichrichter wirken, einen Gleichstrom, der den Kondensator des Zwischenkreises auflädt. Wenn dessen zulässige maximale Zwischenkreisspannung erreicht ist, muss entweder über die Leistungshalbleiter des Wechselrichters die Ständerwicklung kurzgeschlossen werden oder mit einem zusätzlichen Schalter zwischen Wechselrichter und Ständerwicklung die Maschine vom Umrichter getrennt werden. Im ersten Fall tritt durch den Schaltvorgang des plötzlichen Kurzschlusses ein Gleichstromanteil in der Ständerwicklung auf, der ein störendes Stossmoment bewirkt (siehe Kap. 16), das mit der Ständerzeitkonstanten rasch abklingt. Im zweiten Fall tritt an den nun offenen Klemmen der Maschine die hohe Polradspannung als generatorische Leerlaufspannung auf, für die die Isolation der Wicklung bemessen sein muss. In der Regel wird die erste Variante gewählt, um den zusätzlichen Motorschalter einzusparen.

Beispiel 9.15

Motordaten von Beispiel 9.14: Überprüfen Sie, ob der Motor bei den gegebenen Umrichterdaten bis zu beliebig hohen Drehzahlen feldschwächbar ist!

Lösung:
Dauerkurzschlussstrom bei vernachlässigtem Ständerwiderstand: $I_{s,k} \cong U_p/X_d$.
$i_{s,k} = \frac{I_{s,k}}{I_N} \cong \frac{U_p/U_N}{X_d/Z_N} = \frac{0.7}{0.35} = 2.0 = i_{s,\max}$. Der Dauerkurzschlusstrom ist exakt gleich dem Umrichtermaximalstrom, sodass der Antrieb bis zu beliebig hohen Drehzahlen feldschwächbar ist, ohne die Umrichterstromgrenze zu überschreiten.

Beispiel 9.16

Zwei PM-Synchronmotoren A und B mit Oberflächenmagneten (bei Bemessungsdrehzahl: $X_{dN} = X_{qN} = X_{sN}$) haben unterschiedliche Magnethöhen. Beide Motoren werden über einen Umrichter drehzahlveränderbar mit Feldschwächung betrieben. Die Spannungs- und Stromgrenze des Umrichters sind ebenso groß wie die Bemessungsspannung und der Bemessungsstrom des jeweiligen Motors: $U_{s,max} = U_N, I_{s,max} = I_N$. Motor A hat Magnete mit kleinerer Höhe, sodass seine Polradspannung kleiner und seine Synchronreaktanz X_{dN} größer als jene von Motor B sind (Tab. 9.8, Angaben in p.u.: $u_s = U_s/U_N$, $i_s = I_s/I_N$). Es ergeben sich bei Querstromspeisung im Bemessungspunkt dieselben Spannungs- und Stromwerte, beide Motoren können also mit demselben Umrichter betrieben werden. Sind beide Motoren unbegrenzt feldschwächbar?

Lösung:

Dauerkurzschlussstrom bei $R_s = 0$: $I_{s,k}/I_{s,max} = I_{s,k}/I_N = i_{s,k} = U_{pN}/(X_{sN}I_N)$.

Gemäß Tab. 9.8 ist Motor A wegen des geringeren Permanentmagnetfelds unbegrenzt feldschwächbar, da der Kurzschlussstrom nur 75 % des Umrichtermaximalstroms ist, während bei Motor B der Kurzschlussstrom um 33 % größer als die Umrichterstromgrenze ist. Aus (9.98) folgt für Motor B bei n_{max} : $i_q = 0$, $i_d = 1$. Aus (9.97) ergibt sich die Maximaldrehzahl:

$$u_s = u_{s,max} = 1 = (n_{max}/n_N) \cdot (u_{pN} + x_{dN} i_d)$$
$$\Rightarrow n_{max}/n_N = 1/(0.8 - 0.6) = 5.$$

Mit (9.97) und (9.98) kann punktweise der Strombedarf beider Motoren im Grunddrehzahlbereich $n \leq n_N$ und im Feldschwächbereich $n > n_N$ bei vernachlässigtem Ständerwicklungswiderstand berechnet werden. Im Grunddrehzahlbereich ist $i_d = 0$ und bei Betrieb mit Maximalmoment $i_q = 1$. Die Motorleistung und die Klemmenspannung steigen linear mit der Drehzahl:

$$u_s = (n/n_N) \cdot \sqrt{u_p^2 + (x_q i_q)^2} \leq u_{s,max}. \tag{9.101}$$

Tab. 9.8 Vergleich zweier PM-Synchronmaschinen A und B hinsichtlich ihrer Feldschwächbarkeit ($u_{s,max} = U_{s,max}/U_N = 1, i_{s,max} = I_{s,max}/I_N = 1$)

PM-Synchronmaschine	A	B
$u_{pN} = U_p/U_N$ bei n_N	0.6	0.8
$x_{sN} = X_{sN}I_N/U_N$ bei n_N	0.8	0.6
$U_{s,max}/U_N$ bei n_N ($R_s = 0$)	$\sqrt{0.6^2 + 0.8^2} = 1$	$\sqrt{0.8^2 + 0.6^2} = 1$
Dauerkurzschlussstrom $i_{s,k}$	$0.6/0.8 = 0.75 < 1$	$0.8/0.6 = 1.33 > 1$
Feldschwächung möglich?	n_{max} beliebig hoch	n_{max} begrenzt auf $5n_N$

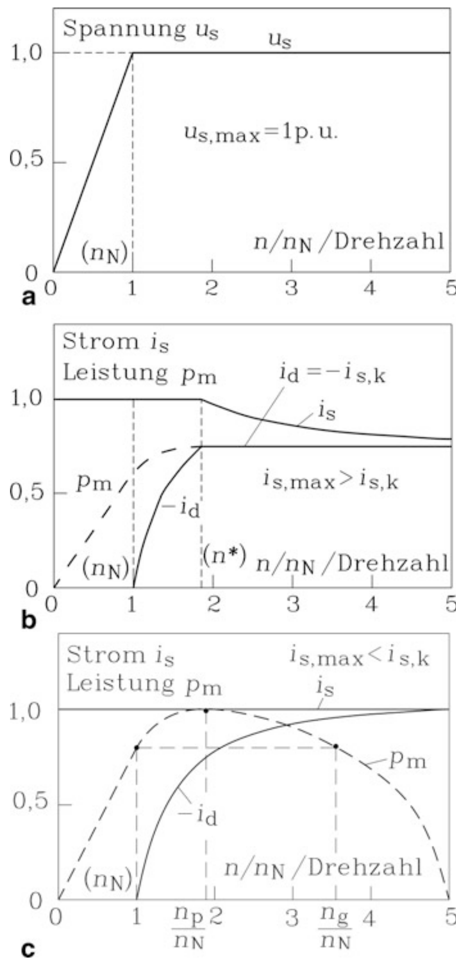


Abb. 9.45 Vergleich zweier unterschiedlicher PM-Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten ($L_d = L_q$) hinsichtlich ihrer Feldschwächbarkeit bei Betrieb am selben Umrichter bei $R_s = 0$: (**a**) Klemmenspannung über der Drehzahl, (**b**) Motor A: Der Kurzschlusstrom ist kleiner als die Umrichterstromgrenze $i_{s,k} < i_{s,max}$, sodass der Motor unbegrenzt feldschwächbar ist, (**c**) Motor B: Der Kurzschlussstrom ist größer als die Umrichterstromgrenze $i_{s,k} > i_{s,max}$, sodass der Motor nur bis zu $5n_N$ feldschwächbar ist

Oberhalb der Bemessungsdrehzahl bleibt die Spannung konstant auf ihrem Maximalwert 1 (Abb. 9.45a). Da Motor A einen geringeren Magnetfluss pro Pol hat, ist bei gleichem Maximalstrom sein maximales Drehmoment und damit die maximale Motorleistung im Verhältnis 0.6/0.8 kleiner als bei Motor B. Im Folgenden gilt $x_d = x_q = x_{sN}$ bei $n = n_N$.

Im Feldschwächbereich werden häufig zwei Fälle unterschieden:

(i) Betrieb mit maximal möglicher Maschinenleistung
(ii) Betrieb mit konstanter Maschinenbemessungsleistung.

In Abb. 9.45 sind die Motorleistung und der d-Strombedarf für Fall (i) dargestellt. Da die Maschine verlustlos angenommen ist, sind innere Leistung p_δ und die Abgabeleistung p_m identisch. Die bezogene innere Leistung ist das Produkt aus Polradspannung und der mit ihr in Phase liegenden Stromkomponente, dem Querstrom. Die maximale Wirkleistung, bezogen auf die Bemessungsscheinleistung,

$$p_m = \frac{3 \cdot U_p \cdot I_q}{3 \cdot U_N \cdot I_N} = u_p \cdot i_q = (n/n_N) \cdot u_{pN} \cdot i_q \tag{9.102}$$

wird bei Betrieb an der Spannungsgrenze mit (9.97), (9.98) und $x_d = x_q = x_{sN}$ so berechnet, dass mit $i_s^2 = i_d^2 + i_q^2 \leq i_{s,max}^2$ die beiden Stromkomponenten bestimmt werden. Bei Betrieb an der Stromgrenze gilt $i_s = i_{s,max}$.

$$i_d = \frac{(u_{s,max}/(n/n_N))^2 - u_{pN}^2 - x_{sN}^2 i_s^2}{2 \cdot u_{pN} \cdot x_{sN}}, \quad i_q = \sqrt{i_s^2 - i_d^2} \tag{9.103}$$

Motor A: Bei einer bestimmten Drehzahl $n^* > n_N$ ergibt sich die maximal mögliche Leistung aus $dp_m/di_s = 0$ bzw. $di_q/di_s = 0$ mit der Lösung für einen optimalen Strom, der größer als der Kurzschlussstrom der Maschine ist.

$$i_{s,opt} = \sqrt{u_{pN}^2 + (u_{s,max}/(n/n_N))^2}/x_{sN} > u_{pN}/x_{sN} = i_{s,k} \tag{9.104}$$

Im Bereich $n_N < n < n^*$ ist der Querstrom noch so groß, dass der resultierende Strom $i_s = i_{s,opt}$ größer als die Umrichterstromgrenze $i_{s,max}$ ist und daher $i_{s,opt}$ nicht eingestellt werden kann. Bei der Drehzahl n^* ist $i_{s,opt} = i_{s,max}$, und es wird $p_{m,max}$ erreicht. Der Strom i_d ist gemäß (9.103): $i_d = -i_{s,k} = -u_{pN}/x_{sN}$. Oberhalb der Drehzahl n^* ist der Querstrom ausreichend klein, die Stromgrenze wird unterschritten ($i_s < i_{s,max}$) und $i_s = i_{s,opt}$ kann stets eingestellt werden. Aus (9.104) ergibt sich die Drehzahlgrenze n^* über die Bedingung $i_{s,max} = i_{s,opt}$.

$$n^*/n_N = \frac{u_{s,max}}{x_{sN}} \cdot \frac{1}{\sqrt{i_{s,max}^2 - (u_{pN}/x_{sN})^2}}$$
$$n^*/n_N = \frac{u_{s,max}}{x_{sN}} \cdot \frac{1}{\sqrt{i_{s,max}^2 - i_{s,k}^2}} \tag{9.105}$$

In Abb. 9.45b ist $n^*/n_N = \frac{1}{0.8} \cdot \frac{1}{\sqrt{1^2 - 0.75^2}} = 1.89$. Unterhalb dieser Drehzahl werden i_d, i_q aus (9.103) für $i_s = i_{s,max} = 1$ bestimmt, da der Antrieb an der Spannungs- und Stromgrenze fährt ($u_s = u_{s,max}, i_s = i_{s,max}$). Die Leistung stellt sich mit $p_m = (n/n_N) \cdot u_{pN} \cdot i_q$ ein. Oberhalb n^* fährt der Motor nur an der Spannungsgrenze, und es ergibt sich der Längsstrom aus (9.103) als konstanter Wert, nämlich als der negative Kurzschlussstrom der Maschine.

$$i_d = \frac{(u_{s,max}/(n/n_N))^2 - u_{pN}^2 - x_{sN}^2 i_{s,opt}^2}{2 \cdot u_{pN} \cdot x_{sN}} = -\frac{u_{pN}}{x_{sN}} = -i_{s,k} \tag{9.106}$$

Daraus folgt mit (9.103) der Querstrom (9.107), der umgekehrt proportional zur steigenden Drehzahl sinkt, und daraus die Maximalleistung, die konstant ist als Produkt aus Maximalspannung und Kurzschlussstrom, und in Abb. 9.45b gemäß (9.102), (9.107) den Wert $p_{m,max} = u_{s,max} \cdot i_{s,k} = 1 \cdot 0.75 = 0.75$ p.u. hat.

$$i_q = \sqrt{i_{s,opt}^2 - i_{s,k}^2} = \frac{u_{s,max}}{(n/n_N) \cdot x_{sN}} \qquad p_{m,\,max} = u_{s,max} \cdot i_{s,k} \tag{9.107}$$

Motor B: Da gemäß (9.104) der optimale Stromwert für maximale Leistung stets größer als der Kurzschlussstrom ist, kann bei $i_{s,k} > i_{s,max}$ der optimale Stromwert oberhalb n_N nie eingestellt werden. Im gesamten Drehzahlbereich $n_N < n < n_{max}$ wird die Maschine an der Spannungs- und Stromgrenze betrieben, die zugehörige Leistung stellt sich über die gemäß (9.103) berechnete q-Stromkomponente für $i_s = i_{s,max}$, $u_s = u_{s,max}$ ein (Abb. 9.45c). Ihr Maximalwert tritt gemäß $dp_m/dn = 0$ bei n_p gemäß (9.108) auf. In Abb. 9.45c beträgt $n_p/n_N = 1.89$ (was zufällig identisch mit n^*/n_N von Motor A ist) und $p_{m,\,max} = u_{s,max} \cdot i_{s,max} = 1 \cdot 1 = 1$.

$$\frac{n_p}{n_N} = \frac{u_{s,max}}{\sqrt{u_{pN}^2 - x_{sN}^2 \cdot i_{s,max}^2}} \qquad \frac{n_{max}}{n_N} = \frac{u_{s,max}}{u_{pN} - x_{sN} \cdot i_{s,max}} \tag{9.108}$$

Bei $i_d = -i_{s,max}$ werden i_q und p_m Null; dies ist gemäß (9.103) bei der Drehzahl n_{max}/n_N (9.108) der Fall. Wie Abb. 9.45c zeigt, liefert Motor B bis etwa zur 3.8-fachen Bemessungsdrehzahl eine gegenüber Motor A höhere Leistung (im Bestpunkt bei n_p um 1/0.75–1, also 33 % mehr), die dann bis zu Maximaldrehzahl n_{max} auf Null absinkt, während Motor A ohne Drehzahlobergrenze seine Maximalleistung $p_{m,max} = 0.75$ liefern kann.

In gleicher Weise kann für $X_{dN} = X_{qN} = X_{sN}$ und $R_s = 0$ für den Fall (ii) „Betrieb mit konstanter Maschinenbemessungsleistung“ der Strombedarf errechnet werden. Für Motor A gilt bei $p_m = p_N = 0.6 =$ konst., dass der Strom i_s für $n > n_N$ wegen der gegenüber der Zunahme von $-i_d$ stärkeren Abnahme von i_q auf ein flaches Minimum 0.6 absinkt und für hohe Drehzahlen gegen 0.75, den Kurzschlussstrom, strebt. Für Motor B ist die höhere Bemessungsleistung $p_m = p_N = 0.8$ konstant zu halten. Wieder sinkt der Strom i_s für $n > n_N$ wegen der gegenüber der Zunahme von $-i_d$ stärkeren Abnahme von i_q auf ein Minimum 0.75 ab und steigt dann wieder an. Der erforderliche Querstrom für die konstante Leistung $p_N = u_{pN} \cdot i_{s,max}$ bei steigender Drehzahl $n > n_N$ ist $i_q = i_{s,max}/(n/n_N)$. Der erforderliche Längsstrom wird aus der Spannungsgleichung an der Spannungsgrenze mit der Beachtung von $u_{pN}^2 + x_{sN}^2 \cdot i_{s,max}^2 = u_{s,max}^2$ bestimmt.

$$u_{s,max}^2 = \left(\frac{n}{n_N}\right)^2 \cdot \left[\left(u_{pN} + x_{dN} \cdot i_d\right)^2 + \left(x_{qN} \cdot i_q\right)^2\right]$$
$$i_d = i_{s,k} \cdot \left[(n_N/n) - 1\right] \tag{9.109}$$

Die Drehzahl n_g, bei der der Strom die Stromgrenze $i_s = i_{s,max}$ erreicht, ist die Grenze, bis zu der Konstantleistungsbetrieb (hier: $p_m = 0.8$) möglich ist.

$$i_{\mathrm{s,max}}^2 = i_\mathrm{d}^2 + i_\mathrm{q}^2 = i_\mathrm{s,k}^2 \cdot \left[(n_\mathrm{N}/n_\mathrm{g}) - 1\right]^2 + i_\mathrm{s,max}^2/(n_\mathrm{g}/n_\mathrm{N})^2$$
$$\frac{n_\mathrm{g}}{n_\mathrm{N}} = \frac{i_\mathrm{s,k}^2 + i_\mathrm{s,max}^2}{i_\mathrm{s,k}^2 - i_\mathrm{s,max}^2} \tag{9.110}$$

Für Motor B ist diese Drehzahlgrenze bei $\frac{n_\mathrm{g}}{n_\mathrm{N}} = \frac{1.33^2+1^2}{1.33^2-1^2} = 3.6$ erreicht.

Dieselbe Berechnung für $X_\mathrm{dN} \neq X_\mathrm{qN}$ hat praktische Bedeutung, wenn auch das Reluktanzmoment bei $X_\mathrm{dN} < X_\mathrm{qN}$ bei negativem d-Strom genutzt werden soll. Bereits im Grunddrehzahlbereich kann ein konstanter negativer d-Strom eingeprägt werden, um ein positives Reluktanzmoment zu erhalten. Dafür wird bei Betrieb mit Maximalmoment der Querstrom verringert, um die Stromgrenze einzuhalten. Die Berechnung der Stromkomponenten für die oben genannten Fälle (i) „Maximalleistung" und (ii) „Konstantleistung" erfolgt mit den hier vorgestellten Formeln für $X_\mathrm{dN} \neq X_\mathrm{qN}$ punktweise für jeden Drehzahlwert numerisch, wobei $R_\mathrm{s} > 0$ ebenfalls berücksichtigt werden kann, was aber nur bei sehr kleinen Drehzahlen, wo R_s und X_d in gleicher Größenordnung sind, erforderlich wäre.

Beispiel 9.16 zeigt, dass für einen kleinen erforderlichen Feldschwächstrom L_d möglichst groß sein sollte, um den Kurzschlussstrom klein zu halten, während L_q möglichst klein sein sollte, um im Grunddrehzahlbereich einen möglichst großen Leistungsfaktor und damit eine möglichst kleine Umrichterbemessungsleistung zu erhalten. Tatsächlich ist schon bei Oberflächenmagneten wegen der Sättigung des Eisens im d-Flusspfad infolge des stets vorhandenen PM-Flusses $L_\mathrm{d} < L_\mathrm{q}$. Bei vergrabenen Magneten kann sich ein Teil der d-Komponente des Ständerflusses über die über den Läufermagneten befindlichen Eisenbrücken (Abb. 9.46) schließen. Der magnetisch wirksame Luftspalt kann wegen der wegfallenden i. A. amagnetischen Läuferbandage kleiner als bei Rotoren mit Oberflächenmagneten ausgeführt werden, sodass L_d gegenüber Oberflächenmagneten erhöht werden kann (Urgell und Regis 1991). Trotzdem ist $L_\mathrm{d} < L_\mathrm{q}$, nicht nur wegen der Eisensättigung des d-Flusspfads, sondern auch wegen der Reluktanz der Magnete in der d-Achse gegenüber dem Ständerfeld. Man kann L_q verringern, indem man den Luftspalt in der q-Achse vergrößert (Abb. 9.46), wodurch allerdings das hilfreiche Reluktanzmoment verringert wird. Hier gilt es ein Optimum für minimalen Strom- bzw. Magnetbedarf bei einem geforderten Drehmoment und Feldschwächbereich zu finden, was am besten mit der numerischen (zweidimensionalen) Feldberechung wie in Abb. 9.46 durchgeführt wird. Oft kommen für die Rotoroptimierung weitere Randbedingungen wie z. B. ein großer Rotorinnendurchmesser in Hauptspindelantrieben für Werkzeugmaschinen hinzu, um die Spannvorrichtung für das Werkzeug axial in der Mitte zu- und abzuführen (Abb. 9.46). Weitere Randbedingungen sind die Rotorfestigkeit, Rotor-Ummagnetisierungsverluste (Kawase et al. 2000) und die Rotorkühlung.

Fazit:

Zur Verringerung des feldschwächenden Längsstroms sollte die Induktivität der Längsachse möglichst groß gewählt werden, während die Induktivität der Querachse eher klein sein

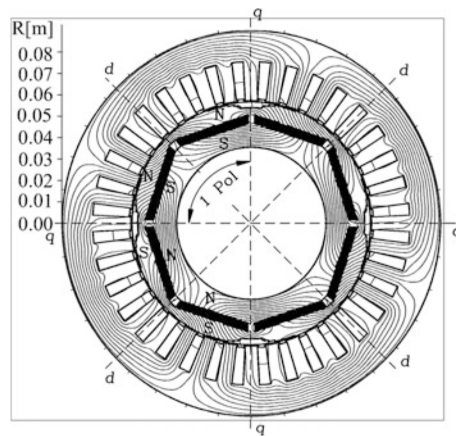


Abb. 9.46 Vierpoliger PM-Synchronmotor als Hauptspindelantrieb in Werkzeugmaschinen für hohe Drehzahlen (16000/min, Rotordurchmesser ca. 105 mm, $q = 3$, Einschicht-Ganzlochwicklung, Wassermantelkühlung): Numerisch berechnetes Magnetfeld bei Bemessungsstrom. Der Luftspalt ist in der q-Achse vergrößert, um die Querinduktivität zu verringern. (Quelle: Schätzer 2001)

sollte, um die Umrichter-Bemessungsleistung klein zu halten. Dies wird durch entsprechende Rotorgestaltung bei der Verwendung vergrabener Magnete in gewissen Grenzen erreicht.

Eine weitere Anwendung für feldgeschwächte PM-Synchronantriebe sind elektrische Hauptantriebe für Elektro- oder Hybridautomobile (Miller 2004, Ade 2008; Neudorfer 2010). Bei kleineren Personenkraftwagen für den Stadtverkehr als batteriebetriebene Elektroautos (ZEV: Zero-emission vehicles) liegt der Leistungsbedarf bei etwa 30 ... 40 kW (Ade und Binder 2004). Um Platz zu sparen, werden die E-Motoren bei hoher Drehzahl betrieben, um das Motordrehmoment und damit die Motorabmessungen möglichst klein zu halten (Schäfer 2007). Ein einstufiges Getriebe mit einem Übersetzungsverhältnis 1:8 zwischen den Antriebsrädern und dem Motor führt bei Maximalgeschwindigkeiten von ca. 130 ... 150 km/h auf Motordrehzahlen 9000 ... 12000/min.

Beispiel 9.17

Der Raddurchmesser eines Elektroautomobils beträgt $D = 0.6$ m und die Getriebeübersetzung $i = 8$. Die Motormaximaldrehzahl beträgt $n_{\max} = 10000/\min$. Wie groß ist die Maximalgeschwindigkeit des Automobils?

Lösung:

$$v_{\max} = D \cdot \pi \cdot n_{\max}/i = 0.6 \cdot \pi \cdot (10000/60)/8 = 39.3 \text{ m/s} = 141 \text{ km/h}$$

Beispiel 9.18

Auslegungsdaten eines flüssigkeitsmantelgekühlten PM-Synchronmotors als Hauptantrieb für ein kleineres Elektroautomobil:

Statorblechpaket-Außendurchmesser $d_s = 200$ mm, Motor-Außendurchmesser 225 mm, Motor-Gesamtlänge 400 mm, Motormasse 45 kg, 6-polig, 36 Ständernuten, Oberflächenmagnete, Batteriespannung 132 V = Zwischenkreisspannung für den Wechselrichter, Umrichter-Stromgrenze 315 A.

Der Motor ist bemessen für ein Dauerdrehmoment 65 Nm zwischen Null und Bemessungsdrehzahl $n_N = 2200/\,\text{min}$, entsprechend einer Bemessungsleistung 15 kW. Kurzzeitig kann der Motor 156 Nm bei Querstromspeisung an der Umrichterstromgrenze erzeugen, was einer Kurzzeitleistung von 36 kW bei Bemessungsdrehzahl entspricht. Die Stufe im gemessenen Stromverlauf Abb. 9.47b ist durch das Umschalten von Blockstrombetrieb bei niedrigen Drehzahlen auf Sinusstrombetrieb bei höheren Drehzahlen bedingt, da die Auflösung des Rotorlagegebers zu klein war, um bei niedriger Drehzahl Sinuskommutierung zu ermöglichen. Bei gleichem Stromscheitelwert $\hat{I}$ ist der Effektivwert des Blockstroms um 15 % höher als der Effektivwert des Sinusstroms. Bis zur Bemessungsdrehzahl erfolgt q-Stromspeisung, darüber Feldschwächbetrieb, sodass der Strom auf Grund des negativen d-Stroms wieder zunimmt. In Abb. 9.48 sinkt

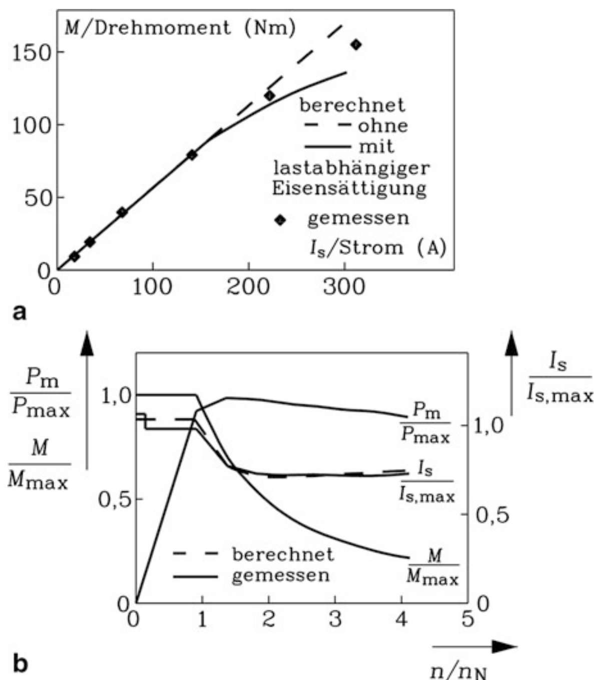


Abb. 9.47 Kennlinien eines umrichtergespeisten PM-Synchronmotors als Elektroautoantrieb: (**a**) Bei niedriger Drehzahl gemessene und berechnete Drehmoment-Querstrom-Charakteristik im zulässigen Strombereich des Umrichters 0 … 315 A (- - - - -/——: Rechnung ohne/mit Berücksichtigung der lastabhängigen Sättigung), (**b**) Gemessene Maximalwerte des Drehmoments, der Wellenleistung und des Ständerstroms (Effektivwert, im Vergleich zu Rechnung - - - - -) zwischen 0 und 9600/min, bei 132V Batteriespannung (Bezugswerte: $n_N = 2200/\,\text{min}$, $M_{max} = 156\,\text{Nm}$, $P_{max} = 35\,\text{kW}$, $I_{s,max} = 315$ A Umrichterstromgrenze) (Quelle: Ackva et al. 1997)

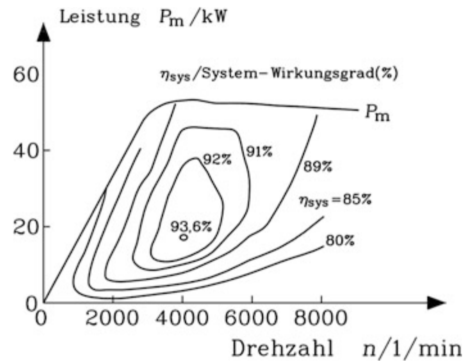


Abb. 9.48 Gemessener System-Wirkungsgrad (= Motor- und Umrichterwirkungsgrad) als Quotient von mechanischer Abgabe- und elektrischer Aufnahmeleistung zwischen 0 und 9600/min, bei 192 V Batteriespannung und 50 kW Kurzzeit-Maximalleistung (Quelle: Ackva et al. 1997)

deshalb der System-Wirkungsgrad η_{sys} als Produkt aus Motor- und Wechselrichter-Wirkungsgrad bei hohen Drehzahlen von seinem Maximalwert 93.6 % auf etwa 82 % bei Maximaldrehzahl ab.

9.6 Permanentmagnet-Synchronmaschinen mit Zahnspulen und High-Torque-Synchronmaschinen

a) Vor- und Nachteile der Zahnspulentechnologie bei PM-Synchronmaschinen: Permanentmagnet-Synchronmaschinen kleinerer Leistung als Servoantriebe, aber auch Maschinen für großes Drehmoment, aber niedrige Drehzahl, werden häufig nicht mit verteilter Drehstromwicklung, sondern mit konzentrierter Wicklung mit Zahnspulen ausgeführt (Huth 1999). Diese Wicklungstechnologie ist eine Sonderform der Drehstrom-Bruchlochwicklung, die bei dreisträngigen Wicklungen mit Bruchlochzahlen $q \approx 1/3$, aber $q \neq 1/3$ ausgeführt wird (Cros und Viarouge 2002; Ishak und Zhu 2005). Sie wurde in Kap. 2 beschrieben und weist gegenüber der verteilten Wicklung die dort genannten Vorteile auf (Abb. 9.49):

- Wenige Nuten pro Pol, daher kostengünstige Fertigung,
- kleine Polteilungen realisierbar, da wenige Nuten pro Pol ausreichen,
- keine Kreuzungen der Wickelköpfe, was die Isolierung der Wicklungsstränge vereinfacht,
- hoher Nutfüllfaktor bei geeigneter Fertigungstechnologie. So werden z. B. die Bleche für die Ständerzähne und das Ständerjoch gesondert gestanzt, sodass die Zähne direkt bewickelt und danach zum vollständigen Stator zusammen gesetzt werden. Alternativ können bei größeren hochpoligen Maschinen einzelne Statorjochabschnitte mit den zugehörigen Zähnen als Module getrennt gefertigt und bewickelt werden, da keine störenden Wicklungskreuzungen vorhanden sind. Der Stator wird dann aus diesen Modulen zusammen gesetzt, weshalb man diese Art der PM-Synchronmaschinen auch modulare Synchronmaschinen nennt.

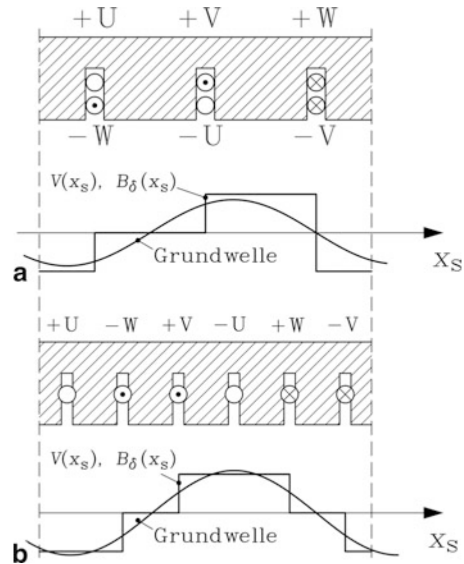


Abb. 9.49 Magnetische Spannungs- und Luftspaltflussdichteverteilung sowie zugehörige Grundwelle bei konstantem Luftspalt für: (**a**) Zahnspulen-Bruchlochwicklung $q = 1/2$, (**b**) verteilte Ganzlochwicklung $q = 1$, jeweils für eine Bestromung $i_U = 0$, $i_V = -i_W = I$

- Geringes Rastmoment auch bei ungeschrägter Maschine, wenn q gemäß den in Abschn. 9.4 angegebenen Regeln ausgewählt wird,
- kurze Wickelköpfe und dadurch verringerte Stromwärmeverluste vor allem bei axial kurzen Maschinen, bei denen die Wickelkopflänge im Verhältnis zur axialen Blechpaketlänge relativ groß ist.

Diesen Vorteilen stehen aber auch einige Nachteile gegenüber:

- Die Form der Ständerfeldverteilung im Luftspalt weicht erheblich stärker von der idealen Sinusform ab als bei verteilten Ganzloch- und Bruchloch-Wicklungen. Es treten dadurch abhängig von der Größe q zusätzliche Oberwellen, aber auch ggf. Unterwellen auf. Diese zusätzlichen Wellen laufen asynchron zum Läufer und rufen dort zusätzliche Ummagnetisierungsverluste im Läufereisen und Wirbelstromverluste in den leitfähigen Teilen, z. B. den Permanentmagneten, hervor (Polinder und Hoeijmakers 1999; Yamazaki und Watari 2005; Ishak et al. 2005; Beckert 2007; Deak et al. 2008). Die entsprechenden Frequenzen und damit die Verluste steigen mit der Drehzahl und Polzahl, sodass vor allem bei höheren Drehzahlen diese zusätzlichen Läuferverluste groß genug werden können, um die Permanentmagnete über ihre zulässige Betriebstemperatur aufzuheizen. Deshalb ist der Einsatz von Zahnspulenwicklungen bei PM-Synchronmaschinen mit hoher Drehzahl, aber auch mit größerer Leistung ($>$ 100 kW), problematisch (Binder 2000; Binder et al. 2004; Deak und Binder 2006a). Es bedarf einer besonders sorgfältigen Vorausberechnung der Verluste und der Erwärmung bzw. einer speziellen Ausführung des Läufers mit sehr dünnen Blechen mit hohem spezifischen elektrischen Widerstand und fein unterteilten Magneten zur Unterbrechung der Wirbelstrombahnen (Atallah et al. 2000; Aoyama et al. 2005).

- Die zusätzlichen Unter- und Oberwellen bewirken zusätzliche Radialkräfte im Luftspalt, die geräusch- und schwingungsanregend wirken können, sodass bei Zahnspulenwicklungen ggf. eine erhöhte Gefahr der Geräusch- und Schwingungsanregung besteht (Taegen und Kolbe 1994).
- Die Unter- und Oberwellen erhöhen die Ständer-Luftspaltinduktivität gemäß Kap. 4 beträchtlich, sodass die synchrone Längs- und Querinduktivität L_d, L_q gegenüber Maschinen mit verteilter Wicklung deutlich größer sind. Im Grunddrehzahlbereich steigt damit bei gegebenem Strombedarf $I_s = I_{sq}$ der Spannungsbedarf U_s der Maschine, wie man bei reiner Querstromspeisung leicht sieht (Deak et al. 2006a, 2007a).

$$U_s = \sqrt{(U_p + R_s I_{sq})^2 + (\omega_s L_q I_{sq})^2} \tag{9.111}$$

Damit steigt bei gleicher Wirkleistung $P = 3U_p I_{sq}$ die Scheinleistung $S = 3U_s I_{sq}$ an, nach der der Umrichter zu bemessen ist, was den Antrieb verteuert (Huth 2005; Deak et al. 2006a, 2007a).

Die hohe Ständerinduktivität erleichtert andererseits den Feldschwächbetrieb, da gemäß Abschn. 9.5 der erforderliche negative feldschwächende d-Strom bei hoher Ständerinduktivität kleiner ausfällt, und damit die mit ihm verbundenen zusätzlichen Stromwärmeverluste (El-Refaie 2005). Weiter wirkt eine hohe Ständerinduktivität glättend auf den Ständer-Stromverlauf bei Umrichterspeisung, wie in Abschn. 9.3.1 erläutert wurde (Bianchi et al. 2005).

Der hohe Anteil an Ständerfeldoberwellen und -unterwellen bei Zahnspulenwicklungen verbietet deren Einsatz bei Käfigläufer-Asynchronmaschinen, da jede Feldwelle den Käfig induziert und zusätzliche Käfigströme mit zusätzlicher Stromwärme und bremsenden Parasitärmomenten hervorruft.

Beispiel 9.19

Vergleich der Statorgeometrie und der Verteilung der magnetischen Spannung $V(x)$ und der radialen Luftspaltflussdichte $B_\delta(x)$ von dreisträngigen Drehstromwicklungen.

a) Konzentrierte Bruchloch-Zahnspulenwicklung $q = 1/2$,
b) Verteilte Ganzlochwicklung $q = 1$.
   1. Wie viele Nuten je Polpaar sind erforderlich?
   2. Zeichnen Sie $V(x)$ und $B_\delta(x)$ bei konstantem Luftspalt δ und unendlich permeablem Eisen für den Augenblick, wo $i_U = 0$, $i_V = -i_W$ ist. Was folgt aus dieser Verteilung für die Oberwellenanalyse?
   3. Treten Unterwellen auf?

Lösung:

1) a) $Q/p = 2 \cdot m \cdot q = 2 \cdot 3 \cdot (1/2) = 3$, b) $Q/p = 2 \cdot m \cdot q = 2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$

Bei der Zahnspulenwicklung verringert sich die Anzahl der erforderlichen Nuten gegenüber der minimal ausführbaren Nutzahl bei Ganzlochwicklungen auf die Hälfte.

2) Magnetische Spannung bei $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$: $V(x) = H_{\delta}(x)\delta$, $B_{\delta}(x) = \mu_0 V(x)/\delta$, siehe Abb. 9.49. Im Fall b) ist die Feldverteilung abszissensymmetrisch, daher treten gemäß Kap. 3 nur Oberwellen mit ungerader, wegen $m = 3$ nicht durch 3 teilbarer Ordnungszahl auf.

$$\nu = 1 + 2m \cdot g, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \nu = 1, -5, +7, -11, +13, \dots$$

Im Fall a) ist die Feldverteilung nicht abszissensymmetrisch, daher treten auch Oberwellen mit gerader, nicht durch 3 teilbarer Ordnungszahl auf.

$$\nu = 1 + m \cdot g, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad \nu = 1, -2, +4, -5, +7, -8, +10, -11, +13, \dots 3)$$

3) Da sich die Wicklungsschemata sowohl im Fall a) als auch b) nach einer Wellenlänge der Grundwelle (Abb. 9.49) wiederholen, ist die Periode der Feldverteilung identisch mit jener der Grundwelle. Es treten somit in diesem Beispiel keine längerwelligen Feldwellen (Unterwellen) im Fourier-Spektrum der Feldverteilung auf.

Die Bruchlochzahl $q = 1/2$ stellt jene dreisträngige Zahnspulenwicklung dar, bei der keine Unterwellen auftreten. Gemäß Kap. 4 ist aber wegen der in Abb. 9.49 sichtbaren Spulenweite (= Nutteilung) $W = \tau_Q = 2\tau_p/3$ der Sehnungsfaktor der Grundwelle nur $k_{p1} = \sin\left(\frac{W}{\tau_p}\frac{\pi}{2}\right) = 0.866$. Gemäß Kap. 3 sind bei anderen Bruchlochzahlen (z. B. $q = 3/8$) die Sehnungsfaktoren wesentlich näher am Maximalwert 1 und erlauben so eine höhere Maschinenausnutzung, die proportional zu k_{w1} bzw. k_{p1} ist. Allerdings nimmt die Zahl der Unterwellen zu. Bei z. B. $q = 3/8$ treten gemäß Kap. 3 zwei Unterwellen auf, eine mit doppelter und eine mit vierfacher Wellenlänge der Grundwelle (Arbeitswelle). Dies kann fallweise zu störenden Parasitäreffekten führen wie z. B. erhöhte Wirbelstromverluste in den elektrisch leitfähigen Teilen des Läufers, sodass eine sorgfältige Prototyperprobung erforderlich ist. Mit den Ständeroberwellen (bzw. Unterwellen) der mit dem Sinusstromsystem (Frequenz f_s) erregten Zahnspulenwicklung im statorfesten Koordinatensystem x_s

$$B_{\delta s\nu}(x_s, t) = \hat{B}_{\delta s\nu} \cdot \cos\left(\frac{\nu\pi x_s}{\tau_p} - 2\pi \cdot f_s \cdot t\right) \tag{9.112}$$

und den Läufer-Oberwellen der Permanentmagneterregung

$$B_{\delta r\mu}(x_s, t) = \hat{B}_{\delta r\mu} \cdot \cos\left(\frac{\mu\pi x_s}{\tau_p} - 2\pi \cdot \mu \cdot f_s \cdot t\right) \tag{9.113}$$

erhalten wir gemäß Kap. 6 die anregenden Radialkraftwellen als Zugkraft je Flächeneinheit

$$f_n = \frac{B_n^2}{2\mu_0} = \frac{(\sum\limits_{\nu} B_{\delta s\nu} + \sum\limits_{\mu} B_{\delta r\mu})^2}{2\mu_0}, \tag{9.114}$$

indem (9.112) und (9.113) in (9.114) eingesetzt werden. Wie in Kap. 6 sind vor allem die gemischten Produkte

$$f_n \sim \hat{B}_{\delta s\nu} \cos\left(\frac{\nu\pi x_s}{\tau_p} - \omega_s t\right) \cdot \hat{B}_{\delta r\mu} \cos\left(\frac{\mu\pi x_s}{\tau_p} - \mu\omega_s t\right) \tag{9.115}$$

für die Geräusch- und Schwingungsanregung relevant. Mit der Umformung $2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)$ wird aus (9.115) die Darstellung

$$f_n \sim \frac{\hat{B}_{\delta s\nu}\hat{B}_{\delta r\mu}}{2} \cos\left(\frac{(\nu \pm \mu)p\pi x_s}{p\tau_p} - (1 \pm \mu)\omega_s t\right) \tag{9.116}$$

$$f_n \sim \frac{\hat{B}_{\delta s\nu}\hat{B}_{\delta r\mu}}{2} \cdot \cos\left(\frac{r \cdot \pi x_s}{p\tau_p} - \omega_{Ton} t\right) \tag{9.117}$$

erhalten. Darin ist die Knotenzahl der anregenden Radialkraftwellen $2r = 2p(\nu \pm \mu)$, und die zugehörigen Frequenzen der Kraftwellen sind $f_{Ton} = (1 \pm \mu) \cdot \omega_s/(2\pi)$, die die anregende Tonfrequenzen sind. Stimmt eine dieser anregenden Frequenzen mit einer Biegeeigenfrequenz des Ständerjochs überein, so kommt es zu resonanter Schwingungsanregung mit relativ großer Schwingungsamplitude, sodass ggf. ein unangenehm lauter magnetisch erregter Ton abgestrahlt wird.

Beispiel 9.20

Ein kleiner PM-Synchronmotor mit PM-Außenläufer als umrichtergespeister Waschmaschinenantrieb ist $2p = 8$-polig mit einer Drehstromwicklung $q = 1/2$ in Zahnspulentechnik ausgeführt. Er hat 12 halbgeschlossene Nuten, versenkte NdFeB-Magnete im Läufer und einen konstanten mechanisch wirksamen Luftspalt. Gemäß Bsp. 9.19 hat die Maschine die dominanten zusätzliche Oberwellen mit den Ordnungszahlen $\nu = -2$ und $\nu = 4$ gegenüber einer Ausführung mit verteilter Wicklung.

Berechnen Sie gemäß Kap. 6 die Beträge der Ordnungszahlen r und der Frequenzen f_{Ton} der Radialkraftwellen, die durch Wechselwirkung der Ständer-Oberwelle $\nu = -2$ a) mit der Läufergrundwelle $\mu = 1$ und b) mit der Läuferoberwelle $\mu = 3$ auftreten.

Lösung:

a) Kraftanregung durch die Rotorgrundwelle $\mu = 1$ und die Statoroberwelle $\nu = -2$:

$$\nu = -2, \quad \mu = 1: \quad r = |(-2+1)p| = p, f_{Ton} = |f_s \cdot (1+1)| = 2f_s$$

b) Rotoroberwelle $\mu = 3$ und Statoroberwelle $\nu = -2$:

$$\nu = -2, \quad \mu = 3: \quad r = (-2+3)p = p, f_{Ton} = f_s \cdot (1+3) = 4f_s$$

Es treten Anregefrequenzen mit 2-facher, 4-facher, und bei Berücksichtigung weiterer Läuferoberwellen mit höherer Ordnungszahl μ und i. A. kleinerer Feldamplitude auch 6-facher etc. Statorfrequenz auf, wobei die Anzahl der Schwingungsknoten $2r = 2p = 8$ zu einer 8-poligen Jochverformung führt. Diese 8-knotigen Jochbiegeschwingungen werden dominant mit $2f_s$ und $4f_s$ angeregt, da höhere Frequenzen nur durch kleinere Kraftamplituden erregt werden.

Beispiel 9.21

Der PM-Synchronmotor mit $2p = 8$ von Bsp. 9.20 wurde mit Luftkühlung am MOSFET-Spannungszwischenkreis-Umrichter bei einer Schaltfrequenz 16 kHz betrieben. Die Drehzahl n wurde im Bereich zwischen 5000 ... 15000/min kontinuierlich verändert, indem die Stator-Grundfrequenz f_s im Bereich 333 ... 1000 Hz verändert wurde. Die Frequenz der dominanten geräuschanregenden Kraft $2f_s$ variierte somit im Bereich 666 ... 2000 Hz. Bei 1200 Hz wurde eine Jochbiegeschwingung resonant angeregt. Es kam zu einer Zunahme des gemessenen Schalldruckpegels in 1 m Abstand von 20 dB(A). Ein vergleichbarer Motor mit verteilter Wicklung war zwar axial deutlich länger wegen der großen Wickelköpfe, regte aber diese Jochbiegeschwingung $r = 4$ nicht an, da die Oberwelle $\nu = -2$ im Feldwellenspektrum der verteilten Wicklung nicht auftritt!

Beispiel 9.22

Rüttelkraft bei einem dreisträngigen PM-Synchronmotor mit einer Stator-Zahnspulenwicklung und den Daten $2p = 8$, 9 halbgeschlossene ungeschrägte Statornuten, $q = 3/8$. Der ungeschrägte Läufer hat Oberflächen-NdFeB-Magnete. Der Luftspalt ist konstant.

1. Welche Polpaarzahlen $\nu \cdot p$, $\mu \cdot p$ treten bei den Ständer- und Läuferfeldwellen bis zur Polpaarzahl 28 auf?
2. Wie groß sind die Beträge der Knotenpaarzahl r und Tonfrequenz f_{Ton} der dominanten Radialkraftanregung aus der Rotorgrundwelle $\mu = 1$ und der Statoroberwelle $\nu = -5/4$? Wie schnell dreht die Kraftwelle?
3. Geben Sie r und f_{Ton} für die Radialkraftwellen aus
   a) der Rotoroberwelle $\mu = 3$ und Statoroberwelle $\nu = 13/4$ und
   b) der Rotoroberwelle $\mu = 5$ und Statoroberwelle $\nu = 19/4$ an.
   Diskutieren Sie das Ergebnis!

Lösung:

1) $\nu \cdot p = 1, -2, 4, -5, 7, -8, 10, -11, 13, -14, 16, -17, 19, -20, 22, -23, 25, -26, 28, \ldots$

$$\mu \cdot p = 4, 12, 20, 28, 36, \ldots$$

2) Knotenzahl: $2r = 2p \cdot |\nu \pm \mu|$, Tonfrequenz: $f_{\text{Ton}} = |1 \pm \mu|\,\omega_s/(2\pi)$. Dominante Kraftanregung aus Rotorgrundwelle $\mu = 1$ und Statoroberwelle $\nu = -5/4$:

$$r = |(-5/4 + 1) \cdot 4| = 1, f_{\text{Ton}} = |f_s(1 + 1)| = 2f_s.$$

Die Kraftwelle $f_n \sim \frac{\hat{B}_\nu \hat{B}_\mu}{2} \cdot \cos(\frac{\pi x_s}{p\tau_p} - 2\omega_s t)$ dreht mit 8-facher Synchrondrehzahl $dx_s/dt = v = 2p \cdot 2f_s\tau_p = 8v_{\text{syn}}$.

3) Ordnungszahlen der Radialkraftwellen:

$$\nu = 13/4, \quad \mu = 3: \quad r = (13/4 - 3) \cdot 4 = 1,\ f_{\text{Ton}} = f_s \cdot |1 - 3| = 2f_s$$
$$\nu = 19/4, \quad \mu = 5: \quad r = |19/4 - 5| \cdot 4 = 1,\ f_{\text{Ton}} = f_s \cdot |1 - 5| = 4f_s$$

Es treten $2r = 2$-polige Kraftwellen auf, die gemäß Kap. 6 als Rüttelkraft auf den Läufer und auf das Gehäuse mit den Frequenzen $2f_s, 4f_s, \ldots$ wirken. Diese Rüttelkräfte können vermieden werden, wenn anstatt einer 8-poligen Ausführung, die nur ein Urschema der Ständerwicklung zulässt (vgl. Kap. 2 und 3), auf eine 16-polige Ausführung mit zwei Urschemen übergegangen wird (Abb. 9.50). Dann ist z. B. die dominante Kraftanregung gemäß 2) wegen $2p = 16$ gegeben durch $r = |(-5/4 + 1) \cdot 8| = 2, f_{\text{Ton}} = |f_s(1 + 1)| = 2f_s$. Es tritt eine vierknotige Kraftwelle auf, die gemäß Kap. 6 vor allem das Ständerjoch elliptisch verformt. Es tritt aber keine Rüttelkraft auf.

Fazit:
Mit Zahnspulen werden axial sehr kurze Wickelköpfe mit entsprechend verringerten Stromwärmeverlusten bei gleichzeitiger Vermeidung von Wicklungskreuzungen erreicht. Es lassen sich kleine Polteilungen ausführen, was bei hochpoligen Maschinen kleinerer Leistung von Vorteil ist. Allerdings steigt der Anteil an Oberwellen und ggf. Unterwellen

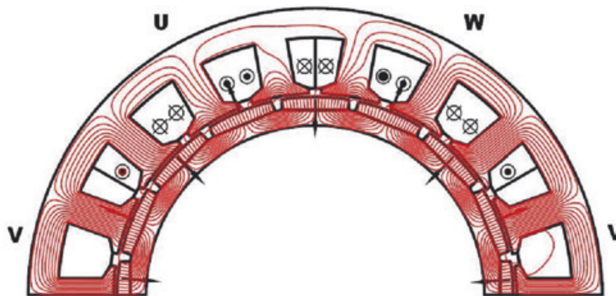


Abb. 9.50 Obere Hälfte des Axialschnitts einer PM-Synchronmaschine mit Zahnspulenwicklung $2p = 16$, $q = 3/8$ und Läuferoberflächenmagneten (1 Magnet/Pol). Dargestellt sind die numerisch berechneten Feldlinien der magnetischen Flussdichte bei Sinus-Bemessungsstrom für den Zeitpunkt $i_V = 0$, $i_U = -i_W$. (Quelle: TU Darmstadt, Programm FEMAG)

des Ständerluftspaltfelds gegenüber dem Fall verteilter Wicklungen. Dies führt zu einer Erhöhung der Ständerinduktivität und zu erhöhten zusätzlichen Verlusten im Läufer infolge Wirbelströmen und Hystereseverlusten, fallweise auch zu erhöhten magnetisch erregten Geräuschen und Schwingungen.

b) High-Torque-PM-Synchronmaschinen: Für Antriebsanwendungen mit niedriger Drehzahl, aber hohem Drehmoment eignen sich besonders hochpolige PM-Synchronmaschinen mit Zahnspulenwicklung, da kleine Polteilungen bei mäßig großer Nutzahl, axial kurzen Wickelköpfen und niedrigem Rastmoment auch bei ungeschrägter Ausführung möglich sind. Werden bei Querstromspeisung der Strombelag A, die Amplitude der Grundwellen-Luftspaltflussdichte $\hat{B}_{\delta 1}$, der Bohrungsdurchmesser d_{si} und die axiale Aktivlänge l_{e} konstant gehalten, so ist gemäß Kap. 4 über die Esson'sche Ausnutzungsziffer auch das Drehmoment wegen $M_{\mathrm{e}} \sim k_{\mathrm{ws}} \cdot A \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot d_{\mathrm{si}}^2 l_{\mathrm{e}}$ mit $k_{\mathrm{ws}} \approx 1$ annähernd konstant. Wird bei diesen konstanten Größen die Polpaarzahl über das Verhältnis $x = p_2/p_1 > 1$ von der Polzahl $2p_1$ auf die Polzahl $2p_2$ erhöht, so sinkt der Grundwellenfluss pro Pol $\Phi_{\delta 1} = d_{\mathrm{si}} l_{\mathrm{e}} \hat{B}_{\delta 1}/p$ um $1/x$, da die Polteilung $\tau_{\mathrm{p}} = d_{\mathrm{si}}\pi/(2p)$ kleiner wird. Dieser Fluss teilt sich je zur Hälfte links und rechts in das Statorjoch (Abb. 9.50), dessen Jochhöhe h_{ys} bei gleichbleibender maximaler, tangential gerichteter Statorjochflussdichte $\hat{B}_{\mathrm{ys1}}$ mit steigender Polzahl ebenfalls um $1/x$ kleiner gewählt werden kann. Da das Statorjoch aus isolierten Blechen besteht, ist je Blech der dünne Isolationsauftrag zu berücksichtigen, sodass je Blech der Anteil der Eisendicke an der Gesamtblechdicke um den Eisenfüllfaktor $k_{\mathrm{Fe}} \approx 0.95 \ldots 0.97$ kleiner ist. Folglich ist der Statorjochfluss zufolge $\Phi_{\delta 1}$ durch $\Phi_{\mathrm{ys1}} = \Phi_{\delta 1}/2 = h_{\mathrm{ys}} l_{\mathrm{Fe}} k_{\mathrm{Fe}} \hat{B}_{\mathrm{ys1}}$ bestimmt, und es folgt für die Statorjochhöhe bei steigender Polzahl und obigen Annahmen

$$h_{\mathrm{ys}} = \frac{\hat{B}_{\delta 1}}{2\hat{B}_{\mathrm{ys1}}} \cdot \frac{l_{\mathrm{e}}}{l_{\mathrm{Fe}} k_{\mathrm{Fe}}} \cdot \frac{d_{\mathrm{si}}}{p}. \tag{9.118}$$

Das Gleiche gilt für die Rotorjochhöhe h_{yr}. Da gemäß Kap. 2 die Länge der Spulen im Wickelkopfbereich proportional zur Spulenweite $W \approx \tau_{\mathrm{p}}$ ist, verringert sich auch diese Länge bei steigender Polzahl mit $1/x$. Damit sinken mit steigender Polzahl sowohl die Aktiveisen- als auch die Kupfermassen in der Maschine.

Das die Läufermagnete an der im Motorbetrieb ablaufenden Magnetkante entmagnetisierende Statorfeld ist durch den Ständerstrombelag A und die Polteilung bestimmt. Bei Oberflächenmagneten, vernachlässigter Dicke d_{B} einer amagnetischen Läuferbandage, vernachlässigtem Einfluss der Nutöffnungen und bei $\mu_{\mathrm{Fe}} \to \infty$ gilt für diese magnetische Feldstärke (Abb. 9.23)

$$H_{\delta,\mathrm{s}}(x = \tau_{\mathrm{p}}/2) = \frac{A \cdot \tau_{\mathrm{p}}}{2 \cdot (\delta + h_{\mathrm{M}})}. \tag{9.119}$$

Wenn dieses entmagnetisierende Feld einen kritischen Wert nicht überschreiten soll, so können bei steigender Polzahl und damit verringerter Polteilung Luftspalt und

Magnethöhe in gleicher Weise um $1/x$ verringert werden. Wegen $\hat{B}_{\delta 1} \sim B_p \approx B_R/(1 + \delta/h_M)$ bei Oberflächenmagneten bleibt die radiale Luftspaltflussdichte konstant, wenn δ und h_M gleichermaßen um $1/x$ sinken. Bei – bezogen auf gleichen Strombelag A – gleicher Entmagnetisierfestigkeit kann bei höherpoligen Maschinen das Volumen des erforderlichen Magnetmaterials verringert werden. High-Torque-Maschinen zeichnen sich also durch geringe Jochhöhen und große Bohrungsdurchmesser aus, haben also in ihren Aktivabmessungen ein ringförmiges Aussehen. Wegen des hohen Drehmoments kann in vielen Fällen auf ein momentenerhöhendes Getriebe verzichtet werden, sodass der Antrieb direkt die Lastmaschine antreibt (Gißler 2005). Solche Direktantriebe zeichnen sich durch zahlreiche Vorteile aus. Die möglichst weitgehende Vermeidung von mechanischen Übertragungselementen zwischen E-Motor und Arbeitsmaschine bedeutet verringerten mechanischen Verschleiß, kleineres Geräusch, geringeren Wartungsaufwand und einen Wegfall der störenden mechanischen Lose, wie sie in Getrieben in der Regel kaum vermeidbar ist (Doppelbauer 2008). Die ringförmige E-Motor-Struktur ermöglicht häufig eine gute Integration des Motors in die Arbeitsmaschine, z. B. als Antrieb bei Rundtischen, Druckwalzen (Budig 2009), aber auch bei großer elektrischer Leistung als Ringmotorantriebe für Kohle- und Erzmühlen oder Drehrohröfen in Zementwerken. Der damit einhergehende geringere Platzbedarf führt zu kompakten Antrieben und in die Arbeitsmaschine integrierte kundenspezifische Antriebslösungen (Jöckel 2003). Die dadurch axial sehr kurze Bauweise führt zu einer hohen Torsionssteifigkeit (= hohe Torsionsfederkonstante c) und mit (9.66) zu hohen Torsionseigenfrequenzen des Antriebsstrangs. Diese erhöhte Systemsteifigkeit erlaubt sehr rasche Geschwindigkeitsänderungen, also hohe Beschleunigungen und damit hohe Drehmomentstöße ohne die Gefahr resonant angeregter Drehschwingungen (Groß et al. 2006; Greubel und Storath 2007). Die Grenzfrequenz der eingesetzten Positions- oder Drehzahlregelung kann somit höher gewählt werden als bei herkömmlichen Antrieben mit Getriebe. Dieser Einsatz hoch dynamischer Regelungen eignet sich für rasche und trotzdem genaue Positionieraufgaben. Dank der hohen Beschleunigungen ergeben sich verkürzte Taktzeiten bei Bearbeitungsvorgängen. Neben den ringförmigen High-Torque-Motoren werden auch sektorförmige Motorabschnitte als „Sektormotoren" eingesetzt. Dies sind gekrümmte Linearmotoren. Die ungekrümmte Ausführung ist der Permanentmagnet-Synchron-Linearmotor, der sich anstelle des hohen Drehmoments durch eine hohe Schubkraft auszeichnet. Allerdings erfordert in den Fällen, wo neben hohem Drehmoment auch eine nicht zu kleine Drehzahl gewünscht ist, die Ausführung des High-Torque-Antriebs eine relativ hohe Grundfrequenz, die der Umrichter zur Verfügung stellen muss. Für dieselbe Synchrongeschwindigkeit $v_{syn} = 2f_s\tau_p$ muss bei um den Faktor $1/x$ verringerter Polteilung die Grundfrequenz um den Faktor x erhöht werden. Der Wirbelstromverlust-Anteil der Ummagnetisierungsverluste steigt gemäß Kap. 1 mit dem Quadrat der Frequenz. Die Abnahme der Jochmasse um $1/x$ führt zu einer Zunahme der Wirbelstromverluste dort wegen $P_{Ft} \sim m_y \cdot f_s^2$ um den Faktor $P_{Ft2}/P_{Ft1} = (1/x) \cdot x^2 = x$. Die Zahnmasse kann bei konstantem A nicht verringert werden, sodass dort die Ummagnetisierungsverluste stärker steigen. Deshalb sind High-Torque-Antriebe in der Regel für niedrige Drehzahlen typisch unter 1000/min gut geeignet, wo

die Ummagnetisierungsverluste i. A. eine untergeordnete Rolle gegenüber den dominanten Stromwärmeverlusten spielen (Koch 2006).

Beispiel 9.23

Abschätzung der Aktivmassenreduktion beim Übergang von einer 8-poligen zu einer 16-poligen PM-Synchronmaschine bei gleichen Bemessungsdaten 70 Nm, 100 A, Sinus-Querstromspeisung und einer Stator-Flüssigkeitsmantelkühlung. Bei der 8-poligen Maschine A und der 16-poligen Maschine B ($p_A/p_B = 1/2$) sind gleich: Drehmoment M, Drehzahl n, Strangzahl $m = 3$, Stator-Strangspannung U und Strangstrom I, Strombelag A, Luftspaltflussdichte $B_p = 0.67$ T der Permanentmagnete, Leiterstromdichte $J = 12$ A/mm^2, Luftspalt δ, Magnethöhe h_M und die ungesehnte, verteilte Wicklung $q = 2$. Maschine B hat dieselbe Nut-Zahn-Geometrie wie Maschine A: gleiche Zahnbreite b_d, Zahnlänge l_d, gleiche Jochhöhen h_{ys} und h_{yr}, gleiche Polteilung, gleiche Drahtquerschnitte q_{Cu} und gleiche Längen der Spulen im Wickelkopf l_b.

Ergebnis:
Der Bohrungsdurchmesser d_{si} ist bei B doppelt so groß ($d_{siA}/d_{siB} = 1/2$), ebenso die Windungszahl je Strang $N(N_A/N_B = 1/2)$ und die Nutzahl $Q_s(Q_{sA}/Q_{sB} = 1/2)$. Wegen $M_e \sim k_{ws} \cdot A \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot d_{si}^2 l_e$ ist die axiale Eisenlänge l_{Fe} bei B nur $^1/_4$ des Werts von A ($l_{FeA}/l_{FeB} = 4/1$). Die Jochmassen werden abgeschätzt mit $m_y \sim d_{si} \cdot h_y \cdot l_{Fe}$, die Zahnmassen mit $m_d \sim Q_s \cdot b_d \cdot l_d \cdot l_{Fe}$, die Wicklungs-Kupfermassen mit $m_{Cu} \sim q_{Cu} \cdot N \cdot 2 \cdot (l_{Fe} + l_b)$, der Wicklungs-Strangwiderstand mit $R_s \sim N \cdot 2 \cdot (l_{Fe} + l_b)/q_{Cu}$. Mit den genannten Relationen für die Polpaarzahlen der beiden Maschinen A und B $p_A/p_B = {}^1/_2$ können die in Tab. 9.9 angegebenen Verhältnisse einer genaueren Maschinenberechnung (Lutz 1996) überprüft werden.
Während die Aktiv-Eisenmassen durch die Polzahlverdopplung um die Hälfte sinken, sinkt die Kupfermasse nur um 25 %, da die Länge der Spulen im Wickelkopf gleich

Tab. 9.9 Aktivmassen und Parameter der beiden PM-Synchronmaschinen A und B für dieselben elektrischen Bemessungsdaten und dieselbe Nut-Zahn- und Pol-Geometrie, aber unterschiedliche Polzahlen (Abb. 9.51)

PM-Synchronmaschine		A	B	Änderung
Polzahl	[–]	8	16	+50 %
Q_s	[–]	48	96	+100 %
d_{si}	[mm]	95	190	+100 %
l_{Fe}	[mm]	305	76	–75 %
R_s	[mΩ]	25	19	–25 %
NdFeB Magnetmasse	[kg]	1.25	0.79	–36 %
Eisen-Aktivmasse: Joch, Zahn	[kg]	17.2	8.3	–50 %
Kupfermasse	[kg]	3.1	2.3	–25 %

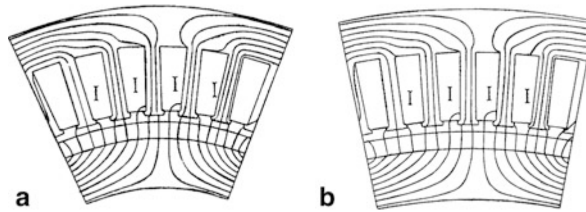


Abb. 9.51 Querschnitt je Pol der (**a**) 8-poligen PM-Synchronmaschine A und (**b**) der 16-poligen Maschine B mit numerisch berechnetem Feldlinienbild der magnetischen Flussdichte bei Bemessungsmoment 70 Nm und Sinus-Querstromspeisung $I_s = I_q, I_d = 0$ für den Zeitpunkt $i_U = 0$, $i_V = -i_W = I$. (Quelle: Lutz 1996)

bleibt. Die Magnetmasse sinkt nur um 36 %, da die doppelt so hohe Oberflächengeschwindigkeit eine dickere Bandage erfordert, sodass die Magnethöhe etwas erhöht werden muss, um die selbe Luftspaltflussdichte zu erhalten.

Im Bsp. 9.23 ist die Nutteilung $\tau_Q = d_{si}\pi/Q_s$ mit $\tau_Q = 95 \cdot \pi/48 = 6.2$mm bereits sehr klein, sodass in der Regel anstatt $q = 2$ bei High-Torque-Maschinen mit verteilter Wicklung die Lochzahl $q = 1$ ausgeführt wird. Diese Ausführung kommt dann zum Einsatz, wenn höhere Drehzahlen als 1000/min angestrebt werden. Wegen der gegenüber Zahnspulen geringeren Anzahl von Oberwellen ergeben sich niedrigere Läufer-Zusatzverluste und eine kleinere Ständer-Wicklungsinduktivität, sodass der Leistungsfaktor höher und die Umrichter-Bemessungsleistung kleiner ist als bei Zahnspulenwicklungen. Allerdings ist die Gestaltung des Wickelkopfs vor allem bei Einschicht-Wicklungen aufwändiger, sodass bei niedrigeren Bemessungsdrehzahlen häufig die Zahnspulenwicklung eingesetzt wird. Selbst bei Maschinen mit größerer Leistung im hunderte kW-Bereich wird der Einsatz der Zahnspulenwicklungen bereits erwogen bzw. erprobt (Koch et al. 2002; Reichert 2009), wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 9.24

Entwurf eines getriebelosen Direktantriebs mit einer dreisträngigen, 28-poligen PM-Synchronmaschine für U-Bahnen (Tab. 9.10 und Abb. 9.52) mit Zahnspulenwicklung und Oberflächenmagneten im Läufer.
Zwei unterschiedliche Zahnspulenwicklungen wurden für diesen Antrieb entworfen: $q = 1/2$ als Einschichtwicklung mit 4 mm schmalen Zwischenzähnen und $q = 1/2$ mit Zweischichtwicklung und gleich breiten Zähnen (Abb. 9.53).

Beispiel 9.25

Fünfsträngiger, 12-poliger Radnabenantrieb für ein Militärfahrzeug mit Außenläufer-PM-Synchronantrieb und Zahnspulenwicklung (Abb. 9.54, Bausch und Koletschke 1984).

Tab. 9.10 Bemessungsdaten eines U-Bahn-Direktantriebs gemäß Abb. 9.52

Bemessungsleistung P_N	250 kW
Radsatz-Bemessungs-/Maximaldrehzahl n_N/n_{max}	398/min/772/min
Drehmoment M bei n_N und n_{max}	6000 Nm/3094 Nm
Gleichspannung im Zwischenkreis U_d	750 V
Grundschwingungs-Strangspannung U_N (eff.)	338 V ($n_N \leq n \leq n_{max}$)
Außen-/Bohrungsdurchmesser d_a/d_{si}	390 mm/282 mm
Luftspalt und Bandagendicke $\delta + d_B$	1.34 mm
Polteilung τ_p/Magnethöhe h_M/Eisenlänge l_{Fe}	31.6 mm/7 mm/975 mm

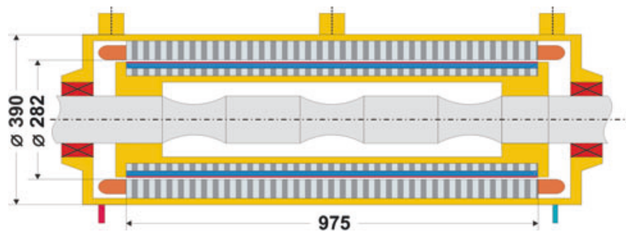


Abb. 9.52 Längsschnitt einer direkt auf der Radsatzwelle montierten getriebelosen PM-Synchronmaschine als U-Bahn-Antrieb (Quelle: Koch 2006)

Ergebnis:
Jeder Zahn ist einem Strang zugeordnet und ist ein Modul ($Q_M = 1$), er wird getrennt bewickelt, was einen hohen Nutfüllfaktor ergibt. Danach werden alle Zähne zum Stator zusammengefügt. Das Wicklungsschema besteht aus zwei Urschemen $z_S = 2$. Mit der Strangzahl $m = 5$ (a ...e) erhalten wir die Nutzahl $Q_s = z_S \cdot m \cdot Q_M = 10$. Mit der Polzahl $2p = 12$ ergibt sich die Lochzahl $q = Q_s/(2p \cdot m) = 10/(12 \cdot 5) = 1/6$.

Beispiel 9.26

Dreisträngiger, 28-poliger High-Torque-Antrieb mit Zahnspulenwicklung für Extruder (Stator: Abb. 9.55a): $q = 1/2$ Einschichtwicklung mit schmalen Zwischenzähnen.

Ergebnis:
Jeder Zahn ist einem Strang zugeordnet und ist ein Modul ($Q_M = 1$). Vier Läufermagnetpole und drei Stator-Module bilden ein Urschema. Das Wicklungsschema umfasst somit 7 Urschemen $z_S = 7$. Mit der Strangzahl $m = 3$ erhalten wir die Nutzahl $Q_s = 2p \cdot m \cdot q = 28 \cdot 3 \cdot (1/2) = 42$. Das Ständerfeld hat gemäß Kap. 3 eine Unterwelle, deren Wellenlänge vier Polteilungen beträgt. Die Arbeitswelle ist die Oberwelle mit der Wellenlänge $2\tau_p$.

Eine hochpolige Sonderform der High-Torque-PM-Synchronmaschine mit sehr kleinen Polteilungen im Bereich von ca. 10 ... 20 mm ist die Transversalflussmaschine

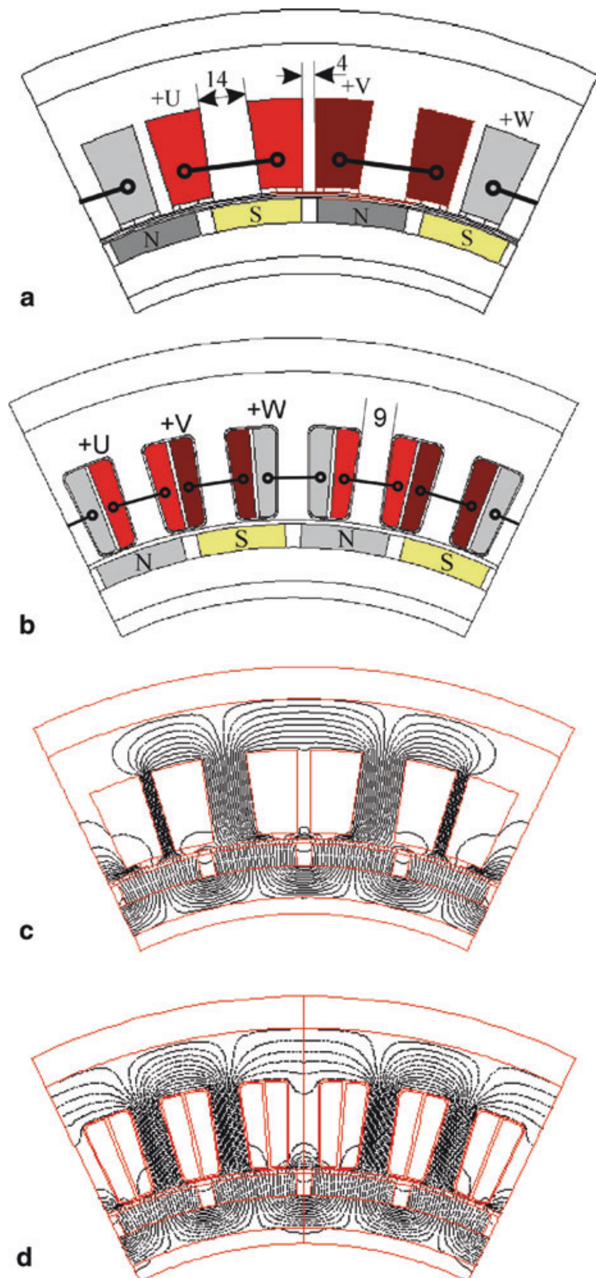


Abb. 9.53 Querschnitt von 4 Polen einer PM-Synchronmaschine als getriebeloser U-Bahn-Antrieb: (**a**) $q = 1/2$ Einschichtwicklung, (**b**) $q = 1/2$ Zweischichtwicklung, (**c**) und (**d**) Numerisch berechnete Feldbilder der Leerlaufflussdichte zu a) und b). (Quelle: Koch und Binder 2002)

(Weh 1988; Gao 1994; Jajtić 1994). Solche kleine Polteilungen lassen sich mit der herkömmlichen Nut-Zahn-Struktur selbst mit Zahnspulenwicklungen kaum mehr ausführen. Die Ständerwicklung besteht je Strang aus einer Ringspule mit U-förmigen, axial ausgerichteten Ständerjochen (Abb. 9.56), die im Abstand einer doppelten Polteilung am

Abb. 9.54 Modulare PM-Synchronmaschine mit Außenläufer als Radnabenantrieb und 5-strängiger Zahnspulen-Zweischichtwicklung (N_c Windungen je Spule) mit den Strängen a, b, c, d, e (Quelle: Kolletschke 1987)

Umfang über der Ringspule angeordnet sind und den Stator-Rückschluss des Magnetflusses übernehmen. Der Fluss schließt sich somit über die U-Joche quer (transversal) zur Bewegungsrichtung, was gemäß Laithwaite den Namen „Transversalflussmaschine" begründet (Laithwaite et al. 1971). Die sonst in diesem Buch dargestellten E-Maschinen mit Nut-Zahn-Struktur, bei denen sich der Fluss in der Blechebene in Bewegungsrichtung des Läufers schließt, wären demnach „Longitudinalfluss-Maschinen".

Die je Ringspule in zwei Reihen angeordneten Läufer-Permanentmagnete liegen unterhalb der beiden Enden der U-Joche und bilden dort die elektromagnetische Tangentialkraft, was in Abb. 9.57 erkennbar ist. Dort sind die Läufermagnete mit der Bedingung $H_{CB}h_M = \Theta_M$ durch Läufer-Gleichstromspulen mit der Spulendurchflutung Θ_M gedanklich ersetzt, um die Kraftbildung durch die Stator-Luftspaltflussdichte $B_s \sim I_s$ über die Lorentz-Kraft gemäß $F_t = B_s \cdot \Theta_M \cdot 2h$ je U-Joch zu veranschaulichen (Lange 2000). Liegt die Pollücke zwischen den jeweiligen N- und S-Magneten einer Magnetreihe, also die q-Achse, mittig unter dem jeweiligen U-Joch, ist die Tangentialkraft bei gegebener Ringspulenbestromung I_s maximal (Abb. 9.57a). Liegt der jeweilige N- bzw. S-Magnet mittig unter dem U-Joch (d-Achsenstellung), ist die Kraft bei gegebener Ringspulenbestromung $I_s = I$ minimal, nämlich Null (Abb. 9.57b). Wären die U-Joche im Abstand einer Polteilung angeordnet, wäre die Tangentialkraft benachbarter U-Joche entgegengesetzt und die Gesamtkraft Null. Die Polaritäten der beiden Magnetreihen je Ringspule müssen gemäß Abb. 9.56b entgegen gesetzt sein. Bei Speisung mit Wechselstrom müssen daher bei den d-Stellungen des Läufers die Stromnulldurchgänge des Ständerstroms auftreten und bei den q-Stellungen die Stromamplituden, was dem Betrieb einer PM-Synchronmaschine mit q-Stromspeisung entspricht, um maximale Tangentialkraft bzw. maximales Drehmoment zu erhalten.

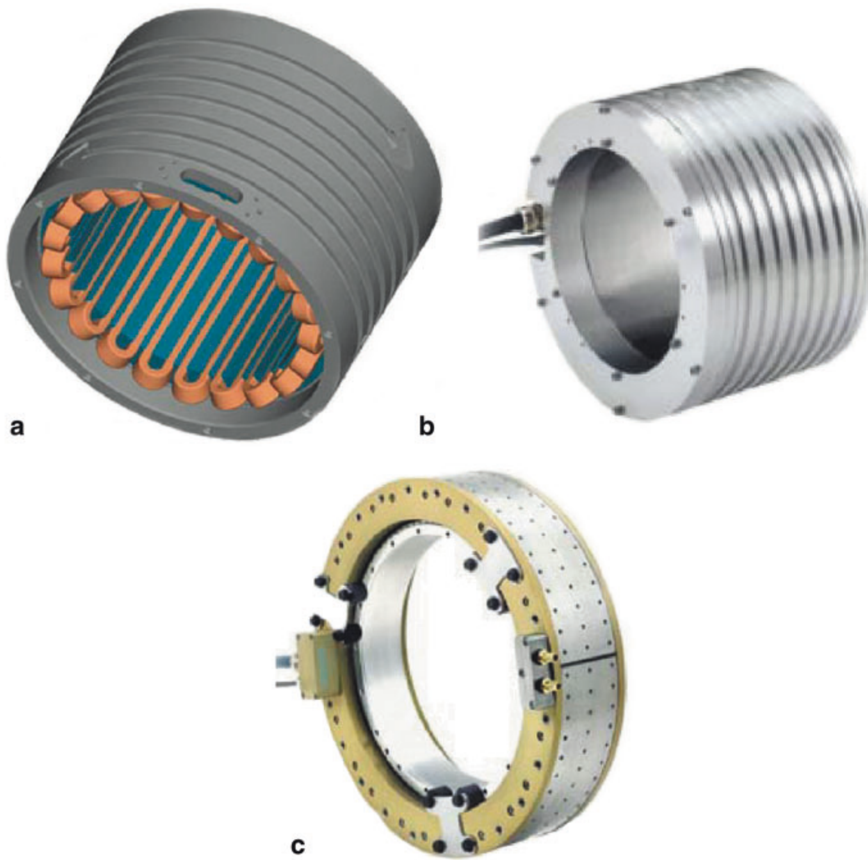


Abb. 9.55 High-Torque-PM-Synchronmaschinen: (**a**) Stator mit einer Einschicht-Zahnspulenwicklung $q = 1/2$ und schmalen Zwischenzähnen. Der Spiralkühlkanal der Flüssigkeitsmantelkühlung ist erkennbar. (**b**) Ausgeführter Stator mit Spiralkühlkanal (Quelle: Storath und Zelleröhr 2002), (**c**) Komplettierter Stator und mit einer Lasche fixierter PM-Rotor mit Oberflächenmagneten als Einbaumotor (Quelle: Siemens AG)

Gemäß Abb. 9.58 entsteht somit bei q-Stromspeisung der Ständerwicklung mit Wechselstrom $i_s(t)$ mit der der Frequenz $f_s = 1/T$ (die Läuferstellung wird dazu z. B. über einen Polradlagegeber an den speisenden Umrichter gemeldet) wie bei jeder Einphasen-Anordnung eines Energiewandlers eine mit doppelter Ständer(grund)frequenz pulsierende Tangentialkraft. Mehrere axial angeordnete, um $2\tau_p/m$ räumlich verschobene Ständerringspulen-U-Joch-Systeme ergeben, mit um $2\pi/m$ phasenverschobenen Ringspulenströmen, entsprechende um $2\pi/m$ phasenversetzte Tangentialkräfte. Dies gilt für ungerade Strangzahlen m; für gerade Strangzahlen m gilt τ_p/m bzw. π/m (vgl. Kap. 3). Die zugehörigen pulsierenden Drehmomente addieren sich auf der mechanischen Läuferwelle zum theoretisch zeitlich konstanten resultierenden Drehmoment. Alternativ können

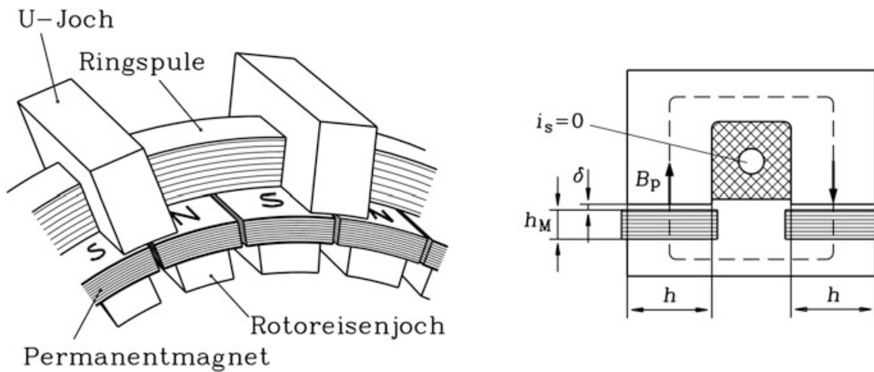


Abb. 9.56 Konfiguration (links) und Längsschnitt (rechts) eines Strangs einer PM-Transversalflussmaschine mit Läufer-Oberflächenmagneten (Quelle: Weh H 1988). Rechts ist der Verlauf einer Feldlinie der Läuferflussdichte B_p bei stromloser Ständer-Ringspule gemeinsam mit der U-Jochbreite h, der Magnethöhe h_M und dem mechanischen Luftspalt δ dargestellt

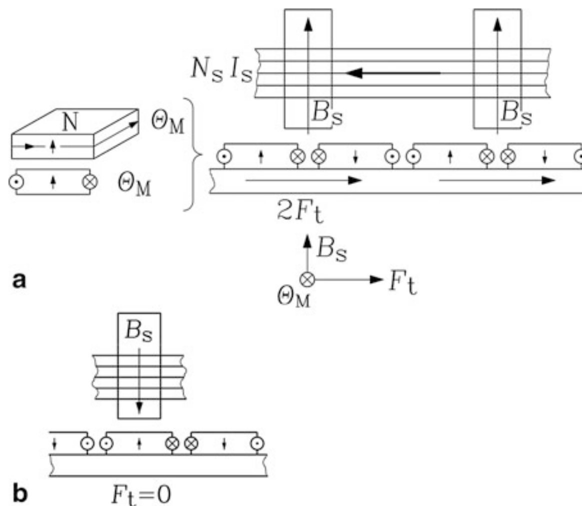


Abb. 9.57 Gedanklicher Ersatz der Läuferpermanentmagnete durch stromdurchflossene Spulen zum besseren Verständnis der Tangentialkraftbildung F_t in PM-Transversalflussmaschinen: (**a**) Maximale Kraft bei q-Achsenstellung, (**b**) Kraft Null bei d-Achsenstellung

anstelle der Ständer-U-Joche die Läufermagnet-Doppelreihen um $2\tau_p/m$ versetzt werden, um zum zeitlich konstanten Drehmoment zu gelangen.

Verlässt man die Vorstellung der Läufer-Ersatzspulen und betrachtet zur Kraftbildung das Gesamtfeld als Überlagerung des Läuferfelds B_p und des Ständerfelds B_s (Abb. 9.59), so tritt unter der Breite b_p des U-Jochs im Bereich x eine Radialfelderhöhung $B_r = B_s + B_p$ und im Bereich $b_p - x$ eine Radialfeldverringerung $B_r = B_s - B_p$ auf. Die entsprechende Radialkraft durch den magnetischen Zug (Kap. 4) hebt sich über alle U-Joche bei ideal

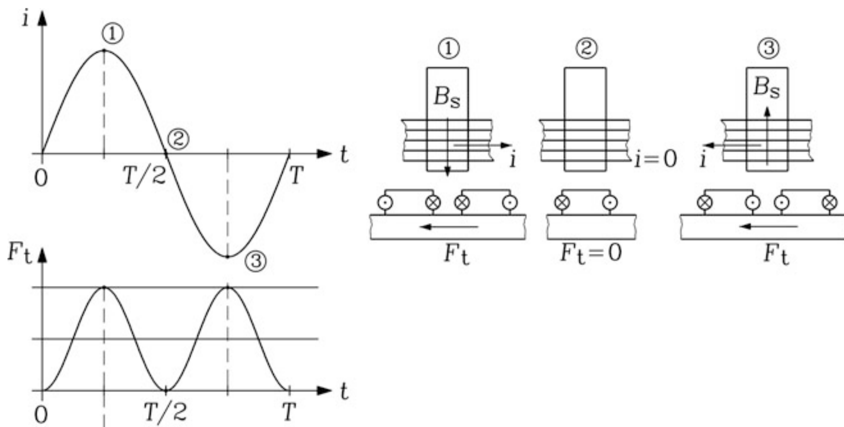


Abb. 9.58 Je Strang (Ringspule) entsteht bei Wechselstromspeisung eine pulsierende Tangentialkraft in der Transversalflussmaschine

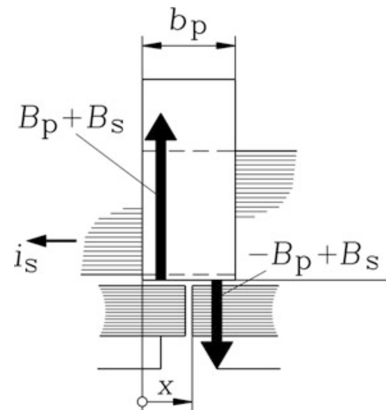


Abb. 9.59 Überlagerung des Läuferfelds B_p und des Ständerfelds B_s je U-Joch zum Gesamtfeld in der Transversalflussmaschine (Gao 1994). Dargestellt ist mit $x = b_p/2$ die q-Stellung des Läufers

zentrischer Läuferlage auf. An den Stirnseiten der U-Joche tritt ein in tangentialer Richtung gerichtetes „Stirnfeld" auf, das radial aus den Magneten austritt, aber tangential in die U-Jochschenkel eintritt und sich dort mit dem radial eintretenden Luftspaltfeld zum Gesamtfluss je U-Joch addiert. Es ist in Abb. 9.59 nicht dargestellt (vgl. Abb. 9.61), ist aber proportional zum Radialfeld B_r und daher an der linken Schenkelflanke wegen $B_r = B_s + B_p$ größer als an der rechten Schenkelflanke. Der zugehörige tangentiale magnetische Zug ist folglich links größer als rechts, sodass die resultierende tangentiale Magnetkraft auf das U-Joch nach links gerichtet ist. Folglich erfährt der Läufer gemäß „actio est reactio" eine entgegengesetzte Tangentialkraft nach rechts. Dies ist die bereits in Abb. 9.57 beschriebene wirksame Tangentialkraft F_t, die das Läuferdrehmoment bewirkt.

Werden die Läufermagnete mit axialer Magnetisierungsrichtung gemäß Abb. 9.60a in Sammlerbauweise zwischen Eisenfüllstücken aufrecht angeordnet, wobei die Magnetisierungsrichtung abwechselnd nach links bzw. rechts zeigt, so kann die

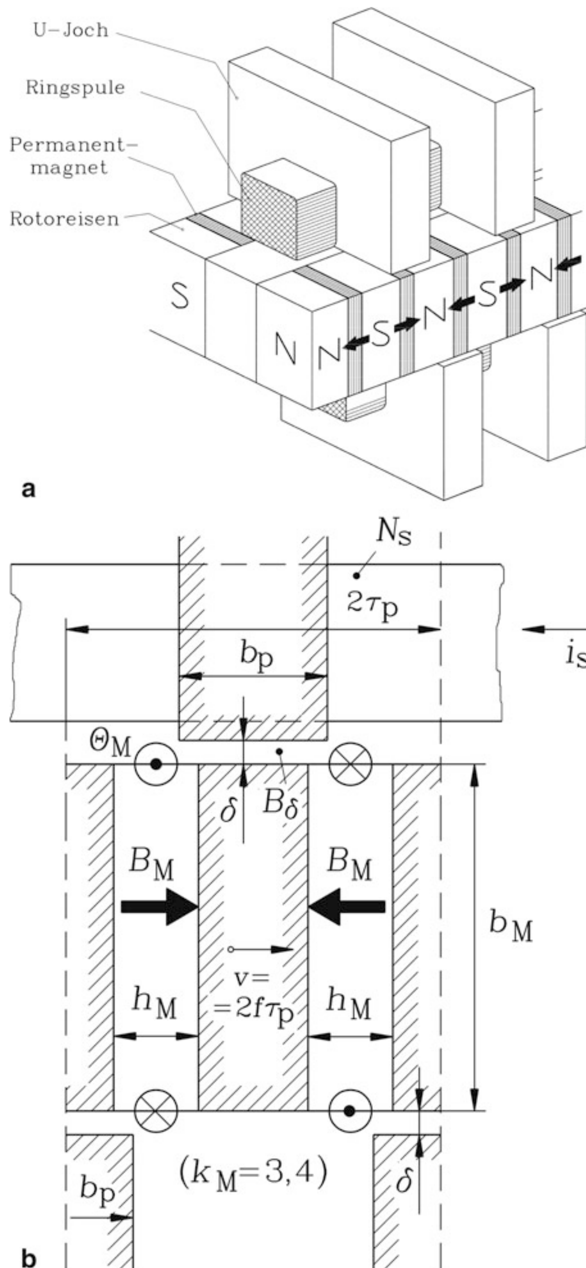


Abb. 9.60 Sammlerbauweise eines Strangs einer (linearen) Transversalflussmaschine: (**a**) Es entsteht eine oben und unten symmetrische Läufergeometrie, die die Anordnung einer weiteren Ringspule mit um eine Polteilung versetzten U-Jochen unterhalb des Läufers erlaubt. Dadurch verdoppelt sich die Tangentialmagnetkraft pro Pol gegenüber der einseitigen Spulen-Anordnung (Quelle: Weh 1988). (**b**) Gedankliche Vorstellung der Magnetdurchflutungen Θ_M als Ersatz für die Permanentmagnete zum Verstehen der Tangentialkraftbildung. Im Bild ist die d-Stellung des Läufers und somit $F_t = 0$ dargestellt

Luftspaltflussdichte B_p der Magnete gegenüber der Flussdichte B_M in den Magneten um den Sammelfaktor k_M erhöht werden. Mit dem Fluss Φ unter einem U-Jochschenkel erhalten wir bei entsprechend großen Magnetbreiten $b_M > \tau_p/2$ (was bei den kleinen Polteilungen leicht erreicht werden kann):

$$\Phi = 2 \cdot B_M b_M h = B_p \tau_p h \quad \Rightarrow \quad k_M = \frac{B_p}{B_M} = \frac{2b_M}{\tau_p} > 1. \tag{9.120}$$

Dadurch wird die Tangentialkraft pro Pol entsprechend erhöht. Weiter entsteht eine oben und unten symmetrische, um eine Polteilung versetzte Läufergeometrie, die die Anordnung einer weiteren Ringspule mit um eine Polteilung versetzten U-Jochen erlaubt. Dadurch verdoppelt sich die Tangentialmagnetkraft pro Pol gegenüber der einseitigen Spulen-Anordnung. Die Tangentialkraftbildung kann wiederum anstelle über die Vorstellung von stromduchflossenen Läuferspulen (Abb. 9.60b) direkt aus dem Tangentialmagnetzug des Gesamtfelds (Abb. 9.61) verstanden werden.

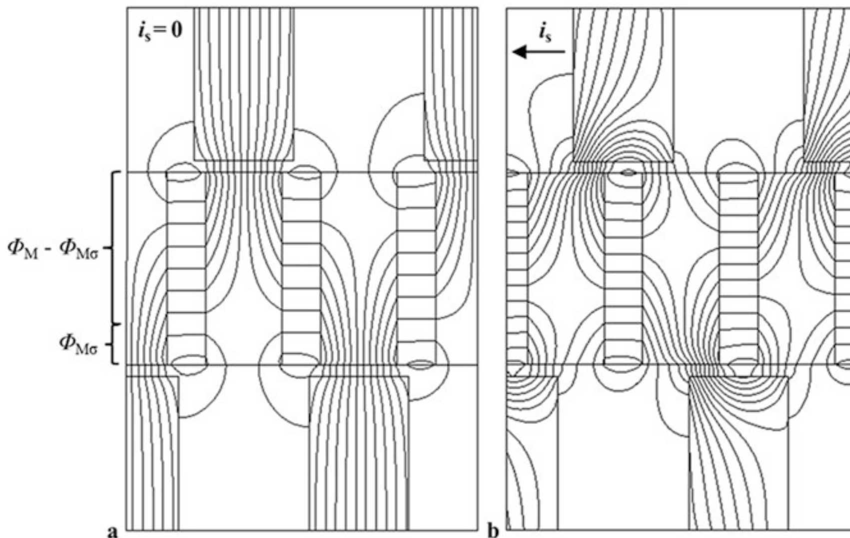


Abb. 9.61 Sammlerbauweise eines Strangs einer (linearen) Transversalflussmaschine mit doppelter Statoranordnung (Gao 1994): Die numerische 2D Feldberechnung zeigt das Gesamtfeld aus Ständer- und Läuferfeld. (**a**) Links in der d-Stellung des Läufers ist der Ständerstrom $i_s = 0$, ebenso die Tangentialkraft (in Übereinstimmung mit Abb. 9.60b), da sich die tangential gerichteten Magnetzüge der an den Stirnflächen der U-Jochschenkel eintretenden Flüsse der Läufermagnete gegenseitig aufheben. (**b**) Rechts in der q-Stellung des Läufers ist der Ständerstrom i maximal, ebenso die Tangentialkraft. Die nach links tangential gerichteten Magnetzüge der an den Stirnflächen der U-Jochschenkel eintretenden Feldlinien, erregt von Ständerspulen und Läufermagneten ($B_s + B_p$), sind größer als die nach rechts gerichteten Magnetzüge der an den rechten Stirnflächen auftretenden Feldlinien ($B_s - B_p$). Die resultierende Ständerkraft wirkt nach links, die entsprechende Läuferkraft nach rechts. Allerdings schließt sich ein Teil des Läufermagnetflusses $\Phi_{M\sigma}$ (im Bild etwa 23 %) über die unteren (entgegen gesetzten) U-Joche und verringert so den wirksamen Sammelfaktor k_M (9.120)

Da nur der Magnetzug auf die Stirnseiten der U-Joche momentenbildend wirkt, ist es naheliegend, die Breite b_p der Joche so klein wie möglich zum machen, und dafür so viele Joche wie möglich am Umfang der Ringspulen anzuordnen. Das erklärt die typische hochpolige Ausführung von Transversalflussmaschinen mit sehr kleinen Polteilungen. Eine theoretische Untergrenze der Polteilung ist dann erreicht, wenn die Läufermagnete so schmal sind, dass sich der Magnetfluss tangential im Luftspalt nur noch über die Läufermagnete schließt und die Ständerjoche nicht mehr erreicht. Durch numerische 2D- und 3D-Simulation wurden so optimale Polteilungen von 10 … 15 mm bestimmt (Abb. 9.62).

Dieser Sachverhalt kann auch über die in Kap. 4 hergeleitete Beziehung der Luftspaltleistung $P_\delta \sim S_\delta \sim B_p A$, gebildet aus Luftspaltflussdichte des Läufers B_p und Ständerstrombelag A, verstanden werden. Da dieselbe Ringspule mit der Windungszahl N_s alle p U-Joche am Umfang magnetisiert, ist der Strombelag A unabhängig von der Polzahl und damit proportional zu $1/\tau_p$.

$$A = N_s I_s/(2\tau_p)(\text{einseitige Spulenanordnung}) \tag{9.121}$$

$$A = 2N_s I_s/(2\tau_p)(\text{zweiseitige Spulenanordnung}) \tag{9.122}$$

Mit sinkender Polteilung steigt der Strombelag bei unveränderter Ringspulenbemessung und erhöht entsprechend die Luftspaltleistung und das elektromagnetische Drehmoment $M_e = P_\delta/\Omega_{syn}$. Erst bei sehr kleinen Polteilungen wirkt der nunmehr dominante Polstreufluss so, dass die Luftspaltflussdichte B_p rapide abnimmt und damit auch P_δ wieder sinkt.

Der Läuferfluss induziert gemäß Abb. 9.63 in die Ständerringspulen eine Wechselspannung. Die Flussverkettung $\psi(t)$ in Abb. 9.63a wechselt ihre Polarität beim Weiterdrehen des Läufers um eine Polteilung (Abb. 9.63b). Die so entstehende Wechselflussverkettung je Ringspule induziert die Polradspannung $u_i = -d\psi/dt = -N_s \cdot d\Phi/dt = -u_p$ mit der Frequenz $f_s = n \cdot p$.

Auf Grund der räumlich um $2\tau_p/m$ verssetzt angeordneten U-Jochreihen je Strang ist die Polradspannung u_p in den m Ringspulen um $2\pi/m$ phasenverschoben. Die innere elektrische Leistung bei bestromten Ringspulen pulsiert je Ringspule mit doppelter Grundfrequenz als Wechselleistung um den Mittelwert $\hat{U}_p \hat{I}_s/2 = U_p I_s$.

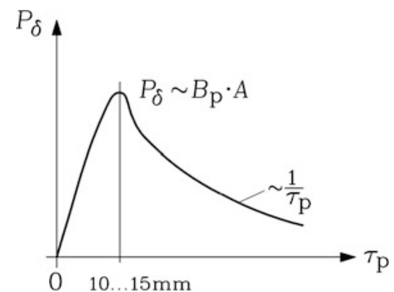


Abb. 9.62 Luftspaltleistung P_δ in Abhängigkeit der Polteilung mit einem Maximalwert bei sehr kleinen Polteilungen von ca. 10 … 15 mm (Gao 1994)

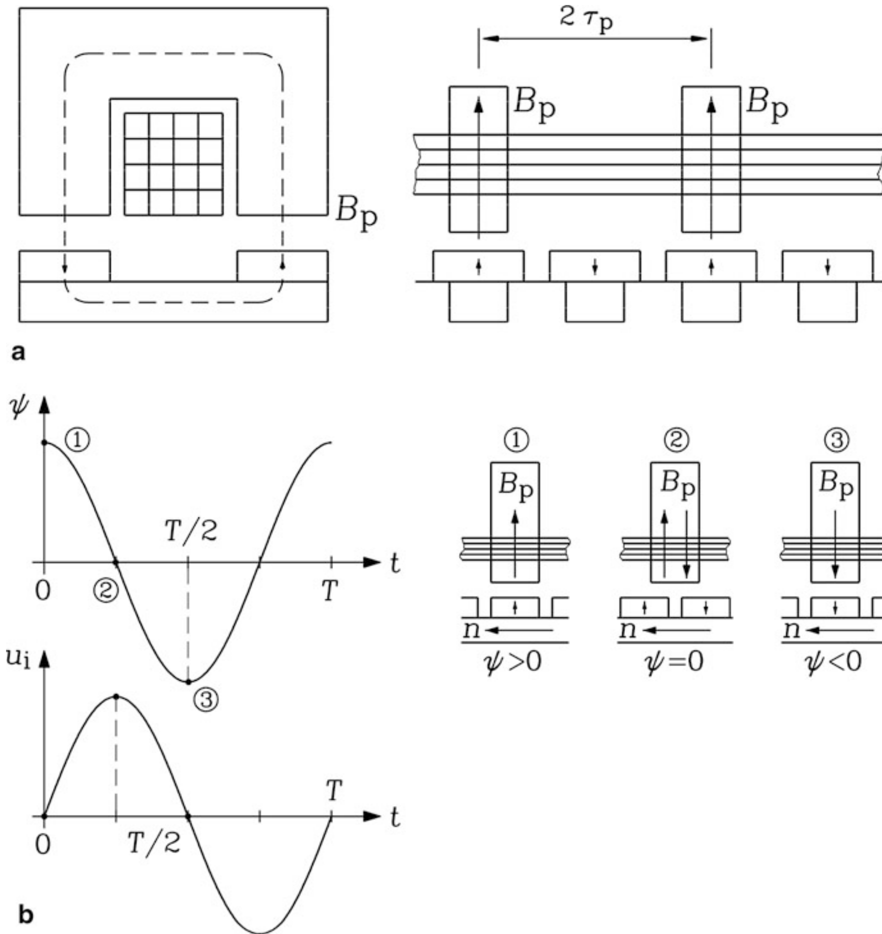


Abb. 9.63 (**a**) Die Flussverkettung der Läufermagnete $\psi(t)$ (hier in Oberflächenanordnung als Luftspaltmagnete) mit der Ringspule wechselt ihre Polarität gemäß (**b**) und induziert eine Spannung $u_i(t)$

$$p_{\delta,\mathrm{Strang}}(t) = u_p(t) \cdot i(t) = \hat{U}_p \sin(\omega_s t) \cdot \hat{I}_s \sin(\omega_s t) = \frac{\hat{U}_p \hat{I}_s}{2} \cdot (1 - \cos(2\omega_s t))$$

Dies korrespondiert mit der Tangential-Wechselkraft von Abb. 9.58 gemäß $p_{\delta,\mathrm{Strang}}(t) = v_{syn} \cdot F_t(t)$ und ihrem Mittelwert $F_{t,av}$ (9.123). Bei der Überlagerung aller m Stränge entsteht, wie erwähnt, die theoretisch zeitlich konstante Tangentialkraft und mit $v_{syn} = 2 f_s \tau_p$ und $\pi d_{si} = 2p\tau_p$ das Drehmoment M_e bei q-Stromspeisung.

$$F_{t,av} = \frac{\hat{U}_p \hat{I}_s}{2 \cdot v_{syn}}, \quad M_e = m \cdot F_{t,av} \cdot (d_{si}/2) = \frac{p}{\omega_s} \cdot m \cdot U_p I_s \tag{9.123}$$

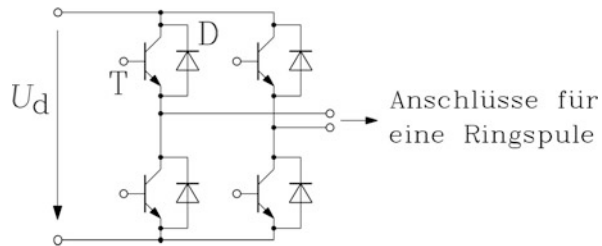


Abb. 9.64 Wechselrichter eines Stranges einer zweisträngigen Transversalflussmaschine, ausgebildet als H-Brücke (T: Schalttransistor, D: Freilaufdiode)

Damit ist die PM-Transversalflussmaschine formal auf die konventionelle „Longitudinalfluss"-PM-Synchronmaschine (Abschn. 9.2) zurückgeführt worden. Es können alle dort hergeleiteten Beziehungen wie das Ersatzschaltbild je Strang (vgl. Kap. 8), der q-Strombetrieb, die Feldschwächung mit negativem d-Strom sowie das Betriebsverhalten an der Strom- und Spannungsgrenze direkt übernommen werden. Wegen der erforderlichen doppelreihig angeordneten Läufermagnete je Strang wird oft versucht, die Transversalflussmaschine nur zweisträngig zu bauen, um den Läufer mechanisch einfach zu gestalten. Der speisende Spannungszwischenkreis-Umrichter ist dann aus zwei H-Brücken mit insgesamt acht Leistungsschaltern und acht Freilaufdioden aufgebaut, um einen Vierquadrantenbetrieb zu ermöglichen (Abb. 9.64).

Die unteren und oberen Leistungstransistoren schalten zeitversetzt, sodass an der Ringspule die doppelte Schaltfrequenz als Pulsfrequenz in der Stromwelligkeit sichtbar wird. Wegen der z. T. relativ hohen Ausgangs-Grundfrequenz wird häufig nur im unteren Drehzahlbereich eine Pulsweitenmodulation durchgeführt, während im höheren Drehzahlbereich Grundfrequenztaktung verwendet wird, also Blockspannungsbetrieb, um die Schaltverluste in den Transistoren zu begrenzen. Auf Grund der eher sinusförmigen Polradspannung und der wegen der kleinen Luftspalte großen Induktivität je Strang ist der Strom trotz Blockspannungsbetrieb annähernd sinusförmig. Ebenso ist der Dauerkurzschlussstrom wegen der großen Synchroninduktivität klein, sodass der Feldschwächbetrieb im oberen Drehzahlbereich mit einer eher kleinen negativen d-Komponente des Ständerstroms sehr gut möglich ist. Nachteilig ist der durch die große Synchroninduktivität bedingte kleine Grundschwingungs-Leistungsfaktor von 0.5 bis 0.7, der eine entsprechend große Bemessungsscheinleistung des Umrichters erfordert.

Beispiel 9.27

Abschätzung der Dauerleistung einer mit einem Flüssigkeitsmantel indirekt gekühlten, zweisträngigen Transversalflussmaschine mit einseitiger Ringspulenanordnung und Magneten in Sammleranordnung gemäß Abb. 9.60b:

Daten: Polzahl $2p = 30$, Bohrungsdurchmesser $d_{si} = 167$ mm, mechanischer Luftspalt $\delta = 0.8$ mm, U-Jochschenkelbreite $h = 28$ mm, Magnethöhe $h_M = 6.5$ mm, Magnetbreite $b_M = 18$ mm, Strangzahl $m = 2$, relative Permeabilität der Dauermagnete im zweiten $B(H)$-Quadranten $\mu_M/\mu_0 = 1.05$ mit dort linearer Magnetkennlinie $B_M = \mu_M H_M + B_R$, Remanenzflussdichte bei Betriebstemperatur $B_R = 1.095$ T,

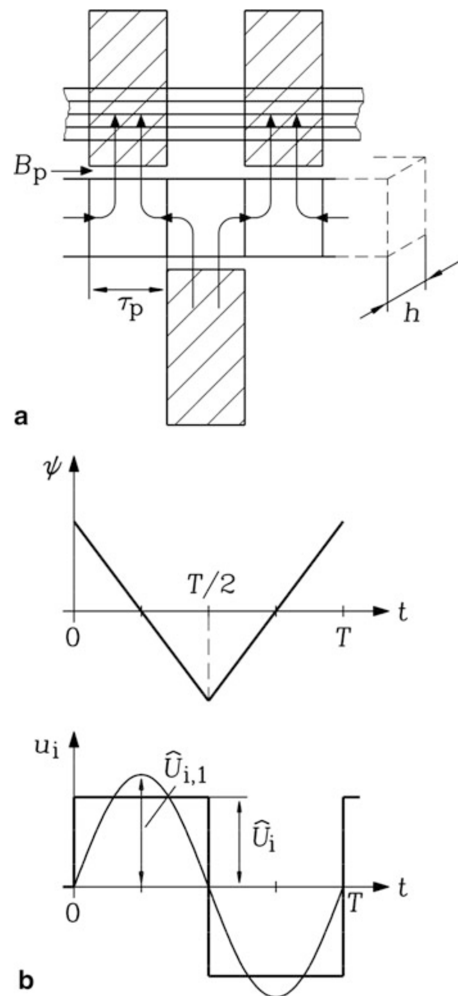


Abb. 9.65 Idealisierte Transversalflussmaschine: (**a**) PM-Flussverkettung mit der Ringspule bei d-Stellung des Läufers (Zeit $t = 0$) (**b**) Zeitliche Änderung von Flussverkettung und induzierter Spannung mit eingezeichneter Spannungs-Grundschwingung

PM-Streufluss in % des Nutzflusses: 30%, Windungszahl je Ringspule $N_s = 22$, Bemessungsstrom je Strang $I_{sN} = 95$ A, Stromdichte 4.6 A/mm^2, Bemessungsdrehzahl $n_N = 900$/ min. Es wird ein sinusförmig veränderlicher q-Strom vom Umrichter eingeprägt. Nehmen Sie an, dass sich die Flussverkettung des Läuferfelds mit den Ständerspulen linear je Halbperiode ändert (Abb. 9.65).

1) Berechnen Sie die Polteilung und die Ständergrundfrequenz!
2) Berechnen Sie den Sammelfaktor und die Leerlauf-Luftspaltflussdichte bei Berücksichtung des Magnetstreuflusses $\Phi_{M\sigma}/\Phi_M = 0.3$ für ideal ungesättigtes Eisen!
3) Berechnen Sie die Polradspannung, ihre Grundschwingungsamplitude und die Luftspaltleistung bei q-Stromspeisung!
4) Berechnen Sie den Strombelag und die Esson'sche Ausnutzungsziffer (Kap. 4)!

Lösung:

1) $\tau_p = d_{si}\pi/(2p) = 167\pi/30 = 17.5\,\text{mm}$

$$f_s = n_N p = (900/60) \cdot 15 = 225\,\text{Hz}$$

2) a) Ohne Läuferstreufluss: $k_M = 2b_M/\tau_p = 2 \cdot 18/17.5 = 2.06$
   b) Mit Läuferstreufluss:
   PM-Fluss pro Pol: $\Phi_M = 2B_M \cdot b_M \cdot h$
   Wirksamer Fluss pro Pol im Luftspalt: $\Phi_M - \Phi_{M\sigma}$

$$2B_M \cdot b_M \cdot h \cdot \frac{\Phi_M - \Phi_{M\sigma}}{\Phi_M} = 2B_M \cdot b_M \cdot h \cdot (1 - 0.3) = B_p \cdot \tau_p \cdot h$$

$$k_M = \frac{2b_M}{\tau p} \cdot (1 - 0.3) = 1.44$$

   Durchflutungssatz für ideal ungesättigtes Eisen ($\mu_{Fe} \to \infty$) bzw. $H_{Fe} = 0$ bei generatorischem Leerlauf ($I_s = 0$) :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2 \cdot (2H_\delta \cdot \delta + H_M \cdot h_M) = N_s I_s = 0$$

$$B_\delta(I_s = 0) = B_p = \mu_0 H_\delta = -\mu_0 \frac{h_M}{2\delta} \cdot H_M.$$

   Mit $B_M = \mu_M H_M + B_R$ folgt:

$$B_p = \frac{B_R}{\frac{1}{k_M} + \frac{\mu_M \cdot 2\delta}{\mu_0 \cdot h_M}} = \frac{1.095}{\frac{1}{1.44} + \frac{1.05 \cdot 2 \cdot 0.8}{6.5}} = 1.15\,\text{T}.$$

3) Fluss pro Pol im Luftspalt: $\Phi_p = B_p \cdot h \cdot \tau_p$.
   Flussverkettung mit der Ringspule über p U-Joche $\Psi = p \cdot N_s \cdot \Phi_p$. Diese Flussverkettung ändert sich zeitlich annähernd linear bei Bewegung des Rotors von der d-Stellung ($t = 0$) in die q-Stellung ($t = T/4$).
   Faraday'sches Induktionsgesetz: $u_i = -d\psi/dt = -u_p$ mit $T = 1/f_s$:
   Amplitude der rechteckförmigen Polradspannung:

$$\hat{U}_p = \frac{\Psi}{T/4} = p \cdot N_s \cdot 2f_s\tau_p \cdot 2h \cdot B_p = \hat{U}_i$$

$$\hat{U}_p = 15 \cdot 22 \cdot 2 \cdot 225 \cdot 0.0175 \cdot 2 \cdot 0.028 \cdot 1.15 = 167.3\,\text{V}$$

   Grundschwingungsamplitude der Polradspannung $\hat{U}_{p(1)} = \hat{U}_{i(1)}$ (Abb. 9.65b):

$$\hat{U}_{p(1)} = k_1 \cdot \hat{U}_p = (4/\pi) \cdot 167.3 = 213.0\,\text{V}, \quad k_1 = 4/\pi = 1.27$$

   Luftspaltleistung bei q-Stromspeisung:

$$P_\delta = m \cdot U_p I_s = 2 \cdot (213/\sqrt{2}) \cdot 95 = 28.62\,\text{kW}$$

4) Strombelag: $A = \dfrac{N_s I_s}{2\tau_p} = \dfrac{22 \cdot 95}{2 \cdot 1.75} = 600\,\mathrm{A\,/\,cm}$

$$C = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot A \cdot k_1 B_p = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot 60000 \cdot (1.27 \cdot 1.15) = 613120\,\mathrm{VAs/m^3}$$

Mit einer Ausnutzungsziffer von $C = 10.2\ \mathrm{kVAmin/m^3}$ ist die Maschine für ihre relative kleine Baugröße hoch ausgenutzt.

Fazit:
Die PM-Transversalflussmaschine ist eine spezielle Bauart der PM-Synchronmaschine mit einer hohen Polzahl und einer sehr kleinen Polteilung, denn es sind keine Nuten und Zähne erforderlich. Da die Ringspulen mit ihrem Querschnitt im rechten Winkel zur Flussebene liegen, behindern sich Strom und Fluss in ihrem Platzbedarf nicht. Eine Vergrößerung der Ringspulenquerschnitte schränkt nicht den Platz für den Fluss ein, wie das bei Maschinen mit Nut-Zahn-Geometrie (Longitudinalfluss-Maschine) der Fall ist. Durch dieses Bauprinzip sind im Zusammenwirken mit der Flusskonzentration und der doppeltwirkenden Spulenanordnung sehr hohe Drehmomente je eingesetztem Aktivmaterial möglich. Die „inaktiven" (an der Drehmomentbildung nicht beteiligten) Spulenabschnitte zwischen den U-Jochen können als vergleichbare Spulenabschnitte wie die Stirnverbindungen bei den Longitudinalfluss-Maschinen angesehen werden. Da jede Phase ein unabhängiges Ring-Modul darstellt, kann durch axiales Aneinanderreihen von Modulen relativ leicht die Phasenzahl m erhöht werden, vorausgesetzt der entsprechende m-phasige Umrichter steht zur Verfügung.

Auf Grund ihrer sehr hohen Polzahl eignet sich die Transversalflussmaschine vor allem für den Betrieb bei niedrigen Drehzahlen. Mit steigender Drehzahl nehmen die Verluste wegen der hohen Wechselfrequenzen drastisch zu (Blissenbach und Henneberger 2001; Hackmann 2003).

a) *Leerlauf-Verluste:* Die U-Joche werden mit Ständerfrequenz ummagnetisiert und sind daher aus sehr dünnem Blech (typisch 0.1 mm, spezifische Ummagnetisierungsverluste $v_{10} = 0.3$ W/kg bei 1 T, 50 Hz), z. B. aus Schnittbandkernen zu fertigen. Der auch stirnseitig auftretende, mit Synchrondrehzahl rotierende Läuferstreufluss der Permanentmagnete induziert Wirbelströme in allen metallischen, elektrisch leitfähigen Gehäuseteilen (Bork 1996), z. T. auch in den Ringspulenleitern, die nahe am Luftspalt liegen. Abgesehen von der schädlichen zu hohen Erwärmung bilden diese Wirbelströme mit dem Feld der Läufermagnete auch ein bremsendes Drehmoment, das das nutzbare Drehmoment an der Welle verringert. Im Rotor wechselt der Magnetfluss bei Sammleranordnung in den Eisenfüllstücke (Abb. 9.61) seine Richtung abwechselnd von den oberen zu den unteren U-Jochen, sodass auch im Rotor erhebliche Ummagnetisierungsverluste auftreten und schwerer abführbar sind als die ständerseitigen Verluste. Die Eisenfüllstücke müssen deshalb geblecht sein oder

aus Magnetpulverpressteilen hergestellt werden. Bei diesen besteht das Material aus kunststoffumhüllten Eisenkörnern kleiner Abmessung, sodass Wirbelströme gezielt unterdrückt werden. Allerdings ist die maximale relative Eisenpermeabilität mit ca. 500 wegen der amagnetischen Füllstoffe deutlich geringer als bei Dynamoblech. Weiter sind die Hystereseverluste deutlich höher, spielen aber bei den hohen Frequenzen eine untergeordnete Rolle. Diese Läufer-Ummagnetisierungsverluste sind meist deutlich größer als die Reibungsverluste.

b) *Last-Verluste:* Die relativ kurzen Ringspulen verursachen nur relativ kleine Stromwärmeverluste, die allerdings durch Ständerstrom-abhängige Wirbelströme infolge des Ringspuleneigenfelds erhöht werden. Hinzu kommt eine Erhöhung der Wirbelströme in elektrisch leitfähigen Konstruktionsteilen und im Läufer durch das je Ringspule mit Ständerfrequenz pulsierende Ständerfeld.

Fazit:
Die Zusatzverluste in der Transversalflussmaschine durch Wirbelströme sind bei höheren Drehzahlen bereits bei Leerlauf relativ hoch und verbieten häufig den Einsatz bei höheren Drehzahlen auf Grund der zu hohen Erwärmungen.

Die U-Joch-Struktur im Ständer und die Sammleranordnung im Läufer bewirken ausgeprägte Reluktanzunterschiede entlang des Maschinenumfangs. Das sich einstellende Reluktanzmoment als Wechselmoment je Strang addiert sich zum Wechselmoment je Ringspule auf Grund des speisenden Wechselstroms. Daher ist das Wechselmoment je Strang nicht mehr ideal sinusförmig. Die Überlagerung der um $2\pi/m$ phasenverschobenen Drehmoment-Wechselanteile ergibt deshalb keinen resultierenden zeitlich ideal glatten Drehmomentverlauf. Es tritt bereits bei Leerlauf ein Rastmoment auf, das sich bei Last weiter zum Pulsationsmoment mit der Frequenz $f = 2p \cdot n \cdot m$ erhöht (Schmidt 2007). In gleicher Weise pulsiert die zwischen Ständer und Läufer wirkende Radialkraft, deren Mittelwert sich zwar auf Grund der rotationssymmetrischen Anordnung zu Null summiert, nicht aber bestimmte Wechselanteile. Die dadurch angeregten mechanischen Schwingungen vor allem der Ständerstruktur können bei Resonanzanregung magnetische Töne von erheblicher Lautstärke erzeugen und müssen bei der Maschinenauslegung besonders beachtet werden. Da je Ringspulen-Modul ein Wechselmoment auftritt und sich erst an der Welle bzw. im Gehäuse zum resultierenden Gesamtmoment summiert, muss der Befestigung der Module besondere Beachtung geschenkt werden. Wegen der symmetrischen Läuferbauweise sind zweisträngige Anordnungen fallweise bevorzugt im Einsatz.

Beispiel 9.28

Prototyp einer zweisträngigen, doppeltwirkenden Transversalflussmaschine mit Rotormagneten in Sammlerbauweise (Gao 1994, Abb. 9.66): Das Bemessungsdrehmoment beträgt 400 Nm bei $N_s I_s = 880$ A Ringspulendurchflutung je Ringspule, das Kurzzeit-Überlastmoment 600 Nm (+50 %) bei $N_s I_s = 1550$ A (+76 %). Der überproportional erhöhte Strombedarf bei 600 Nm resultiert aus der progressiven lastabhängigen

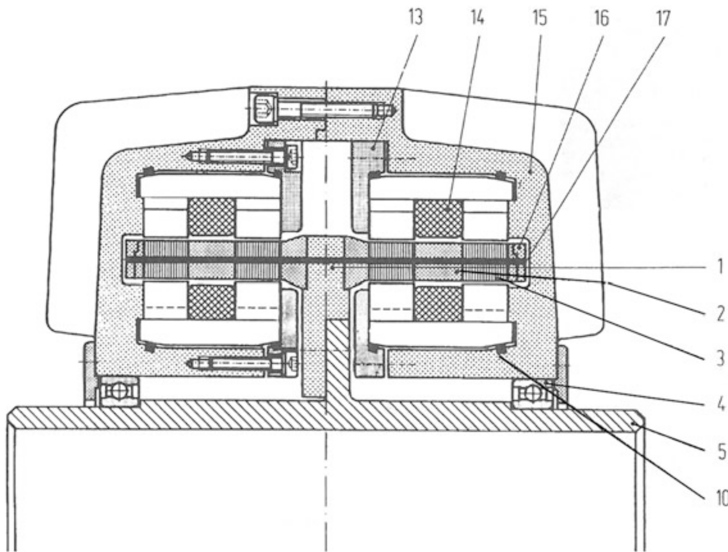


Abb. 9.66 Querschnitt durch eine zweisträngige, doppelt wirkende Transversalflussmaschine (Gao 1994) für 400 Nm Dauermoment und 600 Nm Kurzzeitmoment. Rotor: 1: Zentrale Läuferscheibe, 2: Kunststoffträger zwischen den beiden Magnetreihen je Strang, 3: Permanentmagnete und geblechte Eisenfüllstücke, 4: Kugellager, 5: Hohlwelle, 16: Fixierungsring für die Rotorkonstruktion, 17: Zugbolzen; Stator: 10: Untere U-Jochreihe, 13: Pressscheibe für obere U-Jochreihe, 14: obere Ringspule eines Stranges, 15: Gehäuse mit Kühlrippen

Eisensättigung. Die U-Joche je Strang und Seite sind bei diesem Prototyp aus je zwei Zahnringen entlang des Umfangs und einem diese überdeckenden gemeinsamen Ringjoch aufgebaut.

Die Transversalflussmaschine ist bis jetzt nur vereinzelt in Verwendung, z. B. als dreiphasiger Servoantrieb. Wegen der relativ großen Momentenwelligkeit sind hier entsprechende Stromkompensationsverfahren zur Reduktion der Welligkeit bei kleinen Drehzahlen erforderlich. Die hohe Drehmomentdichte bei kleinen Drehzahlen kann erst bei größeren Maschineneinheiten verwirklicht werden, denn bei Rotoraußendurchmessern unter 150 mm nimmt der Streufluss der Permanentmagnete rotorseitig auf Grund der hochpoligen Ausführung deutlich zu, was dann zu einer etwa gleich großen Ausnutzung wie bei den herkömmlichen Longitudinalfluss-Maschinen führt. Einsatzgebiete mit Prototypen als Direktantriebe in elektrischen Bahnen, als Radnabenantriebe in Automobilen, als dieselgetriebene Generatoren in Serienhybrid-Bussen für den Stadtverkehr, als getriebelose Windgeneratoren und in anderen Spezialgebieten der Antriebstechnik, wo niedrige Drehzahlen und hohe Momentendichten gewünscht sind, wurden bereits erfolgreich erprobt, wie folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel 9.29

Drehzahlveränderbarer Antrieb für einen City-Bus mit zwei Transversalflussmotoren als getriebelose Radantriebe.

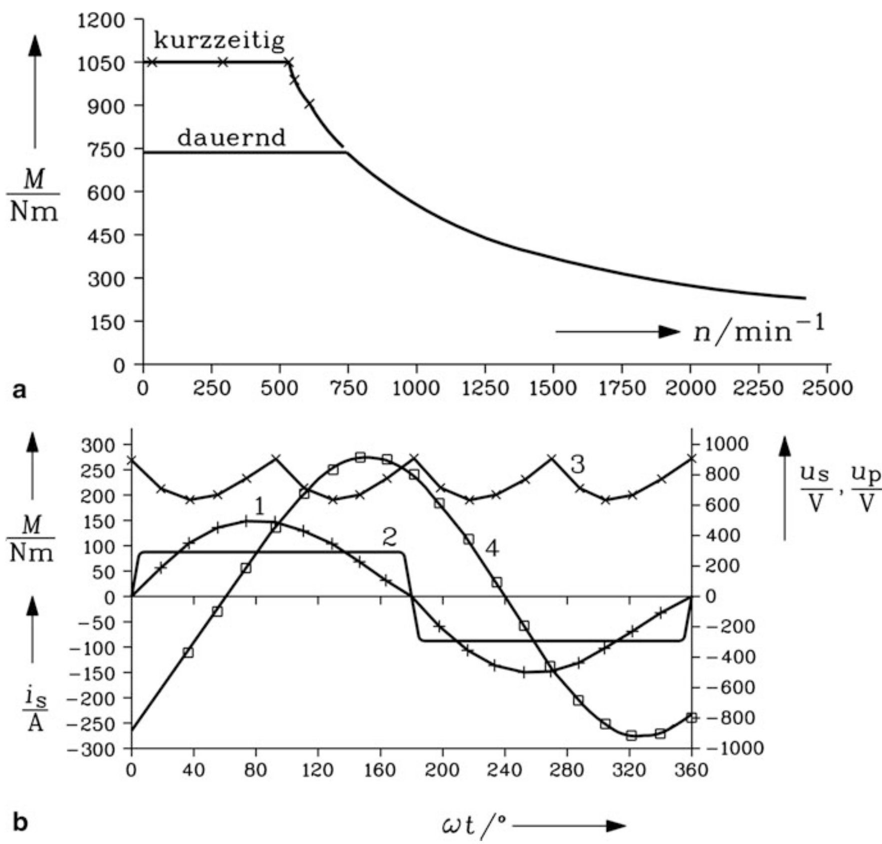


Abb. 9.67 Berechnete Kennlinien (a) und Zeitverläufe (b) eines zweisträngigen Transversalflussmotors 57 kW für einen Busantrieb (Quelle: Voith 1995). (**a**) Dauerdrehmoment und Kurzzeitdrehmoment über der Drehzahl, (**b**) Zeitverlauf je Grundschwingungsperiode des Ständer-Strangstroms i_s (1), der Umrichterausgangsspannung je Strang u_s (2), des resultierenden elektromagnetischen Drehmoments M (3) und der Polradspannung je Strang u_p (4) bei Maximaldrehzahl 2500/min

Maschinendaten: $n_{max} = 2500/\text{min}$, $M_{max} = 1050\,\text{Nm}$, $f_{max} = 1375\,\text{Hz}$, thermisch zulässige Dauerleistung 57 kW (Abb. 9.67a), Maschinengehäuse-Außendurchmesser 420 mm, Maschinengesamtmasse 115 kg, Polzahl $2p = 66$, synchrone Statorinduktivität je Strang: $L_d = 0.5$ mH, zweisträngige Ausführung $m = 2$, Zwischenkreis-Gleichspannung 300 V.

	n/1/min	M/Nm
Grunddrehzahlbereich mit konstantem Drehmoment	0 … 750	725 dauernd 1050 kurzzeitig
Konstantleistungsbereich mit 57 kW	750 … 2500	725 … 218 dauernd

1) Berechnen Sie die Statorfrequenz im Bemessungspunkt und bei Maximaldrehzahl sowie die mechanische Leistung im Bemessungspunkt!
2) Schätzen Sie aus Abb. 9.67b den Scheitelwert der Polradspannung ab! Wie groß ist dieser Scheitelwert bei Bemessungsdrehzahl? Da lt. Abb. 9.67b die Polradspannung annähernd sinusförmig ist, schätzen Sie die zugehörigen Effektivwerte ab!
3) Berechnen Sie den Scheitelwert und den Effektivwert der Umrichter-Ausgangsspannung je Strang in Abb. 9.67b!
4) Im Bemessungspunkt erfolgt q-Stromspeisung! Setzen Sie die Luftspaltleistung gleich der mechanischen Ausgangsleistung und bestimmen Sie daraus den q-Strom! Vernachlässigen Sie den Einfluss eines möglichen Reluktanzmoments!
5) Schätzen Sie den Stromscheitelwert bei Maximaldrehzahl aus Abb. 9.67b ab! Da der Stromverlauf annährend sinusförmig ist, schätzen Sie damit den Effektivwert ab! Wie groß sind d- und q-Stromkomponente?
6) Berechnen Sie den Dauerkurzschlussstrom bei $n_{\max}$ bei Vernachlässigung des Ständerwiderstands!
7) Wie groß sind der Effektivwert der Grundschwingungs-Ständerspannung und der Grundschwingungs-Leistungsfaktor im Bemessungspunkt für $R_s = 0$? Nehmen Sie an, dass $L_d = L_q$ gilt!
8) Schätzen Sie aus Abb. 9.67b die Größe der Drehmomentwelligkeit und ihre Frequenz ab!

Lösung:

1) $f_{s,N} = n \cdot p = (750/60) \cdot 33 = 412.5\,\text{Hz}$

$$f_{s,\max} = n \cdot p = (2500/60) \cdot 33 = 1375\,\text{Hz}$$
$$P_N = 2\pi \cdot n_N M_N = 2\pi \cdot (750/60) \cdot 725 = 57\,\text{kW}$$

2) Polradspannung-Scheitelwert bei Maximaldrehzahl: $\hat{U}_{p,\max} = 950\,\text{V}$
Scheitelwert bei Bemessungsdrehzahl:

$$\hat{U}_p = (n_N/n_{\max}) \cdot \hat{U}_{p,\max} = (750/2500) \cdot 950 = 285\,\text{V}$$

Effektivwerte:
bei Maximaldrehzahl: $U_{p,\max} = \hat{U}_{p,\max}/\sqrt{2} = 950/\sqrt{2} = 671.8\,\text{V}$,
bei Bemessungsdrehzahl: $U_p = \hat{U}_p/\sqrt{2} = 285/\sqrt{2} = 201.5\,\text{V}$.

3) Auf Grund der zweisträngigen Ausführung speist jeder der beiden H-Brücken-Zweige (Abb. 9.64) im Vollblockbetrieb eine rechteckförmige Spannung mit der Amplitude $U_d = 300\,\text{V}$ ein, deren positive und negative Spannungsblöcke jeweils eine halbe Grundperiode dauern. Die Amplitude der Grundschwingung einer Rechteckspannung ist laut Fourier-Reihenentwicklung:

$$\hat{U}_{s,1} = (4/\pi) \cdot U_d = (4/\pi) \cdot 300 = 382\,\text{V}$$

Effektivwert: $U_{s,1} = \hat{U}_{s,1}/\sqrt{2} = 382/\sqrt{2} = 270\,\text{V}$

4) $P_N = P_\delta = m \cdot U_p I_{sq}$, $I_{sq} = P_N/(m \cdot U_p) = 57000/(2 \cdot 201.5) = 141.4$ A
5) Stromscheitelwert bei Maximaldrehzahl (Abb. 9.67b): $\hat{I}_s = 168$ A, Effektivwert: $I_s = 168/\sqrt{2} = 119$ A
   q-Strom bei Maximaldrehzahl und $P = P_N$:

$$I_{sq} = P_N/(m \cdot U_{p,max}) = 57000/(2 \cdot 671.8) = 42.4 \text{ A}$$

   d-Strom bei n_{max}: $I_{sd} = \sqrt{I_s^2 - I_{sq}^2} = \sqrt{119^2 - 42.4^2} = 111.2$ A
6) Dauerkurzschlussstrom ($R_s = 0$):

$$X_d = \omega_s L_d = 2\pi \cdot 1375 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = 4.32\,\Omega,$$
$$I_{s.k} = U_p/X_d = 671.8/4.32 = 155.5 \text{ A}$$

7) Bei n_N gilt: $X_d = 2\pi f_s L_d = 2\pi \cdot 412.5 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3} = 1.296\,\Omega$,

$$U_{s,1} = \sqrt{U_p^2 + (X_q I_{sq})^2} = \sqrt{201.5^2 + (1.296 \cdot 141.4)^2} = 272.3 \text{ V}$$

   Dies passt gut zu dem bereits unter 3) berechneten Effektivwert von 270 V. Grundschwingungs-Leistungsfaktor im Bemessungspunkt:

$$\cos\varphi_1 = P_\delta/(mU_{s,1}I_{sq}) = 57000/(2 \cdot 272.3 \cdot 141.4) = 0.74$$

8) Auf Grund des nichtsinusförmigen Ständerstroms ergibt sich in Abb. 9.67b gemäß (9.94) eine berechnete Momentenwelligkeit $\hat{w}_M = 17\%$ vom Drehmoment-Mittelwert mit einer Frequenz $f = 2mf_{s,max} = 2 \cdot 2 \cdot 1375 = 5.5$ kHz. Eine zusätzliche Welligkeit infolge der Läuferreluktanzunterschiede (Sammlerbauweise) und Ständerreluktanz-Unterschiede (U-Joche) entlang des Luftspalt-Umfangs ist in der Rechnung nicht enthalten!

9.7 Permanentmagnet-Synchronmaschinen mit Anlaufkäfig ohne Polradlagegeber

9.7.1 Stationäres Betriebsverhalten

In Permanentmagnet-Synchronmaschinen mit Anlaufkäfig existieren zwei Ausführungsvarianten des Rotors:
a) Oberflächenmagnete mit darunter im Eisen liegendem Anlaufkäfig und b) vergrabene, unter dem Anlaufkäfig liegende Permanentmagnete (Abb. 9.12). Im ersten Fall sind die synchronen Induktivitäten der Längs- und Querachse, in etwa gleich groß. Aber der magnetisch wirksame Luftspalt ist sehr groß, sodass die magnetische Kopplung zwischen dem Ständerfeld und dem Anlaufkäfig relativ gering ist. Deshalb wird die zweite Variante

mit für den Anlaufkäfig kleinem magnetisch wirksamen Luftspalt bevorzugt, da die magnetische Kopplung wie bei der Asynchronmaschine relativ groß ist und sich ein hohes asynchrones Anlaufmoment einstellt. Wie eingangs in diesem Kapitel erläutert, ergeben sich wegen der vergrabenen Magnete dann unterschiedliche synchrone Induktivitäten in der Längs- und Querachse, nämlich $L_d < L_q$. Auf Grund dieses „inversen“ Reluktanzeffektes ergeben sich für spannungsgespeiste Synchronmaschinen gegenüber Kap. 8, wo $L_d > L_q$ galt, etwas veränderte stationäre Betriebsbedingungen (Volkrodt 1962). Für die Beschreibung des stationären Betriebs der Permanentmagnet-Synchronmaschine am starren Netz ohne Polradlagegeber analog zu den Ausführungen in Kap. 8 wird die Spannungsgleichung (9.124) verwendet. Bei Vernachlässigung des Ständer-Wicklungswiderstands folgt daraus das elektromagnetische Moment (9.125) in Abhängigkeit des Polradwinkels wie in Kap. 8.

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_d \underline{I}_{sd} + jX_q \underline{I}_{sq} + \underline{U}_p \tag{9.124}$$

$$M_e = -\frac{p \cdot m_s}{\omega_s} \cdot \left(\frac{U_s U_p}{X_d} \sin\vartheta + \frac{U_s^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \sin 2\vartheta \right) \tag{9.125}$$

Wegen des „inversen“ Reluktanzeffekts ist das Vorzeichen des Reluktanzmoments im Bereich von Polradwinkelbeträgen kleiner als 90° gemäß Abb. 9.68 entgegengesetzt zum Vorzeichen des synchronen Moments der Permanentmagnete. Das Drehmoment der Permanentmagnete wird durch das Reluktanzmoment geschwächt. Im Bereich großer Polradwinkelbeträge größer als 90° verstärkt das Reluktanzmoment das synchrone Moment der Permanentmagnete, sodass das Kippmoment im Bereich des Polradwinkels von 90° bis 180° bei Generatorbetrieb und –90° bis –180° bei Motorbetrieb liegt. Um sicher zu stellen,

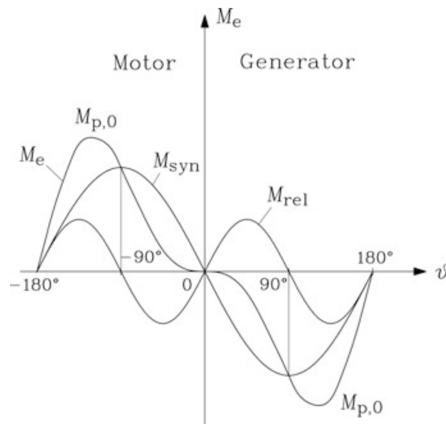


Abb. 9.68 Das Drehmoment M_e der permanentmagneterregten Synchronmaschine am starren Netz setzt sich aus dem synchronen Moment M_{syn} der Permanentmagnete und dem Reluktanzmoment M_{rel} zusammen. Dieses verringert wegen des „inversen“ Reluktanzeffekts $L_d < L_q$ das resultierende Drehmoment bei kleinen Polradwinkelbeträgen bis 90°

dass das resultierende Drehmoment im Bereich kleiner Polradwinkel positiv ist, muss als Bedingung die Tangente an die Drehmomentkurve in Abb. 9.68 beim Polradwinkel Null zumindest waagrecht sein, was auf die Bedingung (9.126) führt. Daraus folgt, dass die Magnete eine gewisse Mindesthöhe aufweisen müssen, um ein positives Drehmoment zu ergeben.

$$R_s = 0, \left.\frac{dM_e}{d\vartheta}\right|_{\vartheta=0} \geq 0 : \quad \frac{U_p}{X_d} + U_s \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \geq 0 \tag{9.126}$$

Für den typischen Wert $X_q = 2X_d$ muss die minimale Magnethöhe so groß sein, dass die Polradspannung größer als die halbe Klemmenspannung ist, um ein positives Drehmoment in der Nähe des Polradwinkels $\vartheta = 0$ zu erhalten.

$$U_p \geq U_s/2 \tag{9.127}$$

Auf Grund des „inversen" Reluktanzeffekts ist gemäß Abb. 9.68 das elektromagnetische Drehmoment bei kleinen Polradwinkeln klein. Deshalb ist der Polradwinkel beim Betrieb mit dem Bemessungsmoment in der Regel relativ groß und liegt in der Größenordnung bei ca. ± 60°.

Fazit:
Auf Grund des „inversen" Reluktanzeffekts wird die permanentmagneterregte Synchronmaschine am starren Netz stationär bei relativ großen Polradwinkeln betrieben. Die Permanentmagnete müssen eine gewisse Mindesthöhe aufweisen, damit das von ihnen erzeugte synchrone Drehmoment das negativ wirkende Reluktanzmoment bei kleinen Polradwinkeln übersteigt, um so ein resultierendes positives Nutzmoment zu erzeugen.

9.7.2 Beanspruchung der Permanentmagnete bei Störung des Synchronbetriebs

a) Asynchroner Betrieb des Läufers: Während des asynchronen Hochlaufs, aber auch wenn die Maschine durch Überlast aus dem Synchronismus kippt, dreht der Läufer langsamer als das mit synchroner Drehzahl rotierende Ständerdrehfeld. Dadurch ergibt sich auch für gewisse Zeitpunkte eine Relativlage des Ständerdrehfelds zu den Läufermagneten, bei der das Ständermagnetfeld gegen die Magnetisierungsrichtung der Läufermagnete orientiert ist. In diesem Fall besteht die Gefahr der irreversiblen Entmagnetisierung der Läufermagnete. Daher müssen die Magnete über einen ausreichend hohen positiven Magnetstreufluss $\Phi_{M\sigma}$ stabilisiert werden, wie folgende Überlegung zeigt. Der Fluss pro Pol der Permanentmagnete wird dazu gedanklich in den Läuferstreufluss $\Phi_{M\sigma}$ und den Läuferluftspaltfluss Φ_p zerlegt.

$$\Phi_M = \Phi_{M\sigma} + \Phi_p \tag{9.128}$$

Der entmagnetisierende Luftspaltfluss des Ständerdrehfelds Φ_s wirkt gegen den Läuferluftspaltfluss Φ_p. Wir nehmen an, dass bis zur Koerzitivfeldstärke die magnetische Charakteristik $B(H)$ der Permanentmagnete im zweiten Quadraten linear ist, sodass eine bleibende Entmagnetisierung erst bei einer negativen Flussdichte in den Permanentmagneten stattfindet. Um diesen Zustand $\Phi_{M,res} = \Phi_M - \Phi_s \leq 0$ zu erreichen, muss der Ständerfluss gemäß (9.128) auch den Läuferstreufluss der Permanentmagnete $\Phi_{M\sigma}$ überwinden. Der Ständerluftspaltfluss muss daher um das Verhältnis $k_\sigma > 1$ (9.129) größer sein als der Läuferluftspaltfluss der Permanentmagnete. Ein großer Läuferstreufluss, der für eine hohe magnetische Ausnutzung bezüglich des Luftspaltfeldes unerwünscht ist, zeigt sich hier als wirksame Hilfe zum Schutz gegen eine irreversible Entmagnetisierung beim Asynchronlauf.

$$k_\sigma = \frac{\Phi_p + \Phi_{M\sigma}}{\Phi_p} = 1 + \frac{\Phi_{M\sigma}}{\Phi_p} \tag{9.129}$$

Auf Grund der vergrabenen Permanentmagnete ist der Läuferstreufluss, der sich im Läufereisen über die Magnete schließt, relativ groß (Abb. 9.12) und bewirkt einen guten Schutz gegen eine bleibende Entmagnetisierung beim Asynchronlauf.

Fazit:
Vergrabene Magnete haben auf Grund des größeren Läuferstreuflusses eine größere Sicherheit gegen eine bleibende Entmagnetisierung durch das Ständerfeld beim Asynchronlauf als Oberflächenmagnete.

b) Plötzlicher Klemmenkurzschluss: Der plötzliche Klemmenkurzschluss als Störung des stationären Betriebszustandes wird in Kap. 16 ausführlich beschrieben. Auf Grund des plötzlichen Klemmenkurzschlusses ändern sich die Ständerströme sehr rasch und damit auch der Ständerfluss, der entmagnetisierend auf die Läufermagnete wirkt. Der Anlaufkäfig wird durch diese rasche Ständerflussänderung induziert, und führt auf Grund der in ihm induzierten Stabspannungen hohe Käfig-Stabströme. Diese Stabströme erregen ein Läuferfeld, das wegen des gegenüber der Käfigreaktanz relativ kleinen Käfigwiderstandes nahezu vollständig gegen die Richtung des Ständerfeldes orientiert ist (vgl. Kap. 5). Dadurch löschen sich Stator- und Rotorfluss im Luftspalt nahezu aus. Die unter dem Käfig liegenden Permanentmagnete werden somit wirkungsvoll gegenüber dem Ständerfluss bei Stoßkurzschluss abgeschirmt und sind damit gegen Entmagnetisierung geschützt.

Fazit:
Der Rotorkäfig wirkt bei Stoßkurzschluss und anderen transienten elektromagnetischen Beanspruchungen der PM-Synchronmaschine wie z. B. dem betrieb mit hohem Schlupf während des asynchronen Anlaufs als elektromagnetischer Schirm, der die Permanentmagnete gegen rasch veränderliche entmagnetisierende Ständerfelder schützt.

9.7.3 Das bremsende Drehmoment der Permanentmagnete während des asynchronen Hochlaufs

Während des asynchronen Anlaufs induzieren die rotierenden Läufermagnete die Ständerwicklung mit der Frequenz $f = n \cdot p = \omega/(2\pi)$. Diese Frequenz ist kleiner als die Ständerfrequenz des speisenden Netzes f_s, solange die Drehzahl kleiner als die Synchrondrehzahl $n < n_{syn}$ ist. Die asynchron rotierenden Magnete rufen daher die nichtnetzfrequente Polradspannung $U_p = \omega\Psi_p/\sqrt{2}$ in der Ständerwicklung je Strang hervor. Diese Spannung treibt einen zusätzlichen nichtnetzfrequenten Ständerstrom je Strang I_p. Bei Annahme eines ideal starren Netzes ist die Netzinnenimpedanz Null. Das Netz wirkt für den netzfremdfrequenten Ständerstrom $\underline{I}_p$ wie ein Kurzschluss, weshalb in (9.130) die linke Seite in der Ständerspannungsgleichung für $\omega = 2\pi \cdot n \cdot p$ Null ist. Der zusätzliche Ständerstrom $\underline{I}_p$ wird Ständerstrom wird daher nur durch die Maschinenimpedanz selbst begrenzt. Dieser Strom erregt ein zusätzliches Ständerdrehfeld und bildet mit den Läufermagneten ein bremsendes elektromagnetisches Drehmoment M_p. Neben diesem zeitlich konstanten Bremsmoment ergibt sich ein zusätzliches pulsierendes Drehmoment zwischen den Läufermagneten, die mit der Drehzahl n rotieren, und dem Ständerdrehfeld des netzfrequenten Ständerstroms I_s, das mit Synchrondrehzahl n_{syn} rotiert. Die Frequenz des pulsierenden Drehmoments ist die Schlupffrequenz $\Delta f = p \cdot (n_{syn} - n) = s \cdot f_s$. Die Berechnung des konstanten bremsenden Drehmoments der Permanentmagnete erfolgt über die Ständerspannungsgleichung für die Ständerkreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot n \cdot p$.

$$0 = R_s \underline{I}_p + j\omega\underline{\Psi}_s/\sqrt{2} \tag{9.130}$$

Der nichtnetzfrequente Ständerstrom $\underline{I}_p$ erregt ein synchron mit dem Läufer drehendes Magnetfeld und wird daher wegen $L_q \neq L_d$ in die d- und q-Komponente zerlegt.

$$\underline{I}_p = I_{pd} + jI_{pq} \tag{9.131}$$

In gleicher Weise wird die netzfremdfrequente Ständerflussverkettung zerlegt.

$$\underline{\Psi}_s = \Psi_{sd} + j\Psi_{sq} \tag{9.132}$$

Durch Einsetzen dieser Zerlegung in (9.130) erhalten wir

$$0 = R_s I_{pd} - \omega\Psi_{sq}/\sqrt{2} \qquad 0 = R_s I_{pq} + \omega\Psi_{sd}/\sqrt{2} \tag{9.133}$$

und die Komponenten der Flussverkettung (9.134).

$$\Psi_{sd} = \sqrt{2} \cdot L_d I_{pd} + \Psi_p \qquad \Psi_{sq} = \sqrt{2} \cdot L_q I_{pq} \tag{9.134}$$

Weiter erhalten wir durch Einsetzen von (9.134) in (9.133) die d- und q-Komponente des nichtnetzfrequenten zusätzlichen Ständerstroms.

$$I_{\mathrm{pd}} = -\frac{\omega L_{\mathrm{q}} \cdot U_{\mathrm{p}}}{R_{\mathrm{s}}^2 + \omega L_{\mathrm{d}} \cdot \omega L_{\mathrm{q}}} \qquad I_{\mathrm{pq}} = -\frac{R_{\mathrm{s}} \cdot U_{\mathrm{p}}}{R_{\mathrm{s}}^2 + \omega L_{\mathrm{d}} \cdot \omega L_{\mathrm{q}}} \tag{9.135}$$

Die von diesem Strom in der Ständerwicklung verursachten Stromwärmeverluste ergeben in der Energiebilanz die von dem mechanischen Bremsmoment M_{p} verursachte Bremsleistung durch die Permanentmagnete.

$$P_{\mathrm{Cu,p}} = 3R_{\mathrm{s}}I_{\mathrm{p}}^2 = 3R_{\mathrm{s}}(I_{\mathrm{pd}}^2 + I_{\mathrm{pq}}^2) = \frac{3R_{\mathrm{s}}U_{\mathrm{p}}^2 \cdot (R_{\mathrm{s}}^2 + \omega^2 L_{\mathrm{q}}^2)}{(R_{\mathrm{s}}^2 + \omega L_{\mathrm{d}}\omega L_{\mathrm{q}})^2} = -\Omega_{\mathrm{m}} M_{\mathrm{p}} \tag{9.136}$$

$$M_{\mathrm{p}} = -\frac{3p \cdot R_s \cdot \omega \Psi_{\mathrm{p}}^2 \cdot (R_{\mathrm{s}}^2 + \omega^2 L_{\mathrm{q}}^2)}{2 \cdot (R_{\mathrm{s}}^2 + \omega L_{\mathrm{d}}\omega L_{\mathrm{q}})^2} \qquad \omega = 2\pi \cdot n \cdot p < \omega_{\mathrm{s}} \tag{9.137}$$

Mit (9.137) haben wir eine Darstellung des durch die Permanentmagnete verursachten Bremsmoments während des asynchronen Hochlaufs gewonnen (Abb. 9.69). Mit der Vereinfachung $L_{\mathrm{q}} = L_{\mathrm{d}}$ leiten wir das maximale bremsende Drehmoment mit $dM_{\mathrm{p}}/d\omega = 0$ aus (9.137) ab. Es tritt bei der Drehzahl

$$n^* = \omega^*/(2\pi p) = R_{\mathrm{s}}/(2\pi p \cdot L_{\mathrm{d}}) \tag{9.138}$$

auf und hat den Wert (9.139). In ähnlicher Weise war bereits in Kap. 8 das bremsende Drehmoment bei der Kurzschluss-Schnellbremsung von elektrisch erregten Synchronmaschinen berechnet worden, das auf demselben physikalischen Effekt beruht.

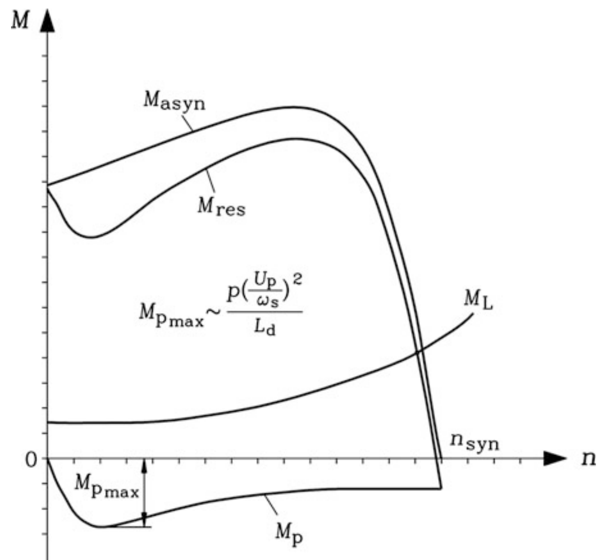


Abb. 9.69 Mittleres asynchrones Anlaufmoment M_{asyn} und das von den Permanentmagneten verursachte Bremsmoment M_{p}, dessen Einfluss zu einem sattelförmigen Verlauf des resultierenden Anlaufmoments M_{res} führt

$$M_{\mathrm{p,max}} = M_{\mathrm{p}}(\omega^*) = \frac{3p}{2} \cdot \frac{\Psi_{\mathrm{p}}^2}{2L_{\mathrm{d}}} = \frac{3p}{2} \cdot \frac{U_{\mathrm{pN}}^2}{\omega_{\mathrm{N}}^2 L_{\mathrm{d}}} \qquad (9.139)$$

Dieses bremsende Drehmoment verringert das resultierende Anlaufmoment, da es gegenüber dem asynchronen Anlaufmoment entgegengesetztes Vorzeichen hat. Dadurch hat das mittlere Drehmoment während des Hochlaufs gemäß Abb. 9.69 einen sattelförmigen Verlauf (Takahashi 2010).

Bei Synchronbetrieb erreicht die Frequenz des zusätzlichen Ständerstroms I_{p} ebenfalls Netzfrequenz f_{s}. Daher wird I_{p} dann ein Teil des resultierenden netzfrequenten Ständerstroms I_{s}. Da dann der Schlupf $s = 0$ ist, verschwinden das asynchrone Hochlaufmoment und das pulsierende Drehmoment. Das Moment M_{p}, das während des Hochlaufs bremsend wirkte, wird nun zum synchronen Moment (9.125), das vom Polradwinkel ϑ abhängt. Es verbleibt somit nur das konstante synchrone Drehmoment gemäß Abschn. 9.7.1. Dies ist in Abb. 9.70 sichtbar, wo Drehzahl und Drehmoment als gemessene zeitliche Verläufe während des asynchronen Hochlaufs eines kleinen Permanentmagnet-Synchronmotors dargestellt sind. Das dem mittleren Anlaufmoment überlagerte schlupffrequente Pulsationsmoment ist deutlich erkennbar. Seine Frequenz sinkt mit steigender Drehzahl. Das Pulsationsmoment bewirkt eine Drehzahlschwankung. Nach erfolgtem Hochlauf und Synchronisierung des Läufers (Abschn. 9.7.4) verschwinden Pulsationsmoment und Drehzahlschwankung; das Drehmoment ist zeitlich konstant und (nahezu) Null, da der Motor im Leerlauf läuft. In Abb. 9.70 ist auch der kleine Einfluss des Hochlauf-Reluktanzmoments enthalten, der in Kap. 10 besprochen wird. Weiter ist kurz nach dem Einschalten ein mit Ständerfrequenz pulsierender Momentenanteil vorhanden, der auf Grund des beim Einschalten auftretenden Gleichstromglieds in den Ständerströmen auftritt. Dieser Effekt wird in Kap. 15 besprochen.

Fazit:
Die Permanentmagnete im Läufer induzieren die Ständerwicklung während des asynchronen Hochlaufs netzfremdfrequent und rufen dort einen zusätzlichen Strom hervor, der mit

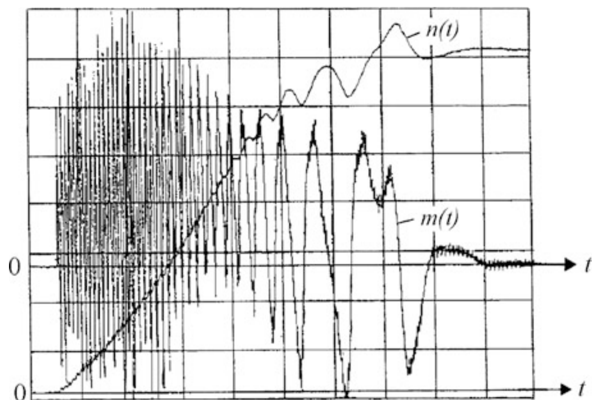


Abb. 9.70 Gemessener Zeitverlauf des Wellenmoments und der Drehzahl während des asynchronen Leerhochlaufs eines PM-Synchronmotors mit vergrabenen Barium-Ferrit-Läufermageten und Alu-Anlaufkäfig am starren Netz bis zum Erreichen der Synchrondrehzahl

den Magneten ein bremsendes Drehmoment bildet, und damit das asynchrone mittlere Anlaufmoment schwächt. Bei der Auslegung der PM-Synchronmaschine mit Anlaufkäfig für Netzbetrieb ist daher ein Kompromiss zwischen schwachen Magneten für hohes Anlaufmoment und starken Magneten für hohes Stationärmoment im Synchronbetrieb zu finden.

9.7.4 Synchronisierung nach erfolgtem Hochlauf

Nach erfolgtem asynchronen Hochlauf dreht der Läufer auf Grund des bremsenden Reibungsmoments mit einem kleinen Schlupf langsamer als die Synchrondrehzahl. Wenn dieser Schlupf kleiner als der sogenannte kritische Schlupf $s < s_{cr}$ ist, bewirkt das zwischen den Permanentmagneten des Läufers und dem Ständerstrom ausgeübte synchrone Drehmoment, dass der Läufer in den Synchronismus gezogen wird. Der Schlupf ist dann Null, und das asynchrone Drehmoment ebenfalls. Der Läuferkäfig ist bei Vernachlässigung des Effekts der Ständerfeldoberwellen dann bei Synchronbetrieb stromlos. Diesen Vorgang nennt man das Synchronisieren oder Intrittfallen des Läufers nach erfolgtem asynchronen Hochlauf. Ist der durch das Reibungsmoment oder ein vorhandenes Lastmoment bedingte Schlupf nach erfolgtem asynchronen Hochlauf größer als der kritische Schlupf, dann reicht das Drehmoment der Permanentmagnete mit dem Ständerstrom nicht aus, um den Läufer in den Synchronismus zu ziehen. Der Läufer dreht weiterhin asynchron und verbleibt in diesem Betriebszustand. Im Folgenden wird dieser kritische Schlupf näherungsweise hergeleitet, wobei angenommen wird, dass die PM-Synchronmaschine mit dem Läufer der Lastmaschine starr gekuppelt ist. Mit dem Newton'schen Bewegungsgesetz (9.140) wird der Rotorlagewinkel γ_r (in elektrischen Graden) in Abhängigkeit des resultierenden Trägheitsmoments $J = J_L + J_M$ von Synchronmaschine und Lastmaschine aus der Differenz von elektromagnetischen Drehmoment M_e und das Lastmoment M_L berechnet.

$$\frac{J_M + J_L}{p} \cdot \frac{d^2\gamma_r}{dt^2} = M_e - M_L \tag{9.140}$$

Das elektromagnetische Drehmoment $M_e = M_{syn} + M_{rel} + M_{asyn}$ umfasst das synchrone Drehmoment der Permanentmagnete mit dem Ständerstrom M_{syn}, das Reluktanzmoment des Ständerstroms M_{rel} auf Grund des Reluktanzunterschieds zwischen der d-Achse und der q-Achse im Läufer, und das asynchrone Drehmoment des Ständerstroms mit den Läuferkäfigströmen M_{asyn}. Dieses asynchrone Drehmoment schwankt auf Grund des Reluktanzunterschiedes des Läufers zwischen der d- und q-Achse und des damit verbundenen Unterschieds der Induktivitäten $L_d < L_q$ und wird in Abb. 9.71 daher in zwei Komponenten dargestellt: Dem mittleren asynchronen Drehmoment $M_{asyn,av}$ und der Amplitude des überlagerten Wechselmoments $M_{asyn,\sim}$. Die Differenz zwischen dem Lagewinkel der Grundwelle des Ständerdrehfelds und dem Rotorlagewinkel $\Delta\gamma = \gamma_s - \gamma_r = \vartheta$ stellt den Polradwinkel ϑ dar. So lange der Rotor durchschlüpft, ändert sich der Polradwinkel

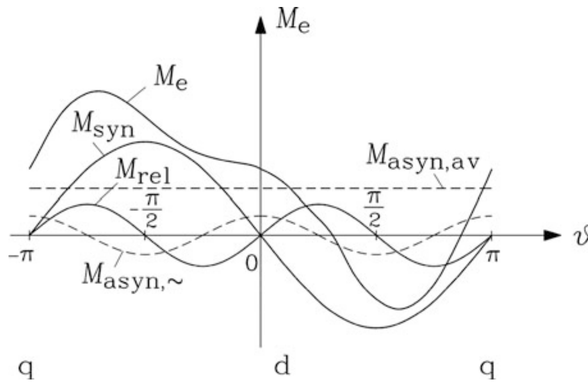


Abb. 9.71 Resultierendes elektromagnetisches Drehmoment bei kleinem Schlupf. Der Läufer dreht langsamer als die Ständerfeld-Grundwelle, sodass der Polradwinkel zwischen –180° und 180° variiert, wenn der Läufer sich um eine doppelte Polteilung relativ zur Ständerfeld-Grundwelle dreht

ständig periodisch von –180° bis 180° linear mit der Zeit. In Abb. 9.71 sind das synchrone Moment und das Reluktanzmoment aus Abb. 9.68 entsprechend der Formel (9.125) in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ eingetragen. Auf Grund der beschleunigenden bzw. bremsenden Wirkung der Drehmomente ist der Schlupf $s(t)$ zeitlich nicht konstant (9.141).

$$\Delta\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_\mathrm{s} - \dot{\gamma}_\mathrm{r} = p \cdot (\Omega_\mathrm{syn} - \Omega_\mathrm{m}(t)) = s(t) \cdot \omega_\mathrm{s} \tag{9.141}$$

Durch Kombination von (9.140) mit (9.141) erhalten wir mit der zweiten Ableitung der Winkeldifferenz $\Delta\ddot{\gamma} = \ddot{\gamma}_\mathrm{s} - \ddot{\gamma}_\mathrm{r} = \dot{s}(t) \cdot \omega_\mathrm{s}$ und Beachtung von $\ddot{\gamma}_\mathrm{s} = p \cdot \dot{\Omega}_\mathrm{syn} = 0$ den nachfolgenden Ausdruck (9.142).

$$-J \cdot \frac{\omega_\mathrm{s}}{p} \cdot \frac{ds}{dt} = M_\mathrm{e}(\vartheta(t)) - M_\mathrm{L} \tag{9.142}$$

Mit dieser Gleichung kann das Intrittfallen für unterschiedliche Lastmomente numerisch berechnet werden. Der günstigste Fall für das Intrittfallen tritt auf, wenn das Lastmoment null ist: $M_\mathrm{L} = 0$. Wir vernachlässigen in der Folge den Reluktanzeffekt, sodass $L_\mathrm{d} = L_\mathrm{q}$ ist. Folglich sind das Reluktanzmoment und der Wechselanteil des asynchronen Moments ebenfalls null: $M_\mathrm{rel} = 0$, $M_{\mathrm{asyn},\sim} = 0$. Das mittlere asynchrone Drehmoment wird gemäß Kap. 5 bei vernachlässigtem Ständerwicklungswiderstand in Abhängigkeit des Schlupfs durch die Kloss'sche Funktion beschrieben. Bei kleinem Schlupf $s << 1$ wird die Kloss'sche Funktion durch ihre Tangente im Synchronpunkt (mit dem asynchronen Kippmoment und dem zugehörigen Kippschlupf M_b, s_b als Parameter) angenähert: $M_\mathrm{asyn,av} \approx 2s \cdot M_\mathrm{b}/s_\mathrm{b}$. Bei sehr kleinem Schlupf ist folglich $M_\mathrm{asyn,av}$ nahezu null und wird in der Folge vernachlässigt: $M_\mathrm{asyn,av} \cong 0$. Es verbleibt dann für die Bestimmung des kritischen Schlupfs nur das synchrone Drehmoment gemäß (9.125).

$$M_\mathrm{e} = M_\mathrm{syn} + M_\mathrm{rel} + M_\mathrm{asyn} \approx M_\mathrm{syn} = -M_\mathrm{p0} \cdot \sin\vartheta \tag{9.143}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei die Rotorlage relativ zum Statordrehfeld durch den Polradwinkel $\vartheta_1 = -\pi$ gegeben. Der Schlupf zu diesem Zeitpunkt sei bereits klein: $s_1 << 1$. Der Rotor schlüpft mit $\Delta\Omega_\mathrm{m}(t) = s(t) \cdot 2\pi f_\mathrm{s}/p$ bzw. $\Delta\Omega_\mathrm{m}(t) \cdot p = \Delta\dot{\gamma}(t) = \dot{\gamma}_\mathrm{s} - \dot{\gamma}_\mathrm{r} = \dot{\vartheta}(t)$ oder $\dot{\vartheta}(t) = s(t) \cdot 2\pi f_\mathrm{s}$ vom Winkel $\vartheta_1 = -\pi$ zum Winkel $\vartheta_2 = 0$. Es vergeht dabei wegen $\vartheta(t) \cong s_\mathrm{av} \cdot 2\pi f_\mathrm{s} \cdot t + \vartheta(t = 0) = s_\mathrm{av} \cdot 2\pi f_\mathrm{s} \cdot t + \vartheta_1$ und $s_\mathrm{av} \cdot 2\pi f_\mathrm{s} \cdot t_\mathrm{s} = \vartheta_2 - \vartheta_1$ die Zeit $t_\mathrm{s} = 1/(2 s_\mathrm{av} \cdot f_\mathrm{s})$. Dabei ist $s_\mathrm{av} = (s_1 + s_2)/2$ der mittlere Schlupf, und s_2 der Schlupf nach der Zeit t_s. Da gemäß Abb. 9.71 während dieser Zeit das synchrone Drehmoment positiv ist, wird der Läufer durch M_syn beschleunigt, sodass der Schlupf kleiner wird: $s_2 < s_1$. Während dieser Zeit t_s kann die Läuferbeschleunigung so groß ausfallen, dass der Läufer gleich schnell wie das Ständerfeld dreht. Dann verbleibt er in diesem Synchronismus, und die Synchronisierung ist abgeschlossen. Die letzte Chance für dieses Synchronisieren ist zum Zeitpunkt $t = t_\mathrm{s}$ gegeben. Danach wird der Polradwinkel positiv und das synchrone Moment M_syn gemäß Abb. 9.71 negativ und bremst den Läufer wieder ab. Wenn also $s_2 = 0$ ist, dann hat der Läufer gerade noch synchronisiert. Der zugehörige Schlupf s_1 am Beginn dieses Vorgangs ist dann der maximal zulässige Schlupf für das Synchronisieren und wird als kritischer Schlupf s_cr bezeichnet. Ist der Schlupf s_1 zum Zeitpunkt $t = 0$ kleiner als der kritische Schlupf $s < s_\mathrm{cr}$, dann synchronisiert der Läufer bereits, bevor der Polradwinkel $\vartheta_2 = 0$ erreicht wird. Zur Berechnung des kritischen Schlupfs nehmen wir an, dass sich der Polradwinkel ϑ zwischen $-\pi$ und 0 linear mit der Zeit t gemäß $\vartheta = -\pi + t \cdot \pi / t_\mathrm{s}$ ändert. Wir integrieren (9.142) mit (9.143) mit der Bedingung $s_2 = 0$, und erhalten $s_1 = s_\mathrm{cr}$.

$$\int_0^{t_\mathrm{s}} -J \cdot \frac{\omega_\mathrm{s}}{p} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot dt = \int_{s_1}^{s_2} -J \cdot \frac{\omega_\mathrm{s}}{p} \cdot ds = J \cdot \frac{\omega_\mathrm{s}}{p} \cdot (s_1 - s_2) = J \cdot \frac{\omega_\mathrm{s}}{p} \cdot s_1 =$$

$$= \int_0^{t_s} M_\mathrm{syn}(\vartheta(t)) \cdot dt = \frac{t_\mathrm{s}}{\pi} \int_{-\pi}^{0} -M_\mathrm{p0} \cdot \sin(\vartheta) \cdot d\vartheta = \frac{t_\mathrm{s}}{\pi} \cdot 2M_\mathrm{p0} =$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot s_\mathrm{av} f_\mathrm{s}} \cdot 2M_\mathrm{p0} = \frac{1}{2\pi \cdot (s_1/2) \cdot f_\mathrm{s}} \cdot 2M_\mathrm{p0}$$

$$J \cdot \frac{\omega_\mathrm{s}}{p} \cdot s_1 = \frac{1}{2\pi \cdot (s_1/2) \cdot f_\mathrm{s}} \cdot 2M_\mathrm{p0} \tag{9.144}$$

Mit Verwendung des synchronen Kippmoments (9.145) für $R_\mathrm{s} = 0$ im Ausdruck (9.144)

$$M_\mathrm{p0} = \frac{3U_\mathrm{s}U_\mathrm{p}}{\Omega_\mathrm{syn} X_\mathrm{d}} = \frac{P_\mathrm{p0}}{\Omega_\mathrm{syn}} \tag{9.145}$$

erhalten wir für den Sonderfall $M_\mathrm{L} = 0$ den kritischen Schlupf $s_1 = s_\mathrm{cr}$ als geschlossenen Ausdruck (9.146).

$$s_\mathrm{cr}(M_\mathrm{L} = 0) = \frac{1}{\Omega_\mathrm{syn}} \cdot \sqrt{\frac{4M_\mathrm{p0}}{J \cdot p}} = \frac{1}{\omega_\mathrm{s}/p} \cdot \sqrt{\frac{2P_\mathrm{p0}}{\pi \cdot (J_\mathrm{M} + J_\mathrm{L}) \cdot f_\mathrm{s}}} \tag{9.146}$$

Die Bedingung für Synchronisierung lautet daher: $s \leq s_{cr}$. Wenn das Lastmoment nicht Null ist ($M_L > 0$), dann sind zum Zeitpunkt $t = 0$ beim Schlupf s das antreibende asynchrone Käfigmoment und das Lastmoment gleich groß, sodass sich der Schlupf s_1 als stationärer Betriebspunkt einstellt. Da dann infolge der Läuferbeschleunigung der Schlupf während der Zeit t_s sinkt, sinkt das asynchrone Antriebsmoment, und das bremsende Lastmoment überwiegt. Die numerische Lösung von (9.142) zeigt, dass dann der kritische Schlupf sinkt. Mit dem numerisch ermittelten Korrekturfaktor $\zeta(m) \approx \sqrt{1.4 - 1.244 \cdot m} + 1 - \sqrt{1.4}$, $m = M_L/M_{p0}$ schreiben wir $s_{cr} = s_{cr}|_{M_L=0} \cdot \sqrt{\zeta}$, wobei $\zeta(M_L = 0) = 1$ ist (Drehmann 1943). Wenn das Lastmoment im Vergleich zum synchronen Kippmoment klein ist, ist somit sein Einfluss auf den Synchronisiervorgang vernachlässigbar. Bei großem Lastmoment muss die Absenkung des kritischen Schlupfs mit dem Korrekturfaktor ζ bestimmt werden. Beispielsweise sinkt bei einem Lastmoment $M_L/M_{p0} = 0.6$ der kritische Schlupf wegen $\zeta = 0.64$ um 20%. Beim größeren Lastmoment $M_L/M_{p0} = 0.9$ sinkt der kritische Schlupf wegen $\zeta = 0.35$ um 40 %. Bei noch größeren Lastmomenten sinkt der kritische Schlupf weiter ab und erreicht im Rahmen der hier gemachten Annahmen einen Wert $s_{cr,p}$ bei $M_L/M_{p0} = 1$ gemäß $\zeta(M_L = M_{p0}) = 0.21$ als $s_{cr,p} = s_{cr}|_{M_L=0} \cdot 0.46$. Es ist also auf Grund der beschleunigenden Hilfe des asynchronen Drehmoments theoretisch eine Synchronisierung sogar möglich, wenn $M_L = M_{p0}$ ist. Vernachlässigt man den Einfluss des Lastmomentes bei der Berechnung des kritischen Schlupfs gemäß (9.146), so ist der Fehler bei der Berechnung von s_{cr} kleiner als 20 %, wenn das Lastmoment kleiner als 60 % des synchronen Kippmoments ist (Takahashi 2010).

In Abb. 9.72 ist das mittlere Hochlaufmoment über der Drehzahl gemeinsam mit dem kritischen Schlupf dargestellt. Das Intrittfallen ist im Bereich zwischen Schlupf 0 und s_{cr} möglich. Das Außertrittfallen bei langsamer Erhöhung des Lastmoments erfolgt, wenn das Lastmoment größer als das synchrone Kippmoment ist.

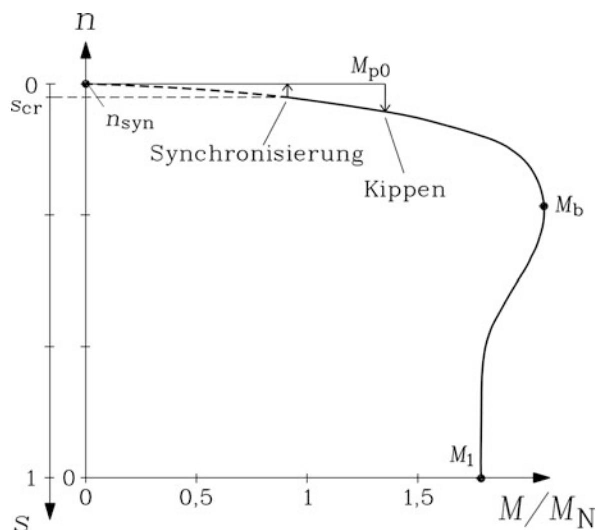


Abb. 9.72 Mittleres Hochlaufmoment mit kritischem Schlupf sowie asynchronem und synchronem Kippmoment

Beispiel 9.30

Berechnen Sie für eine drehzahlveränderlich betriebene sechspolige permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Barium-Ferrit-Magneten

1. die Bemessungsleistung,
2. die Kippleistung und
3. den kritischen Schlupf bei 50 Hz für $M_L = 0$. Die Maschine hat folgende Daten: 50 … 150 Hz, 1000 … 3000/min, 125 … 380 V Y, 42 A, Bemessungsmoment 49.7 Nm, synchrones Kippmoment 150 %, Achshöhe 160 mm, geschlossene Bauweise mit Oberflächenkühlung, Kühlrippen und Wellenlüfter. Das resultierende Trägheitsmoment von Maschine und Lastmaschine beträgt 1.5 kgm^2.

Lösung:

1) $P_N = (2\pi f_s/p) \cdot M_N = (2\pi \cdot 50/3) \cdot 49.7 = 5.2\,\text{kW}$
2) $P_{p0} = 1.5 P_N = 7.8\,\text{kW}$
3) Bei $M_L = 0$: $s_{cr} = \dfrac{1}{2\pi \cdot 50/3} \cdot \sqrt{\dfrac{2}{\pi} \cdot \dfrac{7800}{50 \cdot 1.5}} = 0.078 = 7.8\,\%$

Beispiel 9.31

Einfluss des Lastträgheitsmoments auf den Synchronisiervorgang:
In Abb. 9.70 sind gemessenes Wellenmoment und Drehzahl eines PM-Synchronmotors mit Anlaufkäfig und Barium-Ferrit-Läufermagneten während des Leerhochlaufs mit einer starr gekuppelten Schwungmasse dargestellt. Die Maschine synchronisiert nach erfolgtem Hochlauf. Danach wird der Hochlaufversuch wiederholt, allerdings dabei das Gesamt-Trägheitsmoment um den Faktor 2.4 erhöht. Gemäß (9.146) sinkt der kritische Schlupf um den Wert $1/\sqrt{2.4} = 0.64$. Er ist damit kleiner als der beim Hochlauf stationär erreichbare minimale Schlupf, es ist keine Synchronisierung mehr möglich (Abb. 9.73). Auf Grund des abwechselnd positiven und negativen synchronen Moments pendelt das Drehmoment mit Schlupffrequenz und führt zu einer entsprechenden Drehzahlpendelung. Der Drehzahlmittelwert ist etwas kleiner als die Synchrondrehzahl.

Fazit:
Nach erfolgtem asynchronen Hochlauf synchronisiert die PM-Synchronmaschine, wenn der erreichte Schlupf den kritischen Schlupf unterschreitet. Dieser kritische Schlupf ist umso kleiner, je größer das zu beschleunigende Trägheitsmoment und das wirksame Gegenmoment der Last sind. Der Synchronbetrieb bleibt bei steigender Belastung solange aufrecht, bis das synchrone Kippmoment überschritten wird. Es ergibt sich gemäß Abb. 9.72 eine Schalthysterese zwischen Intrittfallen und Außertrittfallen.

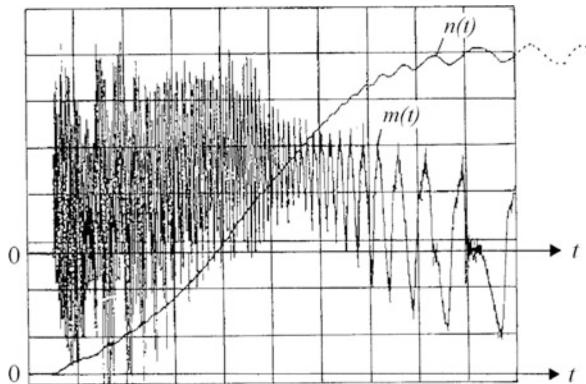


Abb. 9.73 (vgl. Abb. 9.70) Gemessener Zeitverlauf des Wellenmoments und der Drehzahl während des asynchronen Leerhochlaufs eines PM-Synchronmotors mit Alu-Anlaufkäfig am starren Netz. Gegenüber Abb. 9.70 ist das resultierende Trägheitsmoment um den Faktor 2.4 erhöht worden, sodass der kritische Schlupf sich nahezu halbiert. Es ist keine Synchronisierung mehr möglich

Dieselben Überlegungen gelten auch für das Synchronisieren von elektrisch erregten Synchronmaschinen, die mit einem Anlaufkäfig asynchron am starren Netz hochfahren. Allerdings wird gemäß Kap. 8 während des Hochlaufs die Erregerwicklung kurz geschlossen, um die transformatorisch induzierte hohe Wechselspannung an den Erregerklemmen kurz zu schließen und so die Erregereinrichtung vor dieser schädlichen Überspannung zu schützen. Bei Erreichen des kritischen Schlupfs wird die Erregerwicklung geöffnet. Die transformatorische Wechselspannung ist wegen des geringen Schlupfs bereits unschädlich klein. Die mit Gleichstrom bestromte Läuferwicklung erregt das Polradfeld, das nun mit dem Ständerstrom das synchronisierende Drehmoment erzeugt und den Läufer in den Synchronismus zieht. Das Zuschalten der Erregung und der Aufbau des Läuferfelds benötigen gemäß Kap. 8 eine gewisse Zeit, was als zusätzlicher Parameter in die Bestimmung des kritischen Schlupfs eingeht (Drehmann 1943).

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A9.1 ein Permanentmagnet-Synchronmotor mit Oberflächenmagneten als Vorschubantrieb berechnet, und in A9.2 als Roboterantrieb mit Ermittlung der Spannungsgrenzkennlinie. In A9.3 wird ein Hochdrehzahl-Kompressorantrieb für 65 kW, 24000/min behandelt, in Aufgabe A9.4 die Entmagnetisierfestigkeit von Permanentmagneten untersucht, während Aufgabe A9.5 die Auslegungsmerkmale eines PM-Synchronservomotors zum Thema hat.

10 Reluktanzmaschinen und Schrittmotoren

In diesem Kapitel werden die geschaltete Reluktanzmaschine, die ein umrichtergespeister Antrieb ist, und die bereits in Kap. 8 kurz erläuterte synchrone Reluktanzmaschine sowohl bei Netz- als auch bei Umrichterbetrieb besprochen. Reluktanzmaschinen sehr kleiner Leistung sind die Reluktanz-Schrittmotoren, auf die hier am Ende des Kapitels gemeinsam mit den permanenterregten Schrittmotoren und den Hybrid-Schrittmotoren eingegangen wird (Stölting und Kallenbach 2001).

Reluktanzmaschinen sind Synchronmaschinen, deren ferromagnetischer Rotor keine magnetische Erregung durch eine Erregerwicklung oder durch Permanentmagnete hat (Boldea 1996). Der Luftspalt zwischen Stator und Rotor wird durch Lücken im Rotor periodisch verändert, sodass sich der „magnetische Widerstand" (Reluktanz) des Luftspalts entlang des Maschinenumfangs periodisch ändert. Auf Grund dieses Reluktanzunterschieds benachbarter Rotorbereiche erfährt der Rotor im $2p$-poligen Magnetfeld des Ständers infolge der Maxwell'schen Zugkraft eine ausrichtende Tangentialkraft, sodass sich Rotorbereiche mit kleinem magnetischen Widerstand möglichst weit in den Bereich hoher Luftspaltfeldstärken stellen. Bewegt sich nun das Ständermagnetfeld, so wird der Reluktanzläufer auf Grund des tangentialen magnetischen Zugs mitgezogen. Bei der geschalteten Reluktanzmaschine wird das Ständerfeld schrittweise weitergeschaltet; der Läufer folgt dieser Schrittbewegung. Bei der synchronen Reluktanzmaschine erregt eine Ständerdrehfeldwicklung ein kontinuierlich rotierendes Ständerdrehfeld, das den Läufer synchron im Motorbetrieb mitschleppt. Da der Eisen-Rotor weder Wicklungen noch Permanentmagnete enthält, sind Reluktanzmaschinen robust und i. A. kostengünstig.

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_10

10.1 Geschaltete Reluktanzantriebe („Switched Reluctance Drives“)

10.1.1 Das „Geschaltete Reluktanz“-Prinzip

Stator und Rotor der geschalteten Reluktanzmaschine bestehen aus Nut-Zahn-Strukturen, bei denen die Nutöffnungen absichtlich groß sind („offene Nuten“, Nickel 1998). Dabei sind die Nutzahlen von Stator und Rotor unterschiedlich, z. B. 8 Statorzähne und –nuten und 6 Rotorzähne und -nuten (Abb. 10.1). Die Statorzähne tragen Zahnspulen („konzentrierte Wicklung“, Kap. 3), wobei diese Zahnspulen unterschiedlichen Wicklungssträngen zugeordnet sind. In der Regel gehören benachbarte Zahnspulen zu unterschiedlichen

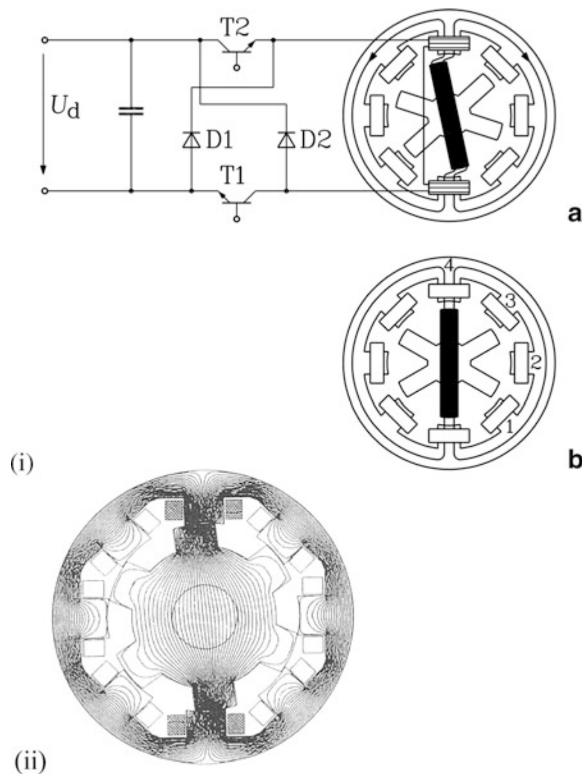


Abb. 10.1 Zweipolige, vierphasige geschaltete Reluktanzmaschine im Querschnitt: (i) Strang „4“ wird aus einer H-Brücke als Wechselrichter bestromt, der seinerseits aus einem Gleichspannungszwischenkreis mit der Gleichspannung U_d versorgt wird. Der tangentiale Zug der Feldlinien im Luftspalt zieht den nächststehenden Rotorzahn unter den bestromten Statorzahn von N- und S-Pol, sodass ein elektromagnetisches Drehmoment nach rechts entsteht (Quelle: Hopper 1992). (ii) Numerisch berechnetes Magnetfeld bei bestromtem Statorstrang „4“ einer geschalteten Reluktanzmaschine (Motordaten: Statoraußendurchmesser: 320 mm, Kleinstwert der Luftspaltweite: 1 mm, axiale Länge des Blechpakets: 320 mm, Wellendurchmesser: 70 mm, Windungszahl je Spule: 10, Strom je Windung: 10 A Gleichstrom) (Quelle: Omekanda et al. 1992)

Wicklungssträngen, wobei eine $2p$-periodische Wiederholung der Zahnspulen mit alternierendem Wicklungssinn die Anzahl der Pole $2p$ definiert. Der Wicklungssinn der Zahnspulen im Nord- und Südpolbereich ist entgegengesetzt. Die Zahnspulen benachbarter Pole können in Serie oder parallel geschaltet sein. In der Regel werden die m Stränge in „offener" Schaltung betrieben, d.h. weder in Stern noch (bei $m = 3$) in Dreieck, sondern jeder Strang wird aus einer gesonderten Wechselrichterschaltung gespeist, sodass er unabhängig von den anderen Strängen bestromt werden kann. In Abb. 10.1 sind alle 8 Zähne des Stators mit Zahnspulen bewickelt und zu $m = 4$ Strängen zusammengefasst, sodass sich ein N- und ein S-Pol und damit eine zweipolige Maschine (nicht 8-polig!) ergeben (Miller 1993).

In Abb. 10.1 (i) a) weisen die Feldlinien im Luftspalt in radiale und tangentiale Richtung. Der resultierende Radialzug auf den Rotor ist auf Grund der entgegengesetzt gerichteten Radialkräfte gegenüber liegender Pole Null, während sich die Tangentialkräfte aller $2p$ Pole addieren. Wenn sich der Rotorzahn in Abb. 10.1 (i) b) unterhalb des Statorzahns in fluchtender Position befindet, verschwindet der resultierende tangentiale Magnetzug. Nun wird Strang „4" abgeschaltet. Da die Zähnezahl von Stator und Rotor unterschiedlich ist, stehen in der Nähe der beiden Statorzähne von Strang „1" zwei Rotorzähne, die bei Bestromung von Strang „1" von diesem tangential angezogen werden. Somit entsteht wieder ein Drehmoment in gleicher Richtung wie zuvor bei Strang „4", und die Rotordrehrichtung bleibt erhalten. Da jeder Strang unabhängig vom nächsten bestromt werden kann, könnte anstelle von „1" auch „3" bestromt werden, da sich in dessen Nähe ebenfalls Rotorzähne befinden, die bei Bestromung von „3" von diesem angezogen werden. Dabei hat sich allerdings die Richtung des Drehmoments umgekehrt, was zu einer Änderung der Drehrichtung führen kann. Werden die Ständerstränge in Abb. 10.1 in der Reihenfolge „1", „2", „3", „4", „1", ... unipolar bestromt, ergibt sich eine stationäre Drehrichtung im Uhrzeigersinn, während eine Folge „4", „3", „2", „1", „4", ... eine stationäre Drehrichtung im Gegen-Uhrzeigersinn ergibt. Erfolgt diese Bestromung ohne Information über die Lage des Läufers (gesteuerter Betrieb), wie dies bei Reluktanzschrittmotoren der Fall ist, so muss das bremsende Drehmoment an der Rotorwelle bzw. die Geschwindigkeit des Weiterschaltens von Strang zu Strang begrenzt werden, um einen Schrittverlust des Rotors zu vermeiden. Deshalb werden Schrittmotoren nur für kleine Leistungen und Drehmomente ausgeführt (siehe Abschn. 10.3). Bei der geschalteten Reluktanzmaschine wird jedoch ein Rotorlagegeber verwendet, sodass die Position des Rotors relativ zum Stator bekannt ist. Damit wird z. B. bei plötzlicher Drehmomenterhöhung das Zurückbleiben des Rotors erkannt, und es kann durch Erhöhung des Stroms in dem bestromten Strang bzw. durch längeres Bestromen dieses Strangs darauf reagiert werden, sodass der Rotorzahn sicher in die fluchtende Position mit dem bestromten Statorzahn gezogen wird. Vor allem müssen genaue Bestromungsschaltzeitpunkte realisiert werden! Wie bei Schenkelpol-Synchronmaschinen bezeichnet man die Achse der magnetisierten Rotorzähne als d-Achse und die Achse benachbarter Rotornuten als q-Achse, auch wenn diese nicht bei 90° el. , sondern abhängig von der Rotorzähnezahl bei kleineren Winkel liegen. Da aber nur die magnetisierten Zähne und ihre benachbarten Lücken (Nuten) für die Funktion der Maschine wirksam sind, ist diese Bezeichnung sinnvoll (Amin 1992).

Die Richtung des magnetischen Zugs ist unabhängig von der Polarität des erregenden Spulenstroms (Kap. 4). Mathematisch kommt das dadurch zum Ausdruck, dass die Radialzugspannung $f_\mathrm{n} = (B_\mathrm{n}^2 - B_\mathrm{t}^2)/(2\mu_0)$ und die Tangentialzugspannung $f_\mathrm{t} = B_\mathrm{n} B_\mathrm{t}/\mu_0$ an der Läuferoberfläche zum Produkt von zwei Feldkomponenten proportional sind. Da wegen des Ampère'schen Durchflutungssatzes die Flussdichte B zum Spulenstrom I proportional ist, sind die radialen und tangentialen Zugspannungen proportional zu I^2, also unabhängig vom Vorzeichen des Stroms. Es ist daher ausreichend, den Spulenstrom unipolar z. B. als Blockstrom mit positiver Polarität einzuprägen, was die Schaltung der speisenden H-Brücke vereinfacht. Anstelle einer Vollbrücke aus z. B. vier Transistoren und vier Freilaufdioden kann je Strang eine Halbbrücke, bestehend aus zwei Transistoren und zwei Freilaufdioden verwendet werden (Abb. 10.1(i)).

Obwohl das Magnetfeld schrittweise weitergeschaltet wird, ist vor allem bei höheren Drehzahlen auf Grund des schnellen Weiterschaltens und der mechanischen Trägheit des Rotors dessen Drehzahl nahezu konstant und hat nur eine geringe Welligkeit. Mit sinkender Drehzahl steigt diese Welligkeit, jedoch kann mit einem hochauflösenden Rotorlagegeber die Position des Rotors dann genügend genau erfasst werden. Über eine veränderliche Stromamplitude durch Pulsweitenmodulation der Gleichspannung des Zwischenkreises kann im Prinzip ein zeitlich weitgehend glattes Drehmoment erzeugt werden, sodass die Drehzahlwelligkeit möglichst klein wird. Über die gemessene zeitliche Änderung der Rotorlage wird die Drehzahl bestimmt, sodass unabhängig vom Lastmoment innerhalb der Stromgrenzen des speisenden Wechselrichters die Drehzahl konstant geregelt werden kann. Somit ist eine Drehzahlregelung mit unterlagerter Stromregelung problemlos möglich. Damit ist die geschaltete Reluktanzmaschine prinzipiell in gleicher Weise einsetzbar wie umrichtergespeiste Drehfeldmaschinen (Kap. 7) und stromrichtergespeiste Gleichstrommaschinen mit Drehzahlregelung (Kap. 11). Wegen der Proportionalität des Moments zum Quadrat des Stroms hat sie Fahrmotor-Eigenschaften, wie sie bei der Traktion benötigt werden, wie z. B. der in Kap. 11 besprochene Gleichstrom-Reihenschlussmotor.

Im Motorbetrieb treibt die an die Ständerspulen angelegte, i. A. gepulste Gleichspannung den Stromfluss, dessen Höhe vom Spulenwiderstand und der Selbstinduktionsspannung des sich in den Zahnspulen ändernden Magnetflusses begrenzt wird. Dabei nimmt bei konstant angenommenem Spulenstrom der Fluss durch die Zahnspulen zu, da sich der Rotorzahn auf den Ständerzahn zu bewegt und damit der magnetische Widerstand für das Magnetfeld kleiner wird. Die Selbstinduktionsspannung ist dann positiv (siehe (10.12), (10.13)). Die elektrische Momentanleistung als Produkt aus Spulenstrom und anliegender Spulenspannung ist dabei im Mittel positiv; es wird elektrische Wirkleistung vom Zwischenkreis an die Maschine in Form von Stromwärme in den Spulen und mechanischer Wirkleistung auf den Rotor übertragen. Generatorbetrieb wird dadurch erreicht, dass der Rotor mechanisch z. B. von einer Turbine angetrieben wird, und die Ständerspulen je Strang dann bestromt werden, wenn sich die entsprechend magnetisierten Rotorzähne von der d-Stellung in die q-Stellung, also von den bestromten Ständerzähnen weg bewegen. Dann wirkt der magnetische Tangentialzug entgegen der Rotordrehrichtung und bremst die Rotorbewegung. Dieses negative elektromagnetische Drehmoment muss vom positiven

mechanischen Drehmoment der antreibenden Turbine überwunden werden, um die Drehbewegung aufrecht zu erhalten. Dabei nimmt bei konstant angenommenem Spulenstrom der Fluss durch die Zahnspulen ab, da sich der Rotorzahn von dem Ständerzahn weg bewegt und damit der magnetische Widerstand für das Magnetfeld größer wird. Die Selbstinduktionsspannung ist negativ. Die elektrische Momentanleistung als Produkt aus Spulenstrom und anliegender Spulenspannung ist dabei im Verbraucher-Zählpfeilsystem im Mittel negativ; es wird Wirkleistung von der Maschine in den Zwischenkreis übertragen (Lawrenson 1992).

Es sind unterschiedliche Stator-Rotor-Zahnkombinationen in Abhängigkeit der Strangzahl hinsichtlich des größten Verhältnisses von elektromagnetischem Drehmoment zu erforderlicher erregender Ständerdurchflutung untersucht worden (Miller 1993). Am häufigsten werden folgende Grundstrukturen verwendet:

a) $m = 3$, $Q_s = 6$ Statorzähne, $Q_r = 4$ Rotorzähne
b) $m = 4$, $Q_s = 8$ Statorzähne, $Q_r = 6$ Rotorzähne

In Abb. 10.2 ist der Querschnitt einer vierpoligen, dreisträngigen geschalteten Reluktanzmaschine gezeigt. Jeder der drei Stränge umfasst vier Zahnspulen, je zwei für die zwei N- und je zwei für die zwei S-Pole.

Da die Ständer- und Rotorzähnezahl $Q_s \neq Q_r$ unterschiedlich sein muss, um ein Weiterdrehen des Rotors über den Tangentialzug zu ermöglichen, wird zumeist die Rotorzähnezahl kleiner als die Statorzähnezahl gewählt: $Q_r < Q_s$. Die Anzahl der Statorzähne hängt von der Polzahl und Strangzahl ab.

$$Q_s = 2p \cdot m \tag{10.1}$$

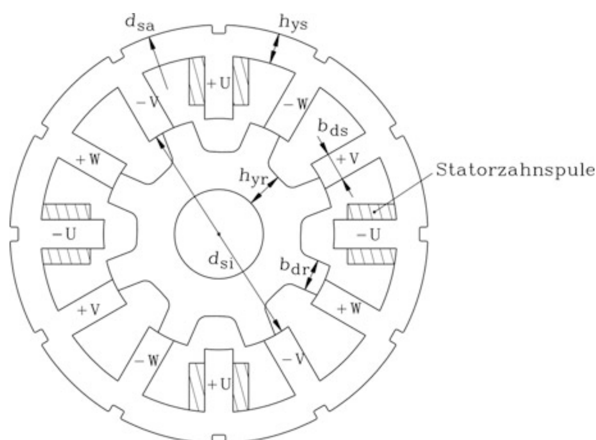


Abb. 10.2 Querschnitt einer vierpoligen, dreisträngigen geschalteten Reluktanzmaschine mit 6/4 Stator-/Rotorzähnen je Polpaar. Maschinendaten: 7.5 kW, 1500/min, Motor-Bemessungsstrom (effektiv): 12 A, Statoraußen-/innendurchmesser: 210/120.9 mm, Kleinstwert des Luftspalts: 0.45 mm, Oberflächenluftkühlung. Die Spulen von Strang U sind eingezeichnet (Quelle: Binder 2000)

Häufig wird die Rotorzähnezahl nach folgender Beziehung gewählt:

$$Q_r = Q_s - 2p \tag{10.2}$$

Beispiel 10.1

Stator- und Rotorzähnezahlen:

a) Dreisträngige Maschinen: je Polpaar ($2p = 2$): $m = 3$:

$$Q_s = 2p \cdot m = 2 \cdot 3 = 6, \; Q_r = Q_s - 2p = 6 - 2 = 4$$

Für höhere Polzahlen wird das Grundmuster 6/4 Stator-/Rotorzähne p-fach am Maschinenumfang wiederholt. In Abb. 10.2 ergeben sich für eine vierpolige Maschine folglich 12/8 Stator-/Rotorzähne.

b) Viersträngige Maschine: je Polpaar ($2p = 2$): $m = 4$:

$$Q_s = 2p \cdot m = 2 \cdot 4 = 8, \qquad Q_r = Q_s - 2p = 8 - 2 = 6$$

(Abb. 10.1)

Wie schon anhand von Abb. 10.1 besprochen wurde, kann die Maschine aus jeder beliebigen Rotorposition in jede der beiden Drehrichtungen starten, da es wegen $Q_s \neq Q_r$ stets Stator- und Rotorzahnpaarungen gibt, die bei Bestromung der entsprechenden Zahnspulen einen tangentialen Magnetzug ergeben. Auf Grund des Rotorlagegebers sind diese Zahnpaarungen bestimmbar, sodass gezielt die entsprechenden Zahnspulen bestromt werden können. Bei zweisträngigen geschalteten Reluktanzmaschinen geht diese Eigenschaft des Startens aus jeder beliebigen Rotorposition verloren (Abb. 10.3a), da das Zahnflankenfeld bei fluchtendem Rotor bei allen Rotorzähnen symmetrisch auf beide Zahnflanken

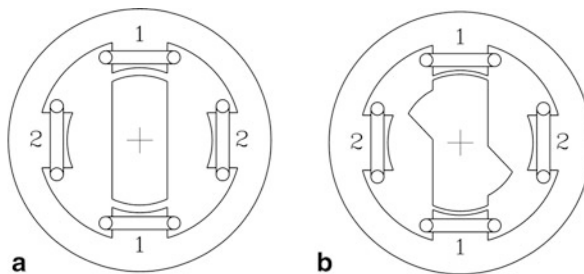


Abb. 10.3 Querschnitt einer zweisträngigen, zweipoligen geschalteten Reluktanzmaschine: (**a**) Ein symmetrischer Rotor kann aus der gezeigten Rotorstellung nicht von selbst bei Bestromung des Strangs „2“ anlaufen, da der resultierende tangentiale Magnetzug Null ist. (**b**) Beim asymmetrischen Rotor bewirkt eine Bestromung von Strang „2“ ein resultierendes Anfahrdrehmoment im Gegenuhrzeigersinn

verteilt ist. Dadurch heben sich je Zahn die resultierenden magnetischen Zugspannungen auf. Durch das gezielte Einbringen einer Asymmetrie in die Rotor-Reluktanzverteilung ergibt sich eine unsymmetrische Feldverteilung an den beiden Zahnflanken des fluchtenden Rotors, sodass sich ein resultierender tangentialer Magnetzug auch bei fluchtendem Rotor einstellt. Auf diese Weise entsteht ein wenn auch i. A. kleineres Anfahrdrehmoment (Abb. 10.3b) (Schencke 1997; Barnes und Pollock 1998).

Beispiel 10.2

Stator- und Rotorzähnezahlen bei einer zweisträngigen geschalteten Reluktanzmaschine je Polpaar ($2p = 2$, Abb. 10.3):

$$m = 2:\ \ Q_s = 2p \cdot m = 2 \cdot 2 = 4,\ \ Q_r = Q_s - 2p = 4 - 2 = 2$$

Der sichere und bezüglich der Anfahrdrehrichtung definierte Selbstanlauf aus jeder beliebigen Rotorstellung wird hier durch asymmetrische Rotorzähne erreicht.

10.1.2 Flussverkettung je Strang

Der magnetische Fluss Φ durch eine Zahnspule setzt sich aus dem Luftspaltfluss und dem Nut- und Stirnstreufluss zusammen. Wird der Streufluss zunächst vernachlässigt, so ist der verbleibende Hauptfluss im Luftspalt identisch mit jenem im Eisen von Stator und Rotor. Im Statorzahn ist die Flussdichte dann ebenso groß wie im Luftspalt, und im Läuferzahn ebenso groß, wenn zunächst einmal gleiche Zahnbreite im Ständer und Läufer angenommen werden.

$$\Phi = A \cdot B_\delta = A \cdot B_{Fe} \Rightarrow \quad B_\delta = B_{\mathrm{Fe}} \tag{10.3}$$

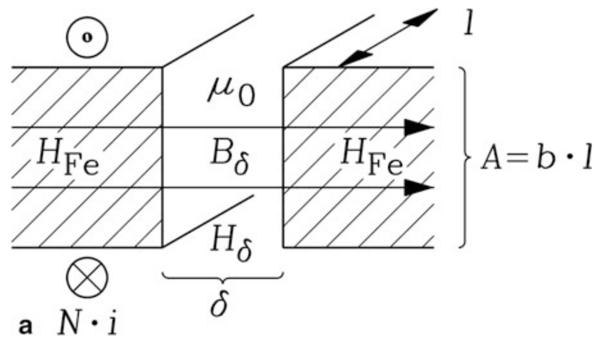
Die Flussverkettung mit den $N = N_c$ Windungen der Zahnspule wird mit der Zahnquerschnittsfläche $A = b \cdot l$ berechnet (Abb. 10.4a).

$$\Psi = N \cdot \Phi = N_c \cdot A \cdot B_\delta \tag{10.4}$$

Mit den Permeabilitäten von Eisen und Luft μ_{Fe} und μ_0 erhalten wir die magnetischen Feldstärken in Eisen und Luft.

$$H_{\mathrm{Fe}} = \frac{B_{\mathrm{Fe}}}{\mu_{\mathrm{Fe}}}, \quad H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \tag{10.5}$$

Der Ampère'sche Durchflutungssatz, auf eine geschlossene Kurve C (z. B. eine B-Feldlinie in Abb. 10.1 (i) b) mit der Länge $2 \cdot (\delta + s_{\mathrm{Fe}})$, die je eine N-Spule und eine S-Spule miteinander verkettet) angewendet, ergibt den erforderlichen Spulenstrom i. Es wird in (10.6) vereinfacht angenommen, dass im Eisen längs der Pfadlänge s_{Fe} (das ist in Abb. 10.1(i) b) der Weg der B-Feldlinie im Stator- und Rotoreisen) die Feldstärke konstant



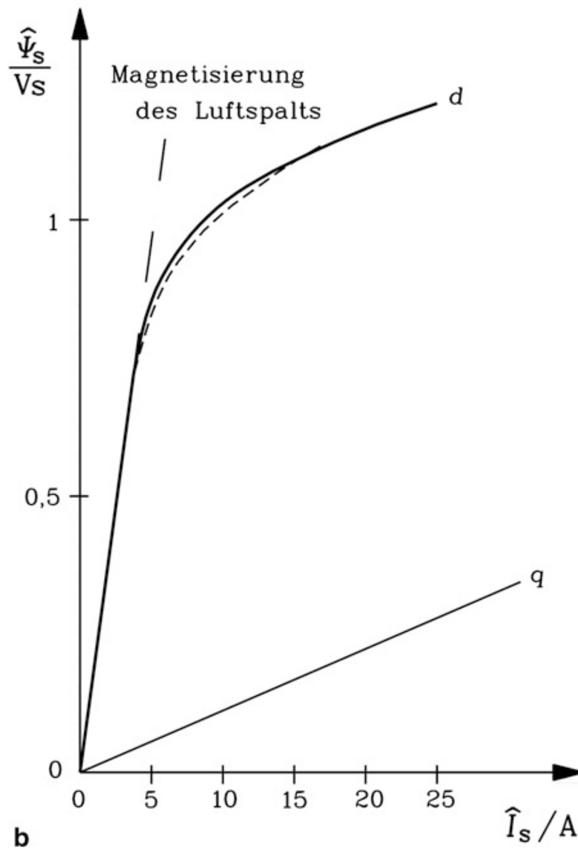


Abb. 10.4 Flussverkettung einer Zahnspule (idealisiert): (**a**) Magnetisches Feld im Luftspalt zwischen Ständer- und Läufereisen, erregt von einer Ständer-Zahnspule (geschlossene *B*-Feldlinien, hier Ausschnitt gezeigt), (**b**) Flussverkettung je Strang des 7.5 kW 12/8-Motors von Abb. 10.2 in *d*- und *q*-Achse in Abhängigkeit des Scheitelwerts des Spulenstroms (volle Linie: gemessen bei 50 Hz und sinusförmiger Spannung, fein gestrichelte Linie: magnetostatisch berechnet, grob gestrichelt: Tangente an die *d*-Flussverkettungskurve, entspricht dem Magnetisierungsbedarf des Luftspalts in der *d*-Achse) (Quelle: Binder 2000)

ist. Diese sehr vereinfachte Darstellung nimmt nicht auf die unterschiedlichen Induktionen in den Zähnen und Jochen Rücksicht, sondern soll den Einfluss der Eisensättigung nur grundsätzlich erläutern.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2 \cdot (H_\delta \cdot \delta + H_{Fe} \cdot s_{Fe}) = 2 \cdot N_c \cdot i \tag{10.6}$$

Die Luftspaltflussdichte (10.7), die aus (10.3), (10.5) und (10.6) folgt, nimmt zunächst etwa linear mit i zu, da für kleines B_δ das Eisen ungesättigt ist ($\mu_{Fe}/\mu_0 \approx 5000 >> 1$). Ab $B_\delta = B_{Fe} \approx 1.7\,\mathrm{T}$ sättigt das Eisen, das Verhältnis μ_{Fe}/μ_0 sinkt, und B_δ steigt gemäß Abb. 10.4b) weniger stark als i an (Krümmung der Kurven $B_\delta(i)$ bzw. $\Psi(i)$).

$$B_\delta = \frac{\mu_0 \cdot N_c \cdot i}{\delta + s_{Fe} \cdot (\mu_0/\mu_{Fe})} \tag{10.7}$$

Daher sinkt die Hauptfeld-Selbstinduktivität L_{ch} der Zahnspule mit steigendem Spulenstrom $L_{ch}(i)$.

$$L_{ch} = \frac{\Psi}{i} = \frac{N_c \cdot A \cdot B_\delta}{i} = \frac{\mu_0 \cdot N_c^2 \cdot A}{\delta + s_{Fe} \cdot (\mu_0/\mu_{Fe})} = \mu_0 \cdot N_c^2 \cdot \frac{b}{\delta \cdot k_s} \cdot l$$

$$L_{ch} = \mu_0 \cdot N_c^2 \cdot \lambda \cdot l \tag{10.8}$$

Die Selbstinduktivität ist proportional zum Quadrat der Spulenwindungszahl, zur axialen Länge l, zur Permeabilität der Luft und zum dimensionslosen Parameter λ, der den magnetischen Leitwert der Luftspalt-Zahnstruktur darstellt. Der Einfluss der Magnetisierung des Eisens und dessen Sättigungsverhalten wird durch den dimensionslosen Sättigungsfaktor $k_s > 1$ erfasst.

$$\lambda = \frac{b}{\delta \cdot k_s} \tag{10.9}$$

$$k_s = 1 + (s_{Fe}/\delta) \cdot (\mu_0/\mu_{Fe}) \tag{10.10}$$

Im Fall ideal magnetisierbaren Eisens ($\mu_{Fe} \to \infty$) ist der Sättigungsfaktor $k_s = 1$. Werden alle Spulen eines Strangs in Serie geschaltet, so ist die Windungszahl je Strang $N = 2p \cdot N_c$. Die Induktivität einer Zahnspule ist die Summe aus Haupt- und Streuinduktivität $L_c = L_{ch} + L_{c\sigma}$. Die resultierende Induktivität je Strang ist die Summe aller Zahnspulen-Induktivitäten $L = 2p \cdot L_c$. Sie ist am größten in der d-Stellung, bei der die magnetisierten Läuferzähne mit den betrachteten Ständerzähnen fluchten, da die Feldlinien nur den kleinen Minimalwert δ des Luftspalts überqueren müssen. In der q-Stellung liegen den betrachteten Ständerzähnen Rotornuten fluchtend gegenüber, und die Luftspaltweite hat sich um die Rotornuttiefe gegenüber der d-Stellung erhöht. Bei genauerer Betrachtung muss die zweidimensionale Feldverteilung im Luftspalt und in den Läufernuten berücksichtigt werden. Die Stranginduktivität erreicht ihren Minimalwert. Auf diese Weise wechselt die Stranginduktivität periodisch zwischen ihrem Maximalwert L_d und ihrem Minimalwert L_q, wenn der Rotor bewegt wird.

Fazit:
Die Selbstinduktivität je Strang und die zugehörige Flussverkettung hängen wegen der Eisensättigung vom Spulenstrom und wegen der Rotor-Nut- Zahn-Struktur von der Rotorlage γ_m ab: $L(i, \gamma_m)$.

Abb. 10.4b zeigt die Amplitude $\hat{\Psi}_s$ der Ständer-Flussverkettung je Strang in Abhängigkeit der Amplitude des Ständer-Spulenstroms $\hat{I}_s$ für die d- und q-Stellung. Im Bereich kleiner Ströme (hier: unter 5 A) tritt keine Eisensättigung auf; es gilt $\mu_{Fe} >> \mu_0$ und $k_s = 1$. Oberhalb 10 A ist die Flussdichte in der d-Stellung ausreichend groß, sodass Eisensättigung auftritt. Denn in der d-Stellung ist die Luftspaltweite $\delta_d = \delta$ und daher klein. In der q-Stellung ist die Luftspaltweite $\delta_q = \delta + l_{dr}$, wie oben erwähnt, näherungsweise um die Rotorzahnhöhe (= Rotornuttiefe l_{dr}) größer und daher die Flussdichte bei gleichem Strom deutlich kleiner, sodass noch keine Eisensättigung auftritt. Die Flussverkettung der q-Achse würde erst bei etwa $\hat{I}_s = 60$ A sättigen, einem für die Maschine thermisch viel zu großen Betriebsstrom. Um ein großes elektromagnetisches Drehmoment zu erreichen, muss der Reluktanzunterschied und damit der Unterschied der Flussverkettung bzw. Selbstinduktivität zwischen d- und q-Achse groß sein, da sich dann ein großes tangential gerichtetes Zahnflankenfeld und damit ein großer Tangentialzug ergibt. Deshalb wird der Luftspalt δ so klein wie möglich gewählt, die Rotornuttiefe l_{dr} hingegen möglichst groß. Wegen der durch die Radialkräfte hervorgerufenen Biegeverformung des Statorjochs ist der Luftspalt nur so klein realisierbar, wie es diese Ovalisierung zulässt. Deshalb ist die Flussverkettungskurve $\Psi(i)$ der d-Achse im Bereich des thermisch zulässigen Betriebsstroms wegen der hohen Eisensättigung zumeist stark gekrümmt, in der q-Stellung aber wegen des ungesättigten Eisens linear. Zwischen diesen beiden Stellungen erfolgt in einem kontinuierlichen Übergang eine Veränderung der Strangflussverkettung, wie Abb. 10.5 und das folgende Beispiel zeigen.

Beispiel 10.3

Markante Rotorpositionen einer viersträngigen, zweipoligen geschalteten Reluktanzmaschine mit 8/6 Stator-/Rotorzähnen (Abb. 10.1 (ii)):
Mechanischer Winkel zwischen d- und q-Achse: $360°/(2Q_r) = 360/(2 \cdot 6) = 30°$. Bei vier äquidistanten Zwischenstellungen ergibt sich der Rotorschrittwinkel $30°/4 = 7.5°$. In Abb. 10.5 sind die nicht äquidistanten Rotorschritte 10°, 5°, 5°, 10°, ausgehend von der d-Stellung bei dem willkürlich gewählten Bezugswinkel 26.5°, gewählt. Da die Maschine zweipolig ist, sind mechanische und elektrische Winkel-Gradangaben identisch.

10.1.3 Spannungs- und Drehmomentgleichung

Jeder Wicklungsstrang wird unabhängig von den anderen Strängen aus einer H-Halbbrücke gespeist, die aus einem Gleichspannungszwischenkreis versorgt wird

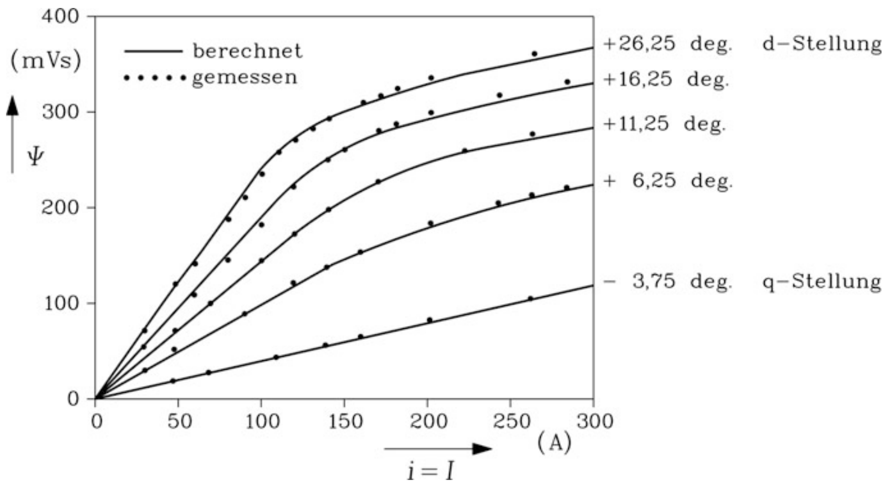


Abb. 10.5 Gemessene und mit der Methode der Finiten Elemente aus dem zweidimensionalen Feldbild berechnete Scheitelwerte der Flussverkettung je Strang in Abhängigkeit des Strangstrom-Scheitelwerts für den Motor von Abb. 10.1 (ii) für fünf unterschiedliche Läuferstellungen relativ zum Ständer (Quelle: Omekanda et al. 1992)

(Wolff 1999, Abb. 10.1 (i)). Für den Betrieb am Drehstromnetz wird die Gleichspannung U_d im einfachsten Fall durch eine sechspulsige Gleichrichterschaltung mit Glättungskondensator (Abb. 10.1 (i)) erzeugt (vgl. Kap. 7). Über die H-Brücke wird die Gleichspannung an den Wicklungsstrang als Spannungsquelle u gelegt. Die Wicklungsparameter je Strang sind der Strangwiderstand R und die Strang-Selbstinduktivität L. Abb. 10.1 (ii) zeigt, dass die Feldlinien des erregten Strangs mit den Spulen der anderen Stränge so gut wie nicht verkettet sind. Somit ist die Gegeninduktivität M zwischen unterschiedlichen Strängen Null: $M = 0$.

Die Rotorbewegung wird durch den Rotorwinkel γ_m beschrieben (in mech. Graden), dessen zeitliche Änderung die mechanische Winkelgeschwindigkeit ist.

$$\Omega_m = \frac{d\gamma_m}{dt} \tag{10.11}$$

Die Änderung der strom- und positionsabhängigen Ständerflussverkettung ergibt sich aus den partiellen Ableitungen nach dem Strom und dem Rotorwinkel. Bei Vernachlässigung der Eisensättigung hängt $L = L(\gamma_m)$ nicht vom Strom i ab.

$$\psi(\gamma_m, i) = L(\gamma_m) \cdot i \tag{10.12}$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL}{d\gamma_m} \cdot \frac{d\gamma_m}{dt} \tag{10.13}$$

Die Spannungsgleichung (10.14) je Strang enthält somit zwei Anteile der Selbstinduktionsspannung, einen Anteil aus der Stromänderung und einen Anteil aus der Rotor-Positionsänderung, wobei in (10.14) die Beziehung (10.11) verwendet wurde.

$$u = R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL}{d\gamma_{\mathrm{m}}} \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \tag{10.14}$$

Der Anteil u_{i} dieser induzierten Spannung (10.13) aus der Positionsänderung ist zu der Drehzahl proportional und kann daher formal als „rotatorischer" Anteil der induzierten Spannung, ähnlich einer Spannung durch Bewegungsinduktion, betrachtet werden.

$$u_{\mathrm{i}} = i \cdot \frac{dL}{d\gamma_{\mathrm{m}}} \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \tag{10.15}$$

Die elektrisch zugeführte Momentanleistung an den Klemmen des Wicklungsstrangs p_{e} muss auf Grund der Energiebilanz gleich groß sein wie die Summe aus der Änderung der im Wicklungsstrang gespeicherten magnetischen Energie W_{mag}, den Stromwärmeverlusten p_{Cu} in den Zahnspulen und der inneren Leistung p_{δ}, die über die Rotorbewegung und das elektromagnetische Luftspaltmoment in mechanische Leistung umgesetzt wird. Der Einfachheit halber haben wir Ummagnetisierungsverluste im Statoreisen, die durch die Stromänderung bewirkt werden, vernachlässigt. Ummagnetisierungsverluste, die aus der Flussänderung zufolge der Rotordrehung entstehen, wirken als bremsendes Drehmoment und müssen aus der Luftspaltleistung gedeckt werden, ebenso die Reibungsverluste. Beide sind von der Luftspaltleistung abzuziehen, um die an der Welle nutzbare mechanische Leistung zu erhalten.

$$p_{\mathrm{e}} = p_{\mathrm{Cu}} + \frac{dW_{\mathrm{mag}}}{dt} + p_{\delta} \tag{10.16}$$

Die magnetische Energie je Wicklungsstrang und ihre Änderung mit dem Strom und der Rotorposition wird gemäß (10.17) berechnet.

$$W_{\mathrm{mag}} = \frac{L(\gamma_{\mathrm{m}}) \cdot i^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{dW_{\mathrm{mag}}}{dt} = i \cdot L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{2} \cdot i^2 \cdot \frac{dL}{d\gamma_{\mathrm{m}}} \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \tag{10.17}$$

Die Multiplikation der Spannungsgleichung (10.14) mit dem Strangstrom ergibt die elektrische Momentanleistung p_{e} (Kap. 1) und ihre einzelnen Komponenten.

$$p_{\mathrm{e}} = u \cdot i = R \cdot i^2 + i \cdot L \cdot \frac{di}{dt} + i^2 \cdot \frac{dL}{d\gamma_{\mathrm{m}}} \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \tag{10.18}$$

Durch den Vergleich von (10.16), (10.17) mit (10.18) wird der Momentanwert der inneren Leistung (Luftspaltleistung) p_{δ} erhalten.

$$p_{\delta} = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\gamma_{\mathrm{m}}} \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \tag{10.19}$$

Aus dieser Leistung p_{δ} folgt mit dem Momentanwert der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_{m} das elektromagnetische Drehmoment M_{e} bei vernachlässigter Eisensättigung, das wir hiermit nicht aus der Integration des magnetischen Zugs über die Läuferoberfläche, sondern aus der Energiebilanz ermittelt haben.

$$M_e = p_\delta / \Omega_m = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\gamma_m} \tag{10.20}$$

Fazit:
Um ein großes elektromagnetisches Drehmoment bei gegebenem Strom i zu erhalten, muss die Änderung der Stranginduktivität bei Drehung des Rotors möglichst groß sein. Folglich muss die Differenz zwischen den Stranginduktivitäten von d-Achse und q-Achse möglichst groß sein. Das Vorzeichen des Stroms beeinflusst das Vorzeichen des Drehmoments nicht (vgl. Abschn. 10.1.1), da dass Drehmoment (im ungesättigten Betriebsbereich) quadratisch vom Strom abhängt. Eine Speisung der Wicklungsstränge mit unipolarem Strom ist daher völlig ausreichend. Das Vorzeichen des Drehmoments wird durch die positive (Motor) oder negative Änderung (Generator) der Stranginduktivität mit dem Rotorwinkel bestimmt.

10.1.4 Idealisierter Betrieb der geschalteten Reluktanzmaschine

Idealisierte Betriebsbedingungen der geschalteten Reluktanzmaschine sind:

- idealisierter Blockstrom als Spulenstrom,
- lineare Änderung der Induktivität mit dem Rotorwinkel zwischen Maximal- und Minimalwert (eindimensional radial orientiertes Feld im Luftspalt angenommen),
- konstante Permeabilität im Eisen.

In Abb. 10.6 ist bei vernachlässigter Krümmung des Luftspalts die typische Stator-Rotor-Zahn-Nutgeometrie dargestellt, wo wegen der geringeren Rotorzähnezahl $Q_s > Q_r$ die Nut- und Zahnbreite im Rotor üblicherweise größer als im Stator ist. Aus noch näher zu erläuternden Gründen will man gerade nach Erreichen der Stellung mit maximaler Induktivität für einige Zeit keine Induktivitätsänderung $dL/d\gamma_m$ zulassen. Deshalb werden die Zähne im Läufer gegenüber denen im Ständer etwas verbreitert. Die geringere Rotorzähnezahl lässt diese Maßnahme zu. Werden die Zahn- und Nutbreiten als Winkel (in mechanischen Graden) ausgedrückt, so ist die Statorzahnbreite α_s kleiner als die

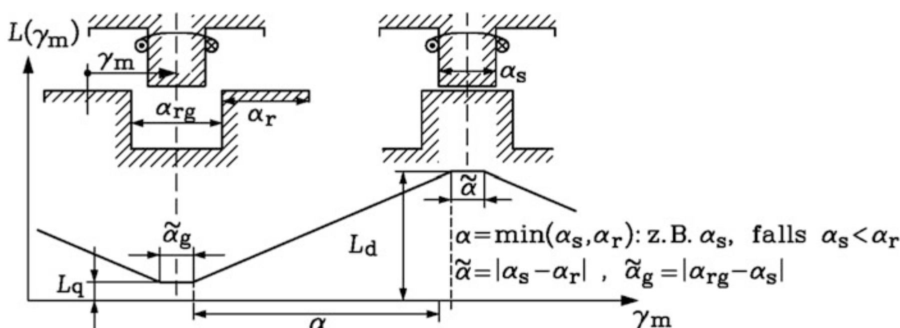


Abb. 10.6 Idealisierte Änderung der Ständerstranginduktivität bei Änderung der Rotorposition γ_m

Rotorzahnbreite α_r und die Rotornutbreite $\alpha_{rg} = 2\pi/Q_r - \alpha_r$. Bei eindimensionaler, also rein radialer Feldbetrachtung im Luftspalt (ähnlich Abb. 10.4a) ändert sich innerhalb des Winkelbereichs $-\tilde{\alpha}_g/2 \leq \gamma_m \leq \tilde{\alpha}_g/2$ der Rotorposition (mit $\tilde{\alpha}_g = |\alpha_{rg} - \alpha_s|$) bei einer Drehung des Rotors das Feld nicht, da der Ständerzahn stets der Läufernutöffnung gegenüber liegt. Die Induktivität hat dabei ihren Minimalwert L_q. Ebenso ändert sich das Feld nicht, solange der Statorzahn dem Rotorzahn gegenüber liegt, also im Winkelbereich $\tilde{\alpha} = |\alpha_r - \alpha_s|$ der Rotorposition γ_m. Die Induktivität hat dabei ihren Maximalwert L_d. Im Bereich $\alpha = \min(\alpha_s, \alpha_r)$ überlappen Stator- und Rotorzahn (in Abb. 10.6: $\alpha_s < \alpha_r : \alpha = \alpha_s$). In diesem Winkelbereich α ändert sich die Ständerinduktivität näherungsweise linear. Damit ergibt sich der idealisierte Verlauf der Ständerstranginduktivität in Abhängigkeit des Rotorpositionswinkels γ_m in Abb. 10.6. Wir ignorieren zunächst, dass das nur näherungsweise möglich ist und prägen während der Rotorbewegung von der q- zur d-Stellung um den Winkel α in die Wicklung einen ideal blockförmigen Unipolarstrom mit der Amplitude $i = \hat{I}_s$ ein. Dann ergibt sich gemäß (10.20) ein zeitlich konstantes elektromagnetisches Drehmoment.

$$M_e = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\gamma_m} = \frac{1}{2} \hat{I}_s^2 \cdot \frac{L_d - L_q}{\alpha} \tag{10.21}$$

Während der Winkeländerung um $\tilde{\alpha}$ bzw. $\tilde{\alpha}_g$ verursacht eine Stromeinprägung nur Stromwärmeverluste in der Wicklung, aber erzeugt kein Drehmoment, da $dL/d\gamma_m$ Null ist.

Um sicher zu stellen, dass die Minimalinduktivität L_q entsprechend Abb. 10.6 dadurch erreicht wird, dass der Statorzahn zur Gänze einer Rotornutöffnung gegenüber steht, muss bei der Gestaltung der Maschine die Bedingung

$$\alpha_s \leq \frac{2\pi}{Q_r} - \alpha_r \tag{10.22}$$

eingehalten werden.

Würde der Spulenstrom eingeprägt, während sich der Rotorzahn vom Stator weg bewegt, also während der Bewegung von der d- zur q-Stellung, so wäre das Moment negativ (Generatorbetrieb).

$$M_e = \frac{1}{2} i^2 \cdot \frac{dL}{d\gamma_m} = \frac{1}{2} \hat{I}^2 \cdot \frac{L_q - L_d}{\alpha} < 0 \tag{10.23}$$

In gleicher Weise ist der rotatorische Anteil der induzierten Spannung im Motorbetrieb positiv (u_i in Abb. 10.7b) und im Generatorbetrieb negativ. Der Anteil der induzierten Spannung aus der Stromänderung ist Null, da wegen des angenommenen idealen Blockstrombetriebs $i = \hat{I}_s =$ konst. die Stromänderung Null ist: $di/dt = d\hat{I}_s/dt = 0$. Die Luftspaltleistung ist folglich während der Dauer des Stromblocks zeitlich konstant P_δ und im Motorbetrieb positiv, im Generatorbetrieb negativ.

$$\hat{U}_i = \hat{I}_s \cdot \frac{L_d - L_q}{\alpha} \cdot \Omega_m > 0, \quad P_\delta = \hat{U}_i \hat{I}_s / 2 > 0, \text{ Motorbetrieb} \tag{10.24}$$

$$\hat{U}_i = \hat{I}_s \cdot \frac{L_q - L_d}{\alpha} \cdot \Omega_m < 0, \quad P_\delta = \hat{U}_i \hat{I}_s / 2 < 0, \text{ Generatorbetrieb} \tag{10.25}$$

Da nach dem Weiterdrehen des Rotors um eine Rotornutteilung wiederum derselbe Strang bestromt wird, um seinen Beitrag zur Drehmomentbildung zu leisten, entspricht die elektrische Periode 2π der unipolaren Stromblockfolge dem mechanischen Drehwinkel $2\pi/Q_r$. Folglich ist der Rotorpositionswinkel γ (in el. Graden) bestimmt durch $\gamma = Q_r \cdot \gamma_m$. In Abb. 10.8 ist für eine dreisträngige geschaltete Reluktanzmaschine mit 6/4 Stator-/Rotorzähnen je Polpaar die Änderung der drei Stranginduktivitäten aller drei Stränge a, b, c in Abhängigkeit des Rotorwinkels γ dargestellt. Jeder Strang wird mit einem idealisierten unipolaren Blockstrom (Amplitude $\hat{I}_s = i_0$) während der Rotorwinkeländerung α im betreffenden Strang mit der Stromleitdauer 120° el. gespeist (oberer Stromverlauf $i_a(\gamma)$ in Abb. 10.8). In Abb. 10.8 ist diese Blockstromdauer als Stromleitwinkel ϑ_W in elektrischen Graden gezählt, wobei eine Rotornutteilung dem elektrischen Winkel 2π bzw. 360° entspricht. In diesem Beispiel sind Nut- und Zahnbreite in Stator und Rotor jeweils gleich groß. Daher ist $\alpha \cdot Q_r = 120°$ el.; folglich müssen die aus den H-Brücken gespeisten Stromblöcke je Strang eine Dauer von $\vartheta_W = 120°$ el. aufweisen mit dazwischen liegenden stromlosen Pausen von 240°el. Dauer (oberer Stromverlauf $i_a(\gamma)$ in Abb. 10.8). In diesem Fall setzt sich das Moment je 360° el. aus drei aufeinander folgenden Anteilen je eines Stranges zu einem ideal glatten Drehmomentverlauf zusammen. Es tritt keine Drehmomentwelligkeit und kein Überlappen der Stromleitphasen in den drei Strängen auf. Gemäß Abb. 10.8 ist die Frequenz des Blockstrompulses das Produkt aus Drehzahl und Rotornutzahl.

$$f_s = n \cdot Q_r \tag{10.26}$$

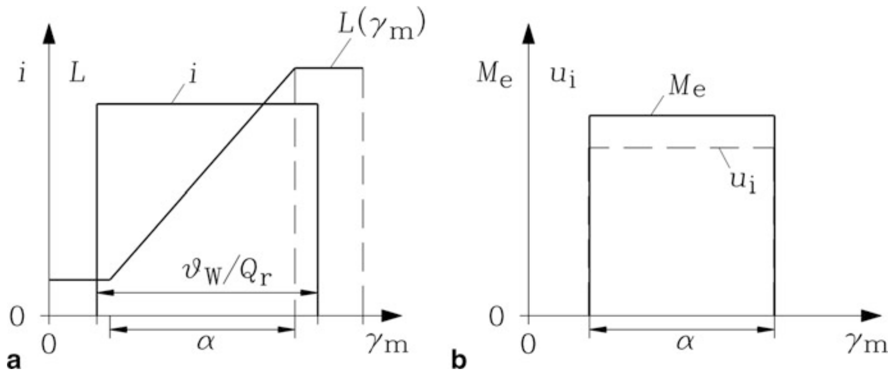


Abb. 10.7 (**a**) Unipolare Einprägung eines idealen Blockstrom-Impulses in einem Ständer-Wicklungsstrang mit der Dauer ϑ_W/Q_r in mech. Graden bzw. ϑ_W in el. Graden. Die Stromleitdauer ϑ_W kann über die speisende H-Brücke eingestellt werden. Für minimale Stromwärmeverluste bei gleichem Drehmoment sollte die Stromleitdauer gleich groß wie die Dauer der Induktivitätsänderung α sein: $\vartheta_W/Q_r = \alpha$. (**b**) Der zu a) zugehörige Verlauf des Drehmoments und der induzierten Spannung in Abhängigkeit der Rotorposition

Fazit:
Bei der idealisierten geschalteten Reluktanzmaschine ist der Betrieb mit zeitlich konstantem Drehmoment möglich. Der Stromleitwinkel sollte für maximales Drehmoment gleich der Dauer der Induktivitätsänderung je Strang sein: $\vartheta_W = \alpha$. Bei kleinerem Stromleitwinkel $\vartheta_W < \alpha$ sinken zwar die Stromwärmeverluste, aber auch das Drehmoment sinkt im Verhältnis ϑ_W/α. Im Beispiel Abb. 10.8 würde dann auch ein „Lücken“ des Drehmoments auftreten

10.1.5 Drehmomentberechung in gesättigten geschalteten Reluktanzmaschinen

Die angenommenen idealisierten Verhältnisse lassen sich bei der realen Maschine nicht wirklich erreichen. Das gilt sowohl im Hinblick auf die angenommenen idealisierten Rechteck-Stromblöcke als auch die unterstellte fehlende Eisensättigung und die daraus folgende alleinige Abhängigkeit der Reluktanz von der Luftspaltkontur. Wir stellen die Überlegungen zu den tatsächlich realisierbaren Stromblöcken zurück und beschäftigen uns zunächst mit den Konsequenzen der auftretenden Eisensättigung. Da das Drehmoment in ungesättigten geschalteten Reluktanzmaschinen quadratisch mit dem Strom steigt (10.20), muss für eine hohe elektromagnetische Ausnützung der Maschine der Strom in den Wicklungen z. B. dank einer verbesserten Kühlung gesteigert werden. Wegen des hohen Flusses in der Längsachse sättigt dort das Eisen. Um diese gesättigte Charakteristik $\Psi(i)$ für die Berechnung des Drehmoments in gesättigten geschalteten Reluktanzmaschinen nutzen zu können, wird der Begriff der magnetischen Koenergie W^* eingeführt (Abb. 10.9) (Wehner 1997). Die magnetische Energie im Volumen V je Strang wird für den Arbeitspunkt (Ψ_0, i_0) mit (10.27) berechnet (vgl. Kap. 4).

$$W_{\text{mag}} = \int_V \int_0^B (H \cdot dB) \cdot dV = \int_0^{\Psi} i \cdot d\Psi \qquad (10.27)$$

Im ungesättigten Fall sind die $\Psi(i)$-Kennlinien linear: $\Psi = L \cdot i$.

$$W_{\text{mag}} = \int_0^{\Psi} i \cdot d\Psi = L \int_0^{i} i \cdot di = L\frac{i^2}{2} \qquad (10.28)$$

Damit entspricht die magnetische Energie – da über $d\Psi$ von 0 nach Ψ_0 integriert wird – im ungesättigten Fall der oberen Dreiecksfläche in Abb. 10.9a dank der linearen $\Psi(i)$-Kennlinie. Im nichtlinearen Fall ergibt die Integration (10.27) für die magnetische Energie W_{mag} die oberhalb der nun gekrümmten $\Psi(i)$-Kurve gelegene Fläche gemäß Abb. 10.9b. Die magnetische Koenergie ist gemäß Abb. 10.9 definiert als die unterhalb der $\Psi(i)$-Kurve gelegene Fläche

$$W^* = \Psi_0 \cdot i_0 - W_{\text{mag}}. \qquad (10.29)$$

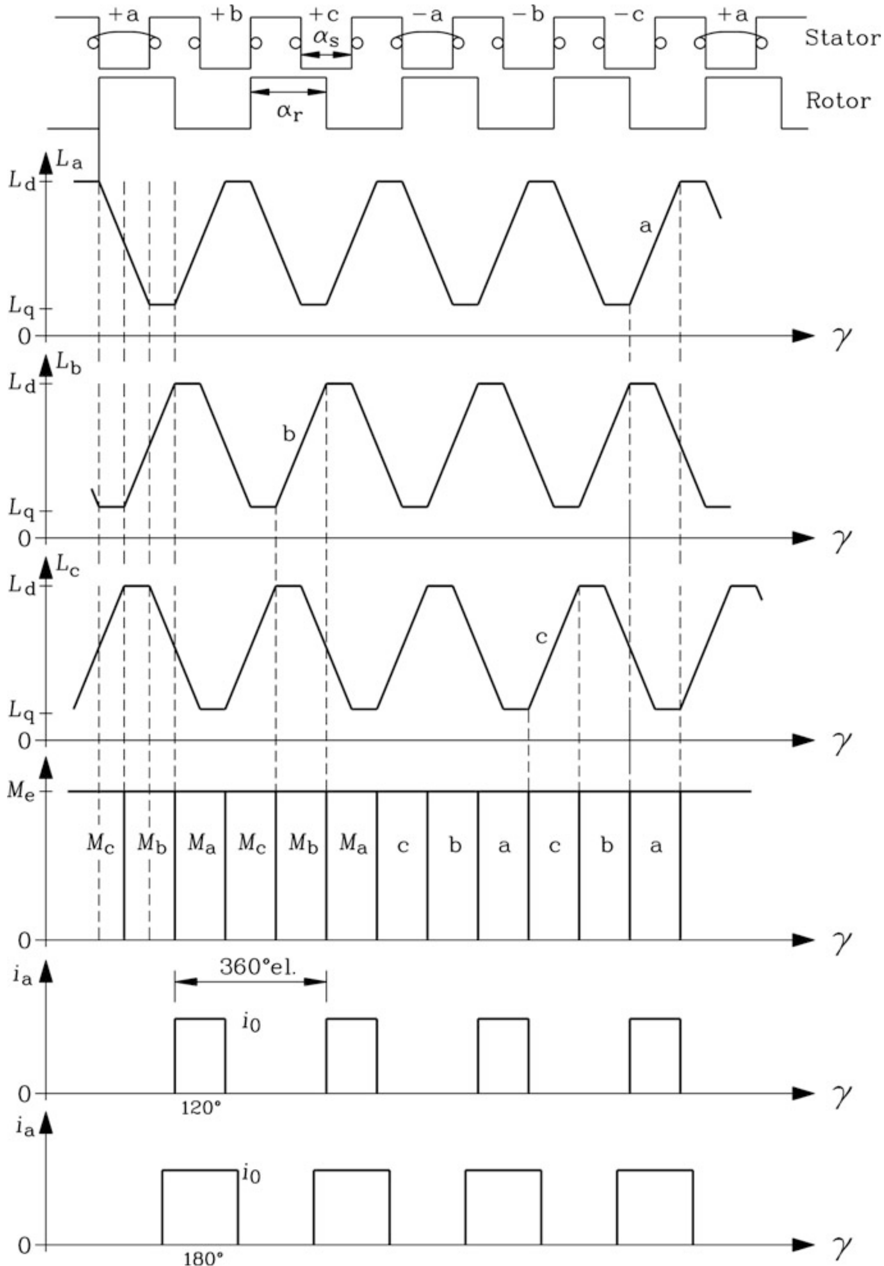


Abb. 10.8 Idealisierte dreisträngige ($m_s = 3$) geschaltete Reluktanzmaschine mit $Q_s/Q_r = 6/4$ Stator-/Rotorzähnen pro Polpaar: Unipolarer Blockstrompuls je Strang. Der Stromleitwinkel $\vartheta_W = Q_r\alpha = 120°$ el. je Stromblock (vgl. Abb. 10.7) ergibt einen glatten Drehmomentverlauf $M_e(\gamma)$ bzw. $M_e(t)$ über dem Rotorwinkel $\gamma = Q_r\Omega_m t$ bzw. der Zeit t (oberer Strangstromverlauf $i_a(\gamma)$). Ein Stromleitwinkel $\vartheta_W = 180° > Q_r\alpha$ erhöht das Drehmoment nicht, wohl aber die Stromwärmeverluste (unterer Strangstromverlauf $i_a(\gamma)$). Die Stromperiode 360° el. entspricht $360°/Q_r$ in mechanischen Graden. Der 180°-Bestromung kommt in realen geschalteten Reluktanzmaschinen die in Abschn. 10.1.6 beschriebene Bedeutung zu.

Abb. 10.9 Magnetische Energie W_{mag} und Koenergie W^* für eine (**a**) ungesättigte Flussverkettung (lineare $\Psi(i)$-Kennlinie), (**b**) gesättigte Flussverkettung (gekrümmte $\Psi(i)$-Kennlinie)

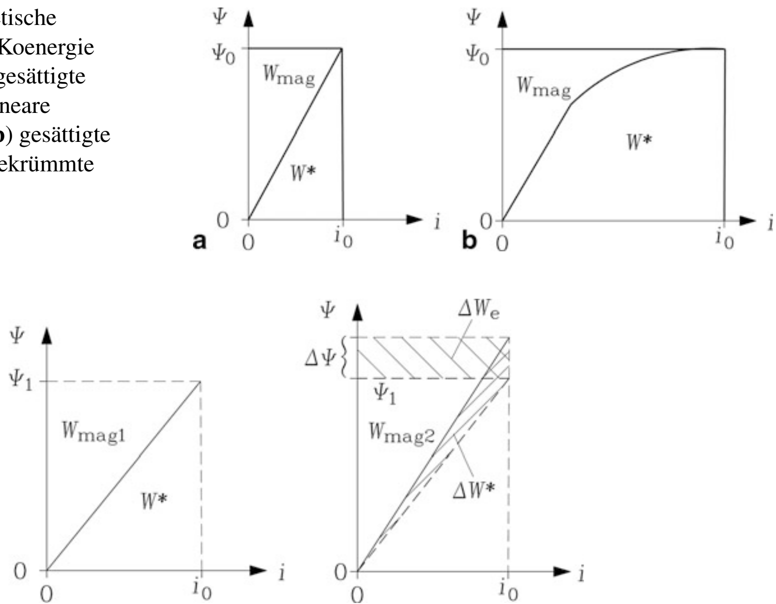


Abb. 10.10 Eine Drehung des Rotor um den kleinen Winkel $\Delta\gamma_{\text{m}}$ von der q- zur d-Stellung bei konstantem Strom i_0 führt zu einer kleinen Erhöhung der Flussverkettung $\Delta\Psi$. Dabei wird von der Flussverkettungs-Kennlinie 1 (linkes Bild, bzw. gestrichelte Linie im rechten Bild) auf die Kennlinie 2 (rechtes Bild, volle Linie) gewechselt

Im ungesättigten Fall sind magnetische Energie und Koenergie gemäß Abb. 10.9a gleich groß, im gesättigten Fall hingegen ist die Koenergie gemäß Abb. 10.9b größer als die magnetische Energie. Sie ist eine der magnetischen Energie zugeordnete mathematische Hilfsgröße, die für die Drehmomentberechnung verwendet werden kann. Wenn der Läufer dreht, ändert sich bei konstantem Strom i_0 im bestromten Wicklungsstrang die magnetische Flussverkettung. Für jede Position ist gemäß Abb. 10.5 eine andere Flussverkettungskennlinie $\Psi(i)$ gültig. Für beliebig kleine Änderungen des Rotorwinkels $d\gamma$ wird die Änderung der magnetischen Energie bei konstantem Strom i_0 aus dem Kennlinienfeld $\Psi(i_0, \gamma)$ gemäß Abb. 10.10 ermittelt, indem zunächst die Kennlinien $\Psi(i, \gamma)$ in i linear angenommen werden. Eine Rotorbewegung von der q-Stellung zur d-Stellung bedeutet ein Wechseln von einer $\Psi(i, \gamma)$-Kennlinie (in Abb. 10.10: gestrichelt, Arbeitspunkt (Ψ_1, i_0), Kennlinie 1) zu einer neuen, oberhalb liegenden $\Psi(i)$-Kennlinie (in Abb. 10.10: volle Linie, Arbeitspunkt ($\Psi_1 + d\Psi$, i_0), Kennlinie 2), da Ψ um $\Delta\Psi$ zunimmt. Ein Rotorwinkelschritt $\Delta\gamma$ bewirkt eine Erhöhung der magnetischen Energie von $W_{\text{mag},1}$ auf $W_{\text{mag},2}$. Auch die Koenergie erhöht sich um ΔW^*. Diese Erhöhung muss durch eine erhöhte elektrische Energie ΔW_{e} gedeckt werden. Durch Übergang von der kleinen Schrittweite $\Delta\gamma$ zu einem infinitesimal kleinen Schritt $d\gamma$ erhalten wir durch Vergleich der Flächen in den beiden Arbeitspunkten (Ψ_1, i_0) und ($\Psi_1 + d\Psi$, i_0) in Abb. 10.10 folgende Energiebilanz (mit dW^* anstelle ΔW^*):

$$W_{mag,2} = W_{mag,1} + dW_{mag} = W_{mag,1} + i_0 \cdot d\Psi - dW^* \tag{10.30}$$

Zu derselben Beziehung (10.30) gelangt man auch, wenn man anstelle der linearen $\Psi(i,\gamma)$-Kennlinien in Abb. 10.9a und Abb. 10.10b die durch Sättigung gekrümmten $\Psi(i,\gamma)$-Kennlinien (Abb. 10.10b) verwendet. Die Größe dW^* ist dann die Fläche zwischen zwei benachbarten gekrümmten Kennlinien $\Psi(i,\gamma)$ und $\Psi(i,\gamma+d\gamma)$ über dem Bereich $0 \leq i \leq i_0$, analog zur Fläche ΔW^* in Abb. 10.10b zwischen zwei benachbarten linearen Kennlinien $\Psi(i,\gamma)$ und $\Psi(i,\gamma+d\gamma)$ über demselben Bereich $0 \leq i \leq i_0$.

Aus der Spannungsgleichung je Strang beim Strom $i(t) = i_0$ erhalten wir die Änderung der Energie dW_e im Strang während der Rotordrehung $d\gamma_m = \Omega_m \cdot dt$.

$$u = R \cdot i_0 + \frac{d\Psi}{dt}$$
$$dW_e = u \cdot i_0 \cdot dt = R \cdot i_0^2 \cdot dt + i_0 \cdot d\psi = R \cdot i_0^2 \cdot dt + dW_{mag} + dA_m \tag{10.31}$$

Die während der Zeit dt zugeführte elektrische Energie dW_e wird in Stromwärme, in eine Änderung der magnetischen Energie dW_{mag} und in eine durch den drehenden Rotor geleistete mechanische Arbeit dA_m umgesetzt. Aus der längs des Winkels $d\gamma_m$ verrichteten Arbeit wird direkt das Drehmoment bestimmt.

$$dA_m = M_e \cdot d\gamma_m = M_e \cdot \Omega_m \cdot dt \tag{10.32}$$

Durch Vergleich von (10.30) und (10.31) wird ersichtlich, dass die während dt verrichtete Arbeit identisch ist mit der Änderung der Koenergie.

$$i_0 \cdot d\Psi = dW_{mag} + dW^* = dW_{mag} + dA_m \quad \Rightarrow \quad dW^* = dA_m \tag{10.33}$$

Daher kann das Drehmoment bei Berücksichtigung der Eisensättigung aus der Änderung der Koenergie über dem Rotorwinkel berechnet werden.

$$M_e(\gamma_m, i) = \frac{dW^*}{d\gamma_m}, \quad M_e(\gamma, i) = Q_r \cdot \frac{dW^*}{d\gamma} \tag{10.34}$$

Damit gelingt die Berechnung des Drehmoments auch in gesättigten geschalteten Reluktanzmaschinen, da für die Flächenberechnung der Koenergie im ψ-i-Kennlinienfeld je Winkel γ die durch Sättigung gekrümmten Kennlinien verwendet werden. Es müssen lediglich ausreichend viele Kennlinien $\Psi(i,\gamma)$ vorab z. B. durch numerische Feldberechnung bestimmt werden, um eine hohe Auflösung $M_e(\gamma, i)$ zu erhalten. Die gesamte Änderung der Koenergie ΔW^*_{dq} beim Rotieren des Läufers von der q- zur d-Stellung für einen Ständerwicklungsstrang, der mit dem Strom i bestromt ist, ist die Fläche zwischen den beiden Kennlinien $\Psi_d(i)$ und $\Psi_q(i)$. In ungesättigten Maschinen ist diese Fläche eine Dreiecksfläche und somit $\Delta W^*_{dq} \sim i^2$. Das ist das bekannte Ergebnis aus Abschn. 10.1.3. Bei hoher Sättigung der d-Flussverkettung nimmt die Fläche und damit die Koenergie

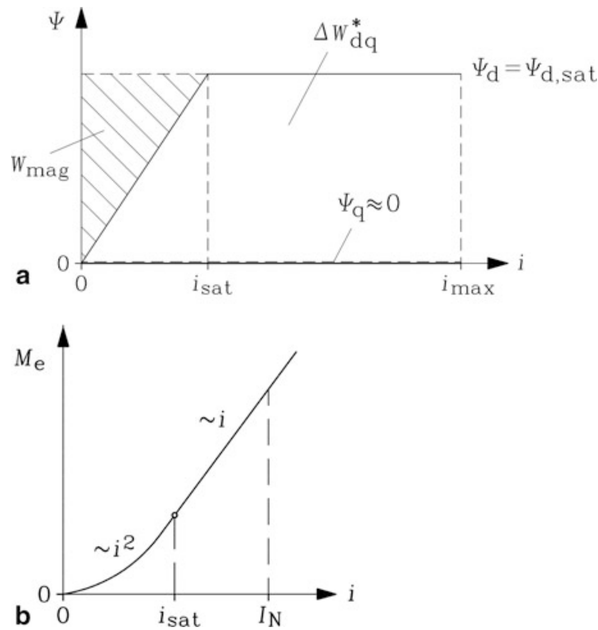


Abb. 10.11 Einfluss der Sättigung auf die Drehmoment-Strom-Kennlinie: (**a**) Das Drehmoment ist proportional zur Änderung der Koenergie ΔW^*_{dq} zwischen d- und q-Stellung des Läufers. Im ungesättigten Fall $i < i_{sat}$ ist ΔW^*_{dq} proportional zu i^2, im gesättigten Fall $i > i_{sat}$ näherungsweise proportional zu i, (**b**) Drehmoment-Strom-Kennlinie mit ungesättigtem und gesättigtem Abschnitt (I_N: Bemessungsstrom)

gemäß Abb. 10.11 etwa linear mit i zu, während die magnetische Energie W_{mag} wegen der Flussbegrenzung auf $\Psi_{d,sat}$ bei Sättigung etwa konstant bleibt. Vereinfacht wird dies abgeschätzt mit einer unendlich großen Reluktanz in der q-Achse ($\Psi_q = 0$) und konstanter, durch hohe Sättigung nicht mehr weiter zunehmenden Flussverkettung in der d-Achse $\Psi_d = \Psi_{d,sat}$ (Abb. 10.11a). Daher ist die typische $M_e(i)$-Kennlinie der geschalteten Reluktanzmaschine im unteren, ungesättigten Bereich parabolisch, darüber im gesättigten Bereich etwa linear (Abb. 10.11b).

Abb. 10.11 lehrt in Übereinstimmung mit den Überlegungen aus Abschn. 10.1.2: Um ein möglichst großes Drehmoment zum Strom i zu erzielen, muss die Fläche zwischen $\Psi_d(i)$ und $\Psi_q(i)$ so groß wie möglich sein, also die Reluktanz in der d-Stellung möglichst klein und in der q-Stellung möglichst groß. Weiter wird bei gegebener Maschinengeometrie diese Fläche umso größer, je höher der Strom i ist. Deshalb werden geschaltete Reluktanzmaschinen durchaus im höheren Sättigungsbereich betrieben, wobei wegen der für den Flusspfad langen Jochwege die Joche weniger gesättigt sein sollten als die eher kurzen Zähne. Denn beim schrittweisen Zu- und Abschalten der einzelnen Wicklungsstränge muss jedes Mal die gesamte magnetische Energie des Strangs über die Leistungselektronik der Maschine zugeführt und wieder abgebaut werden. Dafür muss die

Bemessungsstromstärke der Leistungsschalter bemessen werden. Im ungesättigten Betrieb sind magnetische Energie und Koenergie gleich groß, also das Verhältnis von geleisteter Arbeit und auf- und abgebauter magnetischer Energie ungünstig niedrig. Im gesättigten Betrieb ist die Koenergie deutlich größer als die magnetische Energie, wie die Flächenverhältnisse in Abb. 10.11a zeigen. Das Verhältnis von geleisteter Arbeit und auf- und abgebauter magnetischer Energie je geschaltetem Strang ist daher deutlich höher und bezüglich der Bemessung der Leistungselektronik günstiger, sodass ihre Bemessungswerte dann dominant durch die mechanische Arbeit und nicht durch die magnetische Energie bestimmt werden.

Fazit:
Die Berechnung des Drehmoments in gesättigten geschalteten Reluktanzmaschinen kann über die Koenergie direkt aus dem $\Psi(i, \gamma)$-Kennlinienfeld erfolgen. Für eine hohe Drehmomentausbeute sollen geschaltete Reluktanzmaschinen im hohen Sättigungsbereich betrieben werden. Dann wird auch die Bemessung des speisenden Wechselrichters im Wesentlichen durch die umgesetzte mechanische Leistung und nicht durch die an der elektromechanischen Energiewandlung unbeteiligten magnetischen Energie bestimmt.

10.1.6 Realer Betrieb der geschalteten Reluktanzmaschine

Für den realen Betriebszustand der geschalteten Reluktanzmaschine muss folgendes berücksichtigt werden:

- Wegen des zweidimensionalen Feldverlaufs im Luftspalt und der Eisensättigung ändert sich die Induktivität mit dem Rotorwinkel zwischen Maximal- und Minimalwert L_d und L_q nichtlinear.
- Der Spulenstrom weicht von der idealisierten Blockstromform speziell bei hohen Drehzahlen wegen der endlichen elektrischen Zeitkonstanten der Ständerwicklung ab.

a) Reale, nichtlineare Änderung der Stranginduktivität zwischen q- und d-Stellung: In Abb. 10.12a ist der reale Verlauf der Stranginduktivität – berechnet mit der numerischen Feldberechnungsmethode der Finiten Elemente – für den zweipoligen geschalteten Reluktanzmotor mit 8/6-Stator-/Rotorzähnen von Abb. 10.1 (ii) dargestellt. Der Vergleich mit der idealisierten Berechnung von Abschn. 10.1.2 und mit der Messung zeigt, dass der Winkelbereich während der Rotordrehung, wo eine Änderung von L stattfindet, größer ist als der Winkel α. Daher ist die Änderung $dL/d\gamma_m$, also der Anstieg der $L(\gamma_m)$-Kurve, vor allem mit steigendem Strom $\hat{I}$ und damit erhöhter Sättigung, nicht konstant, sondern asymmetrisch glockenförmig (Abb. 10.12b). Folglich ist selbst bei idealem Blockstromverlauf und damit konstantem Strom $i = \hat{I}$ der Verlauf des Drehmoments über dem Rotorwinkel bzw. der Zeit $M_e(\gamma_m) = (i^2/2) \cdot dL/d\gamma_m$ nicht konstant, sondern hat auf Grund der Aneinanderreihung von asymmetrischen Glockenfunktionen eine erhebliche

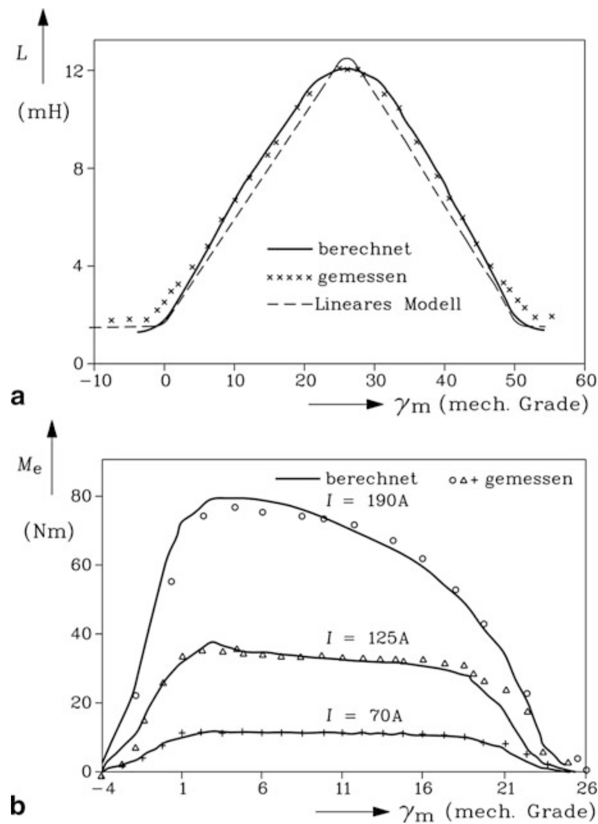


Abb. 10.12 Durch numerische Feldberechnung (**a**) ermittelter Verlauf der Stranginduktivität und (**b**) des Drehmoments für den zweipoligen gesättigten geschalteten Reluktanzmotor mit 8/6 Stator-/Rotorzähnen je Polpaar von Abb. 10.1 (ii), im Vergleich zum idealisierten, linearen Modell und zur Messung. Obwohl der Strom ideal konstant ist, weicht der Drehmomentverlauf erheblich vom konstanten Wert ab. (Quelle: Omekanda et al. 1992)

Momentenwelligkeit. In gleicher Weise hat die rotatorisch induzierte Spannung diesen asymmetrischen Glockenverlauf: $u_i(\gamma_m) = i \cdot dL/d\gamma_m \cdot \Omega_m$.

Die Momentenwelligkeit kann durch Erhöhung des Stromleitwinkels $\vartheta_W > \alpha \cdot Q_r$ etwas verringert werden, da die Induktivität sich ebenfalls in einem Winkelbereich ändert, der größer als α ist. Wenn innerhalb des Stromleitwinkels $\vartheta_W = 180°$ el. die Induktivitätsänderung positiv ist, wie in Abb. 10.13b angenommen, entsteht kein bremsender elektromagnetischer Drehmomentanteil. Dies hängt von der Gestaltung der Stator- und Rotorzahnzahl und der Zahnbreiten ab. In Abb. 10.13a ist der wellige Verlauf des Drehmoments bei einem Stromleitwinkel $\vartheta_W = 120°$ el. qualitativ dargestellt. Wird der Stromleitwinkel auf 180° erhöht (Abb. 10.13b), so überlappen die Drehmomentbeiträge benachbarter Stränge und der resultierende Drehmomentverlauf wird erhöht und vergleichmäßigt. Allerdings nehmen die Stromwärmeverluste proportional mit ϑ_W zu.

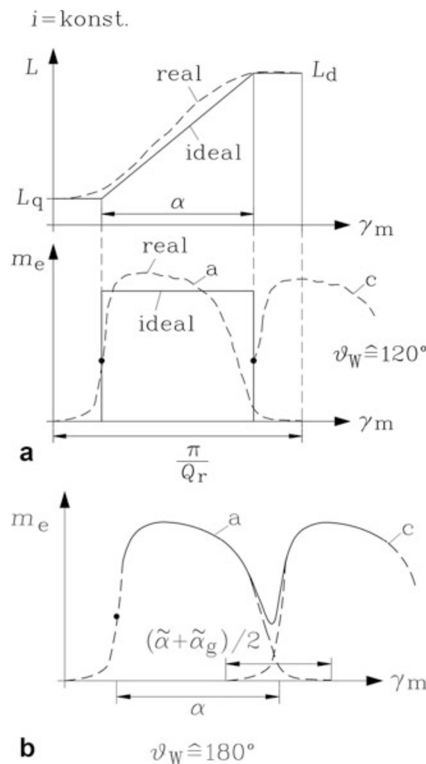


Abb. 10.13 Drehmomentwelligkeit in geschalteten Reluktanzmaschinen: (**a**) Durch den nichtlinearen Verlauf der Stranginduktivität zwischen q- und d-Stellung weicht der reale Drehmomentverlauf über dem Rotorwinkel (gestrichelt) vom idealen (volle Linie) ab. Bei 120°-Bestromung reihen sich für den Motor von Abb. 10.8 die Drehmomentbeiträge der einzelnen Stränge (a, c, b, a, c, b, ...) aneinander und ergeben ein welliges Drehmoment mit kleinerem Mittelwert als im Idealfall. (**b**) Wird der Stromleitwinkel von 120° auf 180° erhöht, überlappen die Drehmomentbeiträge der einzelnen Stränge a und c etwas, verringern die Welligkeit und erhöhen den Momentmittelwert (vgl. Abb. 10.8, unterer Stromverlauf $i_a(\gamma)$).

Fazit:

Reale geschaltete Reluktanzmaschinen weisen bei konstantem Spulenstrom (ideale Blockstromspeisung) eine Drehmomentwelligkeit auf. Die Frequenz der Momentwelligkeit $f_{puls} = n \cdot Q_r \cdot m$ ist durch das Produkt aus der Statorfrequenz $f_s = n \cdot Q_r$ des Blockstrompulses je Strang und der Strangzahl m bestimmt.

Aus dem Mittelwert der Stromwärmeverluste P_{Cu} während einer Blockstrom periode $T = 1 / f_s$ wird der Effektivwert des Blockstrompulses je Strang I berechnet.

$$P_{Cu} = m \cdot R \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt = m \cdot R \cdot I^2 \tag{10.35}$$

Dieser Stromeffektivwert eines unipolaren Blockstrompulses hängt vom Verhältnis x der Blockdauer zur Periodendauer ab. Für eine 120°-Bestromung ist dieses Verhältnis $x_{120} = 120°/360° = 1/3$ und für eine 180°-Bestromung $x_{180} = 1/2$.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^{xT} \hat{I}^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \hat{I}^2 \cdot xT} = \sqrt{x} \cdot \hat{I} \tag{10.36}$$

Fazit:
Bei einer 180°-Bestromung sind die Stromwärmeverluste um 50 % höher als bei einer 120°-Bestromung ($x_{180}/x_{120} = 3/2 = 1.5$).

b) Realer, von der idealen Blockstromform abweichender Spulenstromverlauf: Ein unipolarer Blockstrompuls wird durch die H-Halbbrücke so eingestellt, dass durch Pulsweitenmodulation der Gleichspannung U_d des Zwischenkreises über eine Strom-Hysterese-Regelung versucht wird, die Blockstromamplitude innerhalb des durch die Regelung vorgegebenen Hysteresebandes konstant zu halten (vgl. dazu den in Kap. 9 dort erläuterten Blockstrombetrieb). Je kleiner das Hystereseband ist, desto besser passt sich der reale Stromverlauf der idealen Blockstromform an, desto höher ist aber auch die erforderliche Schaltfrequenz. Die H-Halbbrücke in Abb. 10.1 (i) a) schaltet die Zwischenkreisspannung U_d gemäß Abb. 10.14a mit dem oberen Schalttransistor T2 an der Strangwicklung ein und aus. Wenn T1 ausschaltet, wird der Strom vom Zwischenkreis unterbrochen. Der Wicklungsstrom – getrieben durch den Abbau der zuvor aufgebauten, im Wicklungssystem gespeicherten magnetischen Energie W_{mag} – fließt nun durch die Freilaufdiode D2 weiter (Abb. 10.14b). Ohne Freilaufdiode würde der Spulenstrom zwanghaft unterbrochen. Die rasche Stromänderung $L \cdot di/dt$ würde eine hohe Schaltüberspannung induzieren, die einen Lichtbogen zündet. Die gespeicherte magnetische Energie wird in der Bogenwärme umgesetzt, eine Zerstörung zumindest des Leistungsschalters T2 wäre die Folge. Werden abwechselnd T1 und Freilaufdiode D1 bzw. T2 und Freilaufdiode D2 benutzt, so halbiert sich die Schaltfrequenz der Leistungsschalter bei unverändert wirksamer Schaltfrequenz für den Spulenstrom. So werden die Schaltverluste in der Leistungselektronik verringert. Um den Spulenstrom am Ende des Stromblocks möglichst rasch abzuschalten, wird die Gleichspannung U_d mit entgegen gesetzter Polarität auf die Wicklung geschaltet, indem T1 und T2 abgeschaltet werden (Abb. 10.14c). Der Strom fließt über die beiden Freilaufdioden D1 und D2 in den Zwischenkreis und wird daher über die Stromwärme in der Wicklung und die Energierückspeisung in den Zwischenkreis besonders rasch abgebaut.

Um näherungsweise die Stromkurvenform zu bestimmen, verwenden wir die Spannungsgleichung (10.14) zunächst bei niedrigen Drehzahlen.

$$u = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL}{d\gamma_m} \cdot \Omega_m = \begin{cases} U_d \\ 0 \\ -U_d \end{cases} \tag{10.37}$$

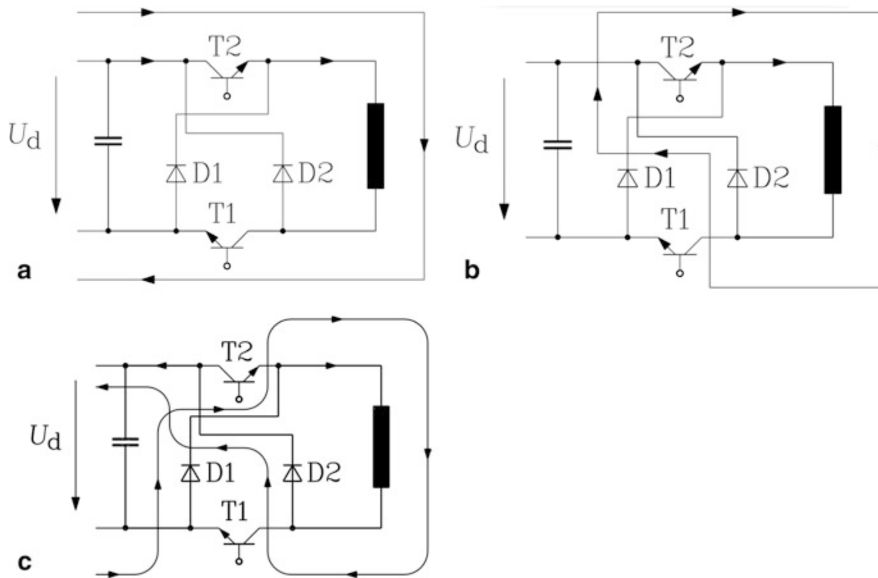


Abb. 10.14 Stromlaufplan für drei mögliche Kombinationen von Schaltzuständen der Transistoren: (**a**) Sind T1 und T2 eingeschaltet, liegt die Zwischenkreisspannung an der Induktivität. Der Wicklungsstrom steigt an. (**b**) Ist T1 ausgeschaltet und T2 eingeschaltet, so fließt, getrieben durch den Abbau der magnetischen Energie, der Wicklungsstrom über D2 und wird abgebaut. (**c**) Sind T1 und T2 ausgeschaltet, fließt der Strom über die beiden Freilaufdioden D1 und D2. Die Zwischenkreisspannung wirkt mit umgekehrter Polarität an der Wicklung, sodass der Strom besonders rasch abgebaut wird

Bei niedriger mechanischer Winkelgeschwindigkeit Ω_m ist die rotatorisch induzierte Spannung deutlich kleiner als U_d, und wird vernachlässigt. Wird der ohm'sche gegenüber dem induktiven Spannungsfall vernachlässigt ($R \approx 0$), so ist die Stromänderung beim Schalten der Transistoren durch $u = L \cdot di/dt$ bestimmt (Abb. 10.15, links). Wegen der konstanten Zwischenkreisspannung und dem vernachlässigten Widerstand ändert sich der Strom abschnittsweise linear. Die gewünschte ideale Blockstromform wird durch linear zu- und abnehmende Stromabschnitte angenähert. Da die Stranginduktivität L während der Rotordrehung von q nach d zunimmt, wird die Neigung der linearen Stromabschnitte $di/dt \sim 1/L$ flacher.

Die dem Stromleitwinkel ϑ_W entsprechende Zeit T_W sinkt mit steigender Drehzahl: $T_W \sim 1/n$. Bei hohen Drehzahlen n ist sie so kurz, sodass die elektrische Zeitkonstante des Wicklungsstrangs $T_e = L/R$ größer ist als T_W. Der Anstieg und die Abnahme des Stroms dauern länger als die gewünschte Dauer des Blockstromimpulses, da die magnetische Energie in der Wicklung stets vollständig auf- und abgebaut werden muss. Ein Schaltbetrieb im Hystereseband ist zeitlich nicht mehr möglich. Es verbleibt nur die Möglichkeit, die Zwischenkreisspannung einmal zu- und dann wieder abzuschalten. Der Strom hat keinen blockförmigen Verlauf mehr. Sein Zeitverlauf wird bestimmt durch die Differenz

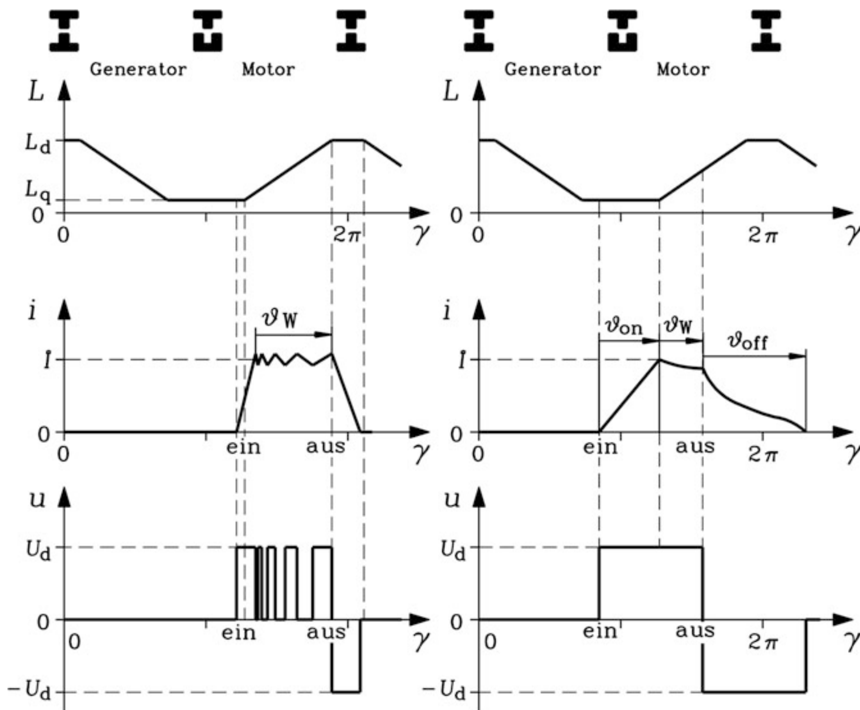


Abb. 10.15 Realer Strangstromverlauf in einer geschalteten Reluktanzmaschine: Links: Bei niedriger Drehzahl erlaubt die Strom-Hysterese-Regelung eine brauchbare Erzeugung eines Blockstroms. Rechts: Bei hoher Drehzahl ist die für die Blockstromdauer zu Verfügung stehende Zeit gegenüber den Stromanstiegs- und Stromabnahmezeiten zu kurz für eine Hystereseregelung. Die Zwischenkreisspannung U_d kann nur noch zu- und abgeschaltet werden (Blockspannungsbetrieb), wodurch die Stromkurvenform verzerrt wird und die Drehmomentwelligkeit zunimmt (Schencke 1997)

aus der Zwischenkreisspannung und dem asymmetrisch glockenförmigen Verlauf der rotatorisch induzierten Spannung $u_\mathrm{i}(\gamma)$, die nun nicht mehr vernachlässigt werden darf (Abb. 10.15, rechts). Stromanstiegs- und Abnahmezeiten, ausgedrückt durch die Winkel ϑ_on, ϑ_off, sind deutlich länger als der eigentliche Stromleitwinkel ϑ_W. Durch den deutlich vom idealen Blockstrom abweichenden Stromverlauf über dem Rotorwinkel $i(\gamma)$ steigt die Drehmomentwelligkeit deutlich an:

$$M_\mathrm{e}(\gamma) = Q_\mathrm{r} \cdot (i^2(\gamma)/2) \cdot dL/d\gamma .$$

Die Berechnung des Stromverlaufs muss vor allem bei hohen Drehzahlen den Einfluss der rotatorisch induzierten Spannung in (10.37) berücksichtigen. Dies erfolgt am besten mit numerischer Simulation: Im Zuge der um Δt schrittweise fortschreitenden Zeit wird die erreichte Läuferstellung γ erfasst, und für jedes γ das zugehörige $L(\gamma)$ ermittelt. Damit wird

$L(\gamma) \cdot di/dt$ gebildet und $i(t + \Delta t)$ mit (10.37) und dem Wert $i(t)$ aus dem vorherigen Zeitschritt berechnet. Wir nutzen (10.37) nur zur Abschätzung der Änderungsgeschwindigkeit des Stroms im Augenblick des Strom-Einschaltbefehls zum Zeitpunkt $t = t_0$ bei der Läuferstellung $\gamma = \gamma_0$, wobei wir $i = 0$ für $t = t_0$ annehmen. Mit $L(\gamma_0) = L_q$ erhalten wir (10.38).

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{t=t_0} = \frac{1}{L(\gamma_0)} \cdot \left(u - R \cdot i - Q_r \cdot i \cdot \frac{dL}{d\gamma} \cdot \Omega_m\right) = \frac{u}{L_q} \tag{10.38}$$

Das ist die größte mit gegebenem u erreichbare Stromänderungsgeschwindigkeit, da L_q die kleinste auftretende Induktivität ist. Wir sehen allerdings aus Abb. 10.6, dass $L(\gamma)$ für $\gamma > \gamma_0$ sofort anzuwachsen beginnt. Die Stromänderungsgeschwindigkeit geht zurück. Das lässt sich vermeiden, indem man die Spannung schon vor $t = t_0$ zuschaltet (siehe ϑ_{on} in Abb. 10.15), sodass der Stromaufbau bis zum Beginn des Induktivitätsanstiegs bereits abgeschlossen ist. Betrachten wir nun die Änderungsgeschwindigkeit des Stroms im Augenblick t_1 des Strom-Ausschaltbefehls bei der Läuferstellung $\gamma = \gamma_0 + \alpha \cdot Q_r$ (α in mech. Graden, γ in el. Graden), wobei wir nun vom maximalen Strom $i = \hat{I}$ als Startwert ausgehen müssen. Mit $L(\gamma_0 + \alpha \cdot Q_r) = L_d$ ergibt sich aus (10.37) für die umgepolte Spannung:

$$\left.\frac{di}{dt}\right|_{t_1} = \frac{-u - R \cdot i - Q_r \cdot i \cdot \frac{dL}{d\gamma} \cdot \Omega_m}{L(\gamma_0 + \alpha \cdot Q_r)} = \frac{-u - R \cdot \hat{I} - Q_r \cdot \hat{I} \cdot \frac{dL}{d\gamma} \cdot \Omega_m}{L_d}. \tag{10.39}$$

Das Abschalten des Stroms ist allein schon deshalb ungleich schwieriger als das Einschalten, weil nun die Induktivität $L_d > L_q$ im Nenner von (10.39) steht. Die negative Spannung $-u$ und der kleine negative ohm'sche Spannungsfall unterstützen den Stromabbau. Die vor allem bei hohen Drehzahlen bedeutende Rotationsspannung wirkt aber nur dann unterstützend beim Stromabbau, wenn $dL(\gamma)/d\gamma$ positiv ist. Um diesen Effekt zu nutzen, müsste die Spannung also vor Erreichen der Läuferstellung $\gamma = \gamma_0 + \alpha \cdot Q_r$ umgepolt werden, also noch in der Bestromungsphase. Wir sind an einer maximalen Bestromungsdauer interessiert und ziehen diese Maßnahme zunächst nicht in Betracht. Im ungünstigsten Fall wird am Ende der Bestromungszeit $dL(\gamma)/d\gamma$ beim Erreichen von $\gamma = \gamma_0 + \alpha \cdot Q_r$ sofort negativ, was gemäß Abb. 10.6 bei gleich breiten Ständer- und Läuferzähnen $\alpha_s = \alpha_r$ auftritt. Bei hohen Drehzahlen, wo die rotatorisch induzierte Spannung so groß ist wie die Zwischenkreisspannung $u_i = U_d$, würde mit $u_i = u = U_d$ wegen $-u + Q_r \cdot \hat{I} \cdot (dL/d\gamma) \cdot \Omega_m = 0$ die Stromänderungsgeschwindigkeit nur noch vom vergleichsweise kleinen, mit kleiner werdendem Strom sogar noch abnehmenden ohm'schen Spannungsfall abhängen. Darum sind die Läuferzähne breiter als die Ständerzähne (siehe $\alpha_r - \alpha_s > 0$ in Abb. 10.6). Solange sich die beiden Zähne überlappen, ist $dL(\gamma)/d\gamma = 0$, sodass die Rotationsspannung Null ist und die umgepolte Zwischenkreisspannung $u = -U_d$ im Hinblick auf den Stromabbau voll wirksam wird. Trotzdem ist wegen $1/L_d$ in (10.39) der Stromabbau grundsätzlich schwieriger als der Stromaufbau. Eine blockstromähnliche Wicklungsbestromung gemäß dem linken Bildteil von Abb. 10.15 ist nur möglich,

a) so lange beim Einschalten die treibende Spannung u in (10.38) groß genug ist, nach dem Einschaltbefehl den gemäß $i(t) \approx u \cdot t/L_q$ ansteigenden Strom noch vor dem Erreichen der Induktivitätszunahme auf die volle Soll-Blockstromhöhe $\hat{I}$ zu führen und
b) die Überlappung $\alpha_r - \alpha_s$ groß genug ist, um bei gegebener Spannung u nach dem Ausschaltbefehl den näherungsweise durch $i(t) \approx \hat{I} - (u + R \cdot \hat{I}) \cdot t/L_d$ gegebenen Stromabbau auf den Wert $i = 0$ zuzulassen.

Diese Bestromungsstrategie ist bei hohen Drehzahlen zumindest beim Stromabbau nicht mehr einzuhalten. Beim Stromaufbau ist es durch Vorverlagern des Einschaltbefehls in der Regel weiterhin möglich, den Aufbau des vollen Stroms zu bewerkstelligen (siehe ϑ_{on} im rechten Teil von Abb. 10.15). Hinsichtlich des Stromabbaus reicht die wirksame Entstromungsspannung aber nicht mehr aus, um den Strom während der Überlappung $\alpha_r - \alpha_s$ auf Null zu fahren. Nun muss von der schon angesprochenen Möglichkeit Gebrauch gemacht werden, die Rotationsspannung zur Erhöhung der wirksamen Entstromungsspannung zu nutzen und die Bestromungszeit noch während des Anstiegs der Luftspaltinduktivität abzubrechen (siehe ϑ_{off} im rechten Bildteil von Abb. 10.15). Die zugehörigen drehzahlabhängigen „optimalen Abschaltwinkel“ sind sorgfältig unter der Prämisse größter Drehmomentausbeute zu ermitteln, sodass eine genaue Läuferlageerfassung erforderlich ist, um die zugehörigen präzisen Steuerbefehle geben zu können. In Abb. 10.16 ist schematisch der Zeitverlauf des Strangstroms bei niedriger Drehzahl (links) und bei hoher Drehzahl (rechts) dargestellt, wobei links auch der Einfluss der im Motorbetrieb sich vergrößernden Stranginduktivität auf die Stromwelligkeit während der Pulsweitenmodulation erkennbar ist.

Abb. 10.17 zeigt als Beispiel den berechneten Anlauf einer geschalteten Reluktanzmaschine unter Last auf eine Drehzahl von 3000/min. Es wurde beim Strom-Hysterese-Regler vereinfacht mit einer nur geringfügig niedrigeren Aus- als Einschaltschwelle gerechnet. Die Zwischenkreisspannung ist die Bemessungsspannung der Maschine. Es ergeben sich Quasi-Rechteck-Stromblöcke bei kleinen Drehzahlen, die infolge der über den Hystereseregler eingestellten Strombegrenzung entstehen. Die hellen Stromblöcke entsprechen der Darstellung in Abb. 10.15, rechts, da die Zwischenkreisspannung nicht mehr ausreicht, um den Strom während der Überlappung $\alpha_r - \alpha_s$

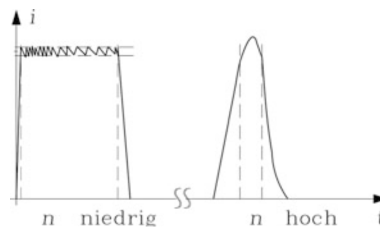


Abb. 10.16 Realer Strangstromverlauf (vgl. Abb. 10.15): Links: Bei sehr niedriger Drehzahl gute Annäherung an den idealen Blockstrom, Rechts: Bei sehr hohen Drehzahlen erhebliche Abweichung von der idealen Blockstromform (Zeitmaßstab gegenüber dem linken Bild erheblich gedehnt)

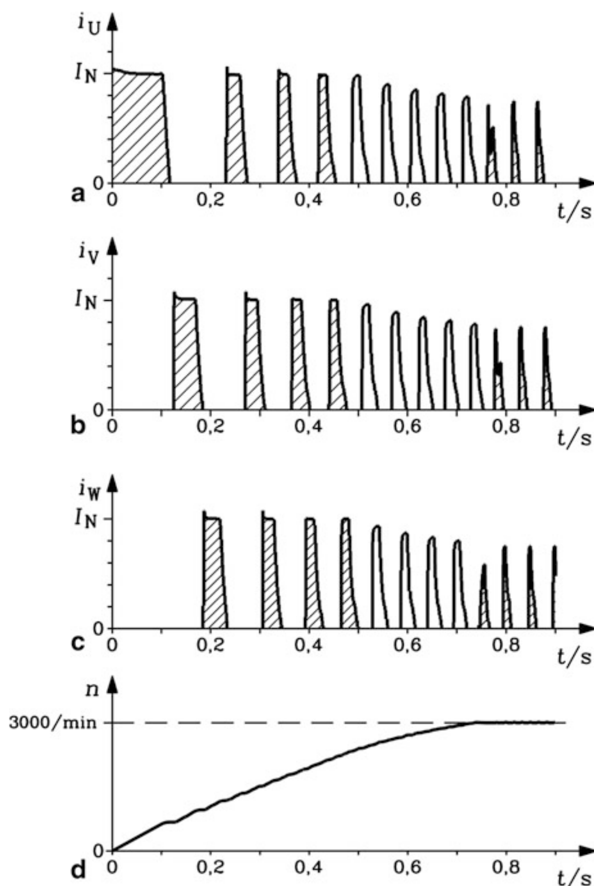


Abb. 10.17 Berechnete Strangströme **a**, **b** und **c** und Drehzahl **d** bei Anlauf und Betrieb eines geschalteten Reluktanzmotors. Schraffiert: Durch Pulsweitenmodulation auf den Sollwert begrenzte Stromblöcke in den drei Strängen U, V, W während der 1. Anlaufphase; hell: Ströme in der 2. Anlaufphase bei Durchschaltung der Zwischenkreisspannung mit Blockspannungsbetrieb; schraffiert: Ströme nach erfolgtem Hochlauf bei Regelung auf konstante Drehzahl 3000/min mit Blockspannungsbetrieb und entsprechender Wahl des Ein- und Ausschaltzeitpunkts (Quelle: M. Liese, TU Dresden)

auf Null zu fahren. Die schraffierten Stromkurven rechts in Abb. 10.17 entsprechen den Blockstrom-Impulsen in Abb. 10.16, rechts.

10.1.7 Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie

Das maximal (kurzzeitig) mögliche elektromagnetische Drehmoment einer geschalteten Reluktanzmaschine in Abhängigkeit der Drehzahl wird nicht nur durch die Reluktanzmaschine selbst, sondern auch durch den speisenden Umrichter bestimmt (Wolff

und Neubert 2002). Diese $M_{max}(n)$-Kennlinie umfasst zwei wesentliche Abschnitte, den Betrieb an der Umrichterspannungsgrenze und den Betrieb an der Umrichterstromgrenze.

a) Betrieb an der Umrichterspannungsgrenze: Der Betrieb an der Umrichterspannungsgrenze tritt bei hohen Drehzahlen auf. Wie erläutert, ist ab einer gewissen Drehzahl n_g die rotatorisch induzierte Selbstinduktionsspannung, die mit steigender Drehzahl zunimmt, so groß, dass sie gemeinsam mit dem bei Maximalstrom auftretenden ohm'schen und induktiven Spannungsfall den Wert der Zwischenkreisspannung U_d erreicht (Erreichen der Umrichterspannungsgrenze). Da bei diesen hohen Drehzahlen der ohm'sche Spannungsfall im Vergleich zum induktiven Spannungsfall klein ist, wird hier der Ständerstrangwiderstand der Wicklung vernachlässigt ($R = 0$). Weiter wird nur die idealisierte geschaltete Reluktanzmaschine betrachtet. Dann ist die rotatorisch induzierte Spannung während der Bestromungsphase eines Strangs konstant $u_i(\gamma) = \hat{U}_i$. Es fließt ein idealer Blockstrom mit der Amplitude $i(\gamma) = \hat{I}$, sodass $di/dt = d\hat{I}/dt = 0$ gilt. Die Spannungsgleichung an der Spannungsgrenze ist $u = U_d$.

$$u = U_d = R \cdot \hat{I} + L \cdot \frac{d\hat{I}}{dt} + \hat{U}_i \quad \Rightarrow \quad U_d = \hat{U}_i = \hat{I} \cdot Q_r \cdot \frac{dL}{d\gamma} \cdot \Omega_m \tag{10.40}$$

Die zulässige Blockstromamplitude an der Spannungsgrenze sinkt folglich mit steigender Drehzahl $n = \Omega_m/(2\pi)$ (Abb. 10.18a).

$$\hat{I} = \frac{1}{Q_r} \cdot \frac{U_d}{dL/d\gamma} \cdot \frac{1}{\Omega_m} \cong \frac{U_d}{(L_d - L_q)/\alpha} \cdot \frac{1}{\Omega_m} \tag{10.41}$$

Die Grenzdrehzahl n_g, ab der der Betrieb an der Spannungsgrenze einsetzt, ist durch $\hat{I} = \hat{I}_{max}$ bestimmt.

$$n_g = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{U_d}{\hat{I}_{max} \cdot \big((L_d - L_q)/\alpha\big)} \tag{10.42}$$

Daraus ergibt sich mit (10.20) die $M_{max}(n)$-Kennlinie an der Spannungsgrenze, deren obere Grenzdrehzahl die mechanisch maximal zulässige Drehzahl n_{max} ist.

$$M_e \cong \frac{1}{2(L_d - L_q)/\alpha} \cdot \left(\frac{U_d}{2\pi n}\right)^2, \quad n_g \leq n \leq n_{max} \tag{10.43}$$

b) Betrieb an der Umrichterstromgrenze: Die Umrichterstromgrenze bestimmt den Betrieb des geschalteten Reluktanzantriebs mit maximal zulässigem Drehmoment im unteren Drehzahlbereich $0 \leq n \leq n_g$. Wegen der relativ kurzen thermischen Zeitkonstante des Umrichters, die im Wesentlichen durch die Zeitkonstante der Kühlkörpererwärmung

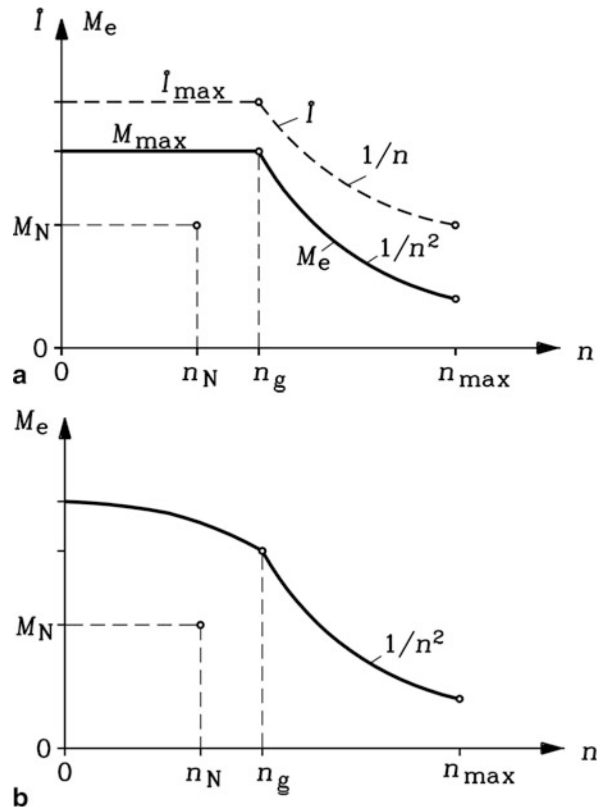


Abb. 10.18 Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie des maximal möglichen Drehmoments eines geschalteten Reluktanzantriebs: (**a**) Betrieb mit idealer Blockstromspeisung, (**b**) Betrieb mit realer Stromkurvenform, die mit steigender Drehzahl zunehmend von der idealen Blockstromform abweicht

bestimmt ist, ist eine Überlastung des Antriebs über diese Grenze hinaus nur im Minutenbereich möglich. Je nach Bemessung von Umrichter und Maschine ist der für die Maschine thermisch zulässige Dauerstrom in der Regel etwa 50 % der Umrichterstromgrenze. Die Überlastbarkeit der Maschine beträgt dann 100 %, bezogen auf das bei Maschinenbemessungsstrom auftretende Maschinenbemessungsmoment M_N. Da die thermische Zeitkonstante der Maschinenwicklung wegen der thermisch gekoppelten großen Aktiveisenmassen – je nach Maschinengröße und Konstruktionsart – i. A. mehrere Minuten dauert, ist der Betrieb an der Umrichterstromgrenze in diesem Zeitbereich möglich und wird dementsprechend vom Antriebshersteller spezifiziert. Während dieser Zeitspanne ist der Betrieb mit maximalem Drehmoment $M_{max}(I_{max})$ im unteren Drehzahlbereich $0 \leq n \leq n_g$ möglich (Abb. 10.18a). In realen geschalteten Reluktanzantrieben weicht die Stromkurvenform mit steigender Drehzahl zunehmend von der idealen Blockform ab (Abb. 10.16). Damit sinkt das mittlere Drehmoment im Vergleich zum Betrieb mit Blockstrom, da der Stromscheitelwert des Strangstroms I_{max} nicht überschritten werden darf. Das mittlere Drehmoment nimmt daher bereits bei Annäherung an das Ende des Betriebsbereichs an der Umrichterstromgrenze (Drehzahl n_g) mit steigender Drehzahl ab (Abb. 10.18b).

Fazit:
Im unteren Drehzahlbereich wird der geschaltete Reluktanzantrieb im Überlastbereich mit maximal möglichem Drehmoment an der Umrichterstromgrenze betrieben, im oberen Drehzahlbereich an der Umrichterspannungsgrenze, wo das Drehmoment umgekehrt proportional zum Quadrat der Drehzahl sinkt.

10.1.8 Umrichterbemessung

a) Statische Umrichterbemessung: In jeden Strang muss der Umrichter die gesamte benötigte Energie während einer Bestromungsphase (Stromleitwinkel ϑ_W) zuführen, also die Summe aus Stromwärme, mechanischer Energie und magnetischer Energie. Wenn die Stromwärmeverluste vernachlässigt werden, verbleiben pro Bestromungsphase mechanische und magnetische Energie.

$$W_{tot} = W_{mag} + A_m = W_{mag} + \Delta W^*_{dq} \tag{10.44}$$

In Abb. 10.11 sind für $L_q << L_d$ vereinfachte Flussverkettungs-Kennlinien dargestellt. Es wird $L_q = 0$ angenommen, und in der d-Stellung hohe Eisensättigung mit einer annähernd konstanten gesättigten Flussverkettung $\Psi_d = \Psi_{d,sat}$. Das Verhältnis der vom Umrichter zugeführten Energie im Verhältnis zur mechanischen (Nutz-)Energie gibt die statische Umrichterausnutzung an.

$$W_{tot}/\Delta W^*_{dq} = \frac{W_{tot}}{W_{tot} - W_{mag}} = \frac{i_{max} \cdot \Psi_{d,sat}}{i_{max} \cdot \Psi_{d,sat} - (i_{sat} \cdot \Psi_{d,sat}/2)}$$

$$W_{tot}/\Delta W^*_{dq} = \frac{1}{1 - (i_{sat}/(2i_{max}))} \tag{10.45}$$

Beispiel 10.4

Um welchen Wert muss der Umrichter gegenüber reiner Nutzenergieübertragung höher dimensioniert werden, wenn das Verhältnis des Maximalstroms i_{max} zum Sättigungsstrom i_{sat} (bei dem die d-Flussverkettung stark gesättigt ist, Abb. 10.11) 200 % ist?

Lösung:

$i_{max}/i_{sat} = 2: \; W_{tot}/\Delta W^*_{dq} = 4/3 = 1.33$

Gegenüber einer reinen Nutzenergieübertragung (100 %) muss der Umrichter zumindest für eine Scheinleistung von 133 % bemessen sein. Im Vergleich dazu ist für eine umrichtergespeiste Asynchronmaschine (Kap. 7) mit einem $\cos\varphi_N = 0.85$ dieses Verhältnis nur 118 % (= 1/0.85).

Bei dreisträngigen geschalteten Reluktanzantrieben sind – bei gleicher Netzgleichrichterschaltung mit Zwischenkreiskondensator – drei H-Halbbrücken mit je 2 Schalttransistoren und je 2 Freilaufdioden erforderlich. Damit ist der Aufwand

an Halbleiterbauelementen gleich groß wie für dreisträngige umrichtergespeiste Drehfeldmaschinen (Kap. 7 und 9), allerdings werden nun sechs statt drei Motorzuleitungen benötigt, da jeder Strang in „offener" Schaltung, also einzeln gespeist wird.

b) Dynamische Umrichterbemessung: Die elektrische Zeitkonstante des Wicklungsstrangs

$$T_e = \frac{L}{R} \sim \frac{W_{mag}}{P_{Cu}} \tag{10.46}$$

und die Gegenspannung der rotatorisch induzierten Spannung u_i begrenzen die Stromanstiegsgeschwindigkeit, wie in Abschn. 10.1.6 erläutert. Es ist für eine ausreichend hohe Stromänderungsgeschwindigkeit eine Spannungsreserve nötig, also eine gegenüber $u_{i,max}$ erhöhte Zwischenkreisspannung U_d. Dies ist gleich bedeutend mit einer gegenüber einer festen Zwischenkreisspannung herabgesetzten maximalen induzierten Spannung u_i, was eine Verringerung der Windungszahl N je Strang und damit – bei konstanter Spulendurchflutung – eine Erhöhung des Bemessungsstroms $I_N \sim 1/N$ erfordert. Somit ist eine bis zu hohen Drehzahlen noch annähernd blockförmige Stromspeisung nur bei entsprechender Überdimensionierung des Umrichters ($\sim U_d I_N$) möglich.

c) Umrichtersteuerung:

(i) Bei niedrigen Drehzahlen:
Bei niedrigen Drehzahlen ist die induzierte Gegenspannung u_i ausreichend klein, sodass eine Blockstromspeisung durch Hystereseband-Regelung der Blockstromamplitude möglich ist. Der Stromleitwinkel ϑ_W ist konstant und beträgt je nach Vorgabe für die Drehmomentwelligkeit zwischen $\vartheta_W = \vartheta_{W,max} = 180°$ und 120° el. Die Stromanstiegs- und -abnahmezeiten t_r und t_f sind kurz im Vergleich zur Stromleitdauer T_W des Stromblocks. Gegebenfalls kann durch Anheben der Stromamplitude zu Beginn und am Ende des Stromblocks die Momentenwelligkeit ausgeglichen werden, um annährend konstantes Drehmoment mit minimierter Welligkeit zu erhalten (Abschnitt $\vartheta_W = \vartheta_{W,max}$ in Abb. 10.19).

(ii) Erhöhte Drehzahl: Da die Stromleitdauer des Stromblocks T_W mit steigender Drehzahl sinkt ($\vartheta_W < \vartheta_{W,max}$), steigt der durch T_e bestimmte prozentuale Anteil von t_r and t_f an der Gesamt-Stromleitdauer. Der Stromblock erhält eine trapezförmige Form, deren Mittelwert kleiner als der eines blockförmigen Stromimpulses gleicher Dauer ist. Folglich sinkt das mittlere Drehmoment bei gleichem Maximalstrom (Abschnitt $\vartheta_W < \vartheta_{W,max}$ in Abb. 10.19).

(iii) Bei hohen Drehzahlen – Konstantleistungsbereich: Die erforderliche Stromleitdauer T_W ist zu kurz, um eine Hystereseregelung der Stromamplitude über Pulsweitenmodulation noch durchführen zu können. Es ist nur noch Blockspannungsbetrieb möglich: Die Zwischenkreisspannung wird zu- und wieder abgeschaltet. Durch die Wahl des Zuschalt- und Abschaltzeitpunktes kann erreicht werden, dass der Mittelwert des Stromimpulses so

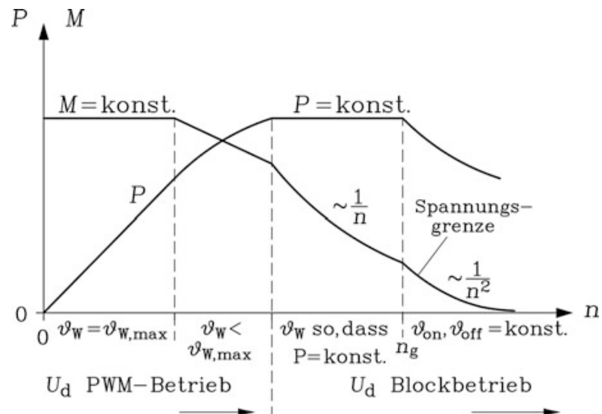


Abb. 10.19 Maximales Drehmoment M und maximale Leistung P eines geschalteten Reluktanzantriebs in Abhängigkeit der Drehzahl n, bei einer Umrichtersteuerung gemäß den Abschnitten (i) ... (iv) im Text

eingestellt wird, dass das mittlere Drehmoment mit $1/n$ sinkt. So wird ein Drehzahlbereich mit konstanter Leistung erreicht (Abschnitt P = konst. in Abb. 10.19).

(iv) Betrieb an der Spannungsgrenze: Bei sehr hohen Drehzahlen verbleibt kein zeitlicher Spielraum für das Anpassen des Zu- und Abschaltzeitpunktes der Zwischenkreisspannung an einen gewünschten $M(n)$-Verlauf, da T_W zu kurz ist. Zu- und Abschaltungen erfolgen bei festen Schaltwinkeln (ϑ_{on}, ϑ_{off} konstant), das mittlere Drehmoment sinkt mit $1/n^2$ (Abschnitt ϑ_{on}, ϑ_{off} = konst. in Abb. 10.19).

Die aus den Abschnitten (i) bis (iv) zusammengesetzte $M(n)$-Kurve ist in Abb. 10.19 dargestellt.

Fazit:
Die Umrichterscheinleistung im Verhältnis zur Maschinenwirkleistung ist bei geschalteten Reluktanzantrieben i. A. höher als bei umrichtergespeisten Drehfeldantrieben, da die gesamte magnetische Energie bei einem Bestromungsvorgang je Strang stets vollständig auf- und abgebaut werden muss. Bei Drehfeldmaschinen muss nur die magnetische Energie des Streufelds auf- und abgebaut werden, da auf Grund der magnetischen Kopplung der einzelnen Stränge die magnetische Energie des gemeinsamen Hauptfelds in der Maschine gespeichert bleibt.

10.1.9 Motor-Technologie und Betriebsverhalten

a) Vorteile des geschalteten Reluktanzantriebs:

- Einfache, mechanisch robuste Maschinenkonstruktion.
- Keine verteilte Drehfeldwicklung, sondern konzentrierte Zahnspulen, die einen hohen Nutfüllgrad und kurze Wickelköpfe erlauben.
- Kleine Statornutzahlen mit offenen Nuten, daher kostengünstige Wicklungsfertigung wegen der geringen Spulenzahl und der Montage durch Aufsteckspulen.

- Der mechanisch robuste Rotor trägt keine Wicklung oder Magnete und ist daher kostengünstig und gut geeignet für hohe Drehzahlen.
- Niedriges Rotorträgheitsmoment wegen der offenen, tiefen Läufernuten.
- Dank der voneinander unabhängigen Speisung der Wicklungsstränge ist der Antrieb bei $m \geq 3$ Wicklungssträngen in der Lage, auch bei Ausfall eines Wicklungsstranges abzulaufen und mit verringertem Moment mit den verbleibenden „gesunden" Wicklungssträngen betrieben zu werden (fehlertoleranter Antrieb).
- Im Schadensfall ist die von der Spannungsquelle getrennte Maschine – anders als PM-Synchronmaschinen – strom- und spannungslos („fail silent"), sodass von ihr keine Gefahr wie z. B. Brandgefahr durch Überhitzung einer Wicklung infolge eines von Permanentmagneten induzierten Kurzschlussstroms ausgeht.
- Im Vergleich zu leistungsgleichen umrichtergespeisten Asynchronmaschinen hat der geschaltete Reluktanzantrieb einen höheren Gesamtwirkungsgrad auf Grund der niedrigeren Läuferverluste (Beispiel 10.5) (Reinert 1998).
- Im niedrigen Drehzahlbereich ist ein hohes Überlastmoment des Antriebs möglich.

b) Nachteile des geschalteten Reluktanzantriebs:

- Die mit steigender Drehzahl zunehmende Drehmomentwelligkeit ist bei machen Antriebsapplikationen störend. Durch eine erhöhte Strangzahl kann die Welligkeit auch bei höheren Drehzahlen verringert werden, aber dafür steigt der Umrichteraufwand.
- Starke Abnahme des maximalen Drehmoments mit steigender Drehzahl.
- Relativ großes Verhältnis der Umrichter-Bemessungsscheinleistung zur Motor-Bemessungsleistung.
- Rotorlagegeber i. A. erforderlich.
- In der Regel ist kein Standard-Dreiphasen-Wechselrichter in Sechspuls-Brückenschaltung möglich, sondern es werden einzelne H-Halbbrücken verwendet.
- Die erhöhte Momentenwelligkeit kann bei drehzahlveränderbarem Betrieb unter Umständen Torsionsschwingungen im Antriebsstrang anregen, wenn die Frequenz der Momentenwelligkeit eine Torsionseigenfrequenz trifft.
- Bei hohen Drehzahlen bewirkt die gezähnte Rotorstruktur deutlich erhöhte Luftreibungsverluste (Calverley et al. 2000).
- Durch das Zu- und Wegschalten des Flusses je Strang ändert sich der radiale magnetische Zug zwischen Stator und Rotor impulsförmig. Der elastische Stator wird mit der Frequenz $f_{\mathrm{puls}} = n \cdot Q_{\mathrm{r}} \cdot m$ des Weiterschaltens des Felds zu Biegeschwingungen angeregt, deren Amplituden im Resonanzfall, wenn f_{Puls} eine Biegeeigenfrequenz des Stators trifft, besonders groß sind. Wenn die Jochhöhe des magnetischen Rückschlusses des Statorjochs z. B. aus Materialkostengründen vergleichsweise klein ausgelegt ist, ist das Joch biegeweich mit niedrigen Biegeeigenfrequenzen, und wird leicht zum Schwingen angeregt (Abb. 10.20).

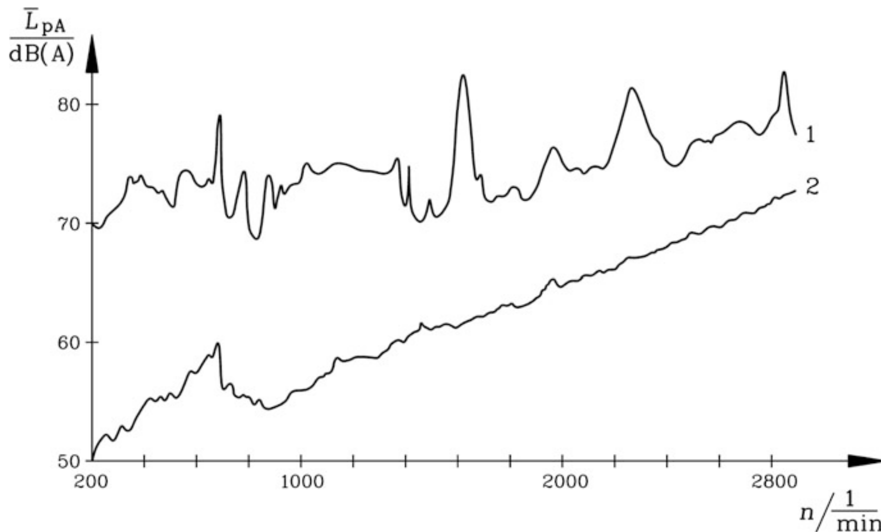


Abb. 10.20 Im Schallmessraum gemessener, über 9 Messpunkte im Abstand 1m vom Messobjekt gemittelter, A-bewerteter Schalldruckpegel eines vierpoligen, dreisträngigen geschalteten Reluktanzantriebs, Motorbemessungsleistung 7.5 kW, 12/8 Stator-/Rotorzähnezahl (Motorquerschnitt siehe Abb. 10.2): (Kurve 1: Betrieb mit Bemessungsstrom, Kurve 2: Betrieb im Leerlauf). Im Leerlauf sind das Drehmoment und der Motorstrom sehr klein. Daher sind die Luftspaltflussdichte $B_\delta \sim i$ und der radiale magnetische Zug $f_r \sim B_\delta^2 \sim i^2$ klein, sodass das Leerlaufgeräusch klein ist. Bei Bemessungslast nimmt das Geräusch stark zu. Die ausgeprägten Spitzen im Schalldruckpegel-Verlauf zeigen das resonanzartige Anregen von Biegeschwingungen des Ständers (Quelle: Binder 2000)

c) Elektromagnetische Ausnützung der geschalteten Reluktanzmaschine: Im Vergleich zu umrichtergespeisten Asynchronmaschinen mit gleichem Kühlverfahren der Wicklungen ist das auf das Aktivvolumen der Maschine bezogene thermisch zulässige Dauerdrehmoment bei mittleren Bemessungsdrehzahlen (z. B. 1000 ... 2000/min) nahezu gleich groß (ca. 80 %). Dies verwundert zunächst, ist doch der Fluss pro Pol nur auf je einen Ständerzahn pro Pol beschränkt und damit kleiner als bei Drehfeldmaschinen mit dort ca. $2/\pi$ = ca. 65 % mittlerer Polbedeckung, bezogen auf die maximale Luftspaltflussdichte in Polmitte.

Dies wird erreicht, indem

- die maximale Luftspaltflussdichte gleich der Zahnflussdichte ist (ca. 1.8 T statt 1.0 T),
- ein höherer Nutfüllfaktor infolge der Zahnspulentechnik vorliegt, der einen höheren Strombelag erlaubt,
- die kürzeren Wickelköpfe der Zahnspulen eine längere Aktiveisenlänge bei gleicher Maschinengesamtlänge gestatten,
- die Reluktanzmaschine i. A. geringere Gesamtverluste aufweist als vergleichbare Asynchronmaschinen (im Läufer existieren keine Stromwärmeverluste, sondern nur Ummagnetisierungsverluste durch den nutungs- und schaltungsbedingten Wechselfluss).

Beispiel 10.5

Vergleich eines umrichtergespeisten Norm-Asynchronmotors mit Alu-Druckguss-Käfigläufern (vgl. Kap. 6 und 7) mit einem geschalteten Reluktanzantrieb (dessen Motor-Querschnitt in Abb. 10.2 dargestellt ist) mit gleicher Pol- und Strangzahl ($2p = 4$, $m = 3$) für dieselbe Bemessungsleistung und -drehzahl, bei gleichen Kühlungsbedingungen, nämlich geschlossene Maschinenbauform, Oberflächenkühlung mit Gehäuse-Kühlrippen und Wellenlüfter (Tab. 10.1):

Tab. 10.1 Auslegungsdaten eines geschalteten Reluktanzmotors und eines Norm-Asynchronmotors im Vergleich (Quelle: Binder 2000)

Motordaten		Geschalteter Reluktanzmotor SRD	Asynchronmotor IM	Verhältnis SRD/IM
Stator-Außen-/Innendurchmesser d_{sa}/d_{si}	[mm]	210/120.9	200/122.6	+5 %/–1 %
Rotor-Außendurchmesser d_{ra}	[mm]	120	122	–1 %
Luftspalt δ	[mm]	0.45	0.3	+50 %
Zähnezahl: Stator/Rotor Q_s/Q_r		12/8 ungeschrägt	48/36 Alu, geschrägt	
Jochhöhe Stator/Rotor h_{ys}/h_{yr}	[mm]	14/17.5	21.5/16	
Zahnbreite Stator/Rotor b_{ds}/b_{dr}	[mm]	16/16.7	4.3/6	
Aktiv-Eisenlänge l_{Fe}	[mm]	193	135	+42 %
Länge inkl. Wickelkopfausladung	[mm]	$193 + 2 \times 18 = 229$	$135 + 2 \times 47 = 229$	0 %
Statorwicklungswiderstand je Strang, $R_{s,20°C}$	[Ω]	0.85	0.512 Y	+64 %
Wicklungstyp		Zahnspule Zweischicht	Verteilte Wicklung Einschichtwicklung	
Nutfüllfaktor		0.44	0.38	+16 %
Windungszahl je Strang N_s		244	112	+118 %
Statorfrequenz f_s für $0 \leq n \leq 3000/\min$	[Hz]	0 … 400	0 … 100	+300 %
Läuferaktivvolumen $d_{ra}{}^2 \pi l_{Fe}/4$	[dm³]	2.18	1.58	+ 38 %
Rotor-Trägheitsmoment	[kgm²]	0.0195	0.024	–19 %

Daten: 7.5 kW, Achshöhe 132 mm, Bemessungsdrehzahl 1500/min, Maximaldrehzahl 3000/min. Der eingesetzte Isolierstoff gemäß Wärmeklasse F erlaubt eine dauernde mittlere Wicklungserwärmung von 105 K über 40°C Kühlmitteleintrittstemperatur.

Ergebnis: Auf Grund der Zahnspulentechnik und der fehlenden Rotorwicklung sind die Fertigungskosten der geschalteten Reluktanzmaschine i. A. niedriger als jene der Käfigläufer-Asynchronmaschine. Diese Kostendifferenz wird durch den i. A. teureren Wechselrichter zumindest teilweise kompensiert. Die gemessene Verlustbilanz bei Bemessungsdrehzahl und Speisung mit bezüglich des Schaltverhaltens ähnlich ausgelegten IGBT-Spannungszwischenkreisumrichtern zeigt einen um 4 %-Punkte höheren Gesamtwirkungsgrad des geschalteten Reluktanzantriebs (Tab. 10.2). Der Wirkungsgrad des Asynchronmotors könnte durch Einsatz einer speziell für Umrichterbetrieb optimierten Läufer-Ovalnut und Verwendung eines Kupferkäfigs noch verbessert werden (Kap. 6). Der höhere Wirkungsgrad des geschalteten Reluktanzmotors war im gesamten Drehzahlbereich bis über die Bemessungsdrehzahl bei Betrieb mit Bemessungsmoment messtechnisch nachweisbar (Tab. 10.2 und Abb. 10.21).

Fazit:
Dank der axial kurzen Zahnspulen kann bei der geschalteten Reluktanzmaschine bei gleicher Maschinengesamtlänge die Aktiveisenlänge gegenüber Drehfeldmaschinen mit verteilter Wicklung vergrößert werden, sodass sich für diese ähnliche elektromagnetische

Tab. 10.2 Zu Tab. 10.1: Gemessene Verluste und Erwärmungen beim Erwärmungslauf mit 1500/min, 54 Nm und einer Umrichterzwischenkreisspannung $U_d = 540$ V. Der Wellenlüfter war bei beiden Motoren identisch mit 230 mm Außendurchmesser und 7 radialen Schaufeln (Quelle: Binder 2000)

		Geschalteter Reluktanzmotor	Asynchronmotor
Ein-/Ausgangsleistung P_{in}/P_{out}	[W]	9440/8480	9950/8480
Strangstrom (effektiv/ peak) $I/\hat{I}$	[A]	13.3/27.5	17.45/30
Statorfrequenz f_s	[Hz]	200	52 ($U_{s,k=1} = 225.5$V)
Stator-Wicklungserwärmung	[K]	110	101
Ummagnetisierungsverluste	[W]	200	265
Luft- und Lagerreibungsverluste	[W]	165	55
Stromwärmeverluste: Stator/Rotor	[W]	595/0	650/350
Zusatzverluste	[W]	0	150
Stator: Stromdichte J_s	[A/mm^2]	5.25	8.23
Strombelag $A = 2mN_sI_s/(d_{si}\pi)$	[A/cm]	513	305
Direkter Motorwirkungsgrad η_{mot}	[%]	89.8	85.2
Umrichterwirkungsgrad η_{inv}	[%]	96.6	97.0
Direkter Antriebswirkungsgrad η	[%]	86.7	82.6

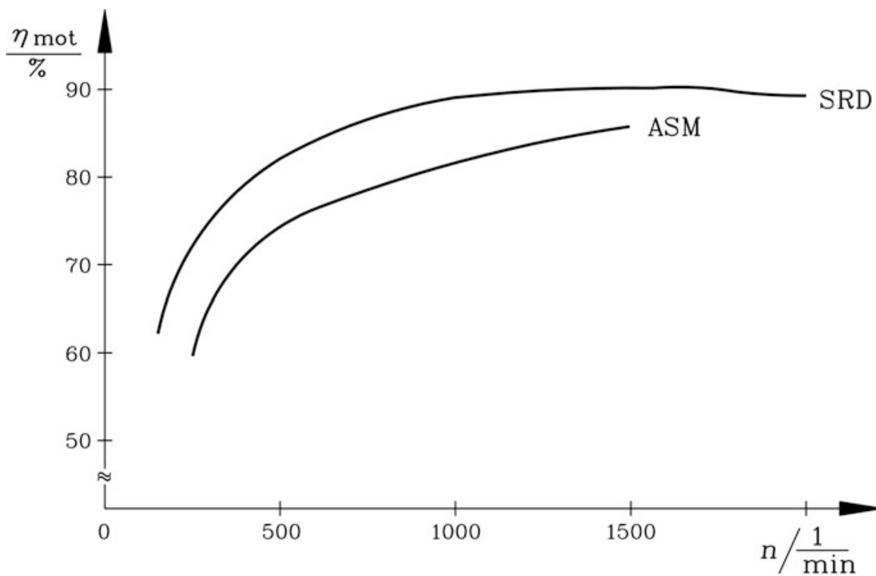


Abb. 10.21 Vergleich der gemessenen Motorwirkungsgrade der beiden umrichtergespeisten vierpoligen, dreisträngigen 7.5 kW-Motoren gemäß Tab. 10.1: (SRD: geschalteter Reluktanzmotor, IM: Käfigläufer-Norm-Asynchronmotor); Betrieb mit 54 Nm bei 100 K Wicklungserwärmung bei unterschiedlichen Motordrehzahlen. (Quelle: Binder 2000)

Ausnützungen ergeben wie für Käfigläufer-Asynchronmaschinen bei gleicher Leistung und Kühlungsart. Bei niedrigen Drehzahlen weist dann die geschaltete Reluktanzmaschine bei vergleichbar großer Umrichterstromgrenze ein höheres Überlastmoment im Vergleich zu Asynchronmaschinen auf. Auf Grund der geringeren Läuferverluste hat sie zudem i. A. einen höheren Wirkungsgrad.

10.1.10 Anwendungen von geschalteten Reluktanzantrieben

Während sich standardisierte Antriebslösungen ähnlich jener für Käfigläufer-Normasynchronmotoren mit geschalteten Reluktanzmaschinen bisher nicht mit entsprechender Breitenwirkung durchsetzen konnten, sind zahlreiche anwendungsspezifische drehzahlveränderbare Antriebe mit geschalteten Reluktanzantrieben ausgerüstet worden. In der Massenproduktion werden sie für industrielle Pumpen- und Kompressorantriebe und teilweise auch in Haushaltsgeräten verwendet. Für den Einsatz im Automobil, sei es als Hilfsantrieb bei Brennstoffzellen oder als Hauptantrieb in Hybridautomobilen, aber auch auf Schiffen und in Flugzeugen, werden sie wegen ihrer günstigen Produktionskosten und ihrer Robustheit von einigen Herstellern favorisiert. Speziell für den Betrieb in rauer Umgebung, z. B. im Bergbau und auf Ölfeldern wurden auch Antriebe mit größerer Leistung entwickelt.

Ein typisches Beispiel für eine Anwendung, wo der Nachteil erhöhter magnetischer Geräusche nicht wesentlich ist, aber die Vorteile der robusten Bauweise, der hohen Drehzahl, der Fehlertoleranz und der „fail silent"-Eigenschaft wesentlich sind, ist der Einsatz als kombinierter Startermotor und Generator in Flugzeugen (Mellor et al. 2005). Die Flugzeugturbine ist wesentlich lauter als die geschaltete Reluktanzmaschine. Beim Anfahren stellt der Antrieb ein großes Drehmoment zum Anwurf der Gasturbine und des mit ihr gekuppelten Kompressors zur Verfügung. Im Betrieb wirkt die geschaltete Reluktanzmaschine als Generator und versorgt das Bordnetz des Flugzeugs mit Strom. Dank des robusten Läufers könnte die geschaltete Reluktanzmaschine direkt mit der schnell drehenden Gasturbine gekuppelt werden (Einwellenanordnung). Durch die hohe Drehzahl wird bei gegebener Leistung auch das Bemessungsdrehmoment ausreichend klein und erlaubt so eine Minimierung der Motormasse. Dank der Zahnspulenwicklung gibt es bei entsprechender Verlegung des Schaltkranzes kaum Berührungspunkte zwischen den Spulen unterschiedlicher Stränge, sodass die Wahrscheinlichkeit für Kurzschlüsse zwischen zwei Strängen kleiner ist als bei verteilten Wicklungen, die entsprechende Phasenisolierungen im Wickelkopf benötigen. Im Falle eines Kurzschlusses in den Ständerwicklungen geht von der spannungsfrei geschalteten E-Maschine keine Brandgefahr aus. Bei Ausfall eines Strangs wäre noch eingeschränkter Betrieb möglich. Diese Vorteile wirken bevorzugt bei Flugzeugen mit einem einzigen Triebwerk, wo Fehlertoleranz und die „fail silent"-Eigenschaft an Bedeutung gewinnen.

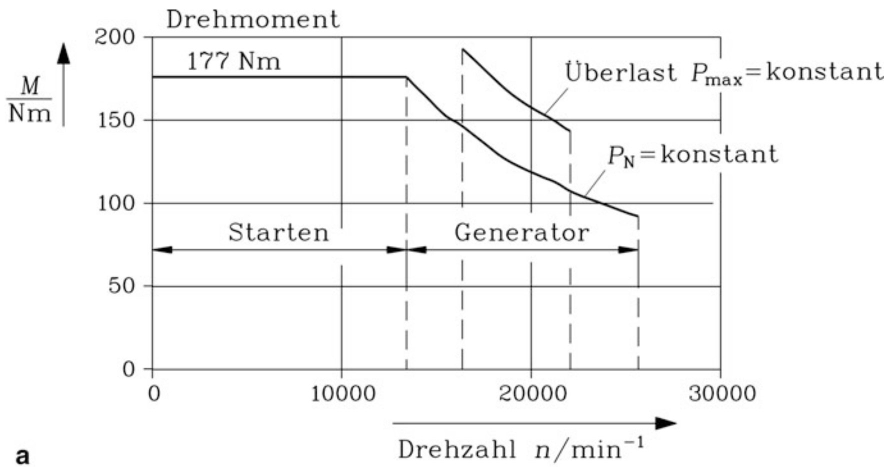
Beispiel 10.6

Dreisträngige, vierpolige geschaltete Reluktanzmaschine mit 12/8 Stator-/Rotorzähnen als Starter-Generator für ein militärisches Flugzeug der US Air Force (Quelle: Richter et al. 1996).

Bemessungsleistung: 250 kW, Bemessungsdrehzahl 13500/min, Bemessungsmoment 177 Nm, Bemessungsstrom (effektiv) 750 A, Zwischenkreisspannung 270 V, Maximaldrehzahl bei Überlast 22200/min, Maximaldrehzahl bei Bemessungsleistung 26000/min, Systemwirkungsgrad von Umrichter und Motor im Bemessungspunkt: 90 %

Ergebnis:

Zur Erhöhung der Ausfallsicherheit wurden zwei getrennte dreisträngige Wicklungssysteme mit einer Bemessungsleistung von 125 kW ausgeführt, die elektrisch parallel betrieben werden. Bei Ausfall einer Wicklung ist der sichere Betrieb mit halber Leistung weiterhin möglich (Redundanz-Prinzip). Um die Masse und das Volumen der E-Maschine so klein wie möglich zu gestalten, wurde eine sehr hohe Maschinenausnützung durch eine intensivierte indirekte Ölkühlung erreicht. Die Masse der E-Maschine beträgt nur $m = 70$ kg, was ein hohes „Leistungsgewicht" $P_N/m = 3.6$ kW/kg ergibt. Im unteren Drehzahlbereich 0 ... 13500/min startet die geschaltete Reluktanzmaschine den Luftkompressor mit einem konstanten Drehmoment 177 Nm. Im hohen Drehzahlbereich 13500 ... 26000/min wird die geschaltete Reluktanzmaschine als Generator von der Gasturbine angetrieben und liefert die konstante elektrische Leistung 250 kW (Abb. 10.22).



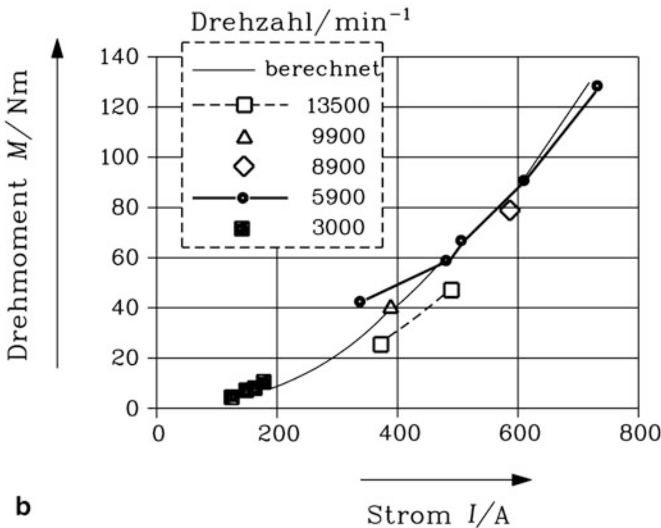


Abb. 10.22 Dreisträngige, vierpolige geschaltete Reluktanzmaschine 250 kW als Starter-Generator für ein Flugzeug: (**a**) Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie, (**b**) Drehmoment-Strom-Kennlinie bei unterschiedlichen Drehzahlen (dünne volle Linie: berechnet, Messpunkte eingetragen). Oberhalb von 400 A ist das Eisen der Maschine gesättigt; die Kennlinie steigt nur noch etwa proportional mit dem Strom (vgl. Abb. 10.11b). (Quelle: Richter et al. 1996)

10.2 Synchrone Reluktanzmaschinen

10.2.1 Grundfunktion der Synchron-Reluktanzmaschine

Die synchrone Reluktanzmaschine ist eine Synchron-Drehfeldmaschine (Bödefeld und Sequenz 1971). Der Stator ist genutet und trägt die mehrsträngige Drehfeldwicklung.

Der ferromagnetische Rotor hat ausgeprägte Pole mit tiefen Pollücken mit der Polzahl $2p$ (Abb. 10.23). Deshalb werden die die Läuferzähne im Unterschied zur geschalteten Reluktanzmaschine Läuferpole und die Läufernuten Pollücken genannt. Um einen großen Reluktanzunterschied zwischen den Läuferpolen (d-Achse) und den Pollücken (q-Achse) zu erzielen, ist der Luftspalt zwischen den Läuferpolen und dem Stator möglichst klein und die Tiefe der Pollücken möglichst groß zu bemessen. Die Breite der Läuferpole b_p und der Pollücken $\tau_p - b_p$ wird ebenfalls so gewählt, dass mit Berücksichtigung der Eisensättigung ein möglichst großer Reluktanzunterschied entsteht. Wird die Ständerwicklung mit einem Sinus-Drehspannungssystem mit der Frequenz f_s gespeist, so erregt das sich einstellende $2p$-polige Ständer-Drehstromsystem ein Drehfeld, dessen Grundwelle mit der synchronen Drehzahl f_s/p rotiert und über den magnetischen Rückschluss der Läuferpole einen tangentialen Maxwell'schen Zug auf den Läufer bewirkt, sodass dieser synchron mitrotiert. Abb. 10.23a zeigt einen 4-poligen Rotor mit einer Pollückenbreite (ausgedrückt als mechanischer Winkel) 36° und einer Läuferpolbreite 54°, gemäß einer Polteilung 90°. Im Läuferpolbereich sind Aluminium-Kurzschlussgitter eingegossen, die als viersegmentiger Kurzschlusskäfig (je Pol ein Gittersegment, bestehend aus vier geschrägten Stäben und stirnseitigen Kurzschlussverbindungen) einen asynchronen Anlauf der Maschine am Netz erlauben. Bei asynchronem Netzanlauf läuft der Rotor nicht auf Synchrondrehzahl hoch, sondern erreicht – wie bei der Asynchronmaschine – nur den durch das auftretende Lastmoment bestimmten Schlupf. Unterschreitet dieser Schlupf einen bestimmten kritischen, von den Maschinenparametern abhängigen Schlupfwert („kritischer Schlupf", vgl. Kap. 9), so reicht der Maxwell'sche Magnetzug des Ständerfelds aus, den Rotor in

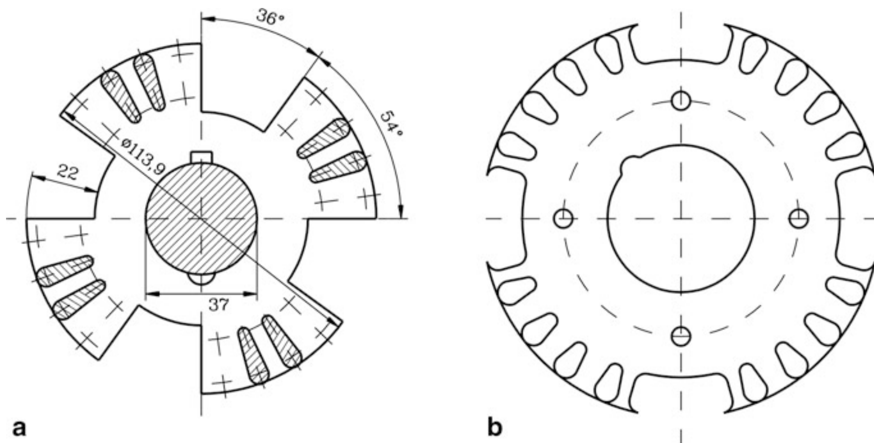


Abb. 10.23 Rotorquerschnitte vierpoliger, dreisträngiger Synchron-Reluktanzmaschinen für 50 Hz, 1500/min, Oberflächenkühlung mit Gehäusekühlrippen und Wellenlüfter, Isolierstoffe des Stators mit Wärmeklasse F, (**a**) 2.2 kW, Achshöhe 112 mm, ausgefräste Pollücken, Käfig-Gittersegmente je Pol (Quelle: Binder 1989), (**b**) 550 W, Achshöhe 80 mm, ausgestanzte Pollücken, Aluminium-Druckgusskäfig füllt auch die Pollücken aus, durchgängige Kurzschlussringe. (Quelle: Siemens AG), (Maßstäbe bei a) und b) unterschiedlich!)

den Synchronismus zu ziehen. Andernfalls verbleibt die Maschine im (unerwünschten) Asynchronbetrieb.

Nach erfolgtem Asynchronanlauf dreht der Läufer synchron mit dem Ständerdrehfeld. Die synchrone Drehmomentbildung ist in Kap. 8 über den Maxwell'schen Magnetzug anhand einer Prinzipdarstellung erläutert worden und wird hier mit numerisch berechneten Feldbildern der in Abb. 10.23a dargestellten realen Reluktanzmaschine (Abb. 10.24) veranschaulicht. Bei Leerlauf ist der magnetische Zug des Polflankenfelds der beiden Läufer-Polflanken in der d- oder q-Stellung entgegen gesetzt symmetrisch und je Pol in Summe Null, sodass das Reluktanzmoment Null ist (Abb. 10.24a und c). In allen anderen Fällen nicht fluchtender Ständer- und Läuferpolachsen ist der tangentiale Magnetzug je Pol an den beiden Polflanken asymmetrisch, sodass ein resultierendes positives

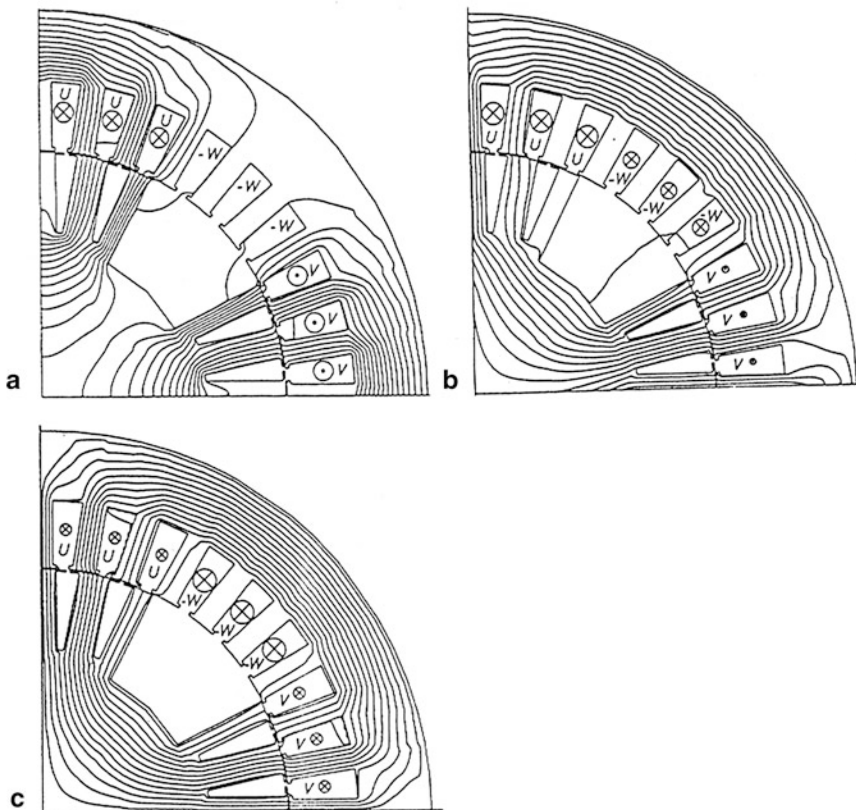


Abb. 10.24 Mit der Methode der Finiten Elemente magnetostatisch berechnete Feldlinien der magnetischen Flussdichte eines Viertels einer vierpoligen Synchron-Reluktanzmaschine bei Bemessungsstrom (Rotorgeometrie gemäß Abb. 10.23a): Der Rotor ist (**a**) in der q-Stellung (Stromwinkel $\beta = 90°$, vgl. Abb. 10.25), (**b**) mittig zwischen q- und d-Stellung, $\beta = 45°$, c) in d-Stellung, $\beta = 0°$ (Quelle: Binder 1989)

(Motorbetrieb) oder negatives (Generatorbetrieb) elektromagnetisches Drehmoment entsteht (Abb. 10.24b).

Im Motorbetrieb bewirkt der Magnetzug des Ständerfelds, dass der Läufer mit einem gewissen Winkel zwischen der d-Achse des Läuferpols und der Achse des Ständerfeldpols hinter dem Ständerfeld synchron nachgeschleppt wird. Es tritt ein Leistungsfluss vom speisenden Netz zur mechanischen Last auf. Wird der Läufer aber mechanisch z. B. durch eine Turbine angetrieben, so entsteht durch den Magnetzug ein bremsendes Moment, wenn der Läufer vor dem Ständerfeld dreht, also das Vorzeichen des Winkels zwischen der d-Achse des Läufers und der Ständerfeldachse sich gegenüber Motorbetrieb umkehrt. Es tritt ein Leistungsfluss von der mechanischen Antriebsmaschine zum elektrischen Netz hin auf (Generatorbetrieb). Sowohl im Motor- als auch im Generatorbetrieb ist aber ein Magnetisierungsstrom erforderlich, um den Luftspaltfluss zu erregen. Dieser induktive Strom bewirkt, dass der resultierende Strom (mit positiver/negativer Wirkkomponente in Bezug zur Ständerspannung bei Motor-/Generatorbetrieb) stets nacheilend zur Statorspannung ist. Die synchrone Reluktanzmaschine ist somit stets eine induktive Netzlast. Der Läufer ist robust, und die Maschine ist kostengünstig zu fertigen. Wegen des gegenüber elektrisch oder permanentmagnetisch erregten Synchronmaschinen i. A. deutlich kleineren Drehmoments wird die Synchron-Reluktanzmaschine meist nur bei kleinen Bemessungsleistungen unterhalb von ca. 4 kW eingesetzt. Mit Rotor-Sonderbauformen gemäß Abb. 10.41a werden diese Maschinen auch mit Umrichterspeisung bei größeren Leistungen bis ca. 200 kW verwendet (Lendenmann et al. 2011).

Fazit:
Die Synchron-Reluktanzmaschine besteht aus einem Drehfeld-Ständer und einem Reluktanzläufer mit ausgeprägten Pollücken. Die Läuferpolzahl und damit die Pollückenzahl sind gleich der Polzahl des Ständerdrehfelds. Die netzgespeiste Synchron-Reluktanzmaschine wird zumeist über einen Anlaufkäfig asynchron hochgefahren und nach dem Synchronisiervorgang direkt am Drehstromnetz als Motor oder Generator betrieben. Sie wird vom Netz magnetisiert und ist daher stets eine induktive Netzlast. Neuere Entwicklungen umfassen umrichtergespeiste synchrone Reluktanzmaschinen ohne Anlaufkäfig (vgl. Abschn. 10.2.7).

10.2.2 Spannungs- und Drehmomentgleichung, Stromortskurve

Da der Läufer keine Erregung hat, ist die Polradspannung U_p Null, während die Ständerwicklung auf Grund der unterschiedlichen Läuferreluktanz in der d- und q-Achse eine große Hauptfeldinduktivität L_{dh} der d-Achse, aber eine kleine Hauptfeldinduktivität L_{qh} der q-Achse aufweist: $L_{dh} > L_{qh}$. Wegen der zeitlich sinusförmig veränderlichen Spannungen und Ströme bei Netzbetrieb (und näherungsweise auch bei Umrichterbetrieb, vgl. Kap. 7 und 9) wird die komplexe Wechselstromrechnung verwendet. Wird

wie in Kap. 8 der Ständerstromzeiger je Strang in zwei um 90° zueinander phasenversetzte Komponenten I_d und I_q zerlegt, so magnetisieren die Ströme I_d der drei Stränge U, V, W ein Drehfeld, dessen Polachse mit der d-Achse des Läufers übereinstimmt. Das Magnetfeld des I_q-Drehstromsystems magnetisiert in Richtung der q-Achse des Läufers. Damit übernimmt das d-Feld die Funktion der Läufererregung, da es in der d-Achse magnetisiert, ähnlich wie die Läufererregung der Synchronmaschine in Kap. 8. Der d-Strom wird als Magnetisierungsstrom bezeichnet. Der Strom I_q als Drehmoment bildender Strom erzeugt über die verteilte Drehfeldwicklung einen synchron rotierenden Strombelag, dessen Maxima im Bereich der Feldmaxima des d-Felds liegen und der über die tangentiale Lorentz-Kraft das elektromagnetische Drehmoment erzeugt. Dies ist der alternative Erklärungsansatz für die über den Maxwell-Zug beschriebene Entstehung des elektromagnetischen Drehmoments von Abschn. 10.2.1: Das Ständerdrehfeld wird durch die Läuferreluktanz moduliert, sodass ein d-Feld und ein q-Feld entstehen, über deren Kraftwirkung das elektromagnetische Drehmoment erzeugt wird. Für das Zeigerdiagramm wird hier die Re-Achse (reelle Achse) zunächst in die Richtung der d-Achse gelegt. Damit ist die Zerlegung des Ständerstromzeigers in eine d- und q-Komponente gleichbedeutend mit einer Zerlegung in Real- und Imaginärteil.

$$\underline{I}_s = I_d + jI_q = \underline{I}_d + \underline{I}_q \tag{10.47}$$

Die Selbstinduktionsspannung je Strang der d-Komponente des Luftspaltfelds in der Ständerwicklung ist $\omega_s L_{dh} I_d = X_{dh} I_d$ und um 90° phasenverschoben zur Selbstinduktionsspannung der q-Komponente des Luftspaltfelds $\omega_s L_{qh} I_q = X_{qh} I_q$. Die resultierende Spannung je Strang ist die Summe aus diesen beiden Selbstinduktionsspannungen, der Selbstinduktionsspannung des Ständerstreufelds $\omega_s L_{s\sigma} I_s = X_{s\sigma} I_s$ in den Nuten, im Wickelkopfbereich und infolge der Ständeroberfelder und des resistiven Spannungsfalls $R_s I_s$.

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{s\sigma}\underline{I}_s + \underline{U}_h = R_s \underline{I}_s + jX_{s\sigma}\underline{I}_s + jX_{dh}\underline{I}_d + jX_{qh}\underline{I}_q \tag{10.48}$$

Gemäß Kap. 8 werden die synchronen Induktivitäten der d- und q-Achse $L_d = L_{s\sigma} + L_{dh}$, $L_q = L_{s\sigma} + L_{qh}$ definiert, und daraus die synchronen Reaktanzen der d- und q-Achse $X_d = \omega_s L_d$, $X_q = \omega_s L_q$.

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q \tag{10.49}$$

In Abb. 10.25 ist das Zeigerdiagramm der Spannungsgleichung je Strang mit den zugehörigen Strömen und Ständerflussverkettungen dargestellt, wobei die zeitliche Lage der Zeiger in der komplexen Zahlenebene mit der räumlichen Lage des Läufers und des Grundwellen-Ständerstrombelags in der Querschnittsebene der zweipoligen Ersatzmaschine korreliert ist. Das Diagramm zeigt

a) den um den Phasenwinkel φ_s der Ständerspannung nacheilenden Ständerstrom,

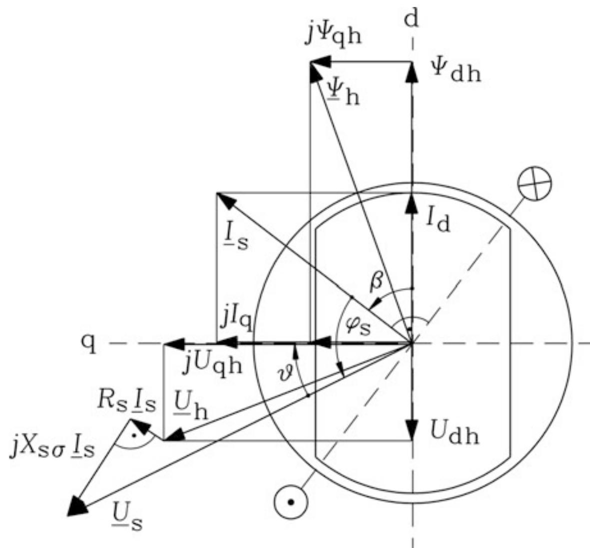


Abb. 10.25 Zeigerdiagramm je Strang einer synchronen Reluktanzmaschine im Motorbetrieb. Die Phasenlage der Zeiger in der komplexen Zahlenebene ist mit der räumlichen Lage des Rotors, der Ständerdurchflutung und des Flusses im Querschnitt der zweipoligen Ersatzmaschine korreliert

b) die Zerlegung des Ständerstroms in *d*- und *q*-Komponente,
c) den Stromwinkel β zwischen Stromzeiger $\underline{I}_s$ und *d*-Achse,

den Polradwinkel ϑ zwischen Spannungszeiger $\underline{U}_s$ und *q*-Achse
für Motorbetrieb, denn der $\cos\varphi_s$ ist positiv ($|\varphi_s| < \pi/2$).

Die Zeiger der Ständerhauptflussverkettung in der *d*- und *q*-Achse werden als Scheitelwerte angegeben, da diese Scheitelwerte die Eisensättigung bestimmen. In die Querschnittsebene der Maschine eingetragen, geben diese Zeiger die Komponenten des Luftspaltfelds in Richtung der *d*- und *q*-Achse an.

$$\underline{\Psi}_{dh} = L_{dh} \cdot \underline{I}_d \cdot \sqrt{2}, \quad \underline{\Psi}_{qh} = L_{qh} \cdot \underline{I}_q \cdot \sqrt{2} \tag{10.50}$$

$$\underline{\Psi}_h = \underline{\Psi}_{dh} + \underline{\Psi}_{qh} \tag{10.51}$$

Da $L_{dh} > L_{qh}$ ist, ist die Lage des resultierenden Luftspaltfelds, dargestellt durch den Zeiger $\underline{\Psi}_h$, gegenüber dem Zeiger $\underline{I}_s$ nacheilend, also wesentlich stärker in Richtung der *d*-Achse ausgerichtet als $\underline{I}_s$ selbst. Dies ist die Wirkung der Läuferreluktanzverteilung, durch die das elektromagnetische Drehmoment zustande kommt. Bei $L_{dh} = L_{qh}$ wären die Lagen von $\underline{\Psi}_h$ und $\underline{I}_s$ identisch und das Drehmoment Null. Im Motorbetrieb wird elektrische Wirkleistung P_e in mechanische Leistung $P_m = \Omega_m M_e$ umgewandelt. Mit der inneren Leistung P_δ und $\Omega_{syn} = \Omega_m$ erhalten wir aus der Spannungsgleichung (10.49) über die Leistungsbilanz das elektromagnetische Drehmoment.

$$P_\delta = m \cdot \text{Re}\left\{\underline{U}_h \underline{I}_s^*\right\} = m \cdot \left(U_{h,Re} \cdot I_{s,Re} + U_{h,Im} \cdot I_{s,Im}\right)$$
$$P_\delta = m \cdot \left(-X_{qh} I_d I_q + X_{dh} I_d I_q\right) = m \cdot \left(X_{dh} - X_{qh}\right) \cdot I_d I_q = \Omega_{syn} M_e$$
$$P_\delta = m \cdot \left(X_d - X_q\right) \cdot I_d I_q = \Omega_{syn} M_e \tag{10.52}$$
$$M_e = \frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \left(X_d - X_q\right) \cdot I_d \cdot I_q \tag{10.53}$$

Bei Netzbetrieb mit konstanter Spannungsamplitude und Frequenz können die Strangströme und ihre Komponenten I_d, I_q nicht direkt eingestellt werden, sondern sie stellen sich lastabhängig ein. Deshalb wird das Drehmoment nicht in Abhängigkeit von den beiden Stromkomponenten gemäß (10.53), sondern in Abhängigkeit der Spannung und des Polradwinkels dargestellt. Diese Darstellung und die Abhängigkeit des Ständerstroms vom Polradwinkel werden nun besprochen. Die Herleitung der Stromortskurve in Abhängigkeit von vorgegebener Spannung und Frequenz ist ein Sonderfall der in Kap. 8 gezeigten Stromortskurve der elektrisch erregten Synchronschenkelpolmaschine für $U_p = 0$. Da Synchron-Reluktanzmaschinen nur für kleine Leistungen eingesetzt werden, ist der Einfluss von R_s i. A. nicht wie in Kap. 8 vernachlässigbar klein. Deshalb wird die Herleitung der als Reaktions- oder Reluktanzkreis bezeichneten Stromortskurve hier mit Berücksichtigung von R_s gezeigt. Aus Abb. 10.25 folgt $\underline{U}_s = U_d + jU_q = U_s \sin\vartheta + jU_s \cos\vartheta$, und aus (10.47) und (10.49):

$$U_s \sin\vartheta = R_s I_d - X_q I_q, \quad U_s \cos\vartheta = R_s I_q + X_d I_d \tag{10.54}$$

Daraus werden die beiden Stromkomponenten in Abhängigkeit der Spannung U_s und des Polradwinkels ϑ dargestellt.

$$I_d = \frac{U_s}{R_s^2 + X_d X_q} \cdot \left(R_s \sin\vartheta + X_q \cos\vartheta\right) \tag{10.55}$$
$$I_q = \frac{U_s}{R_s^2 + X_d X_q} \cdot \left(R_s \cos\vartheta - X_d \sin\vartheta\right) \tag{10.56}$$

Wie in Kap. 8 wird nun der Strangspannungszeiger in die reelle Achse gelegt ($\underline{U}_s = U_s$), sodass wir für die komplexwertigen Stromkomponenten fortan

$$\underline{I}_d = -jI_d \cdot e^{j\vartheta}, \quad \underline{I}_q = I_q \cdot e^{j\vartheta} \tag{10.57}$$

schreiben. Mit (10.55) bis (10.57) erhalten wir den Ständerstromzeiger in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ, der gemäß (10.58) wegen des Arguments 2ϑ bei Veränderung des Polradwinkels ϑ im Bereich $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$ einen Kreis zweimal vollständig durchläuft (Abb. 10.26).

$$\underline{I}_s = \underline{I}_d + \underline{I}_q = (I_q - jI_d) \cdot e^{j\vartheta}$$

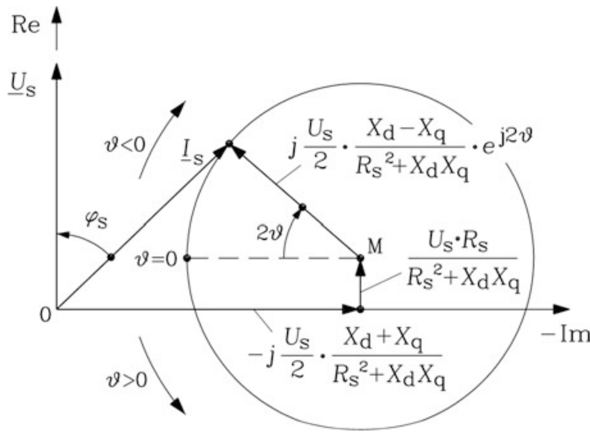


Abb. 10.26 Reaktionskreis als Ortskurve des Ständerstroms $\underline{I}_s$ der Synchron-Reluktanzmaschine in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ bei Speisung mit einem Ständer-Drehspannungssystem $\underline{U}_s$ mit konstanter Amplitude und Frequenz (Kurscheidt 1961)

$$\underline{I}_s = \frac{U_s \cdot e^{j\vartheta}}{R_s^2 + X_d X_q} \cdot \left(R_s \cos\vartheta - X_d \sin\vartheta - jR_s \sin\vartheta - jX_q \cos\vartheta\right)$$

$$\underline{I}_s = \frac{U_s}{R_s^2 + X_d X_q} \cdot \left(R_s - j\frac{X_d + X_q}{2} + j\frac{X_d - X_q}{2} \cdot e^{j2\vartheta}\right) \tag{10.58}$$

Der Kreismittelpunkt M liegt um eine Strecke $U_s R_s/(R_s^2 + X_d X_q)$ oberhalb der Abszisse. Nur bei $R_s = 0$ liegt M auf der Abszisse selbst. Der Kreis hat den Durchmesser $U_s \cdot (X_d - X_q)/(R_s^2 + X_d X_q)$, der umso größer ist, je größer der Unterschied zwischen der Längs- und Querreaktanz ist. Ein größerer Widerstand R_s verkleinert den Durchmesser. Dieser Reaktionskreis tritt gemäß Kap. 8 als Sonderfall der Stromortskurve der Schenkelpolmaschine bei $\underline{U}_p = 0$ auf. Allerdings ist in Abschn. 8.8 der Einfluss von R_s vernachlässigt worden.

Mit (10.55) bis (10.57) erhalten wir aus (10.53) das elektromagnetische Drehmoment M_e in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ.

$$M_e = \frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \frac{U_s^2 \cdot (X_d - X_q)}{\left(R_s^2 + X_d X_q\right)^2} \cdot \left(R_s \sin\vartheta + X_q \cos\vartheta\right) \cdot (R_s \cos\vartheta - X_d \sin\vartheta)$$

Mit den Umformungen $2\sin\vartheta\cos\vartheta = \sin 2\vartheta$, $\sin^2\vartheta = (1 - \cos 2\vartheta)/2$, $\cos^2\vartheta = (1 + \cos 2\vartheta)/2$ erhalten wir, wie in Abschn. 8.5 erläutert, gemäß (10.59) einen Verlauf $M_e(\vartheta)$, der sich mit dem Sinus des Arguments 2ϑ ändert, aber wegen $R_s > 0$ entgegen der Ordinatenrichtung nach unten und in Richtung positiver Polradwinkel nach rechts verschoben ist.

$$M_e = -\frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \frac{U_s^2 \cdot (X_d - X_q)}{2 \cdot \left(R_s^2 + X_d X_q\right)^2} \cdot \\ \cdot \left(R_s(X_d - X_q) - R_s(X_d + X_q)\cos 2\vartheta - (R_s^2 - X_d X_q)\sin 2\vartheta\right) \tag{10.59}$$

$$M_e = -\frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \frac{U_s^2(X_d - X_q)}{2(R_s^2 + X_d X_q)^2} \cdot \\ \cdot \left(R_s(X_d - X_q) + \sqrt{(R_s^2 + X_d^2)(R_s^2 + X_q^2)} \cdot \sin(2\vartheta - 2\alpha)\right) \tag{10.60}$$

$$2\alpha = \arctan\left(\frac{R_s(X_d + X_q)}{X_d X_q - R_s^2}\right) \tag{10.61}$$

Solange $X_d X_q - R_s^2 > 0$ ist, was bei üblichen Reluktanzmaschinen und nicht zu großem Ständerwiderstand der Fall ist, ist der Verschiebungswinkel $\alpha > 0$; es erfolgt eine Verschiebung der Drehmomentkurve in Richtung positiver Polradwinkel. Beim Polradwinkel $\vartheta = 0$ ist deshalb das Drehmoment bereits positiv und nicht mehr Null (Abb. 10.27), wie das bei $R_s = 0$ der Fall ist. In der Darstellung mit bezogenen Größen

$$u_s = U_s/U_{sN}, \quad Z_N = U_{sN}/I_{sN}, \quad r_s = R_s/Z_N, \\ x_d = X_d/Z_N = \omega_{sN} L_d/Z_N, \quad x_q = X_q/Z_N = \omega_{sN} L_q/Z_N$$

wird das Drehmoment auf das Bezugsmoment $M_B = p \cdot m U_{sN} I_{sN}/\omega_{sN}$ bezogen: $m_e = M_e/M_B$. Es folgt aus (10.59) die Drehmomentgleichung (10.62).

$$m_e = -\frac{u_s^2 \cdot (1 - x_q/x_d)}{2x_d \cdot \left(\frac{r_s^2}{x_d^2} + \frac{x_q}{x_d}\right)^2} \cdot \\ \cdot \left\{\frac{r_s}{x_d} \cdot \left(1 - \frac{x_q}{x_d}\right) - \frac{r_s}{x_d} \cdot \left(1 + \frac{x_q}{x_d}\right) \cdot \cos 2\vartheta - \left(\frac{r_s^2}{x_d^2} - \frac{x_q}{x_d}\right) \cdot \sin 2\vartheta\right\} \tag{10.62}$$

Der ohm'sche Widerstand R_s verringert das verfügbare Motormoment insbesondere bei hohen Reluktanzunterschieden $x_q << x_d$ prozentual erheblich, wie Abb. 10.27 zeigt! Daher muss der ohm'sche Widerstand R_s deutlich kleiner sein als die kleinste Reaktanz.

Bei Netzbetrieb stellt das Netz den Magnetisierungsstrom zur Verfügung, der das Luftspaltfeld erregt. Im Inselbetrieb muss dieser Magnetisierungsstrom durch Spannungsinduktion in der Ständerwicklung infolge einer Rest-Eisenremanenz des rotierenden Läufers erzeugt und über eine parallel zur Ständerwicklung geschaltete Kapazität in die richtige Phasenlage relativ zur Spannung gebracht werden, um ein passendes Drehfeld zu erregen („Selbsterregter Synchron-Reluktanzgenerator"). Auf Grund der synchronisierenden Kraft des Ständerdrehfelds auf den Reluktanzläufer ist kein Rotorlagegeber für den Betrieb der Maschine erforderlich. Bei Belastung im Generator- bzw. Motorbetrieb

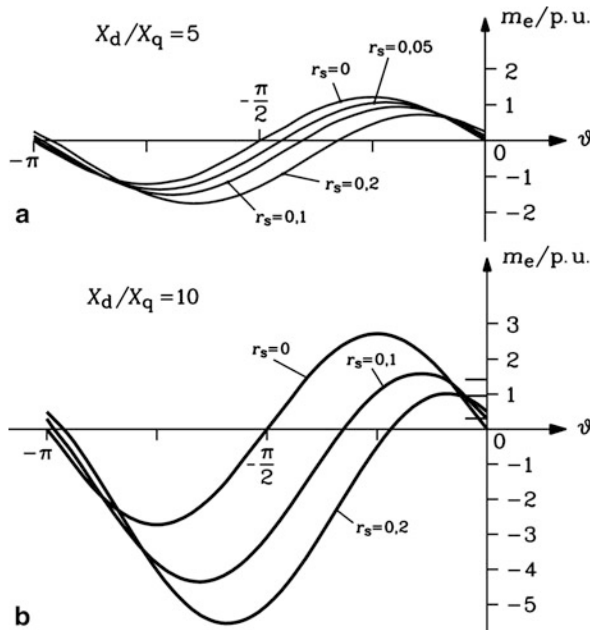


Abb. 10.27 Drehmomentverlauf $m_e = M_e/M_B$ der Synchron-Reluktanzmaschine in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ im Motorbetrieb ($\vartheta < 0$) bei Speisung mit einem Ständer-Drehspannungssystem U_s mit konstanter Amplitude und Frequenz, sowie unterschiedlichen Werten für den bezogenen Ständer-Strangwiderstand r_s: (**a**) Übliches Reluktanzverhältnis $X_d/X_q = 5$ (**b**) Hohes Reluktanzverhältnis $X_d/X_q = 10$

nimmt der Winkel zwischen der d-Achse des Läufers und der Feldachse des resultierenden Luftspaltfelds zu. Werden Ständerstreufeld und Ständerwicklungswiderstand vernachlässigt ($L_{s\sigma} = 0$, $R_s = 0$), so ist dieser Winkel der Polradwinkel ϑ zwischen der d-Achse des Läufers und der Feldachse des Luftspaltfelds. Ausgedrückt durch die vom Luftspaltfeld induzierte Spannung U_h in der Ständerwicklung, die bei $L_{s\sigma} = 0$, $R_s = 0$ gleich der Ständerspannung U_s ist, ist dies der Winkel zwischen q-Achse und dem Spannungszeiger $\underline{U}_s$. Dies ist die allgemein gültige Definition des Polradwinkels ϑ der Synchron-Reluktanzmaschine auch bei $L_{s\sigma} = 0$, $R_s = 0$: Der vom Spannungszeiger $\underline{U}_s$ zur q-Achse in elektrischen Graden gezählte Winkel ϑ ist positiv bei Zählung im Gegen-Uhrzeigersinn (mathematisch positiver Zählsinn) (Abb. 10.25). Er ist im Motorbetrieb negativ und im Generatorbetrieb positiv. Diese Definition entspricht der Polradwinkeldefinition der elektrisch erregten Synchronmaschine (Kap. 8), da anstelle des Zeigers der Polradspannung $\underline{U}_p$, der in der q-Achse liegt, die q-Achse selbst tritt. Eine Polradspannung selbst tritt nicht auf, da der Läufer der Synchron-Reluktanzmaschine keine Erregerwicklung oder Permanentmagnete trägt.

Die Synchron-Reluktanzmaschine kann auch drehzahlveränderbar über den Umrichter frequenzgesteuert $U_s \sim f_s$ oder drehmomentgeregelt betrieben werden (Lendenmann et al. 2011). Dann ist in der Regel kein Anlaufkäfig erforderlich, da der Anlauf über

eine veränderliche Ständerfrequenz und Ständerspannung erfolgt. Über eine Messung der Läuferlage z. B. mit einem Polradlagegeber ist eine feldorientierte Drehmomentregelung möglich, da der Ständerstrangstrom in *d*- und *q*-Komponente rechnerisch zerlegt wird und beide Komponenten gemäß (10.53) getrennt über eine passende Ständerspannung in der Maschine eingestellt werden können. Bei konstant geregeltem *d*-Strom ist der große *d*-Feldanteil beim Ausregelvorgang konstant. Das Drehmoment wird über den *q*-Stromanteil dynamisch relativ schnell eingestellt, da nur der kleinere *q*-Feldanteil verändert werden muss. Die zugehörige Zeitkonstante L_q/R_s ist deutlich kleiner als L_d/R_s und gestattet so eine relativ dynamische Regelung.

Fazit:
Ein ausreichend großer Unterschied zwischen den Ständer-Selbstinduktivitäten der d- und q-Achse ist erforderlich, um ein genügend großes Reluktanzmoment zu erzeugen. Bei den Läufergeometrien gemäß Abb. 10.23 werden sättigungsabhängig typische Werte $L_d/L_q \sim 5$ *erreicht. Da* I_d *der magnetisierende und* I_q *der Drehmoment bildende Strom sind, kann das Reluktanzmoment auch als Produkt aus „d-Fluss“ und „q-Strom“ betrachtet werden.*

10.2.3 Netzbetrieb der Synchron-Reluktanzmaschine

a) Zeigerdiagramm bei $R_s = 0$: Bei Betrieb mit konstanter Ständerspannung und Frequenz folgt bei vernachlässigtem Ständerwiderstand $R_s = 0$ für das elektromagnetische Drehmoment aus (10.59) die bereits in Kap. 8 hergeleitete Formel

$$M_e = -\frac{p \cdot m}{\omega_s} \cdot \frac{U_s^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \sin(2\vartheta). \tag{10.63}$$

In Abb. 10.28 ist für beide Betriebsarten Generator- und Motorbetrieb derselbe Betrag des Magnetisierungsstroms $I_d > 0$ unterstellt (Tab. 10.3). Deshalb ist der Betrag der

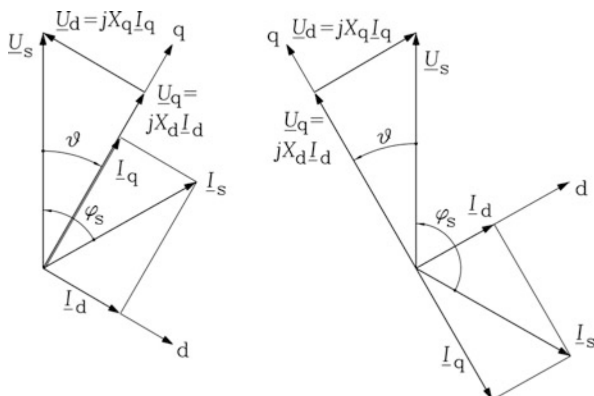


Abb. 10.28 Zeigerdiagramm der synchronen Reluktanzmaschine bei vernachlässigtem Ständerwiderstand und konstanter Spannung U_s und gleichem Betrag der Stromkomponenten I_d, I_q: links: Motorbetrieb, rechts: Generatorbetrieb

Tab. 10.3 Grundsätzliche Eigenschaften der idealisierten Synchron-Reluktanzmaschine ($R_s = 0$) im Motor- und Generatorbetrieb

	Motorbetrieb	Generatorbetrieb
Polradwinkel ϑ	< 0	> 0
Phasenwinkel φ_s	$0 \ldots 90°$	$90° \ldots 180°$
d-Strom (im d-q-Koordinatensystem)	> 0	> 0
q-Strom (im d-q-Koordinatensystem)	> 0	< 0
Elektrische Leistung	> 0	< 0
Drehmoment und mechanische Leistung	> 0	< 0

induzierten Spannung $U_q = X_d I_d$ in beiden Fällen identisch. Fließt der Strom $I_q > 0$ in Phase mit U_q, so sind die Luftspaltleistung und damit die aufgenommene elektrische Wirkleistung positiv, ebenso das Drehmoment (Motorbetrieb: vgl. (10.53) und (10.63)). Fließt der Strom $I_q < 0$ in Gegen-Phase zu U_q, sind Luftspaltleistung, die elektrische Wirkleistung und das Drehmoment negativ; es erfolgt ein Wirkleistungsfluss ins Netz (Generatorbetrieb). Im Generatorbetrieb eilt die q-Achse dem Ständer-Spannungszeiger voraus, sodass der Polradwinkel ϑ positiv ist. Im Motorbetrieb eilt die q-Achse dem Zeiger $\underline{U}_s$ nach; der Polradwinkel ϑ ist negativ. Der Ständerstrom $\underline{I}_s$ eilt stets der Ständerspannung $\underline{U}_s$ nach. Der Phasenwinkel φ_s, gezählt vom Strom $\underline{I}_s$ zur Spannung $\underline{U}_s$, ist im mathematischen Zählsinn positiv zu zählen und daher gemäß Abb. 10.28 stets positiv. Die Maschine ist somit stets, wie bereits oben erläutert, eine induktive Netzlast, da stets $\sin\varphi_s > 0$ ist. Der Leistungsfaktor $\cos\varphi_s$ ist positiv im Motorbetrieb und negativ im Generatorbetrieb.

b) Stromortskurve („Reaktionskreis") bei $R_s = 0$: Bei $R_s = 0$ folgt aus Abb. 10.26 der Reaktionskreis von Abb. 10.29. Hier liegt der Stromzeiger im Motor- und Generatorbetrieb mit gleicher Länge spiegelbildlich zur -Im-Achse, welche die Normale auf die Re-Achse bzw. die Richtung des $\underline{U}_s$-Zeigers ist. Im Motorbetrieb liegt der Stromzeiger $\underline{I}_s$ oberhalb und im Generatorbetrieb unterhalb der –Im-Achse. Seine Lage und Größe beschreiben bei konstantem $\underline{U}_s$-Zeiger, aber einer Veränderung der Belastung ϑ, als Ortskurve den Reaktionskreis mit dem Mittelpunkt M auf der negativen Im-Achse. Dieser Mittelpunkt ist der Mittelwert aus dem Leerlaufstrom bei d-Stellung $\underline{I}_{s0d} = U_s/(jX_d)$ und q-Stellung des Läufers $\underline{I}_{s0q} = U_s/(jX_q)$ und liegt bei $-j\frac{U_s}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} + \frac{1}{X_d}\right)$. Der Kreisdurchmesser ist der Betrag der Differenz dieser beiden Ströme $\left|\underline{I}_{s0q} - \underline{I}_{s0d}\right|$ (Abb. 10.29) und beträgt $U_s \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)$. Der Polradwinkel ϑ ist der Kreisparameter, der mit doppeltem Wert 2ϑ als positiver Zentriwinkel des Kreises im Gegen-Uhrzeigersinn gezählt wird. Zusätzlich ist der Stromwinkel β (Abb. 10.25) im Kreisdiagramm für den Leerlauf in der d- und q-Stellung eingetragen. Der Wert $\vartheta = 0$ beschreibt den Leerlaufpunkt in der d-Stellung, also den Stromzeiger $\underline{I}_s = \underline{I}_{s0d} = U_s/(jX_d)$. Aus Abb. 10.29 liest man ab:

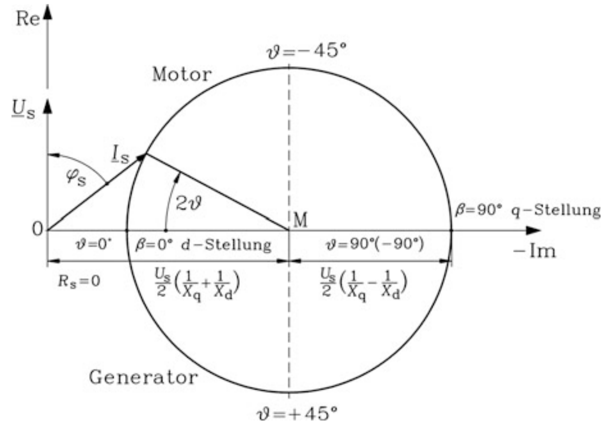


Abb. 10.29 Reaktionskreis bei $R_s = 0$: Stromortskurve der Synchron-Reluktanzmaschine bei vernachlässigtem Widerstand der Ständerwicklung; untere Kreishälfte = Generatorbetrieb, obere Kreishälfte = Motorbetrieb (Kurscheidt 1961)

$$I_{s,Re} = -\frac{U_s}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \sin 2\vartheta, \tag{10.64}$$

$$I_{s,Im} = -\frac{U_s}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} + \frac{1}{X_d}\right) + \frac{U_s}{2} \cdot \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot \cos 2\vartheta. \tag{10.65}$$

Für ϑ zwischen π und 2π wird der Kreis nochmals im Gegen-Uhrzeigersinn durchlaufen, da ein Weiterdrehen des weichmagnetischen Reluktanzläufers um eine Polteilung zum gleichen elektrischen Betriebszustand führt, wie bereits in Kap. 8 erläutert wurde. Dies korrespondiert mit der Darstellung des Drehmoments gemäß (10.63), das vom doppelten Polradwinkel 2ϑ abhängt. Mit dem Wirkanteil des Stroms (= Realteil des Stroms, da in Phase mit U_s) wird die elektrische Wirkleistung bestimmt, die wegen $R_s = 0$ gleich der mechanischen Leistung ist. Daher ist der Wirkanteil des Stroms (10.64) direkt zum elektromagnetischen Drehmoment proportional, wie auch beim Heyland-Kreis der Asynchronmaschine in Kap. 5. Aus $P_e = 3U_s I_{s,Re} = \Omega_m M_e = P_m$ folgt mit (10.64) direkt die Drehmomentgleichung (10.63). Der Reaktionskreis ist der Sonderfall $U_p = 0$ der Stromortskurve der Schenkelpol-Synchronmaschine, die als Pascal'sche Schnecke für $U_p > 0$ in Kap. 8 hergeleitet wurde. Das Kippmoment tritt bei $\vartheta = \pm 45°$ auf. Es entspricht dem Kreisradius als Normale auf die –Im-Achse, ähnlich wie beim Heyland-Kreis der Asynchronmaschine bei $R_s = 0$. Die –Im-Achse ist übrigens zugleich Drehmoment- und Leistungsgerade, da der Läufer verlustlos ist.

Fazit:
Bei vernachlässigtem Ständerwiderstand sind im Leerlauf der synchronen Reluktanzmaschine der Polradwinkel und das Drehmoment Null ($\vartheta = 0°$). Maximales Drehmoment wird bei 45° erreicht ($\vartheta = 45°$: Generator, $\vartheta = -45°$: Motor). Der Betrieb mit dem Läufer in q-Stellung ergibt zwar ebenfalls das Drehmoment Null, ist aber instabil ($\vartheta = 90°$), da

jede geringfügige Auslenkung des Läufers aus dieser Lage den Läufer in die d-Stellung dreht, wo sich bei gleicher Spannung ein deutlich kleinerer Leerlaufstrom einstellt. Stabiler Betrieb bei konstanter Spannung am Netz ist gemäß Kap. 8 nur im Bereich –45° $\leq \vartheta \leq 45°$ möglich.

c) Reaktionskreis bei $R_s > 0$: Da Synchron-Reluktanzmaschinen mit Läuferbauarten wie in Abb. 10.23 wegen ihrer im Vergleich zu Asynchronmaschinen geringeren Drehmomentausbeute je Motorvolumen nur für kleinere Leistungen gebaut werden, macht man mit der Vernachlässigung des Ständerwicklungswiderstands vor allem bei kleinen Leistungen (typisch 100 W … 1 kW) einen erheblichen Fehler, wie Abb. 10.27 zeigt. Es müssen dann auch die Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste für die korrekte Bestimmung der Stromaufnahme berücksichtigt werden. Sie werden hier aber der Einfachheit halber vernachlässigt. Als Ergebnis erhalten wir den in Abschn. 10.2.2 hergeleiteten Reaktionskreis als Stromortskurve, dessen Mittelpunkt M, ähnlich wie beim Ossanna-Kreis der Asynchronmaschine in Kap. 5, oberhalb der –Im-Achse liegt. Der Realteil des Stromzeigers repräsentiert nicht nur das elektromagnetische Drehmoment, sondern auch die Ständerstromwärmeverluste. Deshalb ist das motorische Kippmoment gegenüber dem Fall $R_s = 0$ verringert, da aus der zugeführten elektrischen Leistung auch die Stromwärmeverluste gedeckt werden müssen (Abb. 10.27). Das bremsende generatorische Kippmoment ist erhöht, weil die zugeführte mechanische Leistung nicht nur die an das Netz abgegebene elektrische Leistung, sondern auch die Stromwärmeverluste decken muss. Anstelle von (10.63) haben wir für das Drehmoment die Darstellung (10.59). Das Drehmoment verschwindet nicht bei $\vartheta = 0$, sondern bei einem Wert $0 < \vartheta < \alpha$. Nach wie vor aber gilt wie bei $R_s = 0$, dass das Drehmoment bei $\beta = 0°$ (*d*-Stellung) und bei $\beta = 90°$ (*q*-Stellung) Null ist (Abb. 10.30). Der praktische Nutzwert der Kreisdiagramme liegt in der anschaulichen Darstellung der physikalischen Verhältnisse, nicht aber in der genauen Vorausberechnung der Betriebseigenschaften. Durch den mit steigendem Polradwinkel zunehmenden Strom nehmen das Magnetfeld in der Maschine und damit der Sättigungsgrad des Eisens stark zu. Damit sind L_d und L_q nicht konstant, sondern nehmen mit steigendem Strom ab, sodass der Strom stärker zunimmt als es der Reaktionskreis voraussagt. Folglich wird die Ortskurve gestreckt und nimmt eine ellipsenähnliche Form an (Abschn. 10.2.4).

Beispiel 10.7

Einfluss des Ständerwiderstands auf die Stromortskurve für eine Synchron-Reluktanzmaschine: Bemessungsleistung 2.4 kW, Achshöhe 112 mm, Polzahl $2p = 4$, Bemessungsspannung $U_N = 380$ V, Y, Bemessungsstrom $I_N = 9$ A, 50 Hz.

Warmwert des Ständerstrangwiderstands: $R_s/Z_N = 5\%$, synchrone Reaktanzen: $X_d/Z_{N=}165\%$, $X_q/Z_{N=}33\%$

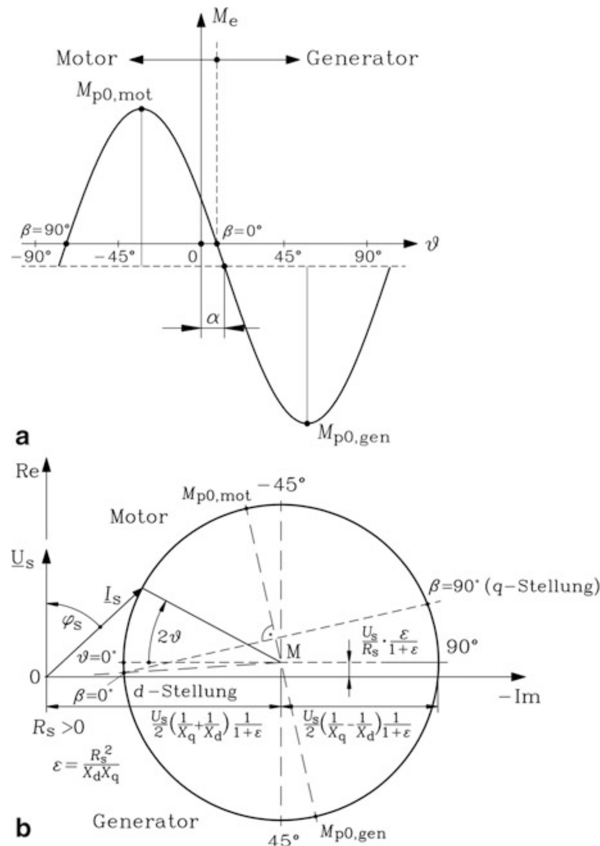


Abb. 10.30 Synchron-Reluktanzmaschine: Einfluss des Ständer-Wicklungswiderstands R_s auf (**a**) das Drehmoment, (**b**) die Ständerstromortskurve (Reaktionskreis). Verwendete Parameter: für a): $r_s = 0.15$ p.u., $x_d = 1.0$ p.u., $x_q = 0.5$ p.u., $u_s = 1.0$ p.u., vgl. (10.62), für b): $r_s = 0.05$ p.u., $x_d = 1.65$ p.u., $x_q = 0.33$ p.u., $u_s = 1.0$ p.u., Bsp. 10.7 (Kurscheidt 1961)

Lösung:
Über die Nennimpedanz $Z_N = U_N/(\sqrt{3} \cdot I_N) = 24.4\,\Omega$ erhalten wir die Impedanzwerte in Ω. Wir verwenden die Drehmomentformel (10.60). Aus $1-\varepsilon = 1-R_s^2/(X_d X_q) = 0.995$ (Abb. 10.30b) wird der Winkel α mit (10.61) berechnet: $2\alpha = 10.3°$. Damit wird $\underline{I}_s(\vartheta)$ berechnet und die Ortskurve $\underline{I}_s(\vartheta)$ in Abb. 10.30b dargestellt. Es ist die Verschiebung des Reaktionskreismittelpunkts M über die –Im-Achse in Abb. 10.30b um 8.5 % des Kreisdurchmessers zu sehen.

Beispiel 10.8

Einfluss des Ständerwiderstands auf den Drehmomentverlauf für eine kleine Synchron-Reluktanzmaschine bei Bemessungsspannung $u_s = 1$ p.u. : $P_N = 500$ W, Polzahl $2p = 4$,

50 Hz, $r_s = 0.15$ p.u., $x_d = 1.0$ p.u., $x_q = 0.5$ p.u. Berechnen Sie die Kurve $M_e(\vartheta)$ für $-\pi \leq \vartheta \leq \pi$. Wie groß ist prozentual die Differenz zwischen motorischem und generatorischem Kippmoment $M_{p0,mot}$ und $M_{p0,gen}$? Wie groß ist das Drehmoment bei $\vartheta = 0°$ in Bezug auf $M_{p0}(R_s = 0)$? Wieso tritt bei $\vartheta = 0°$ überhaupt ein Drehmoment auf?

Lösung:
Mit (10.62) wird $M_e(\vartheta)$ berechnet, wobei mit (10.61) der Winkel $2\alpha = 25.2°$ bzw. $\alpha = 12.6°$ folgt. In Abb. 10.30a sind die Verringerung des motorischen Kippmoments um 14 % und die Erhöhung des generatorischen Kippmoments um 14 % gegenüber dem Fall $R_s = 0$ zu erkennen. Ihre prozentuale Differenz ist 28 %, bezogen auf das Kippmoment bei $R_s = 0$. Die Kippmomente treten nicht mehr bei den Polradwinkeln –45° bzw. 45° auf, sondern motorisch bei –45° + 12.6° = –32.4° und generatorisch bei 45° + 12.6° = 57.6°. Mit (10.60) erhalten wir das motorische Drehmoment $M_e(\vartheta = 0°)/M_{p0,R_s=0} = 0.274$. Es tritt auf, weil der Stromwinkel β (Abb. 10.25) wegen $R_s > 0$ bei $\vartheta = 0°$ bereits größer Null ist, sodass die Ständerfeldachse gegenüber der d-Achse (Läuferachse) um diesen Winkel voreilt. Daher wirkt ein asymmetrischer, motorisch wirkender magnetischer Zug auf den Läufer. Das Drehmoment wird erst Null, wenn $\beta = 0°$ (bzw. $\beta = 90°$) ist (Abb. 10.30a). Beachten Sie, dass bei $R_s = 0$ bei $\vartheta = 0°$ (bzw. $\vartheta = 90°$) auch $\beta = 0°$ (bzw. $\beta = 90°$) gilt (vgl. Abb. 10.29), sodass Läuferachse und Ständerfeldachse identisch sind (bzw. einen Winkel von 90° miteinander einschließen). Der dann auftretende symmetrische magnetische Zug auf den Läufer ergibt kein resultierendes Drehmoment.

10.2.4 Statorflussverkettung und Eisensättigung

Um den Einfluss der stromabhängigen Eisensättigung zu erfassen, muss die Statorflussverkettung Ψ in der Maschine für jeden Lastpunkt berechnet werden und über eine $\Psi(I_s)$-Kennlinie, die die Eisensättigung berücksichtigt, die korrekte Stromaufnahme I_s berechnet werden.

a) Statorflussverkettung bei konstanten Induktivitäten: Bei konstanten Eisenpermeabilitäten ändern sich die Ständerinduktivitäten der d- und q-Achse nicht. Es gelten die Beziehungen des Abschn. 10.2.3. Die Flussverkettungen der d- und q-Achse ändern sich proportional zu I_d und I_q in Abhängigkeit des Stromeffektivwerts I_s und seiner Phasenlage β zur d-Achse (Abb. 10.31). Die $\Psi(I_s)$-Kennlinien sind linear. Die Werte Ψ_d und Ψ_q hängen von der relativen Lage des Läufers zur Ständerfeldachse ab. In der d- und q-Stellung gelten die Beziehungen $\Psi_d(I_s) = \sqrt{2} \cdot L_d I_s$ bzw. $\Psi_q(I_s) = \sqrt{2} \cdot L_q I_s$. Wird ein konstanter Ständerstrom I_s bei veränderlichem Winkel β betrachtet, erhalten wir die Flussverkettungskomponenten.

$$\Psi_d/\sqrt{2} = L_d I_d = L_d I_s \cos\beta, \quad \Psi_q/\sqrt{2} = L_q I_q = L_q I_s \sin\beta \tag{10.66}$$

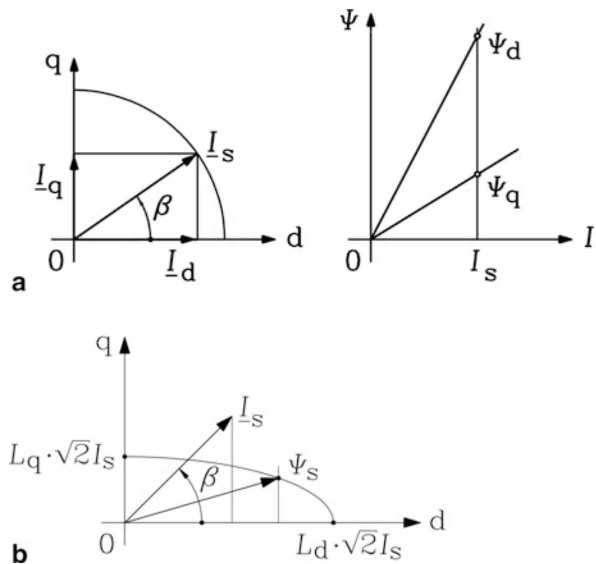


Abb. 10.31 (**a**) Bei Variation des Stromwinkels β zwischen 0 und 2π, konstantem Ständerstrombetrag und konstanten Induktivitäten ist die Ortskurve des Ständerstromzeigers ein Kreis. (**b**) Die Ortskurve der Ständer-Flussverkettung ist eine Ellipse, deren große und kleine Halbachse auf der d- bzw. q-Achse liegen

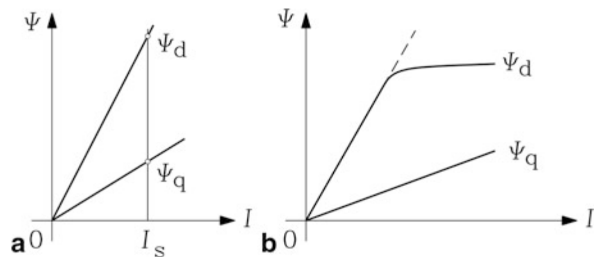


Abb. 10.32 Flussverkettungskennlinien für die d- und q-Achse: (**a**) Konstante Eisenpermeabilität, (**b**) stromabhängige Eisensättigung in der d-Achse

Während die Spitze des Stromzeigers $\underline{I}_s$ bei Veränderung von β zwischen 0 und 2π einen Kreis beschreibt, beschreibt die Spitze des Flussverkettungszeigers $\underline{\Psi}_s$ eine Ellipse.

$$\left(\frac{\Psi_d}{\sqrt{2} \cdot L_d I_s}\right)^2 + \left(\frac{\Psi_q}{\sqrt{2} \cdot L_q I_s}\right)^2 = 1 \tag{10.67}$$

In gleicher Weise beschreibt die Amplitude der Grundwelle des Luftspaltfelds $\hat{B}_{\delta 1}$, als Ortskurve dargestellt, diese Ellipse.

b) Statorflussverkettung bei veränderlichen Induktivitäten infolge stromabhängiger Eisensättigung: Wie bei der geschalteten Reluktanzmaschine ist die Flussverkettungskennlinie der d-Achse $\Psi_d(I_s)$ bereits bei Bemessungsstrom gesättigt, während in der q-Achse wegen der großen Pollücken die Flussverkettung $\Psi_q(I_s)$ so klein ist, dass bei Bemessungsstrom das Eisen noch nicht sättigt (Abb. 10.32).

Die Bestimmung der Flussverkettungskennlinien der *d*- und *q*-Achse reichen aber nicht aus, um das Betriebsverhalten bei Sättigung vorherzusagen, sondern es müssen wie bei der geschalteten Reluktanzmaschine auf numerischem Weg für Zwischenstellungen des Läufers relativ zum Ständerfeld, ausgedrückt durch unterschiedliche Stromwinkel β, die Kennlinien $\Psi(I_s)$ bzw. $B_{\delta 1}(I_s)$ bestimmt werden. Dazu wird wie in Abb. 10.24 die Ständerwicklung mit den drei Strangströmen so bestromt, dass bei $\beta = 0°$ die *d*-Achse und bei $\beta = 90°$ die *q*-Achse magnetisiert wird. Der Winkel β fungiert dabei als Phasenverschiebungswinkel der Strangströme für jede relative Läufer-Ständerfeld-Stellung, wodurch diese Relativpositionen bei unveränderter Läuferlage durch Weiterdrehen des Ständerfelds eingestellt werden. Aus der Berechnung der sich dabei einstellenden Verteilung der Radialkomponente der Luftspaltflussdichte $B_\delta(x)$ werden über eine Fourier-Reihenentwicklung der Radialkomponente des Luftspaltfelds in Luftspaltmitte die Grundwellenamplitude $\hat{B}_{\delta 1}$ und die räumliche Lage des Grundwellenmaximums x_1 am Luftspaltumfang ermittelt und daraus die Hauptfeldflussverkettung als Zeiger mit der Amplitude

$$\Psi_h(I_s, \beta) = N_s k_{w1} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_p l_{Fe} \hat{B}_{\delta 1}(I_s, \beta) \tag{10.68}$$

berechnet. Nach geometrischer Addition des Zeigers $\underline{\Psi}_h$ mit dem stellungsunabhängigen Streufeldverkettungszeiger (Abb. 10.25) erhält man den resultierenden Flussverkettungszeiger $\underline{\Psi}_s(I_s,\ \beta)$. Die Berechnung des Stroms zur vorgegebenen Spannung erfolgt nun iterativ, indem ein Stromwert I_s und Winkel β als Start-Zeiger $\underline{I}_s$ geschätzt werden (Startwert), mit diesen der Flussverkettungszeiger $\underline{\Psi}_s(I_s,\ \beta)$ berechnet wird, und damit über die Spannungsgleichung $\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j\omega \cdot \underline{\Psi}_s / \sqrt{2}$ die Ständerspannung $\underline{U}_s$. Die Iteration erfolgt solange, bis der berechnete Spannungszeiger mit dem Vorgabewert durch das Netz innerhalb einer vorzugebenden Schranke übereinstimmt. Abb. 10.33 zeigt die numerisch berechnete Kennlinienschar $\hat{B}_{\delta 1}(I_s, \beta)$, die gemäß (10.68) proportional zu $\Psi_h(I_s, \beta)$ ist, für die Motorgeometrie von Abb. 10.24. Oberhalb des Bemessungsstroms beginnt das Eisen auch in der *q*-Stellung vor allem in den Ständerzähnen zu sättigen. Die Lage $x_1(I_s, \beta)$ der Amplitude $\hat{B}_{\delta 1}(I_s, \beta)$, ausgedrückt als elektrischer Winkel $\gamma_1 = x_1 \pi / \tau_p$, ergibt die Ortskurven $\underline{\hat{B}}_{\delta 1} = \hat{B}_{\delta 1} \cdot e^{j\gamma_1}$, die in Abb. 10.34 (Kurve a) für die fünf Stellungen $\beta = 0°$, 22.5°, 45°, 67.5° und 90° durch Punkte markiert sind. Die zugehörigen Winkel γ_1 sind mit $\gamma_1(I_s, \beta = 0°) = 0°$, $\gamma_1(I_s, \beta = 90°) = 90°$ für die *d*- und *q*-Stellung identisch mit β, sind aber bei den Zwischenwerten 22.5°, 45°, 67.5° kleiner als β, da der Flussverkettungszeiger, wie bereits in Abb. 10.25 bzw. Abb. 10.31 gezeigt, stärker zur *d*-Achse hindreht. Für Zwischenwerte von β wurde in den Abb. 10.33 und 10.34 $B_{\delta 1}$ und γ_1 interpoliert. Die Ortskurven (a) in Abb. 10.34 ähneln Ellipsen, wie die gestrichelten Schmiege-Ellipsen in Abb. 10.34 zeigen. Im Bereich kleiner Ströme, wo keine Eisensättigung auftritt, sind diese Ellipsen identisch mit den analytisch berechneten Ellipsen (10.67), wie Abb. 10.34 bei 50 % Bemessungsstrom zeigt. Bei höheren Strömen weichen aber die Winkel γ_1 der Feldmaxima deutlich von den Winkellagen des Zeigers $\underline{\Psi}_h$ zur *d*-Achse im Fall konstanter Induktivitäten L_d, L_q ab, die man aus (10.67) erhält. Es ist darüber hinaus zu beachten, dass es nicht ausreicht, nur die Flussverkettungskennlinien für die *d*- und *q*-Achse zu

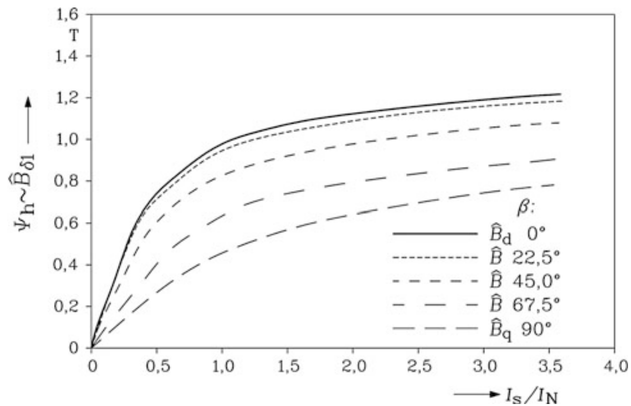


Abb. 10.33 Numerisch berechnete Grundwellenflussverkettung in Abhängigkeit des Ständerstroms für fünf unterschiedliche Stromwinkel β, Rotordaten gemäß Abb. 10.23a (Quelle: Binder 1989)

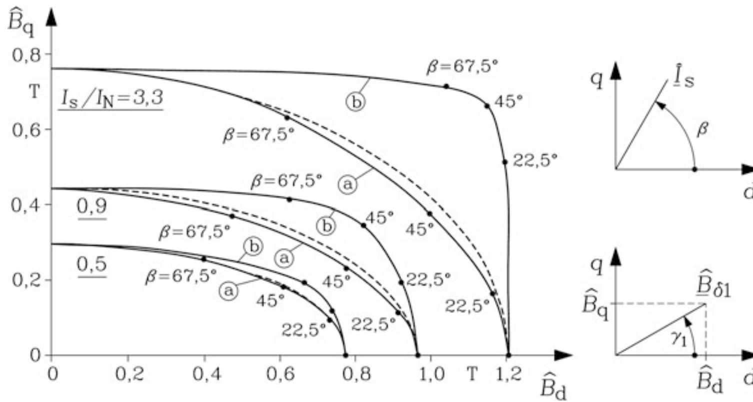


Abb. 10.34 Ortskurve des Maximums der Grundwellenflussdichte $\hat{B}_{\delta 1}(\gamma_1)$, die wegen (10.68) proportional zur Hauptflussverkettung ist, für drei unterschiedliche Ständerströme (50 %, 90 %, 330 % des Bemessungsstroms), bei Variation des Stromwinkels β zwischen 0° und 90°. Kurven (**a**) sind aus der Kennlinienschar Abb. 10.33 ermittelt. Kurven (**b**) sind nur mit den Kennlinien der d- und q-Achse ermittelt, was (außer für die d- und q-Achse selbst) zu große Flussverkettungen ergibt (gestrichelt – – – – –: Schmiege-Ellipsen). (Quelle: Binder 1989)

berechnen und über $I_\mathrm{d} = I_\mathrm{s}\cos\beta$, $I_\mathrm{q} = I_\mathrm{s}\sin\beta$ die Flussverkettungen $\Psi_\mathrm{d}(I_\mathrm{d})$, $\Psi_\mathrm{q}(I_\mathrm{q})$ und daraus den aktuellen Flussverkettungszeiger $\underline{\Psi}_\mathrm{s} = \Psi_\mathrm{d}(I_\mathrm{d}) + j\Psi_\mathrm{q}(I_\mathrm{q})$ (z. B. bei Wahl der d-Achse als Re-Achse) zu bestimmen. Dadurch würde die Flussverkettung im Bereich hoher Eisensättigung deutlich zu groß berechnet werden, wie in Abb. 10.34 die Kurven (b) zeigen.

Beispiel 10.9

Berechnung der Betriebskennlinien einer vierpoligen Synchron-Reluktanzmaschine bei Netzbetrieb 380 V, 50 Hz mit den folgenden Daten: Bemessungsleistung 2.4 kW,

Achshöhe 112 mm, Polzahl $2p = 4$, Bemessungsspannung $U_N = 380$ V Y, Bemessungsstrom $I_N = 9$ A, 50 Hz, Rotorgeometrie gemäß Abb. 10.23a, Ständer-Strangwiderstand $R_{s,20°C} = 1.32\,\Omega$, Oberflächen-Luftkühlung, Gehäuse mit Kühlrippen, Wellenlüfter.
Ergebnis:
Die gemäß Abb. 10.24 numerisch berechneten $B_\delta(I_s)$-Kennlinien in Abb. 10.33 und die zugehörige Ortskurve $\hat{B}_{\delta 1}(\gamma_1)$ in Abb. 10.34 wurden verwendet, um die Stromaufnahme $I_s(\vartheta)$ im Generator- und Motorbetrieb bei vorgegebener Strangspannung U_s iterativ zu berechnen. Weiter wurden damit die elektrische Wirkleistung $P_e(\vartheta)$, der Leistungsfaktor $\cos\varphi_s(\vartheta)$ und mit Berücksichtigung der Stromwärme und der Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste das Moment $M(\vartheta)$ an der Welle und der Wirkungsgrad $\eta(\vartheta)$ berechnet (Abb. 10.35). Der Vergleich mit gemessenen Werten (siehe auch die Tab. 10.4) der mit einer kalibrierten Gleichstrommaschine gebremsten bzw. angetriebenen Reluktanzmaschine zeigt nur etwa bis zu den Kippmomenten gute

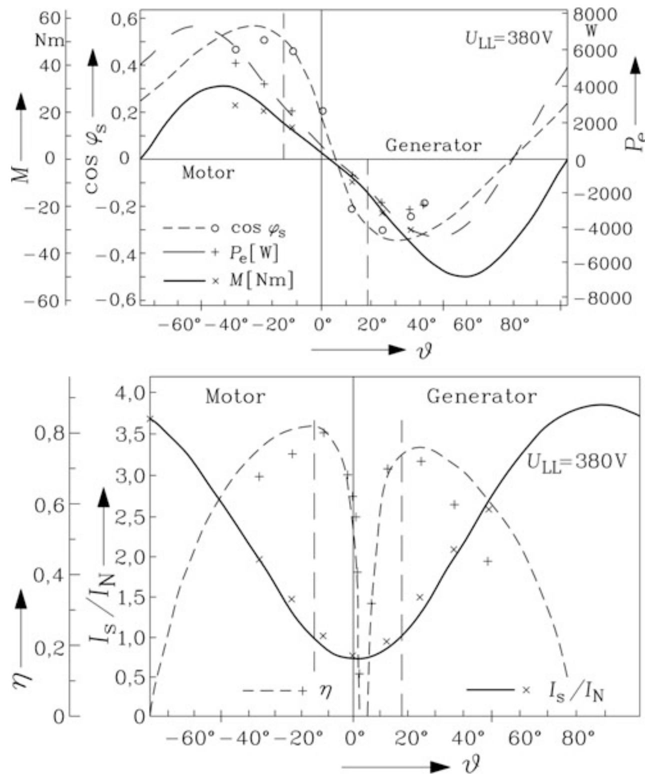


Abb. 10.35 Netzbetrieb einer vierpoligen dreisträngigen Synchron-Reluktanzmaschine bei 380 V, 50 Hz, Rotor gemäß Abb. 10.23a: Vergleich von gemessenen (Messpunkte eingetragen!) und berechneten Werten des Wellendrehmoments, der elektrischen Wirkleistung, des Leistungsfaktors, des Ständerstroms und des Wirkungsgrads bei unterschiedlichem Polradwinkel ϑ im Motor- und Generatorbetrieb. Die vertikalen gestrichelten Linien markieren den generatorischen und motorischen Bemessungspunkt. (Quelle: Binder 1989)

Tab. 10.4 Gemessene Betriebsdaten der Synchron-Reluktanzmaschine im motorischen und generatorischen Bemessungspunkt 380 V, 50 Hz, 9 A, 15.3 Nm, 1500/min, Wicklungserwärmung 70 K, Kühlmitteltemperatur (Luft) 20 °C (Quelle: Binder 1989)

		Motorbetrieb	Generatorbetrieb
Scheinleistung	[VA]	5924	5924
Elektrische Leistung	[W]	3050	1820
Mechanische Leistung	[W]	2435	2435
Gesamtverlustleistung	[W]	615	615
Stromwärmeverluste	[W]	405	405
Ummagnetisierungsverluste	[W]	185	185
Reibungs- u. Ventilationsverluste	[W]	25	25
Wirkungsgrad η	[%]	79.8	74.7
Leistungsfaktor $\cos\varphi_s$	[–]	0.51	0.30
Gütefaktor $\eta \cdot \cos\varphi_s$	[–]	0.41	0.22

Übereinstimmung mit der Berechnung. Bei höheren Strömen und damit erhöhter Eisensättigung gibt es Abweichungen zwischen berechnetem und gemessenem Strom, wie die berechnete und gemessene Stromortskurve Abb. 10.36 zeigen. Sowohl Rechnung als auch Messung zeigen, dass die Stromortskurve auf Grund der progressiven Eisensättigung nicht mehr kreisförmig ist, sondern ellipsenartig zu höheren Stromwerten hin verzerrt ist. Die Messung der Längs- und Querreaktanz erfolgte bei 380 V, indem der Läufer durch die Gleichstrommaschine mit geringem Schlupf angetrieben wurde, sodass nacheinander die minimale und maximale Stromaufnahme gemessen wurden,

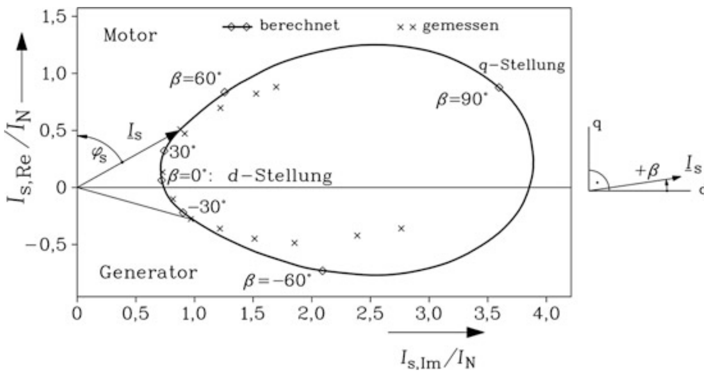


Abb. 10.36 Netzbetrieb einer vierpoligen dreisträngigen Synchron-Reluktanzmaschine bei 380 V, 50 Hz, Rotor gemäß Abb. 10.23a: Vergleich von gemessenen (Messpunkte eingetragen!) und berechneten Werten des Ständerstromzeigers bei unterschiedlicher Belastung (Parameter: Stromwinkel β). Generatorischer und motorischer Bemessungsstrom sind eingetragen (Quelle: Binder 1989).

die sich beim langsamen Durchschlüpfen der Längs- und Querachse des Läufers, unter der eingemessenen Strangwicklung einstellen. Die Reaktanzen bei 380 V, 50 Hz sind $X_d = 33.8\ \Omega$, $X_q = 7.9\ \Omega$, $X_d/X_q = 4.3$. Die Messung der Nut- und Stirnstreureaktanz (ohne die Oberfelderstreuung) $X_{s\sigma,Q+b} = 1.27\ \Omega$ erfolgte bei Betrieb der Ständerwicklung bei veränderlicher Spannung (50 Hz) und ausgebautem Rotor, wobei das Magnetfeld in der Bohrung („Bohrungsfeld") über eine Polspule erfasst und die zugehörige Bohrungsfeldreaktanz von der Ständerwicklungsreaktanz abgezogen wurde. Die Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} und die Reibungs- und Ventilationsverluste P_R wurden bei motorischem Leerlauf in Abhängigkeit der veränderlichen Ständerspannung U_s bei Synchrondrehzahl n_N gemessen und durch Extrapolation für $U_s \to 0$ (somit $P_{Fe} \to 0$) in die Anteile P_{Fe} und P_R getrennt (Nürnberg und Hanitsch 2001). Sie sind daher in Tab. 10.4 für Generator- und Motorbetrieb bei $U_s = U_N$ und Synchrondrehzahl n_N identisch.

Auf Grund des Einflusses der Verluste ist die Stromortskurve (Abb. 10.36) nach oben verschoben, sodass zu gleichen Strombeträgen im Generatorbetrieb ein deutlich kleinerer Leistungsfaktor auftritt.

Fazit:
Die Berechnung der Betriebskennlinien netzbetriebener Synchron-Reluktanzmaschinen erfordert eine genaue Erfassung der betriebsstromabhängigen Sättigung, was wegen der komplizierten Geometrie des Reluktanzläufers eine zweidimensionale nichtlineare magnetostatische Feldberechnung erfordert. Eine getrennte Berechnung der sättigungsabhängigen Längs- und Querinduktivität $L_d(I_d)$, $L_q(I_q)$ *ist dafür nicht ausreichend, da über den gemeinsamen Flusspfad im Stator- und Rotorjoch eine gegenseitige Beeinflussung beider Achsen erfolgt, die auch als „Kreuzkopplung"* $L_d(I_d, I_q) = L_{dd}(I_d) + L_{dq}(I_q)$ *und* $L_q(I_d, I_q) = L_{qq}(I_q) + L_{qd}(I_d)$ *bezeichnet wird. Die künstliche Auftrennung der beiden Achsen-Induktivitäten in* L_{dd}, L_{dq}, L_{qq}, L_{qd} *umgeht man am besten, indem, der physikalischen Realität entsprechend, ein gemeinsamer sättigungsabhängiger Flussverkettungszeiger (10.68) berechnet wird.*

10.2.5 Betriebsverhalten und Einsatzgebiete

Synchron-Reluktanzmaschinen mit der Läuferbauart gemäß Abb. 10.23 haben ein relatives kleines Reaktanzverhältnis $X_d/X_q < 5$, das mit steigender Sättigung weiter abnimmt, da X_d sinkt. Daher ist das Reluktanzmoment im Vergleich zum Drehmoment ähnlich großer Asynchronmaschinen kleiner, und das Verhältnis von Wirk- zu Blindleistung ebenfalls. Der Leistungsfaktor im Motor-Bemessungspunkt ist folglich kleiner als bei Asynchronmaschinen und bleibt typisch unter 0.6 (Tab. 10.4). Synchron-Reluktanzmaschinen dieser Bauart eignen sich daher wirtschaftlich nur für kleinere Leistungen typisch unter 5 kW bei 1500/min. Der Läuferkäfig, zumeist ein Aluminium-Druckguss-Käfig, dient einerseits als Anlaufkäfig und muss dafür thermisch bemessen sein, z. B. drei Anläufe hintereinander

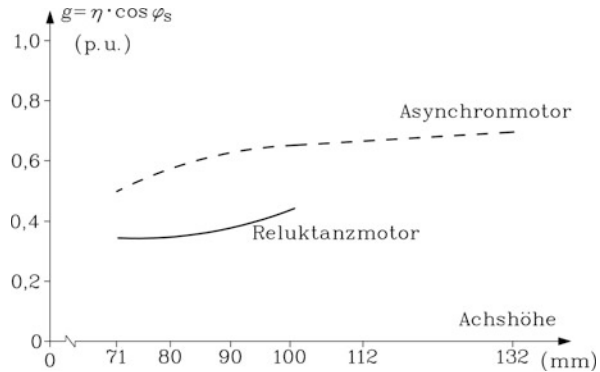


Abb. 10.37 Typische Werte des Gütefaktors im Bemessungspunkt für netzbetriebene vierpolige Synchron-Reluktanzmotoren und Käfigläufer-Asynchronmotoren (Normmotoren) gleicher Bauart, Kühlart und Baugröße

ausführen zu können, ohne die zulässige Temperaturgrenze der Wicklung zu überschreiten. Ein Ausgießen der Pollücken mit Aluminium verstärkt das asynchrone Anlaufmoment und verbessert die thermischen Eigenschaften des Käfigs, da sein Wärmespeichervermögen für die Rotoranlaufwärme steigt. Andrerseits dient der Käfig auch als Dämpferkäfig, da die netzbetriebene Synchron-Reluktanzmaschine wie jede Synchronmaschine bei Laständerungen zu Läuferpendelungen neigt (vgl. Kap. 8), die durch das asynchrone Moment der Dämpferströme im Dämpferkäfig wirkungsvoll abgedämpft werden. Damit der Läufer nach erfolgtem asynchronen Anlauf sicher in den Synchronismus gezogen wird („Intrittfallen"), muss der im asynchronen Anlauf erreichte minimale Schlupf s kleiner als der kritische Schlupf $s < s_{cr}$ sein (Kap. 9). Der kritische Schlupf ist für Reluktanzmaschinen mit dem maximalen motorischen Reluktanzmoment (also dem motorischen Kippmoment $M_{p0,mot}$) zu berechnen und nicht wie in Kap. 9 mit dem synchronen Moment, da die Läufererregung fehlt. Er steigt, wie in Kap. 9 erläutert, mit der Polpaarzahl p und der motorischen Kippleistung des Reluktanzmoments $P_{p0} = (\omega_s/p) \cdot M_{p0}$ und sinkt mit steigendem Motor- und Lastträgheitsmoment $J_M + J_L$ und steigender Ständerfrequenz f_s. Das motorische Kippmoment M_{p0} muss gemäß der internationalen Norm IEC 60034-1 zumindest 1.35-faches Bemessungsmoment erreichen, um einen ausreichenden Überlastschutz bei Synchronbetrieb zu gewährleisten. Für das sichere Intrittfallen muss das Kippmoment fallweise höher sein, was wiederum ein hohes Reaktanzverhältnis X_d/X_q erfordert. Als „Gütefaktor" für die Betriebseigenschaften im Bemessungsbetrieb hat sich bei Drehfeldmaschinen das Produkt aus Wirkungsgrad und Leistungsfaktor $g = \eta \cdot \cos\varphi_s$ bewährt. Wegen des kleineren Leistungsfaktors ist er bei Synchron-Reluktanzmaschinen kleiner als bei leistungsgleichen Norm-Asynchronmaschinen mit Käfigläufer. Auch bei Asynchronmaschinen mit gleichem Aktivvolumen (= gleiche Achshöhe) (Abb. 10.37) ist dies der Fall, da die großen Läufer-Pollücken für ein vergleichbares Magnetfeld einen höheren Magnetisierungsstrom erfordern.

Beispiel 10.10

Vergleich der Bemessungsdaten eines 4-poligen Käfigläufer-Asynchronmotors und eines Synchron-Reluktanzmotors mit identischen Statoren (Achshöhe 112 mm, 36

Statornuten, Runddraht-Einschichtwicklung), oberflächengekühlt, Gehäuse mit Kühlrippen, Wellenlüfter, 380 V Y, 9 A, 50 Hz. Der Reluktanzläufer entstand aus dem Käfigläufer durch Ausfräsen der Pollücken gemäß Abb. 10.23a.

Ergebnis:
Siehe Tab. 10.5!

Fazit:
Bei gleicher Wicklungserwärmung ist das auf das Aktivvolumen bezogene Bemessungsdrehmoment einer Synchron-Reluktanzmaschine mit herkömmlichem Reluktanzläufer gemäß Abb. 10.23 um ca. 30 % bis 50 % kleiner als das vergleichbarer Käfigläufer-Asynchronmaschinen.

b) Umrichterbetrieb: Grundsätzlich ist der Synchron-Reluktanzantrieb ein relativ kostengünstiger Multi-Purpose-Antrieb mit Selbststart- und Synchroneigenschaften. Häufig werden Synchron-Reluktanzantriebe wegen ihrer exakten Synchrondrehzahl als Gruppenantriebe (z. B. Haspelantriebe, paralleles Aufwickeln von Garnen etc.) drehzahlveränderbar an einem gemeinsam speisenden Umrichter (Gruppenumrichter) frequenzgesteuert verwendet. Eine Drehzahlregelung und damit eine Drehzahlmessung sind nicht erforderlich. Beim Abreißen eines Garns kann der betroffene Antrieb stillgesetzt und asynchron wieder angefahren werden, ohne die anderen Antriebe zu beeinträchtigen. Grundsätzlich neigen Synchronmaschinen mit ausgeprägter Reluktanz in bestimmten Frequenzbereichen im gesteuerten U/f-Betrieb zum schwach gedämpften bzw. selbst erregten Schwingen der Drehzahl. Diese Schwingungen treten bei Reluktanzmaschinen mit Bemessungsfrequenzen von 50 … 60 Hz bei niedrigeren Statorfrequenzen typisch unterhalb 30 Hz auf. Ein ähnlicher Effekt tritt auch bei frequenzgesteuerten Asynchronmaschinen im unteren Frequenzbereich auf und ist in Kap. 15 beschrieben. Mit den Methoden der Raumzeigerrechnung, wie sie in Kap. 16 für Synchronmaschinen beschrieben sind, können die Einflüsse der einzelnen Maschinenparameter auf die Schwingneigung und die zugehörige

Tab. 10.5 Vergleich der Bemessungsbetriebsdaten eines 4-poligen Käfigläufer-Asynchronmotors und eines Synchron-Reluktanzmotors mit identischem Stator (Quelle: Binder 1989)

		Asynchronmotor Alu-Druckgusskäfig 28 Rotornuten	Synchron-Reluktanzmotor Rotor gemäß Abb. 10.23a
Wellenleistung	[kW]	4	2.4
Leistungsfaktor	[–]	0.83	0.51
Wirkungsgrad	[%]	84	79.8
Drehzahl	[min^{-1}]	1447	1500
Gütefaktor	[–]	0.7	0.41
Wellendrehmoment	[Nm]	26.4	15.3 (-42 %)

Dämpfung untersucht werden. Folgende Empfehlungen lassen sich daraus für den Entwurf von Synchron-Reluktanzmaschinen ableiten, um in einem weiten Frequenzbereich eine geringe Schwingneigung zu erreichen (Nagrial und Lawrenson 1984):

- Verringerung des Reaktanzverhältnisses X_d/X_q (was natürlich die Motorausnützung verringert, da das Reluktanzmoment sinkt),
- Anstreben eines Verhältnisses der Dämpferkäfigwiderstände von Längs- und Querachse von $R_D/R_Q = 0.5$,
- Verringerung des Dämpferkäfigwiderstands der Längsachse R_D,
- Erhöhung der Ständerstreuinduktivität $L_{s\sigma}$ und der Dämpfer-Streuinduktivität $L_{D\sigma}$ der Längsachse
- Absenken des Ständer-Wicklungswiderstands R_s und der Dämpfer-Streuinduktivität $L_{Q\sigma}$ der Querachse

Als Abhilfe bereits im Betrieb befindlicher Reluktanzmaschinen kann man durch Erhöhung Verhältnisses $U_s/f_s \sim \Psi_s$, also durch eine steilere Umrichterkennlinie $U_s(f_s)$ (vgl. Kap. 7), die Flussverkettung und damit die Eisensättigung erhöhen. Vor allem die Induktivität der d-Achse wird dadurch verringert, und das Reaktanzverhältnis X_d/X_q sinkt, wie oben empfohlen. Damit können in vielen Fällen die Schwingungen vermieden oder zumindest verringert werden.

10.2.6 Asynchroner Anlauf von Synchron-Reluktanzmaschinen

Das Anlaufmoment der Synchron-Reluktanzmaschine am Netz setzt sich aus zwei Komponenten zusammen: dem asynchronen Anlaufmoment des Käfigrotors und dem Reluktanzmoment bei Asynchronlauf auf Grund der Läufer-Pollücken. Die Berechnung des asynchronen Anlaufs kann mit den dynamischen Gleichungen der Synchronmaschine mit Läuferkäfig (Kap. 16) für $X_d \neq X_q$ bei Weglassen der Feldwicklung im Läufer numerisch erfolgen, wenn ausschließlich Grundwellen-Feldverteilungen berücksichtigt werden sollen. Denn die Raumzeiger-Rechnung (Kap. 14), die Grundlage der dynamischen Gleichungen von Kap. 16 ist, gilt nur für Grundwellen-Feldverteilungen. Im Folgenden werden die Drehmomente während des asynchronen Anlaufs qualitativ diskutiert, wobei auch durch Modulation mit der Läuferreluktanz auftretende Feldwellen dreifacher Grundpolpaarzahl betrachtet werden.

a) Asynchrones Anlaufmoment des Käfigrotors: Beim asynchronen Anlauf am Netz dreht das Ständerfeld mit Synchronfrequenz, während die mechanische Drehzahl des Läufers von Null auf Synchrondrehzahl durch das Anlaufmoment fortlaufend erhöht wird. Daher dreht das Ständerdrehfeld bezüglich des Läufers mit der Relativgeschwindigkeit

$$\Delta n = n_{syn} - n = n_{syn} - (1-s) \cdot n_{syn} = s \cdot n_{syn} = s \cdot f_s/p. \tag{10.69}$$

Wegen der Läufer-Pollücken schwankt der Luftspalt mit doppelter Polzahl zwischen seinem Minimal- und Maximalwert (10.70). Die Luftspaltänderung $\delta(x_r)$ zufolge der Läufer-Pollücken mit doppelter Polzahl beschreiben wir vereinfacht als sinusförmige Schwankung in Abhängigkeit der Rotorumfangskoordinate x_r (Kap. 4) und betrachten nur die Grundwelle der Luftspaltschwankung.

$$\frac{1}{\delta(x_r)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\delta_d} + \frac{1}{\delta_q}\right) \cdot \left[1 + \frac{\delta_q - \delta_d}{\delta_q + \delta_d} \cdot \cos\left(\frac{2x_r\pi}{\tau_p}\right)\right], \quad \delta_q > \delta_d \tag{10.70a}$$

$$\frac{1}{\delta(x_r)} = \frac{1}{\delta_0} + \frac{1}{\delta_1} \cdot \cos\left(\frac{2x_r\pi}{\tau_p}\right), \quad \delta_0 < \delta_1 \tag{10.70b}$$

Dies entspricht einem Minimalluftspalt in der d-Achse $\delta_d = \dfrac{\delta_0\delta_1}{\delta_0 + \delta_1}$ bei $x_r = 0$, $x_r = \tau_p$ usw. und einem Maximalluftspalt in der q-Achse $\delta_q = \dfrac{\delta_0\delta_1}{\delta_1 - \delta_0}$ bei $x_r = \tau_p/2$, $x_r = 3\tau_p/2$ usw. Bezüglich der Ständerumfangskoordinate x_s wird diese Luftspaltverteilung wie in Kap. 6 mit (10.71) dargestellt.

$$x_s = x_r + v \cdot t = x_r + 2p\tau_p \cdot n \cdot t = x_r + (1-s) \cdot 2f_s\tau_p \cdot t \tag{10.71a}$$

$$\gamma_s = \gamma_r + (1-s) \cdot \omega_s t \tag{10.71b}$$

Die magnetische Spannungsverteilung der Ständergrundwelle (10.72)

$$V_s(x_s, t) = \hat{V}_{s1} \cdot \cos\left(x_s\pi/\tau_p - \omega_s t\right), \tag{10.72}$$

erregt vom Ständerstrangstrom I_s, hat gemäß Kap. 3 die Amplitude

$$\hat{V}_{s1} = \frac{m_s}{\pi \cdot p} \cdot N_s k_{w1} \sqrt{2} I_s.$$

Das Luftspaltfeld bei ideal magnetisierbarem Eisen ($\mu_{Fe} \to \infty$) erhalten wir gemäß Kap. 4 aus (10.73) mit dem Ständerumfangswinkel $\gamma_s = x_s \cdot \pi/\tau_p$.

$$B_\delta(\gamma_s, t) = \frac{\mu_0 V_s(\gamma_s, t)}{\delta(\gamma_s, t)}$$

$$B_\delta(\gamma_s, t) = \mu_0 \hat{V}_{s1} \cdot \cos(\gamma_s - \omega_s t) \cdot \left[\frac{1}{\delta_0} + \frac{1}{\delta_1} \cdot \cos(2\gamma_s - 2(1-s)\omega_s t)\right] \tag{10.73}$$

Die magnetische Spannungsverteilung (10.72) wird durch die Luftspaltverteilung (10.70) moduliert, sodass als Modulationsprodukte drei Feldwellen mit unterschiedlicher Polpaarzahl bzw. Drehfrequenz auftreten, die mit der trigonometrischen Beziehung

$$\cos\alpha \cos\beta = (\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))/2$$

berechnet werden:

- die $2p$-polige Ständerfeldgrundwelle zufolge des mittleren Luftspalts:

$$B_{s1} = (\mu_0 \hat{V}_{s1}/\delta_0) \cdot \cos(\gamma_s - \omega_s t),$$

- das $2p$-polige Modulationsfeld:

$$B_{s1,rel} = (\mu_0 \hat{V}_{s1}/(2\delta_1)) \cdot \cos(\gamma_s - (1-2s)\omega_s t),$$

- das $6p$-polige Modulationsfeld:

$$B_{s3,rel} = (\mu_0 \hat{V}_{s1}/(2\delta_1)) \cdot \cos(3\gamma_s - (3-2s)\omega_s t).$$

Bezüglich des Rotors haben diese drei Feldwellen gemäß (10.71b) folgende Frequenzen:

$$B_{s1}(\gamma_r, t) = \hat{B}_{s1} \cdot \cos(\gamma_r - s \cdot \omega_s t),$$
$$B_{s1,rel}(\gamma_r, t) = \hat{B}_{s1,rel} \cdot \cos(\gamma_r + s \cdot \omega_s t),$$
$$B_{s3,rel}(\gamma_r, t) = \hat{B}_{s3,rel} \cdot \cos(3\gamma_r - s \cdot \omega_s t).$$

Das Feld $B_{s3,rel}$ mit dreifacher Grundpolpaarzahl induziert den Läuferkäfig mit der Frequenz $s \cdot f_s$. Es wird durch die dort fließenden Käfigströme $\underline{I}'_{r,3}$, die die Läuferfeldwelle $B_{r3,rel}(\gamma_r, t) = \hat{B}_{s3,rel} \cdot \cos(3\gamma_r - s \cdot \omega_s t)$ erregen, mit denen es ein asynchrones Antriebsmoment $M_{asyn,3}$ bildet, abgedämpft. Dieses zeitlich konstante Moment $M_{asyn,3}$ verschwindet bei $s = 0$. Das Feld $B_{s3,rel}$ induziert in der Ständerwicklung in allen drei Wicklungssträngen eine gleichphasige Spannung (Nullspannungssystem), da die Phasenverschiebung zwischen je zwei Strängen stets $3 \cdot 120° = 360°$ ist. Bei Sternschaltung kann dieses Nullspannungssystem keinen Strom in der Ständerwicklung treiben, da alle drei Strangströme gleichphasig wären und daher im Sternpunkt gilt: $i_{3U} + i_{3V} + i_{3W} = 3i_3 = 0$. Das Feld $B_{s3,rel}$ bildet somit außer dem asynchronen Antriebsmoment $M_{asyn,3}$ bei Y-Schaltung kein weiteres Drehmoment.

Das Feld B_{s1} induziert den Läuferkäfig ebenfalls mit der Frequenz $s \cdot f_s$ und ruft den Käfigstrom $\underline{I}'_r$ hervor (vgl. Kap. 6), der das Rotorfeld $B_{r1} = \hat{B}_{r1} \cdot \cos(\gamma_r - s\omega_s t)$ erregt. Es bildet mit B_{s1} das asynchrone Anlaufmoment $M_{asyn,1}$, das ebenfalls bei $s = 0$ verschwindet. Auch das Feld $B_{s1,rel}$ induziert den Läuferkäfig mit der Frequenz $s \cdot f_s$, läuft aber mit entgegen gesetzter Umlaufgeschwindigkeit relativ zur Läuferbewegung. Der von ihm hervorgerufene Käfigstrom $\underline{I}'_{r,rel}$ erregt das Rotorfeld $B_{r1,rel} = \hat{B}_{r1,rel} \cdot \cos(\gamma_r + s\omega_s t)$, das mit $B_{s1,rel}$ wegen der entgegen gesetzten Umlaufrichtung ein bremsendes asynchrones Drehmoment $M_{asyn,2}$ bewirkt, das bei $s = 0$ verschwindet. So werden die in einem Betriebspunkt s zeitlich konstanten asynchronen Momentenanteile $M_{asyn,1} \sim \hat{B}_{s1} \cdot \hat{B}_{r1}$, $M_{asyn,2} \sim \hat{B}_{s1,rel} \cdot \hat{B}_{r1,rel}$ und $M_{asyn,3} \sim \hat{B}_{s3,rel} \cdot \hat{B}_{r3,rel}$ gebildet, die in Abb. 9.71 das mittlere asynchrone Moment

$M_{\text{asyn,av}} = M_{\text{asyn,1}} + M_{\text{asyn,2}} + M_{\text{asyn,3}}$ ergeben, das bei $s = 0$ verschwindet, weil dann die Felder B_{s1}, $B_{\text{s1,rel}}$ und $B_{\text{s3,rel}}$ den Läuferkäfig nicht mehr induzieren.

Gleichzeitig induziert $B_{\text{s1,rel}}$, wie im folgenden Abschn. b) erläutert, auch die Ständerwicklung netzfremdfrequent und ruft dadurch dort das zusätzliche Ständer-Drehstromsystem $\underline{I}_{\text{s,rel}}$ hervor, das seinerseits ein Luftspaltfeld hervorruft, das das ursprüngliche Feld $B_{\text{s1,rel}}$, gemeinsam mit $B_{\text{r1,rel}}$, abdämpft. Damit ergibt sich zusammenfassend folgendes Bild: Die beiden Stromsysteme $\underline{I}'_{\text{r,rel}}$ und $\underline{I}_{\text{s,rel}}$ erregen gemeinsam mit $B_{\text{s1,rel}}$ die resultierende Feldwelle

$$B_{1,\text{rel}}(\gamma_{\text{s}}, t) = \hat{B}_{1,\text{rel}} \cdot \cos(\gamma_{\text{s}} - (1 - 2s)\omega_{\text{s}} t - \varphi_{1,\text{rel}}),$$

während $\underline{I}'_{\text{r,3}}$ und $B_{\text{s3,rel}}$ die resultierende Feldwelle

$$B_{3,\text{rel}}(\gamma_{\text{s}}, t) = \hat{B}_{3,\text{rel}} \cdot \cos(3\gamma_{\text{s}} - (3 - 2s)\omega_{\text{s}} t - \varphi_{3,\text{rel}})$$

erregen. Die Phasenwinkel $\varphi_{1,\text{rel}}$, $\varphi_{3,\text{rel}}$ ergeben sich durch die Phasenlagen der erregten Stromsystem relativ zu den induzierenden Feldwellen (10.73). Das von $\underline{I}'_{\text{r}}$ und $\underline{I}_{\text{s}}$ ($\underline{I}_{\text{m}} = \underline{I}_{\text{s}} + \underline{I}'_{\text{r}}$, siehe Kap. 5) gemeinsam erregte resultierende Luftspaltfeld

$$B_1(\gamma_{\text{s}}, t) = \hat{B}_1 \cdot \cos(\gamma_{\text{s}} - \omega_{\text{s}} t - \varphi_{\text{m}})$$

hat die gleiche Polpaarzahl wie $B_{1,\text{rel}}$, aber eine unterschiedliche Kreisfrequenz. Wegen der gleichen Polzahl $2p$, aber unterschiedlichen Kreisfrequenzen ω_{s} und $(1 - 2s) \cdot \omega_{\text{s}}$ bezüglich des Ständers bilden die Feldwellen $B_{1,\text{rel}}$ und B_1 gemäß Kap. 4 einen pulsierenden Momentenanteil, dessen Amplitude proportional zum Produkt der beteiligten Feldwellenamplituden ist: $M_{\text{asyn},\sim} \sim \hat{B}_1 \cdot \hat{B}_{1,\text{rel}}$. Die Pulsationsfrequenz dieses Wechselmoments ergibt sich durch die Differenzen der Kreisfrequenzen der beteiligten Feldwellen gemäß $\omega_{\text{s}}-(1-2s)\cdot\omega_{\text{s}} = 2s\cdot\omega_{\text{s}}$ zu $2s\cdot f_{\text{s}}$. Bei $s = 0$ verschwindet auch dieses in Abb. 9.71 dargestellte asynchrone Wechselmoment. Wir fassen zusammen: Die durch den Läuferreluktanzunterschied zwischen d- und q-Achse verursachte Schwankung des Luftspaltfelds bewirkt, dass der Käfig mit einem pulsierenden Fluss induziert wird. Daher hat das asynchrone Anlaufmoment des Käfigrotors bei jedem Schlupfwert einen bestimmten Mittelwert $M_{\text{asyn,av}}$ und eine mit doppelter Schlupffrequenz $2s \cdot f_{\text{s}}$ pulsierende Komponente $M_{\text{asyn},\sim}$, die beide bei $s = 0$ verschwinden.

b) Reluktanzmoment bei Asynchronlauf: Das Feld $B_{\text{s1,rel}}$ induziert, wie unter a) bereits erwähnt, in die Ständerwicklung die Spannung $U_{\text{s,rel}}$ mit der Frequenz $f_{\text{s,rel}} = (1 - 2s)f_{\text{s}}$ und treibt je Strang einen zusätzlichen kleinen Ständerstrom $\underline{I}_{\text{s,rel}}$. Er ist in Abb. 10.38a dargestellt für den Fall, das kein Läuferkäfig vorhanden ist, sodass der Einfluss des unter a) erwähnten Rotorstromsystems $\underline{I}'_{\text{r,rel}}$ auf seine Größe entfällt. Dieser Strom $\underline{I}_{\text{s,rel}}$ erregt analog zu (10.72) eine magnetische Spannungsverteilung $V_{\text{s,rel}}(\gamma_{\text{s}}, t) = \hat{V}_{\text{s,rel,1}} \cdot \cos\left(\gamma_{\text{s}} - (1 - 2s)\omega_{\text{s}} t - \varphi_{\text{s,rel}}\right)$ mit der Grundwellenamplitude $\hat{V}_{\text{s,rel,1}} = \frac{m_{\text{s}}}{\pi p} \cdot N_{\text{s}} k_{\text{w1}} \sqrt{2} I_{\text{s,rel}}$

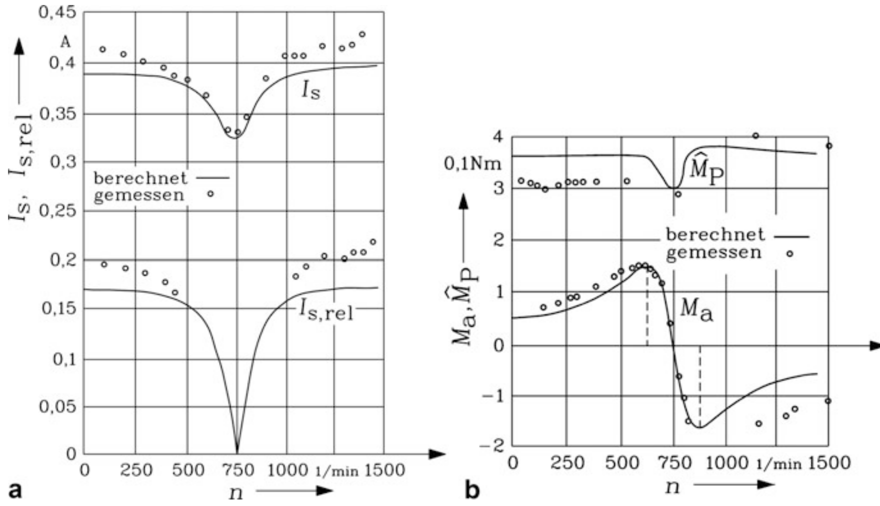


Abb. 10.38 Asynchronbetrieb eines angetriebenen kleinen vierpoligen Synchron-Reluktanzmotors ohne Anlaufkäfig: Berechnete (volle Linie) und gemessene (°) Werte: (**a**) Netzfrequente und netzfremdfrequente Stromkomponente I_s und $I_{s,rel}$, (**b**) Konstanter und mit doppelter Schlupffrequenz pulsierender Anteil des asynchronen Reluktanzmoments M_a und M_P (Görges-Phänomen bei $n_{syn}/2 = 750/\text{min}$). (Quelle: Bausch et al. 1964)

und daher ein zusätzliches Luftspaltfeld. Dieses Feld wird analog zu (10.73) durch die umlaufende Läuferreluktanzverteilung seinerseits moduliert.

$$B_{\delta,rel}(\gamma_s, t) = \frac{\mu_0 V_{s,rel}(\gamma_s, t)}{\delta(\gamma_s, t)}$$

$$\begin{aligned} B_{\delta,rel}(\gamma_s, t) = {} & \mu_0 \cdot \hat{V}_{s,rel,1}/(2\delta_1) \cdot \cos(\gamma_s - \omega_s t - \varphi_{s,rel}) + \\ & + \mu_0 \cdot (\hat{V}_{s,rel,1}/\delta_0) \cdot \cos(\gamma_s - (1-2s)\omega_s t - \varphi_{s,rel}) \\ & + \mu_0 \cdot \hat{V}_{s,rel,1}/(2\delta_1) \cdot \cos(3\gamma_s - (3-2s)\omega_s t - \varphi_{s,rel}) \end{aligned} \tag{10.74}$$

Diese modulierten Feldwellen haben die gleichen Polzahlen und Kreisfrequenzen wie die bereits unter (10.73) beschriebenen Feldwellen und können folglich mit diesen Feldern zusammengefasst werden. Es treten keine weiteren Feldwellen mit neuen Polzahlen oder Kreisfrequenzen auf. Für unsere qualitative Betrachtung genügt es, den dominanten unmodulierten Anteil mit der Amplitude $\hat{B}_{s,rel,1} = \mu_0 \cdot (\hat{V}_{s,rel,1}/\delta_0)$ weiter zu betrachten, der, wie in Abschn. a) erwähnt, zum resultierenden Feld $B_{1,rel}(\gamma_s, t) = \hat{B}_{1,rel} \cdot \cos(\gamma_s - (1-2s)\omega_s t - \varphi_{1,rel})$ beiträgt. Auf Grund der Phasenverschiebung $\varphi_{s,rel}$ bildet die Feldwelle mit der Amplitude $\hat{B}_{s,rel,1}$ mit dem (durch $\underline{I}'_{r,rel}$ abgedämpften) Feld $B_{s1,rel}(\gamma_s, t)$ (gleiche Wellenlänge und Kreisfrequenz!) ein zeitlich konstantes Drehmoment M_a, ähnlich wie das netzfremdfrequente Ständerstromsystem I_p in Kap. 9 beim asynchronen Hochlauf der permanentmagneterregten Synchronmaschine.

$$M_a = \hat{B}_{s1,rel} \cdot \hat{B}_{s,rel,1} \sim I_s \cdot I_{s,rel} \tag{10.75}$$

Dieses Moment M_a bildet den zeitlich konstanten Anteil des asynchronen Reluktanzdrehmoments (Abb. 10.38b) während des Hochlaufs.

Die Wellen B_1 und $B_{1,rel}$ haben zwar dieselbe Wellenlänge, aber unterschiedliche Frequenzen und damit Wellengeschwindigkeiten. Deshalb erzeugen sie miteinander gemäß Kap. 4 ein pulsierendes Drehmoment mit der Amplitude $\hat{M}_P \sim \hat{B}_1 \cdot \hat{B}_{1,rel}$, wobei die Pulsationsfrequenz die Differenz der Wellenfrequenzen ist: $f_s - (1-2s)f_s = 2s \cdot f_s$. Dieses Moment pulsiert also mit doppelter Schlupffrequenz. Auf Grund der oben beschriebenen Abhängigkeiten $\hat{B}_1(I_s, I'_r)$, $\hat{B}_{1,rel}(I_s, I'_{r,rel}, I_{s,rel})$ hängt die Amplitude des Pulsationsmoments von diesen Strömen ab. Es bildet den Wechselanteil des asynchronen Reluktanzdrehmoments, der in Abb. 10.38b für den Fall $I'_r = 0$, $I'_{r,rel} = 0$ dargestellt ist.

$$\hat{M}_P = \hat{M}_P(I_s, I_{s,rel}, I'_r, I'_{r,rel}) \tag{10.76}$$

Die Feldwelle $B_{3,rel}$mit dreifacher Polpaarzahl kann mit den anderen Feldwellen B_1, $B_{1,rel}$ kein Drehmoment bilden, da ihre Polzahlen nicht übereinstimmen.

Bei halber Synchrondrehzahl

$$n = n_{syn}/2 \quad \Leftrightarrow \quad s = 0.5 \tag{10.77}$$

tritt das Görges-Phänomen auf: Die Frequenz $(1-2s) \cdot f_s$ ist Null, daher wird in diesem Betriebspunkt $s = 0.5$ kein Strom $I_{s,rel}$ in die Ständerwicklung induziert: $I_{s,rel}(n = n_{syn}/2) = 0$. Bei diesem Drehzahlpunkt verschwindet gemäß (10.75) der konstante Anteil des asynchronen Reluktanzmoments M_a und wechselt sein Vorzeichen von beschleunigender zu bremsender Wirkung. Der pulsierende Anteil des asynchronen Reluktanzmoments M_P hat ein Minimum und wird nur durch I_s, I'_r bestimmt (in Abb. 10.38b) nur durch I_s, da $I'_r = 0$ ist. Dort ist $\hat{M}_P \sim \hat{B}_{s1}(I_s) \cdot \hat{B}_{s1,rel}(I_s) \sim I_s^2$).

$$M_a(s = 0.5) = 0, \quad M_P = \text{Min.} \tag{10.78}$$

Der Wechselstrom $i_{s,rel}(t) = \hat{I}_{s,rel} \cdot \sin((1-2s)\omega_s t)$ ändert bei $s = 0.5$ seine Phase um 180°, daher ändert der zugeordnete Wirkleistungsfluss sein Vorzeichen. Die Wirkung des Drehmoments von $I_{s,rel}$ ist bei $n < n_{syn}/2$ motorisch und bei $n > n_{syn}/2$ generatorisch. Deshalb wirkt das Moment M_a für $n < n_{syn}/2$ antreibend und für $n > n_{syn}/2$ bremsend.

Beispiel 10.11

Messtechnische Bestimmung des asynchronen Reluktanzmoments:

Für diese Messzwecke wurde ein kleiner vierpoliger Synchron-Reluktanzmotor ohne Anlaufkäfig asynchron am 50 Hz-Netz stationär betrieben (Bausch et al. 1964), sodass das asynchrone Drehmoment M_{asyn} Null ist und die Messergebnisse nicht

beeinflusst. Der Motor wurde durch einen gekuppelten Gleichstrommotor im Drehzahlbereich 0 ... n_{syn} angetrieben.

Ergebnis:
Der Ständerstrom I_s variierte bei der Messung zwischen 0.35 A und 0.4 A, während der zusätzliche netzfremdfrequente Strom $I_{s,rel}$ mit maximal 0.18 A deutlich kleiner war. Er wird bei halber Synchrondrehzahl Null (Abb. 10.38a). Die Amplitude des pulsierenden Anteils des asynchronen Reluktanzmoments $\hat{M}_P$ ist übrigens deutlich größer als der konstante Anteil M_a (Abb. 10.38b).

Während des asynchronen Hochlaufs von Synchron-Reluktanzmaschinen kommt es wegen der Läuferreluktanzunterschiede längs des Luftspaltumfangs zu einer dem konstanten Anlaufmoment überlagerten Drehmomentpulsation $2s \cdot f_s$, deren Frequenz am 50-Hz-Netz im Stillstand 100 Hz beträgt und mit steigender Drehzahl linear auf Null abnimmt. Deshalb vibriert die Reluktanzmaschine im Vergleich zu ähnlich großen Asynchronmaschinen wegen dieses Wechselmoments während des Anlaufs stärker. Es tritt im Vergleich zur Asynchronmaschine eine stärkere Drehzahlwelligkeit während des Hochlaufs auf (Abb. 10.39, oben). Eine genauere Vorausberechnung des transienten Hochlaufmoments ist, wie erwähnt, mithilfe der Raumzeigerrechnung (Kap. 16) möglich. In Abb. 10.39, unten, ist das so berechnete transiente elektromagnetische Moment einer Synchron-Reluktanzmaschine während des Hochlaufs dargestellt. Durch das Zuschalten der Wicklung an das Netz tritt in den drei Strängen ein abklingender Gleichstromanteil auf, der ein stehendes $2p$-poliges Feld erregt. Dieses erzeugt mit dem synchron rotierenden Drehfeld ein netzfrequentes Pulsationsmoment (Kap. 15). Dieses dominante Wechselmoment mit 50 Hz ist während der ersten Netzperioden in Abb. 10.39, unten, hauptsächlich zu erkennen, während das kleine 100-Hz-Wechselmoment kaum sichtbar ist. Es tritt erst später, wenn das Ständergleichstromglied bereits abgeklungen ist, mit abnehmender Frequenz $2s \cdot f_s$

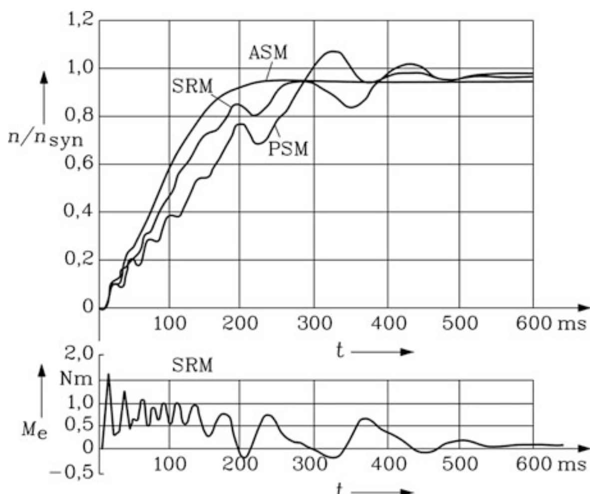


Abb. 10.39 Mithilfe der Raumzeigerrechnung berechneter asynchroner Anlauf am Netz: Vergleich einer Käfigläufer-Asynchronmaschine (ASM), einer Synchron-Reluktanzmaschine (SRM) und einer Permanentmagnet-Synchronmaschine mit vergrabenen Magneten und Anlaufkäfig (PSM). Oben: Drehzahlverlauf; unten: Luftspaltmoment der SRM. (Quelle: Bunzel und Krüger 1987)

deutlich in Erscheinung. Im Vergleich zur Asynchron- und Synchron-Reluktanzmaschine hat die permanenterregte Synchronmaschine mit vergrabenen Magneten und darüber liegendem Anlaufkäfig (Kap. 9) während des Anlaufs zusätzlich noch ein netzfremdfrequentes Stromsystem I_p, das durch Spannungen hervorgerufen wird, die durch die Läufer-Permanentmagnete in der Ständerwicklung mit der Frequenz $(1–s)·f_s$ induziert werden. Dessen Drehfeld bewirkt mit dem Läuferfeld der Permanentmagnete ein bremsendes Drehmoment, das den Anlauf verzögert, wie in Abb. 10.39, oben, deutlich zu erkennen ist.

Fazit:
Während des asynchronen Anlaufs tritt neben dem mit doppelter Schlupffrequenz pulsierenden Drehmoment des Läuferkäfigs ein asynchrones Reluktanzmoment mit konstantem Mittelwert und doppelt schlupffrequentem Wechselanteil auf, da die Ständerwicklung durch die Läuferreluktanz netzfremdfrequent mit $(1 - 2s) \cdot f_s$ induziert wird. Dieser Effekt verschwindet bei exakt halber Synchrondrehzahl (Görges-Effekt). Im Synchronismus $s = 0$ verschwindet das Käfigläufer-Moment. Der netzfremdfrequente Zusatzstrom hat im Synchronismus Netzfrequenz und wird Teil des netzfrequenten Ständerstroms. Die Frequenz des pulsierenden Anteils des asynchronen Reluktanzmoments wird Null, sodass sich der nun konstante Anteil M_P mit dem konstanten Anteil M_a zum zeitlich konstanten synchronen Reluktanzmoment überlagert. Dabei wird der dominante Anteil, wie Abb. 10.38b zeigt, des konstanten synchronen Reluktanzmoments durch die Komponente M_P gebildet.

Beim asynchronen Anlauf von elektrisch erregten Synchronmaschinen mit kurz geschlossener Läuferwicklung tritt der Görges-Effekt auch auf und zwar selbst dann, wenn keine Läuferreluktanzunterschiede zwischen d- und q-Achse wirksam sind, also bei der idealen Vollpolmaschine. Es wird nämlich in die Feldwicklung als einsträngige Läuferwicklung mit Schlupffrequenz von der mit Synchrondrehzahl rotierenden Ständerfeldgrundwelle B_{s1} eine Spannung induziert, die einen mit $s \cdot f_s$ schlupffrequenten Wechselstrom in der Läuferwicklung treibt. Dieser Wechselstrom erregt wegen der einsträngigen Feldwicklung gemäß Kap. 2 ein bezüglich des Läufers stehendes, mit Schlupffrequenz pulsierendes Wechselfeld, das in zwei entgegengesetzt rotierende Feldwellen halber Amplitude $B_{r,mit}$ und $B_{r,geg}$ zerlegt werden kann (vgl. Kap. 3). Diese beiden Wellen $B_{r,mit}$ und $B_{r,geg}$ drehen mit den Drehzahlen $\pm s \cdot f_s/p$ im läuferfesten Koordinatensystem. Durch Addition der Läuferdrehzahl $n = (1 - s) \cdot f_s/p$ werden die Drehzahlen der mit- und gegenläufigen Feldwelle $B_{r,mit}$ und $B_{r,geg}$ im ständerfesten Koordinatensystem erhalten.

$$\text{Mitläufiges Feld } B_{r,mit}\colon n_1 = s \cdot \frac{f_s}{p} + (1 - s) \cdot \frac{f_s}{p} = \frac{f_s}{p} = n_{syn} \tag{10.79}$$

$$\text{Gegenläufiges Feld } B_{r,geg}\colon n_2 = s \cdot \frac{f_s}{p} - (1 - s) \cdot \frac{f_s}{p} = (1 - 2s) \cdot n_{syn} \tag{10.80}$$

Beide Wellen haben dieselbe Wellenlänge wie die Ständergrundwelle. Die mitläufige Welle erzeugt mit der Ständergrundwelle ein konstantes asynchrones Drehmoment $M_{a1} \sim \hat{B}_{s1} \cdot \hat{B}_{r,mit}$, das das asynchrone Drehmoment des Anlaufkäfigs unterstützt. Die gegenläufige

Welle induziert die Ständerwicklung mit der Frequenz $(1 - 2s) \cdot f_s$. Der deshalb mit dieser Frequenz auftretende Ständer-Zusatzstrom $I_{s,z}$ erregt, wie oben bei der Reluktanzmaschine beschrieben, ein zusätzliches Ständerfeld mit Grundpolpaarzahl $B_{s,z}(\gamma_s, t) = \hat{B}_{s,z} \cdot \cos(\gamma_s - (1 - 2s)\omega_s t - \varphi_z)$, das mit dem gegenläufigen Läuferfeld $B_{r,geg}$ ein zeitlich konstantes bremsendes asynchrones Drehmoment $M_{a2} \sim \hat{B}_{s,z} \cdot \hat{B}_{r,geg}$ für $n > n_{syn}$ und ein antreibendes Drehmoment für $n < n_{syn}$ erzeugt (vgl. die ähnliche Wirkung von M_a und $I_{s.rel}$ bei der Reluktanzmaschine in Abb. 10.38). Weiter erzeugt die gegenläufige Läuferwelle $B_{r,geg}$ mit der Ständergrundwelle B_{s1} ein pulsierendes Drehmoment $M_{\sim,1} \sim \hat{B}_{s1} \cdot \hat{B}_{r,geg}$ und ebenso $B_{r,mit}$ mit $B_{s,z}$ ein pulsierendes Drehmoment $M_{\sim,2} \sim \hat{B}_{s,z} \cdot \hat{B}_{r,mit}$. Die Pulsationsfrequenz des resultierenden Wechseldrehmoments $M_\sim = M_{\sim,1} + M_{\sim,2}$ ist wegen der Frequenzdifferenz $f_s - (1 - 2s) \cdot f_s = 2s \cdot f_s$, wie oben bei der Reluktanzmaschine beschrieben, doppelte Schlupffrequenz. Wie bei dieser oben beschriebenen Reluktanzwirkung ruht die gegenläufige Welle $B_{r,geg}$ bei $s = 1/2$ bezüglich des Ständers, sodass ihre Induktionswirkung in die Ständerwicklung und damit $I_{s,z}$ und das von ihr mit dem Ständerzusatzstrom gebildete zusätzliche Drehmoment M_{a2} verschwinden. In der $M(n)$-Kurve (Abb. 10.40) äußert sich dieser Drehmomentsattel in gleicher Weise wie in Abb. 10.38 als Görges-Phänomen. Dieser durch eine einsträngige kurzgeschlossene Läuferwicklung hervorgerufene Drehmomentsattel ist das ursprünglich von F. Görges beschriebene Phänomen, das experimentell an einer Schleifringläufer-Asynchronmaschine mit dreisträngiger Läuferwicklung nachgewiesen wurde, indem einer der drei Stränge unterbrochen wurde. Die anderen beiden Stränge bildeten dann in Serie eine einsträngige kurzgeschlossene Läuferwicklung. Da sonst kein Läuferkäfig antreibend wirkt, läuft die so betriebene Asynchronmaschine nur auf halbe Synchrondrehzahl hoch; sie bleibt bei $n_{syn}/2$ „hängen".

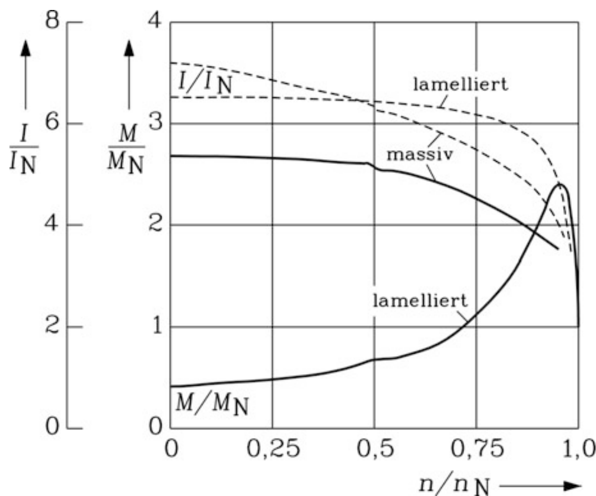


Abb. 10.40 Anlaufstrom (gestrichelt) und mittleres asynchrones Anlaufmoment (volle Linie) von Schenkelpol-Synchronmotoren (ohne Darstellung des Pulsationsmoments) mit Massivpolen („massiv") und mit Anlaufkäfig in lamellierten Polen („lamelliert"). Der kleine Sattel im Drehmoment- und Stromverlauf bei halber Synchrondrehzahl stammt vom Görges-Phänomen zufolge der kurzgeschlossenen Erregerwicklung und zufolge des Läuferreluktanzunterschieds zwischen d- und q-Achse (Quelle: Bohn 1987)

10.2.7 Spezielle Rotorbauformen für hohe Reluktanz-Verhältnisse

Zur Erhöhung des Reluktanzmoments je Motorvolumen muss das Reaktanzverhältnis X_d/X_q erhöht werden (Kurscheidt 1961). Während der minimale Luftspalt in der d-Achse und die Eisensättigung der Erhöhung von X_d Grenzen setzt, kann durch Flussbarrieren im q-Pfad des Rotors (Abb. 10.41) X_q gegenüber den Rotorausführungen von Abb. 10.23 etwa halbiert werden. Damit werden Reaktanzverhältnisse X_d/X_q von etwa 10 erreicht. Durch diese Verringerung von X_q wird die Stromortskurve $\underline{I}_s(\vartheta)$ trotz Eisensättigung kreisförmiger und ihr Durchmesser vergrößert. Dadurch steigt der Leistungsfaktor auf ca. 0.7 ... 0.8 und ist nur geringfügig kleiner als der von vergleichbaren Asynchronmaschinen. Der Wirkungsgrad steigt auf etwa 0.85 ... 0.9 und ist vergleichbar, wenn nicht höher als bei Asynchronmaschinen (Lendenmann et al. 2011). Damit sind auch größere Synchron-Reluktanzmaschinen wirtschaftlich, sodass Bemessungsleistungen zwischen 20 ... 200 kW bei 1500/min sinnvoll sind (Weh 1984; Lendenmann et al. 2011). Die Rotoren von Abb. 10.41a werden durch Ausstanzen fertigungstechnisch einfach und daher relativ kostengünstig hergestellt. Sie sind für Frequenzumrichterbetrieb gedacht und enthalten deshalb keinen Anlaufkäfig (Kamper und Trübenbach 1992). Der segmentierte Rotor Abb. 10.41b benötigt ein amagnetisches Joch und zwei unterschiedliche Rotorblechsegmente (ein kurzes und ein langes) für die Befestigung des Rotorblechpakets auf einer kammartigen amagnetischen Jochstruktur. Damit ist seine Fertigung deutlich aufwändiger, jedoch wird ein etwas höheres Reaktanzverhältnis X_d/X_q als bei Abb. 10.41a erreicht (Rieke 1981). Ein Anlaufkäfig, der damit auch als Dämpferkäfig verwendet wird, erlaubt den direkten Netzbetrieb. Flussbarrieren im Rotor können auch durch eine axiale Blechung des Rotors erreicht werden (mit Läuferstrukturen ähnlich wie in Abb. 10.41c, wobei dort allerdings eine radiale Blechung wie in Abb. 10.41a verwendet worden ist), aber auch dessen Fertigung ist aufwändig. In Abb. 10.41c sind zwischen die einzelnen Blechsegmentlagen stirnseitig leitfähig verbundene Kupferplatten (im Bild schwarz!) als Anlaufkäfig eingeschoben. Die Fixierung des segmentierten Läufers erfolgt durch stirnseitige Pressplatten und Bolzen, sodass auch dieser Läufer für den asynchronen Anlauf am Netz geeignet ist.

10.3 Schrittmotor-Antriebe

Elektromechanische Aktoren, die elektrische Impulse in mechanische Schritte umsetzen, heißen Schrittmotoren. Sie werden überwiegend im unteren Leistungsbereich bis einige Hundert Watt Bemessungsleistung ausgeführt. Ein Schrittmotorantrieb besteht gemäß Abb. 10.42 aus

- einer Ansteuerschaltung (einschließlich Netzteil),
- dem Leistungsverstärker und
- dem elektromechanischen Energiewandler (Schrittmotor).

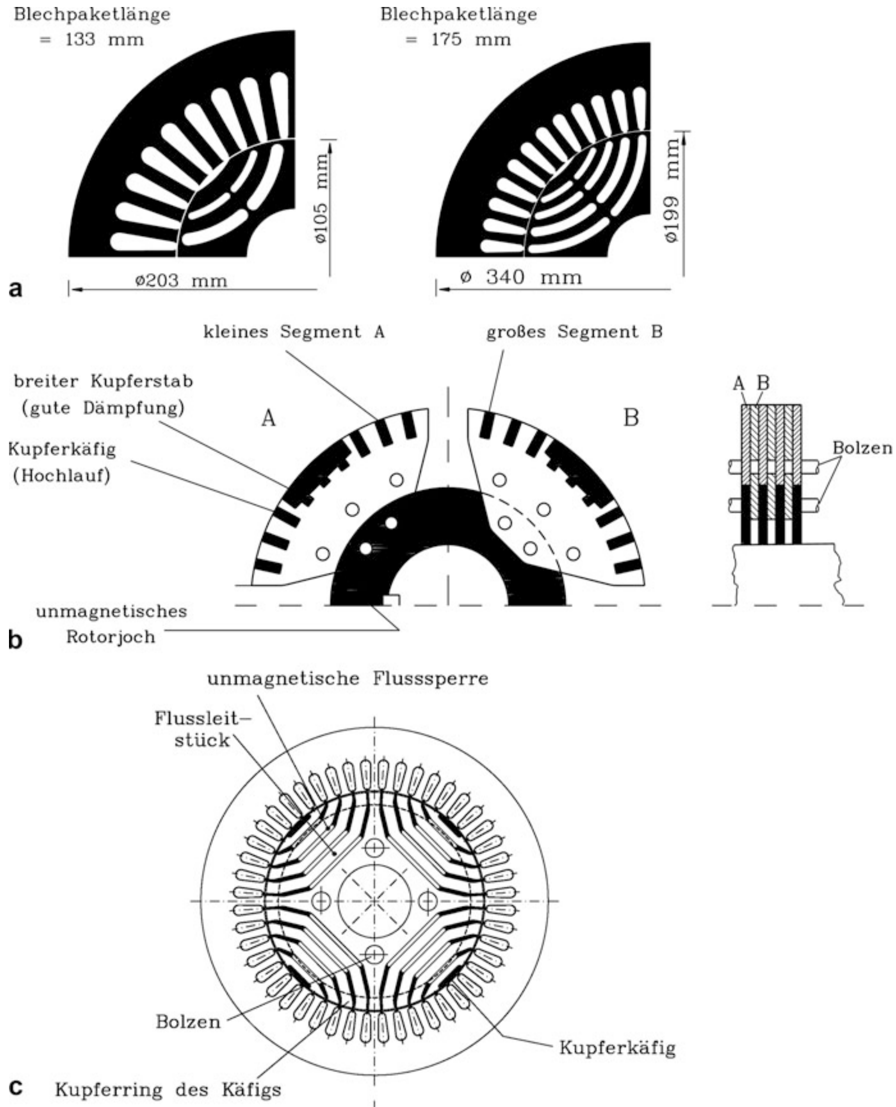


Abb. 10.41 Spezielle vierpolige Bauweisen von Reluktanzläufern zwecks Erhöhung der Drehmomentausbeute über ein erhöhtes Reaktanzverhältnis X_d/X_q: (**a**) Gestanzte Flussbarrieren, Rotoren für Umrichterbetrieb (links: M_N/n_N = 58 Nm/1500/ min, rechts: M_N/n_N = 265 Nm/1500/ min (Quelle: Kamper 1997), (**b**) Segmentierter Rotor mit Anlaufkäfig und amagnetischem Joch (Quelle: Lawrenson und Gupta 1967), (**c**) geblechter Rotor mit eingelegten Kupferplatten als Anlaufkäfig (Quelle: Taegen 1990)

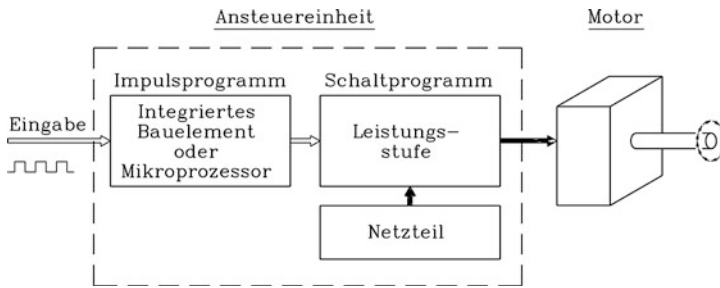


Abb. 10.42 Prinzipieller Aufbau eines Schrittmotorantriebs (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

Aus Kostengründen wird der Schrittmotor in offener Steuerkette betrieben, also ohne Rotor-Lagegeber. Daher ist die Bedingung, dass eine bestimmte Anzahl elektrischer Impulse in eine exakt gleich große Anzahl mechanischer Schritte umgesetzt wird, unbedingt einzuhalten. Moderne Schrittmotoren arbeiten nach dem Synchronmotor-Prinzip, wobei drei Gruppen unterschieden werden.

- Reluktanzschrittmotoren (VR-Motoren) haben eine variable Reluktanz (VR) am Luftspaltumfang.
- Permanentmagnet-Schrittmotoren sind hochpolige PM-Synchronmotoren.
- Hybridschrittmotoren funktionieren auf der Basis einer Kombination der Kräfte zufolge des Permanentmagnetsystems und des VR-Reluktanzsystems.

Auf Grund der offenen Steuerkette fallen die Schrittmotoren bei zu großem Lastmoment, also wenn das Lastmoment größer als das statische synchrone Kippmoment ist (Kap. 8), außer Tritt und verlieren Schritte. Bei raschen Änderungen des Betriebszustands, also vor allem beim Beschleunigen und Abbremsen, schwingt der Läufer gegen das eingeprägte Ständerfeld wegen der elastischen Kopplung durch das elektromagnetische Feld zwischen Ständer und Läufer, wie das in Kap. 8 für die Synchronmaschine bei Betrieb am starren Netz beschrieben wurde. Deshalb werden Schrittmotoren nur bis zu Bemessungsleistungen von etwa 1 kW gebaut. Bei größeren Leistungen sind die lagegeregelten Synchronservomotoren mit Polradlagegeberbetrieb, die diese Art von Kippen und Schwingen nicht aufweisen, die wirtschaftlichere Lösung für Positionieraufgaben (Kap. 9).

10.3.1 Funktionsprinzip von Schrittmotoren

Die Ständer-Wicklungsstränge (Phasen) können bei den Motoren entweder

- alle in derselben Motorquerschnittsebene wie bei der geschalteten Reluktanzmaschine (Abb. 10.43a) angeordnet sein oder
- gestaffelt hintereinander längs der Maschinenachse (Abb. 10.43b) angeordnet werden.

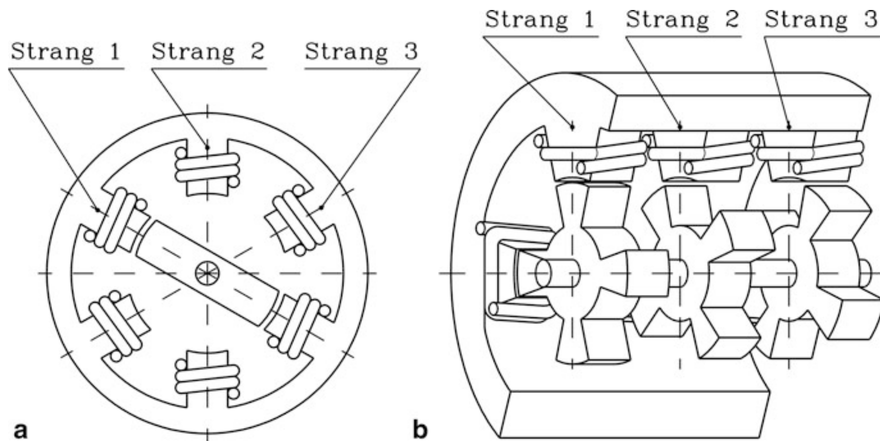


Abb. 10.43 Ausführungsarten der Ständerwicklung von Schrittmotoren am Beispiel eines VR-Motors mit m Strängen und Q_r Läuferzähnen (Quelle: Stölting und Beisse 1987) (**a**) Drei Ständerwicklungsstränge in einer Ebene (Beispiel: $2p = 2$, $m = 3$, $Q_r = 2$) mit einem räumlichen Versatz $\tau_p/m = \tau_p/3$. Gegenüberliegende Spulen haben entgegengesetzten Wicklungssinn und magnetisieren daher in dieselbe Feldrichtung, sodass je Strang ein zweipoliges Feld entsteht. (**b**) Ständerwicklungsstränge in einer Achse aneinander gereiht (Beispiel: $2p = 4$, $m = 3$, $Q_r = 4$). Benachbarte Spulen in einer Ebene gehören zu einem Strang und haben entgegengesetzten Wicklungssinn, sodass im Beispiel ein vierpoliges Feld je Ebene entsteht. Der räumliche Phasenversatz der drei Wicklungsstränge um τ_p/m ist nicht statorseitig, sondern rotorseitig bei den Zähnen der $m = 3$ Ebenen ausgeführt

Wir nehmen an, dass jeder Wicklungsstrang der Statorwicklung unabhängig von den anderen Strängen durch eine impulsförmig aufgeschaltete Gleichspannung als Blockspannung bestromt wird. Bei Vernachlässigung der Wicklungsinduktivitäten ist auch der Strom blockförmig. Bei Bestromung eines Strangs ist das resultierende Ständerstrangfeld in der Lage und der Richtung der jeweiligen Strangachse orientiert. Dabei ist die Richtung der Pollage (N- oder S-Pol) durch den Wickelsinn des Stranges bestimmt. Ein PM-Rotor mit derselben Polzahl $2p$ wie die Statorwicklung oder ein Reluktanzläufer mit $Q_r/p = 2$ Rotorzähnen je Polpaar (ähnlich wie bei den konventionellen synchronen Reluktanzmaschinen von Abschn. 10.2, z. B. Abb. 10.43a) wird auf Grund der Tangentialkomponente des magnetischen Zugs des Ständerluftspaltfelds mit der Polachse bzw. der Zahnachse in die Lage des Ständerfelds, also in die Lage der Ständerstrangachse gezogen. Im Falle der unipolaren Bestromung wie beim geschalteten Reluktanzmotor (Abschn. 10.1) wird bei Bestromung des nächsten benachbarten Strangs der Läufer sich in dessen Strangachse stellen, führt also in Abb. 10.43a einen Schritt von τ_p/m am Luftspaltumfang aus, also bei einer dreisträngigen Wicklung 1/3 von τ_p. Bei einer bipolaren Bestromung kehrt sich bei Bestromung des benachbarten Strangs in Abb. 10.43a mit entgegengesetzter Strompolarität die Statorfeldrichtung um, während sich die Feldachse in die Richtung der neuen Strangachse dreht. Ein PM-Rotor folgt mit seinem Rotor der neuen Strangachse sowohl

nach Orientierung (Strangachsen-Lage) als auch nach Richtung (Nord-Süd-Pollage) und macht daher einen Schritt um $2\,\tau_p/m$. Der Reluktanzrotor in Abb. 10.43a macht aber nur einen Schritt um τ_p/m. Er folgt nur der Orientierung der neuen Ständerfeldachse, nicht aber der Pollagen-Richtung, da der weichmagnetische Läufer ummagnetisiert wird. Gemäß Abb. 10.43a ist die Anzahl der mechanisch ausgeführten Rotorschritte z_p eines VR-Schrittmotors für einen m-strängigen Stator während einer Statorbestromungsperiode $T_{s=}1/f_s$ (vgl. Abb. 10.45), wo jeder Strang einmal unipolar bestromt wird, für einen Reluktanzläufer mit Q_r/p Rotorzähnen je Polpaar

$$z_p = (Q_r/p) \cdot m. \tag{10.81}$$

Bei jedem Schritt bewegt sich der Rotor um den in elektrischen Graden gezählten Nennschrittwinkel

$$\alpha_e = 2\pi/z_p. \tag{10.82}$$

Die Gesamtzahl z der vom Rotor ausgeführten Schritte bei einer vollständigen Rotorumdrehung ist bei $2p$-poligen Maschine p-mal so groß wie in (10.81).

$$z = p \cdot z_p = Q_r \cdot m. \tag{10.83}$$

Der Nennschrittwinkel α, gezählt in mechanischen Graden, ist folglich das $1/p$-fache von α_e.

$$\alpha = \alpha_e/p = 2\pi/(p \cdot z_p) = 2\pi/z = 2\pi/(Q_r \cdot m). \tag{10.84}$$

Im Falle der (unüblichen) zweipoligen Ausführung gelten die Identitäten $\alpha = \alpha_e$, $z = z_p$. Man kann die Gesamtschrittzahl z je Rotorumdrehung erhöhen durch eine Erhöhung der Polzahl $2p$ (dies betrifft alle Arten von Schrittmotoren) und durch ein Erhöhung der Zähnezahl pro Polpaar Q_r/p (dies betrifft VR- und Hybrid-Schrittmotoren).

Wird in Abb. 10.43a die Anzahl der Rotorzähne pro Polpaar um den Faktor 2 erhöht, also $Q_r/p = 4$, so erhalten wir eine Anordnung mit 6 Stator- und 4 Rotorzähnen bei zweipoliger Ausführung. In Abb. 10.2 ist dies für eine vierpolige Anordnung dargestellt. Dann bewegt sich der VR-Rotor nur um 30° (elektrisch), falls der dreisträngige Stator unipolar mit Blockstrom nacheinander in benachbarten Strängen bestromt wird. Wurden z. B. bei zweipoliger Anordnung und daher vier Rotorzähnen zunächst die Zähne 1 und 3 vom Feld des Strangs 1 magnetisiert, so werden beim nächsten Bestromungsschritt die Zähne 2 und 4 vom Strang 2 magnetisiert. Vergleichen wir die beiden Fälle $Q_r/p = 2$ und $Q_r/p = 4$, so ist die Drehrichtung des Rotors entgegengesetzt, wenn die Statorbestromungsfolge der drei Stränge stets 1-2-3-1-2-3-…ist. Sie verifizieren dies am Besten durch schrittweises Aufzeichnen der Ständerfeld- und der Läuferlage.

Beispiel 10.12

Unipolare Bestromung von VR-Schrittmotoren:
a) Zweipoliger VR-Schrittmotor: Abb. 10.43a: $m = 3$, $Q_r = 2$, $z = 6$, $\alpha = 360°/6 = 60°$
b) Vierpoliger VR-Schrittmotor: Abb. 10.43b: $m = 3$, $Q_r = 4$, $z = 12$, $\alpha = 360°/12 = 30°$

Bei PM-Schrittmotoren mit einem räumlichen Versatz $2\,\tau_p/m$ für die m Stränge am Umfang muss zur Berechnung der Gesamtschrittzahl z bei unipolarer Bestromung die Rotorzähnezahl Q_r in Formel (10.83) durch die Polpaarzahl p ersetzt werden, da $z_p = m$ ist (10.85a). Bei bipolarer Bestromung ist $z_p = 2m$ und folglich $z = p \cdot z_p = 2p \cdot m$.

$$\text{Unipolare Bestromung: } z = p \cdot z_p = p \cdot m \tag{10.85a}$$

$$\text{Bipolare Bestromung: } z = p \cdot z_p = 2p \cdot m \tag{10.85b}$$

Beispiel 10.13

a) Zweipoliger PM-Schrittmotor: Stator gemäß Abb. 10.43a: Damit ein Schritt $\alpha = 360°/6 = 60°$ entsteht, müssen die drei Stränge 1, 2, 3 bipolar bestromt werden, und zwar zunächst nacheinander die Stränge 1, 2, 3 mit einem positiven Stromimpuls, und dann 1, 2, 3 mit einem negativen Stromimpuls.
b) Zweipoliger Synchron-Schrittmotor: Stator gemäß Abb. 8.1a: Bei unipolarer Bestromung der drei Stränge U, V, W entstehen Schritte $\alpha = 360°/3 = 120°$.

Fazit:
Im Gegensatz zu m-strängigen 2p-poligen Synchron-Drehfeldmaschinen, die, mit einem m-phasigen symmetrischen Drehspannungssystem mit der Frequenz f_s gespeist, eine gleichmäßige Rotordrehbewegung mit der Drehzahl $n_{syn} = f_s/p$ ausführen, ist die Rotordrehbewegung bei Schrittmotoren ruckweise. Die Statorwicklungsstränge werden durch Blockspannungsimpulse unipolar oder bipolar gespeist. Eine Rotorpositionsmessung erfolgt nicht; die Motoren werden gesteuert betrieben.

a) Voll- und Halbschrittbetrieb: Die Schrittzahl je Läuferumdrehung kann, ohne die Maschinengeometrie zu ändern, dadurch erhöht werden, dass vom Voll- zum Halbschrittbetrieb übergegangen wird. Bisher wurde vorausgesetzt, dass während der Bestromungsdauer stets nur ein Strang (in Abb. 10.43a bei einem zweipoligen Motor bestehend aus zwei gegenüber liegenden Spulen) bestromt wird. Dies nennt man den Vollschrittbetrieb. Werden zwei benachbarte Stränge gleichzeitig bestromt, so nimmt der Läufer eine Zwischenposition zwischen den zwei Ständerspulenachsen der bestromten Stränge ein, sodass sich die Schrittweite halbiert. Bei diesem Halbschrittbetrieb ist die Anzahl z der

Schritte je Umdrehung gegenüber dem Vollschrittbetrieb verdoppelt. Wir verallgemeinern die Formeln (10.83) und (10.85).

Für den VR-Schrittmotor gilt

$$z = Q_r \cdot m / k_B \qquad (10.86)$$

und für den PM-Schrittmotor bei unipolarer Bestromung:

$$z = p \cdot m / k_B. \qquad (10.87)$$

Dabei ist bei Vollschrittbetrieb der Wert $k_B = 1$ einzusetzen und bei Halbschrittbetrieb der Wert $k_B = 0.5$. Im Halbschrittbetrieb werden also abwechselnd ein Wicklungsstrang bzw. zwei benachbarte Wicklungsstränge bestromt. Wenn der Gleichstrom $i = I$ je Strang stets dieselbe Größe hat, so ist beim Bestromen zweier Stränge i. A. das resultierende Ständerfeld größer als bei Bestromung eines Strangs allein. Um dies besser zu verstehen, ersetzen wir, wie in Kap. 5, Abb. 5.2, und Kap. 14 erläutert, den Fluss je Strang durch einen Flussverkettungs-Raumzeiger $\underline{\Psi} \sim \underline{B}$, dessen Länge zum jeweiligen erregenden Strangstrom proportional ist, und dessen Lage und Orientierung in Richtung der Strangachse des bestromten Wicklungsstrangs gerichtet ist. Wir legen in die Maschinenquerschnittsebene ein komplexes Koordinatensystem, beschreiben daher den Zeiger als komplexe Zahl und betrachten eine zweipolige Anordnung. Im Fall einer dreisträngigen Wicklung $m = 3$ mit den Strängen U, V, W und einer Wicklungsanordnung gemäß Abb. 8.1a mit einer Verschiebung der Strangachsen um $2\pi/m$ (in el. Graden) ergibt sich bei Bestromung des Strangs U ein Flussverkettungsraumzeiger $\underline{\Psi}_U$ in Richtung der Strangachse U. Bei gleichzeitiger unipolarer Bestromung der zueinander um 120°el. versetzten Stränge U und V ergibt sich der resultierende Zeiger

$$\underline{\Psi}_U + \underline{\Psi}_V = \underline{\Psi}_U + \underline{\Psi}_U \cdot e^{j \cdot 2\pi/3} = \underline{\Psi}_U \cdot e^{j \cdot \pi/3},$$

dessen Achse gegenüber $\underline{\Psi}_U$ um den Winkel-Halbschritt $\pi/3$ verdreht ist, dessen Länge sich aber nicht verändert hat. Werden aber höhere Strangzahlen wie z. B. viersträngige Wicklungssysteme a, b, c, d wie in Abb. 10.1 eingesetzt (dort heißen die Stränge statt a, b, c, d allerdings 1, 2, 3, 4), wobei der Phasenversatz in el. Graden zwischen zwei benachbarten Strängen $\pi/m = \pi/4$ ist, da m eine gerade Zahl ist (vgl. Kap. 2), so ist gegenüber dem Zeiger $\underline{\Psi}_a$ der Zeiger

$$\underline{\Psi}_a + \underline{\Psi}_b = \underline{\Psi}_a + \underline{\Psi}_a \cdot e^{j \cdot \pi/4} = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \cdot \underline{\Psi}_a \cdot e^{j \cdot \pi/8} = 1.85 \cdot \underline{\Psi}_a \cdot e^{j \cdot \pi/8}$$

um 1.85 größer. In ähnlicher Weise wäre in Abb. 10.43a wegen der Verschiebung der Strangachsen um π/m bei gleichzeitiger Bestromung der Stränge 1 und 2 der resultierende Zeiger

$$\underline{\Psi}_1 + \underline{\Psi}_2 = \underline{\Psi}_1 + \underline{\Psi}_1 \cdot e^{j \cdot \pi/3} = \sqrt{3} \cdot \underline{\Psi}_1 \cdot e^{j \cdot \pi/6}$$

um 1.73 größer als bei Bestromung nur eines Strangs. Da das elektromagnetische Drehmoment proportional zu $i \cdot \Psi$ ist, ist es bei Bestromung zweier Stränge mit dem Strangstrom i i. A. größer als bei Bestromung nur eines Strangs mit derselben Strangstromaplitude i. Da beim Halbschrittverfahren nun abwechselnd eine oder zwei Wicklungsstränge bestromt sind, ändert das elektromagnetische Drehmoment und damit auch sein möglicher Maximalwert, das Kippmoment, alternierend seine Größe. Beim „harten" Schritt sind zwei Stränge bestromt, und es ergibt sich ein großes Moment. Beim „weichen" Schritt ist nur ein Strang bestromt, und es tritt ein kleineres Moment auf.

b) Variable Reluktanz mit zusätzlicher Ständerzähnung (Vernier-Maschine): In Abb. 10.44 wird ein zweipoliger, viersträngiger VR-Schrittmotor gezeigt, dessen vier Statorzähne jeweils nochmals mit einer Feinzähnung in je zwei Zähne unterteilt sind, sodass sich $Q_s = 8$ Statorzähne in regelmäßiger Teilung ergeben. Die Rotorzahnzahl Q_r ist so gewählt, dass sich Stator- und Rotorzahnzahl um Eins unterscheiden. Die Bedingung $Q_r \neq Q_s$ ist wesentlich, um ein zu großes Rastmoment, das zu einem magnetischen „Kleben" des Läufers führt, zu vermeiden (vgl. Abschn. 10.1). Die zusätzliche Statorzähnung moduliert das Luftspaltfeld, wie es in Abschn. 6.5 erläutert wurde. Der Einfluss der Statornutung wird durch eine unendliche Summe von Luftspaltleitwertwellen in Abhängigkeit des Ständerumfangswinkels γ_{sm} (in mech. Graden) beschrieben, wobei in der Folge nur der Mittelwert und die Grundwelle $l = 1$ betrachtet werden. Wie in Kap. 6 erläutert, nehmen der Carter-Faktor der Statornutung k_{Cs} und der Parameter λ_{s1} mit dem Verhältnis Statornutöffnungsbreite/Luftspaltweite zu.

$$\lambda_{Qs}(\gamma_{sm}) = \frac{1}{k_{Cs}} \cdot \left(1 - \sum_{l} \lambda_{sl} \cdot \cos(l \cdot Q_s \cdot \gamma_{sm})\right) \quad l = 1, 2, 3, \ldots$$

$$\lambda_{Qs}(\gamma_{sm}) \approx \frac{1}{k_{Cs}} \cdot (1 - \lambda_{s1} \cos(Q_s \cdot \gamma_{sm})) \tag{10.88}$$

In Abb. 10.44 sind $m = 4$ Stränge als vier Spulen mit der Windungszahl N je Strang vorhanden. Bei Bestromung eines Strangs in Abb. 10.44a, wobei dessen Strangachse bei

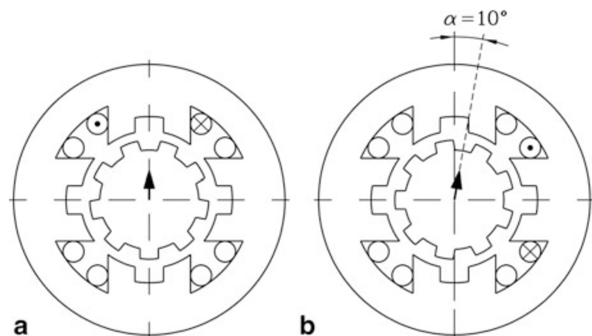


Abb. 10.44 Zweipoliger VR-Motor nach dem Vernier-Prinzip mit Ständer- und Läuferzähnung: $Q_s = 8$, $Q_r = 9$, $m = 4$, (**a**) Strang 1 bestromt, (**b**) Strang 2 bestromt (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

$\gamma_{\mathrm{sm}} = 0$ liegen soll, ist die magnetische Spannung $V_{\mathrm{Strang}}(\gamma_{\mathrm{sm}})$ im Statorbereich $-\pi/m \leq \gamma_{\mathrm{sm}} \leq \pi/m$, den dieser bestromte Strang umfasst, positiv und $V_{\mathrm{Strang}} = N \cdot i \cdot (m-1)/m$. Im übrigen Statorbereich $-\pi \leq \gamma_{\mathrm{sm}} \leq -\pi/m$ und $\pi/m \leq \gamma_{\mathrm{sm}} \leq \pi$ ist die magnetische Spannung $V_{\mathrm{Strang}}(\gamma_{\mathrm{sm}})$ negativ gemäß $V_{\mathrm{Strang}} = -N \cdot i/m$. Der Mittelwert von $V_{\mathrm{Strang}}(\gamma_{\mathrm{sm}})$ längs des Statorumfangs ist Null. Es stellt sich folglich eine magnetische Spannungsverteilung $V_{\mathrm{Strang}}(\gamma_{\mathrm{sm}})$ wie in Abb. 3.4 ein, wobei die Spulenweite W dem Bereich $2\pi/m$ entspricht.

Mit der Grundwelle $\nu = 1$ der magnetischen Spannung des mit Gleichstrom bestromten Statorstrangs (vgl. Kap. 3)

$$V_{\mathrm{Strang},1}(\gamma_{\mathrm{sm}}) = \hat{V}_1 \cdot \cos(\gamma_{\mathrm{sm}}), \quad -\pi \leq \gamma_{\mathrm{sm}} \leq \pi \tag{10.89}$$

mit $\hat{V}_1 = \frac{2}{\pi} \cdot N \cdot i \cdot \sin\left(\frac{\pi}{m}\right)$, erhalten wir das modulierte Luftspaltfeld, wenn der Einfluss der Rotornutung zunächst vernachlässigt wird.

$$B(\gamma_{\mathrm{sm}}) = \mu_0 \hat{V}_1 \cdot \cos(\gamma_{\mathrm{sm}}) \cdot \lambda_{\mathrm{Qs}}(\gamma_{\mathrm{sm}})/\delta \tag{10.90}$$

Mit der Grundwellenamplitude

$$\hat{B}_1 = \frac{\mu_0 \hat{V}_1}{k_{\mathrm{Cs}}\delta} \tag{10.91}$$

wird das resultierende Luftspaltfeld gemäß (10.92) durch drei ruhende Feldwellen dargestellt.

$$\begin{aligned} B(\gamma_{\mathrm{sm}}) = \hat{B}_1 \cdot \cos(\gamma_{\mathrm{sm}}) - \frac{\lambda_{\mathrm{s}1}\hat{B}_1}{2} \cdot \cos((Q_{\mathrm{s}}+1)\cdot\gamma_{\mathrm{sm}}) \\ - \frac{\lambda_{\mathrm{s}1}\hat{B}_1}{2} \cdot \cos((Q_{\mathrm{s}}-1)\cdot\gamma_{\mathrm{sm}}) \end{aligned} \tag{10.92}$$

Die Modulation des Statorstrangfelds durch die Ständernutung ergibt die beiden zusätzlichen Feldwellen mit den Polpaarzahlen $Q_{\mathrm{s}} + 1$ und $Q_{\mathrm{s}} - 1$. Wenn nun passend zur Polpaarzahl $p' = Q_{\mathrm{s}} + 1$ die Läuferzähnezahl $Q_{\mathrm{r}} = p' = Q_{\mathrm{s}} + 1$ gewählt wird, bildet der VR-Läufer mit der Ständerfeldwelle der Polpaarzahl $p' = Q_{\mathrm{s}} + 1$ ein synchrones Reluktanzmoment aus, das als Schrittmotormoment genutzt wird (Vernier-Prinzip). Ebenso könnte man die Läuferzähnezahl $Q_{\mathrm{r}} = Q_{\mathrm{s}} - 1$ ausführen, sodass die andere Modulationsfeldwelle in (10.92) mit der um 2 niedrigeren Polpaarzahl $p'' = Q_{\mathrm{s}} - 1$ das synchrone Schrittmotor-Reluktanzmoment bildet. Dann hätte man aber eine entsprechend geringere Schrittzahl z je Umdrehung, weshalb dies in der Regel nicht ausgeführt wird. Wird nun gemäß Abb. 10.44b der nächste Strang bestromt, so verschiebt sich $V_{\mathrm{Strang}}(\gamma_{\mathrm{m}})$ am Bohrungsumfang um den Winkel $2\pi/m$. Wir erhalten anstelle (10.92) das Feld

$$\begin{aligned} B(\gamma_{\mathrm{sm}}) = \hat{B}_1 \cdot \cos\left(\gamma_{\mathrm{sm}} + \frac{2\pi}{m}\right) - \frac{\lambda_{\mathrm{s}1}\hat{B}_1}{2} \cdot \cos\left((Q_{\mathrm{s}}+1)\cdot\gamma_{\mathrm{sm}} + \frac{2\pi}{m}\right) \\ - \frac{\lambda_{\mathrm{s}1}\hat{B}_1}{2} \cdot \cos\left((Q_{\mathrm{s}}-1)\cdot\gamma_{\mathrm{sm}} - \frac{2\pi}{m}\right) \quad . \end{aligned} \tag{10.93}$$

Die Ständer-Feldwelle der Polpaarzahl $p' = Q_s + 1$ ist somit wegen $\cos\left((Q_s+1)\cdot\gamma_{sm} + \frac{2\pi}{m}\right) = \cos\left(Q_r\cdot(\gamma_{sm} + \frac{2\pi}{Q_r m})\right) = \cos\left(Q_r\cdot(\gamma_{sm}+\alpha)\right)$ um den Winkel $\alpha = 2\pi/(Q_r m)$ weiter gewandert und zieht den VR-Rotor um diesen Schrittwinkel synchron mit.

Durch einen entsprechend klein gewählten Luftspalt ist die Feldwellenamplitude $(\lambda_{s1}/2)\cdot\hat{B}_1$ so groß, dass der gezähnte weichmagnetische Rotor mit dieser Modulations-Feldwelle ein ausreichend großes Drehmoment infolge des zusätzlichen tangentialen Magnetzugs erzeugt. Der Stator wirkt somit nicht mit der ursprünglichen Polzahl $2p$, sondern mit der deutlich größeren Polzahl $2p' = 2(Q_s+1) >> 2p$, welche nun die Schrittweite des VR-Motors festlegt. Mit der nun auch erforderlichen deutlich größeren Rotorzähnezahl $Q_r = Q_s + 1$ wird eine deutlich höhere Schrittzahl z je Rotorumdrehung erhalten. Mit $\alpha = 2\pi/(Q_r m)$ ist die Anzahl der Schritte je Rotorumdrehung bei der Vernier-Maschine um den Faktor p'/p vergrößert: $z = Q_r \cdot m$.

Fazit:
Durch die zusätzliche Feinzähnung der Statorzähne wird die Anzahl der magnetisch wirksamen Statorzähne deutlich erhöht und moduliert das Luftspaltfeld, sodass ein zusätzliches Luftspaltfeld mit der Polzahl $2p' = 2\cdot(Q_s+1)$ entsteht. Der mit entsprechend gleich großer Rotorzähnezahl $Q_r = Q_s + 1$ ausgeführte Reluktanzläufer erzeugt mit dieser Modulationsfeldwelle das elektromagnetische Nutzmoment, sodass deutlich kleinere Schrittweiten und entsprechend erhöhte Schrittzahlen je Rotorumdrehung möglich sind.

Beispiel 10.14

Vernier-VR-Schrittmotor gemäß Abb. 10.44 mit den Daten: $2p = 2$, $Q_s = 8$, $Q_r = 9$, $m = 4$. Berechnen Sie die Nennschrittweite und die Anzahl der Schritte je Rotorumdrehung bei Bestromung im Vollschrittbetrieb!

Lösung:

$$2p' = 2(Q_s+1) = 18,\ Q_r = Q_s + 1 = 8 + 1 = 9,$$
$$z = Q_r \cdot m = 9\cdot 4 = 36,\ \alpha = 360°/36 = 10°$$

c) Vergleich der unterschiedlichen Schrittmotor-Prinzipien (Tab. 10.6) :

(i) VR-Schrittmotoren: Gemäß den Ausführungen in Abschn. 10.1 kann der zweisträngige VR-Schrittmotor mit symmetrischem Rotor nicht von selbst anlaufen, wenn beide Drehrichtungen möglich sein sollen. Für ein selbsttätiges Anlaufen aus jeder Rotorposition in beide Drehrichtungen sind zumindest drei Stränge bei symmetrischem Rotor erforderlich. Bei stromloser Statorwicklung ist das elektromagnetische Drehmoment (Selbsthaltemoment) Null. Es tritt kein Rastmoment auf. Um den Motor in einer bestimmten Position zu halten, muss er bestromt bleiben, was nachteilig ist. Andrerseits lassen sich dank des Vernier-Prinzips mit relativ geringem Fertigungsaufwand Schrittmotoren mit großer

Tab. 10.6 Typenübersicht und Eigenschaften von Schrittmotoren (Stölting und Beisse 1987)

	PM-Motor	*VR-Motor*	*Hybridmotor*
Ausnutzung	hoch	gering	mittel
Dämpfung der Schwingung	gut	schlecht	gut
Selbsthaltemoment ?	ja	nein	ja
Erforderliche Mindeststrangzahl	2	3	2
Herstellkosten	niedrig	hoch	hoch

Schrittzahl je Rotorumdrehung fertigen. Die Genauigkeit der Zahn-Nut-Fertigung im Bereich weniger Millimeter als Teilung ist hoch, sodass der relative Fehler als Abweichung der einzelnen Schritte von der Nennschrittweite im Bereich unterhalb 3 % … 5 % liegt.

(ii) PM-Schrittmotoren: PM-Schrittmotoren können auf Grund des permanenten Rotorfelds auch mit zwei Strängen und symmetrischem Rotor selbsttätig anlaufen. Bei stromloser Statorwicklung tritt das in Kap. 9 beschriebene Rastmoment auf Grund der Wechselwirkung des Rotorfelds mit der Statornutung auf. Bei entsprechender Dimensionierung des Antriebs und des Gegenmoments ist dieses Selbsthaltemoment ausreichend groß, um den Läufer in der gewünschten Position nach Abschalten der Stromversorgung zu halten. Nachteilig ist die komplizierte Fertigung, denn das Aufmagnetisieren des zylindrischen PM-Rotors erfordert Magnetisierspulen mit sehr kleiner Spulenweite, wenn die gewünschte Polzahl und damit die Schrittzahl je Rotorumdrehung groß sein sollen. Hier ist eine gewisse Untergrenze im Bereich weniger Millimeter einer Polteilung gegeben, sodass kleine PM-Schrittmotoren i. A. nur eine kleinere Schrittzahl ausführen können als vergleichbar kleine VR-Schrittmotoren. Weiter ist bei größerer Schrittzahl die Schrittgenauigkeit geringer bzw. der relative Schrittfehler größer als bei vergleichbar großen VR-Schrittmotoren, da die Polteilung wesentlich durch die Teilung der kleinen Magnetisierspulen bei der Rotoraufmagnetisierung bestimmt ist. Häufig werden Ferrite als PM-Material verwendet, wenn der Motor kostengünstig und der Läufer gegen irreversible Entmagnetisierung ausbaufest sein soll (vgl. Kap. 9), was wegen der linearen $B(H)$-Kennlinie von Ferriten im 2. Quadranten der B-H-Ebene (Kap. 1) möglich ist. Nachteilig ist dann das wegen der relativ kleinen Remanenzflussdichte von Ferriten kleine maximale Drehmoment. Deshalb werden höherwertige PM-Schrittmotoren mit AlNiCo-Magneten erregt, die eine deutlich höhere Remanenzflussdichte aufweisen. Rotoren mit diesen Magneten sind aber wegen der gekrümmten $B(H)$-Kennlinie und der damit verbundenen geringen Koerzitivfeldstärke von AlNiCo nicht ausbaufest (vgl. Kap. 9). Wird der Läufer aus dem Stator herausgezogen, so entmagnetisiert sich der Dauermagnet stark und irreversibel. Er kann allerdings fallweise – je nach Ständerbauweise – bei Wiedereinbau und richtiger Position des Läufers relativ zum Ständer über einen kurzen, aber hohen Ständerstromimpuls über das Ständerfeld eines Ständerstrangs wieder aufmagnetisiert werden, da für AlNiCo-Dauermagnete die magnetische Sättigungsfeldstärke H_s deutlich kleiner als

Tab. 10.7 Typische Rotorzähnezahlen bzw. Rotorpolzahlen bei den unterschiedlichen Schrittmotortypen (VR: Variabler Reluktanz-Schrittmotor, H: Hybrid-Schrittmotor, PM: Permanentmagnet-Schrittmotor) (Stölting und Beisse 1987) *) Bei PM-Schrittmotoren ist Bipolar-Bestromung angenommen!

Motortyp	VR H	VR H	VR H	VR H PM	PM	PM	PM	PM	PM
Rotorzähnezahl Q_r	100	90	50	24					
Rotorpolzahl $2p$				24	20	16	12	6	4
Schrittzahl z (bei $m = 2$) *)	200	180	100	48	40	32	24	12	8
Nennschrittwinkel α [° mech. Grad]	1.8	2	3.6	7.5	9	11.25	15	30	45

für Selten-Erd-Dauermagnete ist. Das Schwingen des Läufers kann bei Schrittmotoren mit PM-Erregung besser gedämpft werden als bei VR-Motoren, da das Läuferfeld eine Spannung auch in die stromlosen Spulen induziert, die bei ständerseitigem Kurzschluss über die Ansteuerschaltung dämpfend wirken (siehe Abschn. 10.3.3).

(iii) Hybrid-Schrittmotoren: In Hybrid-Schrittmotoren wird die Permanenterregung mit der variablen Reluktanzstruktur kombiniert, um die Vorteile beider Prinzipien in einem Motor zu vereinigen. So wird z. B. der zylindrische PM-Rotor mit einem weichmagnetischen gezähnten Rotorring außen versehen, um eine variable Reluktanz längs des Läuferumfangs zu gewährleisten. Gemeinsam mit dem gezähnten Stator vereinigen Hybrid-Schrittmotoren die Vorteile des Selbsthaltemoments (als Rastmoment) und den Selbstanlauf auch bei zweisträngiger symmetrischer Ausführung mit dem Vorteil einer hohen Schrittzahl je Läuferumdrehung (Tab. 10.7).

d) Mikroschrittbetrieb: Wird die Statorwicklung des 3-strängigen, zweipoligen VR-Schrittmotors mit zwei Rotorzähnen (Abb. 10.43a) mit unipolaren rechteckförmigen Strangströmen gemäß Abb. 10.45 gespeist, so benötigt der Rotor für eine Umdrehung zwei elektrische Perioden $2T_s$ und führt dabei sechs Schritte aus. Während einer elektrischen Periode macht er somit drei Schritte, wobei jeder Schritt die Zeit T dauert. Wir definieren daher die elektrische Frequenz f_s und die Schrittfrequenz f.

$$f_s = 1/T_s, \quad f = 1/T \tag{10.94}$$

Im vorliegenden Beispiel gilt $f = 1/T = 3f_s$ oder allgemeiner $f = mf_s$.

Wird nun eine bipolare Bestromung vorgenommen, wobei die Stromkurve je Strang schrittweise mit k_z Schritten je elektrischer Periode T_s einer Sinusform (mit der Periode

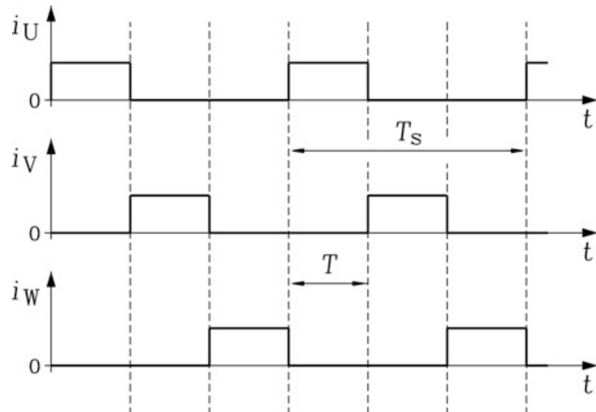


Abb. 10.45 Unipolare Bestromung einer dreisträngigen Schrittmotorwicklung (Quelle: Rummich (Hrsg.) 1992)

T_s) als Treppenkurve gemäß Abb. 10.46 folgt, so bewegt sich das Ständerfeld als Überlagerung der drei Strangfelder mit seiner resultierenden Polachse schrittweise weiter. Es wird die kontinuierliche Drehfeldbewegung (Kap. 2) durch eine ruckweise Fortbewegung des Ständerfelds nachgeahmt. Da der Läufer jeder ruckweisen Bewegung des Ständerfelds folgt, macht der Läufer während einer elektrischen Periode nun k_z Schritte anstatt m, in Abb. 10.46 also 20 anstatt 3. Die Schrittweiten sind um den Faktor m/k_z kürzer, weshalb man sie Mikroschritte nennt. Die Schrittweite bei VR-Schrittmotoren berechnet sich folglich im Mikroschrittbetrieb anstatt mit (10.84) gemäß

$$\alpha = 2\pi/(Q_r \cdot k_z) \tag{10.95}$$

PM-Schrittmotoren (vgl. (10.85)) mit

$$\alpha = 2\pi/(p \cdot k_z). \tag{10.96}$$

Der Aufwand für die Ansteuerelektronik ist dafür höher als bei konventionellem Voll- bzw. Halbschrittbetrieb. Auf Grund der feldverzerrenden Wirkung der Statornutung ist aber die Lage der Feldachse nicht stets genau dort, wo sie bei ungenutetem Luftspalt und ideal sinusförmig verteilter Ständerdurchflutung auf Grund des Mikroschrittbetriebs liegen sollte. Daher ist die Schrittweite im Mikroschrittbetrieb durch diesen Effekt beeinflusst, sodass die relative Schrittgenauigkeit im Mikroschrittbetrieb i. A. niedriger ist als bei Voll- bzw. Halbschrittbetrieb.

Allgemein wird die Drehzahl eines Schrittmotors aus der Schrittfrequenz f mit folgender Überlegung bestimmt: Wenn ein Schritt die Zeit T dauert und je Umdrehung z Schritte ausgeführt werden, so ist die Zeit für eine Rotorumdrehung $z \cdot T$ und folglich die Anzahl der Umdrehungen n je Sekunde

$$n = 1/(z \cdot T) = f/z. \tag{10.97}$$

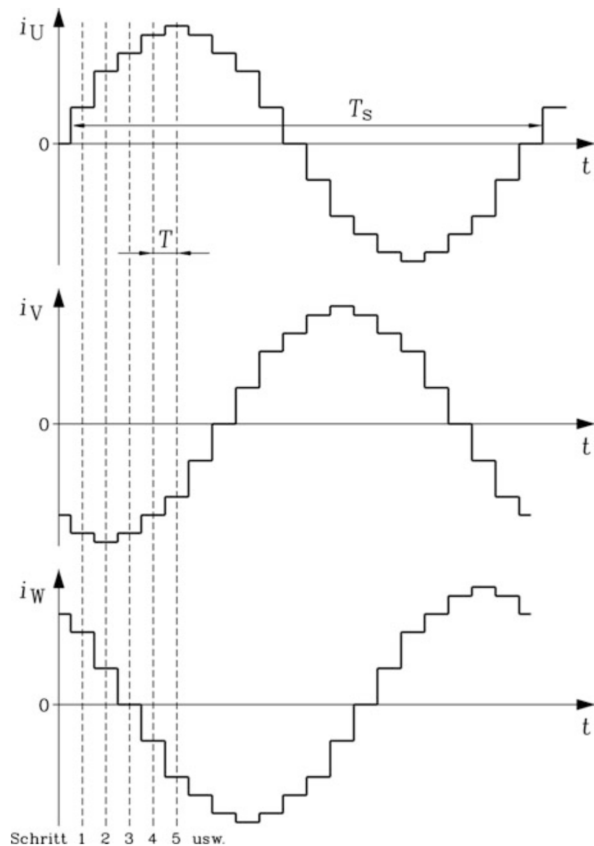


Abb. 10.46 Bipolare Bestromung einer dreiphasigen Schrittmotorwicklung mit Mikroschritt-Technik (hier: $k_z = T_s/T = 20$ Mikroschritte je elektrischer Periode) (Quelle: Berger-Lahr 1994)

Beispiel 10.15

VR-Schrittmotor mit den Daten $m = 3$, $Q_r = 50$. Berechnen Sie den Nennschrittwinkel a) bei unipolarer Stromspeisung und Vollschrittbetrieb und b) bei bipolarer Stromspeisung im Mikroschrittbetrieb mit $k_z = 20$. Wie groß ist jeweils die Schrittmotordrehzahl bei einer Schrittfrequenz $f = 1$ kHz?

Lösung:

a) $\alpha = 2\pi/(Q_r \cdot m)$, $\alpha = 360°/(50 \cdot 3) = 2.4°$, $z = Q_r \cdot m = 150$:

$$n = f/z = 1000/150 = 6.67/\text{s} = 400/\min$$

b) $\alpha = 2\pi/(Q_r \cdot k_z)$, $\alpha = 360°/(50 \cdot 20) = 0.36°$, $z = Q_r \cdot k_z = 1000$:

$$n = f/z = 1000/1000 = 1/\text{s} = 60/\min$$

Fazit:
Durch Erhöhung der Strangzahl und der Polzahl, aber auch durch spezielle Ansteuerverfahren wie den Halbschritt- und den Mikroschrittbetrieb, lassen sich für alle Arten von Schrittmotoren die Schrittzahlen je Rotorumdrehung erhöhen. Zusätzlich lassen sich durch erhöhte Rotorzähnezahlen und eine Statorfeinzähnung bei VR- und Hybrid-Schrittmotoren die Schrittzahlen je Rotorumdrehung weiter erhöhen.

10.3.2 Ausführungsformen von Schrittmotoren

a) Wechselpolmotoren (Heteropolarmotoren): Bei Wechselpolmotoren wechselt die Flussrichtung entlang des Umfangs der Statorbohrung ihre Polarität (vgl. Abb. 10.43), wie dies auch bei den meisten konventionellen in diesem Buch beschriebenen Maschinen der Fall ist. Bei den Schrittmotoren sind die VR- und PM-Schrittmotoren zumeist so aufgebaut. Eine kostengünstige Bauweise als Wechselpolmaschine ist die Klauenpolausführung (vgl. Kap. 8). Die Ständerwicklung ist je Strang als Ringwicklung ausgeführt, die auf der Seite der Ständerbohrung und damit luftspaltseitig von weichmagnetischen Klauen abwechselnd von links und rechts überdeckt wird. Das Feld der Ringspule umschließt diese und magnetisiert das Joch-Eisen und die Klauen. Es schließt sich um die Ringspule über die Klauen und den zwischen ihnen vorhandenen Spalt. Damit tritt es am Luftspalt der Maschine bei einer festgelegten Polarität des Ringspulenstroms z. B. stets bei den linken Klauen aus dem Eisen in den Luftspalt ein und verlässt diesen über die rechten Klauen. Die linken Klauen wirken daher wie Nordpole und die rechten Klauen wie Südpole. Bei Gleichstromerregung der Ringspule entsteht so bei z. B. 20 Klauen (10 linke und 10 rechte Klauen) ein 20-poliges Gleichfeld im Luftspalt, also eine Wechselpolanordnung mit abwechselnd 10 Nord- und 10 Südpolen. Die Klauenzahl ist daher stets eine gerade Zahl und gibt die Anzahl der Pole wieder. Wie bei der Transversalflussmaschine (Kap. 9) stellt jede Ringspule einen Ständerwicklungsstrang dar. Anstelle der U-Joche der Transversalflussmaschine treten hier die Klauen, wobei ein Klauenpaar einem U-Joch entspricht. Deshalb gibt es auch Transversalflussmaschinen in Klauenpolausführung. Wie bei der Transversalflussmaschine werden beim Schrittmotor die einzelnen Ringspulen axial hintereinander angeordnet, wie dies auch in Abb. 10.43b für eine Zahnspulenwicklung angedeutet ist. In Abb. 10.47 ist ein zweisträngiger PM-Klauenpol-Schrittmotor dargestellt, bei dem zwei Ringspulen die Statorwicklungsstränge bilden. Jede der beiden Ringspulen ist von 6 linken und 6 rechten Klauen abwechselnd umgeben, sodass eine 12-polige Stator-Wechselpol-Verteilung magnetisiert wird, die zum 12-polig magnetisierten zylindrischen PM-Rotor passt. Der erforderliche räumliche Phasenversatz von 90° el. zwischen den beiden Statorsträngen ist durch Verschieben der Klauen der zweiten Ringspule um eine halbe Polteilung (= eine halbe Klauenteilung) verwirklicht. Daher ist der PM-Rotor axial durchgängig ohne jeden Versatz magnetisiert. Es wäre auch möglich, die Klauen der beiden Ringspulen axial fluchtend anzuordnen und den Rotor aus zwei axial hintereinander angeordneten,

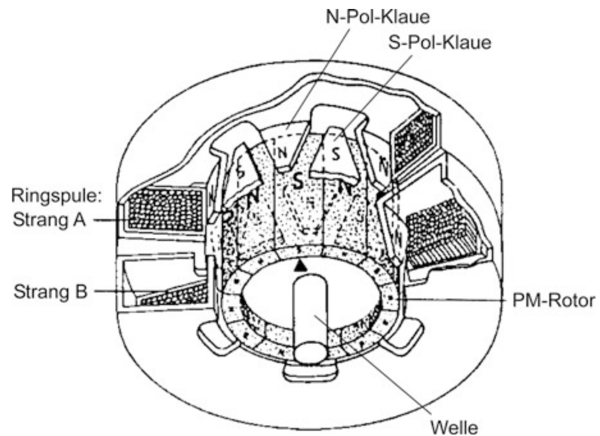


Abb. 10.47 Schnittdarstellung eines zweisträngigen zwölfpoligen PM Klauenpolschrittmotors $m = 2$, $2p = 12$ mit zylindrischem PM-Rotor (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

um eine halbe Polteilung zueinander verdrehten Ringen zu fertigen, doch ist dies deutlich aufwändiger und wird daher i. A. nicht gemacht.

Beispiel 10.16

Berechnen Sie für den PM-Klauenpol-Schrittmotor von Abb. 10.47 die Schrittzahl je Rotorumdrehung z und den Nennschrittwinkel α mit Bipolarbestromung!

Lösung:
$z = 2p \cdot m = 12 \cdot 2 = 24, \quad \alpha = 360°/24 = 15°$

In Abb. 10.48 ist für bipolare Bestromung der beiden Stränge A und B des PM-Schrittmotors von Abb. 10.47 im Vollschrittbetrieb bei stets gleichzeitiger Bestromung beider Stränge die schrittweise Abfolge des Weiterdrehens des Rotors dargestellt. Dabei ist angenommen, dass der Strom in Strang A vor dem Strom in Strang B umpolt. Die Bewegungsrichtung des Läufers kehrt sich um, wenn man die Polungsfolge so ändert, dass der Strom in Strang B vor dem Strom in Strang A umpolt. Abb. 10.48 zeigt auch, dass bei PM-Schrittmotoren (wie bereits erwähnt) zwei Wicklungsstränge ausreichen, um eine Anlaufdrehrichtung eindeutig festzulegen.

b) Gleichpolmotoren (Homopolarmotoren): Bei Gleichpolmaschinen ändert sich die Flussrichtung entlang des Umfangs der Ständerbohrung in einer bestimmten Maschinenquerschnittsebene nicht. Dieser unipolare Fluss tritt am gesamten Läuferumfang entweder in den Läufer ein oder aus ihm aus. Der magnetische Rückschluss muss daher in einer anderen Maschinenquerschnittsebene erfolgen, also in axialer Richtung. Eine Möglichkeit ist es, den Fluss außerhalb des Aktivteils im Bereich der Lagerschilde zurückzuführen. Dann hat der Fluss innerhalb des Luftspaltbereichs nur eine Richtung; er ist unipolar. Solche Unipolarmaschinen werden nur als Gleichstrommaschinen ausgeführt. Sie kommen

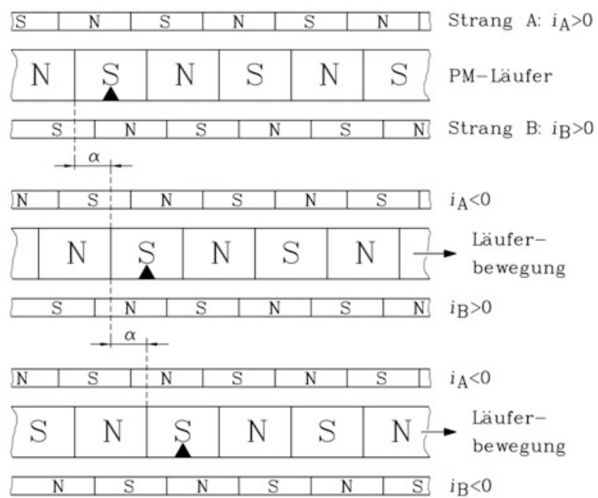


Abb. 10.48 Ansteuerschema für den zweisträngigen PM-Klauenpol-Schrittmotor von Abb. 10.47 mit bipolarer Bestromung und stets gleichzeitiger Bestromung beider Stränge A und B (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

für Schrittmotoren nicht infrage (vgl. Kap. 11). Bei der Homopolarmaschine erfolgt der Rückschluss des Flusses innerhalb des Aktivteils, sodass z. B. innerhalb der axial vorderen Hälfte der Maschine der Fluss aus dem Rotor austritt, und innerhalb der hinteren Hälfte in den Rotor eintritt. Hybrid-Schrittmotoren werden als Homopolarmaschinen ausgeführt (Abb. 10.49), wobei die Permanentmagneterregung entweder im Läufer oder im Ständer angeordnet wird.

Die zweisträngige Ständerwicklung des zweipoligen Homopolar-Hybrid-Schrittmotors in Abb. 10.49a ist ungeschrägt ausgeführt, der Läufer trägt mittig einen axial magnetisierten Permanentmagneten und zwei um eine halbe Zahnteilung verdrehte geblechte Zahnkränze. Die Wellennabe ist amagnetisch ($\mu_{Fe}/\mu_0 = 1$), um den Läufer-Permanentmagnetfluss nicht rotorseitig kurzzuschließen. In der linken Läuferhälfte tritt der Homopolarfluss aus dem Läufer aus und in den Ständer ein; die Zähne des linken Zahnringes sind also sämtlich N-Pole. In der rechten Läuferhälfte schließt sich der Homopolarfluss vom Ständer über den Läufer zum Magneten zurück; die Zähne des zweiten Ringes sind sämtlich S-Pole. Durch das Verdrehen der beiden Zahnkränze zueinander um eine halbe Zahnteilung wird bewirkt, dass die Zähne beider Halbmaschinen abwechselnd unter den Ständerzähnen fluchten, sodass ein schrittweises Weiterschalten der Läuferposition durch ein abwechselndes Bestromen der beiden Ständerstränge möglich ist. Es wirkt daher die Summe der Zähnezahlen beider Zahnringe (in Abb. 10.49a: $Q_r = 3 + 3 = 6$) auf jeden der beiden Wicklungsstränge. Durch Weglassen des Läufermagnets entsteht ein VR-Motor mit $Q_r = 6$ magnetisch wirksamen Rotorzähnen in Homopolarausführung, bei dem das die Tangentialkraft bewirkende Magnetfeld nur vom Ständerfeld erregt wird. Es tritt daher dann ein kleineres Moment bei gleicher Ständerdurchflutung auf.

Die zu Abb. 10.49a gehörende Bestromung der Ständerwicklung ist in Abb. 10.50 für drei unterschiedliche Varianten gezeigt. In Abb. 10.50a erfolgt eine bipolare, abwech-

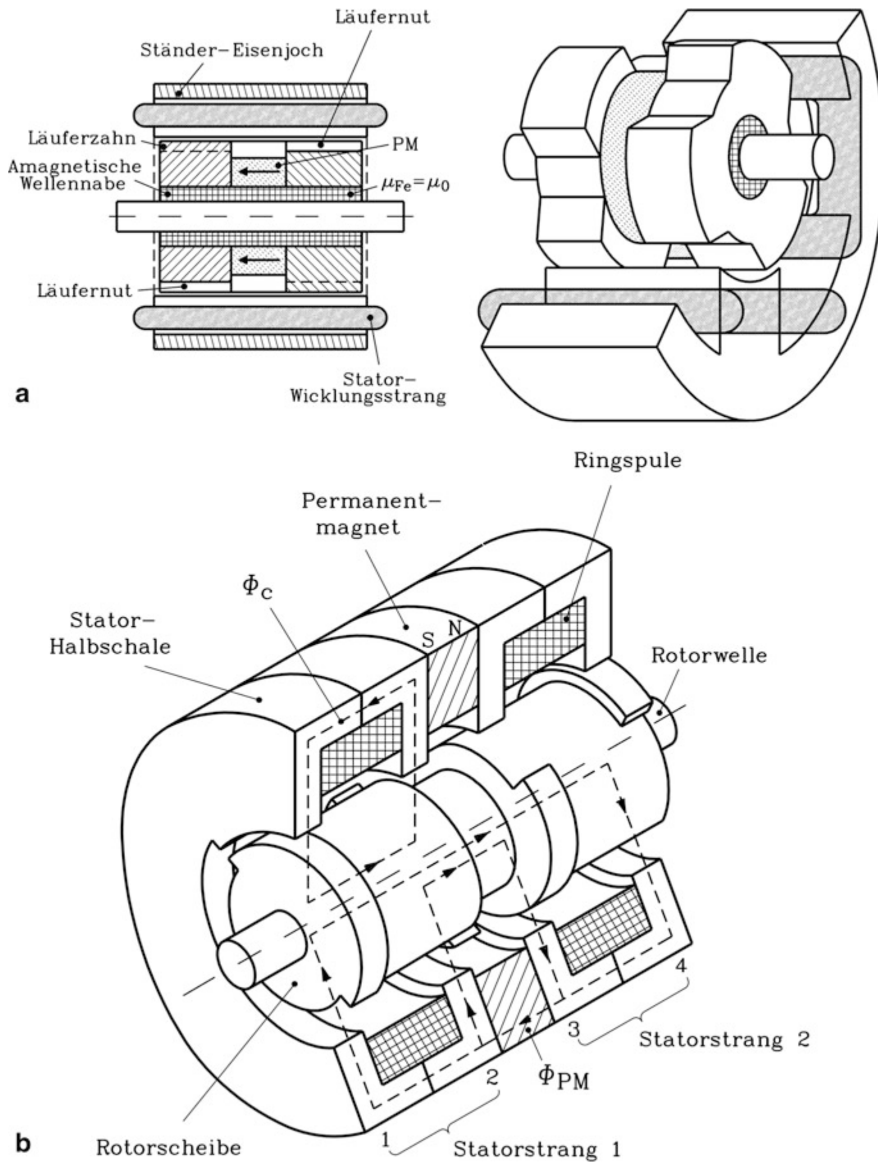


Abb. 10.49 Zweisträngige Hybrid-Schrittmotoren in Homopolarausführung: (**a**) Stator mit Zahnspulenwicklung: Die Permanentmagneterregung ist im Läufer angeordnet, $2p = 2$, $m = 2$, $Q_s = 4$, $Q_r = 3+3 = 6$ (Quelle: Stölting und Beisse 1987), (**b**) Stator mit Ringspulenwicklung und Klauenpolausführung: Die Permanentmagneterregung ist im Ständer angeordnet ($2p = 2$, $m = 2$, $Q_s = Q_r = 1$ je Ebene 1 bis 4) (Quelle: Philips 1986)

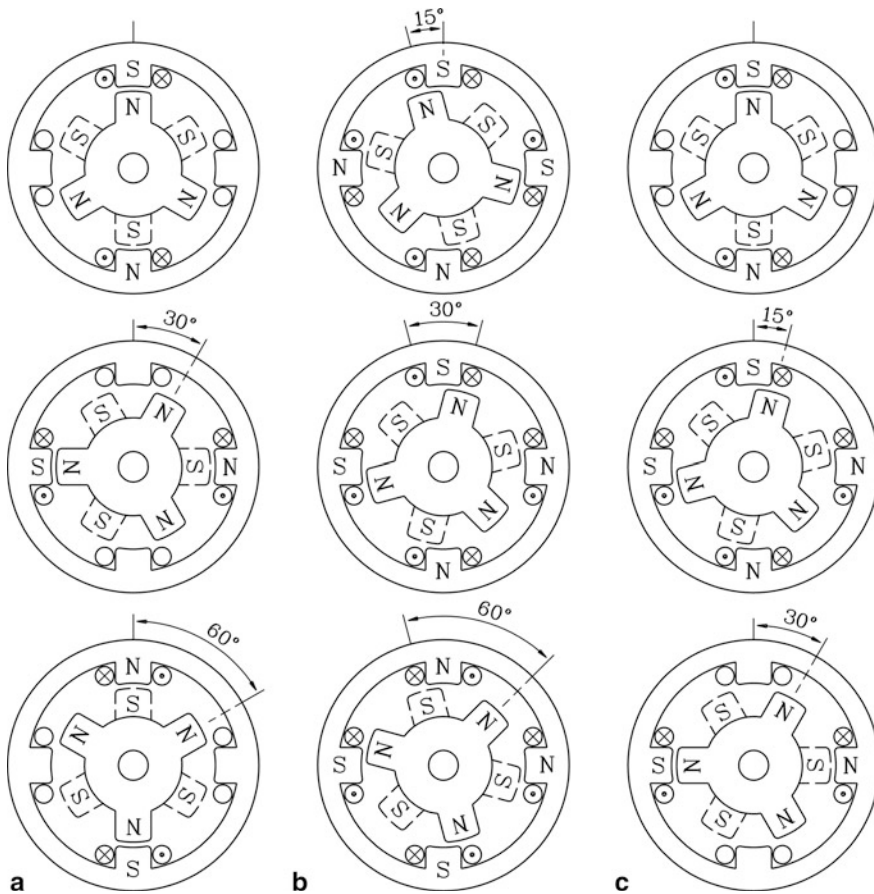


Abb. 10.50 Bipolare Bestromung des Hybrid-Schrittmotors von Abb. 10.49a ($2p = 2$, $m = 2$, $Q_s = 4$, $Q_r = 3 + 3 = 6$) (Quelle: Stölting und Beisse 1987): (**a**) Vollschrittbetrieb, jeweils nur ein Statorstrang bestromt, (**b**) Vollschrittbetrieb mit zwei gleichzeitig erregten Statorsträngen und gegenüber a) erhöhtem Drehmoment, (**c**) Halbschrittbetrieb mit abwechselnder Bestromung gemäß a) und b) , also Wechsel zwischen der Bestromung von $m = 2$ und $m - 1 = 1$ Strängen

selnde Bestromung beider Stränge, sodass wir Vollschrittbetrieb erhalten. Der Nennschrittwinkel wird mit $\alpha = 2\pi/(Q_r \cdot m)$ zu $\alpha = 360°/(6 \cdot 2) = 30°$ berechnet. In Abb. 10.50b sind stets beide Stränge bipolar bestromt. Die Läuferzähne nehmen Stellungen ein, die nicht genau mit den Ständerzähnen fluchten, sondern bei denen z. B. die Läufer-S-Pol-Zähne mittig zwischen den Ständer-S-Pol-Zähnen stehen, da zwar die Läufer-N-Pol-Zähne von den Ständer-S-Pol-Zähnen angezogen werden, aber gleichzeitig die Läufer-S-Pol-Zähne von den Ständer-S-Pol-Zähnen in der anderen Maschinenhälfte abgestoßen werden. Es sind nun aber alle vier Ständerzähne an der Kraftbildung beteiligt, sodass gegenüber Fall a) ein größeres maximal mögliches Drehmoment bei gleicher Stromamplitude entsteht. Es

ergibt sich wie bei Fall a) ein Nennschrittwinkel von 30°, sodass auch die Bestromungsart Fall b) einem Vollschrittbetrieb entspricht. Werden wie in Abb. 10.50c abwechselnd die Bestromungsart a) und b) angewendet, so erhalten wir einen Halbschrittbetrieb mit 15° Schrittwinkel durch den Wechsel zwischen Bestromungen von $m = 2$ und $m–1 = 1$ erregten Strängen. Damit ist auch ein allgemeines Gesetz zu Halbschrittbestromung bei $m > 2$ Strängen angegeben.

Beispiel 10.17

Hybrid-Schrittmotor von Abb. 10.49a: $m = 2$, $Q_s = 4$, Summe der Rotorzähne beider Halbmaschinen: $Q_r = 6$. Berechnen Sie die Gesamtschrittzahl je Rotorumdrehung und den Nennschrittwinkel α bei Vollschritt- und Halbschrittbetrieb!

Lösung:
Vollschrittbetrieb: $k_B = 1$:

$$z = Q_r m/k_B = 6 \cdot 2/1 = 12,\ \alpha = z/12 = 360°/12 = 30°$$

Halbschrittbetrieb: $k_B = 0.5$:

$$z = Q_r m/k_B = 6 \cdot 2/0.5 = 24,\ \alpha = z/24 = 360°/24 = 15°$$

In Abb. 10.49b ist die Permanentmagnet-Erregung als axial magnetisierter Ringmagnet im Ständer angeordnet, um den Homopolarfluss Φ_{PM} zu erregen. Die beiden Ständerstränge der zweisträngigen Wicklung sind als Ringspulen ausgeführt, sodass die Klauenpolerregung zum Einsatz kommt. Sie ist hier wie bei den Transversalflussmaschinen von Kap. 9 in der Form von U-Jochen, aus zwei weichmagnetischen Halbschalen gefertigt, ausgeführt, sodass je Halbmaschine zwei Zahnreihen, gefertigt als Rotorscheiben, am Läufer erforderlich sind. Es wirkt daher die Summe der Zähnezahlen beider Zahnreihen je Ringspule (in Abb. 10.49b: $Q_r = 1 + 1 = 2$) auf einen Wicklungsstrang. Der Homopolarfluss Φ_{PM} magnetisiert die axial vordere Halbmaschine mit positiver Polarität und die hintere Halbmaschine mit negativer Polarität. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die minimal möglichen Rotorzähnezahlen je Rotorscheibe (nämlich ein Zahn und eine Nut) in Abb. 10.49b ausgeführt. Wegen der U-Joche sind je Halbmaschine die Rotor-Zahnreihen um eine halbe Zahnteilung (= halber Läuferumfang) $\tau_{Qr}/2 = d_{si}\pi/(2Q_r) = d_{si}\pi/2$ zueinander versetzt. Die Rotor-Zahnreihen der vorderen und hinteren Halbmaschine sind zueinander um eine Viertel-Zahnteilung verdreht, um den Phasenversatz von 90° el. zwischen den beiden Strängen zu erzeugen. Die Statorzähne und Statornuten (1 Zahn und 1 Nut je Ebene 1 bis 4) sind in allen vier Ebenen fluchtend ausgeführt. Wird der erste (z. B. vordere) Strang mit positivem Strom erregt, so entsteht ein zum Strom proportionaler Stator-Ringspulenfluss Φ_c, der sich über die U-Joche der vorderen Ringspule und den weichmagnetischen Läufer konzentrisch um diese Ringspule schließt. Es addieren sich daher in Abb. 10.49b in der linken U-Jochhälfte (Statorzahn, Ebene 1) die Flüsse Φ_{PM} und

Φ_c, während sie sich in der rechten U-Jochhälfte (Ebene 2) gemäß Φ_{PM}-Φ_c subtrahieren. Daher überwiegt der tangentiale magnetische Zug in der linken U-Jochhälfte (Ebene 1), und der Läufer stellt sich in eine Position, wo der Zahn der vorderen linken Rotorscheibe (Ebene 1) sich unter den entsprechenden Ständerzahn stellt. Diese Position ist in Abb. 10.49b dargestellt. Für den nächsten Schritt wird Strang 1 ausgeschaltet und Strang 2 mit Strom derselben Polarität eingeschaltet. Wenn der Wickelsinn beider Ringspulen identisch ist, so subtrahieren sich Φ_{PM} und Φ_c in Ebene 3 und addieren sich in Ebene 4. Daher stellen sich Stator- und Rotorzahn in Ebene 4 in fluchtende Position. Der Läufer hat sich folglich (von vorne gesehen) nach rechts um 90° gedreht. Nun wird Strang 2 abgeschaltet und Strang 1 mit negativer Strompolarität bestromt. Durch den nun negativen Spulenfluss Φ_c addieren sich die Flüsse Φ_{PM} und Φ_c in Ebene 2, wo Stator- und Rotorzahn daher eine fluchtende Position einnehmen, sodass ein weiterer 90°-Schritt (von vorne gesehen) im Uhrzeigersinn ausgeführt wurde. Nun wird Strang 1 abgeschaltet und Strang 2 mit negativer Strompolarität bestromt, sodass in Ebene 3 sich Spulen- und Homopolarfluss addieren usw. Es ist somit eine bipolare Bestromung erforderlich, um den Rotor mit 90°-Schritten weiter zu drehen.

Natürlich wird tatsächlich mehr als nur ein Zahn je Statorebene und damit je Rotorscheibe ausgeführt, um entsprechend höhere Schrittzahlen als nur 4 je Umdrehung zu erreichen. Außerdem ergäbe sich bei nur einem Zahn je Rotorscheibe ein einseitiger radialer magnetischer Zug, der den Läufer aus der zentrischen Lage ziehen würde. Deshalb sind allgemein ungerade Zahnzahlen unerwünscht und werden kaum ausgeführt, ähnlich wie ungerade Läufernutzahlen bei Käfigläufer-Asynchronmaschinen (Kap. 6) oder ungerade Ständerzahnzahlen bei PM-Synchronmaschinen mit Bruchloch-Zahnspulenwicklungen (Kap. 9) nicht ausgeführt werden sollten. In Abb. 10.49 können natürlich auch stator- und rotorseitige PM-Anordnung mit anderen Ständerwicklungsformen kombiniert werden, z. B. die ständerseitige PM-Erregung mit der Zahnspulenwicklung oder auch mit der Ständerfeinzähnung nach dem Vernier-Prinzip.

Beispiel 10.18

Hybrid-Schrittmotor gemäß Abb. 10.49b: $m = 2$, $2p = 2$. Bestimmen Sie Schrittzahl und Schrittwinkel!

Lösung:
Die Summe der Zähnezahlen je Halbmaschine wirkt auf einen Strang: $Q_r = 1 + 1 = 2$. Bei Vollschrittbetrieb $k_B = 1$ ergibt sich eine Gesamtschrittzahl $z = Q_r m / k_B = 2 \cdot 2/1 = 4$ und ein Nennschrittwinkel $\alpha = 360°/z = 360°/4 = 90°$.

Übrigens gewinnt man mit elektrischer Erregung über eine Ringspule im Ständer anstelle des Ringmagneten eine elektrisch erregte Synchronmaschine, die ohne Schleifringe auskommt, aber eine veränderliche Gleichstrom-Erregung gestattet. Der dann massive

weichmagnetische Reluktanzläufer mit minimaler Zähnezahl bei symmetrischer Anordnung zur Vermeidung einseitig radialer Kräfte, nämlich nur zwei Zähnen, ergibt zusammen mit einer vierpoligen Drehstromwicklung im Ständer eine vierpolige robuste Synchron-Homopolarmaschine, die für hohe Drehzahlen und Feldschwächbetrieb geeignet ist und auch bei größeren Bemessungsleistungen fallweise für High-Speed-Antriebe, die dann auch Arco-Maschinen genannt werden, zum Einsatz kommt (Kleinrath 1980).

c) Einsträngige Schrittmotoren: Einsträngige Schrittmotoren sind sehr kostengünstig und werden als Schrittantriebe in Massenprodukten wie z. B. als Uhrenantriebe eingesetzt. Es sind dies grundsätzlich PM-Schrittmotoren mit unsymmetrischen Ständerpolen, um damit den Selbststart zu ermöglichen und die Drehrichtung definiert festzulegen. In Abb. 10.51 ist im Zustand a) die einsträngige Ständerwicklung ($m = 1$) stromlos. Der zweipolige Ständer ist als Stufenpol asymmetrisch gestaltet und kann als ein einfache „Ständerzähnung“ aufgefasst werden. Der Läufer steht auf Grund der Läufer-PM-Erregung und des Ständerstufenpols in einer magnetischen Raststellung, bei der das Läufer-PM-Feld die minimale Reluktanz des Flusspfads über den Luftspalt zum Ständer vorfindet. Im Zustand b) ist die Spule durch eine positive Spulengleichspannung U_c mit positivem Strom so bestromt, dass auf Grund des vom Strom erregten Ständerspulenflusses Φ_c der linke Ständer-Polschuh zum N- und der rechte zum S-Pol wird. Dadurch wirkt ein Drehmoment auf den PM-Rotor, der sich gegen den Uhrzeigersinn um den Schritt α weiterdreht. In der sich anschließenden stromlosen Pause c) dreht der PM-Läufer um den Schrittwinkel $180° - \alpha$ in die zweite magnetische Raststellung mit minimaler Reluktanz, die um 180° gedreht zu Raststellung

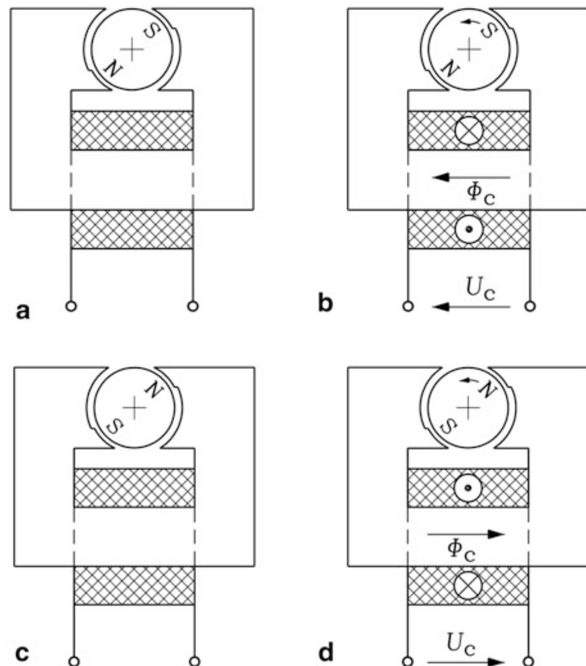


Abb. 10.51 Bipolare Bestromungsabfolge a) bis d) (siehe Text) in einem einsträngigen, zweipoligen PM-Schrittmotor mit PM-Rotor mit vier Schritten je Rotorumdrehung. Eine asymmetrische Polgestaltung z. B. als Stufenpol ist erforderlich zur Gewährleistung des Selbstanlaufs und zum Festlegen der Drehrichtung (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

von Zustand a) ist. Zum Zeitpunkt d) wird die Wicklung mit negativer Gleichspannung $-U_c$ und damit negativem Strom bestromt, sodass ein negativer Spulenfluss $-\Phi_c$ erregt wird. Der linke Ständer-Polschuh ist nun S-Pol, der rechte N-Pol, sodass sich der Läufer auf Grund des sich einstellenden Drehmoments im Gegenuhrzeigersinn um den Schritt α weiter dreht. Durch die Wahl der Breite des Stufenpols wird erreicht, dass die vier Schritte etwa gleich groß sind ($180° - \alpha \approx \alpha \Rightarrow \alpha \approx 90°$) und somit je 90° betragen. Formal wirkt der Stufenpol so, als wäre der Stator mit einem zweiten Strang ausgerüstet, der durch die Raststellung dann wirkt, wenn der Wicklungsstrang abgeschaltet ist. Mit $m' = 2$ und $2p = 2$ erhalten wir gemäß (10.85b) wegen der bipolaren Bestromung $z_p = 2m' = 4$ und folglich $z = p \cdot z_p = 1 \cdot 4 = 4$. Bitte beachten Sie: Wäre zum Zeitpunkt b) die Wicklung negativ bestromt worden (linker Ständer-Polschuh: S-Pol), so hätte sich der Läufer nicht weiter gedreht. Damit ist gezeigt, wie in einem einsträngigen Schrittmotor mit zusätzlicher magnetischer Unsymmetrie eine definierte Anlaufrichtung in Abhängigkeit der Bestromungsrichtung erzeugt wird.

Fazit:
VR- und PM-Schrittmotoren werden in der Regel als Wechselpolmaschinen ausgeführt, während Hybrid-Schrittmotoren als Gleichpolmaschinen gebaut werden. Einsträngige Schrittmotoren benötigen eine Dauererregung und einen asymmetrischen Magnetkreis, um einen Selbstanlauf und eine definierte Anlaufdrehrichtung zu gewährleisten.

10.3.3 Ansteuerverfahren von Schrittmotoren

In Abb. 10.52 sind die Prinzipschaltungen für die a) unipolare und b) bipolare Bestromung eines Wicklungsstrangs angegeben sowie zwei zugehörige Schaltungsausführungen für die Bestromung einer zweisträngigen Wicklung dargestellt (Tab. 10.8).

a) Unipolare Bestromung: Die beiden Zweige A1, A2 von Strang A und B1, B2 von Strang B in Abb. 10.52a werden nacheinander nur mit positiver Stromrichtung bestromt. Daher ist stets ein Zweig stromlos, sodass jeder Motorwicklungsstrang nur zu 50 % der der Zeit elektrisch ausgenutzt wird.

Tab. 10.8 Unipolare und bipolare Ansteuerung von Schrittmotorwicklungen im Vergleich

Bestromungsart	*unipolar*	*bipolar*
Anzahl der Wicklungszweige je Strang	zwei	einer
Anzahl der Schalter je Strang	zwei	vier
Anzahl der Freilaufdioden je Strang	zwei	vier
Strompolarität	positiv	positiv und negativ
Schaltungsaufwand	niedrig	höher
Motorausnutzung	niedrig	höher

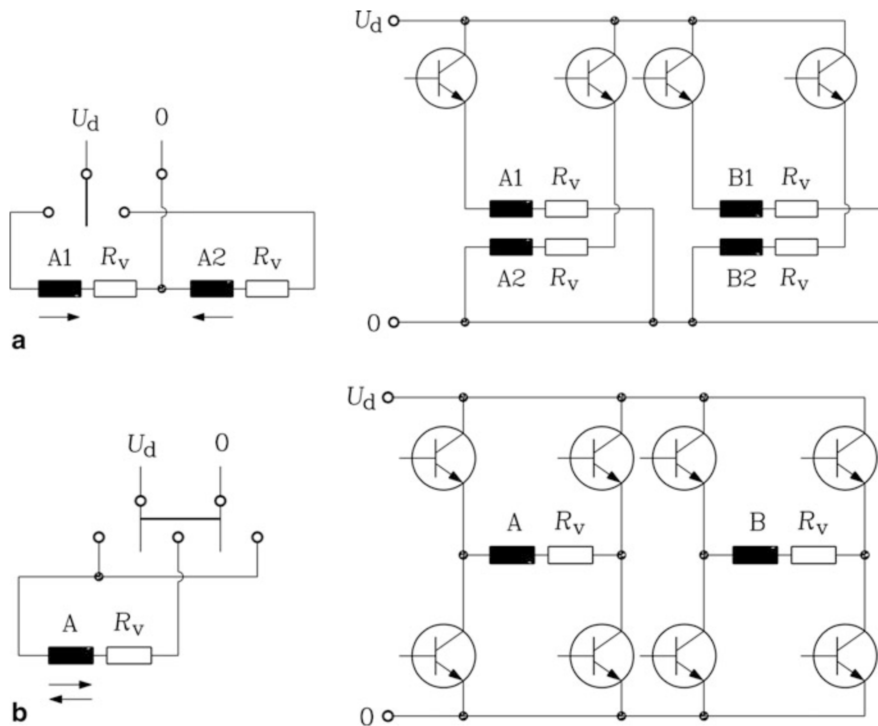


Abb. 10.52 Prinzipschaltung (mit mechanischen Schaltern) und Transistor-Ansteuerschaltungen für Schrittmotoren mit (**a**) unipolarer, (**b**) bipolarer Bestromung, gespeist aus einem Gleichspannungszwischenkreis U_d. Die Freilaufdioden (vgl. Abb. 9.28) sind zur Erhöhung der Übersichtlichkeit weggelassen. Die Vorwiderstände R_v werden zur Verringerung der elektrischen Zeitkonstante verwendet (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

b) Bipolare Bestromung: Durch die Verwendung von vier anstelle von zwei Leistungsschaltern je Strang werden die Stränge A und B bipolar bestromt, sodass jeder Strang stets bestromt sein kann, was zu einer höheren Motorausnutzung führt.

Der Stromaufbau in den Wicklungen wurde für die VR-Motoren bereits in Abschn. 10.1 und für die PM-Motoren in Kap. 9 ausführlich erläutert, wobei auch die Wirkung der Freilaufdioden erklärt wurde. Die Dauer des Stromauf- und -abbaus ist, wie dort erklärt wurde, durch die Wicklungszeitkonstante $T_e = L_s/R$ begrenzt, wobei L_s die elektrisch wirksame Wicklungsstranginduktivität und R die Summe aus Wicklungswiderstand R_s und Vorwiderstand R_v ist. Die ideale Stromkurvenform ist der Rechteckstromimpuls, jedoch werden die positive und negative Stromflanke durch die elektrische Zeitkonstante T_e maßgeblich mitbestimmt. Wenn die Leistungselektronik auf Grund einer niedrigen Zwischenkreisspannung U_d sparsam bemessen ist, dann ist die erwünschte Stromamplitude stets durch die Gleichspannung U_d gemäß U_d/R bestimmt. Dann kann die elektrische Schaltfrequenz f_s nicht größer sein als $1/(2T_e)$, da die elektrische Zeitkonstante beim Ein- und Ausschalten des Stromblocks wirkt. Das führt zur Abschätzung der maximalen Schaltfrequenz $f_{s,max} < 1/(2T_e)$, und damit zur maximal möglichen Drehzahl eines Schrittmotors

bei einer bestimmten Schrittzahl z je Umdrehung gemäß (10.97). Deshalb wurden unterschiedliche Maßnahmen zur Erhöhung der Schaltfrequenzen entwickelt, um die maximale Motordrehzahl zu erhöhen.

Bei Betrieb der Ansteuerschaltung an konstanter Zwischenkreisspannung U_d senkt ein Vorwiderstand R_v je Strang die elektrische Zeitkonstante in den Motorwicklungen wie oben erläutert gemäß $T_e = L_s/(R_{s+}R_v)$. Dies ist eine kostengünstige Maßnahme, erhöht aber die Verluste. Denn damit der Strangstrom $i_s(t)$ den gleichen Maximalwert wie bei Betrieb ohne Vorwiderstand $I_s = U_d/R_s$ annimmt, muss die Zwischenkreisspannung gemäß

$$I_s = U_{d,neu}/(R_s + R_v) = U_d/R_s$$

auf den Wert

$$U_{d,neu} = U_d \cdot \left[1 + (R_v/R_s)\right]$$

angehoben werden. Dadurch steigen die Verluste je Strang von U_d^2/R_s auf $\left[1 + (R_v/R_s)\right] \cdot U_d^2/R_s$ um den Faktor $1 + (R_v/R_s)$.

Beispiel 10.19

Die maximale Schaltfrequenz eines Schrittmotors soll mit einem Wicklungsvorwiderstand um 50 % erhöht werden. Wie groß ist der Vorwiderstand im Verhältnis zum Strangwiderstand? Um wie viel ist die Zwischenkreisspannung anzuheben? Um wie viel steigen die ohm'schen Verluste?

Lösung:

$$f'_{s,max}/f_{s,max} = 1.5 = 1 + (R_v/R_s), \quad R_v/R_s = 0.5,$$
$$U_{d,neu} = U_d \cdot \left[1 + (R_v/R_s)\right] = 1.5U_d.$$

Die ohm'schen Verluste erhöhen sich um 50 %

Beim Konstantstrombetrieb wird der Strom über eine geschaltete Zwischenkreisspannung eingestellt (Chop-Betrieb, Abb. 10.53a), wie dies bereits in Abschn. 10.1 erläutert wurde. Dabei wird die Zwischenkreisspannung U_d entsprechend groß bemessen, sodass sich durch Erhöhung der Steigung der Stromflanke $di_s/dt \approx U_d/L_s$ die Stromanstiegszeit t_r entsprechend verkürzt: $t_r \approx I_s/(di_s/dt) \approx L_s \cdot I_s/U_d$. Die Gleichspannung U_d wird über den oberen Schalttransistor T_w am Beginn des Stromblocks ein- und am Ende des Stromblocks ausgeschaltet. Der untere Transistor übernimmt als Chopper-Schalter das Zerhacken der Gleichspannung. Durch dieses Ein- und Ausschalten („choppen") der Spannung wird der Mittelwert des Stroms, der nun eine schaltfrequente Stromwelligkeit hat, über einen Hystereseregler auf seinem Sollwert I_s gehalten, der deutlich kleiner als der theoretische Maximalwert U_d/R_s ist (Abb. 10.53a). Der Strom wird am Mess-Shuntwiderstand R_M über die Messspannung u_M gemessen. Die Freilaufdiode FD1 übernimmt den Strom während der Schaltpausen des Chop-Betriebs, und FD2 über-

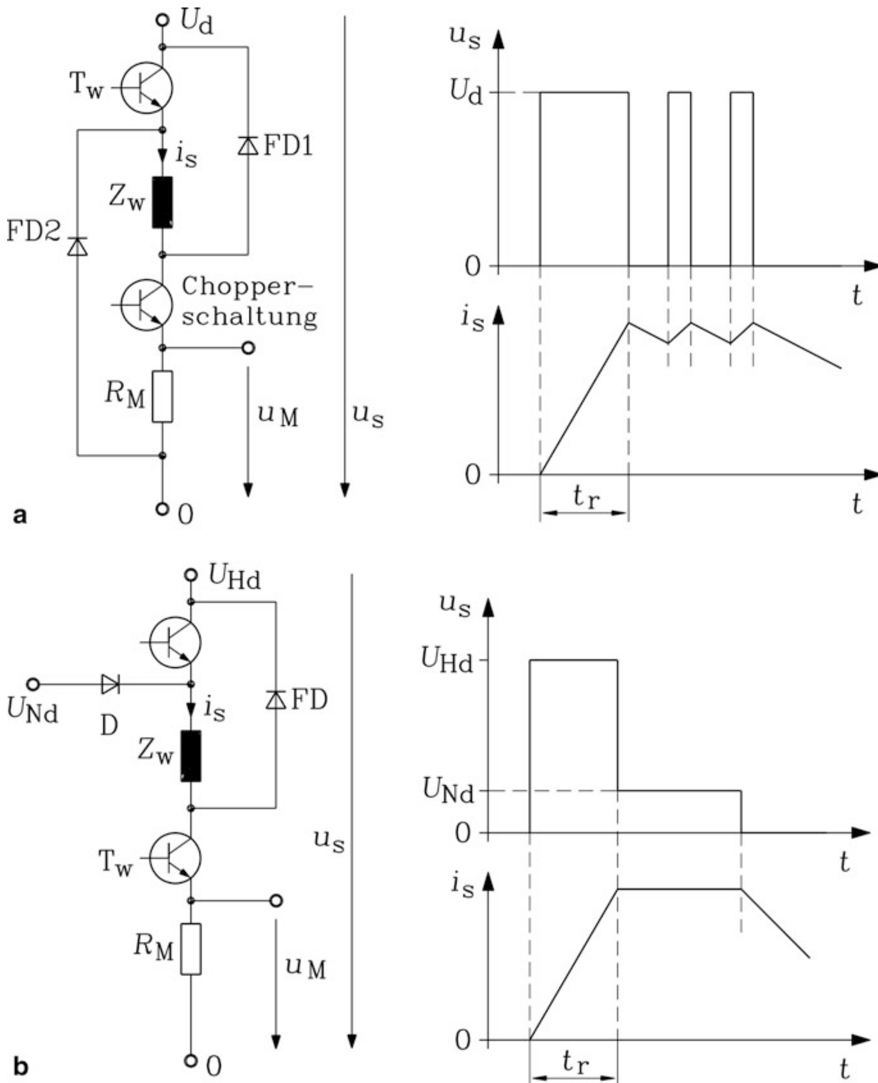


Abb. 10.53 Ansteuerschaltungen für Schrittmotoren (mit der Wicklungsstrang-Impedanz Z_w) zur Erhöhung der maximalen Schrittfrequenz: (**a**) Chop-Betrieb, (**b**) Betrieb mit zwei Spannungsebenen (Bi-Level-Betrieb). Erläuterungen im Text (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

nimmt den abklingenden Strom nach Abschalten der Zwischenkreisspannung am Ende des Stromblocks. Es treten Schaltverluste in der Ansteuerschaltung und zusätzliche leicht erhöhte Stromwärmeverluste in der Wicklung, bedingt durch die schaltfrequente Stromwelligkeit des Stroms, auf.

Beim Bestromen der Wicklung mit zwei unterschiedlichen Gleichspannungswerten (Bi-Level-Betrieb) wird gemäß Abb. 10.53b die Wicklung zunächst mit der höheren Spannung U_{Hd} über beide Transistoren eingeschaltet, um die Stromanstiegszeit gemäß $t_r \approx L_s \cdot I_s/U_{Hd}$ entsprechend kurz zu halten. Die Diode D verhindert während dieser Zeit einen Stromfluss von der Spannungsquelle $U_{Hd} > U_{Nd}$ zur Spannungsquelle U_{Nd}. Nach Erreichen des Stromsollwerts I_s wird die Spannung U_{Hd} durch Ausschalten des oberen Transistors weggeschaltet, sodass die Wicklung mit der niedrigeren Gleichspannung $U_{Nd} = R_s \cdot I_s < U_{Hd}$ betrieben wird. Am Ende des Stromblocks wird über den unteren Schalttransistor T_w die Spannung U_{Nd} weggeschaltet. Die Freilaufdiode FD führt den abklingenden Reststrom über die Spannungsquelle U_{Hd}. Beachten Sie, dass das Prinzip des Bi-Level-Verfahrens auch bei elektrisch erregten Synchronmaschinen bei der Stoßerregung verwendet wird (Kap. 8).

Auf Grund der Trägheit der rotierenden Massen bleibt der Läufer nach Ausführen des letzten Schritts nicht sofort stehen, sondern schwingt über diese Position hinaus. Er schwingt durch die dann bremsende magnetische Kraft zurück und pendelt sich in der Position des letzten Schritts mit seiner Eigenfrequenz ein. In Kap. 8 wurde dieses Schwingen bereits beschrieben und eine Formel für die Schwingfrequenz hergeleitet. Dort wurde auch die Dämpferwicklung im Läufer beschrieben, die ein rasches Abklingen der Schwingung bewirkt. Bei Schrittmotoren werden solche Dämpferwicklungen aus Kostengründen nicht eingesetzt. Das Überschwingen ist daher zunächst schwach gedämpft und folglich unerwünscht, sodass unterschiedliche alternative Verfahren zur Verringerung der Überschwingungsamplitude und zur raschen Abdämpfung der Schwingung entwickelt worden sind. In älteren Schrittantrieben wurden mechanische Reibungsdämpfer eingesetzt, sind aber, da sie aufwändig und verlustbehaftet sind, in modernen Schrittantrieben nicht mehr in Verwendung. Eine weitere Möglichkeit ist die Kurzschlussdämpfung. Die während der Ausführung des letzten Schritts nicht verwendeten und daher unbestromten Wicklungsstränge werden über die Ansteuerschaltung kurzgeschlossen. Durch die Rotorbewegung erfolgt auch in diesen Strängen eine Spannungsinduktion, die einen Kurzschlussstromfluss zur Folge hat. Das mit diesem Strangstrom gebildete Drehmoment wirkt bremsend. Die Schwingungsenergie wird in Stromwärmeverluste in diesen kurzgeschlossenen Wicklungssträngen umgesetzt. Auf Grund der kleinen Bemessungsleistungen der Schrittmotoren sind aber die Wicklungsstränge hochohmig, sodass der Kurzschlussstrom eher klein ist. Daher ist seine dämpfende Wirkung gering, wobei sie bei PM- und Hybrid-Schrittmotoren wegen der PM-Erregung stärker wirkt als bei VR-Motoren (vgl. Tab. 10.6). Deshalb wird überwiegend die nachfolgend beschriebene elektronische Dämpfung in zwei Varianten eingesetzt.

a) Verzögerter letzter Schritt (delayed last step): Wird der Stromimpuls für den letzten Schritt so verzögert gesetzt, dass er im Augenblick des maximalen Läuferüberschwingens vom vorletzten Schritt auftritt, so wird das Überschwingen weitgehend vermieden (Abb. 10.54).

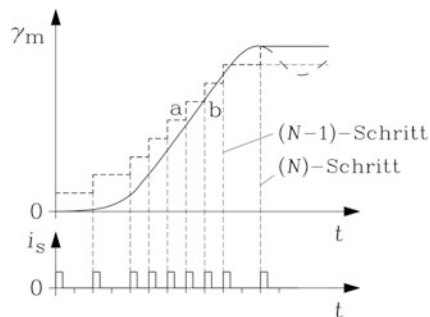


Abb. 10.54 Verzögerter letzter Schritt: Auf Grund der unten gezeichneten Strom-Impulsfolge ergibt sich die Soll-Winkelposition (gestrichelte Linie *a*) des Rotorlagewinkels γ_m. Die tatsächliche Läuferposition ist durch die volle Linie *b* dargestellt. Beim Auftreten des maximalen Überschwingens des Läufers nach dem vorletzten Schritt *N*-1 wird der Stromimpuls für den letzten Schritt gesetzt, also entsprechend verzögert. Dadurch wird das Überschwingen nach *N* Schritten vermieden (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

b) Rückschrittverfahren (Back phase damping): Es wird nach der Ausführung von *N* Sollschritten gezielt ein zusätzlicher Schritt in die entgegengesetzte Bewegungsrichtung gegeben (Rückschritt), um den Läufer gezielt abzubremsen.

10.3.4 Drehmomente von Schrittmotoren

a) Statische Drehmomente: Bei statischer Betrachtung wird angenommen, dass der Strom in der Wicklung je Bestromungsimpuls seinen stationären Endwert erreicht hat. Einschaltvorgänge mit dem damit verbundenen Stromanstieg werden nicht betrachtet. Sie bestimmen das dynamische Drehmomentverhalten. Wie bei den spannungsgespeisten Synchronmaschinen in Kap. 8 erläutert wurde, sind zwei Arten der elektromagnetischen statischen Drehmomentbildung auch bei den Schrittmotoren, die eine Sonderform der Synchronmaschine darstellen, zu unterscheiden:

a) das synchrone Drehmoment M_{syn} durch Wechselwirkung des Rotor-Magnetfelds mit den Strömen in der Statorwicklung,
b) das Reluktanzmoment M_{rel}, gebildet entweder durch Wechselwirkung des von den Statorströmen erregten Statorfelds mit dem durch die (am Maschinenumfang veränderliche) Rotorreluktanz modulierten Feldanteil des Statorfelds, oder durch Wechselwirkung des Rotor-PM-Felds mit dem durch die (am Maschinenumfang veränderliche) Statorreluktanz modulierten Feldanteil des Rotor-PM-Felds.

Je nach Typ von Schrittmotor wirken eines der beiden oder beide Momentenanteile in dem Schrittantrieb. Wie in Kap. 8 erläutert, kann das Drehmoment bei Speisung der

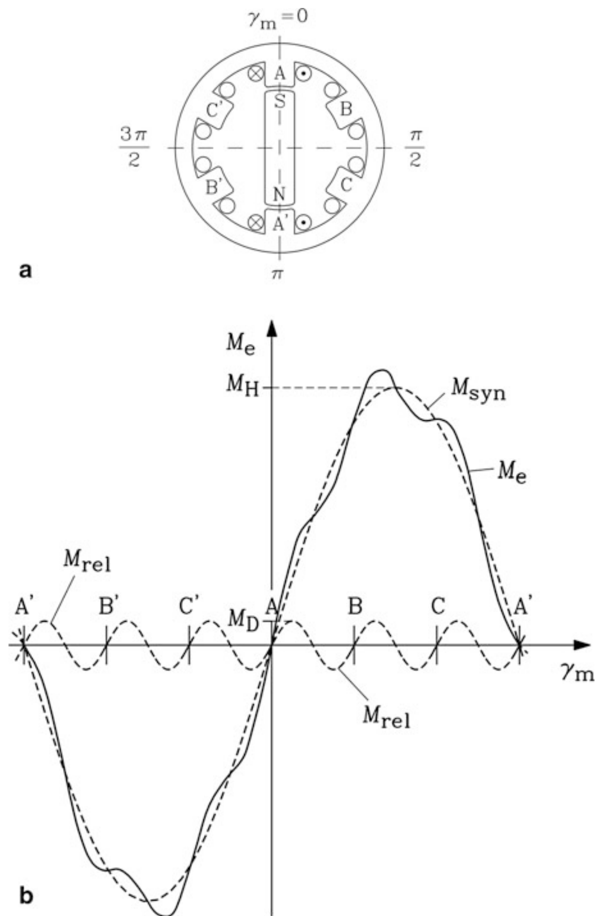


Abb. 10.55 Dreisträngiger, zweipoliger PM-Schrittmotor ($m = 3$, $2p = 2$): (**a**) Querschnitt: Der Rotor-S-Pol steht bei Position A; der Rotorlagewinkel ist Null. (**b**) Verlauf des statischen Drehmoments in Abhängigkeit des Rotorlagewinkels γ_m. Wegen der 6 möglichen Raststellungen eines Läuferpols bei den Positionen A, B, C, A′, B′, C′ hat das Reluktanzmoment eine gegenüber dem synchronen Moment sechsfache Periode (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

Drehfeldwicklung mit einem Drehspannungssystem mit konstanter Ständerspannungsamplitude und konstanter Ständerfrequenz f_s in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ dargestellt werden. Bei Gleichstromspeisung der Ständerwicklung ($f_s = 0$) während eines Blockstromimpulses bei Schrittmotoren treten in der Ständerwicklung Gleichgrößen auf, und es ruht das Ständerfeld. Die Relativlage des Läufers zum Ständerfeld wird dann nicht durch den Polradwinkel ϑ, sondern einfach durch den Rotorlagewinkel γ_m (in mech. Graden) beschrieben. Das Drehmoment wird daher in Abhängigkeit des Rotorlagewinkels γ_m dargestellt und hat qualitativ ebenfalls einen sinusförmigen Verlauf in Abhängigkeit von γ_m wie das Drehmoment in Kap. 8 in Abhängigkeit von ϑ beim kontinuierlichen Synchronbetrieb. In Abb. 10.55 ist beispielsweise für einen zweipoligen PM-Schrittmotor das statische elektromagnetische Drehmoment M_e als Summe des synchronen Moments M_{syn} und des Reluktanzmoments M_{rel} in Abhängigkeit des Rotorlagewinkels γ_m dargestellt. Das Reluktanzmoment des PM-Schrittmotors in Abb. 10.55 ergibt sich durch die Wechselwirkung des Rotor-PM-Felds mit der durch die Statornutung gebildeten, am Maschinenumfang

veränderlichen Statorreluktanz. Wie in Kap. 9 erläutert, tritt dieses Reluktanzmoment als Rastmoment bereits bei stromloser Ständerwicklung auf. Bei PM-Synchronservomotoren ist das Rastmoment wegen der damit verbundenen Momentenwelligkeit ein unerwünschter Effekt, wird aber bei Schrittantrieben gezielt genutzt. Das Ständerfeld entwickelt mit dem PM-Läuferfeld ein Drehmoment, das bei $\gamma_{\mathrm{m}} = 0$ und $\gamma_{\mathrm{m}} = \pi$ Null und bei $\gamma_{\mathrm{m}} = \pi/2$ und $\gamma_{\mathrm{m}} = 3\pi/2$ positiv bzw. negativ maximal ist, und dazwischen näherungsweise durch eine Sinusfunktion beschrieben werden kann (vgl. Kap. 8). Das resultierende Drehmoment des PM-Schrittmotors in Abb. 10.55 ist die Überlagerung von synchronem Moment und Reluktanzmoment.

Zur Beschreibung des Betriebsverhaltens von Schrittantrieben werden das Haltemoment M_{H} und das Selbsthaltemoment M_{D} unterschieden.

(i) Haltemoment M_H: Das Haltemoment M_{H} ist das maximale Drehmoment, mit dem man einen elektrisch erregten Schrittmotor belasten kann, ohne eine kontinuierliche Drehung hervorzurufen. In Abb. 10.55b entspricht dieses Moment dem statischen Kippmoment M_{p0} des synchronen Moments (Abb. 10.56a), wenn der Einfluss des Reluktanzmoments vernachlässigt wird. Es tritt bei einem Winkel $\gamma = \pm 90°$ el. auf (Beachten Sie: $\gamma_{\mathrm{m}} = \gamma/p$!). Durch das überlagerte Reluktanzmoment erhöht sich das Haltemoment geringfügig, wobei dieser Maximalwert nun bei einem Winkel γ^*, $|\gamma^*| < 90°$, auftritt.

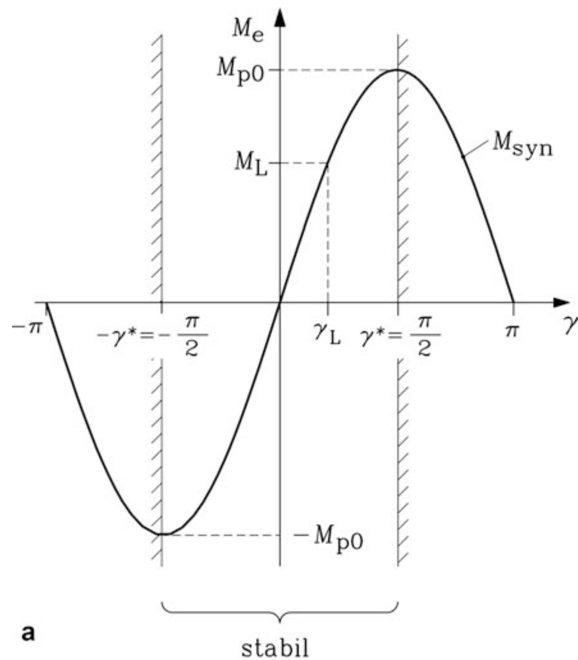
(ii) Selbsthaltemoment (Detent torque) M_D: Das Selbsthaltemoment M_{D} ist das maximale Drehmoment, mit dem man einen unerregten Schrittmotor belasten kann, ohne eine kontinuierliche Drehung hervorzurufen. Dieses Drehmoment tritt nur in PM- und Hybrid-Schrittmotoren auf und entspricht dem Maximalwert des Reluktanzmoments, folglich also dem Rastmoment (vgl. Abb. 10.55b).

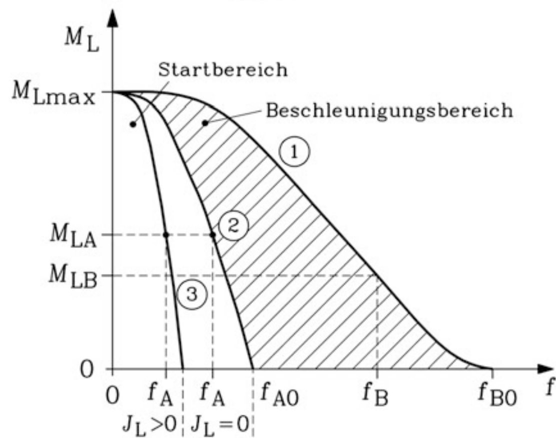
Der stabile Betriebsbereich für den PM-Schrittmotor von Abb. 10.55 wird wie in Kap. 8 berechnet und ergibt sich mit der Bedingung $dM_{\mathrm{e}}/d\gamma > 0$ zu $-\gamma^* \leq \gamma \leq \gamma^*$. Die Bedingung $dM_{\mathrm{e}}/d\gamma > 0$ gilt bei der Zählweise $M_{\mathrm{e}} > 0$, $\gamma > 0$ wie in Abb. 10.55. Beachten Sie, dass in Kap. 8 die Bedingung für stabilen Betrieb $dM_{\mathrm{e}}/d\vartheta < 0$ lautet, da dort die Zählweise $M_{\mathrm{e}} > 0$, $\vartheta < 0$ laut IEC60034 festgelegt wurde. In Abb. 10.56a ist diese Bedingung für vernachlässigtes Reluktanzmoment veranschaulicht: $-90° \leq \gamma \leq 90°$ (el. Grade).

VR-Schrittmotoren haben nur ein Reluktanzmoment, gebildet durch die Wechselwirkung des von den Statorströmen erregten Statorfelds mit dem durch die (am Maschinenumfang veränderliche) Rotorreluktanz der Rotornutung modulierten Feldanteil des Statorfelds. Im unerregten Zustand ist das Drehmoment des VR-Motors Null, sodass zwar ein Haltemoment, aber kein Selbsthaltemoment auftritt (Tab. 10.6).

b) Dynamische Drehmomente:

(i) Dynamische Drehmomentcharakteristik im Dauerbetrieb: Das statische Haltemoment kann der Motor in voller Höhe nur entwickeln, wenn der Strom in der Wicklung nach seinem Einschalten und Ansteigen gemäß der elektrischen Wicklungszeitkonstante und





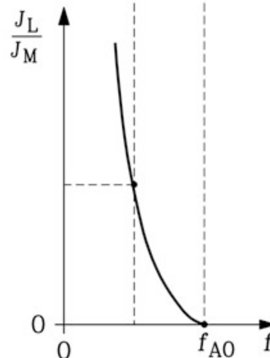


Abb. 10.56 (**a**) Stabiler Betriebsbereich auf Grund des synchronen statischen Moments M_{syn} eines Schrittmotors sowie stabiler Betriebspunkt bei einem bestimmten Rotorlagewinkel γ_L auf Grund des Lastmoments M_L, (**b**) Dynamische Drehmomentcharakteristik eines Schrittmotors (das ist die Drehmomentgrenze, also das maximal mögliche Lastmoment) in Abhängigkeit der Schrittfrequenz f: 1: Maximal mögliches Lastmoment bei Betrieb mit konstanter Schrittfrequenz f, 2: Maximal mögliches Lastmoment beim Anlauf des Schrittmotors mit dem Eigenträgheitsmoment (kein zusätzliches Lastträgheitsmoment: $J = J_M$, $J_L = 0$), 3: Wie 2, jedoch mit zusätzlichem Lastträgheitsmoment $J_L > 0$ ($J = J_L + J_M$). Darunter ist aus 2 und 3 das zulässige Verhältnis von Last- zu Motorträgheitsmoment J_L/J_M ermittelt, bei dem der Schrittmotor ohne Lastmoment ($M_L = 0$) hochläuft (Schwungmassenanlauf) (Quelle: Stölting und Beisse 1987)

damit der endlichen Stromanstiegszeit seinen stationären Endwert erreicht hat. Dies ist vor allem im Stillstand ($n = 0$) möglich, da hier die Bestromungsdauer deutlich länger als die Anstiegszeit des Stroms ist. Wenn sich der Läufer auf Grund einer festen Schrittfrequenz $f = z \cdot n$ mit der Drehzahl n dreht, dann nimmt die Bestromungsdauer mit steigender Drehzahl proportional $1/n$ ab. Dadurch erreicht der ansteigende Strom nicht mehr seinen stationären Endwert, wenn die Stromanstiegszeit t_r länger als die Bestromungsdauer ist, und das elektromagnetische Drehmoment bleibt unter dem statischen Wert. Dieser Effekt wurde in Abschn. 10.1 beim Switched-Reluctance-Antrieb bei Betrieb mit hoher Drehzahl bereits angesprochen. Daher nimmt das zulässige Lastmoment mit steigender Schrittfrequenz ab. Dies führt zur mit steigendem f fallenden dynamischen Drehmomentcharakteristik 1 in Abb. 10.56b.

(ii) Dynamische Drehmomentcharakteristik beim Motoranlauf: Beim Anlauf des Schrittmotors muss der Läufer dem sich schrittweise weiterbewegenden Ständerfeld auf Grund des Drehmoments M_e folgen. Schrittmotoren haben ja keinen Anlaufkäfig (vgl. Kap. 8 und 9), sodass ein asynchroner Anlauf nur auf Grund des elektrischen Moments M_e gemäß Abb. 10.55b möglich ist. Dabei ist das Beschleunigungsverhalten des Läufers zu berücksichtigen, sodass wie in Kap. 9 die Newton'sche Bewegungsgleichung $(J_L + J_M) \cdot d(2\pi n)/dt = M_e – M_L$ zur Anwendung kommt. Es wird eine starre Kupplung von Motor und Lastmaschine angenommen, sodass $J_L + J_M$ eingesetzt wird. Der Läufer muss beschleunigt werden und sich mit dem Statorfeld synchronisieren, wenn er keine Schritte verlieren soll. In Kap. 9 wurde beim asynchronen Hochlauf über einen Anlaufkäfig erläutert, dass dieses Synchronisieren erst ab einer gewissen kleinen Differenzgeschwindigkeit zwischen Läufer und Ständerdrehfeld möglich ist, die nicht überschritten werden darf. Um diese kleine Differenzgeschwindigkeit zu erreichen, war in Kap. 9 das asynchrone Anlaufmoment des Anlaufkäfigs erforderlich gewesen. Der maximal zulässigen Differenzgeschwindigkeit für erfolgreiches Synchronisieren entsprach der „kritische Schlupf" s_{cr}. Da beim Schrittmotor das asynchrone Anlaufmoment fehlt, ist die kritische Differenzgeschwindigkeit jene maximal zulässige Geschwindigkeit des weiter schreitenden Ständerfelds f/z gegenüber dem stillstehenden Läufer, bei dem ein Anlauf mit Synchronisieren (Intrittfallen) des Läufers noch möglich ist. Dies ist nur bei kleinen Differenzgeschwindigkeiten möglich. Gemäß den Ausführungen in Kap. 9 ist der kritische Schlupf und damit die kritische Schrittfrequenz umso kleiner, je höher das gesamte zu beschleunigende Trägheitsmoment ist und je größer das bremsende Lastmoment ist, und umso größer, je höher das elektrische Maximalmoment (das statische Kippmoment M_{p0}) ist. Bei einem bestimmten Lastmoment M_L ist der Anlauf mit Synchronisieren folglich umso schlechter möglich, je größer das resultierende Trägheitsmoment ist. Der Motor kann eine bestimmte Lastträgheit J_L nur synchronisieren, wenn das Drehmoment M_e ausreichend groß ist. Dieses sinkt aber auf Grund des dynamischen Verhaltens mit steigender Schrittfrequenz, wie in Kurve 1 in Abb. 10.56b bereits dargestellt wurde. Hinzu kommt nun, dass auf Grund des Beschleunigungs- und Synchronisiervorgangs („kritischer Schlupf"), wie oben erwähnt, dieses maximal zulässige Lastmoment niedriger als bei Dauerbetrieb ist, sodass

in Abb. 10.56b die Kurve 3 unter der Kurve 1 liegt. Es sinkt also jenes zulässige Lastmoment mit steigender Schrittfrequenz, bei dem eine Läuferträgheit $J_L + J_M$ noch sicher synchronisiert wird, stärker als für sicheren Dauerbetrieb ohne Schrittverlust.

Gemäß den o. g. Ausführungen gilt: Je niedriger das Lastträgheitsmoment J_L ist, desto niedriger ist das gesamte Trägheitsmoment J und desto höher darf das zulässige bremsende Lastmoment M_L während des Beschleunigens sein. Der günstigste Fall tritt bei $J_L = 0$ auf (Abb. 10.56b, Kurve 2). Kurve 2 liegt folglich über Kurve 3, aber wegen des Beschleunigens und Synchronisierens von J_M unter Kurve 1. Aus den Kurven 2 und 3 ermittelt man bei unbelasteter Maschine ($M_L = 0$) das maximal zulässige Verhältnis von Last- zu Motorträgheitsmoment J_L/J_M, um den Motor bei einer bestimmten Schrittfrequenz f starten zu können (Abb. 10.56b: $J_L/J_M(f)$), indem die Punkte $M_L = 0$ der Kurven $M_L(J_L, f)$ jene zulässige maximale Start-Schrittfrequenz f ergeben, über der der Parameter J_L und damit auch J_L/J_M aufgetragen werden. Bei der Schrittfrequenz $f = 0$, also dem statischen Betrieb, ist natürlich die Synchronisation auch eines unendlich hohen Lastträgheitsmoments möglich, da kein Beschleunigungsvorgang mehr stattfindet und damit auch keine Synchronisation erforderlich ist.

Man nennt den Drehmomentbereich unter der Kurve 3 den Startbereich für ein bestimmtes Last-Trägheitsmoment J_L: Der Schrittmotor kann bei einem bestimmten Last-Trägheitsmoment J_L mit konstanter, niedriger Schrittfrequenz starten, deren Wert unterhalb der Kurve 3 in Abb. 10.56b liegt. Die von der Elektronik vorgegebene Schrittfrequenz muss so niedrig sein, dass der Motor noch sicher synchronisiert (in Tritt fällt). Den Bereich zwischen Kurve 2 und Kurve 1 nennt man den Beschleunigungsbereich: Wenn der Motor synchronisiert ist, kann er auch mit höherer Schrittfrequenz betrieben werden (also schneller drehen), ohne Schritte zu verlieren.

Um diese Vorgänge zu verdeutlichen, wird die Kurve $J_L/J_M(f)$ für $M_L = 0$ (Abb. 10.56b, unten) hier auch analytisch aus dem kritischen Schlupf hergeleitet. Der kritischen Differenzgeschwindigkeit n_{rel} aus Kap. 9

$$n_{rel} = s_{cr}(M_L = 0) \cdot n_{syn} = \frac{n_{syn}}{\Omega_{syn}} \cdot \sqrt{\frac{4M_{p0}}{J \cdot p}} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{M_{p0}}{(J_M + J_L) \cdot p}} \tag{10.98}$$

entspricht die kritische (= maximale zulässige) Drehzahl n für erfolgreichen Anlauf des Schrittmotors.

$$n_{rel} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{M_{p0}}{(J_M + J_L) \cdot p}} = n = f/z \tag{10.99}$$

Aus (10.99) folgt durch Umformung die gesuchte Beziehung

$$\frac{J_L}{J_M}(f) = \frac{z^2 M_{p0}}{\pi^2 p \cdot J_M} \cdot \frac{1}{f^2} - 1 \tag{10.100}$$

für $M_L = 0$ (Schwungmassenhochlauf), die der unteren Kurve in Abb. 10.56b entspricht. Sie gilt im Schrittfrequenzbereich von Null bis $f_{max} = f_{A0} = \frac{z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{M_{p0}}{J_M \cdot p}}$. Die maximal zulässige Schrittfrequenz f_{A0} ist umso größer, je größer das Kippmoment M_{p0} und je kleiner das Läuferträgheitsmoment J_L sind. Bei $f = 0$ wird das maximal zulässige Verhältnis J_L/J_M für den sicheren Anlauf in Übereinstimmung mit den o. g. Ausführungen unendlich groß.

Beispiel 10.20

Dynamische Drehmomentcharakteristik gemäß Abb. 10.56b:

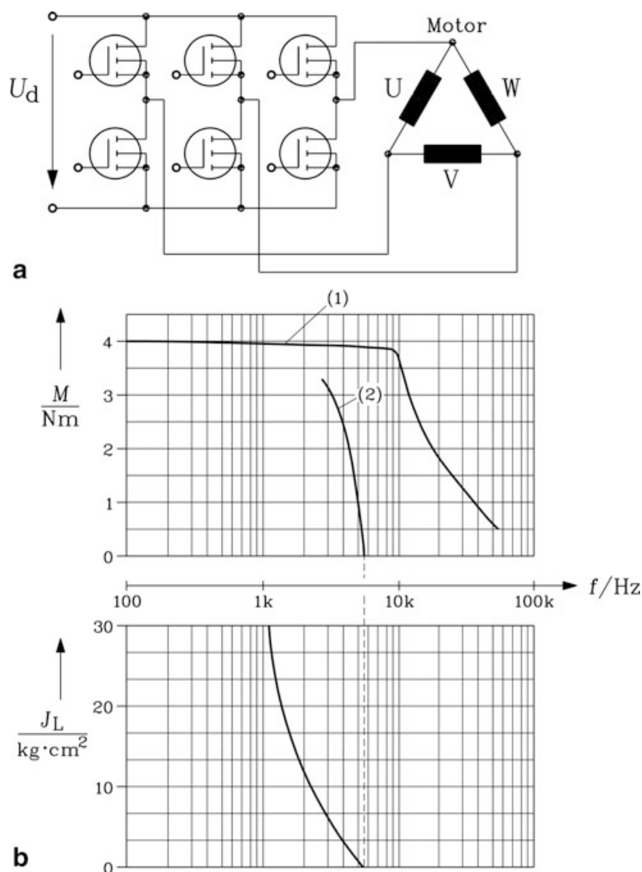


Abb. 10.57 Hybrid-Schrittantrieb: (**a**) Dreisträngige Schaltung mit sechspulsiger MOSFET-Brücke zur bipolaren Mikroschritt-Bestromung, Ständerwicklung in Dreieck geschaltet, (**b**) Dynamische Drehmomentcharakteristik: (1) Drehmomentgrenze bei Betrieb mit konstanter Schrittfrequenz f (Betriebsgrenzkurve), (2): Drehmomentgrenze bei Anlauf ohne Lastträgheitsmoment ($J_L = 0$) (Startfrequenzkurve), darunter: Zulässiges Lastträgheitsmoment für sicheren Anlauf ohne Lastmoment ($M_L = 0$) (Quelle: Berger-Lahr 1994)

Ergebnis:
Mit einem Lastmoment M_{LA} (A: Anlauf) und einem Lastträgheitsmoment J_L ist für den sicheren Anlauf eine maximale Startfrequenz $f_A(J_L > 0)$ gemäß Kurve 3 möglich. Ist kein (nennenswertes) Lastträgheitsmoment vorhanden, so ist eine höhere Startfrequenz $f_A(J_L = 0)$ gemäß Kurve 2 zulässig. Die maximal mögliche Startfrequenz f_{A0} wird erreicht, wenn kein Lastmoment vorhanden ist: $M_L = 0$. Im Dauerbetrieb kann mit dem Lastmoment M_{LB} (B: Betrieb) eine maximale Frequenz f_B erreicht werden, die die maximale Motordrehzahl bei der Belastung M_L festlegt. Die überhaupt maximal mögliche Frequenz im Dauerbetrieb f_{B0} tritt bei $M_L = 0$ auf. Sie entspricht der Leerlaufdrehzahl $n_{max} = n_0 = f_{B0}/z$.

Beispiel 10.21

Die Daten eines Hybrid-Schrittmotors wurden dem Katalog Berger-Lahr (1994) (Abb. 10.57) entnommen: $m = 3$, Dreieckschaltung, Gleichspannungszwischenkreis 325 V, Rotorzähnezahl $Q_r = 50$, Mikroschrittbetrieb, $z = 1000$ Schritte je Umdrehung, Motorträgheitsmoment $J_M = 0.00022\,\text{kgm}^2$. Das Haltemoment beträgt $M_H = 4.0\,\text{Nm}$ bei einen Ständer-Strangstrom-Effektivwert von $I_{rms} = 2.0\,\text{A}$.
1) Wie groß ist der Nennschrittwinkel α?
2) Wie groß sind die maximal zulässige Schrittfrequenz $f_{max} = f_{A0}$ und die zugehörige Motordrehzahl für sicheres Synchronisieren bei $M_L = 0$ und $J_L = 0$?

Lösung:
1) $\alpha = 360°/1000 = 0.36°$
2) Aus Abb. 10.57b, Kurve 2, folgt:

$$f_{max} = f_{A0} = 5.3\,\text{kHz}, \quad n = f_{A0}/z = (5300/1000) \cdot 60 = 318/\,\text{min}$$

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A10.1 die Bemessung einer geschalteten Reluktanzmaschine behandelt, und in A10.2 deren Drehmoment-Drehzahl-Kennlinie ermittelt. In A10.3 wird das Drehmoment einer Synchron-Reluktanzmaschine berechnet, und in Aufgabe A10.4 ihr Zeigerdiagramm ermittelt.

Gleichstromantriebe

11

In diesem Kapitel werden die Funktionsweise und das stationäre Betriebsverhalten elektrisch erregter Gleichstrommaschinen in den unterschiedlichen Konfigurationen der fremderregten Gleichstrommaschine, der Nebenschluss- und Reihenschluss-Maschine und der daraus kombinierten Verbundschaltung besprochen (Taegen 1970; Reiser 1971; Spring 1998; Fitzgerald et al. 2002; Merz und Lipphardt 2008). Der drehzahlveränderbare Betrieb bei Stromrichterspeisung und die Sonderform der Einphasen-Reihenschluss-Maschine bei Betrieb am Wechselstromnetz sowie die Unipolarmaschine als „echte" Gleichstrommaschine werden ebenfalls erläutert (Bödefeld und Sequenz 1971). Dynamische Vorgänge bei der Gleichstrommaschine sind in Kap. 13 dargestellt.

11.1 Die Funktionsweise der Gleichstrommaschine

a) Das magnetische Hauptfeld: Abb. 11.1a zeigt schematisch den axialen Schnitt einer einfachen zweipoligen Gleichstrommaschine. Im ruhenden Ständer sind ein magnetischer Nord- und Südpol angeordnet, deren Feld durch Permanentmagnete (Ruschmeyer 1983) oder durch elektrische Gleichstrom-Erregung über Polspulen (Abb. 11.2) als sogenanntes Hauptfeld erzeugt wird. Der magnetische Fluss pro Pol bewirkt ein magnetisches Luftspaltfeld $B_\delta(x_s)$ als Radialkomponente des Hauptfelds. Es ist schematisch in Abb. 11.3 längs der ständerfesten Umfangskoordinate x_s mit den Ständerpolen dargestellt, die elektrisch über Polspulen (Erreger- bzw. Feldstrom I_f) erregt sind. Der magnetische Rückschluss im Ständer über das „Ständerjoch", der Luftspalt δ und der abgewickelte Rotor (Läufer, „Anker") sind erkennbar. Dieses Hauptfeld, das im Wesentlichen senkrecht zum Luftspalt gerichtet ist, wird im Bereich der Pollücken („neutrale Zone") Null und wechselt dort die Polarität, während es unter den Polschuhen wegen des konstanten Luftspalts konstant $B_{\delta,m}$ ist (Hipfl 1983).

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_11

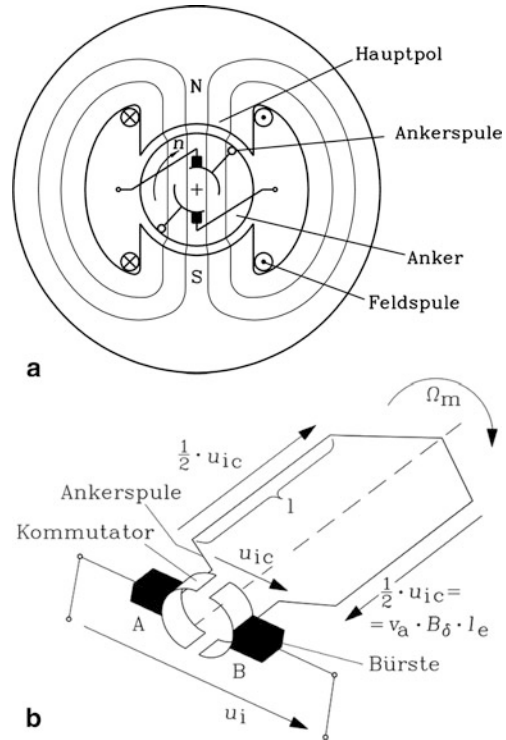


Abb. 11.1 Funktionsprinzip der Gleichstrommaschine: (**a**) Zweipolige Maschine im axialen Schnitt mit einer einzigen Läuferspule, (**b**) In die im Luftspaltfeld bewegte Läuferspule wird durch Bewegungsinduktion eine Wechselspannung induziert, die am Kommutator über ruhende „Bürsten" gleichgerichtet wird

Wird eine geschlossene Feldlinie des Hauptfelds in Abb. 11.3, oben, als geschlossene Kurve C mit der Flusspfadlänge $2\Delta_{\mathrm{Fe}}$ im Ständer- und Läufereisen und der Pfadlänge $2\,\delta$ im Luftspalt für die Anwendung des Durchflutungssatzes zur Berechnung des Luftspaltfelds $B_\delta\,(x_s)$ gemäß (11.1) verwendet ($N_{\mathrm{f,Pol}}$: Anzahl der Windungen je Polspule), so folgt für das Luftspaltfeld (11.2). Dabei ist H_{Fe} die mittlere Feldstärke im Eisen längs $2\Delta_{\mathrm{Fe}}$.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \Theta = 2V_{\mathrm{f}}$$

$$2(H_{\mathrm{Fe}}\Delta_{\mathrm{Fe}} + H_\delta\delta) = 2(V_{\mathrm{Fe}} + V_\delta) = 2N_{\mathrm{f,Pol}}I_{\mathrm{f}} = 2V_{\mathrm{f}} \tag{11.1}$$

$$B_{\delta,\mathrm{m}} = \mu_0 H_\delta = \mu_0 \frac{N_{\mathrm{f,Pol}}I_{\mathrm{f}} - H_{\mathrm{Fe}}\Delta_{\mathrm{Fe}}}{\delta} \tag{11.2}$$

Solange das Eisen ungesättigt bleibt, ist $H_{\mathrm{Fe}} \approx 0$ ($V_{\mathrm{f}} = V_\delta$). Der Maximalwert der Luftspaltflussdichte $B_{\delta,\mathrm{m}}$ nimmt dann linear mit dem Feldstrom I_{f} zu. In Abb. 11.3, oben, sind die Läufernuten als stromführende Schicht („Strombelag" A) idealisiert dargestellt. Tatsächlich tritt durch die Läufernutung ein magnetischer Engpass im Bereich der Zähne zwischen den Nuten auf (Abb. 11.2a), wo wegen der etwa gleichen Zahn- und Nutbreiten das Magnetfeld im Zahnbereich etwa doppelt so hoch wie im angrenzenden Luftspaltbereich ist. Ab etwa 1.8 T Zahnflussdichte sättigt das Eisen merkbar, sodass mit steigendem

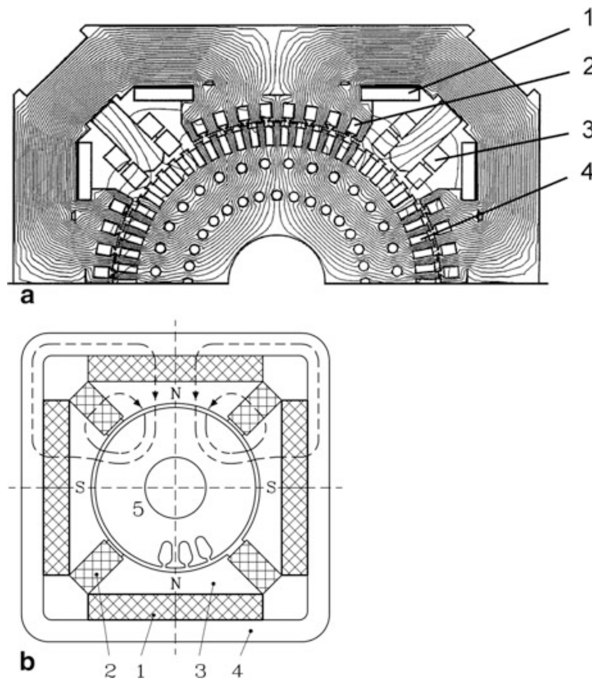


Abb. 11.2 Vierpolige Gleichstrommaschinen: (**a**) Elektrische Erregung: Berechnetes *B*-Feld bei Bemessungslast im Maschinenquerschnitt, obere Hälfte: Erregerspule 1, Kompensationswicklung 2, Wendepolspulen 3, Ankerwicklung 4 (Quelle: Heil 1995), (**b**) Permanentmagneterregung, ohne Wendepole, ohne Kompensationswicklung: Die Flusskonzentration erhöht die Luftspaltflussdichte: 1, 2: Ferrit-Dauermagnete, 3: Polschuh (Flussleitblech), 4: Ständerjoch, 5: Läufer mit Ankerwicklung (Quelle: Fischer 2004)

Erregerstrom I_f in der Feldwicklung nicht nur der Luftspalt, sondern auch das Eisen einen merkbaren Magnetisierungsbedarf benötigt ($V_f = V_\delta + V_{Fe}$).

Fazit:
Die Zunahme des Luftspaltfelds mit steigendem Feldstrom erfolgt wegen der Eisensättigung weniger als linear.

b) Spannungsinduzierung: Der vereinfachte Läufer (Anker) in Abb. 11.1a besteht aus einer aus Eisenblechen geschichteten Eisenwalze mit dem Außendurchmesser d_r, der axialen Länge l mit zwei Nuten, in denen die beiden Spulenseiten der einwindigen Läuferspule ($N_c = 1$) untergebracht sind. Für die folgenden Überlegungen nehmen wir ersatzweise an, dass die Spule (mit unendlich dünnen „Linien"-Leitern) an der Oberfläche des ungenuteten Eisenläufers angeordnet und damit unmittelbar dem Luftspaltfeld ausgesetzt ist. Den Einfluss der Nutöffnungen auf das Luftspaltfeld berücksichtigen wir durch einen über

q-Achse d-Achse q-Achse

A δ τp bp Bδ Bδ,m Bδ,av bpe = αe · τp xs

Abb. 11.3 Oben: Hauptfeld der elektrisch erregten Gleichstrommaschine mit prinzipiellem Verlauf der Feldlinien. Unten: Darstellung der Normalkomponente des Feldes im Luftspalt B_δ ohne Einfluss der Läufernutöffnungen

den Carter-Faktor vergrößerten Luftspalt (Kap. 4). Dass diese Ersatzanordnung zur selben induzierten Spannung führt wie für die in Nuten liegende reale Spule, ist in Aufgabe A4.8 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch" gezeigt. Der Läufer ist drehbar auf einer Welle gelagert. Die beiden Spulenenden sind an zwei Kupfergleitstücken angelötet, auf denen zwei mit den ruhenden Anschlussklemmen fest verbundene Kohlegleitstücke („Bürsten") gleiten, wenn sich der Läufer dreht. Die beiden Kupfergleitstücke sind gegeneinander mit Glimmer elektrisch isoliert. Das Gebilde aus Kupfergleitstücken (Kommutatorsegmenten bzw. Kommutatorlamellen bzw. Kommutatorstege) und Glimmerisolation wird Kommutator genannt. Dreht sich nun der Läufer mit der Drehzahl n, so bewegen sich die Spulenseiten mit der Umfangsgeschwindigkeit

$$v_a = d_r \pi n = 2p\tau_p n \tag{11.3}$$

durch das Luftspaltfeld, sodass in jeder Spulenseite eine elektrische Feldstärke $\vec{E}_b$ aufgrund der Bewegungsinduktion (Kap. 1) induziert wird. Die Maschine ist so konstruiert, dass diese Feldstärke maximal ist: Leiterrichtung und Feldrichtung stehen normal zueinander, das Feld ist im Luftspalt wegen der geringen Luftspaltbreite δ und der gegenüber Luft hohen Eisenpermeabilität μ_{Fe} nahezu ausschließlich normal zur Umfangskoordinate x gerichtet (Abb. 11.3). Außerhalb des Läufers im Stirnbereich der Spulen ist das Magnetfeld klein (Stirnstreufeld), sodass es vernachlässigt wird. Die je Spulenseite induzierte Spannung ist das Wegintegral der elektrischen Feldstärke $\vec{E}_b$ längs jeder Spulenseite; die Summe beider Spulenseiten ergibt die Spulenwechselspannung $u_{i,c}(t)$ an den Klemmen

des Kommutators (Abb. 11.1b). Gemäß Kap. 4 wird als axiale Länge die ideelle Eisenlänge l_e verwendet, um den Einfluss radialer Kühlschlitze im Blechpaket auf das Luftspaltfeld zu berücksichtigen. Die induzierte Spannung als Zeitverlauf $u_{i,c}(t)$ stellt über die Beziehung $x_s = x_r + v_a t$ für eine bei $x_r = 0$ im Läufer angeordneten Spulenseite wegen $x_s = v_a t$ das Abbild des räumlichen Feldverlaufs $B_\delta(x_s)$ dar, wenn v_a konstant ist (vgl. Abb. 11.3, unten, mit Abb. 11.4a).

$$u_{i,c}(t) = 2\int_{l_e} \vec{E}_b \cdot d\vec{s} = 2\int_{l_e} \vec{v}_a \times \vec{B}_\delta(x_s) \cdot d\vec{s} = 2v_a B_\delta(v_a t) l_e \tag{11.4}$$

Die ruhende linke Kohlebürste in Abb. 11.1b kontaktiert stets jenes Kommutatorgleitstück (Lamelle), dessen angeschlossene Spulenseite sich unter dem linken Pol (z. B. N-Pol) befindet, die rechte jene Spulenseite unter dem rechten Pol (z. B. S-Pol). Daher ist – von den Bürsten aus gesehen – die Polarität der induzierten Spannung stets dieselbe, da sie unter dem linken Pol (z. B. N-Pol) stets positiv („Plus-Bürste", A-Bürste), unter dem rechten (S-Pol) stets negativ ist („Minus-Bürste", B-Bürste). Folglich greifen die Bürsten die Serienschaltung der induzierten Spannungen der beiden Spulenseiten als gleichgerichtete Spannung $u_i(t)$ (Abb. 11.4a) mit einem Spannungseinbruch von 100 % des Amplitudenwerts (der zweimal pro Periode $T = 1/f_a$ auftritt) ab, während in der Spule (von den bewegten Kommutatorsegmenten aus gesehen) eine Wechselspannung auftritt. Die Positionen der Spulenseiten wechseln abwechselnd unter den N- und dann den S-Pol, sodass sich die Polarität der Spulenspannung mit der Drehfrequenz des Läufers n umkehrt. Ist die Maschine $2p$-polig (z. B. $2p = 4$), so wiederholen sich p Polaritätswechsel während einer Umdrehung. Die Frequenz der Wechselspannung (Ankerfrequenz f_a) nimmt also mit der Polzahl zu.

$$f_a = n \cdot p \tag{11.5}$$

Hat die Ankerspule N_c Windungen, so ist die induzierte Spannung je Ankerspule N_c-mal so groß.

Der zeitliche Verlauf der induzierten Wechselspannung ist, wie erwähnt, durch die räumliche Verteilung des Luftspaltfelds längs der Umfangskoordinate x_s wegen $x_s = v_a t$ bestimmt, wie Abb. 11.4a zeigt. Die zugehörige Spannungsamplitude $\hat{U}_{i,c}$ ist durch das maximale Luftspaltfeld $B_{\delta,m}$ (Abb. 11.3) bestimmt.

$$u_{i,c}(t) = 2N_c v_a l_e B_\delta(x_s) = 2N_c v_a l_e B_\delta(v_a t) \tag{11.6a}$$

$$\hat{U}_{i,c} = 2N_c v_a l_e B_{\delta,m} \tag{11.6b}$$

c) Erzeugung einer nahezu idealen Gleichspannung: Der Verlauf der gleichgerichteten Spannung $u_i(t)$ einer Spule in Abb. 11.4a weicht vom idealen Gleichspannungsverlauf $u_i(t) = U_i$ = konst. erheblich ab. Daher werden reale Gleichstrommaschinen mit einer größeren Anzahl in Serie geschalteter Ankerspulen, deren Seiten in benachbarten Nuten

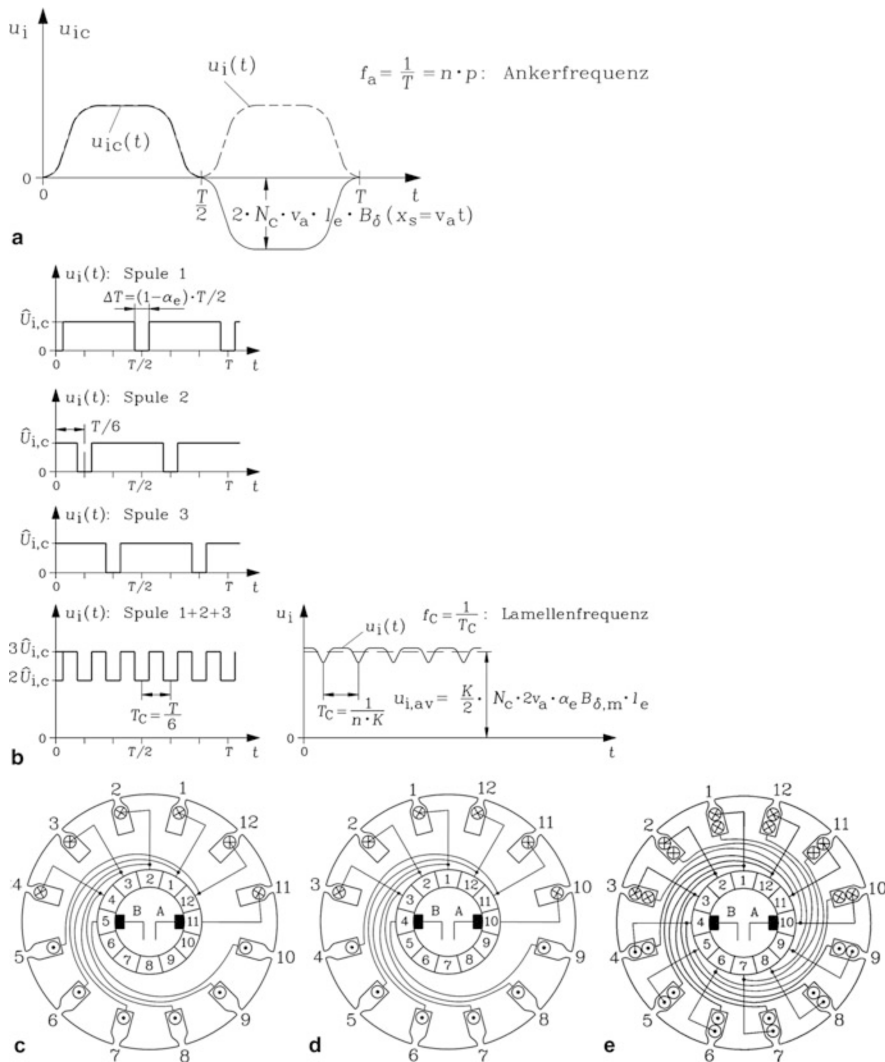


Abb. 11.4 Zeitlicher Verlauf der Ankerspannungen: (**a**) Spulenwechselspannung $u_{i,c}\,(t)$ und gleichgerichtete Spannung $u_i\,(t)$ bei einer Ankerspule, (**b**) Gleichgerichtete Spannung schematisch als Summe von drei Spulenspannungen bei $K/2 = 3$ Serienspulen und mit realem Zeitverlauf $u_i\,(t)$ bei $K/2 = 6$ Serienspulen zwischen Plus- und Minus-Bürste, (**c**) Anordnung von 6 Spulen in Serie im Läufer statt einer Spule (vgl. Abb. 11.1a), als halbe Spulenzahl der vollständigen Wicklung (siehe e), wobei die Kohlebürsten A und B an den Kommutatorlamellen 5 und 11 die Spannung abgreifen. In den Nuten belegen die linken Spulenseiten die unterschicht und die rechten Spulenseiten die Oberschicht je Nut. Die Bürsten A und B schleifen tatsächlich außen am Kommutator, sind aber der Übersichtlichkeit wegen hier innen angebracht. (**d**) Wie (**c**), aber der Läufer hat sich um eine Lamellenteilung gegen den Uhrzeigersinn weitergedreht, sodass nun die Kohlebürsten die Spannung zwischen den Lamellen 4 und 10 abgreifen. Dabei ist aus der vollständigen Zweischichtwicklung e die Spule 10, beginnend mit der Spulenseite 10 (Oberschicht), hinzugekommen, während die Spule 4 die betrachtete Serienschaltung der Spulen zwischen A und B verlassen hat. (**e**) Wie (**d**), jedoch mit allen 12 möglichen Ankerspulen, sodass nun alle Ober- und Unterschichtplätze in den Nuten belegt sind

angeordnet sind, ausgeführt. Den Läufer in Abb. 11.4c muss man sich an Stelle des einfachen Läufers mit nur einer Spule (Abb. 11.1a) in den magnetischen Kreis von Abb. 11.1a eingebaut denken, wenn man 6 Spulen in Serie schalten will (siehe Bsp. 11.1). Der Abstand der Rotornuten, die Rotornutteilung $\tau_r = d_r\pi/Q_r$, ist durch die Läufernutzahl Q_r bestimmt.

$$\tau_r = d_r\pi/Q_r \tag{11.7}$$

In benachbarten Spulen wird die Wechselspannung mit dem zeitlichen Phasenversatz τ_r/v_a induziert. So wird in der Summe $u_i(t)$ dieser (in Abb. 11.4c sechs) Spulen-Einzelspannungen der „Spannungseinbruch", bedingt durch das geringe Feld im Bereich der neutralen Zone, verringert (bei sechs Serienspulen auf ca. $100\,\%/6 = 17\,\%$, Abb. 11.4b). Die Spannungswelligkeit ist umso geringer, je mehr Ankerspulen verwendet werden. Da jede Spule mit Anfang und Ende an einem Kommutatorsegment angeschlossen ist, werden nun auch mehr Kommutatorsegmente benötigt. Die Serienschaltung der Spulen erfolgt dadurch, dass an jedem Kommutatorsegment das Ende einer Spule mit dem Anfang der nächsten verlötet wird (Abb. 11.8a). Somit liegen bei einer zweipoligen Maschine und einem Kommutator mit K Segmenten $K/2$ Spulen zwischen der Plus- und der Minus-Bürste.

Beispiel 11.1

Analyse der Läuferwicklungs-Anordnung gemäß Abb. 11.4c, Kommutatorlamellenzahl $K = 12$:

Ergebnis:
Zwischen den Kohlebürsten A und B sind die sechs Spulen mit den Anfängen und Enden an den Kommutatorsegmenten 11-5, 12-6, 1-7, 2-8, 3-9, 4-10 in Serie geschaltet. Sie belegen folglich die Kommutatorsegmente 11, 12, 1, 2, 3, 4 mit den Spulenanfängen und die Segmente 12, 1, 2, 3, 4, 5 mit den Spulenenden. Die induzierten Spulenspannungen sind zueinander um 1/12 der Spannungsperiode zeitlich versetzt. Diese 6 Spulenspannungen addieren sich. Die Spulenseiten 11, 12, 1, 2, 3 und 4 liegen in der Nutoberschicht, die Spulenseiten 5, 6, 7, 8, 9, 10 liegen in der Unterschicht. Es wird zwischen A und B die mittlere Gleichspannung $u_{i,av} = (K/2) \cdot 2N_c v_a l_e \alpha_e B_{\delta,m}$ gemäß (11.10) abgegriffen. In Abb. 11.4c sind in 6 Nuten die Oberschichtplätze und in den anderen sechs Nuten die Unterschichtplätze frei. Deshalb ist es möglich, elektrisch parallel zu den Bürsten A und B zu den bereits eingezeichneten sechs Spulen sechs weitere Spulen (5-11, 6-12, 7-1, 8-2, 9-3, 10-4) anzuordnen, deren Oberschicht-Spulenseiten 5, 6, 7, 8, 9, 10 die freien Oberschichtplätze und die Spulenseiten 11, 12, 1, 2, 3, 4 die noch freien Unterschichtplätze in den Nuten belegen. Dies ist in Abb. 11.4e eingezeichnet, sodass der Läufer mit 12 Kommutatorlamellen auch 12 Spulen besitzt. Jeweils sechs und sechs Spulen sind zwischen A und B in Serie geschaltet und bilden zwei elektrisch parallele Ankerwicklungszweige in dieser zweipoligen Gleichstrommaschine.

In Abb. 11.4d hat sich der Läufer um 1/12 gegen den Uhrzeigersinn weitergedreht. An Stelle der Oberschicht-Spulenseiten 4, 3, 2, 1, 12, 11 liegen nun die Oberschicht-Spulenseiten 3, 2, 1, 12, 11, 10 im Luftspaltfeld unter dem oberen Pol gemäß Abb. 11.1a. Aus Sicht der Bürsten A und B hat sich am Spannungsmittelwert nichts geändert, denn es werden wiederum die 6 Spulen in Serie abgegriffen, allerdings nun zwischen den Lamellen 4 und 10. Es sind daher lediglich andere, an den gleichen Positionen liegende Spulenseiten an dem Zustandekommen der resultierenden Spannung beteiligt. Es wird daher unabhängig von der aktuellen Läuferlage von den Bürsten stets die gleiche mittlere Spannung $u_{\mathrm{i,av}}$ abgegriffen. In den Läuferspulen werden aber Wechselspannungen induziert. Auch in dem rotierenden Eisenteil des Läufers wird durch Bewegungsinduktion eine elektrische Spannung induziert. Daher muss der Läufer aus gegeneinander isolierten Eisenblechen aufgebaut sein, um Wirbelströme (vgl. Kap. 1) im Läufereisen so klein als möglich zu halten.

Die zwischen den Bürsten A und B abgegriffene Spannung ist also die Zweigspannung je parallelem Ankerwicklungszweig, wobei beide Zweige über die Bürsten A und B parallel geschaltet sind. Der Bürstenstrom ist der doppelte Zweigstrom. Beachten Sie, dass die gedachte Verbindungslinie zwischen den Bürsten A und B senkrecht zur Hauptpolachse von Abb. 11.1a steht. Nur so ergibt der Bürstenabgriff die maximale Spannung zwischen den beiden Bürsten. Würde man die Bürsten A und B um 90° verdrehen, sodass die Bürstenachse und die Hauptpolachse fluchten, wäre die zwischen den beiden Bürsten abgegriffene resultierende Spannung null. Dies deshalb, weil drei der sechs je Parallelzweig in Serie geschalteten Spulen mit der linken Spulenseite unter dem Südpol liegen und die anderen drei linken Spulenseiten unter dem Nordpol des Stators. Damit haben je drei Spulen entgegengesetztes Spannungsvorzeichen, und ihre resultierende Spannung ist Null. Durch Verdrehen der Bürsten von der senkrechten zur waagerechten Spulenachse steigt die gleichgerichtete Spannung zwischen den Bürsten kontinuierlich von Null auf den Maximalwert $u_{\mathrm{i,av}}$. Die Darstellungen in Abb. 11.4c–e sollen lediglich den Übergang von einer Spule im Anker zu einer vollständigen Ankerwicklung zeigen. Eine detaillierte Analyse der Ankerwicklungen erfolgt in Abschn. 11.2.

In Gleichstrommaschinen ab etwa 1 kW Bemessungsleistung werden mehr als nur 12 Ankerspulen wie in Bsp. 11.1 ausgeführt, um die Restwelligkeit der gleichgerichteten Spannung $u_{\mathrm{i}}(t)$ (Abb. 11.4b) zu minimieren. Bei $K = 60$ Kommutatorlamellen sind bei einer zweipoligen Maschine 60 Spulen ausführbar, wobei je 30 Spulen über die Bürsten in Serie geschaltet sind. Die Restwelligkeit der gleichgerichteten Spannung zwischen den Bürsten (als Spitze-Spitze-Wert der dem Mittelwert $u_{\mathrm{i,av}}$ überlagerten Wechselspannung) ist bei 30 Serienspulen typisch 1/30 von $u_{\mathrm{i,av}}$ und damit ca. 3 % des Spannungsmittelwerts.

Fazit:
Aufgrund vieler in Serie geschalteter Ankerspulen, die zeitlich versetzt induziert werden, entsteht durch die Gleichrichtung am Kommutator eine nahezu ideale Gleichspannung.

d) Berechnung des Gleichspannungs-Mittelwerts: Der zeitliche Mittelwert der gleichgerichteten Ankerspannung kann einfach über den räumlichen Mittelwert des Luftspaltfelds $B_{\delta,\mathrm{av}}$ (11.8) gemäß Abb. 11.3 ermittelt werden. Dabei ist τ_p die Polteilung. Der Abschnitt, wo bei konstantem maximalem Luftspaltfeld $B_{\delta,\mathrm{m}}$ der gleiche Luftspaltfluss Φ auftritt wie beim realen Feldverlauf längs der gesamten Polteilung, heißt „äquivalenter Polbogen" b_pe.

$$B_{\delta,\mathrm{av}} = \frac{1}{\tau_\mathrm{p}} \int_0^{\tau_\mathrm{p}} B_\delta(x_\mathrm{s}) dx_\mathrm{s} = \alpha_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} \tag{11.8}$$

$$\Phi = b_\mathrm{pe} l_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} = \alpha_\mathrm{e} \tau_\mathrm{p} l_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} \tag{11.9}$$

Der äquivalente Polbogen ist um den Faktor α_e, der äquivalenten (bzw. ideellen) Polbedeckung, kleiner als die Polteilung: $b_\mathrm{pe} = \alpha_\mathrm{e}\tau_\mathrm{p}$. Diese äquivalente Polbedeckung beträgt bei Gleichstrommaschinen ohne Wendepole bzw. mit schmalen Wendepolen etwa 0.7 (Abb. 11.2b), bei Maschinen mit breiten Wendepolen etwa 0.55 (Abb. 11.2a, vgl. Abschn. 11.5). Damit ist der Mittelwert der gleichgerichteten induzierten Ankerspulenspannung über das mittlere Luftspaltfeld $B_{\delta,\mathrm{av}}$ (Abb. 11.3) zu berechnen.

$$u_{\mathrm{i,av}} = 2N_\mathrm{c} v_\mathrm{a} l_\mathrm{e} \alpha_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} \tag{11.10}$$

Bei K Spulen einer zweipoligen Maschine liegen $K/2$ Spulen gemäß Bsp. 11.1 in Serie zwischen den Bürsten A und B.

$$u_{\mathrm{i,av}} = U_\mathrm{i} = (K/2) \cdot 2N_\mathrm{c} v_\mathrm{a} l \alpha_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} \tag{11.11}$$

Die Frequenz der Restwelligkeit (Lamellenfrequenz) f_C ist durch die Gesamtspulenzahl K bestimmt, da der Kommutator K Lamellen (Segmente) hat (Abb. 11.4a und b).

$$f_\mathrm{C} = n \cdot K \tag{11.12}$$

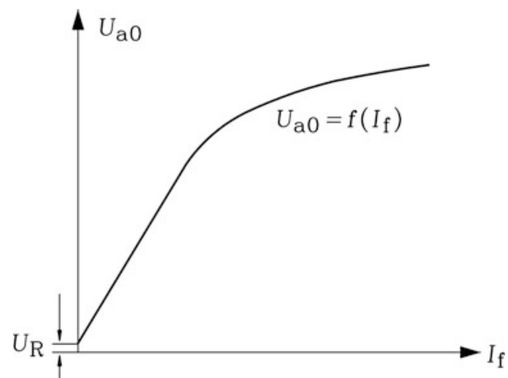
Mit der Ankerumfangsgeschwindigkeit v_a und der Gesamtleiterzahl z im Anker (K Ankerspulen mit N_c Windungen je Spule und zwei Spulenseiten je Spulenwindung)

$$z = 2KN_\mathrm{c} \tag{11.13}$$

folgt mit (11.3) und (11.9) für die zweipolige Maschine ($p = 1$) die induzierte Spannung als mittlere Gleichspannung

$$\begin{aligned} U_\mathrm{i} &= \frac{K}{2} \cdot 2N_\mathrm{c} v_\mathrm{a} l_\mathrm{e} \alpha_\mathrm{e} B_\delta = \frac{z}{4N_\mathrm{c}} \cdot 2N_\mathrm{c} \cdot 2p\tau_\mathrm{p} n \cdot l_\mathrm{e} \alpha_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} \\ U_\mathrm{i} &= z \cdot n \cdot \alpha_\mathrm{e} \tau_\mathrm{p} l_\mathrm{e} B_{\delta,\mathrm{m}} \\ U_\mathrm{i} &= z \cdot n \cdot \Phi \qquad (2p = 2) \end{aligned} \tag{11.14}$$

Abb. 11.5 Generatorisch gemessene Leerlaufkennlinie der Gleichstrommaschine: Die induzierte Spannung nimmt aufgrund der Eisensättigung nichtlinear mit steigendem Feldstrom zu. Bei $I_f = 0$ wird aufgrund der Remanenzflussdichte B_R des Statoreisens die Remanenzspannung $U_R \sim B_R$ induziert



Für die höherpolige Maschine wird die Herleitung der Formel für die induzierte Spannung („Rotationsspannung") in Abschn. 11.3 gezeigt. Unter dem Einfluss der Sättigung des Eisens steigt der Fluss Φ pro Pol nichtlinear mit dem Feldstrom I_f, sodass die induzierte Spannung nichtlinear mit der Zunahme des Feldstroms ansteigt. In Abb. 11.5 ist die Ankerspannung U_{a0}, die zwischen Plus- und Minus-Bürste A und B abgegriffen wird, im Generatorbetrieb der Gleichstrommaschine bei Leerlauf dargestellt. Die Klemmen an den Bürsten A und B sind offen, es ist kein Lastwiderstand an die beiden Bürsten angeschlossen, daher fließt kein Strom in der Ankerwicklung. Der Läufer wird durch einen fremden Motor mit der konstanten Drehzahl n angetrieben und dreht im vom Feldstrom I_f erregten Hauptfeld (Leerlauf bei Generatorbetrieb). Daher ist die Leerlauf-Ankerspannung U_{a0} gleichzeitig die induzierte Spannung U_i, sodass diese direkt messbar ist.

Fazit:
Die induzierte Spannung steigt gemäß (11.14) linear mit der Drehzahl n und dem Fluss Φ an, steigt aber, abgesehen von einem durch die Luftspaltmagnetisierung bestimmten linearen Anfangsbereich, mit beginnender Sättigung des Eisens nichtlinear mit dem Feldstrom I_f.

e) Technologie des Ankers, des Kommutators und der Bürsten: Bei $K/2 = 30$ Spulen zwischen Plus- und Minusbürste und u nebeneinander liegenden Spulen je Nut sind $K = 60$ Kommutatorsegmente nötig. Die Breite der Kommutator-Kupferlamellen am Umfang des Kommutators kann aus fertigungstechnischen Gründen etwa 2.4 mm nicht unterschreiten. Mit einer Dicke d_I der Isolation aus Glimmer von minimal 0.8 mm zwischen den Lamellen ergibt sich eine minimale Kommutator-Segmentteilung von $\tau_{c,min} = 3.2$mm.

Abb. 11.6a zeigt den Läufer mit einer repräsentativen Ankerspule, ausgeführt als Zweischicht-Wicklung ähnlich wie bei den Drehfeldwicklungen (Kap. 2), den Kommutator mit seinen vielen Segmenten und eine Kohlebürste. Die Ankernuten können wegen der Leiter- und Nutisolation bei weitem nicht so schmal wie die Kommutator-Segmentteilung ausgeführt werden. Deshalb hat der Anker (Läufer) i. A. einen gegenüber

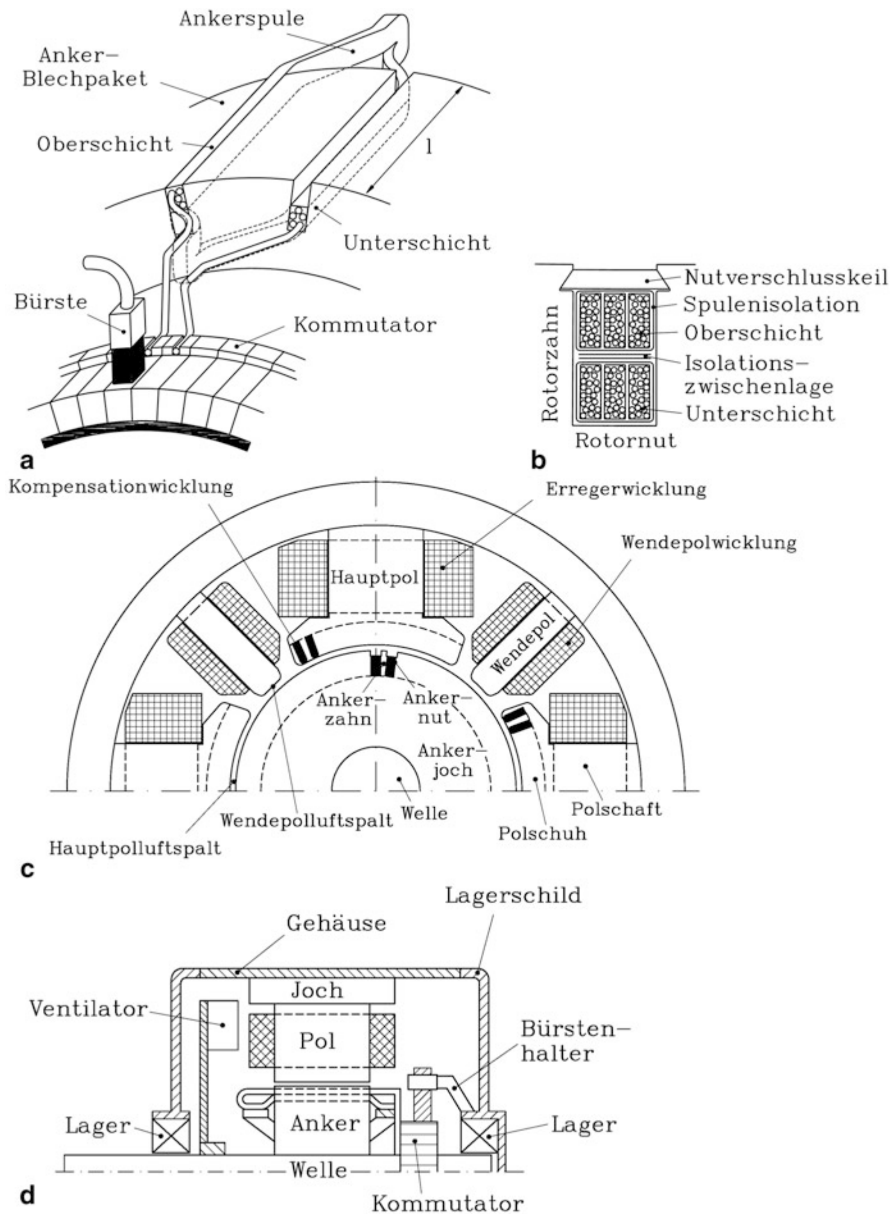


Abb. 11.6 Prinzipieller Aufbau einer Gleichstrommaschine (Quelle: Kleinrath 1975): (**a**) Läufer, Läuferspule aus Runddraht, Kommutator, Bürste, (**b**) Läufer-Nutquerschnitt einer Anker-Zweischichtwicklung aus Runddraht, $u = 3$ Spulenseiten je Nut und Schicht, Ober- und Unterschicht und N_c Windungen je Spule, (**c**) Schematischer Querschnitt der Maschine, (**d**) Längsschnitt der Maschine

dem Kommutator größeren Durchmesser und deutlich weniger Nuten Q_r als der Kommutator Segmente K. Man fasst nämlich mehrere (z. B. $u = 3$, Abb. 11.6b) Spulenseiten nebeneinander in eine Nut zusammen, sodass für die erforderliche Kommutatorlamellenzahl folgt:

$$K = u \cdot Q_r. \tag{11.15}$$

Beispiel 11.2

Zweipolige Maschine, $u = 4$ Spulenseiten je Nut und Schicht, $Q_r = 15$ Läufernuten. Wie groß sind die Nutzahl pro Pol und die Kommutatorlamellenzahl?

Lösung:
Es ergeben sich 7.5 Läufernuten pro Pol, und $K = u \cdot Q_r = 4 \cdot 15 = 60$ Kommutatorsegmente.

Die in Abb. 11.6a dargestellte Bürste ist in der Realität in Umfangsrichtung breiter als eine Kommutatorteilung und hat daher eine größere Querschnittsfläche, sodass i. A. zwischen 2 und 5 Segmente gleichzeitig überdeckt werden. Diese größere Stromdurchtritts-Fläche A ist zum einen notwendig, damit die Bürstenstromdichte ausreichend niedrig ist. Es dürfen dauernd ca. 10 bis 12 A/cm^2 nicht überschritten werden, um den Graphit-Kohlenstoff der Bürsten und das Bindemittel thermisch nicht zu schädigen (Shobert 1965; Volkmann 1980). Zum anderen ist der mit der Bürstenfunktion (Stromführung!) verbundene Kommutierungsvorgang des Ankerstroms (Abschn. 11.5) durch Funkenbildung zwischen Kommutator und Bürste nicht unproblematisch. Wie in Abschn. 11.5 gezeigt wird, kann eine breitere Bürste die Kommutierungsprobleme verringern, da dann in mehreren Spulen gleichzeitig der Stromwendevorgang abläuft. Beachten Sie: Die über die Bürste kurzgeschlossenen Spulen liegen zu diesem Zeitpunkt mit ihren Spulenseiten im Bereich der neutralen Zone zwischen den Ständerpolen (Abb. 11.11), wo das Feld klein ist und den Nulldurchgang hat, sodass auch ihre induzierte Spannung klein bzw. nahezu Null ist.

Die Stromdichte in den Kupferleitern der Spulen ist je nach Kühlverhältnissen der Maschine deutlich höher als in den Bürsten. Typische Werte sind 4 … 8 A/mm^2 bei innengekühlten Maschinen. Während der ohm'sche Widerstand von Kupfer mit steigender Temperatur zunimmt, sinkt jener von Graphit, dem Bürstenmaterial. Der Großteil des elektrischen Widerstands zwischen Bürstenanschlussklemme und Kommutatorsegment ist der Übergangswiderstand in der Gleitfläche der Bürste und der Oberfläche des Kommutators („Bürsten-Übergangswiderstand“) (Holm 1967; Woda 1970, Abb. 11.7a). Der Stromdurchtritt erfolgt an einzelnen Kontaktpunkten vom Graphit zum Kupfer, deren Anzahl mit steigender Stromdichte zunimmt, sodass der Spannungsfall je Bürste nahezu unabhängig von der Bürstenstromdichte J_b etwa 1 … 1.5 V je Bürste beträgt. Der resultierende Bürstenspannungsfall U_b (Bürstenübergangsspannung) kann somit für Plus- und Minusbürste in Summe mit ca. 2 V bis 3 V angesetzt werden (Abb. 11.7b) (Shobert 1965; Volkmann 1980).

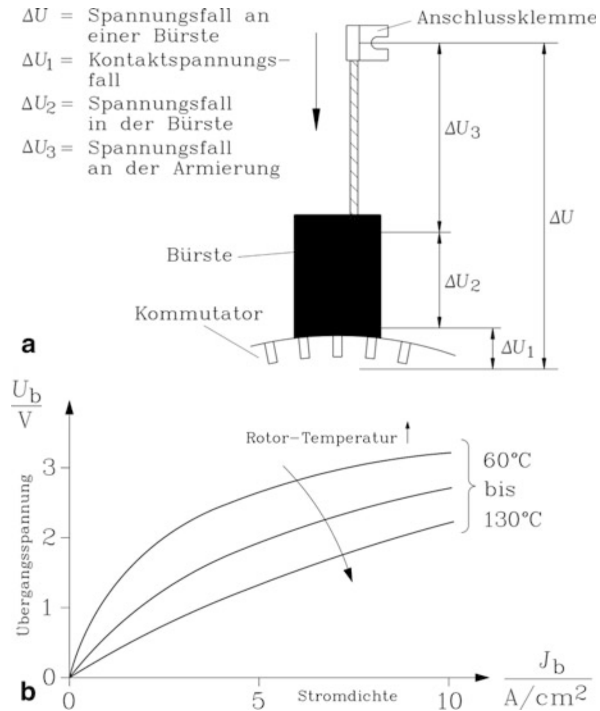


Abb. 11.7 Der Bürstenkontakt: (**a**) Der Bürstenübergangswiderstand ist hauptsächlich in der Gleitzone der Bürste lokalisiert: ΔU_1 beträgt ca. 80 % von ΔU. (**b**) Der Bürstenspannungsfall U_b hängt bei Gleichstrom nichtlinear von der Bürstenstromdichte J_b ab und sinkt mit steigender Temperatur

11.2 Ankerwicklungen

11.2.1 Schleifenwicklung

a) Grundelement der Schleifenwicklung: Die in Abschn. 11.1 erwähnte Erhöhung der Spulenanzahl zwecks Vergleichmäßigung der welligen Gleichspannung, ausgehend von nur einer Ankerspule zwischen zwei Bürsten, wird anhand von Abb. 11.8 erläutert. Das Ende einer Spule wird mit dem Anfang der nächsten am Kommutatorsegment verbunden. Die Weite y_1 der Spulen ist der Abstand zwischen Ober- und Unterschicht einer Spule. Er sollte etwa einer Polteilung entsprechen, damit beide Spulenseiten sich gleichzeitig entweder im Bereich maximalen Luftspaltfelds oder in der jeweiligen neutralen Zone befinden. Man definiert die Kommutator-Segmentteilung $\tau_C = d_{si}\pi/K$ als „einen" Schritt und gibt die Spulenweite in Kommutatorschritten („Wicklungsschritt" y_1) an. Ein vorwärts gerichteter Wicklungsschritt (in Abb. 11.8a nach rechts), der einer Polteilung entspricht, beträgt somit $K/(2p)$ Schritte. Mit dem rückwärts gerichteten Schaltschritt y_2 (in Abb. 11.8a nach links) ergibt sich bei der Schleifenwicklung ein Gesamtschritt y am Kommutator („Kommutatorschritt") von 1.

$$y = y_1 - y_2 \tag{11.16}$$

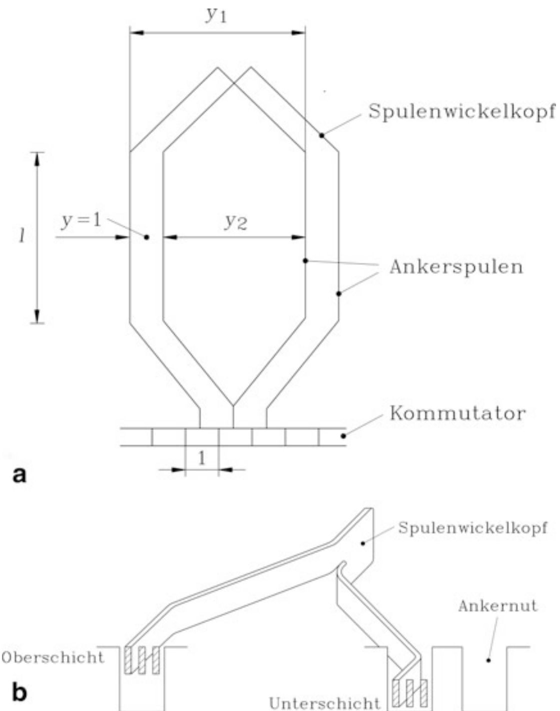


Abb. 11.8 Entstehung der Schleifenwicklung: (**a**) Serienschaltung zweier Spulen am Kommutator (abgewickelte Darstellung des Läufers; l: Länge einer Spulenseite im Ankerblechpaket), (**b**) Axialer Schnitt durch den Läufer mit Andeutung der Ankernutung (hier: $u = 3$)

Beispiel 11.3

Daten für eine eingängige Schleifenwicklung: $K = 232$, $2p = 4$, $K/(2p) = 58$, $y_1 = 58$, $y_2 = 57$, $y = 1$. Würde man $y_2 = 59$ wählen, ergäbe das den Kommutatorschritt $y = -1$ und die Spulenanschlüsse überkreuzen sich.

Man nennt die Ausführung $y = 1$ ungekreuzte (eingängige) Schleifenwicklung, die Ausführung $y = -1$ gekreuzte (eingängige) Schleifenwicklung. Wegen des geringeren Kupferverbrauchs und des Vermeidens von Kreuzungen wählt man meist die ungekreuzte Ausführung (Richter und Prassler 1967).

b) Zwei- und höherpolige Schleifenwicklungen: Abb. 11.9 zeigt dieses „Weiterschleifen" (Name!) der einzelnen in Serie geschalteten Ankerspulen links in Abb. 11.9 mit Oberschichtleitern, und eine weitere Polteilung (Pol mit entgegen gesetzter Polarität) rechts mit Unterschichtleitern, bis eine komplette Polteilung überdeckt ist (die Spulen sind mit voller Linie gezeichnet). Wird diese Wicklung nur zweipolig ausgeführt, so vervollständigen die gestrichelt angedeuteten Spulen (linker Pol mit Unterschichtleitern, rechter Pol mit Oberschichtleitern) in gemeinsamen Nuten mit den zuvor genannten Spulen mit voller Linie die Wicklung zu einem in sich geschlossenen Linienzug, der an den Stellen, wo gerade die Bürsten kontaktieren, elektrisch angeschlossen wird.

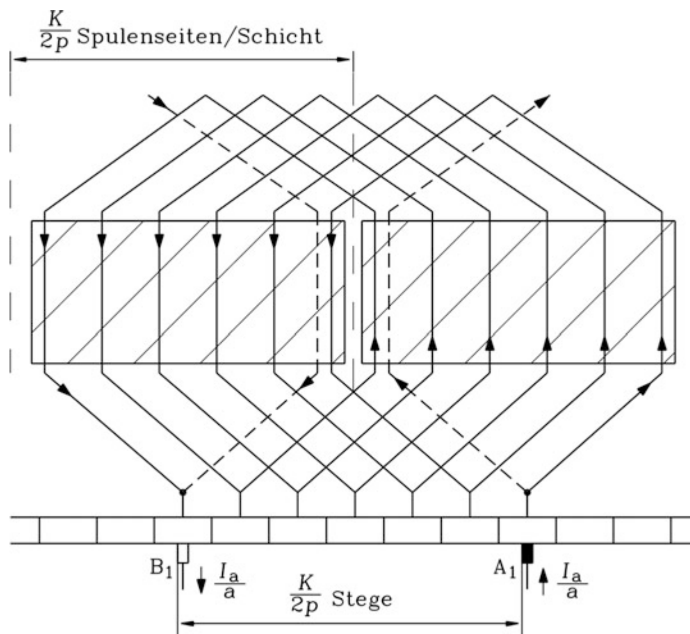


Abb. 11.9 Schleifenwicklung in abgewickelter Darstellung je Polpaar (schraffierte Fläche: Polfläche eines Pols), $K/(2p) = 6$ Spulen je Ankerzweig zwischen zwei Bürsten entgegen gesetzter Polarität. Die linken Spulenseiten gehören zur Oberschicht, die rechten zur Unterschicht. Je Nut liegen stets zwei Spulenseiten unterschiedlicher Spulen übereinander (Zweischichtwicklung). Gestrichelt ist die Fortsetzung zweier weiterer Ankerzweige nach links und rechts dargestellt. Bei einer zweipoligen Maschine sind die gestrichelt eingezeichneten Spulen Anfang und Ende des zweiten Ankerparallelzweigs, und es existieren nur die beiden eingezeichneten Bürsten A_1 und B_1

Bei einer vier-, sechs- oder höherpoligen Maschine muss man sich den Wicklungszug nach links und rechts entsprechend fortgesetzt denken, bis die gewünschte Anzahl an Polen erreicht ist (einmal um den Ankerumfang herum). Dies ist in Abb. 11.10 angedeutet, wobei die $K/(2p)$ Spulen zwischen je zwei benachbarten Bürsten durch eine einfache, gestrichelt gezeichnete Schleife ersetzt sind. Damit entsteht wegen der abwechselnd folgenden N- und S-Pole im Ständer eine Folge von Plus- und Minus-Bürsten.

Beispiel 11.4

Spannungsverteilung in einer (eingängigen) Schleifenwicklung: Wird in Abb. 11.10 zwischen zwei Bürsten eine Spannung von 440 V induziert, so liegt die Plus-Bürste A_1 auf +220 V, das Potenzial der Minus-Bürste B_1 auf –220 V. Bei einer Erweiterung auf 6 Pole folgt nun die positive Bürste A_2 wieder mit +220 V, dann B_2 mit –220 V, A_3 mit +220 V und B_3 wieder mit –220 V. Die Bürstenbezeichnungen A_1, B_1, A_2, B_2, etc. sind nicht genormt, sondern werden hier speziell in dieser Schreibweise verwendet!

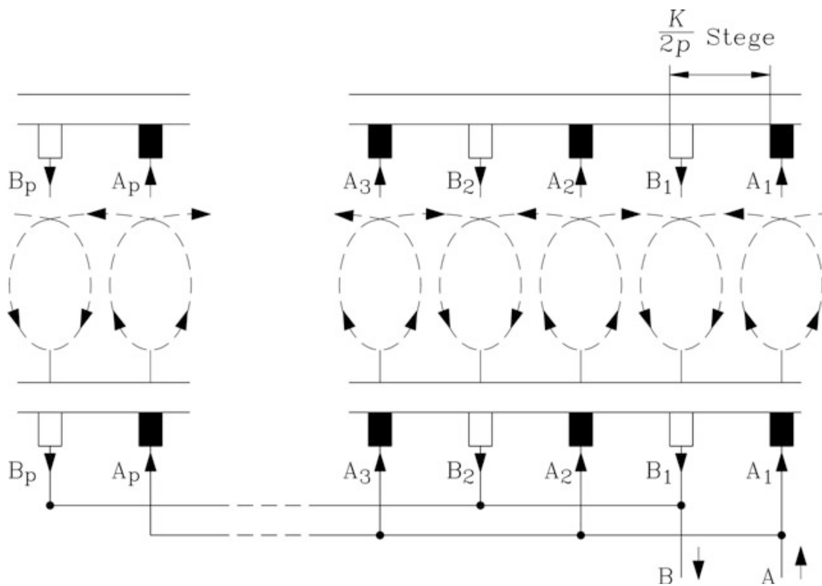


Abb. 11.10 Aus einer zweipoligen Ankerschleifenwicklung entsteht eine sechspolige (allgemein $2p$-polige) Ankerwicklung durch identische Fortsetzung der Schleifenwicklung, der Ständerpolfolge und der Bürstenanordnung

Fazit:
Alle positiven und alle negativen Bürsten können wegen jeweils gleicher elektrischer Potenziale parallel geschaltet werden.

c) Parallele Wicklungszweige bei Schleifenwicklungen: Wird die Wicklung mit Gleichstrom bestromt, so teilt sich der Strom $I_b = I_a/a$ je Bürste gemäß Abb. 11.9 in zwei gleich große Anteile, da er vom Kommutatorsegment z. B. bei A_1 nach links in die Oberschicht der einen Spule (gestrichelt) und nach rechts in die Unterschicht der anderen Spule (volle Linie) fließt. Über diese beiden Wicklungszweige fließen beide Teilströme zur Minusbürste B_1, wo sie sich wieder vereinigen. Somit existieren bei der zweipoligen Maschine stets zwei parallele Wicklungszweige $2a = 2$. Bei der $2p$-poligen Maschine kommt hinzu, dass die p Plus- und die p Minus-Bürsten selbst nochmals parallel geschaltet sind (Abb. 11.10). Der gesamte, von außen über die Bürsten der Ankerwicklung zugeführte Ankerstrom I_a teilt sich daher in $2p$ Teilströme in den Ankerleitern auf. Die Leiterfolge der einzelnen Spulen selbst aber bildet gemäß Abb. 11.11c ein einziges „endlos geschlossenes“ Band. Daher wird diese Art der Schleifenwicklung eingängig genannt.

Fazit:
Eine Schleifenwicklung hat 2a parallele Zweige, wobei $a = p$ gilt. Je Bürste fließt der Bürstenstrom $I_b = I_a/a$. Im Gegensatz zu Drehstrommaschinen (Kap. 2) ist die

minimal mögliche Anzahl paralleler Zweige nicht „eins", sondern „zwei" (2a = 2). Deshalb bedeutet a bei Drehstrommaschinen die „Anzahl paralleler Wicklungszweige", bei Gleichstrommaschinen aber „die halbe Anzahl paralleler Wicklungszweige".

Beispiel 11.5

Analyse einer eingängigen Schleifenwicklung mit den Daten: $Q_r = 26$, $2p = 4$, $u = 1$, $N_c = 1$ gemäß Abb. 11.11a. Geben Sie die Wicklungsparameter und die Darstellung eines Wicklungselements an! Zeichnen Sie die elektrisch wirksame Schaltung der Wicklung bezüglich der induzierten Spannungen passend zum in Abb. 11.11a dargestellten Zeitpunkt!

Lösung:
$a = p = 2$, $K = 26$, $y_1 = 6$, $y_2 = 5$, $y = 1$
Wicklungselement: Abb. 11.11b.
Elektrisch wirksame Schaltung der Wicklung: Abb. 11.11c.

Werden in Bsp. 11.3 die Parameter $y_1 = 6$, $y_2 = 7$ gewählt, so ergibt sich ein Kommutatorschritt $y = y_1 - y_2 = 6 - 7 = -1$ anstatt von $y = 1$. Dann überkreuzt der zweite Spulenanschluss den ersten. Spule 1, die bei Kommutatorlamelle 1 beginnt und in Bsp. 11.3 bei Lamelle 2 endet, endet nun bei Lamelle 26. Allerdings ist die Spule nun etwas länger (Kupferverschwendung!) und die Überkreuzung erhöht die dielektrische Beanspruchung der Leiterisolation. Deshalb werden Ankerwicklungen zumeist ungekreuzt ausgeführt. Eine Erhöhung der Polzahl erhöht nicht die Ankerspannung U_a zwischen den Klemmen A und B, sondern wegen der zunehmenden Zahl der Parallelzweige den möglichen Ankerstrom I_a, sodass die Leistung $P = U_a I_a$ steigt. Somit sind Schleifenwicklungen geeignet, hochpolige Maschinen mit großer Leistung mit vergleichsweise niedrigen Spannungen zu realisieren.

d) Ausgleichsverbinder 1. Art: In der Realität kann keine Maschine so präzise gefertigt werden, dass die induzierten elektrischen Potenziale an den parallelen positiven Bürsten bzw. negativen Bürsten exakt gleich groß sind. Geringe Potenzialdifferenzen zwischen z. B. Bürste A_1 und A_2 in Abb. 11.11 durch nicht identisch gleich groß induzierte elektrische Spannungen $u_{i,c}$ in den einzelnen Spulen können aber bereits die symmetrische Stromaufteilung auf die einzelnen parallel geschalteten Bürsten A_1 und A_2 empfindlich stören.

Beispiel 11.6

Unsymmetrische Ankerstromaufteilung in einer vierpoligen Schleifenwicklung (Abb. 11.11) aufgrund von baulichen Unsymmetrien in den Parallelzweigen der Gleichstromankerwicklung.

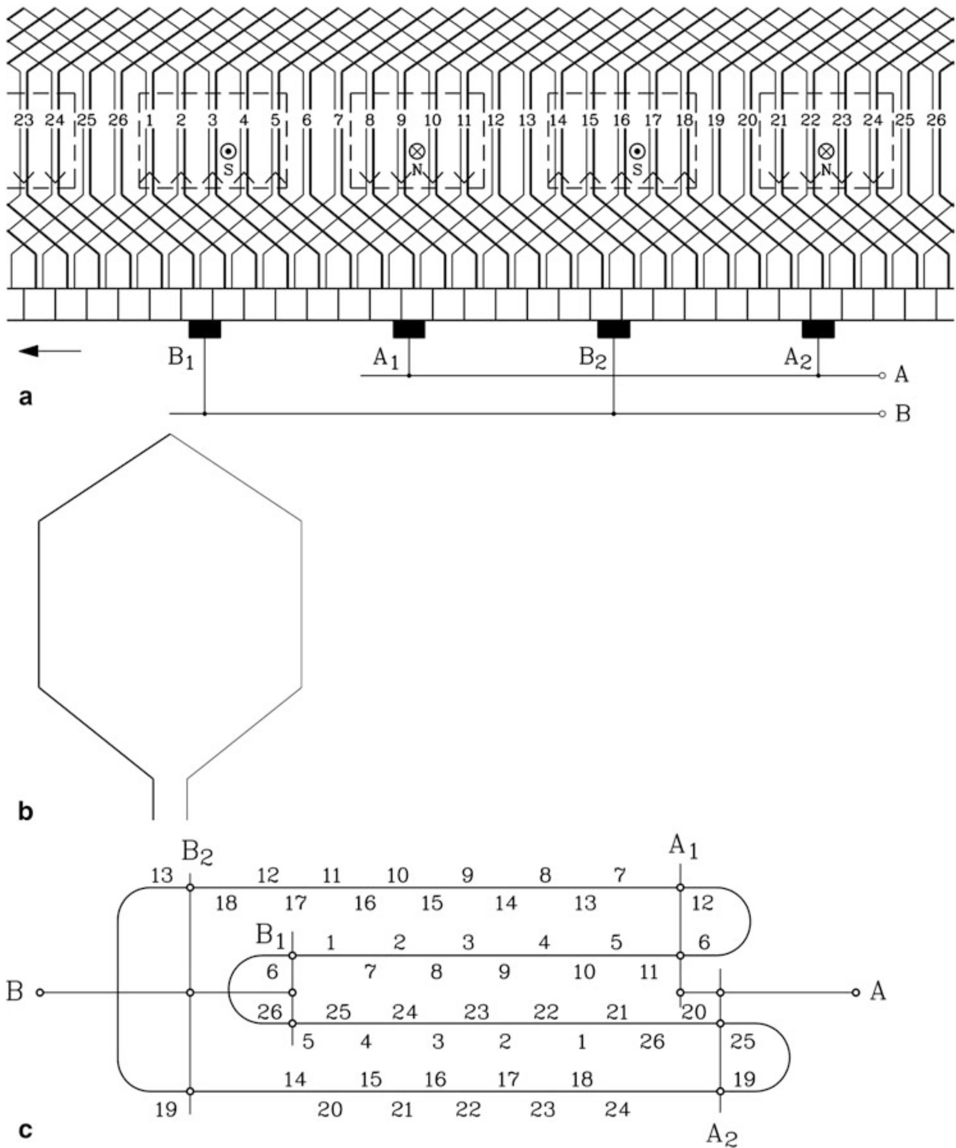


Abb. 11.11 Eingängige Schleifenwicklung: $Q_\mathrm{r} = 26$, $2p = 4$, $u = 1$, $N_\mathrm{c} = 1$, $a = p = 2$, $K = 26$, $y_1 = 6$, $y_2 = 5$, $y = 1$: (**a**) Wicklungsschema (Oberstäbe = linke Spulenseiten, Unterstäbe = rechte Spulenseiten), (**b**) Wicklungselement = eine Ankerspule (links Oberstab als dicke Linie, rechts Unterstab als dünne Linie), (**c**) Elektrisch wirksame Schaltung der Schleifenwicklung für die in (**a**) gezeichnete Stellung der Bürsten relativ zum Kommutator (Zahlen ober-/unterhalb des Linienzugs bezeichnen einen Ober-/Unterstab)

Abb. 11.12 Ausgleichsverbinder 1. Art (einfaches Beispiel mit sehr geringer Nutzahl): $2p = 4$, $2a = 4$, $u = 2$, $Q_r = 12$, $K = 12 \cdot 2 = 24$, $y_1 = 6$, $y_2 = 5$, $y = 1$, $y_V = K/p = 24/2 = 12$ (z. B. werden Lamelle 1 und 13 miteinander durch einen Ausgleichsverbinder 1. Art verbunden)

Ergebnis:
Bürste A_1 führt z. B. 120 %, Bürste A_2 80 % des nominalen Bürstenstroms $I_b = I_a/a$. Damit ist Bürste A_1 elektrisch überlastet und nutzt sich zu rasch ab, sodass ein zu früher Bürstenwechsel erforderlich ist.

Um ungleiche Bürstenströme zu vermeiden, werden Ausgleichsverbinder 1. Art eingesetzt. Das sind Kupferleitungen im Läufer, die Kommutatorlamellen mit theoretisch gleichem elektrischen Potenzial miteinander verbinden (Abb. 11.12). Der Ausgleichsverbinderschritt beträgt somit

$$y_V = K/p. \tag{11.17}$$

Nun führen diese Ausgleichsverbinder 1. Art den durch die etwas unsymmetrisch gebaute Maschine bedingten Ausgleichsstrom (im Beispiel 11.6 sind das 20 % vom nominalen Bürstenstrom) und entlasten damit den empfindlichen Bürstenkontakt. Aus Ökonomiegründen wird meist nur ein Ausgleichsverbinder je Nut vorgesehen. Bei z. B. $u = 3$ Spulenseiten je Nut und Schicht wird jeweils die mittlere der drei Ankerspulen je Nut an einen Ausgleicher 1. Art angeschlossen. Die Ausgleicher 1. Art liegen unterhalb des kommutatorseitigen Wickelkopfs der Ankerwicklung außerhalb des Hauptfelds der Ständerpole in Umfangsrichtung. Es wird daher in sie keine störende Spannung induziert. Üblicherweise wird der Querschnitt der Ausgleichsverbinder für einen Ausgleichsstrom von ca. 30 % des Ankerleiterstroms bemessen, also mit ca. 1/3 des Ankerleiterquerschnitts.

Beispiel 11.7

Eingängige Schleifenwicklung mit sehr geringer Nutzahl (Abb. 11.12) und den Daten: $2p = 4$, $2a = 4$, $u = 2$, $Q_r = 12$. Berechnen Sie den Ausgleichsverbinderschritt und geben Sie ein Beispiel für dessen Ausführung an!

Lösung:
$K = 12 \cdot 2 = 24$, $y_1 = 6$, $y_2 = 5$, $y = 1$, $y_V = K/p = 24/2 = 12$.
Es werden z. B. Lamelle 1 und 13 miteinander durch einen Ausgleichsverbinder 1. Art verbunden. Insgesamt sind sechs Ausgleichsverbinder für die gesamte Maschine nötig, wenn alle elektrisch möglichen Ausgleichsverbinder angeschlossen werden sollen.

11.2.2 Wellenwicklung

a) Grundelement der Wellenwicklung: Das in Serie Schalten benachbarter Spulen im Anker kann man auch auf eine zweite Weise durchführen (Abb. 11.13a). Man klappt die kommutatorseitigen Stirnverbindungen nach links und rechts außen, sodass Anfang und Ende einer Spule um nahezu zwei Polteilungen auseinander liegen. Die Betonung liegt auf dem Wort „nahezu“, denn würden z. B. bei einer zweipoligen Maschine Anfang und Ende um exakt zwei Polteilungen entfernt sein, so läge das Ende der Spule bei $2p = 2$ wieder genau auf dem Beginn, und die Spule wäre in sich kurz geschlossen. So aber wählt man:

$$y = y_1 + y_2, \quad y_1 \approx K/(2p) \tag{11.18}$$

b) Zwei- und höherpolige Wellenwicklungen: Um den Schritt y und damit auch y_2 zu bestimmen, betrachten wir Abb. 11.13a. Die erste Spule geht von Segment 1 um y Kommutatorschritte nach rechts zu Segment $y + 1$. Die nächste Spule geht von Segment $y + 1$ zu $2y+1$ usw., bis nach Durchlauf aller p Polpaare die p-te Spule das Segment $py+1$ erreicht. Dieses letzte Segment trägt die Bezeichnung K, nämlich die Gesamtzahl der Kommutatorsegmente. Zwischen diesem und dem benachbarten Segment 1 liegen somit p Spulen in Serie. Wegen $K = py + 1$ folgt hieraus für die Wellenwicklung

$$y = \frac{K-1}{p} = y_1 + y_2 = \text{ganze Zahl.} \tag{11.19}$$

Der Schritt (11.19) ergibt eine ungekreuzte Wellenwicklung, der Schritt $y = (K+1)/p$ eine (selten verwendete) gekreuzte Wellenwicklung. Bei dieser Ausführung liegt das Spulenende $p \cdot y$ auf Lamelle 2, also rechts von Lamelle 1 und nicht links wie in Abb. 11.13a, und hat damit den Spulenanfang des Wellenzugs gekreuzt. Die Nachteile sind dieselben wie bei der gekreuzten Schleifenwicklung.

Beispiel 11.8

Analyse einer Wellenwicklung (Vereinfachtes Lehrbeispiel, Abb. 11.13b und 11.15): $2a = 2$, $u = 1$, $Q_r = 25$, $2p = 4$, $K = 25$, $y = (K-1)/p = 12$, $y_1 = 6$, $y_2 = 6$, Wicklungsschritte (Abb. 11.15c):

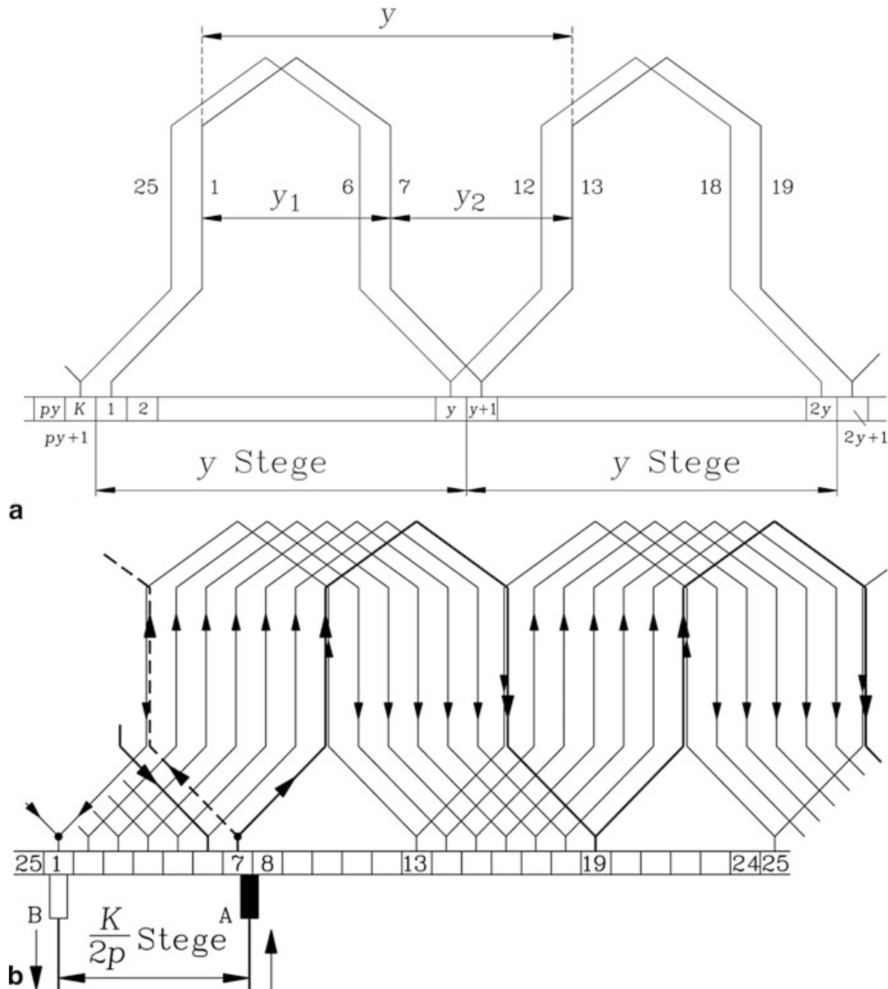


Abb. 11.13 Eingängige Wellenwicklung: (**a**) Die Entstehung der Wellenwicklung aus einzelnen, in Serie geschalteten „wellenförmigen" Ankerspulen, die nach einem Umlauf am Ankerumfang einen „Wellenzug" bilden, dessen Anfang und Ende um eine Segmentteilung auseinander liegen. Es sind der erste und der zweite, um eine Segmentteilung nach links verschobene Wellenzug dargestellt. (**b**) Ein Ankerwicklungszweig für vier Pole, der zweite Ankerwicklungszweig beginnt mit der gestrichelt dargestellten Spule nach links

1 (Oberschicht) → 7 (Unterschicht) → 13 (OS) → 19 (US) → 25 (OS) → 6 (US)…, usw.

In Abb. 11.13b ist das „Auffüllen" der Ankernuten mit den in Serie geschalteten Wellenzügen dargestellt, beginnend bei Kommutatorsegment 7, endend bei Segment 1. Wenn mit dem Fortschreiten der Wellenzüge die Belegung der Nuten von rechts nach links begonnen wird, werden im Bereich der 1. Polteilung alle Oberschichtplätze in den

Nuten belegt, in der folgenden Polteilung alle Unterschichtplätze, in der nächsten Polteilung wieder alle Oberschichtplätze usw. Nach $(K-1)/(2p) = 24/4 = 6$ Wellenzügen ist dieser Vorgang beendet. Die Hälfte aller Nutenplätze ist belegt. Ein siebenter Wellenzug teilt sich bereits mit dem ersten Wellenzug zu 50 % gemeinsame Nuten. Den selben Vorgang kann man, bei 7 beginnend, nach rechts fortschreitend durchführen, wobei nun in der 1. Polteilung alle noch freien Unterschichtplätze, in der nächsten alle noch freien Oberschichtplätze usw. belegt werden (in Abb. 11.13b gestrichelt). Nach wiederum 6 Wellenzügen sind alle Nutplätze belegt, sodass in Summe $2 \cdot 6 + 1 + 2 \cdot 6 = 25$ Spulen vorhanden sind. Damit ist das Wicklungssystem in sich geschlossen, wobei zwei parallele Zweige entstanden sind, die z. B. ausgehend von der Bürste A in Abb. 11.13b nach links in die nächste Unterschicht und nach rechts in die nächste Oberschicht führen.

Fazit:
Die eingängige Wellenwicklung hat unabhängig von der Polzahl 2p stets zwei parallele Zweige: $2a = 2$.

c) Parallele Wicklungszweige bei Wellenwicklungen: Es genügen nur eine Plus- und eine Minus-Bürste A und B für den elektrischen Anschluss (Abb. 11.13); es gibt ja auch nur zwei parallele Zweige. Allerdings haben die Bürsten in diesem Fall wegen der relativ niedrigen Bürstenstromdichte von max. 10 … 12 A/cm^2 einen großen Querschnitt. Daher wird nur in Ausnahmefällen bei eingeschränkter Zugänglichkeit der Bürsten (z. B. bei manchen Traktionsmotoren) für deren Wartung mit zwei Bürsten gefahren.

In Abb. 11.13 geht jenes Wicklungselement, das von der A-Bürste kontaktiert wird, von rechts von Segment 7 bzw. 8 nach Segment 19 bzw. 20. Die zugehörigen Nutenleiter liegen zu diesem Zeitpunkt in der neutralen Zone (vgl. Abb. 11.15a), sodass dort augenblicklich keine (oder nur eine kleine) Spannung induziert wird. In Abb. 11.15a sind es z. B. die von B_1 kontaktierten Oberschichtleiter 6, 7 (OS) und in der Folge 12, 13 (US), die augenblicklich zwischen B_1 und B_2 in der neutralen Zone liegen. Es liegen daher in Abb. 11.13b die Kommutatorsegmente 7, 8, 19, 20 auf (nahezu) gleichem elektrischem Potenzial. In Abb. 11.15a haben z. B. die Kommutatorsegmente 6, 7, 12, 13 gleiches elektrisches Potenzial. Man kann daher im Abstand der doppelten Polteilung von der A-Bürste eine weitere A-Bürste setzen und mit der ersten parallel schalten. Es erfolgt dann wie bei der Schleifenwicklung nur ein Kurzschluss spannungsloser Spulen (Abb. 11.13b: 7 (OS) - 13

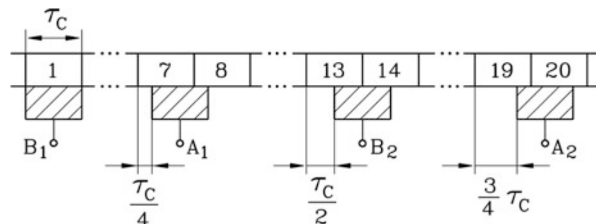


Abb. 11.14 Lage der Bürsten am Kommutator zur Wellenwicklung von Abb. 11.13 bei vollständig aufgesetztem Bürstensatz (hier: vereinfacht: Bürstenbreite = Segmentbreite)

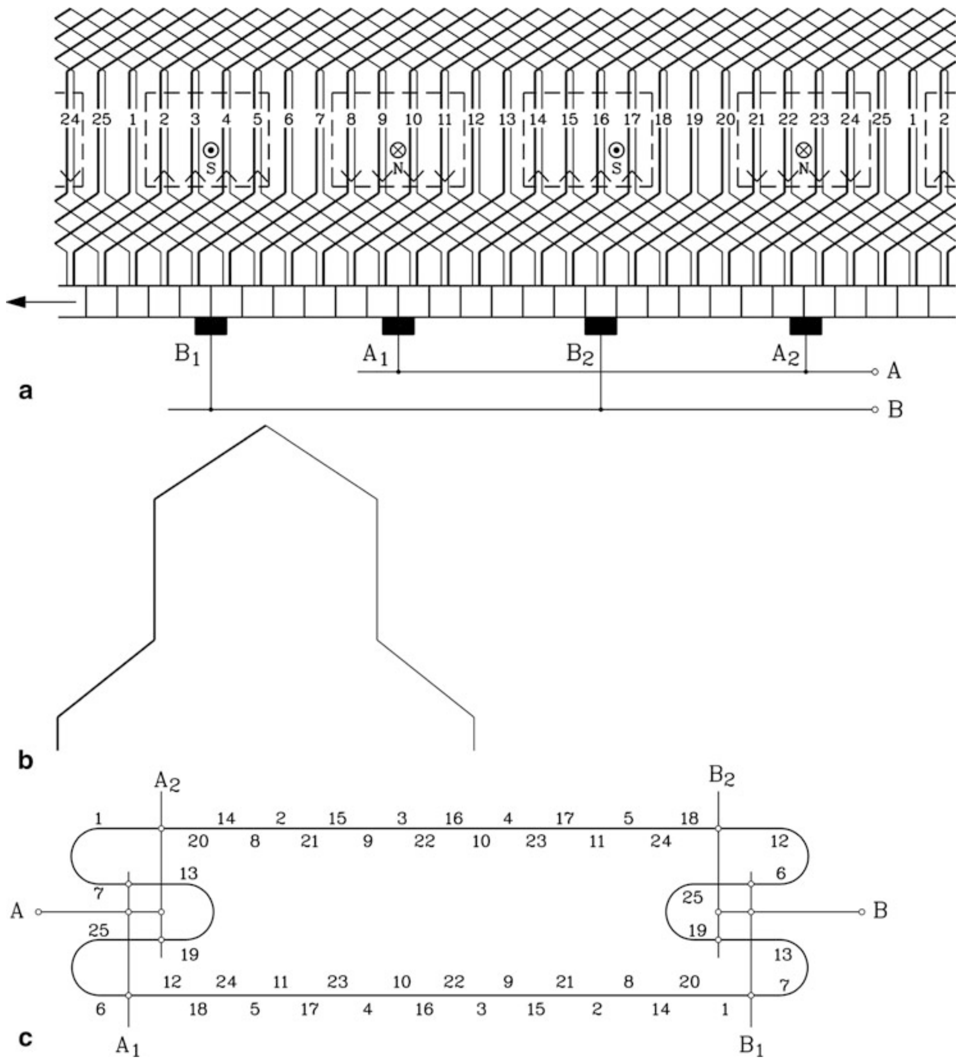


Abb. 11.15 Eingängige Wellenwicklung: $Q_r = 25$, $2p = 4$, $u = 1$, $N_c = 1$, $a = 1$, $K = 25$, $y_1 = 6$, $y_2 = 6$, $y = 12$: (**a**) Vollständiges Wicklungsschema; vergleiche dessen Entstehung mit Abb. 11.13, (**b**) Wicklungselement (links Oberstab als dicke Linie, rechts Unterstab als dünne Linie), (**c**) Elektrisch wirksame Schaltung der Wellenwicklung für die in (**a**) gezeichnete Stellung der Bürsten relativ zum Kommutator (Zahlen ober-/unterhalb des Linienzugs bezeichnen einen Ober-/Unterstab)

(US), 19 (OS) – 25 (US)). Gleichzeitig wirken diese spannungslosen Spulen als Ausgleicher 1. Art; die Wellenwicklung ist somit selbstausgleichend. Ebenso kann in Abb. 11.13b eine zweite B-Bürste (bei den Segmenten 13, 14) aufgesetzt werden und mit der ersten B-Bürste bei Segment 1 parallel geschaltet werden, womit wie bei der Schleifenwicklung je Pol eine Bürste am Kommutator sitzt (Abb. 11.14).

In Abb. 11.15 ist eine Wellenwicklung mit den Daten $Q_r = 25$, $2p = 4$, $u = 1$, $N_c = 1$, $a = 1$, $K = 25$, $y_1 = 6$, $y_2 = 6$, $y = 12$ dargestellt. Neben dem vollständigen Wicklungsschema Abb. 11.15a ist eine Spule als Wicklungselement in Abb. 11.15b gezeigt. Die elektrisch wirksame Schaltung für die in Abb. 11.15a gezeichnete Stellung der Bürsten relativ zum Kommutator ergibt die in Abb. 11.15c dargestellte Leiterfolge der einzelnen Spulen. Diese bildet wie bei der eingängigen Schleifenwicklung ein einziges „endlos geschlossenes" Band. Daher wird auch diese Art der Wellenwicklung eingängig genannt. Übrigens sind bei $2p = 2$ natürlich die eingängige Schleifenwicklung und die eingängige Wellenwicklung sowohl elektrisch als auch mechanisch identisch.

11.2.3 Vergleich Schleifen- mit Wellenwicklung

Es werden eingängige Schleifen- und Wellenwicklungen verglichen (Tab. 11.1). Die Leistung ist bei der Wellenwicklung begrenzt, da nur zwei parallele Ankerwicklungszweige vorhanden sind. Typische Grenzen für den Leiterstrom sind bei gängigen Leiterstromdichten etwa 250 A je Ankerzweig, was einem Bemessungsstrom von $I_{aN} = 500\,\text{A}$ als Obergrenze entspricht. Gleichstrommaschinen großer Leistung werden somit ausschließlich mit Schleifenwicklung ausgeführt, z. B. 6 MW-Walzwerksantriebe mit 18 Polen und damit 18 parallelen Kreisen. Dort wäre dann bei gleichem maximal zulässigem Zweigstrom 250 A ein Anker-Bemessungsstrom von $18 \cdot 250 = 4500\,\text{A}$ möglich, und somit bei gleicher Anker-Bemessungsspannung U_{aN} eine neunmal höhere Bemessungsleistung. Umgekehrt ist bei gleicher Kommutatorsegmentzahl pro Pol $K/(2p)$ und gleicher Polzahl $2p$ die induzierte Spannung in der Wellenwicklung p-mal so groß wie bei der Schleifenwicklung. Da sie aber zwischen je zwei benachbarten Bürsten entgegen gesetzter Polarität auftritt, ist die mittlere Segmentspannung (11.20) ebenfalls p-mal so groß. Daher kann diese Spannungserhöhung wegen der Begrenzung auf ca. 20 V zwischen benachbarten Segmenten in der Regel nicht ausgenützt werden. Deshalb ist die maximal mögliche Bemessungsleistung bei Gleichstrommaschinen mit Wellenwicklungen i. A. deutlich kleiner als bei der Ausführung mit Schleifenwicklungen.

Tab. 11.1 Vergleich von eingängiger Schleifen- und eingängiger Wellenwicklung

Schleifenwicklung	Wellenwicklung
Anzahl parallele Zweige = Anzahl Pole: $2a = 2p$	Anzahl parallele Zweige stets 2: $2a = 2$
Ausgleicher 1. Art erforderlich	Selbstausgleichend
Große Ankerströme möglich	Ankerstrom begrenzt auf ca. 500 A
Ankerspannungen begrenzt	Große Ankerspannungen möglich
Große Leistung möglich (bis ca. 12 MW)	Leistung begrenzt (ca. 300 kW)

11.2.4 Mehrgängige Schleifen- und Wellenwicklungen

Lässt man bei der Schleifenwicklung jede zweite Lamelle am Kommutator frei, so kann man eine zweite, identische Schleifenwicklung in die erste Schleifenwicklung, wie einen zweiten Gewindegang bei einer zweigängigen Schraube, einlegen und beide – voneinander unabhängigen – Wicklungen über die Bürsten elektrisch parallel schalten (zweigängige Schleifenwicklung). Damit erhält man statt $2p$ nun $4p$ parallele Zweige, was bei gleicher Spannung und Leiterstromdichte die Leistung verdoppelt. Bei einer zweigängigen Schleifenwicklung muss zwischen zwei Spulenenden einer Ankerspule stets ein Kommutatorsegment für den anderen Gang frei bleiben. Es befinden sich also z. B. Spulenanschlüsse der Spulen des ersten Ganges bei den Lamellen 1, 3, 5, 7, ... und die des zweiten Gangs bei den Lamellen 2, 4, 6, 8, ... Daher ist der Kommutatorschritt $y = 2$ anstatt $y = 1$, bzw. allgemein bei einer m-gängigen Schleifenwicklung $y = m$. Bei einer gekreuzten m-gängigen Schleifenwicklung wäre der Kommutatorschritt $y = -m$. Die Anzahl der parallelen Ankerzweige ist dann allgemein $2a' = 2a \cdot m = 2p \cdot m > 2p$ und damit der Kommutatorschritt $y = \pm a'/p$. So ergeben z. B. die Parameter $K = 26$, $u = 1$, $y_1 = 7$, $y_2 = 5$, $2p = 4$, $m = 2$ eine zweigängige, zweifach geschlossene, ungekreuzte Schleifenwicklung (Abb. 11.16a). Die dreizehn Segmente 1, 3, 5, ... , 25 werden vom ersten Gang belegt, die anderen dreizehn Segmente 2, 4, 6, ... , 26 vom zweiten Gang. Der Kommutatorschritt ist $y = a'/p = m \cdot a/p = 2 \cdot 2/2 = 2 = y_1 - y_2 = 7 - 5$. Allerdings sind z. B. bei einer zweigängigen Schleifenwicklung beide Wicklungsgänge wegen der realen Imperfektionen elektrisch nicht exakt identisch, sodass zusätzliche Ausgleichsverbinder zweiter Art (zusätzlich zu jenen 1. Art, die innerhalb eines Wicklungsgangs angeordnet sind) zwischen potenzialgleichen Punkten dieser beiden Wicklungsgänge angeordnet werden. Sie sollen allfällige Ausgleichsströme zwischen den beiden Wicklungsgängen, die sonst über die, die beide Gänge parallel schaltenden Bürsten fließen, von diesen fernhalten. Daher werden zwei- und mehrgängige Schleifenwicklungen selten ausgeführt. Speziell werden bei zweigängigen Schleifenwicklungen Ausgleichsverbinder 2. Art (Punga-Verbinder) zwischen beiden Wicklungszügen (Gängen) so ausgeführt, dass sie unter dem Läuferblechpaket geführt sind, damit in sie keine Spannungen induziert werden (Abb. 11.16b, Sequenz 1952). In ihrer Wirkung halbieren sie damit elektrisch die Windungszahl je Spule und bewirken so eine verminderte Spuleninduktivität, sodass die Kommutierung der Spulen mit weniger Bürstenfeuer möglich ist. Auch Wellenwicklungen sind mehrgängig ausführbar; wieder müssen zwischen den Kommutatorsegmenten eines Gangs weitere Segmente für die anderen Gänge frei bleiben, sodass bei einer m-gängigen Wellenwicklung für den Kommutatorschritt gilt: $y = (K - m)/p$, bzw. für eine gekreuzte Ausführung: $y = (K + m)/p$. Die Anzahl der parallelen Wicklungszweige ist damit $2a' = 2m$. Je nach Wicklungsauslegung sind die einzelnen Wicklungsgänge in sich geschlossene Wicklungszüge, also nur von außen über die entsprechend breiten Bürsten, die zumindest m Lamellen gleichzeitig überdecken müssen, elektrisch parallel geschaltet und damit in elektrischem Kontakt. Es können aber auch die m Gänge so ausgelegt werden, dass ein Gang in den anderen übergeht; dies ist dann eine mehrgängige, einfach geschlossene Ankerwicklung. So ergeben

z. B. die Parameter $K = 26$, $u = 1$, $y_1 = 6$, $y_2 = 6$, $2p = 4$, $m = 2$ eine zweigängige, zweifach geschlossene, ungekreuzte Wellenwicklung. Die dreizehn Segmente 1, 3, 5, ..., 25 werden vom ersten Gang belegt, die anderen dreizehn Segmente 2, 4, 6, ..., 26 vom zweiten Gang. Der Kommutatorschritt ist $y = (K-m)/p = (26-2)/2 = 12 = y_1 + y_2 = 6+6$. Alternativ ergeben z. B. die Parameter $K = 24$, $u = 1$, $y_1 = 6$, $y_2 = 5$, $2p = 4$, $m = 2$ eine zweigängige, einfach geschlossene, ungekreuzte Wellenwicklung. Der Kommutatorschritt ist $y = (K-m)/p = (24-2)/2 = 11 = y_1 + y_2 = 6 + 5$. Die Leiter bilden wie bei einer eingängigen Wicklung einen in sich geschlossenen Linienzug, nun aber aus zwei nebeneinander liegenden Gängen mit daher doppelter Anzahl (hier 4) paralleler Zweige zwischen den Bürsten A und B. Mehrgängige Wellenwicklungen benötigen wie die mehrgängigen Schleifenwicklungen Ausgleicher (ähnlich jenen 1. Art) zwischen potenzialgleichen Punkten der einzelnen Wicklungsgänge. Eine Sonderwicklung ist die Kombination von Schleifen- und Wellenwicklungen in einem gemeinsamen Anker als selbstausgleichende Wicklung („Froschbein"- oder Latour-Wicklung). So ist z. B. eine eingängige Schleifenwicklung mit einer an denselben Kommutatorlamellen parallel geschalteten zweigängigen, einfach geschlossenen Wellenwicklung in der Lage, selbstausgleichend zu wirken (Sequenz 1952). Die Wellenzüge ersetzen die Ausgleicher 1. Art der Schleifenwicklung. Die Schleifenwicklung ihrerseits ersetzt die Ausgleicher zwischen den beiden parallelen Wellenwicklungsgängen. Mehrgängige Ankerwicklungen und die angesprochenen Sonderwicklungen werden aus Kostengründen in modernen Gleichstrommaschinen nicht mehr eingesetzt (Sequenz 1952).

Beispiel 11.9

Froschbeinwicklung als vereinfachtes Lehrbeispiel: $u = 1$, $Q_r = 28$, $2p = 4$, $K = 28$ (Abb. 11.17).

a) Eingängige, ungekreuzte Schleifenwicklung: $y_{S1} = 7$, $y_{S2} = 6$, $m = 1$. Der Kommutatorschritt ist $y_S = y_{S1} + y_{S2} = 7 - 6 = 1$. Die Anzahl der parallelen Zweige in der Schleifenwicklung ist $2a_S = 2p = 4$.
b) Zweigängige, einfach geschlossene, ungekreuzte Wellenwicklung: $y_{W1} = 7$, $y_{W2} = 6$, $m = 2$. Der Kommutatorschritt ist $y_W = (K-m)/p = (28-2)/2 = 13 = y_{W1} + y_{W2} = 7+6$. Die Anzahl der parallelen Zweige in der Wellenwicklung ist $2a_W = 2m = 2 \cdot 2 = 4$.

Die Spulen der Schleifenwicklung und der Wellenwicklung werden übereinander in gemeinsame Nuten gelegt (Abb. 11.17a), sodass aus zwei Zweischichtwicklungen eine Vierschicht-Nutbelegung erfolgt (Abb. 11.17d). Die Wellenwicklung wird an dieselben 28 Kommutatorsegmente angeschlossen wie die Schleifenwicklung. Die Wellenwicklung verbindet mit einer Spule wegen $y_W = 13$ genau Kommutatorsegmente (Abb. 11.17b) in gleichem Abstand elektrisch paralleler Bürsten A_1 und A_2 bzw. B_1 und B_2, deren Abstand ja ebenfalls $K/p = 13$ beträgt. Sie wirken daher als

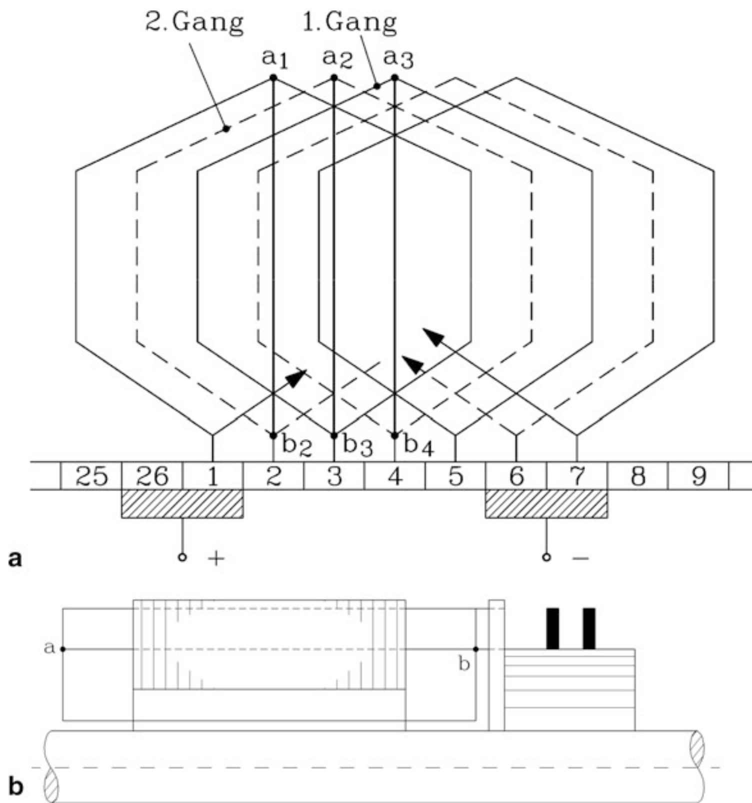


Abb. 11.16 Zweigängige zweifach geschlossene ungekreuzte Schleifenwicklung: $Q_\mathrm{r} = 25$, $K = 26$, $u = 1$, $y_1 = 7$, $y_2 = 5$, $y = 2$, $2p = 4$, $m = 2$, 8 parallele Ankerzweige: (**a**) Ausführung der Ausgleicher 2. Art als Punga-Verbinder zwischen den Punkten a_1 und b_2 bzw. a_2 und b_3 usw., (**b**) Seitliche Ansicht der Ankerwicklung und der unterhalb des Läuferblechpakets geführten Punga-Verbinder zwischen den Punkten a und b

Ausgleicher 1. Art für die Schleifenwicklung, die deshalb nicht gesondert ausgeführt werden müssen. Umgekehrt verbindet jede Spule der Schleifenwicklung elektrisch benachbarte Kommutatorsegmente und daher die an benachbarten Segmenten geführten beiden Gänge der Wellenwicklung. Ein möglicher Ausgleichsstrom zwischen den beiden Gängen fließt daher nicht über den Bürstenkontakt, sondern intern über die Spulen der Schleifenwicklung. Wenn maximale Ausgleichsströme mit ca. 30 % des nominalen Leiterstroms erwartet werden müssen, sind die Leiterquerschnitte nur zu etwa 70 % für den Nutzstrom und zu 30 % für den Ausgleichsstrom zu bemessen, was die elektrische Ausnützung der Maschine entsprechend verringert. Dafür hat man wegen $2a' = 2 \cdot (a_\mathrm{S} + a_\mathrm{W}) = 2 \cdot (2 + 2) = 8$ in Summe 8 parallele Zweige bei nur vier Polen und kann die Maschine für einen entsprechend hohen Ankerstrom bemessen.

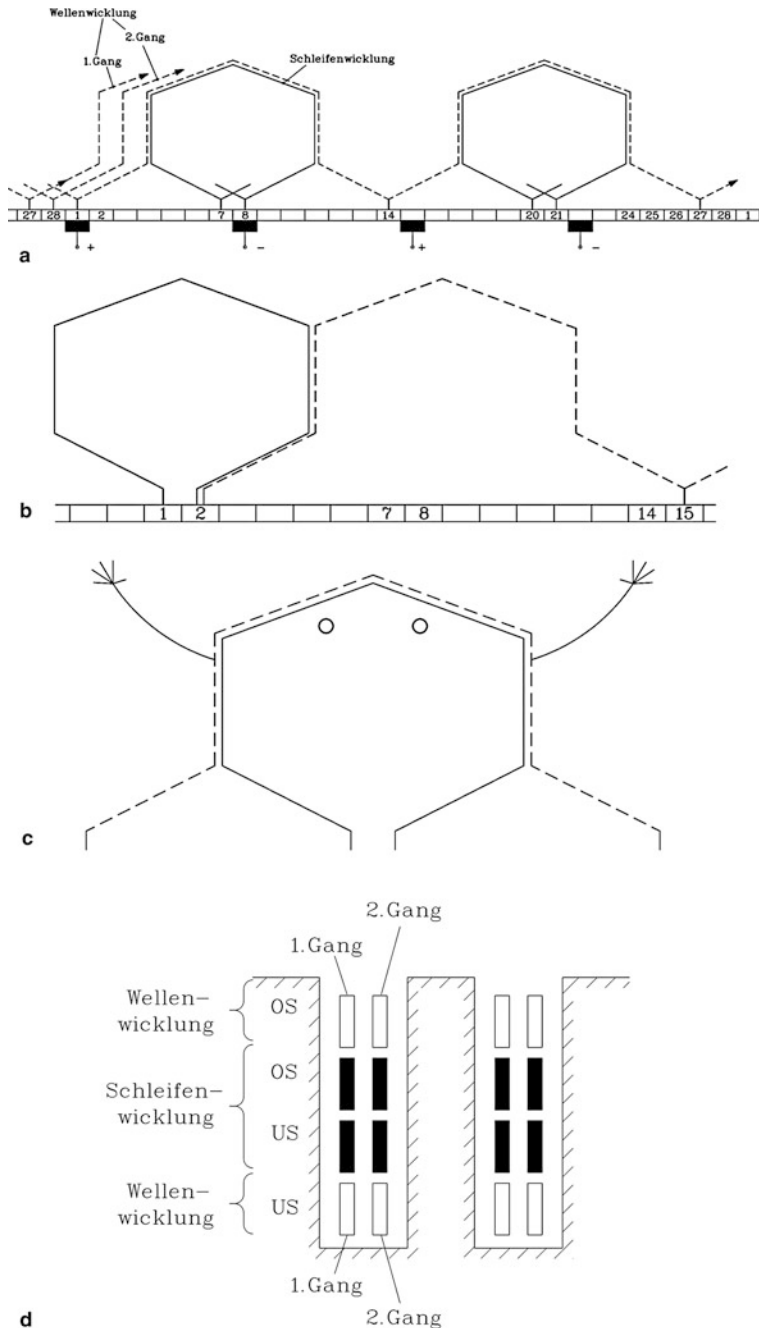


Abb. 11.17 Zweigängige einfach geschlossene ungekreuzte Wellenwicklung ($Q_r = 28$, $K = 28$, $u = 1$, $y_1 = 7$, $y_2 = 6$, $y = 13$, $2p = 4$, $m = 2$) in Kombination mit einer eingängigen ungekreuzten Schleifenwicklung ($Q_r = 25$, $K = 26$, $u = 1$, $y_1 = 7$, $y_2 = 6$, $y = 1$, $2p = 4$, $m = 1$) als Froschbein-Wicklung mit 8 parallelen Ankerzweigen: (**a**) Ausführung beider Wicklungen an denselben Kommutatorsegmenten und in denselben Nuten, (**b**) Die Spulen der Wellenwicklung wirken als Ausgleicher 1. Art für die Schleifenwicklung. (**c**) Die Kombination der beiden Spulen-Grundelemente von Schleifen- und Wellenwicklung ähnelt mit etwas Phantasie einem Frosch, deshalb der Name Froschbein-Wicklung! (**d**) Die Schleifen- und Wellenwicklung jeweils als Zweischichtwicklung bilden in den gemeinsam belegten Nuten einer Vierschicht-Wicklung

11.2.5 Spannungsgrenze der Gleichstrommaschine

Aufgrund des mechanischen Bürstenabriebs entwickelt sich Kohlestaub im Inneren der Maschine. Wegen der erhöhten elektrischen Feldstärke an den Kanten der benachbarten Kommutator-Kupfersegmente und wegen des leitfähigen Kohlestaubs ist die Durchschlagfeldstärke zwischen zwei benachbarten Kommutatorsegmenten deutlich kleiner als der Wert der Durchschlagfeldstärke bei trockener Luft im elektrischen Homogenfeld von ca. 40 kV/cm. Die Segmentspannung $u_s(t)$ zwischen zwei benachbarten Kommutatorsegmenten ist bei der Schleifenwicklung gemäß Abb. 11.1b die Spulenspannung $u_{i,c}(t)$, wenn der kleine ohm'sche Spannungsfall an der Spule vernachlässigt wird. Bei der Wellenwicklung ist es der p-fache Wert $p \cdot u_{i,c}(t)$ gemäß Abb. 11.13a. Die mittlere Segmentspannung ist die Spannungsdifferenz zwischen zwei benachbarten Segmenten im Mittel über alle Segmentpaare zwischen zwei Plus- und Minus-Bürsten.

$$U_{s,av} = U_a/(K/2p) \tag{11.20}$$

Die mittlere Segmentspannung soll 18 ... 20 V nicht übersteigen. Eine mittlere Segmentspannung von 20 V entspricht bei 0.3 mm Glimmerdicke einer mittleren elektrischen Feldstärke $E = 20/0.03 = 0.7$ kV/cm. Diese ist somit deutlich kleiner als 40 kV/cm. Die maximale lokale Segmentspannung soll unter ca. 35 V bleiben, damit kein Überschlag zwischen zwei benachbarten Kommutatorlamellen über den darüber liegenden Luftweg erfolgt. Da dieser Überschlag eine Spule kurzschließt, steigt die mittlere Segmentspannung an den anderen Spulen an, sodass weitere Überschläge der nächsten Spulen wahrscheinlich sind. Im schlimmsten Fall bildet sich ein Kommutator-Rundfeuer aus, sodass zwischen zwei Bürsten unterschiedlicher Polarität ein vollständiger Überschlag in Luft stattfindet. Die empfindliche Oberfläche des Kommutators wird durch diese Lichtbogenfußpunkte geschädigt, sodass selbst bei intakter Spulenisolierung die Maschine nicht mehr sinnvoll eingesetzt werden kann. Eine mechanische Überarbeitung der Kommutatoroberfläche ist in der Regel erforderlich.

Beispiel 11.10

Schätzen Sie die maximal zulässige Anker-Bemessungsspannung für $K/(2p) = 30$ Lamellen zwischen zwei Bürsten ab!

Lösung:
Mit einer mittleren Segmentspannung von 20 V erhalten wir bei $K/(2p) = 30$ Lamellen zwischen zwei Bürsten eine zulässige Gleichspannung von $30 \cdot 20 = 600$ V.

Fazit:
Gleichstrommaschinen werden wegen der relativ geringen maximal zulässigen Segmentspannungen i. A. nur für Niederspannung ($U < 1000$ V) gebaut.

11.3 Induzierte Spannung, elektromagnetisches Drehmoment, Verluste, Ausnutzung

a) Induzierte Spannung: Die in Abschn. 11.1 besprochene induzierte Spannung soll hier mit einer alternativen Herleitung direkt aus der Feldverteilung am Luftspaltumfang abgeleitet werden, um das Verständnis zu vertiefen. Die Gesamtzahl aller Nutenleiter (Spulenseiten) in der Maschine ist die Gesamtleiterzahl z (11.13). Würden diese Leiter nicht in Nuten angeordnet, sondern gleichmäßig als Belag am Läuferumfang verteilt (Abb. 11.3, oben), so entfallen auf die Umfangslänge dx_s anteilig $\frac{z}{2p\tau_p}dx_s$ Ankerleiter, in denen die Spannung dU_i induziert wird. Je Pol sind alle Leiter in Serie geschaltet, sodass die induzierte Spannung gemäß (11.21) zwischen zwei Bürsten unterschiedlicher Polarität im statorfesten Koordinatensystem x_s in Übereinstimmung mit (11.14) mit Verwendung von (11.3), (11.8) und (11.9) wie folgt hergeleitet wird.

$$U_i = \int_{\text{Pol}} dU_i = \int_0^{\tau_p} B_\delta(x_s) \cdot l_e \cdot v_a \cdot \frac{z}{2p\tau_p} \cdot dx_s = z \cdot n \cdot l_e \int_0^{\tau_p} B_\delta(x_s) \cdot dx_s$$

$$U_i = z \cdot n \cdot \Phi \tag{11.21}$$

Dieses Ergebnis zeigt, dass die Bündelung der Ankerleiter in Nuten auf die Entstehung der induzierten Spannung keinen Einfluss hat.

a) Bei der Schleifenwicklung, wo jeder zwischen zwei Bürsten befindliche Ankerwicklungszweig, von je einem N- und S-Pol induziert, elektrisch parallel geschaltet ist, ist die induzierte Spannung pro Pol (11.21) gleichzeitig auch die induzierte Spannung der Maschine.
b) Bei der Wellenwicklung mit nur zwei parallelen Zweigen überdecken die beiden Parallelzweige der Ankerwicklung p Polpaare in Serie, sodass die induzierte Spannung der Maschine p-fach größer als (11.21) ist. Verallgemeinert gegenüber der Herleitung (11.14) gilt daher für die induzierte Spannung (Rotationsspannung):

$$U_i = z \cdot \frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi = k_1 \cdot n \cdot \Phi = k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Phi, \tag{11.22a}$$

$$k_1 = z\frac{p}{a}, \quad k_2 = \frac{k_1}{2\pi}. \tag{11.22b}$$

Eine weitere Spannungsinduktion außer dem bewegungsinduzierten („rotatorischen“) Anteil tritt in der Ankerwicklung im Stationärbetrieb nicht auf, da der Hauptfluss gleichstromerregt, also zeitlich konstant ist. Bei mehrgängigen Wicklungen gibt die Formel (11.22a) die induzierte Spannung ebenfalls richtig wieder, da z mit der Anzahl paralleler Wicklungsgänge in gleicher Weise zunimmt wie die Anzahl paralleler Zweige $2a$.

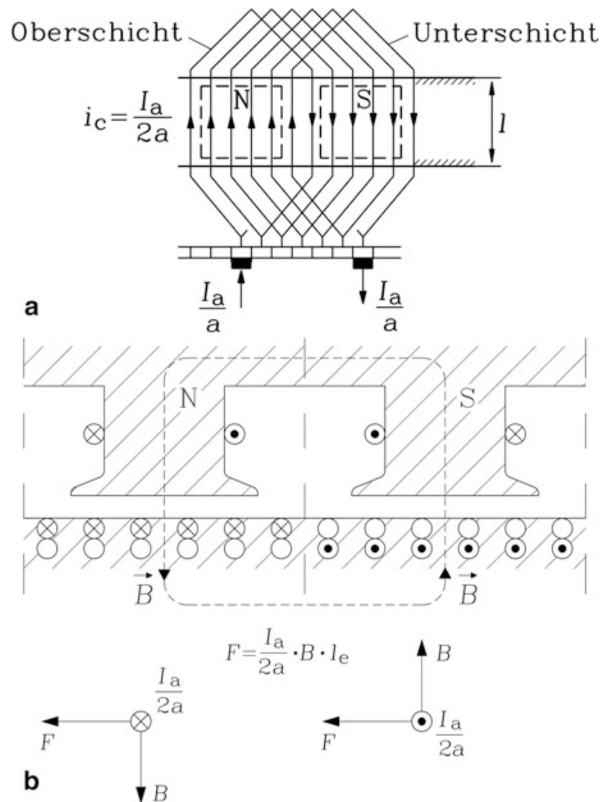


Abb. 11.18 Strom in der Ankerwicklung: (**a**) Pro Pol existiert nur eine Stromrichtung in den Ankerleitern, (**b**) Kraftbildung auf die stromdurchflossenen Ankerleiter im Ständermagnetfeld B

b) Elektromagnetisches Drehmoment: Wird die Wicklung mit dem Ankerstrom (Gleichstrom I_a) über die Bürsten bestromt, so wird dieser Strom über den unter den Bürsten sich bewegenden Kommutator in einen Wechselstrom mit der Amplitude I_a umgerichtet. Zwischen je einer Plus- und Minus-Bürste fließt der Strom I_a/a stets von Plus nach Minus. Da zwischen zwei Bürsten die Nutenleiter unter je einem Hauptpol liegen, steht die räumliche Stromverteilung unter den Polen trotz bewegter Ankerleiter relativ zum Ständer still (Abb. 11.18a). Sie hat unter N- und S-Polen jeweils entgegengesetzte Stromflussrichtung wegen der Hin- und Rückleiter der Ankerspulen. Da sich aber die Ankerleiter weiterbewegen, müssen sie abwechselnd positiven und negativen Strom führen, wenn sie abwechselnd N- und S-Pole passieren (Abb. 11.19).

Wegen der räumlich festen Lage des Läuferstrombelags relativ zum Hauptfeld des Ständers ist die Drehmomentbildung für alle Pole identisch. Der sich auf $2a$ parallele Ankerzweige aufteilende Ankerstrom beträgt als Leiterstrom je Nutenleiter $I_a/(2a)$. Im Abschnitt dx_s der Ständerumfangskoordinate x_s tritt die Stromdurchflutung $\frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{2p\tau_p} dx_s$ auf. Die tangential gerichtete elektromagnetische Lorentz-Kraft auf diese Durchflutung

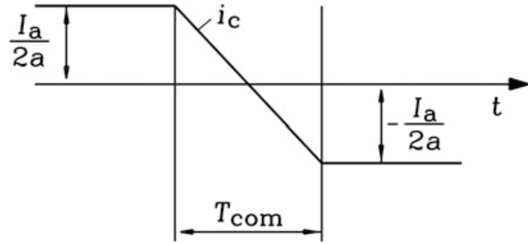


Abb. 11.19 Der Ankerspulenstrom i_c ist ein Wechselstrom

im Luftspaltfeld beträgt mit Verwendung der ideellen Eisenlänge l_e (Kap. 3) gemäß Abb. 11.18b

$$dF(x_s) = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{2p\tau_p} dx_s \cdot l_e \cdot B_\delta(x_s). \tag{11.23}$$

Das Drehmoment je Pol $M_{e,Pol}$ ist die Summe der Kraftanteile $dF(x_s)$ über den Polbogen F_{Pol}, multipliziert mit dem Hebelarm $d_r/2 = p\tau_p/\pi$. Alle $2p$ Pole bewirken den gleichen Drehmomentbeitrag $M_{e,Pol}$, sodass sich mit (11.8) für das resultierende elektromagnetische Drehmoment M_e ergibt:

$$M_e = 2p \cdot M_{e,Pol} = 2p \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \cdot F_{Pol} = 2p \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \cdot \int_0^{\tau_p} dF,$$

$$M_e = 2p \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \int_0^{\tau_p} \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z}{2p\tau_p} \cdot l_e \cdot B_\delta(x_s) \cdot dx_s,$$

$$M_e = \frac{1}{2\pi} \cdot z\frac{p}{a} \cdot I_a \cdot \Phi = k_2 \cdot I_a \cdot \Phi, \tag{11.24a}$$

$$M_e = k_2 \cdot I_a \cdot \Phi. \tag{11.24b}$$

Beachten Sie, dass wir für die Tangentialkraftberechnung ersatzweise unendlich dünne „Linien"-Leiter an der Oberfläche des ungenuteten Eisenläufers angenommen haben, die unmittelbar dem Luftspaltfeld ausgesetzt sind. Dass diese Ersatzanordnung zur selben Tangentialkraft führt wie für die in Nuten liegenden realen Spulen, ist in Kap. 4, Abschn. 4.6, gezeigt. Auch aus der Leistungsbilanz ist das Drehmoment bestimmbar, anstatt den direkten Weg über die Lorentz-Kraft zu gehen. Die gesamte, dem Anker z. B. im motorischen Betrieb zugeführte elektrische Wirkleistung P_e ist im Verbraucher-Zählpfeilsystem bei an den Klemmen anliegender Ankerspannung U_a (Abb. 11.20)

$$P_e = U_a I_a = (U_i + I_a R_a) I_a = U_i I_a + R_a I_a^2. \tag{11.25}$$

Die Stromwärme-Verluste in den Ankerleitern werden im Gesamtwiderstand der Ankerwicklung R_a (Ankerwiderstand) berücksichtigt. Der verbleibende Rest ist die innere

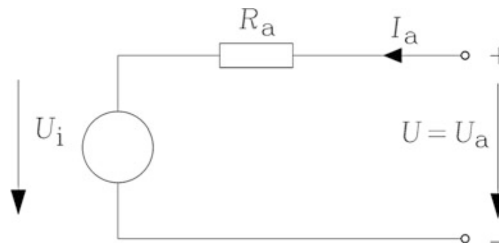


Abb. 11.20 Ersatzschaltbild der Gleichstromankerwicklung im Motorbetrieb (Speisespannung $U = U_a$, induzierte Spannung U_i als Urspannung). Das Ersatzschaltbild gilt auch im Generatorbetrieb im VZS! Der Ankerstrom I_a wird im VZS negativ im Generatorbetrieb wegen $U_i > U_a$

Leistung (Luftspaltleistung) P_δ. Bei Vernachlässigung aller weiteren Verlustkomponenten (Reibung etc.) wird sie über die Lorentz-Kräfte in mechanische Leistung P_m über das elektromagnetische Drehmoment M_e umgesetzt. Dieses ergibt sich in Übereinstimmung mit (11.24) aus (11.26).

$$P_\delta = U_i I_a = \Omega_m M_e = P_m$$
$$M_e = \frac{U_i I_a}{\Omega_m} = \frac{z\frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi}{2\pi \cdot n} I_a = \frac{1}{2\pi} \cdot z\frac{p}{a} \cdot I_a \cdot \Phi \tag{11.26}$$

Beispiel 11.11

200 kW-Gleichstrommaschine im Motorbetrieb mit folgenden Daten: Anker-Bemessungsspannung $U_{aN} = 430\,\text{V}$, $n = 1470/\text{min}$, $d_r = 400\,\text{mm}$, $2p = 4$, $l_e = 190\,\text{mm}$, $Q_r = 58$ Nuten, $u = 4$, $N_c = 1$, $a_e = 0.7$, $B_{\delta,m} = 0.86\,\text{T}$, Wirkungsgrad des Ankerkreises $\eta = 92\,\%$. Berechnen Sie die Anzahl der Kommutatorsegmente, die Gesamtleiterzahl, die Polteilung, den Hauptfluss pro Pol, die induzierte Spannung, die mittlere Segmentspannung, die zugeführte elektrische Anker-Leistung, den Ankerstrom, die innere Leistung, das elektromagnetische Drehmoment (Luftspaltmoment) und das Drehmoment an der Kupplung zur Arbeitsmaschine.

Lösung:

$$K = Q_r u = 58 \cdot 4 = 232, \quad z = 2KN_c = 2 \cdot 232 \cdot 1 = 464$$
$$\tau_p = d_r\pi/(2p) = 400\pi/4 = 314.2\,\text{mm},$$
$$\Phi = \alpha_e \tau_p l_e B_{\delta,m} = 0.7 \cdot 0.3142 \cdot 0.19 \cdot 0.86 = 35.9\,\text{mWb}$$
$$U_i = z \cdot \frac{p}{a} \cdot n \cdot \Phi = 464 \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1470}{60} \cdot 0.0359 = 408.5\,\text{V}$$
$$U_{s,av} = \frac{U_a}{K/(2p)} = \frac{430}{232/4} = 7.4\,\text{V} < 18 \ldots 20\,\text{V}$$
$$P_e = P_{e,in} = P_{m,out}/\eta = 200/0.92 = 217.4\,\text{kW} = U_a I_a$$
$$I_a = P_e/U_a = 217400/430 = 506\,\text{A}$$

$$P_\delta = U_\mathrm{i} I_\mathrm{a} = 408.5 \cdot 506 = 206.7\,\mathrm{kW}$$

$$M_\mathrm{e} = P_\delta/(2\pi n) = \frac{206700}{2\pi \cdot (1470/60)} = 1343\,\mathrm{Nm}$$

$$M_\mathrm{s} = P_\mathrm{m,out}/(2\pi n) = \frac{200000}{2\pi \cdot (1470/60)} = 1299\,\mathrm{Nm}$$

Beispiel 11.12

Für die Gleichstrommaschine von Bsp. 11.11 wird im Folgenden die Verlustbilanz angegeben, wobei ein Gesamt-Bürstenspannungsfall $U_\mathrm{b} = 2\,\mathrm{V}$ angenommen wird.

Gesamtverluste: $P_\mathrm{d} = P_\mathrm{e,in} - P_\mathrm{m,out} = 17.4\,\mathrm{kW}$, in Wärme umgewandelt.

(i) Davon im Ankerkreis $P_\mathrm{d,a} = P_\mathrm{e,in} - P_\delta = 217.4 - 206.7 = 10.7\,\mathrm{kW}$
- (i-a) Davon in den Bürsten: $P_\mathrm{b} = U_\mathrm{b} \cdot I_\mathrm{a} = 2\,\mathrm{V} \cdot 506\,\mathrm{A} = 1.0\,\mathrm{kW}$
- (i-b) Im Ankerwiderstand (= ohm'scher Widerstand der Anker- und Wendepolwicklung (siehe Abschn. 11.5)):

$$P_\mathrm{Cu,a} = P_\mathrm{d,a} - P_\mathrm{b} = 10.7 - 1.0 = 9.7\,\mathrm{kW}$$

(ii) Mechanisch bremsendes Verlustmoment des Läufers:
$M_\mathrm{d} = M_\mathrm{e} - M_\mathrm{s} = 1343 - 1299 = 44\,\mathrm{Nm}$, entsprechend den Verlusten $P_\mathrm{Fe} + P_\mathrm{R} + P_\mathrm{Z} = 2\pi n M_\mathrm{d} = P_\delta - P_\mathrm{m,out} = 206.7 - 200 = 6.7\,\mathrm{kW}$.
- (ii-a) Ummagnetisierungsverluste P_Fe: Wirbelstrom- und Hystereseverluste im geblechten Eisenkern des Läufers,
- (ii-b) Zusatzverluste P_Z: Wirbelströme in den Nutenleitern durch den Stromverdrängungseffekt (vgl. Kap. 6, da in den Ankerleitern Wechselstrom fließt (Stix 1930, 1962; Prassler 1954; Thum 1966),
- (ii-c) Reibungs- und Ventilationsverluste P_R in den Lagern, an den Bürsten, durch den Kühlluftstrom.

(iii) Hinzu kommen die Stromwärmeverluste in der Erregerwicklung $P_\mathrm{f} = U_\mathrm{f} I_\mathrm{f} = 1.5\,\mathrm{kW}$.

Eine alternative Berechnung des Drehmoments zur Vertiefung des Verständnisses kann auch bei Gleichstrommaschinen wie in Kap. 4 mit dem Strombelag $A(x_\mathrm{s})$ erfolgen. Der Strombelag im Anker zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bürsten (also innerhalb einer Polteilung) ist im statorfesten Koordinatensystem x_s gemäß Abb. 11.18 räumlich und zeitlich konstant (I_a: Ankerstrom, $2a$: Anzahl paralleler Ankerzweige, z: Gesamtleiterzahl im Anker am Umfang), Abb. 11.21.

$$A(x_\mathrm{s}) = A = \frac{z \cdot I_\mathrm{c}}{d_\mathrm{si} \cdot \pi} = \frac{z \cdot I_\mathrm{a}/(2a)}{2p\tau_\mathrm{p}} \tag{11.27}$$

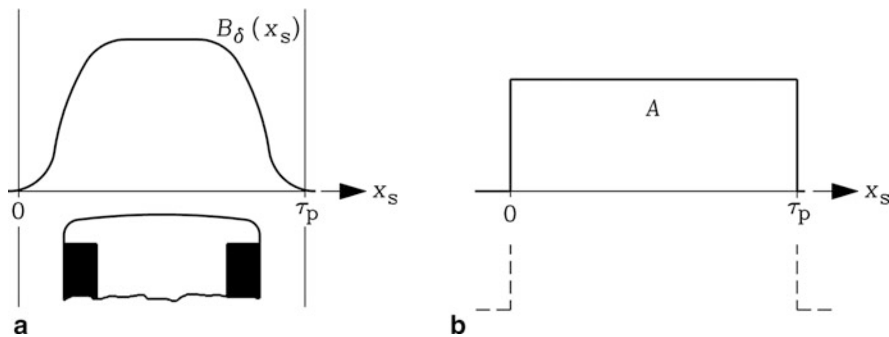


Abb. 11.21 Verteilung von (**a**) Luftspaltflussdichte (bei Leerlauf) und (**b**) Ankerstrombelag bei Gleichstrommaschinen

Unabhängig von der Form der Feldkurve $B_\delta\,(x_s)$ im Luftspalt ist der gesamte innerhalb einer Polteilung in den Anker eintretende Fluss Φ gemäß (11.8), (11.9)

$$\Phi = l_e \int_0^{\tau_p} B_\delta(x_s) \cdot dx_s = \alpha_e \cdot l_e \cdot \tau_p \cdot B_{\delta,m}, \tag{11.28}$$

der durch die äquivalente Polbedeckung α_e und den Maximalwert $B_{\delta,m}$ ausgedrückt wird. Das elektromagnetische Drehmoment wird gemäß Abschn. 4.7 berechnet.

$$M_e = p \cdot d_{si} \cdot l_e \cdot A \cdot \int_0^{\tau_p} B_\delta(x_s) \cdot dx_s = p \cdot d_{si} \cdot A \cdot \Phi \tag{11.29}$$

Damit führt mit (11.27) der Ausdruck (11.29) in Übereinstimmung mit (11.26) wieder zum Drehmoment der Gleichstrommaschine.

Im Vergleich von Drehfeldmaschine (Asynchron- oder Synchronmaschine, AC) und Gleichstrommaschine (DC) ergeben sich gemäß Abschn. 4.7 folgende Formeln für die Drehmomente:

$$M_{e,AC} = l_e \cdot (p\tau_p)^2 \cdot \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos\varphi_i/\pi, \tag{11.30}$$

$$M_{e,DC} = l_e \cdot 2(p\tau_p)^2 \cdot A \cdot \alpha_e B_{\delta,m}/\pi. \tag{11.31}$$

Die auf die Bohrungsoberfläche $d_{si}\pi \cdot l_e$ bezogene Tangentialkraft $F = M_e/(d_{si}/2)$ ist der spezifische Wirk-Drehschub $\tau = F/(d_{si} \cdot \pi \cdot l_e)$:

$$\tau_{AC} = \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos\varphi_i/2, \quad \tau_{DC} = A \cdot \alpha_e B_{\delta,m}. \tag{11.32}$$

Beispiel 11.13

Vergleichen Sie den spezifischen Wirk-Drehschub von Gleichstrom- und Drehfeldmaschinen bei gleicher Amplitude der Luftspaltflussdichte $\hat{B}_{\delta 1} = B_{\delta,m} = 1.0\,\mathrm{T}$

und gleichem effektiven Strombelag $A = 700\,\text{A/cm}$, wie er für durchzugsbelüftete Maschinen mittlerer Größe typisch ist!

Lösung:

a) Gleichstrommaschine: $\alpha_e = 0.7$:

$$\tau_{DC} = A \cdot \alpha_e B_{\delta,m} = 70000 \cdot 0.7 \cdot 1.0 = 49000\,\text{N / m}^2 \cong 0.5\,\text{bar}$$

b) Drehfeldmaschine:
Gemäß Kap. 3 ist $k_{w1} \cong 0.95$. Mit $\hat{A}_1 = \sqrt{2} \cdot k_{w1} \cdot A = 940\,\text{A / cm}$ tritt der maximale Wirkschub bei $\cos\varphi_i = 1$ auf:

$$\tau_{AC} = \hat{A}_1 \cdot \hat{B}_{\delta 1} \cdot \cos\varphi_i/2 = 94000 \cdot 1 \cdot 1/2 = 47000\text{N / m}^2 \cong 0.5\,\text{bar}$$

Fazit:
Bei gleichem effektiven Strombelag und gleicher Flussdichteamplitude ist der spezifische Wirkdrehschub von Drehfeldmaschinen i. A. etwas kleiner als bei Gleichstrommaschinen, nämlich um den inneren Leistungsfaktor $\cos\varphi_i$.

Wie in Kap. 4 wird auch für Gleichstrommaschinen die Esson'sche Ausnutzungsziffer aus der inneren Leistung P_δ bestimmt. Mit der induzierten Gleichspannung U_i (11.22) und dem über den Kommutator gleichgerichteten Ankergleichstrom I_a entsteht die innere Leistung als Luftspaltleistung der Gleichstrommaschine

$$P_\delta = U_i \cdot I_a = 2\pi \cdot n \cdot M_e = C_{DC} \cdot d_{si}^2 \cdot l \cdot n. \tag{11.33}$$

Daraus werden mit dem Strombelag A gemäß (11.27) das elektromagnetische Drehmoment M_e gemäß (11.29) und die Esson'sche Ausnutzungsziffer für Gleichstrommaschinen gemäß (11.34) bestimmt.

$$C_{DC} = \frac{P_\delta}{d_{si}^2 \cdot l \cdot n} = \pi^2 \cdot \alpha_e \cdot A \cdot B_{\delta,m} \tag{11.34}$$

Bei Gleichstrommaschinen stehen Ausnutzungsziffer und spezifischer Drehschub im folgenden festen Verhältnis:

$$C_{DC} = \pi^2 \cdot \tau_{DC}. \tag{11.35}$$

Beispiel 11.14

Vergleichen Sie die elektromagnetische Ausnutzung von Drehfeld- und Gleichstrommaschinen (Kap. 4) bei gleichem effektiven Strombelag A und gleicher Amplitude der Luftspaltflussdichte $\hat{B}_{\delta 1} = B_{\delta,m}$!

Lösung:

$$\frac{C_{\mathrm{DC}}}{C_{\mathrm{AC}}} = \frac{\alpha_{\mathrm{e}}}{k_{\mathrm{w1}}/\sqrt{2}} \approx \frac{1}{k_{\mathrm{w1}}}$$

Die äquivalente Polbedeckung der Gleichstrommaschinen ist etwa $\alpha_{\mathrm{e}} = 0.7$, da die Wendepole in der Pollücke Platz beanspruchen. Folglich gilt $\alpha_{\mathrm{e}} \approx 0.7 \approx 1/\sqrt{2}$. Da der Wicklungsfaktor der Grundwelle von Drehfeldmaschinenetwa 0.92 bis 0.96 beträgt, ist ihre elektromagnetische Ausnutzung bei sonst gleichen Randbedingungen etwas geringer als bei Gleichstrommaschinen. Mit einem für Asynchronmaschinen typischen Wert für den „inneren" Leistungsfaktor $\cos\varphi_{\mathrm{i}} = 0.8$ ist deren elektromagnetisches Drehmoment um etwa 20 % niedriger als bei vergleichbaren Gleichstrommaschinen. Allerdings sind die Gleichstrommaschinen aufgrund des mechanisch empfindlichen Kommutators, der Wartung der Bürsten und der zusätzlichen Verluste in der Wendepol- und ggf. Kompensationswicklung gegenüber Asynchronmaschinen trotzdem im Nachteil.

Beispiel 11.15

Tab. 11.2 gibt typische Werte der Esson'schen Ausnutzungsziffer C_{DC} bei Gleichstrommaschinen an. Die Zunahme von C_{DC} ist im Wesentlichen durch den höheren Strombelag A bei größerer Bemessungsleistung bedingt. Bei größeren Maschinen und damit größerem Läuferdurchmesser ist bei gleicher Drehzahl die Oberflächengeschwindigkeit höher und damit die Leiterkühlung in Luft verbessert, sodass ein höherer Strombelag möglich ist.

Kleine Gleichstrommaschinen werden zweipolig oder vierpolig ausgeführt (Auernhammer et al. 1992). Bei zweipoligen Maschinen tritt der Hauptfluss nicht nur durch das geblechte Läuferpaket, sondern auch durch die massive Welle, wie das Prinzipbild Abb. 11.1a erkennen lässt. Dadurch erfährt auch die massive elektrisch leitfähige Stahlwelle bei Rotation einen Läuferwechselfluss mit der Ankerfrequenz $f_{\mathrm{a}} = n \cdot p$. Dieser Wechselfluss ruft

Tab. 11.2 Elektromagnetische Ausnutzung von Gleichstrommaschinen ($\alpha_{\mathrm{e}} = 0.7$): mit Luft-Innenkühlung („durchzugsbelüftet"), zulässige Wicklungserwärmung aufgrund des verwendeten Isolierstoffs 105 K bei 40 °C Kühlmitteleintrittstemperatur

Bemessungsleistung P_{N}	[kW]	1	10	100	6 000
Bemessungsdrehzahl n_{N}	[min^{-1}]	1 500	1 500	1 500	50
Bemessungsmoment M_{N}	[Nm]	6.4	64	640	1 146 000
Polzahl $2p$	[-]	2	4	4	18
Strombelag A	[A/cm]	150	300	430	680
Luftspaltflussdichte $B_{\delta,\mathrm{m}}$	[T]	0.7	0.85	0.9	1.05
Esson-Ziffer C_{DC}	[kW·min/m^3]	1.2	2.9	4.5	8.2

in der Welle neben Hystereseverlusten hohe Wirbelstromverluste hervor, da keine Blechung die Wirbelströme hindert. Die resultierenden Ummagnetisierungsverluste sind bei zweipoligen Gleichstrommaschinen vor allem bei hohen Drehzahlen hoch. Bei vier- und höherpoligen Maschinen verläuft das Feld aufgrund seiner zweidimensionalen Verteilung selbst bei Läuferstillstand größtenteils an der Welle vorbei und verbleibt im geblechtem Läuferjoch. Dadurch sind die Wirbelstromverluste und die Hystereseverluste in der Welle i. A. gering. Bei größeren Einheitsleistungen und damit größeren Baugrößen nimmt mit dem Einsatz der Schleifenwicklung die Anzahl der Pole zu. Im Leistungsbereich zwischen 500 kW … 1000 kW werden häufig sechspolige Maschinen eingesetzt. Bei großen langsam drehenden Walzwerksantrieben für hohe Drehmomente werden Maschinen mit Polzahlen zwischen 10 und 20 mit Maximalleistungen zwischen 6 … 12 MW gebaut (Fraunbaum 1984).

11.4 Ankerrückwirkung und Kompensationswicklung

a) Luftspaltfeld bei Leerlauf ($I_a = 0$): Der Magnetisierungsbedarf für Luftspalt und Eisen bei Leerlauf ($I_\mathrm{a} = 0$) $V_\mathrm{f} = V_\delta + V_\mathrm{Fe}$ in Abhängigkeit der Ständer-Umfangskoordinate x_s ist längs des Polbogens konstant und wird durch die Erregerdurchflutung $V_\mathrm{f} = N_\mathrm{f,Pol} I_\mathrm{f}$ gedeckt. Das zugehörige B-Feld im Luftspalt gemäß (11.1), (11.2)

$$B_\delta(x_\mathrm{s}) = \mu_0 \frac{V_\mathrm{f} - V_\mathrm{Fe}}{\delta(x_\mathrm{s})} \tag{11.36}$$

ist bei Vernachlässigung des Einflusses der Ankernutöffnungen unter den Hauptpolen ebenfalls konstant und nimmt in den Pollücken wegen der Luftspaltzunahme ab (Abb. 11.22a, oben, wobei dort b_pe und b_p identisch angenommen wurden). Der Einfluss der Ankernutöffnungen wird über den Carter-Faktor (Kap. 4) berücksichtigt. In der neutralen Zone (q-Achse, Abb. 11.3) ist das Feld Null und wechselt dort die Polarität.

b) Luftspaltfeld bei Belastung ($I_a \neq 0$): Sobald der Anker bestromt wird, sind die stromdurchflossenen Ankerleiter mit einem zusätzlichen Magnetfeld, dem Ankerrückwirkungsfeld bzw. Ankerquerfeld, umgeben (Abb. 11.22b und c), das sich über das Läufereisen, den Luftspalt und das Ständerpoleisen schließt. Aus Symmetriegründen liegt das Zentrum des zugehörigen Feldwirbels in der Polachse (d-Achse). Wird dort $x_\mathrm{s} = 0$ gesetzt, so nimmt wegen des konstanten Ankerstrombelags (11.27) die magnetisierende Durchflutung $V_\mathrm{a}(x_\mathrm{s})$ linear mit x_s zu (Abb. 11.22a unten). Den Maximalwert erreicht $V_\mathrm{a}(x_\mathrm{s})$ bei $x_\mathrm{s} = \tau_\mathrm{p}/2$, dann nimmt $V_\mathrm{a}(x_\mathrm{s})$ wieder linear ab, weil in der benachbarten Polteilung die Ankerstromrichtung entgegengesetzt ist. Beachten Sie, dass in Abb. 11.22a mit $\Theta_\mathrm{a} > V_\mathrm{f}$ eine relativ große Ankerrückwirkung gewählt worden ist.

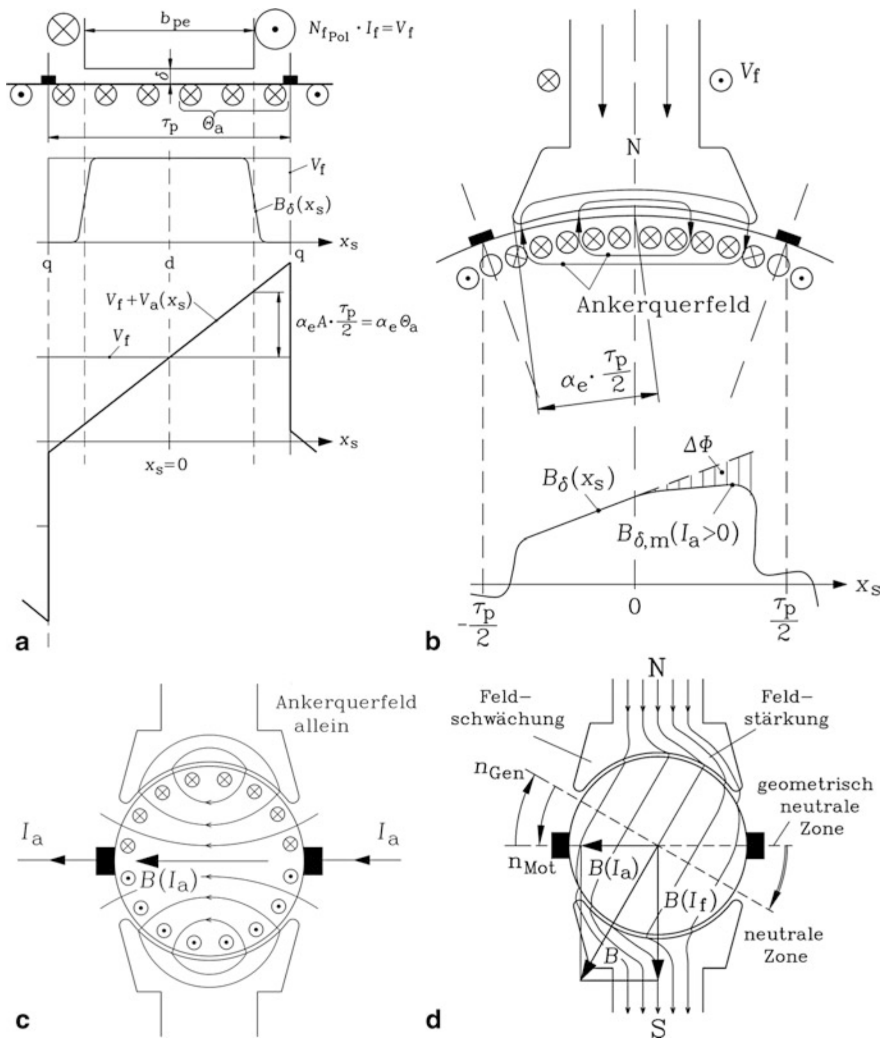


Abb. 11.22 Feldverlauf bei bestromtem Anker in der unkompensierten Gleichstrommaschine bei vernachlässigtem Einfluss der Nutung: (**a**) Das Luftspaltfeld ist bei Leerlauf unter dem Pol wegen des dort konstanten Luftspalts δ und der konstanten Erregerdurchflutung V_f konstant. Bei Ankerstromfluss überlagert sich der magnetischen Spannung des Hauptfelds V_f jene der stromdurchflossenen Ankerleiter V_a (Ankerrückwirkung). (**b**) Das Hauptfeld wird durch das Ankerquerfeld verzerrt. Die Feldzunahme in der rechten Polhälfte ist aber wegen der Eisensättigung geringer als die Abnahme in der linken Polhälfte, so dass ein Flussverlust $\Delta\Phi$ gegenüber $I_a = 0$ auftritt. (**c**) Schematische Darstellung des Ankerquerfelds $B(I_a)$, (**d**) Überlagerung des Ankerquerfelds $B(I_a)$ mit dem Hauptfeld des Erregerstroms $B(I_f)$ zum resultierenden Feld B

$$V_a(x_s) = \int_0^{x_s} A(x_s) \cdot dx_s = A \cdot x_s, \quad -\tau_p/2 \le x_s \le \tau_p/2. \tag{11.37}$$

Die magnetisierende Ankerdurchflutung je halbem Pol ist mit $I_c = I_a/(2a)$ demnach

$$\Theta_a = V_a(x_s = \tau_p/2) = A \cdot \frac{\tau_p}{2} = \frac{zI_c}{2p\tau_p} \cdot \frac{\tau_p}{2} = \frac{z}{8ap} I_a = N_{a,Pol} I_a. \tag{11.38}$$

Das resultierende, von Erreger- und Ankerdurchflutung gemeinsam erregte Feld (Abb. 11.22d)

$$B_\delta(x_s) = \mu_0 \frac{V_f + V_a(x_s) - V_{Fe}(x_s)}{\delta(x_s)} \tag{11.39}$$

steigt daher in Abb. 11.22b nach rechts hin an und sinkt nach links hin ab. Da mit steigendem B_δ auch die Flussdichte in den Läuferzähnen ansteigt, sättigt dort das Eisen stärker. Daher ist V_{Fe} im rechten Pol- und Läuferzahnbereich hoch, während im linken Bereich auf grund der Feldabnahme gegenüber Leerlauf V_{Fe} klein bzw. nahezu Null ist. Die Zunahme des Luftspaltfelds im rechten Pol- und Läuferzahnbereich ist also gemäß (11.39) geringer als die Feldabnahme im linken Pol- und Läuferzahnbereich. Der Fluss pro Pol Φ ist proportional zur Fläche unter der Feldkurve $B_\delta(x_s)$ und bei Belastung folglich kleiner als bei Leerlauf (vgl. Abb. 11.22a, b).

$$\Phi = l_e \int_0^{\tau_p} B_\delta(x_s) \cdot dx_s = \Phi(I_a > 0) < \Phi(I_a = 0) \tag{11.40}$$

In den Pollücken (q-Achse) tritt bei der wendepollosen Gleichstrommaschine unter Last ($I_a \neq 0$) neben dem sehr kleinen Ständer-Hauptfeld, das dort seinen Nulldurchgang hat, auch das Ankerfeld als Querfeld zum Hauptfeld auf (vgl. Abb. 11.22b, c). Die neutrale Zone, also der Nulldurchgang der Radialkomponente des Luftspaltfelds, verschiebt sich aus der geometrischen Mitte zwischen den Hauptpolen bei Motor- bzw. Generatorbetrieb entgegen bzw. in Drehrichtung des Läufers, wie Abb. 11.22d zeigt. Weiter wird aus diesem gegenüber Leerlauf verzerrten Feldbild die Wirkung des auf den Läufer wirkenden elektromagnetischen Drehmoments M_e durch den magnetischen Zug der sich zu verkürzen trachtenden Feldlinien anschaulich sichtbar. Bei sich verkürzenden Feldlinien dreht sich der Läufer von selbst in Abb. 11.22d im Gegenuhrzeigersinn (Motorbetrieb) in Richtung des Drehmoments M_e. Im Generatorbetrieb muss er gegen dieses nun bremsend wirksame Drehmoment mechanisch angetrieben werden, also sich in Abb. 11.22d im Uhrzeigersinn drehen. Zum selben Ergebnis kommt man auch direkt mit der Lorentz-Kraft (11.24) auf die Ankerleiter.

Fazit:
Es tritt ein „Flussverlust“ $\Delta\Phi$ durch zusätzliche Sättigung des Eisens infolge des Ankerquerfelds auf (Ankerrückwirkung), ähnlich wie bei der PM-Synchronmaschine mit q-Stromspeisung (Kap. 9).

c) Einfluss der Feldverzerrung auf die Segmentspannung: Die Ankerrückwirkung bewirkt eine Überhöhung der Feldkurve $B_\delta(x_s)$ in der einen und eine Abnahme der Feldkurve in der anderen Polhälfte (Feldverzerrung). Jene Ankerspulen, die in Abb. 11.22b mit ihren Spulenseiten im Bereich der Überhöhung der Luftspaltfeldkurve liegen (rechte Polhälfte), werden mit dieser erhöhten Flussdichte bewegungsinduziert. Im Bereich der Feldüberhöhung sind die induzierten Spulenspannungen daher höher als bei Leerlauf (Abb. 11.22a), was u. U. eine zu hohe Segmentspannung ergibt. Jene Ankerspulen, die in Abb. 11.22b mit ihren Spulenseiten im Bereich der Abnahme der Luftspaltfeldkurve liegen, werden mit dieser verringerten Flussdichte bewegungsinduziert und haben daher kleinere induzierte Spulenspannungen als bei Leerlauf (Abb. 11.22a). Wenn Feldüberhöhung und Feldabnahme gleich groß sind, ändert sich an der resultierenden gleichgerichteten Spannung zwischen den Bürsten als Summe von erhöhten und verringerten Spulenspannungen nichts. Wenn aufgrund der erhöhten Eisensättigung z. B. in den Ankerzähnen die Feldüberhöhung geringer als die Feldabnahme ist (wie in Abschn. b) beschrieben), sinkt die resultierende induzierte Spannung U_i bei Belastung gegenüber Leerlauf, was durch den verringerten Luftspaltfluss (11.40) unter den Hauptpolen zum Ausdruck kommt: $U_i(I_a \neq 0, I_f) < U_i(I_a = 0, I_f)$.

Beispiel 11.16

Eine Gleichstrommaschine hat folgende Daten: $Q_r = 34$, $u = 3$, $2p = 4$, Schleifenwicklung, $N_c = 2$, $B_{\delta,m} = 0.95\,\mathrm{T}$, $\alpha_e = 0.663$, $n = 2000/\min$, $d_{si} = 200\,\mathrm{mm}$, $l_e = 355\,\mathrm{mm}$. Berechnen Sie den Fluss pro Pol bei Leerlauf, die Kommutatorsegment-Anzahl, die induzierte Spannung, die Ankerumfangsgeschwindigkeit, die mittlere Segmentspannung sowie die maximale Segmentspannung bei Leerlauf und Bemessungslast! Die Feldüberhöhung im Luftspalt bei Last $B_{\delta,m}(I_a \neq 0)$ gegenüber $B_{\delta,m}$ im Leerlauf wird (vgl. Abb. 11.22b) mit 23 % angenommen. Überprüfen Sie, ob die zulässigen Segmentspannungsgrenzen eingehalten werden!

Lösung:
Polfluss: $\Phi = \alpha_e \tau_p l_e B_{\delta,m} = 0.663 \cdot 0.157 \cdot 0.355 \cdot 0.95 = 35.1\,\mathrm{mWb}$
$K = Q_r \cdot u = 34 \cdot 3 = 102$
Induzierte Spannung: $U_i = z \cdot (p/a) \cdot n \cdot \Phi = 408 \cdot (2/2) \cdot (2000/60) \cdot 0.0351 = 477.4\,\mathrm{V}$
Ankerumfangsgeschwindigkeit: $v_a = 2p\tau_p n = 2 \cdot 2 \cdot 0.157 \cdot (2000/60) = 20.9\,\mathrm{m/s}$
Mittlere Segmentspannung bei Leerlauf ($U_a = U_i, I_a = 0$):
$U_{s,av} = U_i/(K/2p) = 477.4/(102/4) = 18.7\,\mathrm{V} < 20\,\mathrm{V}$ zulässig

Maximale Segmentspannung bei Leerlauf:
$\hat{U}_s = \hat{U}_{i,c} = 2N_c v_a l_e B_{\delta,m} = 2 \cdot 2 \cdot 20.9 \cdot 0.355 \cdot 0.95 = 28.2\,\mathrm{V} < 35\,\mathrm{V}$ zulässig
Maximale Segmentspannung bei Bemessungsstrom und Vernachlässigung des ohm'schen Spannungsfalls in der Ankerspule: $\hat{U}_s = \hat{U}_{i,c} = 1.23 \cdot 28.2 = 34.7\,\mathrm{V} < 35\,\mathrm{V}$ zulässig

Fazit:
Als Folge der zusätzlichen Eisensättigung infolge Ankerrückwirkung bei Last entsteht ein Flussverlust gegenüber Leerlauf und damit eine Drehmomenteinbuße gegenüber (11.24). Durch die dabei auftretende lokale Felderhöhung im Luftspalt in Gleichstrommaschinen ohne Kompensationswicklung (siehe Abschn. d)) entsteht eine Erhöhung der maximalen Segmentspannung.

d) Kompensationswicklung: Gleichstrommaschinen mit größerer Leistung ab ca. 200 kW bis 300 kW werden mit einer Kompensationswicklung ausgeführt. Diese Wicklung ist in zusätzlichen Nuten in den Polschuhen der Hauptpole untergebracht. Sie wird ebenfalls vom Ankerstrom durchflossen und ist daher in Serie zu der Plus- und Minusbürste der Ankerwicklung geschaltet (Abb. 11.23 und 11.41 links). Der Wickelsinn der Kompensationsspulen ist so, dass die Stromflussrichtung entgegengesetzt zur Richtung der Ankerströme in den gegenüber liegenden Läufernuten ist. Dadurch erregt die Kompensationswicklung im Luftspalt ein dem Ankerquerfeld entgegen gerichtetes Feld. Die Windungszahl der Kompensationsspulen ist so bemessen, dass sich die Ankerdurchflutung und die Durchflutung der Kompensationswicklung unter dem Hauptpol aufheben. Daher ist die Durchflutung der Kompensationswicklung $2\Theta_K$ pro Pol um den Faktor α_e kleiner zu wählen als die elektrische Durchflutung des Ankers.

$$2\Theta_K = \alpha_e \cdot A\tau_p = \alpha_e \cdot 2\Theta_a = \alpha_e \cdot \frac{z}{4ap} I_a \tag{11.41}$$

Somit ändert sich das Magnetfeld im Luftspalt unter den Hauptpolen zwischen Leerlauf und Last bei Verwendung einer Kompensationswicklung nicht. Der Hauptfluss bleibt konstant, unabhängig von der Belastung. Dafür müssen die zusätzlichen Stromwärmeverluste und der zusätzliche Fertigungsaufwand der Kompensationswicklung in Kauf genommen werden. Die Nutteilungen von Läufer- und Kompensationswicklung sind unterschiedlich auszuführen und dürfen in keinem ganzzahligen Verhältnis stehen, sonst entsteht ein störendes Reluktanzmoment, da die Feldlinien versuchen, bei gleicher Nutteilung die Zähne von Ständer-Kompensationsnut und Läufernut zur Deckung zu bringen („magnetisches Rastmoment bzw. magnetisches Kleben", vgl. Kap. 6 und 9). Trotzdem sollten die Werte der Stator- und Rotornutteilung nicht allzu stark differieren. Das Luftspaltfeld des Ankers und der Kompensationswicklung nehmen aufgrund der Nutung im Luftspalt nicht wie in Abb. 11.22 linear zu bzw. ab, sondern wie in Kap. 2 erläutert, treppenförmig. Aufgrund der unterschiedlichen Stator- und Rotornutteilung sind die Treppen„absätze" nicht gleich breit; außerdem dreht sich das treppenförmige Ankerfeld. Deshalb gleichen sich

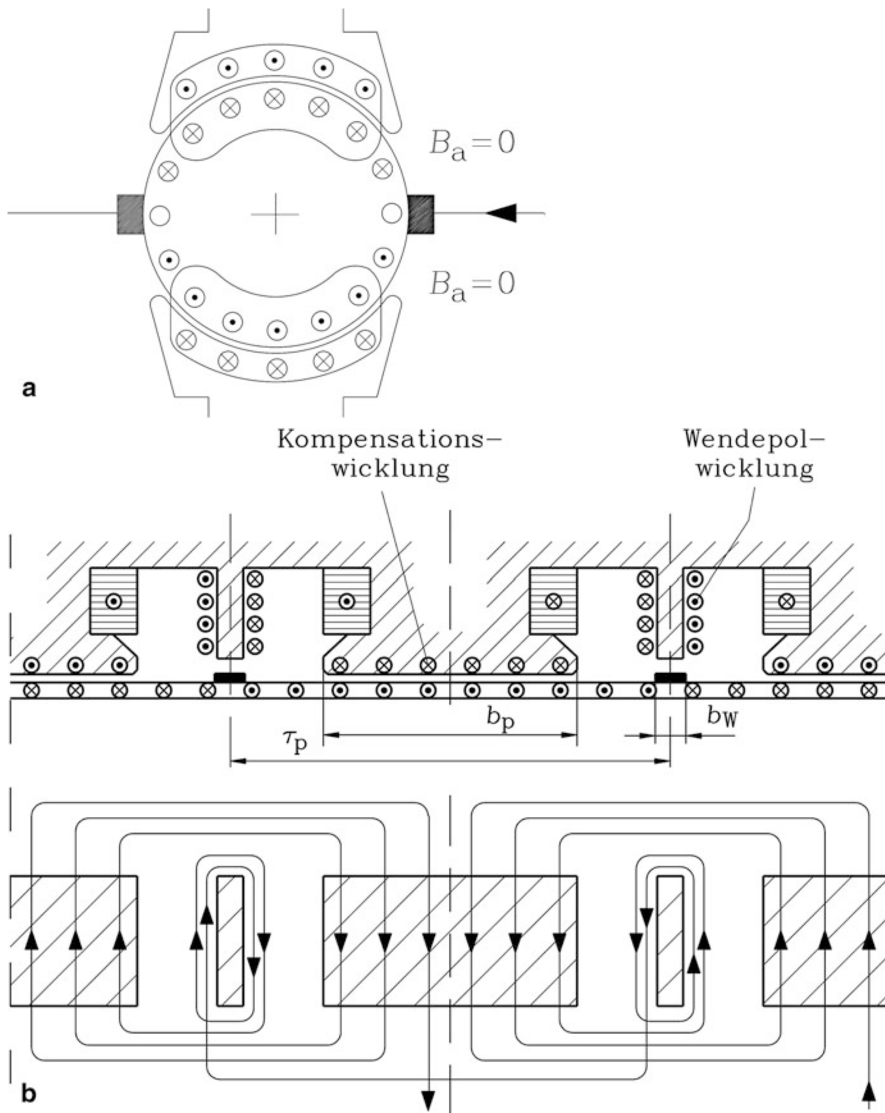


Abb. 11.23 Kompensationswicklung: (**a**) Wirkungsweise: Die Durchflutungen von Anker und Kompensationswicklung heben sich auf, so dass kein Ankerstrom-abhängiges Feld im Luftspalt auftritt. (**b**) Schaltung der Wendepol- und der Kompensationswicklung

Anker- und Kompensationsfeld im Luftspalt nur im Mittel aus. Es verbleibt ein rotornutfrequent pulsierendes kleines Ankerrestfeld im Luftspalt, das aber umso kleiner ist, je größer die Ankernutzahl und damit auch die Nutzahl der Kompensationswicklung pro Pol ist.

Beispiel 11.17

Eine Gleichstrommaschine gemäß Abb. 11.2a hat $Q_r = 62$ Ankernuten, $u = 5$ Spulenseiten je Nut und Schicht, $2p = 4$ Pole, eine eingängige Schleifenwicklung mit $N_c = 1$ Windungen je Spule und eine äquivalente Polbedeckung $\alpha_e = 0.65$. Bemessen Sie eine passende Kompensationswicklung, indem Sie die Nutzahl $Q_{K,Pol}$ pro Pol und die Windungszahl $N_{K,c}$ je Kompensationsspule berechnen! Die Kompensationsspulen aller vier Pole sollen in Serie geschaltet sein: $a_K = 1$.

Lösung:

$$K = Q_r \cdot u = 62 \cdot 5 = 310, \quad z = 2K \cdot N_c = 2 \cdot 310 \cdot 1 = 620$$

$$\Theta_K = N_{K,c} \cdot I_a \cdot Q_{K,Pol}/(2a_K) = \alpha_e \cdot \frac{z}{8ap} I_a$$

$N_{K,c} \cdot Q_{K,Pol} = a_K \alpha_e \cdot \frac{z}{4ap} = 1 \cdot 0.65 \cdot \frac{620}{4 \cdot 2 \cdot 2} = 25.18$. Mit der Wahl $Q_{K,Pol} = 8$ Nuten pro Pol ergeben sich $N_{K,c} = 25.18/8 = 3.15$ Windungen, sodass $N_{K,c} = 3$ Windungen je Spule gewählt werden. Die Nutteilung der Kompensationswicklung ist $\tau_{QK} = \alpha_e d_{si}\pi/(2pQ_{K,Pol})$. Sie steht zur Ankernutteilung $\tau_{Qr} = d_{si}\pi/Q_r$ im teilerfremden Verhältnis

$$\frac{\tau_{QK}}{\tau_{Qr}} = \frac{\alpha_e Q_r}{2pQ_{K,Pol}} = \frac{0.65 \cdot 62}{4 \cdot 8} = 1.26,$$

sodass kein unerwünschtes Rastmoment auftritt.

11.5 Kommutierung des Ankerstroms und Funktion der Wendepole

a) Reaktanzspannung und Schaltfunken: Der Polaritätswechsel des Ankerstroms unter aufeinander folgenden Ständerpolen vom „Plus-Strombelag" zum „Minus-Strombelag" und umgekehrt findet unter den Bürsten nicht problemlos statt. Der Strom je Ankerspule i_c wechselt vom positiven Gleichstromwert $I_a/(2a)$ auf den negativen Wert $-I_a/(2a)$ um den Wert I_a/a, sobald die Bürste die beiden Spulenanschlüsse, also die beiden benachbarten Kommutatorsegmente der Spule, kurzschließt (Abb. 11.24). Da sich zu diesem Zeitpunkt die beiden Spulenseiten in der neutralen Zone befinden, wird keine Spannung mehr durch das von Feldstrom I_f erregte Hauptfeld in sie induziert. Jede Ankerspule hat eine Induktivität L_c, bedingt durch das Nut- und Stirnstreufeld der Ankerspule und durch das Ankerluftspaltfeld (siehe Abschn. 11.4). Selbst wenn das Ankerluftspaltfeld im Bereich des Polbogens b_p von einer Kompensationswicklung aufgehoben wird, verbleiben das mit der kommutierenden Ankerspule verkettete Luftspaltfeld im Bereich $\tau_p - b_p$ der Pollücke und das Nut- und Stirnstreufeld. Daher entsteht in der Spule infolge der Stromänderung

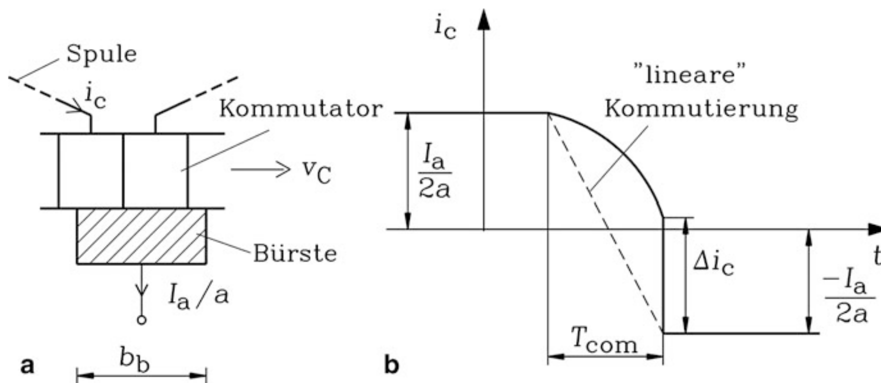


Abb. 11.24 Kommutierung des Ankerspulenstroms i_c: (**a**) Die Bürste schließt die kommutierende Spule kurz. (**b**) Der Spulenstrom wechselt seine Polarität, man sagt: Er „kommutiert". Die lineare Kommutierung ist nur eine theoretische Annahme, die in der Praxis in der Regel nicht gegeben ist

eine Selbstinduktionsspannung, die „Reaktanzspannung" u_R genannt wird. Die mittlere Reaktanzspannung wird mit der mittleren Stromänderungsgeschwindigkeit $\overline{di_c/dt}$ gemäß (11.42) abgeschätzt, da sich der Spulenstrom um $2I_a/(2a)$ während der Zeit T_{com} ändert.

$$\overline{di_c/dt} = 2 \cdot (I_a/(2a))/T_{com} \tag{11.42}$$

Die Kommutierungsdauer T_{com} ist durch die Bürstenbreite b_b in Umfangsrichtung und die Kommutator-Umfangsgeschwindigkeit v_C bestimmt. Die zwischen zwei Kommutatorsegmenten angeordnete Glimmerisolierung d_I (ca. 0.3 mm) verringert die Bürstenüberdeckung. Die bei der Wellenwicklung parallel geschalteten Bürsten einer Polarität erhöhen diese Überdeckung, da diese Bürsten gemäß Abb. 11.14 um τ_C/p am Umfang versetzt sind. Die für Schleifen- und Wellenwicklungen gleichermaßen gültige Formulierung der Kommutierungszeit ist demnach

$$T_{com} = (b_b - d_I + \tau_C \cdot (1 - a/p))/v_C. \tag{11.43}$$

Mit dem Kommutatoraußendurchmesser d_C, der i. A. kleiner als der Läuferdurchmesser d_{ra} ist, ergibt sich $v_C = d_C \cdot \pi \cdot n$. Daher steigt die Umfangsgeschwindigkeit mit der Drehzahl $v_C \sim n$, und die Kommutierungsdauer nimmt ab: $T_{com} \sim 1/n$. Folglich ist die mittlere Reaktanzspannung proportional zum Ankerstrom und zur Drehzahl.

$$u_R = L_c \cdot \overline{di_c/dt} = L_c \frac{I_a}{aT_{com}} = k_R \cdot n \cdot I_a, \qquad u_R = k_R \cdot n \cdot I_a \tag{11.44}$$

Fazit:
Die mittlere Reaktanzspannung steigt mit der Belastung der Maschine, also proportional zum Ankerstrom I_a, zur Drehzahl n und zur Größe der Ankerspuleninduktivität an. Große und hochdrehende Maschinen weisen daher eine hohe mittlere Reaktanzspannung auf.

In (11.44) ist die Reaktanzspannung als mittlerer Wert während der Zeit T_{com} zu verstehen, da er aus der mittleren Stromänderungsgeschwindigkeit berechnet wurde und eine mittlere Spuleninduktivität L_c angenommen wurde. Mit dem in Abb. 11.24b dargestellten zeitlichen Stromverlauf der kommutierenden Spule ergäbe sich selbst bei konstanter Spuleninduktivität L_c ein Augenblickswert der Reaktanzspannung, der zum Ende der Kommutierungsdauer steil ansteigt, weil der Spulenreststrom Δi_c am Ende der Kommutierungszeit vom trennenden Bürstenkontakt „abgerissen“ wird, was zu einem Schaltfunken führt. Nur bei angenommener linearer Kommutierung (gestrichelter Stromverlauf in Abb. 11.24b) und Betrachtung einer einzigen kommutierenden Spule mit einer konstanten Spuleninduktivität ist die Reaktanzspannung theoretisch eine zeitlich konstante Größe. Tatsächlich sind die Bürsten in der Praxis breiter ausgeführt, sodass mehrere Spulen gleichzeitig kurzgeschlossen sind. Mehrere gleichzeitig kommutierende Spulen, die neben- oder übereinander in einer Nut liegen, sind über das Nutstreufeld in den Ankernuten stark magnetisch gekoppelt (Stiebler 1983). Durch das nacheinander abfolgende Kommutieren der einzelnen Spulen ändern sich die magnetische Kopplung und damit die resultierende Induktivität je Spule während des Kommutierungsvorgangs. Mit den Spulen der nächsten Nut ist eine kommutierende Spule schwächer gekoppelt, da die Kopplung über das Nutstreufeld entfällt. Die Annahme einer konstanten Spuleninduktivität ist somit eine Fiktion. Daher ist der zeitliche Verlauf der Reaktanzspannung sowohl wegen der Stromkurvenform als auch wegen der sich ändernden resultierenden Spuleninduktivität nicht zeitlich konstant. Die Vorausberechnung des augenblicklichen Zeitverlaufs der Reaktanzspannung ist folglich aufwändig und in der Regel nicht sehr genau möglich (Gabsi 1989).

An der ablaufenden Bürstenkante trennt sich das Kommutatorsegment der kurzgeschlossenen Ankerspule vom Bürstenkontakt. Die Reaktanzspannung als Selbstinduktionsspannung verzögert die Stromänderung (Lenz'sche Regel, Kap. 1), sodass i. A. bei der Kontakttrennung von Bürste und Segment der Spulenstrom noch nicht den Endwert $-I_a/(2a)$ erreicht hat. Es besteht noch die Stromdifferenz Δi_c, sodass über die Spuleninduktivität L_c in der Spule noch die magnetische Energie $\Delta W_c = L_c \cdot \Delta i_c^2/2$ gespeichert ist. Der rasche, „sprungartig“ erzwungene Wechsel um diesen Wert Δi_cauf den Endwert $-I_a/(2a)$ in sehr kurzer Zeit $\Delta t \to 0$ führt zu einer hohen Selbstinduktions-Spannungsspitze $L_c \cdot \Delta i_c/\Delta t$ des Augenblickswerts der Reaktanzspannung, die einen Abschaltfunken zwischen Bürste und Segment zündet. In diesem Abschaltfunken wird die magnetische Energie ΔW_c in Lichtbogenwärme umgesetzt (Kleinrath 1982). Dieses „Funken“ oder „Feuern“ an der ablaufenden Kante der Bürste erodiert aufgrund der Lichtbogenfußpunkte die Bürstenlauffläche und die Kommutatoroberfläche sehr stark, sodass schon nach relativ kurzer Betriebszeit die Bürsten erneuert werden müssen und die Kommutatoroberfläche überarbeitet werden muss. Bei Maschinen kleiner Leistung mit geringer Betriebsstundenzahl (ca. 300 h ... 600 h während der Maschinenlebensdauer) wie z. B. die 12V-betriebenen permanentmagneterregten Gleichstrommaschinen in Automobilen (Fensterhebermotoren, Scheibenwischermotoren, ...) oder ähnliche Kleinmotoren in Haushaltsgeräten (Universalmotoren, siehe Abschn. 11.9) nimmt man dieses Bürstenfeuer

an der ablaufenden Bürstenkante hin, und versucht durch den Einsatz entsprechend langer Bürsten einen Bürstenwechsel während der Maschinenlebensdauer zu vermeiden. Bei Gleichstrommaschinen im industriellen Einsatz, die sehr hohe Betriebsstundenzahlen aufweisen, hat man zur Verminderung des Bürstenfeuers die Wendepole erfunden.

b) Wendepole: Um das Bürstenfeuern zu vermindern, ordnet man in den Pollücken zwischen den Hauptpolen als Hilfspole sogenannte Wendepole an, die vom Ankerstrom durchflossene Wendepolspulen mit der Windungszahl $N_{\mathrm{W,Pol}}$ pro Pol tragen (Abb. 11.23b und 11.41 links). Der Wicklungssinn dieser Spulen ist so, dass das von den Wendepolen im Wendepol-Luftspalt erregte Magnetfeld, das sogenannte Wendepolfeld $B_{\delta\mathrm{W}}$, eine zum Ankerquerfeld des Läufers entgegen gesetzte Polarität hat. Daher sind in Abb. 11.25a die Anker- und Wendepoldurchflutung entgegengesetzt gerichtet. Die Berechnung des resultierenden Magnetfelds unter den Wendepolen erfolgt mit dem Durchflutungssatz für eine geschlossene Kurve C, die z. B. eine Feldlinie des Felds in der Wendepolachse darstellt (Abb. 11.25b). Sie umschlingt die positive und negative Erregerdurchflutung Θ_{f} der Hauptpole, sodass sich deren erregende Wirkung für das Luftspaltfeld in der Wendepolachse aufhebt. Für Maschinen ohne Kompensationswicklung gilt gemäß Abb. 11.25b.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2\Theta_{\mathrm{W}} - 2\Theta_{\mathrm{a}} + \Theta_{\mathrm{f}} - \Theta_{\mathrm{f}} = 2 \cdot (\Theta_{\mathrm{W}} - \Theta_{\mathrm{a}})$$

und mit Kompensationswicklung

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2\Theta_{\mathrm{W}} + 2\Theta_K - 2\Theta_{\mathrm{a}} + \Theta_{\mathrm{f}} - \Theta_{\mathrm{f}} = 2 \cdot (\Theta_{\mathrm{W}} + \Theta_K - \Theta_{\mathrm{a}}).$$

Soll die resultierende Luftspaltflussdichte im Wendepolluftspalt proportional zum Ankerstrom $B_{\delta\mathrm{W}} \sim I_{\mathrm{a}}$ sein, muss der Wendepol-Eisenkreis ungesättigt dimensioniert werden. Die erforderlichen Luftspaltflussdichten im Wendepolluftspalt von ca. 0.1 … 0.2 T sind ausreichend niedrig, sodass ohne Probleme das Eisen ungesättigt ausgelegt werden kann. Daher ist H_{Fe} im Wendepolfeld-Magnetpfad auf der Strecke $\Delta_{\mathrm{Fe,W}}$ (das ist der Streckenanteil der Kurve C von Abb. 11.25b im Eisen) annähernd Null. Für unkompensierte Maschinen folgt mit dem Carter-Faktor k_{CW} (Kap. 4) zur Berücksichtigung der Nutöffnungen im Bereich des Wendepolluftspalts

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2H_{\mathrm{Fe}}\Delta_{\mathrm{Fe,W}} + 2H_{\delta\mathrm{W}}k_{\mathrm{CW}}\delta_{\mathrm{W}} = 2H_{\delta\mathrm{W}}k_{\mathrm{CW}}\delta_{\mathrm{W}} = 2(\Theta_{\mathrm{W}} - \Theta_{\mathrm{a}})$$

$$B_{\delta\mathrm{W}} = \mu_0 \frac{\Theta_{\mathrm{W}} - \Theta_{\mathrm{a}}}{k_{\mathrm{CW}}\delta_{\mathrm{W}}} = \mu_0 \frac{N_{\mathrm{W,Pol}}I_{\mathrm{a}} - N_{\mathrm{a,Pol}}I_{\mathrm{a}}}{k_{\mathrm{CW}}\delta_{\mathrm{W}}} \sim I_{\mathrm{a}} \tag{11.45a}$$

und für kompensierte Maschinen

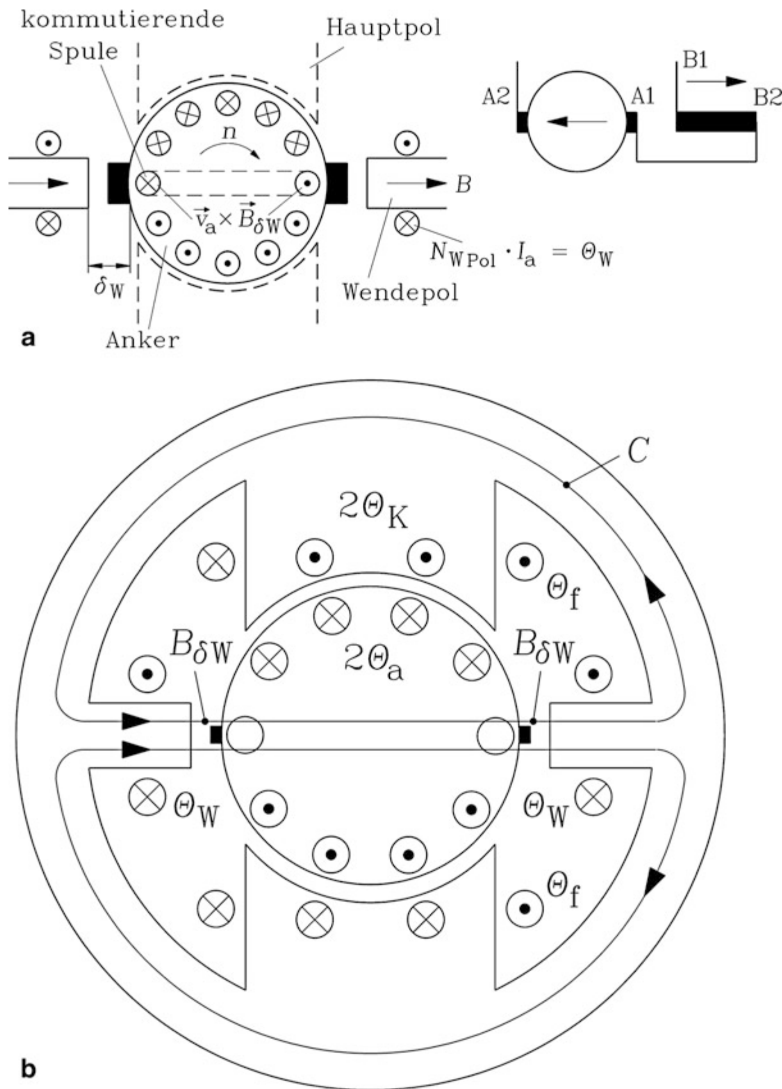


Abb. 11.25 Funktion der Wendepole: (**a**) Die Wendepole erregen ein zusätzliches Magnetfeld (Wendepolfeld) in der Wendepolachse. Das resultierende Luftspaltfeld unter den Wendepolen induziert in der kommutierenden Ankerspule eine Bewegungsinduktions-Spannung (Wendefeldspannung), die entgegengesetzte Polarität zur Reaktanzspannung hat und diese auslöschen soll. Die Wendepolspulen sind vom Ankerstrom durchflossen und so mit der Ankerwicklung in Serie geschaltet, dass Anker- und Wendepolfeld entgegen gesetzte Polarität im Luftspalt aufweisen (siehe Schaltbild rechts). (**b**) Die Wendepoldurchflutung Θ_W bzw. $\Theta_W + \Theta_K$ muss größer als die Ankerdurchflutung Θ_a sein, um ein positives resultierendes Luftspaltfeld $B_{\delta W}$ im Luftspalt unter den Wendepolen zu erregen

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = 2H_{\delta W} k_{CW} \delta_W = 2(\Theta_W + \Theta_K - \Theta_a) = 2(\Theta_W - \Theta_a \cdot (1 - \alpha_e))$$

$$B_{\delta W} = \mu_0 \frac{N_{W,Pol} I_a - N_{a,Pol} I_a \cdot (1 - \alpha_e)}{k_{CW} \delta_W} \sim I_a. \tag{11.45b}$$

Fazit:
Die Durchflutung der Wendepolspulen $N_{W,Pol} I_a$ muss bei unkompensierten Gleichstrommaschinen um den Faktor 1.12 (bei größeren Maschinen im 100 kW-Bereich) bis 1.25 (bei kleineren Maschine im kW-Bereich) größer gewählt werden als jene des Ankers $N_{a,Pol} I_a = z/(8ap) \cdot I_a$, damit im Wendepolluftspalt δ_W ein resultierendes Luftspaltfeld der gewünschten Größe auftritt. Bei kompensierten Gleichstrommaschinen ist die erforderliche Wendepoldurchflutung um die Durchflutung der Kompensationswicklung kleiner.

Das resultierende Luftspaltfeld im Wendepolluftspalt induziert durch Bewegungsinduktion eine zur Reaktanzspannung entgegen gesetzte Wendefeldspannung u_W in der kommutierenden Ankerspule und kann somit bei geeigneter Dimensionierung dieses Felds die Wirkung von u_R aufheben. Mit $x_s = x_r + v_a \cdot t$ folgt für eine betrachtete Läuferspule mit der Spulenlage bei $x_r = 0$:

$$u_W(t) = 2N_c \int_0^{l_e} (\vec{v}_a \times \vec{B}_{\delta W}(x_s)) \cdot d\vec{s} = 2N_c \int_0^{l_e} v_a B_{\delta W}(v_a t)) \cdot ds,$$

$$u_W(t) = 2N_c v_a l_e B_{\delta W}(v_a t). \tag{11.46}$$

Wegen $v_a = d_{ra} \cdot \pi \cdot n$ steigt die Wendefeldspannung proportional mit der Drehzahl $v_a \sim n$. Mit $B_{\delta W} \sim I_a$ folgt aus (11.46), dass der Momentanwert der Wendefeldspannung $u_W(t)$ proportional zur Drehzahl und zum Ankerstrom steigt. Die zeitlich gemittelte Wendefeldspannung u_W hängt daher in gleicher Weise wie die mittlere Reaktanzspannung von der Drehzahl und vom Ankerstrom ab, wobei durch die Mittelwertbildung der Faktor k_W als eine maschinenspezifische Größe erhalten wird.

$$u_W = k_W \cdot n \cdot I_a \tag{11.47}$$

Die Bedingung zur Bemessung des Wendepolfeldkreises lautet daher, dass sich die während T_{com} zeitlich gemittelten Werte der Reaktanzspannung und der Wendefeldspannung aufheben müssen.

$$u_R - u_W = 0 \tag{11.48}$$

Da sowohl u_R als auch u_W von n und I_a abhängen, kann für jeden Betriebspunkt der Gleichstrommaschine diese Bedingung (11.48) für eine kommutierende Spule theoretisch erfüllt werden, wenn durch richtige Dimensionierung von δ_W und $N_{W,Pol}/N_{a,Pol}$ sichergestellt ist, dass die Maschinenkonstanten $k_W = k_R$ gleich sind.

$$u_R - u_W = 0 \quad \Rightarrow \quad (k_R - k_W) \cdot n \cdot I_a = 0 \quad \Rightarrow \quad k_R = k_W \tag{11.49}$$

In Abb. 11.25b ist erkennbar, dass sich auf einer Seite des Wendepols die Wendepolerregung und die Hauptpolerregung gleichsinnig überlagern, sodass sich das Streufeld in der Pollücke zwischen Haupt- und Wendepol verstärkt. Hauptfeld und Wendepolfeld haben in diesem Bereich entgegengesetzte Polarität. Die Radialkomponente des resultierenden Luftspaltfelds hat dort einen Nulldurchgang (in Abb. 11.26 rechts vom Wendepol). Auf der anderen Wendepolseite schwächen sich die Erregungen von Haupt- und Wendepol; das resultierende Feld in der Pollücke zwischen Haupt- und Wendepol ist klein. Haupt- und Wendepolfeld haben in diesem Bereich gleiche Polarität und verstärken einander im Luftspalt (in Abb. 11.26 links vom Wendepol). Dies ist auch im Feldlinienbild Abb. 11.2a im Bereich der Pollücken zwischen Haupt- und Wendepol zu erkennen. Links von den Wendepolen ist das Pollückenstreufeld erhöht; die Radialkomponente des Luftspaltfelds hat einen Nulldurchgang. Rechts von den Wendepolen verstärkt das Hauptfeld das Wendepolfeld im Luftspalt. Während der Zeit T_{com}, wenn die Spulen kommutieren, legen sie eine entsprechende Strecke zurück, die innerhalb der sogenannten Wendezonenbreite b_{WZ} liegen sollte (Abb. 11.26), wo das resultierende Luftspaltfeld positiv ist und Wendepolfeld $B_{\delta W}$ genannt wird. Das in diesem Bereich gemittelte Luftspaltfeld

$$B_{\delta W} = B_{\delta,av} = \int_{b_{WZ}} B_\delta(x_s) \cdot dx_s / b_{WZ} \tag{11.50}$$

soll gemäß (11.46) die Bedingung

$$u_W = 2N_c v_a l_e B_{\delta,av} = k_W n I_a = k_R n I_a \tag{11.51}$$

erfüllen.

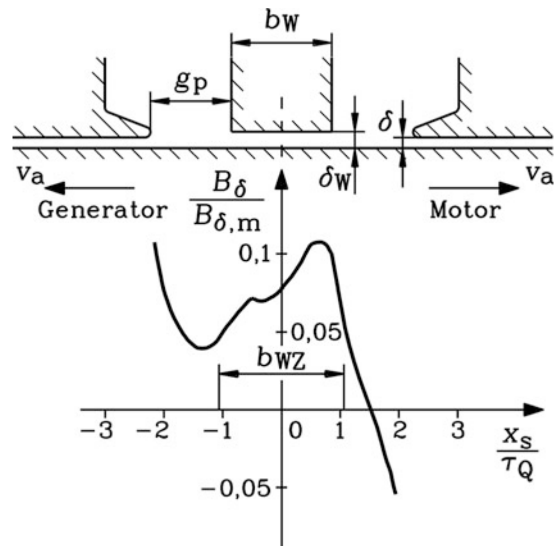


Abb. 11.26 Die mit einer auf einem Läuferzahn fixierten Hallsonde gemessene Radialkomponente des Luftspaltfelds bei rotierendem Läufer ($I_f = I_{fN}, I_a = 0.6 I_{aN}$) zeigt, dass das Wendepolfeld aufgrund der Hauptfelderregung i. A. unsymmetrisch verteilt ist (Maschinendaten gemäß Bsp. 11.18) (Binder 1993)

Beispiel 11.18

Wendepolfeldbemessung eines vierpoligen, unkompensierten, fremderregten Gleichstrommotors mit einer Wellenwicklung ($2p = 4$, $2a = 2$):

Bemessungsdaten: $U_{aN} = 400\,\text{V}$, $I_{aN} = 220\,\text{A}$, $M_N = 465\,\text{Nm}$, $n_N = 1600/\text{min}$, $P_N = 77.9\,\text{kW}$, $U_{fN} = 200\,\text{V}$, $I_{fN} = 9.7\,\text{A}$. Der Anker hat $Q_r = 43$ offene Nuten mit der Nutbreite $b_{Qr} = s_{Qr} = 5.65\,\text{mm}$ (Nutbreite b_{Qr} = Nutschlitzbreite s_{Qr}), $u = 3$ Spulenseiten je Nut und Schicht, $N_c = 1$ Windung je Spule, eine Eisenlänge $l_{Fe} = l_e = 355\,\text{mm}$ und einen Außendurchmesser $d_{ra} = 199\,\text{mm}$. Die mittlere Spuleninduktivität während der Kommutierung beträgt $L_c = 8.84\,\mu\text{H}$. Der Kommutator-Außendurchmesser beträgt $d_C = 156\,\text{mm}$, die Bürstenbreite in Umfangsrichtung $b_b = 12.5\,\text{mm}$, Haupt- und Wendeluftspalt sind 3 mm bzw. 4.3 mm, der Carter-Faktor $k_{CW} = 1.09$, der Maximalwert der Luftspaltflussdichte im Hauptpolluftspalt bei Leerlauf $B_{\delta,m} = 0.93\,\text{T}$, die ideelle Polbedeckung $\alpha_e = 0.56$, das Verhältnis $N_{W,Pol}/N_{a,Pol} = 1.16$. Berechnen Sie die Kommutatorsegmentteilung τ_C, die elektrisch wirksame Bürstenüberdeckung der Lamellen, die Kommutierungszeit bei Bemessungsdrehzahl, die Anker- und Wendepoldurchflutung, die Windungszahlen $N_{a,Pol}$ und $N_{W,Pol}$, die Wendepolflussdichte bei Bemessungsstrom und die zugehörige Wendefeldspannung bei Bemessungsdrehzahl! Kontrollieren Sie mit dieser Berechnung die gemessene Wendepolflussdichte (Abb. 11.26)! Kontrollieren Sie für lineare Kommutierung die Einstellung des Wendepolfelds!

Lösung:
(Maße werden teilweise in mm eingesetzt!)

$$K = Q_r \cdot u = 43 \cdot 3 = 129, \quad \tau_C = d_C\pi/K = 156\pi/129 = 3.8\,\text{mm}.$$

Gemäß (11.43) ist die elektrisch wirksame Bürstenüberdeckung:

$$\frac{b_b - d_I + \tau_C \cdot (1 - a/p)}{\tau_C} = \frac{12.5 - 0.3 + 3.8 \cdot (1 - 1/2)}{3.8} = \frac{14.1}{3.8} = 3.7.$$

$$v_C = d_C\pi n_N = 0.156\pi \cdot 1600/60 = 13.06\,\text{m/s}$$

$$T_{com} = (b_b - d_I + \tau_C \cdot (1 - a/p))/v_C = 0.0141/13.06 = 1.08\,\text{ms}$$

$$N_{a,Pol} = \frac{z}{8ap} = \frac{2N_cK}{8ap} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 129}{8 \cdot 1 \cdot 2} = 16.125,$$

$$\Theta_a = \frac{z}{8ap} I_a = 16.125 \cdot 220 = 3547.5\,\text{A},$$

$$\Theta_W = 1.16 \cdot \Theta_a = 1.16 \cdot 3\,547.5 = 4115.1\,\text{A}.$$

Die theoretisch erforderliche Wendepol-Windungszahl pro Pol ist $N_{W,Pol} = \Theta_W/I_a = 4115.1/220 = 18.7$. Bei 19 Windungen/Pol ist die Wendepoldurchflutung $19 \cdot 220 = 4180\,\text{A}$ um 1.58 % zu groß. Die theoretisch erforderliche Wendepoldurchflutung 4115.1 A kann genauer erreicht werden, wenn je zwei Wendepole in Serie und mit den anderen

beiden dann parallel geschaltet werden, sodass zwei Parallelzweige $a_W = 2$ im Wendepolfeldkreis entstehen. Dann hat man gemäß $N_{W,Pol}/a_W = 18.7 \Rightarrow N_{W,Pol} = 2 \cdot 18.7 = 37.4 \approx 37$ Windungen pro Pol auszulegen. Die sich ergebende Wendepoldurchflutung liegt mit $37 \cdot 220/2 = 4070$ A näher am Sollwert 4115.1 A (–1.1 % Abweichung).

Die mittlere Luftspaltflussdichte unter dem Wendepol ist bei $\Theta_W = 4115.1\,\mathrm{A}$:

$$B_{\delta W} = \mu_0 \frac{\Theta_W - \Theta_a}{k_{CW}\delta_W} = \frac{4\pi}{10^7} \cdot \frac{4115.1 - 3547.5}{1.09 \cdot 0.0043} = 0.152\,\mathrm{T} = B_{\delta,av},$$
$$v_a = d_{ra}\pi n_N = 0.199 \cdot \pi \cdot 1600/60 = 16.67\,\mathrm{m/s},$$
$$u_W = 2N_c v_a l_e B_{\delta W} = 2 \cdot 1 \cdot 16.67 \cdot 0.355 \cdot 0.152 = 1.8\,\mathrm{V}.$$

Die Flussdichte in Abb. 11.26 ist auf $B_{\delta,m}$ bezogen, wobei dieser Wert mit der Hallsonde auf dem Läuferzahnkopf gemessen wurde. Sie ist daher im Polbereich (Luftspalt δ = 3 mm) um den Carter-Faktor $k_C = 1.12$ größer als der rechnerische Wert $B_{\delta,m} = 0.93\,\mathrm{T}$ in der Angabe. Daher ist der Bezugswert $B_{\delta,m} = 1.12 \cdot 0.93\,\mathrm{T} = 1.04\,\mathrm{T}$.

Der Maximalwert der gemessenen Luftspaltflussdichte unter dem Wendepol in Abb. 11.26 beträgt $B_\delta(0.6I_{aN}) = 0.11B_{\delta,m} = 0.11 \cdot 1.04 = 0.115\,\mathrm{T}$, und der mittlere Wert des Felds über b_{WZ} etwa $0.08 \cdot B_{\delta,m} = 0.08 \cdot 1.04 = 0.083\,\mathrm{T}$. Diese auf dem Läuferzahn gemessene Flussdichte ist um k_{CW} größer als die mittlere Flussdichte im Luftspalt (Kap. 4). Der Rechenwert der mittleren Flussdichte ist bei $I_a = 0.6I_{aN}$ gemäß $B_\delta = k_{CW} \cdot (I_a/I_{aN}) \cdot B_{\delta,av} = 1.09 \cdot 0.6 \cdot 0.152 = 0.1\,\mathrm{T}$. Er ist um 17 % größer als der Messwert 0.083 T und zeigt, dass für eine genaue Vorausberechnung der Wendepolfeldstärke verfeinerte Berechnungsmethoden wie z. B. die Methode der Finiten Elemente nötig sind (Hipfl 1983).

Lineare Kommutierung:

$$u_R = L_c \frac{I_a}{aT_{com}} = \frac{8.84}{10^6} \cdot \frac{220}{1 \cdot 0.00108} = 1.8\,\mathrm{V} = u_W.$$

Die Wendepolbemessung ist korrekt.

Da sich die Reaktanzspannung nur ungenau rechnerisch vorausbestimmen lässt, muss im Prüffeld optisch überprüft werden, ob die Bürsten nicht „feuern" (Zorn 1962; Reiche 1992). Ist der Mittelwert der Wendefeldspannung kleiner als der Mittelwert der Reaktanzspannung, spricht man von Unterkommutierung, andernfalls von Überkommutierung. Gegebenenfalls muss durch nachträgliches Einbringen oder Entfernen von Unterlegblechen an den Wendepolen der Wendepolluftspalt angepasst werden. Bei Unterkommutierung ist das Luftspaltfeld unter den Wendepolen zu klein. Durch Einfügen eines zusätzlichen Unterlegblechs auf den Wendepol wird der Wendepolluftspalt so weit verkleinert, dass das Luftspaltfeld unter den Wendepolen auf den gewünschten Wert ansteigt. Bei Überkommutierung wird der Wendepolluftspalt durch Entfernen von Unterlegblechen soweit vergrößert, dass das Luftspaltfeld auf den gewünschten Wert abnimmt. Um wahlweise

Unterlegbleche hinzufügen oder entfernen zu können, werden zwischen den Wendepolen und dem Statorjoch schon bei der Bemessung des Magnetkreises z.B. drei Unterlegbleche angeordnet. Da Bedingung (11.48) für die Augenblickswerte von Wendefeld- und Reaktanzspannung $u_W(t)$ und $u_R(t)$ nie exakt erfüllbar ist, bleibt stets eine Restspannung $u_W(t) - u_R(t)$ in der kommutierenden Spule. So lange diese Restspannung ausreichend klein ist, kann Bürstenfeuer vermieden werden. Bei hoher Überlast I_a/I_{aN} (bis typisch zum Faktor 2 bis 2.5) oder hoher Überdrehzahl n/n_N steigt auch diese Restspannung so weit an, dass die Bürsten der Maschine „feuern". Daher begrenzt man den Maximalwert der berechneten mittleren Reaktanzspannung für den Dauerbetrieb auf den Erfahrungswert 10 V. Für stoßweisen, also kurzzeitigen Überlast-Betrieb begrenzt man den rechnerischen Maximalwert auf 20 V.

Leider beeinflusst bei modernen hoch ausgenutzten Gleichstrommaschinen auch die Eisensättigung die Wendepolauslegung. Zwar sind die Wendepole mit ihren Polschäften stets so ausgelegt, dass sie ungesättigt sind. Weiter hilft der relativ große Wendepolluftspalt, den Wendepol-Eisenkreis zu „linearisieren". Aber im Ständerjoch haben gemäß Abb. 11.25b Wendepolfluss Φ_W und Hauptpolfluss Φ einen gemeinsamen Eisenpfad. In der rechten oberen und in der linken unteren Pollücke zwischen Haupt- und Wendepol addieren sich Hauptpol- und Wendepoldurchflutung und erhöhen somit die resultierende Flussdichte im benachbarten Statorjochabschnitt zwischen Haupt- und Wendepol durch den resultierenden Statorjochfluss $\Phi_{ys+}(I_a, I_f) = (\Phi + \Phi_W)/2$ gegenüber dem Jochfluss im Leerlauf $\Phi_{ys}(I_a = 0, I_f) = \Phi/2$. In der linken oberen und in der rechten unteren Pollücke zwischen Haupt- und Wendepol subtrahieren sich Haupt- und Wendepoldurchflutung und verringern den resultierenden Fluss im benachbarten Statorjochabschnitt gemäß $\Phi_{ys-}(I_a, I_f) = (\Phi - \Phi_W)/2$ gegenüber Leerlauf bei $I_a = 0$ (Leerlauf: $\Phi_{ys+} = \Phi_{ys-} = \Phi(I_f)/2$). Durch Φ_{ys+} sättigt das Jocheisen zusätzlich, da bei modernen Gleichstrommaschinen die Jochhöhe aus Kostengründen knapp bemessen ist. Dies muss bei der Auslegung der Wendepoldurchflutung im Bemessungspunkt I_{aN}, I_{fN} durch eine gegenüber (11.45) entsprechend erhöhte Wendepoldurchflutung, also eine erhöhte Windungszahl $N_{W,Pol}$, berücksichtigt werden. Allerdings tritt dann bei erhöhten Drehzahlen $n > n_N$ gemäß Abschn. 11.7 im Feldschwächbetrieb $\Phi(I_f) < \Phi(I_{fN})$ der Effekt auf, dass aufgrund des verringerten Hauptflusses auch der Jochfluss $\Phi_{ys+}(I_a, I_f) = (\Phi + \Phi_W)/2$ sinkt, sodass das Jocheisen entsättigt. Der Magnetisierungsbedarf für das Eisen im Wendepolkreis sinkt, und man erhält annähernd den idealen Fall des ungesättigten Wendepolkreises gemäß (11.45). Damit ist aber die Windungszahl $N_{W,Pol}$ zu groß und folglich das Wendelfeld im Feldschwächbereich vor allem bei Maximaldrehzahl und daher minimalem Hauptfluss zu stark. Wegen $u_W > u_R$ kommt es zur Überkommutierung, und es tritt je nach dem Grad der Entsättigung starkes Bürstenfeuer auf. Man wählt deshalb bei der Wahl der Windungszahl $N_{W,Pol}$ den Kompromiss, im Bemessungspunkt eine leichte Unterkommutierung zuzulassen, damit im Feldschwächbereich die Überkommutierung nicht zu stark ist (Hall und Konstanty 2010).

Ergänzend sei erwähnt, dass sich die Reaktanzspannung auch ohne Wendepolwicklung durch eine Bürstenverschiebung aufheben lässt. Die kommutierenden Spulen

werden durch diese neue Bürstenlage aus der geometrisch neutralen Zone (Abb. 11.3) hinaus in den Bereich des angrenzenden Hauptfeldes gelegt. Dieses induziert durch Bewegungsinduktion dann eine der Reaktanzspannung entgegen gerichtete Bewegungsspannung, wenn die Bürstenverdrehung beim Motorbetrieb entgegen der Drehrichtung des Läufers erfolgt (Abb. 11.22d), da in diesem Bereich das Hauptfeld dieselbe Polarität hat wie ein entsprechendes Wendepolfeld (Abb. 11.26). Bei Generatorbetrieb (Drehrichtungsumkehr bei gleicher Stromrichtung) ergibt sich dann automatisch ebenfalls eine der Reaktanzspannung entgegen wirkende bewegungsinduzierte Spannung in den kommutierenden Spulen. Allerdings muss diese Bürstenverstellung zur Kompensation der ankerstromabhängigen Reaktanzspannung je nach Belastung und damit sich änderndem Ankerstrom verändert werden, wenn die Erregerwicklung mit einem vom Ankerstrom unabhängigen Erregerstrom erregt wird. Daher beschränkt man die Maßnahme der Bürstenverschiebung in der Regel auf kleine wendepollose Maschinen ($u_R \leq 1V$), wo eine feste mittlere Bürstenverschiebung eingestellt wird.

c) Einfluss der Ankerwicklungsauslegung auf die Kommutierung: Über die Auslegung der Ankerwicklung kann die Größe der Induktivität der kommutierenden Spule zum Abschaltzeitpunkt beeinflusst werden (Dreyfus 1929, 1954). Es wird eine möglichst kleine Abschaltinduktivität angestrebt, da dann die magnetische Restenergie, die noch in der abschaltenden Spule gespeichert ist und die in Lichtbogenenergie des Bürstenfeuers umgesetzt wird, voraussichtlich klein ist. Diese Abschaltinduktivität wird über die Sehnung der Ankerspulen beeinflusst (Maier 1968). Die Sehnung wird in Schrittverkürzungen ε ausgedrückt.

$$\varepsilon = \frac{K}{2p} - y_1 \tag{11.52}$$

Dies wird im folgenden Beispiel verdeutlicht.

Beispiel 11.19

Abschaltinduktivitäten einer eingängigen Schleifenwicklung mit ungesehnten Ankerspulen $\varepsilon = 0$: Ankernutzahl $Q_r = 24$, Polzahl $2p = 4$, Anzahl der Spulenseiten je Nut und Schicht $u = 2$, Kommutatorlamellenzahl $K = 48$, Spulenschritt $y_1 = 12$.
Sehnung:$\varepsilon = \frac{K}{2p} - y_1 = \frac{48}{4} - 12 = 0$. Die Bürstenüberdeckung bei vernachlässigter Isolationsbreite d_I beträgt gemäß (11.43) und Abb. 11.27:

$$\beta = (b_b - d_I + \tau_C \cdot (1 - a/p))/\tau_C = b_b/\tau_C = 3.$$

Aus Abb. 11.27 liest man ab, dass z. B. Spule 13 magnetisch über das Nutquerfeld (Nutstreufeld) B_Q mit den Spulen 14, 1, 2, 25 und 26 gekoppelt ist. Wenn sich in einer dieser Spulen der Spulenstrom aufgrund der Stromwendung ändert, so induziert er über diese magnetische Kopplung in Spule 13 eine zusätzliche Spannung, die zur

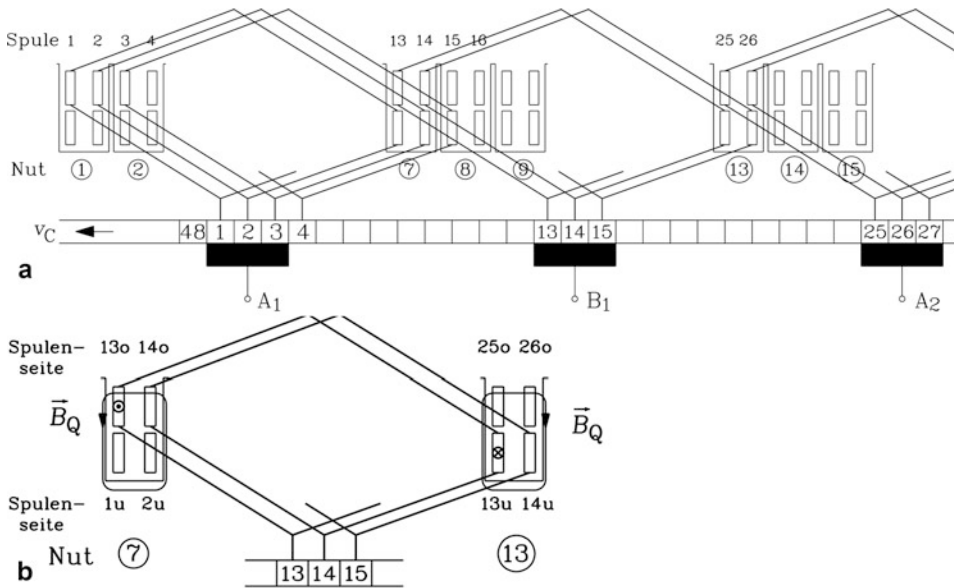


Abb. 11.27 Eingängige Schleifenwicklung, ungesehnte Ankerspulen: (**a**) Schema der kommutierenden Ankerspulen, (**b**) Magnetische Kopplung über das Nutquerfeld B_Q

Reaktanzspannung von Spule 13 beiträgt. Die magnetische Kopplung von Spule 13 zu Spulen in anderen Nuten wie z. B. Spule 15 und 16 ist schwächer, da keine Kopplung über das Nutstreufeld stattfindet. Daher wird die magnetische Kopplung zu diesen anderen Spulen in der Folge vernachlässigt. Gemäß Abb. 11.27 erfolgt die Bürstenkontakttrennung bei Spule 13 zur gleichen Zeit wie bei den Spulen 1, 25 und 37, da sämtliche Spulen ungesehnt sind. Spule 13 kommutiert vor Spule 14. Wenn sich bei Spule 13 der Bürstenkontakt an der ablaufenden Bürstenkante öffnet, sind über die Bürstenüberdeckung noch die Spulen 14, 2 und 26 kurzgeschlossen, während die Spulen 13, 1, 25, 37 theoretisch gleichzeitig öffnen. Damit ist Spule 13 magnetisch mit den kurzgeschlossenen Spulen 2, 14 und 26 über die Gegeninduktivitäten M_a und M_b gemäß (11.53) und (11.54) gekoppelt, sodass sich die resultierende Induktivität von Spule 13 gegenüber der Spuleninduktivität L der ungekoppelten Spule entsprechend verringert. In (11.53), (11.54) und in der weiteren Folge werden der Spulenwiderstand R_c und der Bürstenübergangswiderstand R_b gegenüber dem sich rasch erhöhenden Widerstand der Kontakttrennung R der abschaltenden Spulen (in (11.53) ist das Spule 13) vernachlässigt. Es gelten daher folgende Spannungsgleichungen (11.53), (11.54) mit den Spulenströmen i_2, i_{13}, i_{14}, i_{26} für die Spulen 13 und 14. Zwischen diesen beiden Spulen,

deren Spulenseiten in Ober- und Unterschicht in den Nuten nebeneinander liegen, wirkt die Gegeninduktivität M_a. Zwischen den Oberschicht-Spulenseiten von 13 und 14 und der Unterschicht-Spulenseite von 2 sowie zwischen den Unterschicht-Spulenseiten von 13 und 14 und der Oberschicht-Spulenseite von 26 tritt die Gegeninduktivität M_b auf.

$$Ri_{13} + L\frac{di_{13}}{dt} + M_\mathrm{a}\frac{di_{14}}{dt} + M_\mathrm{b}\frac{di_2}{dt} + M_\mathrm{b}\frac{di_{26}}{dt} = 0 \tag{11.53}$$

$$L\frac{di_{14}}{dt} + M_\mathrm{a}\frac{di_{13}}{dt} + M_\mathrm{b}\frac{di_2}{dt} + M_\mathrm{b}\frac{di_{26}}{dt} = 0 \tag{11.54}$$

Da hier nur das Prinzip erklärt wird, wird die Rechnung so vereinfacht, dass nur die Kopplung zwischen Spule 13 und 14 berücksichtigt wird ($M_\mathrm{b} = 0$).

$$Ri_{13} + L\frac{di_{13}}{dt} + M_\mathrm{a}\frac{di_{14}}{dt} = 0 \tag{11.55}$$

$$L\frac{di_{14}}{dt} + M_\mathrm{a}\frac{di_{13}}{dt} = 0 \tag{11.56}$$

Wird (11.56) in (11.55) eingesetzt, erhalten wir mit der Vereinfachung $M_\mathrm{b} = 0$ die resultierende Abschaltinduktivität L_c von Spule 13.

$$Ri_{13} + L_\mathrm{c}\frac{di_{13}}{dt} = 0 \qquad L_\mathrm{c} = L \cdot \left(1 - \frac{M_\mathrm{a}^2}{L^2}\right) < L \tag{11.57}$$

Gemäß (11.57) ist die Abschaltinduktivität der magnetisch gekoppelten Spule 13 kleiner als die Induktivität L der magnetisch ungekoppelten Spule. Mit Berücksichtigung der Kopplung M_b zu den Spulen 2 und 26 verringert sich diese Abschaltinduktivität weiter.

Fazit:
Die magnetische Kopplung zu weiteren kommutierenden Spulen verringert die Abschaltinduktivität einer kommutierenden Spule und verbessert damit die Kommutierung, indem deren magnetische Energie beim Abschalten verringert wird. Dies wird dadurch erreicht, dass durch breitere Bürsten und eine damit vergrößerte Bürstenüberdeckung mehrere Spulen gleichzeitig kommutieren. Deshalb werden auch zumeist $u > 1$ Spulenseiten je Nut und Schicht ausgeführt, damit eine entsprechende magnetische Kopplung über das Nutquerfeld möglich ist.

Wenn Spule 14 kommutiert, dann ist Spule 13 bereits abgeschaltet und führt einen Gleichstrom. Sie induziert Spule 14 nicht mehr. Gemäß Abb. 11.27 schalten gleichzeitig mit Spule 14 auch die Spulen 2, 26, 38 ab. Damit ist gemäß Abb. 11.27 keine über die Bürsten kurzgeschlossene Spule mit Spule 14 über das Nutquerfeld magnetisch gekoppelt, sodass für Spule 14 die folgende Spannungsgleichung gilt.

$$Ri_{14} + L\frac{di_{14}}{dt} = Ri_{14} + L_\mathrm{c}\frac{di_{14}}{dt} = 0 \qquad L_\mathrm{c} = L \tag{11.58}$$

Die Abschaltinduktivität L_c ist somit identisch mit der Spuleninduktivität L der magnetisch ungekoppelten Spule und folglich relativ groß. Spule 14 kommutiert somit mit einer höheren Reaktanzspannung als Spule 13, sodass hier eine erhöhte Gefahr von zu großem Bürstenfeuer auftritt.

Fazit:
Die letzte Spule je Nut bei ungesehnten Ankerspulen ist zum Zeitpunkt der Bürstenkontakttrennung nicht mit den anderen über die Bürsten kurzgeschlossenen Spulen über das Nutquerfeld gekoppelt. Daher ist ihre Abschaltinduktivität identisch mit der Induktivität der ungekoppelten Spule und somit entsprechend groß, sodass eine größere magnetische Energie abgeschaltet werden muss. Diese Spulen kommutieren somit erschwert.

Die letzte Spule je Nut bei ungesehnten Ankerspulen kommutiert mit einer höheren Reaktanzspannung als die anderen Spulen dieser Nut. Da die Wendefeldspannung nur die mittlere Reaktanzspannung aller Spulen je Nut ausgleicht, verbleibt eine entsprechende Restspannung und die Gefahr der Funkenbildung an den ablaufenden Bürstenkanten ist groß. Typisch ist eine durch erhöhtes Bürstenfeuer bedingte Anbrennung jeder u-ten Kommutatorlamelle (Pindeus 1966). Eine Abhilfe kann durch gesehnte Ankerspulen erreicht werden, wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 11.20

Abschaltinduktivitäten einer eingängigen Schleifenwicklung mit gesehnten Ankerspulen $\varepsilon = 1$ (vgl. Bsp. 11.19, wo ungesehnte Spulen untersucht werden): Ankernutzahl $Q_r = 26$, Polzahl $2p = 4$, Anzahl der Spulenseiten je Nut und Schicht $u = 2$, Kommutatorlamellenzahl $K = 52$, Spulenschritt $y_1 = 12$, Bürstenüberdeckung gemäß Abb. 11.28 $\beta = 3$.

Schrittverkürzung der gesehnten Spule: $\varepsilon = \frac{K}{2p} - y_1 = \frac{52}{4} - 12 = 1$.

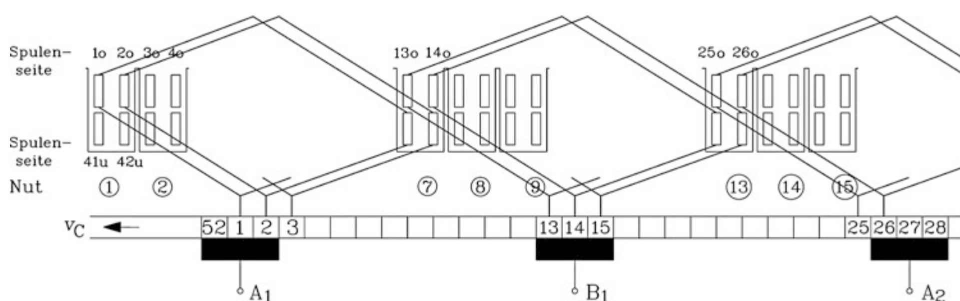


Abb. 11.28 Eingängige Schleifenwicklung mit gesehnten Ankerspulen: Schema der kommutierenden Ankerspulen

Die magnetische Kopplung der einzelnen Spulen wird ähnlich wie bei Bsp. 11.19 ausschließlich über das Nutquerfeld berücksichtigt. Die Sehnung $W/\tau_p = y_1/(K/2p) = 12/13$ ist nahe bei 1, sodass wegen der bei Gleichstrommaschinen großen Pollücke $(1-\alpha_e)\tau_p \approx 0.3\tau_p$ die induzierte Spannung durch die Sehnung nicht vermindert wird. Gemäß Abb. 11.28 kommutiert Spule 13 gleichzeitig mit den Spulen 26, 39, 52. Wenn Spule 13 abschaltet, sind die Spulen 1, 2, 14, 15 noch über die Bürsten kurzgeschlossen. Die in denselben Nuten liegenden Spulen 25 und 26 sind dann nicht mehr kurzgeschlossen. Sie führen Gleichstrom und induzieren daher nicht in die kommutierende Spule 13. Wie in Bsp. 11.19 wird vereinfacht wieder nur die magnetische Kopplung zwischen Spule 13 und 14 betrachtet, sodass gemäß (11.55) und (11.56) wieder die Abschaltinduktivität L_c von Spule 13 kleiner als die Induktivität L der ungekoppelten Spule ist. Spule 14 kommutiert gleichzeitig mit den Spulen 1, 27 und 40. Die Spule 2 ist zu diesem Zeitpunkt noch über die Bürsten kurzgeschlossen und über die Gegeninduktivität M_b mit Spule 14 induktiv gekoppelt. Auch die gemeinsam mit Spule 2 (Oberschicht-Spulenseite) in Nut 1 liegenden Spulenseiten der Spulen 41, 42 (Unterschicht-Spulenseiten) sind noch über Bürste B_2 kurzgeschlossen (in Abb. 11.28 nicht dargestellt).

$$Ri_{14} + L\frac{di_{14}}{dt} + M_b\frac{di_2}{dt} = 0 \tag{11.59}$$

$$L\frac{di_2}{dt} + M_b\frac{di_{14}}{dt} + M_b\frac{di_{41}}{dt} + M_b\frac{di_{42}}{dt} = 0 \tag{11.60}$$

Daher bewirkt die Gegeninduktivität M_b auch für Spule 14 eine verringerte Abschaltinduktivität $L_c < L$, wie man leicht sieht, wenn in (11.60) z. B. die Kopplung zu den Spulen 41 und 42 vernachlässigt wird.

$$Ri_{14} + L_c\frac{di_{14}}{dt} = 0 \qquad L_c = L \cdot \left(1 - \frac{M_b^2}{L^2}\right) < L \tag{11.61}$$

Somit kommutiert auch die letzte Spule pro Nut mit gegenüber L verringerter Abschaltinduktivität (11.61), wenn auch mit gegenüber (11.57) doch etwas erhöhter Abschaltinduktivität, da $M_a > M_b$ ist. Wir leiten daraus ab: Bei Spulen mit der Bedingung „y_1/u = ganze Zahl" ist die Nutzahl pro Polpaar ungerade zu wählen, oder allgemein das Verhältnis $Q/(2p)$ nicht als ganze Zahl zu wählen, um eine Schrittverkürzung ε zu erreichen, damit die Abschaltinduktivität sinkt. Dies ist z. B. bei den eingängigen Wellenwicklungen automatisch erfüllt. Mit dieser Bedingung wird sichergestellt, dass die Spulen unter dem Nord- und unter dem Südpol nicht gleichzeitig („im Takt") kommutieren, sodass die letzten Spulen pro Nut eine etwas geringere Abschaltinduktivität haben als bei ganzen Nutzahlen pro Pol. Um diese magnetische Kopplung überhaupt gewährleisten zu können, sollte $u > 1$ gewählt werden. Bei Schleifenwicklungen mit einer ganzen Nutzahl pro Pol kann man ebenfalls das erschwerte Kommutieren der letzten Spule pro Nut verringern, indem man die Spulen „getreppt"

ausführt, das heißt die Bedingung „y_1/u = keine ganze Zahl" ist zu erfüllen (Wark 1969; Pratt 1978). In Bsp. 11.19, wo $Q_r/p = 24/4 = 6$ eine ganze Zahl ist, hilft also die Wahl $y_1 = 11$ statt 12 (denn dann ist $y_1/u = 11/2 = 5.5$), eine Schrittverkürzung $\varepsilon = \frac{K}{2p} - y_1 = \frac{48}{4} - 11 = 1$ zu erreichen, die ähnlich wie in Bsp. 11.20 hilft, die Abschaltinduktivität $L_c < L$ zu erhalten.

Fazit:
Um Anbrennungen an den Kommutatorlamellen im Abstand von u Lamellen („Zebramuster") zu vermeiden bzw. zu verringern, sind bei Schleifenwicklungen die Spulen gesehnt auszuführen, sodass unter Nord- und Südpol die Spulen nicht gleichzeitig kommutieren. Bei ganzen Nutzahlen pro Pol sind die Spulen folglich „getreppt" auszuführen. Bei eingängigen Wellenwicklungen sind die Spulen stets gesehnt, sodass unter Nord- und Südpol kein gleichzeitiges Kommutieren erfolgt.

11.6 Generator- und Motorschaltungen der Gleichstrommaschine

Für die Darstellung der Wicklungen einer Gleichstrommaschine gelten die nach DIN EN 60617-6 gültigen Schaltzeichen. Demnach werden die Wicklungen durch eine Anzahl von Halbkreisbögen dargestellt. In diesem Buch wird abweichend davon die ältere Darstellung der schwarz ausgefüllten Rechtecke wie bei den Drehfeldmaschinen verwendet. Für die Anschlussbezeichnungen der Wicklungen gelten die Bestimmungen in DIN EN 60034 Teil 8 (2007). Demnach werden alle Anschlussstellen der Wicklungen durch Großbuchstaben und Zahlen gekennzeichnet. Dabei legt der Buchstabe die Art der Wicklung fest. Anfang und Ende der Wicklung werden durch die Zahlen 1 bzw. 2 unterschieden (Tab. 11.3).

Die das Hauptfeld der Gleichstrommaschine erzeugende Erregerwicklung im Ständer kann auf drei verschiedene Arten geschaltet werden. Bei der Reihen- oder Hauptschlusswicklung sind Anker- und Erregerwicklung in Serie geschaltet. Die Reihenschlusswicklung besitzt daher relativ wenige Windungen mit einem großen Leiterquerschnitt, der für den Ankerstrom bemessen sein muss. Die Nebenschluss-Erregerwicklung liegt parallel zum Anker und wird in der Regel für einen kleinen Erregerstrom bemessen. Dementsprechend hat sie eine große Windungszahl, aber im Vergleich zur Ankerwicklung einen

Tab. 11.3 Übersicht der Wicklungen und Anschlussbezeichnungen bei Gleichstrommaschinen

Wicklungstyp	Anschlussbezeichnung
Anker(wicklung)	A1–A2
Wendepolwicklung	B1–B2
Kompensationswicklung	C1–C2
Erregerwicklung (Reihenschluss)	D1–D2
Erregerwicklung (Nebenschluss)	E1–E2
Erregerwicklung (Fremderregung)	F1–F2

kleinen Leiterquerschnitt. Die fremderregte Erregerwicklung wird aus einer vom Anker unabhängigen Spannungsversorgung gespeist. Sie wird ebenfalls für einen im Vergleich zum Ankerstrom kleinen Erregerstrom bemessen. Sie hat daher wie die Nebenschlusswicklung eine hohe Windungszahl bei relativ kleinem Leiterquerschnitt.

Bei der Verbund- oder Doppelschlussmaschine verstärkt man die Fremd- bzw. Nebenschlusserregung durch eine zusätzliche Reihenschlusswicklung. Bei einem Wechsel der Polarität von Anker- oder Erregerstrom zur Änderung der Drehrichtung muss auch ein Klemmentausch der Reihenschlusswicklung D1–D2 erfolgen, da ansonsten Nebenschluss- und Reihenschlusserregung gegeneinander gerichtet wären.

Bei den im Folgenden verwendeten Schaltbildern ist festgelegt, dass die Wicklungen von Anker-, Wendepol- und Kompensationswicklung richtig geschaltet sind, wenn der Strom in Richtung von der niederen zur höheren Kennzahl der Anschlussklemmen fließt. Für den Drehsinn des Läufers im Motorbetrieb wird vereinbarungsgemäß bei einer Stromrichtung in allen Wicklungen von der Kennzahl 1 nach 2 Rechtslauf festgelegt. Rechtslauf ist so definiert, dass beim Blick auf das abtriebseitige Motorwellenende dieses sich im Uhrzeigersinn dreht. Da in den Schaltbildern die Wicklungsachsen von Erreger- und Ankerwicklung einen rechten Winkel einschließen, bedeutet dies, dass bei Rechtslauf die Stromrichtung des Erregerstroms stets auf den Anker zugerichtet ist. Das Ankerdrehmoment wirkt dann in der Richtung, in welcher der Richtungspfeil des Ankerstroms bei Drehung auf kürzesten Weg mit dem Richtungspfeil des Erregerstroms übereinstimmt. Im Folgenden wird, wie in der E-Maschinenbranche üblich, für die Gleichstromgeneratoren, abweichend zum sonst in diesem Buch bevorzugt verwendeten Verbraucher-Zählpfeilsystem, ausnahmsweise das Erzeuger-Zählpfeilssystem verwendet. Weiter wird in den folgenden Schaltbildern im Ankerkreis auf die Darstellung einer Kompensationswicklung C1–C2 aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

a) Fremderregter Gleichstromgenerator: Der fremderregte Gleichstromgenerator wird heutzutage nur noch selten eingesetzt. Wenn ein fremderregter Gleichstrommotor elektrisch gebremst wird, dann tritt der Betriebszustand des fremderregten Gleichstromgenerators auf, der im Folgenden besprochen wird. Wird die Maschine mit konstanter Drehzahl n angetrieben und das Feld aus einer konstanten Gleichspannungsquelle fremd versorgt (daher der Name „fremderregt", Abb. 11.29a), so induziert das Hauptfeld eine Spannung im Anker, die bei offenen Anker-Klemmen als Leerlaufspannung U_0 in Abhängigkeit vom Erregerstrom I_f gemessen werden kann (Leerlaufkennlinie, Abb. 11.5 bzw. Abb. 11.29b mit bzw. ohne Einfluss der Statoreisenremanenz). Der Erregerstrom wird über den Feldstell-Widerstand R_v verändert.

$$U_0 = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_\mathrm{f}) \tag{11.62}$$

Unter Last sinkt bei unkompensierter Maschine der Polfluss infolge Sättigung durch Ankerrückwirkung mit steigendem Ankerstrom um den Wert $\Delta\Phi$ (Abb. 11.22b), sodass die induzierte Spannung U_i gegenüber der Leerlaufspannung U_0 sinkt (innere Kennlinie, gestrichelte Kurve in Abb. 11.29b).

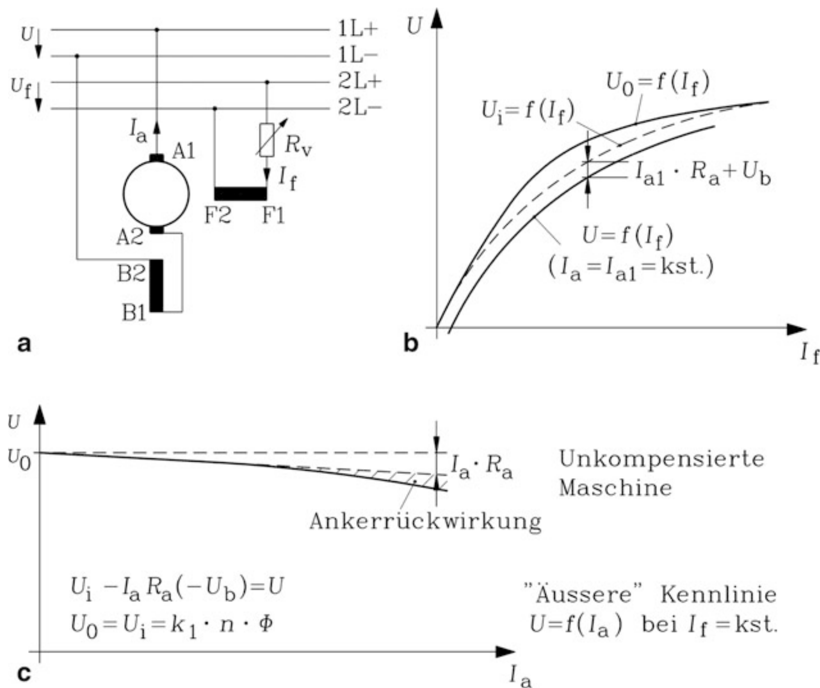


Abb. 11.29 Fremderregter Gleichstromgenerator: (**a**) Schaltung mit positiver Ankerstromrichtung im EZS, (**b**) Leerlaufkennlinie $U_0\,(I_f)$, innere Kennlinie $U_i\,(I_f)$ und Belastungskennlinie $U\,(I_f)$, (**c**) Äußere Kennlinie bei Belastung

$$U_i = k_1 \cdot n \cdot \Phi(I_f, I_a) < U_0 \tag{11.63}$$

Bei kleinem I_f ist das Eisen soweit ungesättigt, dass auch eine Überlagerung von Hauptfeld und Ankerquerfeld keine nennenswerte Eisensättigung bewirkt; U_i und U_0 sind dann identisch. Bei sehr großem I_f ist das Eisen schon bei $I_a = 0$ so sehr gesättigt, dass eine zusätzliche Überlagerung des Ankerquerfelds das Eisen kaum mehr weiter sättigen kann. Wieder sind U_i und U_0 identisch. Nur im Bereich mittlerer Stromwerte I_f wirkt der Einfluss der zusätzlichen Sättigung durch die Ankerrückwirkung gemäß $\Delta\Phi$ deutlich, wie Abb. 11.29b zeigt.

Gemäß des Ersatzschaltbilds Abb. 11.20 gilt mit Berücksichtigung des Bürstenspannungsfalls U_b (U_b = ca. 2 V) und der Tatsache, dass R_a die Summe aus Ankerwicklungswiderstand, Wendepolwicklungs-Widerstand und Kompensationswicklungs-Widerstand ist: $U = U_i + I_a R_a + U_b$. Im Generatorbetrieb wird hier das Erzeuger-Zählpfeilsystem verwendet. Es ist dann $I_a > 0$ als generatorischer Ankerstrom. Es gilt:

$$\text{EZS: } U = U_i - I_a R_a - U_b \tag{11.64a}$$

$$\text{VZS: } U = U_i + I_a R_a + U_b \tag{11.64b}$$

Die Darstellung von U wird – aufgetragen über I_f bei festem I_a – Belastungskennlinie genannt (Abb. 11.29b); aufgetragen über I_a bei festem I_f heißt sie äußere Kennlinie oder Strom-Spannungskennlinie (Abb. 11.29c).

Bei kompensierter Maschine und vernachlässigtem Bürstenspannungsfall ist die äußere Kennlinie eine Gerade mit leicht negativer Steigung, bedingt durch den relativ kleinen Ankerspannungsfall am Widerstand R_a. Bei $I_\mathrm{a} = 0$ tritt die Leerlaufspannung U_0 auf. Infolge des Flussverlusts $\Delta\Phi$ durch die zusätzliche Eisensättigung der Ankerrückwirkung nimmt die Spannung beim unkompensierten Generator mit der Belastung stärker ab (schraffierter Bereich in Abb. 11.29c).

Fazit:
Der fremderregte kompensierte Generator liefert eine wegen des geringen Ankerspannungsfalls von der Belastung I_a nur geringfügig abhängige Spannung U, deren Höhe von seiner Drehzahl n und Erregung I_f abhängt. Aufgrund der Hauptfeldsättigung ist U trotz steigendem Erregerstrom I_f nach oben hin begrenzt.

b) Nebenschlussgenerator: Wird gemäß Abb. 11.30a die Erregung parallel, also im Nebenschluss zum Anker angeschlossen, so kann die angetriebene Maschine als Generator ohne jede Fremdspannungsquelle selbst Spannung liefern. Die Eisenremanenz der Ständerpole (Remanenzfluss Φ_R) induziert in der rotierenden Ankerwicklung die, wenn auch kleine „Remanenzspannung“

$$U_\mathrm{R} = k_1 \cdot n \cdot \Phi_\mathrm{R}, \tag{11.65}$$

die in der Erregerwicklung einen kleinen Feldstrom

$$I_\mathrm{f} = U_\mathrm{R}/(R_\mathrm{a} + R_\mathrm{f} + R_\mathrm{v}) \tag{11.66}$$

treibt. Der Ankerwiderstand R_a (zwischen A1 und B2), der Feldwicklungswiderstand R_f (zwischen E1 und E2) und der Vorwiderstand R_v begrenzen I_f. Der Strom I_f wiederum erregt einen kleinen Hauptfluss Φ (I_f), der den Remanenzfluss verstärkt, sodass die induzierte Spannung ansteigt, diese wieder einen größeren Erregerstrom treibt usw.; die Spannung „schaukelt“ sich auf (Selbsterregung), bis sich ein Spannungsgleichgewicht zwischen induzierter Spannung und Spannungsfall an den Widerständen einstellt (siehe auch die Aufgabe A13.2 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“). Damit ist der magnetische Arbeitspunkt A bei Leerlauf erreicht (Abb. 11.30b); die Maschine kann nun belastet werden und den Ankerstrom I_a bzw. den Netzstrom $I = I_\mathrm{a} - I_\mathrm{f}$ (Abb. 11.30a) liefern. Der Effekt der Selbsterregung wurde als erstes von Werner von Siemens 1866 als „Dynamoelektrisches Prinzip“ publiziert (Leukert 1966). Damit wurde der elektrischen Energietechnik der Weg bereitet, denn es war erstmals möglich, elektrische Energie in industriell nutzbarer Größenordnung bereitzustellen.

Da bei Belastung die Ankerspannung aufgrund des Spannungsfalls am Ankerwiderstand sinkt, sinkt auch der von ihr getriebene Erregerstrom und somit der Fluss, sodass die

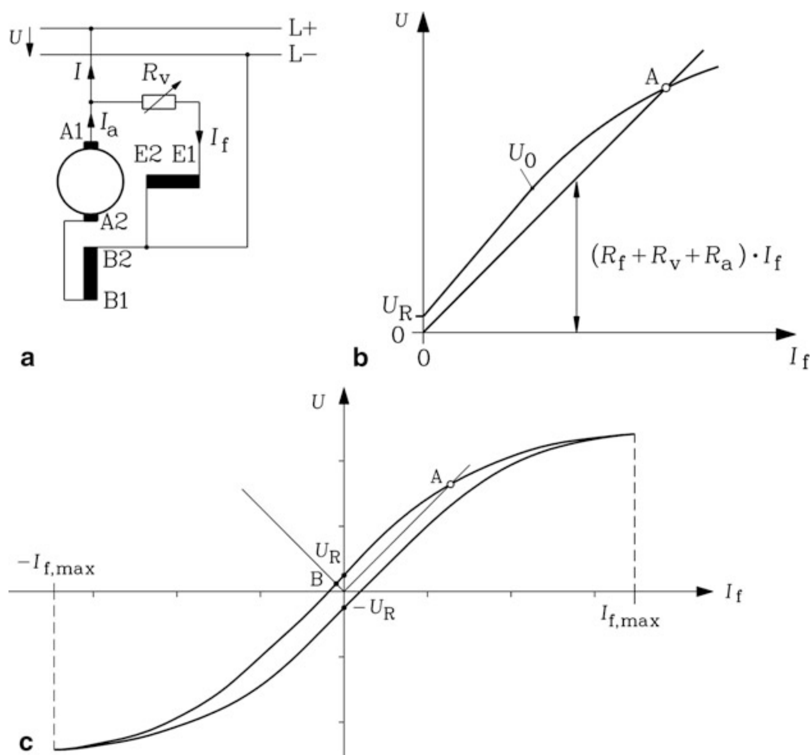


Abb. 11.30 Nebenschlussgenerator: (**a**) Schaltung mit positiver Stromrichtung I und I_a im EZS, (**b**) Einstellen des Leerlauf-Arbeitspunkts A durch Selbsterregung $U_0\,(I_f)$ (**c**) Arbeitspunkt A bei korrekter Selbsterregung, Arbeitspunkt B bei der Selbstmordschaltung

Ankerspannung stärker sinkt als beim fremderregten Generator, wo die Erregerspannung konstant ist.

Bedeutung der Selbsterregung: Die vor 150 Jahren noch in den Kinderschuhen befindliche Elektrotechnik erhielt durch diesen Effekt einen bedeutenden Impuls. Die vielen frühen Inselnetze konnten so problemlos gespeist werden ohne Permanentmagnetgeneratoren oder Batterien, die beide damals ebenfalls noch wenig entwickelt waren. Allgemein lässt sich aber zu den Gleichstromgeneratoren festhalten, dass sie heute durch leistungselektronische Gleichrichterschaltungen faktisch vollständig verdrängt sind.

Selbstmordschaltung: Vertauscht man die Klemmen des Erregerzweigs, so hat der vom Erregerstrom I_f erregte Fluss Φ die zum Remanenzfluss Φ_R entgegengesetzte Polarität, schwächt ihn somit, sodass der Selbsterregungsprozess nicht in Gang kommt. Der sich dann stationär einstellende Arbeitspunkt B liegt gemäß Abb. 11.30c unterhalb der Remanenzspannung und ist somit technisch unbrauchbar.

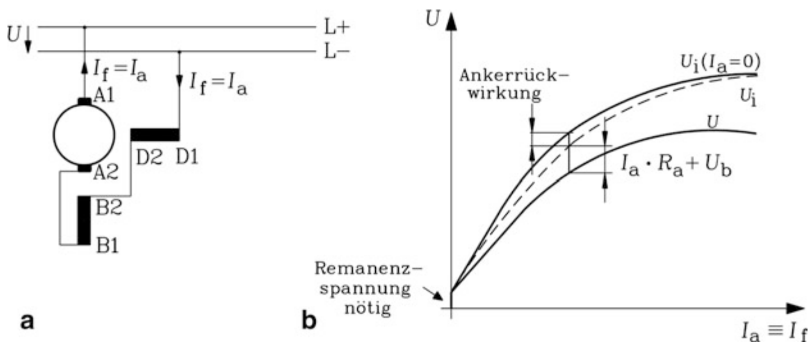


Abb. 11.31 Reihen- oder Hauptschlussgenerator: (**a**) Schaltung mit positiver Ankerstromrichtung im EZS, (**b**) Die äußere Kennlinie ist identisch mit der Belastungskennlinie, da Erreger- und Ankerstrom identisch sind

c) Reihenschlussgenerator (Hauptschlussgenerator): Werden Anker und Erregung in Serie („in Reihe") geschaltet (Abb. 11.31), so sind Erreger- und Ankerstrom identisch.

$$I_a = I_f \tag{11.67}$$

Die Remanenzspannung stellt wiederum die „Initialspannung" bei der mit der konstanten Drehzahl n angetriebenen Maschine zur Verfügung. Bei Belastung (= Stromentnahme I_a) steigt das Hauptfeld an, weil der Belastungsstrom gleichzeitig Erregerstrom ist. Bei unkompensierten Maschinen muss der Flussverlust durch Ankerrückwirkung ($U_i < U_0$) berücksichtigt werden (Abb. 11.31b). Mit steigendem Laststrom I_a steigen die induzierte Spannung U_i (die bei unkompensierten Maschinen wegen des Flussverlusts durch Ankerrückwirkung etwas kleiner als die induzierte Spannung $U_i(I_a = 0)$ etwa bei Fremderregung ist) und zunächst auch die Spannung $U = U_i(I_a > 0) - R_a I_a - U_b$. Mit steigender Last I_a steigt allerdings auch der Ankerspannungsfall $I_a R_a$ linear an, die induzierte Spannung U_i aufgrund der zunehmenden Eisensättigung aber weniger als linear, sodass die Klemmenspannung U trotz steigendem I_a als Erregerstrom wegen $-R_a I_a - U_b$ ab einem gewissen Ankerstromwert wieder sinkt. Sie wird Null, wenn der Ankerspannungsfall $-R_a I_a - U_b$ genau so groß wie die induzierte Spannung ist („Kurzschlusspunkt"). Technische Bedeutung hat dieser Generatortyp nur als Nutzbremse bei der Traktion (elektrische Bahn, Elektroauto), wo Gleichstrom-Reihenschlussmotoren als Traktionsmotoren eingesetzt werden, die beim elektrischen Bremsen generatorisch arbeiten.

d) Nebenschlussmotor und fremderregter Motor: Für die folgenden Motorkonfigurationen wird wieder, wie auch sonst in diesem Buch, das Verbraucher-Zählpfeilsystem verwendet. Der Nebenschlussgenerator wird zum Nebenschlussmotor bei Umkehr der Leistungsflussrichtung im Anker (Abb. 11.32a):

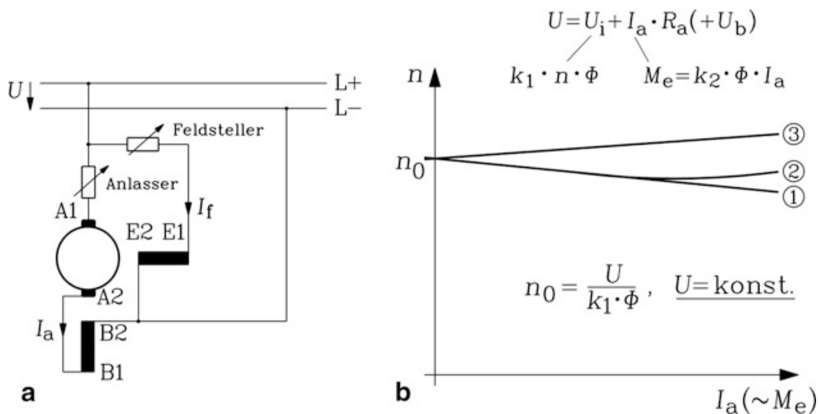


Abb. 11.32 Nebenschlussmotor: (**a**) Schaltung mit positiver Ankerstromrichtung im VZS, (**b**) Motorkennlinie $n(I_a)$ bzw. $n(M_e)$: 1: Kompensierte Maschine, 2: Unkompensierte Maschine, 3: Kompensierte Maschine mit starker Überkommutierung

- Umkehr der Stromrichtung I_a bei gleicher Spannungspolarität $U = U_a$ (Drehmomentumkehr) oder
- Umkehr der Spannungspolarität $U = U_a$ bei gleicher Stromrichtung I_a (Drehrichtungsumkehr).

Da das speisende Gleichspannungsnetz U konstant ist, ist der aus diesem Netz bezogene Erregerstrom I_f gemäß Abb. 11.32 ebenfalls konstant. Daher ist das Betriebsverhalten des fremderregten Motors, bei dem der Erregerstrom aus einer getrennten, gleichfalls konstanten Spannungsquelle bezogen wird, mit dem des Nebenschlussmotors identisch. Der Nebenschlussmotor wurde durch den fremderregten Gleichstrommotor weitgehend verdrängt, nachdem es dank der leistungselektronischen steuerbaren Gleichrichter (Abb. 11.38) heute kein Problem mehr ist, eine vom Netz unabhängige Erregerspannung zu realisieren. Verluste in einem Feldstellerwiderstand R_v werden so vermieden.

Im Leerlauf ist der Motor unbelastet und wird nur durch sein eigenes kleines Verlustmoment M_d (Reibung, Ummagnetisierungsverluste im Läufer!) gebremst. Daher ist $M_e = M_d$ sehr klein und der Ankerstrom $I_a = M_e/(k_2\Phi)$ nahezu Null. Folglich ist $U \cong U_i$. Daher stellt sich die Leerlaufdrehzahl n_0 ein:

$$n_0 = \frac{U}{k_1\Phi(I_f)}. \tag{11.68}$$

Bei Belastung erzeugt die Maschine ein elektromagnetisches Drehmoment M_e an der Welle und muss daher den Ankerstrom $I_a = M_e/(k_2\Phi)$ aus dem Netz aufnehmen. Wir verwenden das VZS: $I_a > 0$ bei Stromaufnahme = positiver Strom fließt in die Maschine. Wir setzen das Drehmoment an der Welle $M_s = M_e - M_d$ der Einfachheit halber gleich dem elektromagnetischen Moment M_e und vernachlässigen das Verlustmoment M_d.

$$U_i = U - I_a R_a - U_b \cong U - I_a R_a \quad \Rightarrow \quad n = \frac{U_i}{k_1 \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{k_1 \Phi} \tag{11.69}$$

$$n = n_0 - \frac{R_a \cdot M_e}{k_1 k_2 \Phi^2} = n_0 - \frac{R_a \cdot M_e}{2\pi k_2^2 \Phi^2} \tag{11.70}$$

Der steigende Ankerspannungsfall $R_a I_a$ verringert die induzierte Spannung U_i mit steigendem Belastungsmoment $M_L = M_e$ an der Welle; es steigen M_e und I_a. Daher sinkt die Drehzahl n aufgrund der sinkenden induzierten Spannung mit steigendem motorischen Drehmoment M_e (Abb. 11.32b, Kurve 1). Der fremderregte Motor und der Nebenschlussmotor weisen somit eine mit der Belastung nur geringfügig abnehmende Drehzahl auf („steife $n(M)$-Kennlinie“ – „Nebenschlussverhalten“).

Fazit:
Der fremderregte Motor und der Nebenschlussmotor haben eine fallende Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie $n(M_e)$, deren Neigung aber flach ist, da der Ankerspannungsfall $R_a I_a$ im Verhältnis zur Klemmenspannung U i. A. nur wenige Prozent beträgt.

Der fremderregte Motor und der Nebenschlussmotor weisen eine mit der Belastung nur geringfügig abnehmende Drehzahl auf („steife $n(M)$-Kennlinie“ – „Nebenschlussverhalten“).

Neigung zur Instabilität bei unkompensiertem Motor:

Bei unkompensierter Maschine sinkt der Hauptfluss Φ auf den Wert $\Phi' = \Phi - \Delta\Phi$ mit steigender Belastung aufgrund der erhöhten Sättigung durch Ankerrückwirkung.

$$n = \frac{U}{k_1 \cdot (\Phi - \Delta\Phi(I_a))} - \frac{R_a \cdot I_a}{k_1 \cdot (\Phi - \Delta\Phi(I_a))} \tag{11.71}$$

Aufgrund der Flussabnahme mit steigender Belastung sinkt die Drehzahl weniger als bei konstantem Fluss. Bei großem I_a und damit großem Flussverlust $\Delta\Phi$ kann die Drehzahl sogar wieder ansteigen, weil der erste Term in (11.71) stärker steigt als der zweite Term (Abb. 11.32b, Kurve 2). Diese Drehzahlzunahme bei steigender Belastung ist bei Belastung mit konstantem Lastmoment M_L im ungeregelten Betrieb instabil (Abschn. 11.8). Die Maschine „geht durch“, sie beschleunigt ungebremst auf hohe Drehzahlen bis zur Selbstzerstörung.

Instabilität bei überkommutierendem Motor: Bei Überkommutierung ist ein zu starkes Wendepolfeld vorhanden (Abschn. 11.5). Daher kommutiert der Spulenstrom $i_c(t)$ rascher, als es der linearen Stromwendung entspricht, und hat schon kurz nach dem Spulenkurzschluss durch die Bürsten die entgegen gesetzte Polarität (Abb. 11.33b, vgl. Abb. 11.24b). Daher hat die kommutierende Spule in Abb. 11.33a bereits die umgekehrte Spulendurchflutung und erregt einen Spulenfluss $\Delta\Phi \sim I_a$, der dem Hauptfluss Φ entgegenwirkt und diesen daher schwächt. Dies findet statt, sobald Ankerstrom fließt. Ist

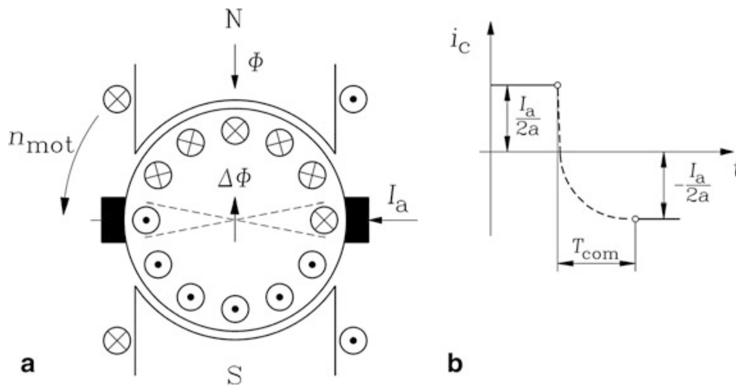


Abb. 11.33 Überkommutierung: (**a**) Die kommutierende Spule hat durch beschleunigte Kommutierung bereits die umgekehrte Spulendurchflutung und erregt somit einen den Hauptfluss Φ schwächenden Spulenfluss $\Delta\Phi$. (**b**) Die Stromwendung findet aufgrund eines zu starken Wendepolfelds beschleunigt statt

die Flussschwächung $\Delta\Phi$ in (11.71) stärker wirksam als der Spannungsfall R_aI_a, so ist die Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie näherungsweise eine Gerade mit positiver Steigung (Abb. 11.32b, Kurve 3).

Fazit:
Ein stark überkommutierender Gleichstrom-Nebenschlussmotor kann schon bei geringster Belastung instabil werden.

Anlasswiderstand im Ankerkreis: Der in Abb. 11.32a eingetragene Anlass-Widerstand („Anlasser“) R_{Anlasser} im Ankerkreis dient zum Anfahren des Motors bei konstanter Ankerklemmenspannung U. Im Motorstillstand ist die induzierte Spannung Null ($U_i = 0$), und der Ankerspannungsfall entspricht der Netzspannung: $U = I_aR_a$. Da der Ankerwiderstand – außer bei Kleinmotoren – sehr klein ist, wäre der Ankerstrom im Stillstand ein Mehrfaches des thermisch zulässigen Dauerstroms, sodass die Motorwicklung durch Überhitzung sofort geschädigt würde. Folglich schaltet man einen zusätzlichen, strombegrenzenden „Anlasserwiderstand“ R_{Anlasser} in Serie, der den Ankerstrom auf den Bemessungsstrom begrenzt.

$$(R_{\text{Anlasser}} + R_a) \cdot I_N = U \quad \Rightarrow \quad R_{\text{Anlasser}} = \frac{U}{I_N} - R_a \tag{11.72}$$

Nach dem Anfahren begrenzt die aufgrund der steigenden Drehzahl nun auch steigende induzierte Spannung den Strom; der Anlasser wird nicht mehr benötigt und wird kurzgeschlossen, um nicht unnötig Stromwärmeverluste zu verursachen. Moderne Gleichstromantriebe werden mit veränderlicher Ankerspannung U über einen Stromrichter hochgefahren (Abschn. 11.7), sodass stets $I_a \leq I_{aN}$ eingehalten werden kann. Ein Anlasser

wird dann nicht benötigt. Bei Kleinmotoren sind häufig der Ankerwiderstand so hoch und die Bemessungsspannung so niedrig, dass die Motoren mit Bemessungsspannung ohne Anlasswiderstand hochgefahren werden können.

Beispiel 11.21

Dimensionierung des Anlassers für einen Gleichstrom-Nebenschlussmotor: $U_N = 440\,V$, $P_N = 85\,kW$, $\eta = 94\,\%$ (ohne Erregerverluste), $R_a = 37.5\,m\Omega$

1) Bestimmen Sie den Anker-Bemessungsstrom!
2) Wie groß wäre der Anker-Anfahrstrom ohne Benutzung eines Anlassers?
3) Welchen Widerstandswert muss der Anlasser haben, damit beim Anfahren der Anker-Bemessungsstrom auftritt?

Lösung:

1) Bemessungsstrom: $I_N = P_N / (\eta \cdot U_N) = 206\,A$
2) Anfahren ohne Anlasser: $I_a = U_N / R_a = 440/0.0375 = 11733\,A$. Das ist der 57-fache Bemessungsstrom!
3) Erforderlicher Anlass-Widerstand:

$$R_{Anlasser} = \frac{U_N}{I_N} - R_a = \frac{440}{206} - 0.0375 = 2.1\,\Omega$$

e) Der Reihenschlussmotor: Beim Gleichstrom-Reihenschlussmotor (Abb. 11.34a) sind, wenn der Shuntwiderstand R_{sh} zunächst vernachlässigt wird ($R_{sh} \to \infty$), Erreger- und Ankerstrom identisch. Es gilt für das elektromagnetisch erzeugte Drehmoment

$$M_e = k_2 \Phi(I_a) I_a. \tag{11.73}$$

Wenn in grober Nährung die Sättigung des Eisens konstant angenommen wird und somit der Fluss proportional zum Ankerstrom ist ($\Phi = L' \cdot I_a$), steigt das Drehmoment quadratisch mit dem Ankerstrom.

$$M_e = k_2 \cdot L' I_a^2 \tag{11.74}$$

Bei kleinen Ankerströmen und somit kleinem Fluss gilt dies exakt, da die Eisensättigung erst bei größeren Flusswerten einsetzt. Aus (11.64b) folgt mit (11.63) und $I_a = I_f$ für $U_b \approx 0$:

$$n = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \Phi} = \frac{1}{2\pi k_2 L'} \left(\frac{U}{I_a} - R_a \right),$$

$$n = \frac{U}{2\pi \sqrt{k_2 L'}} \cdot \frac{1}{\sqrt{M_e}} - \frac{R_a}{2\pi k_2 L'}. \tag{11.75}$$

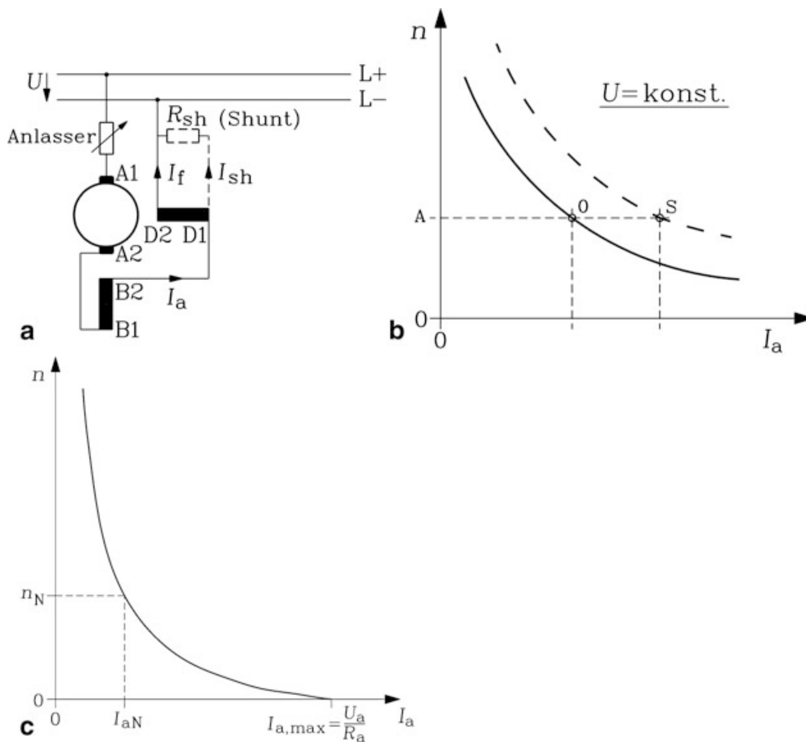


Abb. 11.34 Reihenschlussmotor: (**a**) Schaltung mit positiver Ankerstromrichtung im VZS, (**b**) Motorkennlinie $n(I_a)$ ohne (volle Linie) und mit Shunt-Widerstand R_{sh} (gestrichelt) bei Vernachlässigung des Spannungsfalls $R_a I_a$, (**c**) Motorkennlinie mit Berücksichtigung des Spannungsfalls $R_a I_a$

Der Ankerwiderstand R_a enthält dabei die Summe aller Widerstände im Kreis einschließlich des Widerstands der Erregerwicklung. Die Kurve $n(I_a)$ (Abb. 11.34b, volle Linie bei $R_{sh} \to \infty$) ist bei konstant angenommener Eisensättigung eine nach unten verschobene Hyperbel.

Fazit:
Die Drehzahl des Reihenschlussmotors sinkt gemäß (11.75) näherungsweise hyperbolisch mit der Belastung $M_L = M_e$ auf den Wert Null beim Anfahren mit maximalem Ankerstrom $I_{a,max}$ und maximalem Drehmoment (Abb. 11.34c). Wie beim Nebenschlussmotor und beim fremderregten Motor wird für diesen Anfahrpunkt bei Bemessungsspannung i. A. ein Anlasswiderstand benötigt, um den Anfahrstrom auf den Bemessungsstrom zu begrenzen.

Der Reihenschluss-Motor darf nicht vollständig entlastet werden, da bei verschwindender Belastung ($M_L = 0$) der Motor auf theoretisch unendlich hohe Drehzahl beschleunigt

(„Durchgehen") und zerstört wird. Die starke „Drehzahlnachgiebigkeit" (= Drehzahlabnahme) mit steigender Belastung wird „weiche Kennlinie" („Reihenschluss-Verhalten") genannt. Der Reihenschlussmotor ist gut für die Traktion (Eisenbahn, Elektroauto) geeignet. Bei niedrigen Drehzahlen („Anfahren") ist das Drehmoment für einen gegebenen Ankerstrom hoch ($M_e \sim I_a^2$ bei $L' =$ konst.) und kann damit das Fahrzeug gut beschleunigen ($I_a \sim \sqrt{M_e}$). Der Rad-Fahrweg-Kontakt (Rollwiderstand) und der Luftwiderstand belasten den Antrieb stets, sodass im regulären Betrieb kein Durchgehen des Motors auftreten kann. Beim Durchdrehen der Räder („Schleudern") infolge des Verlusts des Rad-Fahrweg-Kontakts z. B. bei nassem Fahrweg muss allerdings ein Überdrehzahlschutz den Antrieb vor dem Durchgehen schützen.

Drehzahlverstellung durch Feldschwächung mit Shunt-Widerstand: Mit einem Parallelwiderstand R_{sh} zur Feldwicklung (Shunt-Widerstand) kann der Strom durch die Feldwicklung gemäß $I_f = I_a - I_{sh}$ verringert werden. So kann bei fester Klemmenspannung und Belastung die Drehzahl durch Flussverringerung verstellt werden. Der Feldstrom I_f ist um den Faktor ξ kleiner als der Ankerstrom I_a. In gleichem Maß sinkt der Fluss Φ; die Drehzahl steigt daher bei gleichem Ankerstrom um den Faktor $1/\xi$ an (Abb. 11.34b, gestrichelte Kurve). Mit dem Widerstand R_f der Feldwicklung zwischen den Klemmen D1–D2 folgt für die Bestimmung von I_f:

$$I_f R_f = I_{sh} R_{sh} = (I_a - I_f) R_{sh} \quad \Rightarrow \quad \frac{I_f}{I_a} = \frac{R_{sh}}{R_{sh} + R_f} = \xi \tag{11.76}$$

$$n = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \Phi(I_f)} = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 L' I_f} = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 L' \xi I_a}$$

$$n = \frac{1}{\xi} \cdot \frac{1}{2\pi k_2 L'} \left(\frac{U}{I_a} - R_a \right) \tag{11.77}$$

Wird in (11.77) der i. A. kleine Ankerwiderstand R_a vernachlässigt, so gilt $n \sim 1/I_a$, und es folgt die Motorkennlinie mit Shuntwiderstand aus jener ohne Shuntwiderstand durch eine Scherung dieser Kennlinie längs der Abszisse für einen bestimmten Drehzahlwert n um das Maß $\overline{SA}/\overline{0A} = 1/\xi = I_a/I_f$.

Parallelbetrieb von ungeregelten Gleichstrommotoren: Werden z. B. in einem zweiachsigen Fahrzeug Vorder- und Hinterachse von je einem Gleichstrommotor angetrieben, so ergeben sich bei einer bestimmten Geschwindigkeit v bei nicht genau gleichen Raddurchmessern $d_{Rad,1} \neq d_{Rad,2}$ z. B. durch unterschiedliche Radabnutzung wegen $v = d_{Rad,1}\pi \cdot n_1 = d_{Rad,2}\pi \cdot n_2$ unterschiedliche Drehzahlen n_1 und n_2 je Fahrmotor. Werden identische Motoren eingesetzt, so stellen sich bei identischer Motorkennlinie $n(M)$ zu den beiden unterschiedlichen Drehzahlen n_1 und n_2 über $n(M)$ entsprechende, ebenfalls unterschiedliche Motordrehmomente M_1 und M_2 ein. Bei Verwendung von Gleichstrom-Nebenschlussmotoren ergeben wegen der flachen Kennlinie $n(M)$ (Abb. 11.32b, Kennlinie 1) schon geringe Drehzahldifferenzen zwischen n_1 und n_2 große Drehmomentdifferenzen. Bei einer mittleren Motorbelastung in der Größenordnung des Bemessungsmoments hat

der Motor mit der höheren Drehzahl ein deutlich zu kleines Drehmoment, und der Motor mit der niedrigeren Drehzahl ein deutlich zu großes Drehmoment und wird überlastet. Bei Verwendung von Gleichstrom-Reihenschlussmotoren ergeben sich wegen der steilen Kennlinie $n(M)$ (Abb. 11.34b) bei geringen Drehzahldifferenzen auch nur kleine Momentendifferenzen, sodass in der Regel keine große Motorüberbelastung bei der Maschine mit der geringeren Drehzahl auftritt. Auch deshalb wurden bei ungeregelten Fahrzeugantrieben mit Gleichstrommotoren in der Vergangenheit bevorzugt Reihenschluss-Maschinen eingesetzt.

f) Verbundmaschinen (Kompound- oder Doppelschlussmaschinen): Werden sowohl Reihen- als auch Nebenschlusswicklung eingesetzt (Abb. 11.35a), so ergibt sich ein zusätzlicher Freiheitsgrad bei der Erregung. Die Reihenschlusswicklung ist charakterisiert durch wenige Windungen N_{RS} mit großem Leiterquerschnitt für den Ankerstrom. Die Nebenschlusswicklung ist kenntlich durch eine hohe Windungszahl $N_{NS} >> N_{RS}$ (z. B. $N_{NS} = 500 >> N_{RS} = 20$ pro Pol) mit einem Draht geringen Querschnitts für den

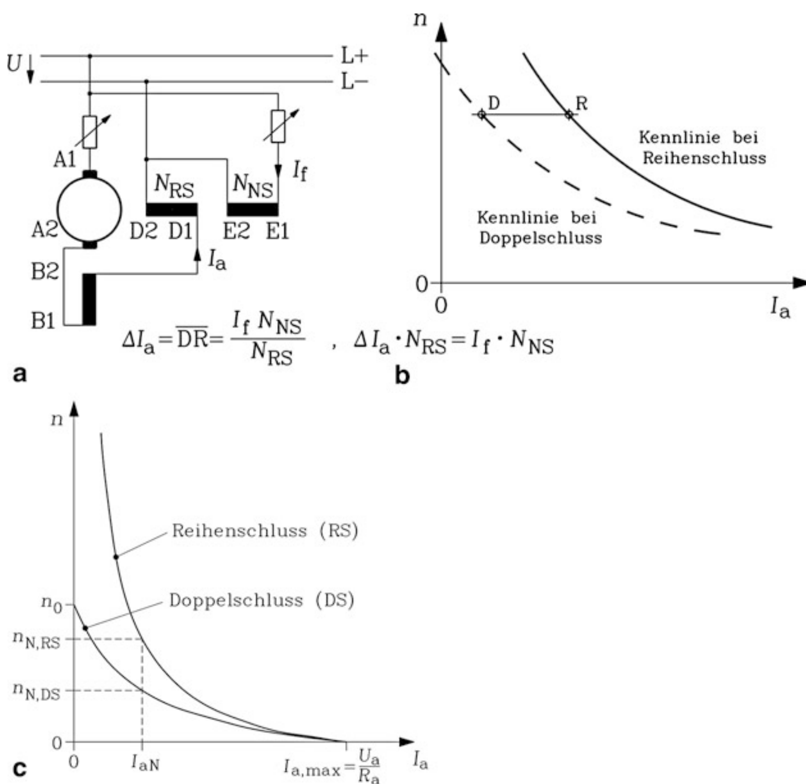


Abb. 11.35 Verbundmotor (Doppelschlussmotor): (**a**) Schaltung mit positiver Ankerstromrichtung im VZS, (**b**) Motorkennlinie $n(I_a)$ für $R_a = 0$ bei reinem Reihenschlussbetrieb (volle Linie) und beim Doppelschlussmotor (gestrichelte Linie), (**c**) Motorkennlinie $n(I_a)$ für Reihenschluss- und Doppelschlussmotor für $R_a > 0$

i. A. kleinen Feldstrom. Beide Wicklungen können z. B. im Generatorbetrieb so abgestimmt werden, dass bei Leerlauf und Bemessungsstrom die Klemmenspannung gleich groß ist („Normalkompoundierung"). Im Bereich dazwischen gibt es eine gewisse Spannungsüberhöhung. Im Motorbetrieb kann durch eine kleine Reihenschlusswicklung (Hilfsreihenschlusswicklung) mit einer Durchflutung von ca. 10 % der Nebenschlussdurchflutung die steife Nebenschlusskennlinie etwas etwas nachgiebiger gestaltet werden, was bei Motorparallelbetrieb hinsichtlich einer gleichmäßigeren Lastaufteilung günstig ist (Abb. 11.35b).

Mit der Erregung pro Pol $\Theta = N_{NS}I_f + N_{RS}I_a$ und $\Phi(\Theta) = \Phi(I_a + \Delta I_a) = L' \cdot (I_a + \Delta I_a)$ folgt

$$n = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \Phi(I_f)} = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 L' \cdot (I_a + \Delta I_a)},$$

was in Abb. 11.35c dargestellt ist. Die Leerlaufdrehzahl ist

$$n_0 = \frac{U}{2\pi k_2 \Phi(I_f, I_a = 0)} = \frac{U}{2\pi k_2 L' \cdot \Delta I_a}.$$

Weiter kann die Flussabnahme $\Delta\Phi$ durch Sättigung infolge der Ankerrückwirkung durch den Hilfsreihenschluss-Flussanteil kompensiert werden. In Abb. 11.35b ist für einen Gleichstrommotor am Netz U gezeigt, dass gemäß (11.77) für $R_a = 0$, ausgehend von einer Reihenschlussmotor-Kennlinie $n(I_a)$ (volle Linie, Erregung pro Pol $N_{RS}I_a$), die Kennlinie bei Verbunderregung mit der zusätzlichen konstanten Nebenschlusserregung $N_{NS}I_f$ pro Pol (gestrichelte Linie) durch Parallelverschieben der ersten Kurve um den konstanten Betrag $\Delta I_a = N_{NS}I_f / N_{RS}$ (Strecke $\overline{\mathrm{DR}}$) erhalten wird. Es gilt dann nämlich:

$$n = \frac{U - I_a R_a}{2\pi k_2 \Phi(I_f)} \approx \frac{U}{2\pi k_2 \Phi(I_f)} = \frac{U}{2\pi k_2 L' \cdot (I_a + \Delta I_a)}.$$

11.7 Der drehzahlveränderbare Gleichstromantrieb

a) Ward-Leonard-Maschinensatz: Als drehzahlveränderbarer Antrieb wird in den meisten Industrieanwendungen der Gleichstromantrieb in der Schaltung der fremderregten Maschine verwendet. Die Drehzahl kann gemäß (11.78) durch drei Parameter verändert werden:

(I) durch die Stellung der Ankerspannung U,
(II) durch die Schwächung des Flusses Φ (Feldstärkung ist wegen der Sättigung nicht möglich),
(III) durch Serienschaltung eines veränderbaren ohm'schen Widerstands R im Ankerkreis.

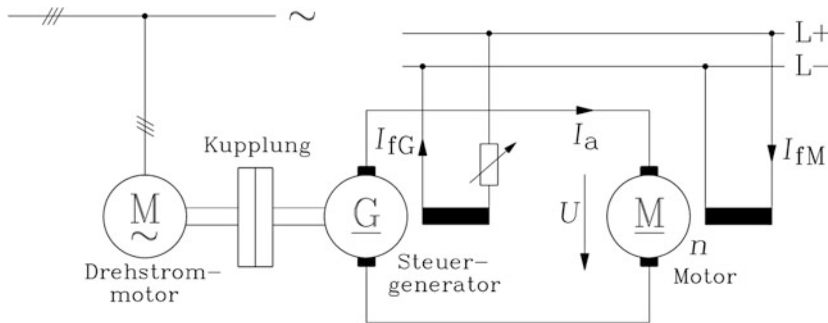


Abb. 11.36 Schaltung des Ward-Leonard-Maschinensatzes für den drehzahlveränderbaren Betrieb eines fremderregten Gleichstrommotors am Drehstromnetz

$$n = \frac{U_\mathrm{i}}{k_1 \Phi} = \frac{U - I_\mathrm{a} \cdot (R_\mathrm{a} + R)}{z \frac{p}{a} \Phi} \tag{11.78}$$

Variante (I) „Spannungsstellung": Die Spannungsstellung kann im Drehstromnetz mit rotierenden Maschinen in der Form des klassischen Ward-Leonard-Maschinensatzes erfolgen (Abb. 11.36). Ein Drehstrom-Asynchronmotor, vom Drehstromnetz gespeist, treibt mit nahezu konstanter Drehzahl n_ASM einen fremderregten Gleichstromgenerator („Steuergenerator") an, dessen Erregerstrom I_fG von einem weiteren kleinen rotierenden Umformer (Drehstrom-Asynchronmotor und selbsterregter Nebenschluss-Generator) oder von einer Batterie versorgt wird. Dieser Steuergenerator erzeugt gemäß (11.64a) eine über I_fG variabel einstellbare Ankerspannung U, mit der der fremderregte Gleichstrommotor versorgt wird. Dessen Drehzahl n ist direkt über U veränderbar.

Variante (II) „Feldschwächung": Zusätzlich kann über den Erregerstrom I_fM des Motors dessen Fluss verringert werden und so die Drehzahl n weiter erhöht werden, wenn die Generatorspannung ihren Maximalwert erreicht hat.

Variante (III) „Serien-Stellwiderstand": Die Variante (III) eines Serien-Stellwiderstands R im Ankerkreis des fremderregten Gleichstrommotors ist aufgrund der erhöhten Stromwärmeverluste für die Drehzahlveränderung nur selten im Einsatz, wurde aber vor dem Einsatz mobiler Stromrichter serienmäßig vor allem bei den elektrischen Straßenbahnen (Gleichstromnetz!) und bei Vollbahnen mit Gleichstromnetz (z. B. Italien) zum Verändern der Fahrgeschwindigkeit verwendet.

Der Ward-Leonard-Umformer ist nur noch selten im Gebrauch, da für die Nutzung eines drehzahlveränderbaren Motors

- drei Mal die volle Maschinenleistung installiert werden muss (teuer!),
- drei Mal die vollen Verluste auftreten (z. B. Wirkungsgrad je Maschine 90 % ergibt $0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.9 = 0.73$ bzw. 73 % Gesamtwirkungsgrad!),

- der Umformer einen Betrieb nur mit geringer Dynamik erlaubt. Soll die Drehzahl des Gleichstrommotors rasch erhöht werden, muss zuvor das Feld des Steuergenerators erhöht werden, um eine höhere Ankerspannung U zu erhalten. Die Induktivität L_f der Feldwicklung ist aber wegen der hohen Windungszahl in den Feldspulen sehr groß, sodass die elektrische Feldzeitkonstante $T_f = L_f/R_f$ ebenfalls groß ist. Die Spannungsänderung geht daher nur langsam (im Sekundenbereich!) vor sich und führt zu einer dynamischen Drehzahlabweichung des Gleichstrommotors vom Sollwert bei einem Laststoß an der Welle des Motors.

Der Blindleistungsbedarf des Umformers wird durch den $\cos\varphi$ der Asynchronmaschine bestimmt; dieser liegt im Volllastpunkt bei typisch 0.85 (vgl. Kap. 5 und 6).

Vier-Quadranten-Betrieb mit dem Ward-Leonard-Umformer: Der Steuergenerator in Abb. 11.36 liefert bei Klemmentausch seiner Feldwicklung auch eine negative Spannung -U, sodass sich die Drehzahl des Gleichstrommotors umkehren kann. Damit werden – im Verbraucher-Zählpfeilsystem betrachtet – zwei Quadranten im Motorbetrieb möglich: Der erste Quadrant ($I_a > 0, n > 0$) und der dritte Quadrant ($I_a < 0, n < 0$) in Abb. 11.37a. Es kann aber auch der Leistungsfluss umgekehrt werden. Wird der Gleichstrommotor angetrieben, so geht er in den Generatorzustand über. Die Polarität des Ankerstroms bei fester Drehzahl kehrt sich um ($I_a < 0, n > 0$), wenn die induzierte Spannung des Gleichstrommotors größer ist als die Summe von induzierter Spannung des Steuergenerators und des Spannungsfalls an den Ankerkreiswiderständen der beiden in Serie geschalteten Ankerkreise der beiden Gleichstrommaschinen. Der Steuergenerator wird zum Motor und treibt die Asynchronmaschine übersynchron an, sodass diese als Asynchrongenerator Wirkleistung ins Drehstromnetz zurück liefert. Dies ist in beiden Drehrichtungen des Gleichstrommotors möglich, sodass auch der zweite und vierte Quadrant ($I_a < 0, n > 0$); ($I_a > 0, n < 0$) des Kennlinienfelds Abb. 11.37a abgedeckt werden (Vier-Quadranten-Betrieb).

b) Betriebsgrenzen der fremderregten Gleichstrommaschine im Vier-Quadranten-Betrieb:

(i) „Ankerstellbereich“: *U_a/U_{aN} verändert (Abb. 11.37b)* Begrenzt wird dieses Kennlinienfeld $n(M_e)$ bzw. $\Omega_m(M_e)$ vom Drehmoment M_e beim maximal thermisch zulässigen Ankerstrom und von der bei maximaler Ankerspannung $U_a = U_N$ auftretenden maximalen Leerlaufdrehzahl $n_{0,max} = U_{aN}/(k_1\Phi_N)$ bei festem Fluss Φ. Der Ankerstellbereich umfasst den Drehzahlbereich $0 \leq n \leq n_N$. Für die Maximalwerte der Betriebsgrößen $U = U_a$, I_a, Φ, $M\,(= M_e - M_d = M_s)$, $P\left(= P_{m,out} = P_{e,in} - P_d\right)$ in Abhängigkeit von n gilt im Ankerstellbereich $0 \leq n \leq n_N$ (Tab. 11.4) bei vernachlässigten Verlusten ($P_d = 0, M_d = 0$) wegen $U_a = U_i + I_a \cdot R_a \approx U_i$:

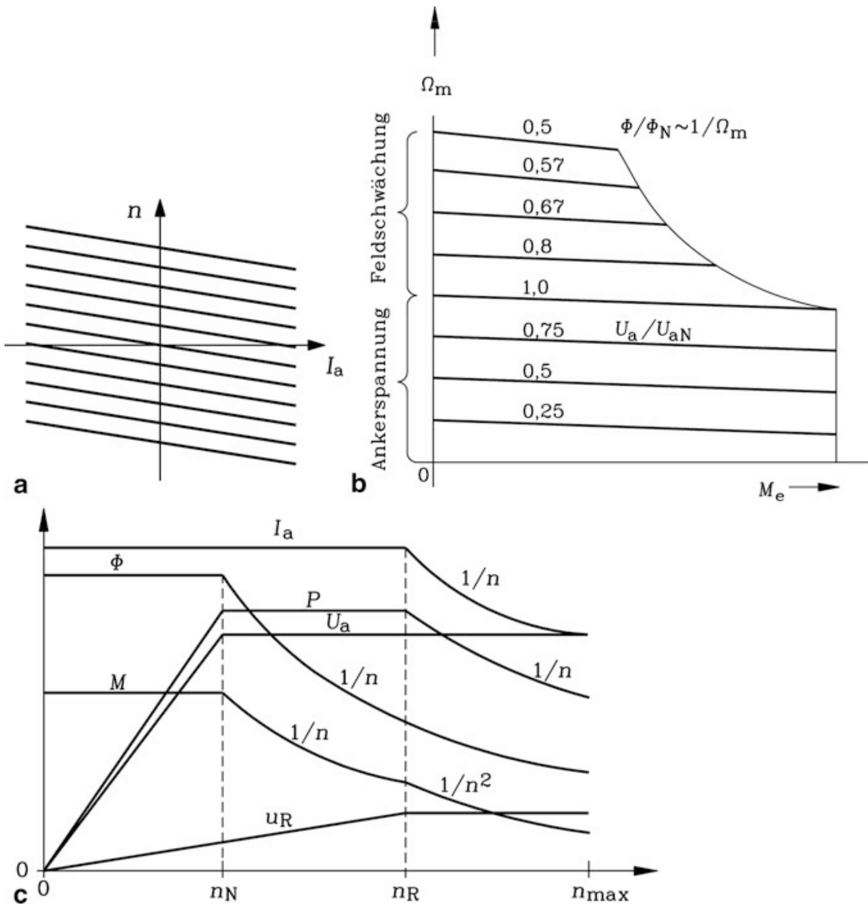


Abb. 11.37 Kennlinienfelder des fremderregten (kompensierten) Gleichstrommotors bei Speisung mit veränderbarer Spannung U_a und veränderbarem Fluss Φ. (**a**) Drehzahl-Ankerstrom-Kennlinien bei Stellung der Ankerspannung, Vier-Quadranten-Betrieb, (**b**) Drehzahl-Drehmoment-Kennlinien bei Stellung der Ankerspannung U_a und bei Feldschwächung des Flusses Φ (Ein-Quadranten-Betrieb) (**c**) Maximalwerte von Ankerspannung, Ankerstrom, Drehmoment, Fluss, Leistung und Reaktanzspannung bei unterschiedlichen Drehzahlen n

$$U_a \sim n,\ I_a = I_{aN} = \text{konst.},\ \Phi = \Phi_N = \text{konst.},$$
$$M = M_N \sim I_a\Phi = \text{konst.},\ P = U_a I_a = 2\pi nM \sim n.$$

(ii) „Feldschwächbereich" (Konstantleistungsbereich): Φ/Φ_N *verändert (Abb. 11.37b)*
Zu höheren Drehzahlen als $n_{0,\max}$ gelangt man nur noch durch Feldschwächung. Bei festem maximalem Ankerstrom sinkt das maximale Drehmoment proportional zum sinkenden Fluss. Die Neigung der $n(M)$-Kennlinie ist gemäß (11.70) proportional $1/\Phi^2$. Daher sind im Feldschwächbereich die $n(M)$-Kennlinien stärker geneigt als im Ankerstellbereich. Für die Maximalwerte der Betriebsgrößen U_a, I_a, Φ, M und P in Abhängigkeit von n

Tab. 11.4 Betriebsgrenzen der stromrichtergespeisten fremderregten Gleichstrommaschine

$0 \leq n \leq n_N$	Spannungsgesteuerte Gleichstrommaschine: Grenzen: Maximaler Ankerstrom, maximaler Fluss
$n_N \leq n \leq n_R$	Feldschwächbetrieb: Grenzen: Maximaler Ankerstrom, maximale Ankerspannung
$n_R \leq n \leq n_{max}$	Feldschwächbetrieb an der Kommutierungsgrenze: Grenzen: Maximaler Ankerstrom, maximale Reaktanzspannung

gilt (Abb. 11.37c) im Feldschwächbereich $n_N \leq n \leq n_{max}$ ohne Berücksichtigung des Kommutierungseinflusses:

$$U_a = U_{aN} = \text{konst.}, I_a = I_{aN} = \text{konst.}, \Phi \sim 1/n, M \sim I_a\Phi \sim 1/n,$$
$$P = U_{aN}I_a = 2\pi nM = P_N = \text{konst.}$$

Fazit:
Im Ankerstellbereich nimmt die maximal umsetzbare Leistung linear mit der Drehzahl zu und bleibt im Feldschwächbereich konstant (Tab. 11.4).

(iii) Kommutierungsgrenze: $n_R \leq n \leq n_{max}$: Bei hohen Drehzahlen im Feldschwächbereich wird die Reaktanzspannung so groß, dass ab einer bestimmten Drehzahl n_R die zulässige Grenze 10 V überschritten wird. Deshalb muss ab dieser Drehzahl der Ankerstrom verringert werden, um die Reaktanzspannung u_R konstant zu halten (Abb. 11.37c, Tab. 11.4).

Feldschwächbereich $n_R \leq n \leq n_{max}$ bei Berücksichtigung der Kommutierungsgrenze $u_R \leq u_{R,max} = 10\,\text{V}$:

$$U_a = U_{aN} = \text{konst.}, u_{R,max} = k_R n I_a = 10\,\text{V}, I_a \sim 1/n, \Phi \sim 1/n,$$
$$M \sim I_a\Phi \sim 1/n^2, P = U_{aN}I_a = 2\pi nM = 1/n.$$

c) Gesteuerter Brückengleichrichter zur Speisung von Gleichstrommaschinen: Die veränderbare Gleichspannung an den Ankerklemmen $U = U_a$ kann aus dem Drehstromnetz durch Gleichrichtung mit einer Thyristorbrücke (gesteuerter Gleichrichter) erzeugt werden. Ebenso kann der veränderbare Feldstrom I_f über einen gesteuerten Gleichrichter erzeugt werden. Das ist die heute gängige Lösung, weil sie verlustarm (Wirkungsgrad der Gleichrichtung > 98 %) und dynamisch (Anregelzeit im ms-Bereich) ist.

Funktionsweise der gesteuerten Gleichrichtung: Abb. 11.38a zeigt einen gesteuerten Brückengleichrichter in sechspulsiger Schaltung am symmetrischen Dreiphasen-Drehstromnetz, das die verkettete Spannung (Effektivwert) U_{Netz} liefert. Jeder der sechs Thyristoren leitet ein Drittel einer Netzperiode, wobei stets zwei Thyristoren

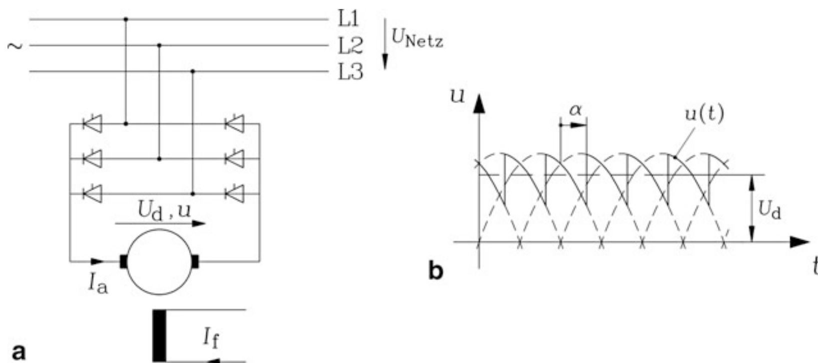


Abb. 11.38 Gesteuerter Drehstrom-Brückengleichrichter B6C zur Speisung einer drehzahlveränderbaren fremderregten Gleichstrommaschine, (**a**) Schaltung für eine Stromrichtung $I_a > 0$, (**b**) Spannungsverlauf an den Ankerklemmen (Heumann 1985)

– und zwar je einer vor und nach dem Anker – gleichzeitig leitend sind. Wird der Steuerwinkel (Zündwinkel) α auf Null gesetzt, kommutieren die Thyristoren netzgeführt im natürlichen Kommutierungszeitpunkt. Die Schaltung wirkt wie eine Dioden-Brückengleichrichterschaltung, und der Mittelwert der sechskuppigen gleichgerichteten Spannung erreicht seinen idealen Maximalwert $U_{d,i}$, wenn der Einfluss der endlichen Kommutierungszeit der Thyristoren vernachlässigt wird (Lappe 1988, vgl. dazu auch die Ausführungen in Kap. 7 und die Aufgabe A11.6 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch").

$$U_{d,i} = \frac{3}{\pi}\sqrt{2}U_{Netz} \tag{11.79}$$

Bei Vergrößerung des Zündwinkels α sinkt gemäß Abb. 11.38b der Spannungsmittelwert nach dem Steuergesetz

$$U_d = U_{d,i} \cdot \cos\alpha. \tag{11.80}$$

Bei $\alpha = 90°$ ist der Spannungsmittelwert Null, bei $90° \leq \alpha \leq 180°$ ist die Spannung negativ.

Fazit:
Mit dem gesteuerten Brückengleichrichter lässt sich die Ankerspannung U zwischen $-U_{d,i}$ *und* $+U_{d,i}$ *verändern.*

Nachteilig ist, dass die Spannung wegen der sechs Kuppen pro Periode ausgeprägte Oberschwingungen mit sechsfacher, zwölffacher usw. Netzfrequenz enthält. Die Ankerinduktivität L_a ist sehr klein, da Ankerfeld, Wendepolfeld und ggf. das Feld der Kompensationswicklung einander nahezu auslöschen (siehe Abschn. 11.5). Sie kann den Ankerstrom daher nur wenig glätten. Folglich enthalten der Ankerstrom und das von ihm

erregte Ankerfeld ebenfalls Oberschwingungen dieser Ordnungszahlen, was zu erhöhten Verlusten (Binder 1991, 1993) und Geräuschen (z. B. bei Gleichrichtung am 50 Hz-Netz ein magnetisch erregter 300 Hz-Ton, da $6 \cdot 50 = 300\,\text{Hz}$) in der Maschine führt (Eckhardt 1964; Braess et al. 1966). Ein Beispiel zur Ankerstromwelligkeit findet man in Kap. 13 und ein Berechnungsbeispiel als Aufgabe A13.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch". Durch den Einsatz einer Glättungsdrossel im Ankerkreis und/oder durch den Einsatz einer 12-pulsigen Gleichrichterschaltung (Heumann 1985) kann die Welligkeit des Ankerstroms und damit des Luftspaltdrehmoments verringert werden.

Vier-Quadranten-Betrieb mit gesteuerter Gleichrichtung: Mit der Schaltung in Abb. 11.38a ist der erste und vierte Quadrant abgedeckt, da die Thyristoren den Strom nur in einer Richtung durchlassen, in der anderen aber sperren (Ventilwirkung). Für die negative Stromrichtung muss ein weiterer gesteuerter Brückengleichrichter mit antiparallel angeordneten Thyristoren verwendet werden („Umkehrstromrichter"). Damit werden der zweite und dritte Quadrant betreibbar. Der Erregerstrom I_f wird ebenfalls aus einer gesteuerten Gleichrichterbrücke versorgt. Die große Induktivität der Feldwicklung L_f glättet den Feldstrom ausgezeichnet, sodass dieser nahezu ein Gleichstrom ist. Allerdings bewirkt die verbleibende, wenn auch geringe Restwelligkeit des Hauptfelds, dass in die kommutierenden Ankerspulen transformatorisch eine Zusatzspannung induziert wird („transformatorische Funkenspannung"). Vor allem bei kleinen Maschinen, die eine relativ hohe Windungszahl je Ankerspule haben, ist diese Zusatzspannung ausreichend groß, um die Kommutierung des Ankerstroms zu verschlechtern, in dem erhöhtes Bürstenfeuer auftritt. Durch den Einsatz von Glättungsdrosseln im Feldkreis kann die Stromwelligkeit des Erregerstroms entsprechend verringert werden. Der Wechselrichterbetrieb $90° \leq \alpha \leq 180°$ wird meist nur bis 150° ausgenützt, um einen ausreichenden Abstand zur Wechselrichter-Trittgrenze zu gewährleisten, wo der Wechselrichter durch Kurzschluss zweier Phasen kippt (Heumann 1985).

d) Gleichstromsteller zur Speisung von Gleichstrommaschinen: Bei der Chopperschaltung (Gleichstromsteller) wird eine unveränderliche Gleichspannung U mittels Transistorschaltern gepulst. Dabei stammt die Spannung U aus der ungesteuerten Gleichrichtung einer Wechselspannung, die mit einem Kondensator geglättet wird, oder aus einer Batterie (Abb. 11.39a). Die Pulsfrequenz

$$f_P = 1/T \tag{11.81}$$

ist aufgrund der guten Schalteigenschaften von Leistungstransistoren relativ hoch (ca. 1 bis 2 kHz, vgl. Kap. 7). Diese gepulste Spannung $u_a(t)$ (Abb. 11.39b) wird der Gleichstrommaschine als Ankerspannung aufgeprägt. Der Mittelwert U_d (11.82) dieser gepulsten Ankerspannung $u_a(t)$ kann durch das veränderliche Pulsbreiten-Pausen-Verhältnis zwischen 0 und U verändert werden (Abb. 11.39b).

$$U_d = U \cdot (T_{on}/T) \tag{11.82}$$

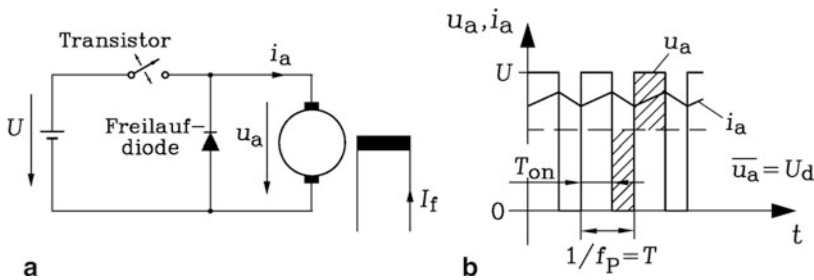


Abb. 11.39 Gleichstromsteller: (**a**) Prinzip des Ein-Quadranten-Stellers, (**b**) Gepulste Ankerspannung, ihr Mittelwert und Verlauf des Ankerstroms

Während der Pulsbreite T_{on}, wenn der Transistor eingeschaltet ist, fließt der Strom von der Spannungsquelle U zur Maschine und nimmt wegen $L_a \cdot (di_a/dt)$ verzögert zu. Die Freilaufdiode ist stromlos. Während der Pause, wenn der Transistor ausgeschaltet ist, muss der Strom aufgrund der Selbstinduktionsspannung der Ankerkreisinduktivität weiter fließen können. Dies ist über die Freilaufdiode möglich. Dabei nimmt er wegen der Stromwärmeverluste ab. Aufgrund der relativ hohen Pulsfrequenz wird der Ankerstrom auch durch die relativ kleine Ankerkreisinduktivität L_a gut geglättet und ist nahezu oberschwingungsfrei (kleine sägezahnförmige Stromwelligkeit mit Pulsfrequenz, Abb. 11.39b). Für einen Betrieb mit veränderlicher Anker-Gleichspannung $0 \leq U_d \leq U$ muss das Verhältnis T_{on}/T im Bereich $0 \leq T_{on}/T \leq 1$ variieren. Eine Abschätzung mit $R_{a=}0$ zeigt, dass die Amplitude der Sägezahn-Welligkeit des Ankerstroms bei halber Aussteuerung $T_{on}/T = 0.5$ maximal ist und zu den Grenzwerten $T_{on}/T = 0$ und $T_{on}/T = 1$ hin symmetrisch abnimmt (vgl. die Aufgabe A13.1 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“. Der in Abb. 11.39 für Ein-Quadranten-Betrieb geeignete Steller kann durch Ergänzung von drei weiteren Transistoren und Freilaufdioden zum Vier-Quadranten-Steller erweitert werden (Heumann 1985).

11.8 Wirkungsgrad, Stabilität und Leistungsgrenzen der Gleichstrommaschine

a) Wirkungsgrad: Im Leerlauf (d. h. der Ankerstrom ist Null: $I_a = 0$) treten folgende Verluste auf:

1. Ummagnetisierungsverluste im Läufereisen: Der Läufer dreht im Ständergleichfeld. Es werden in ihm mit der Ankerfrequenz $n \cdot p$ Wirbelströme induziert. Er muss geblecht aufgebaut werden, um die Wirbelstrombahnen zu unterbrechen. Weiter treten Hystereseverluste in den Anker-Eisenblechen auf.
2. Mechanische Lager-, Luft- und Bürstenreibungsverluste sowie Lüfterverluste, falls ein Lüfter vorhanden ist.

3. Leerlaufzusatzverluste durch Oberwelleneffekte des Luftspaltfelds (z. B. durch das in die Ankerleiter der Oberschicht eindringende Hauptpol-Kantenfeld, das dort durch Spannungsinduktion Wirbelströme als sogen. Feldgradientenverluste verursacht).

   Bei Last (d. h. Ankerstrom fließt: $I_a \neq 0$) treten zusätzlich die lastabhängigen Verluste auf:
4. Stromwärmeverluste in der Ankerwicklung, Wendefeld- und Kompensationswicklung oder in der anstatt dieser vorhandenen Hilfsreihenschlusswicklung,
5. Stromwärmeverluste in den Bürsten,
6. Lastabhängige Zusatzverluste wie z. B. Wirbelstromverluste in den Ankernutenleitern, da der Anker Wechselstrom führt, und daher das Nutenquerfeld beim Kommutieren des Ankerstroms seine Polarität ändert und so durch Spannungsinduktion Wirbelströme in den Ankerleitern hervorruft.

Erregerverluste treten in der Feldwicklung des Ständers sowohl bei Leerlauf als auch bei Last auf. Wegen der Verluste in der Wendepol- und Kompensationswicklung und in dem Stromwendeapparat ist der Wirkungsgrad von Gleichstrommaschine i. A. etwas geringer als bei Drehstrommaschinen gleicher Leistung, Kühlungsart und Baugröße.

b) Stabilität der Arbeitspunkte: Die quasistatische Stabilität der Arbeitspunkte der Gleichstrommaschine wird genauso ermittelt wie bei der Asynchronmaschine (Abschn. 7.3). Am Beispiel des fremderregten Gleichstrommotors mit Flussverlust $\Delta\Phi$ durch erhöhte Sättigung infolge der Ankerrückwirkung wird dies verdeutlicht. Die Stabilitätsbedingung lautet (Abschn. 7.3):

$$\frac{dM_e}{d\Omega_m} - \frac{dM_L}{d\Omega_m} < 0 \quad \Rightarrow \quad \text{stabil.} \tag{11.83}$$

In Abb. 11.40 ist angenommen, dass das Belastungsmoment an der Welle des Motors von einem Losbrechmoment M_{L0} bei $n = 0$ ($\Omega_m = 2\pi n$) aus linear mit der Drehzahl ansteigt. Der Schnittpunkt mit der Motorkennlinie Ω_{mA} liegt im Bereich der mit der Belastung ansteigenden Motordrehzahl. Sowohl $dM_e/d\Omega_m$ als auch $dM_L/d\Omega_m$ sind positiv; auch ihre Differenz ist positiv, sodass das Stabilitätskriterium (11.83) verletzt ist. Der Antrieb ist instabil und geht durch. Bei ausreichend kleinem Losbrechmoment werden Arbeitspunkte A im Bereich der noch fallenden Motorkennlinie eingestellt, wo $\Omega_m(M_e)$ mit steigendem M_e sinkt. Solche Arbeitspunkte sind daher stabil. Die Stabilitätsgrenze liegt für diesen Typ von Lastkennlinie etwas rechts vom Minimum der Motorkennlinie $\Omega_m(M_e)$, sodass der Ausdruck in (11.83) Null ist. Für eine Lastkennlinie M_L = konst. unabhängig von Ω_m, also eine vertikale Gerade, ist die Stabilitätsgrenze exakt bei dem Minimum von $\Omega_m(M_e)$, da dann $dM_L/d\Omega_m$ Null ist, und daher die Bedingung (11.83) lautet: $dM_e/d\Omega_m < 0$.

Eine anschauliche Interpretation der Instabilität zeigt gemäß Abb. 11.40, dass bei einer Drehzahlerhöhung $+\Delta\Omega_m$ aus A heraus ein Differenzmoment $\Delta M_+ = M_e - M_L > 0$ auftritt, das den Antrieb zu weiter steigenden Drehzahlen hin beschleunigt, also Instabilität bewirkt. Bei einer kleinen Drehzahlabnahme $-\Delta\Omega_m$ aus A heraus tritt ein bremsendes

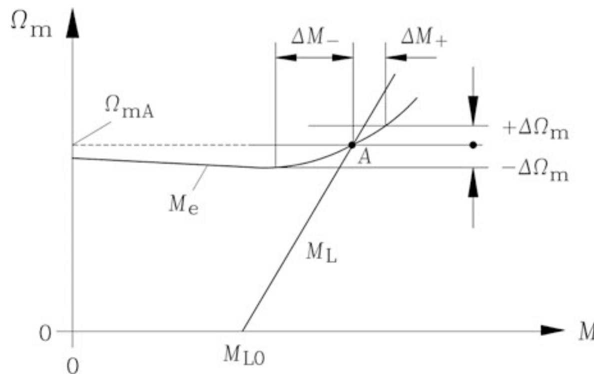


Abb. 11.40 Der unkompensierte Nebenschlussmotor zeigt bei der hier abgebildeten Lastkennlinie $\Omega_m (M_L)$ aufgrund des Flussverlusts infolge erhöhter Sättigung durch Ankerrückwirkung bei hoher Belastung (hier im Arbeitspunkt A) instabiles Verhalten. Bei sinkendem Losbrechmoment M_{L0} wandert A nach links. Etwa ab dem Minimum der Motorkennlinie $\Omega_m (M_e)$ ist der Arbeitspunkt stabil

Differenzmoment $\Delta M_- = M_e - M_L < 0$ auf, das den Antrieb weiter abbremst und so ebenfalls Instabilität bewirkt.

c) Leistungsgrenzen: Die Baugröße und damit die je Maschineneinheit baubare Leistung („Einheitsleistung“) von Gleichstrommaschinen sind durch den Kommutator und den empfindlichen Bürstenkontakt begrenzt, deren einwandfreie Betriebsweise eine ausreichend lange Bürstenstandzeit (= Zeit zwischen zwei Bürstenwechseln) von 8000 … 15000 Stunden bei Bemessungsbetrieb gewährleisten muss.

1) Fliehkraftbegrenzung: Durch zu großen Kommutatorumfang oder durch zu hohe Drehzahlen treten zu große Fliehkräfte auf die einzelnen Kommutatorlamellen auf. Es kann dadurch der Kommutator deformiert werden. Die Bürstenlaufbahn auf den Lamellen weicht dann von der Kreisform ab, und die Bürsten erfahren zusätzliche Radialbeschleunigungen, die zum Bürsten„hüpfen“ führen können. Durch diese Kontakttrennung tritt erhöhtes Bürstenfeuer und eine unzulässig rasche Bürstenabnutzung auf.
2) Kommutierungsgrenze: Bei zu hoher Drehzahl oder zu hohem Ankerstrom werden die Grenzwerte der Reaktanzspannung ($u_R < 10\,\mathrm{V}$ dauernd, $< 20\,\mathrm{V}$ stoßweise) überschritten, und es tritt starkes Feuern am Bürstenkontakt auf, was zu einer unzulässig raschen Bürstenabnutzung führt.
3) Bürstenstromdichte: Bei zu hohem Ankerstrom wird die zulässige Bürstenstromdichte (typisch dauernd $J_b < 12\,\mathrm{A/cm^2}$, $< 20\,\mathrm{A/cm^2}$ stoßweise) überschritten, was zum Ausglühen der Bürsten und zu deren rascher Abnutzung führt.
4) Ankerspannungsgrenze: Bei zu hoher Ankerspannung wird die Segmentspannungsgrenze (mittlere Segmentspannung $U_{s,av} < 20\,\mathrm{V}$, lokale Segmentspannung $< 35\,\mathrm{V}$)

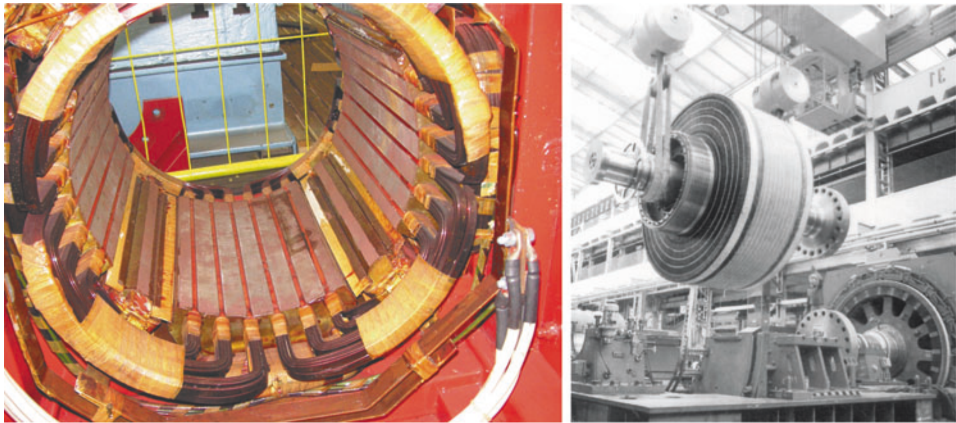


Abb. 11.41 Kompensierte fremderregte Gleichstrommaschinen: Links: Vierpoliger Stator mit fremderregten Hauptpolen mit Kompensationswicklung und dazwischen angeordneten Wendepolen (Quelle: Brenner, Bürstadt), rechts: 2×12 MW-Walzwerksantrieb: Einbau des Ankers der vorderen Maschine, zweite Maschine dahinter bereits komplettiert (Quelle: Siemens AG)

überschritten, was zu einem Spannungs-Überschlag zwischen zwei Kommutatorlamellen und im schlimmsten Fall zu einem zerstörenden Rundfeuer führen kann.

5) Stabilitätsgrenze: Im ungeregelten Betrieb kommt bei unkompensierten Maschinen die Stabilitätsgrenze als leistungsbegrenzendes Merkmal hinzu, sodass der fremderregte Motor (vgl. Abb. 1.3b) bei üblichen Lastkennlinien (vgl. Kap. 7) nur im Bereich der $n(M)$-Kennlinie mit negativer Steigung betrieben werden darf (vgl. Abb. 11.40).

Die größten Gleichstrommaschinen wurden als Walzwerks-Grobgerüstantriebe mit Leistungen zwischen 6 MW und 12 MW bei Drehzahlen von ca. 50 … 100/min gebaut. Um die Leistung weiter zu erhöhen, wurden zwei Maschinen hintereinander gekuppelt („Tandem"-Bauweise, Abb. 11.41b). Aufgrund der begrenzten Einheitsleistung werden große Gleichstrommaschinen heute durch stromrichtergespeiste Synchronmaschinen (als Motoren bis ca. 100 MW gebaut) und Asynchronmaschinen (als Motoren bis ca. 40 MW gebaut) abgelöst. Auch im unteren Leistungsbereich wird der robustere Käfigläufer-Motor mit Umrichterspeisung und ggf. feldorientierter Regelung dem stromrichtergespeisten Gleichstromantrieb oft vorgezogen, da er wartungsärmer ist.

11.9 Der Einphasen-Reihenschlussmotor

a) Der Reihenschlussmotor an Einphasen-Wechselspannung: Der Einphasen-Reihenschlussmotor ist ein Vertreter aus der Gruppe der Wechselstrom-Kommutatormaschinen. Legt man an die Klemmen des Reihenschlussmotors eine Wechselspannung an, so entsteht

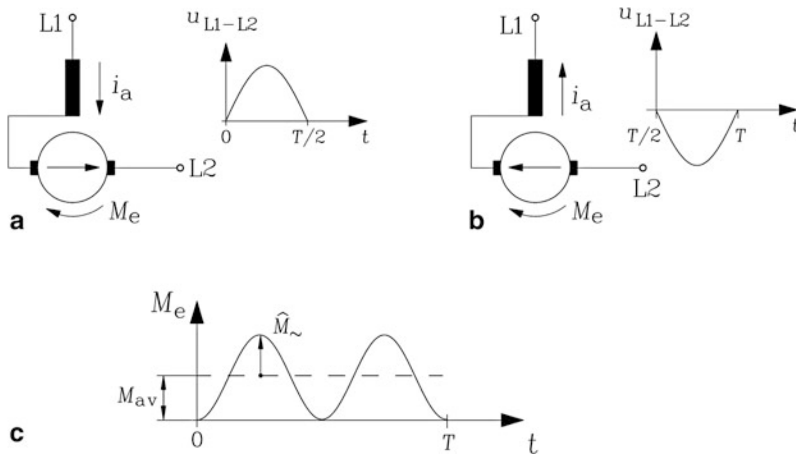


Abb. 11.42 Der Reihenschlussmotor an Wechselspannung erzeugt ein stets positives Moment, da sowohl Fluss als auch Strom gleichzeitig ihre Polarität wechseln. (**a**) Positive Halbschwingung, (**b**) negative Halbschwingung, (**c**) pulsierendes Moment

trotz der zwischen positiven und negativen Werten wechselnden Spannung stets ein positives Moment. Während der positiven Halbschwingung der Spannung fließt der Strom mit einer gewissen nacheilenden Phasenverschiebung aufgrund der Anker- und Erregerinduktivität ebenfalls positiv in der Maschinenwicklung und erregt einen positiven Hauptfluss. Folglich ist das Drehmoment positiv. Während der negativen Spannungshalbschwingung kehrt sich die Polarität des Stroms zwar um, aber damit auch die Polarität des von ihm erregten Hauptflusses. Somit ist das Moment wieder positiv (Abb. 11.42a, b).

$$\text{Ankerwechselspannung: } u_{\text{Netz}}(t) = \hat{U}_{\text{Netz}} \sin(\omega t + \varphi) \tag{11.84}$$

$$\text{Ankerwechselstrom: } i_{\text{a}}(t) = \hat{I}_{\text{a}} \sin(\omega t) = \sqrt{2} I_{\text{a,eff}} \sin(\omega t) \tag{11.85}$$

$$\text{Hauptfluss:} \Phi(t) = \hat{\Phi} \sin(\omega t) = \frac{\hat{U}_i}{z \cdot (p/a) \cdot n} \sin(\omega t) \tag{11.86}$$

Drehmoment:

$$M_{\text{e}}(t) = \frac{1}{2\pi} z \frac{p}{a} i_{\text{a}}(t) \Phi(t) = \frac{1}{2\pi} z \frac{p}{a} \sqrt{2} I_{\text{a,eff}} \hat{\Phi} \frac{1}{2} (1 - \cos(2\omega t)) \tag{11.87}$$

Mit der Umformung $U_{\text{i,eff}} = (z \cdot p/a) \cdot n \cdot \hat{\Phi}/\sqrt{2}$ folgt daraus (Abb. 11.42c):

$$M_{\text{e}}(t) = \frac{1}{2\pi n} I_{\text{a,eff}} U_{\text{i,eff}} (1 - \cos(2\omega t)) \tag{11.88}$$

$$M_{\text{e}}(t) = M_{\text{av}} - \hat{M}_\sim \cos(2\omega t)$$

$$M_{\text{av}} = \hat{M}_\sim = \frac{1}{2\pi} \cdot z \cdot \frac{p}{a} \cdot I_{\text{a,eff}} \cdot \hat{\Phi}/\sqrt{2} \tag{11.89}$$

Vergleich des Reihenschlussmotors bei Gleichstrom- und Wechselstromspeisung:

a) Gleiche thermische Ausnutzung der Wicklung: Bei gleichen Stromwärmeverlusten $R_a I_{a,\mathrm{eff}}^2 = R_a I_{aN}^2$ entspricht $I_{a,\mathrm{eff}}$ dem Gleichstrom-Bemessungswert I_{aN}.
b) Gleiche maximale magnetische Sättigung: Der Flussscheitelwert $\hat{\Phi}$ entspricht dem nominalen Wert des Gleichflusses Φ_N bei Gleichstrombetrieb.

Aus (11.89) folgt, dass der Mittelwert des Drehmoments des wechselspannungsgespeisten Reihenschlussmotors wegen $I_{a,\mathrm{eff}} = I_{aN}$ und $\hat{\Phi} = \Phi_N$ um den Faktor $1/\sqrt{2} = 0.7$ kleiner ist als beim gleichstromgespeisten Reihenschlussmotor. Bei gleicher Abgabeleistung ist der Einphasen-Reihenschlussmotor um ca. $\sqrt{2} - 1 = 40\,\%$ größer zu bauen und damit schwerer. Dieser Nachteil wird wegen des Vorteils, den Reihenschlussmotor direkt am Wechselstromnetz ohne zwischengeschalteten Gleichrichter betreiben zu können, bei Kleinmotoren, die z. B. in Haushaltsgeräten eingesetzt werden, in Kauf genommen.

Fazit:
Das elektromagnetische Drehmoment des Einphasen-Reihenschlussmotors pulsiert zwischen Null und dem doppelten Mittelwert mit doppelter Netzfrequenz (Abb. 11.42c). Die elektromagnetische Ausnutzung dieses Motors ist im Vergleich zum Gleichstrom-Reihenschlussmotor um etwa 30 % kleiner ($1 - 0.7 = 0.3$).

b) Kommutierung beim Einphasen-Reihenschlussmotor: Der Hauptfluss des Einphasen-Reihenschlussmotors pulsiert mit Netzfrequenz. Die gerade kommutierende Ankerspule, kurzgeschlossen über die Bürsten (Abb. 11.43a), ist mit dem Hauptfluss $\Phi(t) = \hat{\Phi} \cdot \sin(\omega t)$ vollständig verkettet, so dass dieser während der Kommutierung transformatorisch eine Wechselspannung in die Spule induziert, die transformatorische Funkenspannung u_{Tr} (Abb. 11.43).

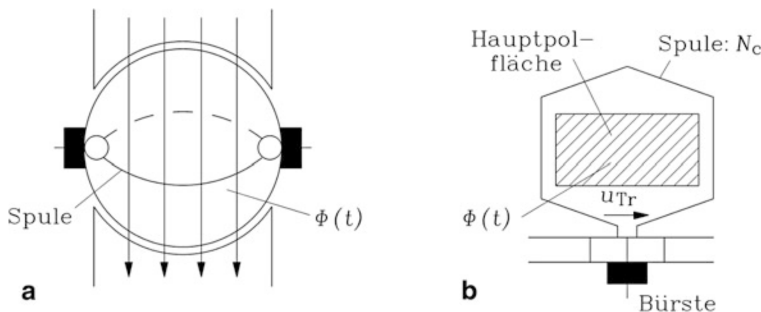


Abb. 11.43 Transformatorische Funkenspannung: (**a**) Die über die Bürste kurzgeschlossene kommutierende Ankerspule ist voll mit dem Hauptfluss $\Phi(t)$ verkettet. Da der Fluss mit Netzfrequenz pulsiert, induziert er transformatorisch eine Spannung u_{Tr} in der Spule. (**b**) In der Draufsicht erkennt man am Beispiel der Schleifenwicklung, dass die kommutierende Ankerspule den Fluss des Hauptpols voll umfasst

$$u_{\mathrm{Tr}}(t) = -N_{\mathrm{c}} \cdot d\Phi(t)/dt = -N_{\mathrm{c}} \cdot \omega \cdot \hat{\Phi} \cdot \frac{p}{a} \cdot \cos(\omega t)$$

$$u_{\mathrm{Tr}}(t) = \hat{U}_{\mathrm{Tr}} \cdot \cos(\omega t) \tag{11.90}$$

$$\hat{U}_{\mathrm{Tr}} = 2\pi f \cdot N_{\mathrm{c}} \cdot \hat{\Phi} \cdot \frac{p}{a} \quad \Rightarrow \quad \Phi(t) \sim i_{\mathrm{a}}(t) \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_{\mathrm{Tr}} \sim -j\omega\underline{I}_{\mathrm{a}} \tag{11.91}$$

Bei der Wellenwicklung liegen bei nur zwei aufgesetzten Bürsten A und B zum Kommutierungszeitpunkt p/a Spulen in Serie im Bürstenkurzschluss zwischen zwei benachbarten Kommutatorlamellen, bei der Schleifenwicklung stets nur eine Spule ($p = a$). Diese transformatorische Funkenspannung treibt neben den beiden bereits bei der Gleichstrommaschine während der Kommutierung aufgetretenen Spannungen u_{W} und u_{R} in der kurzgeschlossenen Spule einen zusätzlichen Kurzschlussstrom, der am Ende der Kommutierungsphase beim Öffnen des Bürsten-Segment-Kontakts abgerissen wird und wegen des hohen di/dt mit der Spuleninduktivität eine hohe Schaltspannung erzeugt. Sie zündet einen Schaltfunken, der den von der Reaktanz- und Rotationsspannung u_{R} und u_{W} bewirkten Funken verstärkt.

Fazit:
Der Einphasen-Reihenschlussmotor kommutiert wegen der zusätzlichen transformatorischen Funkenspannung deutlich schlechter als der gleichstromgespeiste Reihenschlussmotor.

Die transformatorische Funkenspannung ist gemäß (11.91) um 90° gegenüber dem Ankerstrom phasenverschoben. Wenn die transformatorische Funkenspannung maximal ist, sind der Ankerstrom und daher das von ihm erregte Wendepolfeld gerade Null, und es kann keine die Kommutierung unterstützende Wendefeld-Gegenspannung in die kommutierende Ankerspule induziert werden. Man muss daher diese Phasenverschiebung gemäß (11.93) berücksichtigen, wie es im Folgenden erläutert wird.

Der Einphasen-Reihenschlussmotor wird auch als Lokomotivantrieb verwendet (siehe Abschn. c)). Für diese großen Bahnmaschinen mit mehreren 100 kW Leistung wurde eine zusätzliche Kommutierungshilfe von Behn-Eschenburg erfunden. Parallel zur Wendepolfeldwicklung wird ein Shunt-Widerstand R geschaltet, der eine Phasendrehung des Stroms $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ in der Wendepolwicklung bewirkt (Abb. 11.44). Aufgrund von R fließt durch die Wendepolwicklung nun nicht mehr $\underline{I}_{\mathrm{a}}$, sondern $\underline{I}_{\mathrm{W}}$. Bei Vernachlässigung des ohm'schen Widerstands der Wendepolwicklung R_{W} gegenüber der Reaktanz ωL_{W} der Wendepolspulen gilt:

$$\underline{I}_{\mathrm{W}} = \underline{I}_{\mathrm{a}} \cdot \frac{R}{R + j\omega L_{\mathrm{W}}}. \tag{11.92}$$

Der Wendepolstrom $\underline{I}_{\mathrm{W}}$ eilt dem Ankerstrom $\underline{I}_{\mathrm{a}}$ nach, somit auch das von ihm erregte Wendepolfeld $\underline{B}_{\mathrm{W}} \sim \underline{I}_{\mathrm{W}}$ und die in der kommutierenden Ankerspule rotatorisch induzierte Wendefeldspannung $\underline{U}_{\mathrm{W}} = k_{\mathrm{W}} n \underline{I}_{\mathrm{W}}$ (vgl. (11.47)). Diese ist wegen der Bewegungsinduktion in Phase mit dem Wendepolfeld. Die Wendefeldspannung $\underline{U}_{\mathrm{W}}$ kann gedanklich in

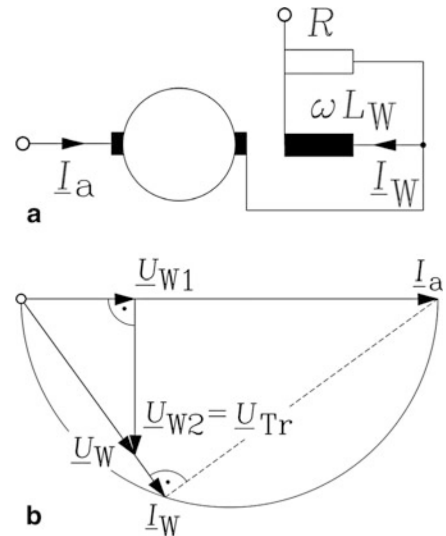


Abb. 11.44 Phasendrehung der Wendefeldspannung $\underline{U}_W$ durch Shuntung der Wendepolwicklung mit dem Widerstand R, um die transformatorische Funkenspannung $\underline{U}_{Tr}$ zu kompensieren. (**a**) Schaltung, (**b**) Zeigerdiagramm

eine mit dem Ankerstrom in Phase liegende Komponente $\underline{U}_{W1}$ und in eine mit $-j\underline{I}_a$ in Phase liegende Komponente $\underline{U}_{W2}$ zerlegt werden (Abb. 11.44b).

$$\underline{U}_W = \underline{U}_{W1} + \underline{U}_{W2} \tag{11.93}$$

Der Anteil $\underline{U}_{W1} \sim k_W n \underline{I}_a$ kompensiert die Reaktanzspannung $\underline{U}_R = k_R n \underline{I}_a$ gemäß (11.48) mit $\underline{U}_{W1} - \underline{U}_R = 0$, während der Anteil $\underline{U}_{W2} \sim -jk_W n \underline{I}_a$ bei geeigneter Wahl der Wendepol-Wicklungsparameter die transformatorische Funkenspannung $\underline{U}_{Tr} \sim -j\omega \underline{I}_a$ kompensiert: $\underline{U}_{W2} - \underline{U}_{Tr} = 0$. Leider wirkt diese Kompensation nur bei einer bestimmten Drehzahl (z. B. bei der Bemessungsdrehzahl), da die transformatorische Funkenspannung nicht drehzahlabhängig ist, sondern nur vom Ankerstrom als veränderlicher Betriebsgröße abhängt, die Wendefeldspannung $\underline{U}_{W2}$ aber drehzahl- und ankerstromabhängig ist. Beim Anfahren der Lokomotive ($n = 0$) erfolgt überhaupt keine Kompensation von $\underline{U}_{Tr}$, da die Wendefeldspannung Null ist. Der Anfahrstrom ist aber hoch, sodass die transformatorische Funkenspannung hoch ist. Der von ihr getriebene Spulenkurzschlussstrom überschreitet dann die zulässige Bürstenstromdichte deutlich. Die Bürsten glühen bei einem länger dauernden Anfahrvorgang „kirschrot“ infolge der Erhitzung. Dadurch tritt erhöhte Bürstenabnutzung auf. Einphasen-Reihenschlussmaschinen sind daher i. A. wartungsbedürftiger als vergleichbare Gleichstrom-Reihenschlussmaschinen.

c) Der Einphasen-Reihenschluss-Bahnmotor: Einphasen-Reihenschluss-Motoren eignen sich aufgrund ihrer Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik gut für die Traktion. Die Stromübertragung in der Fahrleitung kann mit Wechselspannung erfolgen und erlaubt daher eine hohe Fahrdrahtspannung (z.B. 15 kV). Allerdings muss der Bahnmotor eine besondere Bauform haben, damit die transformatorische Funkenspannung den Erfahrungswert 3 V

(Effektivwert) rechnerisch nicht überschreitet, wenn in der Maschine Bemessungsstrom fließt. Bemessungsstrom bei den Bahnantrieben ist der „Ein-Stunden-Strom“, dessen Größe der Motor eine Stunde führen kann, bis seine Wicklung die zulässige Temperaturgrenze der verwendeten Isolierstoffe erreicht. Um die transformatorische Funkenspannung klein zu halten, muss gemäß (11.91)

1. die Netzfrequenz niedrig sein. Daher wurde in Deutschland, Österreich, der Schweiz und Norwegen die Bahnnetzfrequenz 16 2/3 Hz (heute 16.7 Hz) anstelle 50 Hz für Bahnstromnetze gewählt.
2. die Spulenwindungszahl N_c klein sein. Daher haben Bahnmotoren einwindige Spulen ($N_c = 1$, „Stabwicklung“).
3. der Fluss pro Pol $\hat{\Phi}$ kleiner als 0.04 Wb bei 16 2/3 Hz sein, damit 3 V nicht überschritten werden. Daher sind Bahnmotoren hochpolig ausgeführt (typisch $2p = 14$) mit einem kleinen Fluss pro Pol, um das geforderte Moment zu erzeugen.
4. p/a möglichst klein sein, also 1. Daher haben Bahnmotoren eine Schleifenwicklung.

Beispiel 11.22

Bestimmen Sie mit den folgenden Betriebsgrößen und Motorparametern die transformatorische Funkenspannung eines Einphasen-Reihenschluss-Bahnmotors: $f = 16.66$ Hz, $p/a = 1$, $N_c = 1$, $\hat{\Phi} = 0.04$ Wb! Ändert sich diese Spannung mit der Motordrehzahl, solange der Hauptfluss konstant ist?

Lösung:
$\hat{U}_{Tr} = 2\pi f \cdot N_c \cdot \hat{\Phi} \cdot \frac{p}{a} = 2\pi \cdot 16.66 \cdot 1 \cdot 0.04 \cdot 1 = 3$ V. Diese Spannung ändert sich bei konstantem Hauptfluss mit der Drehzahl nicht.

Da Bahnmotoren keinen großen Platzbedarf haben dürfen, sind sie sehr kompakt gebaut und daher mit hoher Leistungsdichte ausgelegt. Folglich sind sie kompensiert, um das Limit der lokalen Segmentspannung nicht zu überschreiten (Abb. 11.45). Wegen des pulsierenden Moments sind zwischen den Treibrädern der Lokomotive und dem Motor Gummi- oder Federtopfelemente angebracht, die als mechanische Speicher dienen und das vom Motor erzeugte Wechselmoment an der Radsatzwelle vergleichmäßigen. Neuere Lokomotivantriebe werden wegen all dieser Nachteile mit den wesentlich robusteren und kleineren umrichtergespeisten Asynchronmaschinen ausgerüstet. Doch sind die Einphasen-Reihenschluss-Motoren zur Zeit noch in zahlreichen älteren E-Lokomotiven im Einsatz. Das moderne Antriebssystem mit umrichtergespeisten Asynchronmaschinen „leidet“ in Deutschland, Österreich, der Schweiz und Norwegen heute noch unter der einstmals wegen der transformatorischen Funkenspannung bei Reihenschluss-Bahnmotoren eingeführten Frequenz von 16.7 Hz (ursprünglich: 16 2/3 Hz). Man kann zwar den Asynchronmotor „vernünftig klein“ bauen, weil er über einen Umrichter wie jede frequenzgesteuerte Asynchronmaschine angesteuert wird. Jedoch fallen alle induktiven

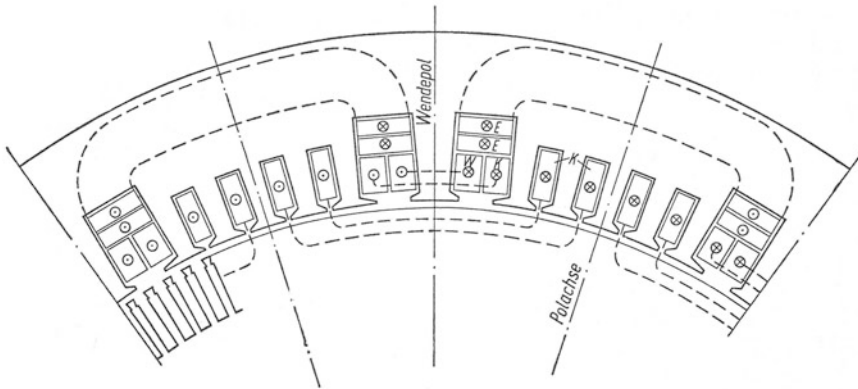


Abb. 11.45 Blechschnitt eines Einphasen-Reihenschluss-Bahnmotors (zwei Polteilungen dargestellt). E: Erregerwicklung, K: Kompensationswicklung, W: Wendepolwicklung (Quelle: Reiser 1970)

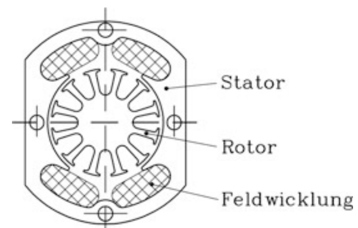
Komponenten, die vor dem Gleichspannungs-Zwischenkreis liegen, deutlich größer aus als vergleichbare 50 Hz-Module. Beispielsweise benötigen die auf der Lokomotive mitzuführenden Transformatoren wegen $\underline{U} \sim \omega\underline{\Phi}$ bei nur einem Drittel der Kreisfrequenz ω bei 50 Hz bei gleicher Spannung $\underline{U}$ den dreifachen Fluss, was den dreifachen Querschnitt der Trafo-Blechkerne nach sich zieht. Die induktiven Komponenten sind also deutlich schwerer bei einer Bemessung für 16.7 Hz als für 50 Hz.

d) Der Universalmotor – ein Kleinmotor: Im Haushalt und in Gewerbebetrieben steht i. A. nur Wechselspannung zur Verfügung. Hier eignet sich der wechselspannungsgespeiste Reihenschlussmotor als Antriebsmotor für kleinere industrielle Bearbeitungsmaschinen, Heimwerkergeräte, Haushaltsgeräte wie Staubsauger, Mixer, etc. vorzüglich wegen seines großen Anfahrmoments und seiner hohen Maximaldrehzahl. Staubsaugermotoren erreichen hohe Betriebsdrehzahlen von bis zu 30000 … 40000/min. Wegen der kleinen Leistung (< 2 kW) und der geringen Betriebsstundenzahl während der Gerätelebensdauer sind diese Maschinen ohne Wendepole ausgeführt. Die Standzeit der Bürsten ist trotz der schlechten Kommutierung i. A. größer als die Lebensdauer des Geräts. Die Bauweise ist ganz auf die Massenfertigung ausgerichtet, die vollautomatisch erfolgt, ebenso wie die Kommutierungsprüfung. Bemessen für 230 V, 50 Hz, sind die Universalmotoren in der Regel zweipolig, mit einfachen Hakenkommutatoren, zwei Bürsten, einer einfachen Lagerung des Läufers und einer Läuferwicklung mit wenigen Ankernuten und Runddrahtspulen ausgeführt (Abb. 11.46).

11.10 Die Unipolarmaschine

An Hand der Faraday'schen Scheibe (Abb. 1.19) ist erkennbar, dass das Magnetfeld nur in einer Richtung, also unipolar, durch den rotierenden Teil, nämlich die leitfähige Scheibe,

Abb. 11.46 Blechschnitt eines zweipoligen Universalmotors (Quelle: Fischer 2004)



die den Anker darstellt, tritt. Der Rückschluss des Felds findet außerhalb der Scheibe statt. Die Funktionsweise dieser scheibenartigen Maschine hinsichtlich der Spannungsinduktion wurde in Kap. 1 bereits erläutert. Dieser einfache Prototyp einer Unipolarmaschine in Scheibenbauweise zeigt alle wesentlichen Elemente einer typischen Unipolarmaschine:

- die unipolare Feldrichtung im Aktivteil der Maschine,
- den Rückschluss des Felds außerhalb des Aktivteils,
- die induzierte Gleichspannung in der Ankerwicklung, sodass die Unipolarmaschine eine „echte" Gleichstrommaschine ist, die keinen Gleichrichter (Kommutator) benötigt,
- das Verwenden von Gleitkontakten zum Abgriff der Ankergleichspannung,
- keine Möglichkeit einer Serienschaltung von Ankerspannungen innerhalb der Maschine, sodass die Ankerspannung U_a i. A. sehr niedrig ist und bei hohen Leistungen P daher hohe Ankergleichströme $I_a = P/U_a$ fließen.

Übrigens werden im englischen Sprachraum die Unipolarmaschinen auch als „homopolar machines" bezeichnet, obwohl Homopolarmaschinen eine etwas unterschiedliche Ausführung darstellen (vgl. Abschn. 10.3).

Eine technische Realisierung der Unipolarmaschine als Scheibentyp zeigt Abb. 11.47a. Die Ankerspannung ist relativ klein, da die Scheibe wie ein einziger Ankerleiter wirkt. Beim technisch überwiegend eingesetzten Trommeltyp (Abb. 11.47b) mit der axialen Aktivlänge l sind diese am Umfang verteilten Ankerleiter alle parallel zu schalten, da die bei der Drehzahl n induzierte Ankerleiter-Spannung $U_i = v \cdot B_\delta \cdot l$ $(B_\delta = B(r_{si}), v = 2r_{si}\pi n)$ in allen Leitern wegen der unipolaren radialen Feldrichtung dieselbe Polarität hat. Bei einer Serienschaltung aller Ankerleiter würden sich daher die Ankerleiter-Spannungen in Summe aufheben. Eine Leistungserhöhung ist folglich nur über einen großen Ankerstrom möglich, aber der muss dann über ein großes Bürsten-Schleifringsystem mit entsprechend hohen elektrischen und mechanischen Bürstenverlusten abgenommen werden. Da die Dauer-Stromdichte in Kohlebürsten mit ca. 12 A/cm^2 im Vergleich zu zulässigen Leiterstromdichten in Kupfer etwa um den Faktor 100 kleiner und daher relativ niedrig ist, sind die stromtragenden Querschnitte des Bürstenapparats bei größeren Bemessungsleistungen sehr groß, was zu hohen Reibungsverlusten führt. Gleichzeitig führt mit dem Bürstenspannungsfall U_b der hohe Ankerstrom I_a zu großen elektrischen Bürstenübergangsverlusten $U_b I_a$. Es nützt übrigens nichts, den Anker ruhen und für die Spannungsinduktion den Erregerteil rotieren zu lassen, um diesen großen Bürstenapparat zu vermeiden. Da die

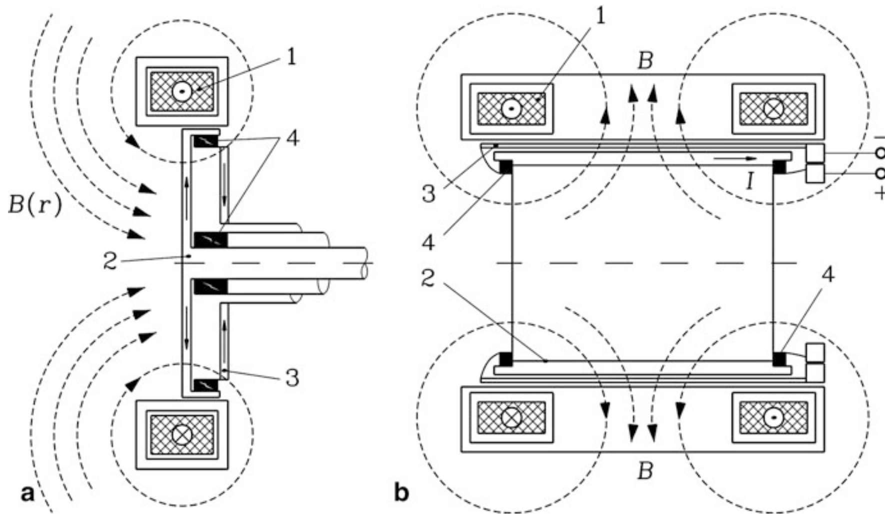


Abb. 11.47 Supraleitende Unipolarmaschine: (**a**) Scheibentyp, (**b**) Trommeltyp 1: Supraleiter-Erregerspule mit Kryostat, 2: rotierende Scheibe bzw. Trommel mit der Ankerwicklung, 3: ruhende leitfähige Reaktionsscheibe bzw. Reaktionszylinder für die Stromrückführung zur Kompensation des Ankerfelds, 4: Stromabnahme über Gleitkontakte (z. B. Kohlebürsten) (Quelle: Komarek 1995)

Ankerleiter ruhen, ist $\Omega_{\mathrm{m}} = 2\pi n = 0$, sodass die bewegungsinduzierte Spannung Null ist. Die transformatorisch induzierte Spannung ist aber ebenfalls Null, ($u_{\mathrm{i}} \sim -\partial B/\partial t = 0$), da erstens das Ständerfeld ein Gleichfeld ist und zweitens aufgrund der Rotationssymmetrie der Feldverteilung (B hängt nur vom Radius r, aber nicht vom Umfangswinkel γ_{m} ab) die ruhenden Ankerleiter keine zeitliche Magnetfeldänderung erfahren, wenn der Ständer rotiert.

Der Rückschluss des über Ringspulen erregten Ständerfelds erfolgt außerhalb des Aktivteils der Maschine über ein z. B. massiv ausgeführtes Ständer-Eisenjoch und links und rechts durch die ferromagnetischen Lagerschilde und die Maschinenwelle (in Abb. 11.47 nicht dargestellt). Da der Fluss ein Gleichfluss ist, treten keine Wirbelströme auf, und diese Konstruktionsteile können massiv ausgeführt werden. Die flussführenden Querschnitte müssen für den Jochfluss $\Phi_{\mathrm{y}} = d_{\mathrm{si}}\pi \cdot B_{\delta} \cdot l/2$, das ist der halbe Maschinenfluss (vgl. Abb. 11.47b), bemessen sein, was entsprechend schwere massiveiserne Lagerschilde und eine ausreichend dicke Welle erfordert. Solche Unipolarmaschinen sind folglich schwer. Weiter rotieren die ferromagnetischen, elektrisch leitfähigen Wälzkörper im Rückschlussfeld der Lagerschilde, da sich das Feld über Lagerschilde, Lager und Welle zurück schließt. Die in den Wälzkörpern induzierten Spannungen können die Lager schädigende Lagerströme treiben, sodass fallweise teure Hybridlager mit keramischen Wälzkörpern erforderlich sein können. Zur Kompensation des Ankerfelds werden elektrisch leitfähige Reaktionsscheiben (Abb. 11.47a) bzw. Reaktionszylinder (Abb. 11.47b) als ruhende Stromrückführungen den Bürsten nachgeschaltet. In sie wird keine Spannung induziert,

da sie sich nicht bewegen. Das von ihnen erregte Eigenfeld kompensiert aufgrund der entgegengesetzten Stromflussrichtung das Eigenfeld der rotierenden Ankerleiter. Wegen des großen Bürstenapparats mit dessen dominanten Reibungs- und Stromübergangsverlusten ist der Wirkungsgrad der Unipolarmaschine vergleichsweise niedrig.

In Anbetracht der genannten Nachteile, vor allem wegen der Begrenzung der Ankerspannung, wird die Unipolarmaschine technisch kaum eingesetzt, außer in Sonderfällen, wo eine niedrige Gleichspannung und ein hoher Gleichstrom benötigt werden (Mitcham et al. 1989). Bei elektromagnetisch angetriebenen „Launchern“ oder „Rail-Guns“, die als Linearmotoren mit der Lorentz-Kraft Projektile rasch beschleunigen sollen, werden zur Erzeugung hoher Lorentz-Kräfte hohe Ströme kurzzeitig benötigt. Solche Stoßströme können durch Entladung der elektrischen Energie eines Kondensators oder der magnetischen Energie einer Speicherspule erzeugt werden. Zum Aufladen solcher Speicherspulen werden z. B. Unipolarmaschinen als Generatoren benutzt.

Interessant ist, dass der Einsatz der Supraleitung in elektrischen Maschinen ab ca. 1960 zunächst bei den Erregerwicklungen von Unipolarmaschinen getestet wurde, da dabei keine Stromübertragung auf rotierende Teile erforderlich war, bevor später die rotierenden Erregerspulen großer Synchronmaschinen mit einer entsprechenden Stromübertragung über Gleitkontakte supraleitend ausgeführt wurden (Komarek 1995; Liese 1998). Die ruhenden supraleitenden Erregerspulen der Unipolarmaschinen können leicht in Kryostatbehälter eingeschlossen werden und auf die erforderliche niedrige Supraleitertemperatur (z. B. 4.2 K über dem absoluten Nullpunkt bei NbTi-Supraleitern) gekühlt werden (vgl. Abb. 11.47). Werden die Gleichstromerregerspulen des Ständers aus Supraleiter-Material ausgeführt, so fließt in ihnen der Erregerstrom verlustfrei. Daher kann die Flussdichte am Ort der Ankerleiter B_δ ohne zusätzliche Erregerverluste trotz der eintretenden Eisensättigung gegenüber konventionellen Unipolarmaschinen deutlich erhöht werden (von z. B. 1 T auf 3 T), sodass die induzierte Ankerspannung entsprechend höher wird. Da die höchsten Flussdichten direkt an der Leiteroberfläche der Erreger-Ringspulen auftreten, bedeutet eine Flussdichte $B_\delta = 3\,\mathrm{T}$ am Ort der Ankerleiter an der Oberfläche der Erregerspulen eine deutlich höhere Flussdichte von (je nach Geometrie der Maschine) 8 … 10 T, sodass für NbTi-Supraleiter die kritische Flussdichte unter Gleichstrombedingungen bei 4.2 K Supraleiter-Temperatur erreicht wird. Bei höheren Flussdichten wird das Supraleitermaterial der Ringspulen auch bei 4.2 K, der Kühlung mit siedendem Helium (das HeI genannt wird), normalleitend („Quenchen“ des Supraleiters). Daher ist das Potenzial der Felderhöhung mit dieser Tieftemperatur-Supraleiter-Technologie etwa auf den Faktor 3 begrenzt. Dies und die anderen o. g. Nachteile führten dazu, dass die supraleitende Unipolarmaschine nach ersten Prototypen nicht weiter entwickelt wurde, obwohl auch der Einsatz von Hochtemperatur-Supraleitern erprobt wurde. Um den hohen Flussdichten supraleitend standzuhalten und nicht zu „quenchen“, müssen auch hier Leitertemperaturen von 25 … 35 K gewährleistet werden. So wurde zwar z. B. ein 300 kW-Unipolar-Schiffsantrieb der U.S. Navy, der mit Tieftemperatur-Supraleiter-Erregerspulen aus NbTi ausgerüstet war und eine 4.2 K-Kühlung erforderte, etwa um 1995 auf Hochtemperatur-Supraleiter aus BiSrCaCuO-Bandleiterspulen bei entsprechend

höherer Betriebstemperatur erfolgreich umgerüstet, doch dann auf die wesentlich aussichtsreicheren supraleitenden Synchronmaschinen (mittlerweile im MW-Bereich, vgl. Eckels et al. 2005) gewechselt.

Beispiel 11.23

Zweijähriger Testbetrieb 1971–1972 eines Unipolarmotors vom Trommeltyp im Dampfkraftwerk Fawley, England, als Kesselspeisepumpenantrieb. Daten: 2.4 MW, 200/min, hochsetzendes Getriebe zur Pumpe, supraleitende Ringspulen-Erregerwicklung mit Ringkryostat und HeI-Badkühlung, Ringspule aus NbTi-Leitern gefertigt.

Fazit:
Die Unipolarmaschine ist eine „echte“ Gleichstrommaschine, da auch die Ankerleiter Gleichstrom führen. Ein Kommutator wird nicht benötigt. Wegen der Begrenzung auf niedrige Ankerspannungen ist i. A. der Ankerstrom sehr groß. Wegen des dann erforderlichen großen Bürstenapparats mit seinem großen Wartungsbedarf und den großen Verlusten in den Bürsten hat sich die Unipolarmaschine großtechnisch nicht durchgesetzt.

Im begleitenden Übungsbuch werden in Aufgabe A11.1 zwei stromrichtergespeiste fremderregte Gleichstrommotoren als Hubwerk-Antriebe behandelt, und in A11.2 elektrische Bremsmethoden für fremderregte Gleichstrommaschinen. In A11.3 wird ein Gleichstromreihenschlussmotor als Antrieb eines E-Fahrzeugs berechnet, und in A11.4 ein Gleichstrom-Verbundmotor als Antrieb eins Synchrongenerators für einen Frequenzumformer. In Aufgabe A11.5 werden die Kennlinien eines stromrichtergespeisten Gleichstromantriebs ermittelt, und in A11.6 wird eine kompensierte fremderregte stromrichtergespeiste Gleichstrommaschine als Antriebsmotor mit Berücksichtigung der endlichen Überlappungszeit der Stromrichterventile projektiert. In Aufgabe A11.7 wird die induzierte Ankerspannung näher betrachtet, und in A11.8 eine sechspolige Schleifenwicklung ausgelegt. Aufgabe A11.9 behandelt die stationäre Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie eines fremderregten Gleichstrommotors und Aufgabe A11.10 einen Gleichstrom-Aufzugsmotor. In A11.11 wird ein fremderregter Gleichstromgenerator berechnet, und in den Aufgaben A11.12 bis A11.14 fremderregte Gleichstrommotoren unterschiedlicher Baugröße untersucht. Thema der Aufgabe A11.15 sind die Auslegungsparameter einer Gleichstrommaschine, und in A11.16 wird eine Gleichstrommaschine für den Betrieb auf einem U-Boot behandelt. In A11.17 wird eine Gleichstromnebenschlussmaschine berechnet, und in A11.18 der Einfluss einer langen Motorzuleitung auf das Betriebsverhalten der Maschinen untersucht. In A11.19 wird ein kleiner permanentmagneterregter Gleichstrommotor für 1 kW berechnet.

12 Dynamik elektrischer Maschinen

In diesem Kapitel wird eine Einführung in die Berechnung elektrodynamischer Ausgleichsvorgänge elektrischer Maschinen gegeben (Boldea und Nasar 1986). Dazu wird ein kurzer Überblick über die analytischen und numerischen Lösungsmethoden von Differentialgleichungen gegeben. Eine genauere Behandlung von Lösungsmethoden für gewöhnliche Differentialgleichungen bzw. Differentialgleichungssysteme findet man in der einschlägigen mathematischen Literatur (siehe z. B. Zurmühl 1965; Dirschmid 1992, 1996, Polyanin und Zaitsev 1996). Des Weiteren existieren am Markt zahlreiche Softwarepakete zur numerischen Lösung von linearen und nichtlinearen Differentialgleichungen im Zeitschrittverfahren, wie z. B. Matlab/Simulink®, Dymola/Modelica® und Simplorer®. Die genauere Behandlung der Dynamik elektromagnetischer Ausgleichsvorgänge erfolgt für die Gleichstrommaschine in Kap. 13, für die Asynchronmaschine in Kap. 15 und für die Synchronmaschine in Kap. 16.

12.1 Motivation: Warum benötigen wir eine dynamische Theorie elektrischer Maschinen?

Geregelte Antriebe: Drehzahlveränderbare elektrische Antriebe sind häufig mit einer Drehmoment- und/oder Drehzahlregelung ausgeführt. Um das dynamische Verhalten als Antwort des Antriebs auf rasche Änderungen des Drehmoment- oder Drehzahlsollwerts vorausberechnen zu können, sind dynamische Modelle der elektrischen Maschinen erforderlich.

Ein- und Ausschaltverhalten elektrischer Maschinen: Das Ein- und Ausschalten elektrischer Maschinen am elektrischen Netz hat eine plötzliche Änderung der Klemmenspannung zur Folge. Für die Berechnung der daraus resultierenden Änderungen der Betriebsgrößen der Maschine ist ein dynamisches Maschinenmodell nötig. In gleicher Weise stellen rasche Lastwechsel, Änderungen der Speisefrequenz bei Drehfeldmaschinen

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_12

und Veränderungen der Spannungsamplitude transiente Vorgänge dar, wo eine rechnerische Vorhersage der Reaktion der Maschine mit dynamischen Modellen erforderlich ist, um eine sichere Bemessung zu gestatten.

Fehlerverhalten elektrischer Maschinen: Plötzliche Kurzschlüsse in den Maschinenwicklungen, Leiter-Unterbrechungen in den Maschinenwicklungen, der Bruch von Stäben des Kurzschlusskäfigs, plötzliche Läuferblockaden u. ä. stellen Fehlerfälle beim Betrieb elektrischer Maschinen dar, deren rechnerische Untersuchung für die Auswirkungen der Fehler in der Maschine und im System dynamische Maschinenmodelle erfordern.

Umrichterspeisung: Die Umrichterspeisung stellt eine Versorgung der elektrischen Maschine mit geschalteter Spannung dar. Jeder Schaltvorgang löst eine dynamische Reaktion in der elektrischen Maschine aus. Für die Berechnung der Betriebsgrößen in der Maschine bei Umrichterspeisung wie z. B. der zeitliche Stromverlauf je Strang sind folglich ebenfalls dynamische Maschinenmodelle nötig.

Stabilitätsuntersuchungen: Ungeregelte Gleich- und Wechselstrommaschinen können in bestimmten Betriebspunkten instabiles Verhalten aufweisen. Beispiele dafür sind die Instabilität infolge Flussverlust durch Ankerrückwirkung bei fremd- oder nebenschlusserregten Gleichstrommotoren, der Betrieb von Gleichstrom-Reihenschlussgeneratoren am Batterienetz oder der Betrieb von Asynchronmaschinen mit großem Ständer-Wicklungswiderstand oder bei tiefen Frequenzen. Während die Untersuchung der Stabilität bei kleinen Störungen anhand stationärer Kennlinien (quasistatische Stabilität) nur Aussagen in der Nähe des Arbeitspunkts zulässt („Stabilität im Kleinen“), erlaubt die Verwendung dynamischer Modelle auch Aussagen über die Stabilität bei großen Abweichungen vom Arbeitspunkt.

Fazit:
Für die Untersuchung des Schaltverhaltens elektrischer Maschinen, des Verhaltens beim Auftreten plötzlicher Fehler, des Verhaltens als Regelstrecke, bei Umrichterbetrieb und für Stabilitätsuntersuchungen sind dynamische Modelle der elektrischen Maschine erforderlich.

12.2 Methoden zur Berechnung dynamischer Vorgänge in elektrischen Maschinen

12.2.1 Differentialgleichungen anstelle algebraischer Gleichungen

Unter dem Begriff „Dynamisches Verhalten elektrischer Maschinen“ werden rasche Änderungen elektromechanischer Betriebsgrößen wie der Drehzahl, des Drehmoments, der Spannung, des Stroms etc. verstanden. Am einfachsten ist dies am Beispiel einer Maschinenkomponente zu verstehen, zum Beispiel einer elektrischen Wicklung, die durch ihren

elektrischen Widerstand R und ihre Induktivität L bestimmt ist, z. B. die Erregerwicklung einer Gleichstrommaschine. Anstelle der zeitlich konstanten Gleichstrom-Größen U und I treten nun die „beliebig" zeitlich veränderlichen Größen $u(t)$ und $i(t)$.

$$U = R \cdot I \quad \rightarrow \quad u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot di(t)/dt \tag{12.1}$$

Anstelle der algebraischen Gleichung links muss nun die entsprechende (lineare) Differentialgleichung rechts in (12.1) gelöst werden. Bei Wechsel- und Drehstrommaschinen treten als „häufiger Sonderfall" der linearen Differentialgleichungen wie jene in (12.1) die zeitlich sinusförmig veränderlichen Größen $u(t)$ und $i(t)$ mit konstanter Amplitude, Frequenz und Phasenverschiebung auf. Diese schreiben ansatzgemäß wieder zeitlich sinusförmige Lösungen der Differentialgleichungen vor. Sie erlauben daher die Anwendung der komplexen Wechselstromrechnung (rechts in (12.2)). Im allgemeinen Fall sind die Größen $u(t)$ und $i(t)$ aber zeitlich „beliebig", d.h. es werden für jeden Zeitpunkt Augenblickswerte berechnet, deren zeitlicher Verlauf damit ebenfalls Gegenstand der Rechnung ist (links in (12.2)).

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot di(t)/dt \quad \rightarrow \quad \underline{U} = R \cdot \underline{I} + j\omega L \cdot \underline{I} \tag{12.2}$$

Für die Berechnung der mechanischen Effekte der elektromechanischen Energiewandler werden in den mechanischen Gleichungen nicht nur die zeitlich konstanten Größen der elektromagnetischen Kraft F_e, des elektromagnetischen Drehmoments M_e und der Belastung F_L (oder M_L) an der Welle berücksichtigt, sondern zeitlich sich ändernde Kräfte und Drehmomente $f_e(t)$, $m_e(t)$, $f_L(t)$, $m_L(t)$. Dies führt zu Änderungen der Drehzahl bzw. Winkelbeschleunigung bei rotierenden Systemen oder zu Änderungen der Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung bei linear bewegten Systemen. Das polare Trägheitsmoment J des rotierenden Läufers bzw. die Masse m des linear bewegten Teils bestimmen das mechanische Trägheitsverhalten gegen Geschwindigkeitsänderungen gemäß dem Newton'schen Bewegungsgesetz (12.3) und (12.4), ähnlich wie die Induktivität L das elektrische Trägheitsverhalten gegen die Änderung des Stroms i gemäß des Faraday'schen Induktionsgesetzes bestimmt. Anstelle der stationären Gleichgewichtsbedingungen (links in (12.3) und (12.4)) treten nun die Differentialgleichungen rechts in (12.3) und (12.4).

$$F_e = F_L \quad \rightarrow m \cdot dv(t)/dt = f_e(t) - f_L(t) \tag{12.3}$$

$$M_e = M_L \quad \rightarrow J \cdot d\Omega(t)/dt = m_e(t) - m_L(t) \tag{12.4}$$

In (12.3) und (12.4) sind die mechanische Dämpfungskraft bzw. das mechanische Dämpfungsmoment vernachlässigt. Sie sind geschwindigkeits- bzw. drehzahlproportional und in der Regel klein, sodass sie für viele Fragestellungen bei der Dynamik elektrischer Maschinen vernachlässigt werden.

12.2.2 Lösungsmethodik linearer Differentialgleichungen

Differentialgleichungen in dynamischen Modellen elektrischer Maschinen haben in der Regel nur die Zeit t als Variable und sind somit gewöhnliche Differentialgleichungen (Dirschmid 1992). Beachten Sie, dass für die Lösung spezieller Probleme in räumlich verteilten Strukturen wie z. B. die Berechnung der Wirbelstromdichteverteilung in einem in einem Nutenleiter (vgl. Kap. 6) Differentialgleichungen zu lösen sind, die sowohl die Ortskoordinaten x, y, z als auch die Zeit t als Variable haben und somit partielle Differentialgleichungen sind (z. B. die Maxwell'schen Gleichungen (Prechtl 1995; Hambley 2008)). Für die Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen im Zeitbereich sind Anfangsbedingungen zu berücksichtigen. So muss z. B. der Strom zu Beginn des dynamischen Vorgangs $i(t = 0) = I_0$ bekannt sein, um die Differentialgleichung lösen zu können. Wir sprechen von linearen Differentialgleichungen, wenn für den Fall, dass $i_1(t)$ und $i_2(t)$ Lösungen sind, auch deren gewichtete Summe $i_3(t) = C_1 \cdot i_1(t) + C_2 \cdot i_2(t)$ eine Lösung der Differentialgleichung ist (Polyanin und Zaitsev 1996). In (12.5) hängen zwar die Parameter $R(t)$ und $L(t)$ von der Zeit ab, trotzdem ist die Differentialgleichung linear.

$$R(t) \cdot i(t) + L(t) \cdot di(t)/dt = 0 \tag{12.5}$$

Beweis: $R(t) \cdot i_1(t) + L(t) \cdot di_1(t)/dt = 0$ und $R(t) \cdot i_2(t) + L(t) \cdot di_2(t)/dt = 0$:

$$\begin{aligned} &R(t) \cdot i_3(t) + L(t) \cdot di_3(t)/dt = \\ &\quad = C_1 \cdot \left[R(t) \cdot i_1(t) + L(t) \cdot di_1(t)/dt\right] + C_2 \cdot \left[R(t) \cdot i_2(t) + L(t) \cdot di_2(t)/dt\right] = \\ &\quad = 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

□

In (12.5) ist die Unbekannte $i(t)$ auf der linken Seite in jedem Term enthalten, die rechte Seite der Differentialgleichung Null. Diese lineare Differentialgleichung ist homogen. Wenn die rechte Seite eine vorgegebene äußere Größe, z. B. die Spannung $u(t)$ enthält, ist die Differentialgleichung inhomogen.

$$R(t) \cdot i(t) + L(t) \cdot di(t)/dt = u(t) \neq 0 \tag{12.6}$$

In diesem Fall kann die Lösung der linearen Differentialgleichung in zwei Teillösungen zerlegt werden, nämlich in die („homogene“) Lösung der homogenen Gleichung, und in die („partikuläre“) Lösung der inhomogenen Gleichung. Da die Differentialgleichung linear ist, ist die Summe aus homogener und partieller Lösung die resultierende Lösung der inhomogenen Differentialgleichung. Eine alternative Methode zur Lösung von (linearen) Differentialgleichungen ist die Anwendung der Laplace-Transformation, die nachfolgend besprochen wird (Dirschmid 1992, 1996).

Beispiel 12.1

Die lineare Differentialgleichung $R(t) \cdot i(t) + L(t) \cdot di(t)/dt = u(t)$ soll allgemein gelöst werden.

- homogene Lösung der Differentialgleichung i_h:

$$R(t) \cdot i_\mathrm{h}(t) + L(t) \cdot di_\mathrm{h}(t)/dt = 0$$

- partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung i_p:

$$R(t) \cdot i_\mathrm{p}(t) + L(t) \cdot di_\mathrm{p}(t)/dt = u(t)$$

Die resultierende Lösung ist: $i(t) = i_\mathrm{h}(t) + i_\mathrm{p}(t)$.

Beweis:

$$\begin{array}{c} \left.\begin{array}{l} R(t) \cdot i_\mathrm{h}(t) + L(t) \cdot di_\mathrm{h}(t)/dt = 0 \\ R(t) \cdot i_\mathrm{p}(t) + L(t) \cdot di_\mathrm{p}(t)/dt = u(t) \end{array}\right\}+ \\ \hline R(t) \cdot \left(i_\mathrm{h} + i_\mathrm{p}\right) + L(t) \cdot d\left(i_\mathrm{h} + i_\mathrm{p}\right)/dt = u(t) \end{array} \quad \square$$

a) Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten: In (12.5) variieren die Koeffizienten $R(t)$ und $L(t)$ mit der Zeit t und sind daher nicht konstant. Einfacher ist die Untergruppe mathematischer Problemstellungen, wo die Koeffizienten (zeitlich) konstant sind: $R(t) = R$, $L(t) = L$. Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten haben als Lösungsfunktionen Linearkombinationen von Exponentialfunktionen $A \cdot e^{B \cdot t}$ und damit auch von Sinus- und Kosinus-Funktionen bzw. Hyperbel-Sinus- und Hyperbel–Kosinus-Funktionen, da diese sich durch Kombinationen von Exponentialfunktionen darstellen lassen (Dirschmid 1992, 1996).

Beispiel 12.2

Die mit dem Gleichstrom I_f durchflossene Erregerwicklung einer fremderregten Gleichstrommaschine wird plötzlich vom speisenden Gleichstromnetz getrennt und kurzgeschlossen: $u_\mathrm{f}(t) = 0$. Die Zeitfunktion der Stromabnahme $i_\mathrm{f}(t)$ aufgrund der Stromwärmeverluste im elektrischen Widerstand der Erregerwicklung R_f soll berechnet werden:
$R_\mathrm{f} \cdot i_\mathrm{f}(t) + L_\mathrm{f} \cdot di_\mathrm{f}(t)/dt = u_\mathrm{f} = 0$, Anfangsbedingung: $i_\mathrm{f}(0) = I_\mathrm{f}$

- Lösung der (homogenen) Differentialgleichung:

$$i_\mathrm{f}(t) = C \cdot e^{\lambda t}:$$
$$0 = R_\mathrm{f} \cdot C \cdot e^{\lambda t} + L_\mathrm{f} \cdot d\left(C \cdot e^{\lambda t}\right)/dt = R_\mathrm{f} \cdot C \cdot e^{\lambda t} + L_\mathrm{f} \cdot \lambda \cdot C \cdot e^{\lambda t}$$
$$R_\mathrm{f} + L_\mathrm{f} \cdot \lambda = 0 \;\Rightarrow\; \lambda = -R_\mathrm{f}/L_\mathrm{f} = -1/T$$

- Die Anfangsbedingung legt die Integrationskonstante C fest.

$$i_f(0) = I_f = C \cdot e^{\lambda \cdot 0} = C$$

Lösungsfunktion: $i_f(t) = I_f \cdot e^{-\frac{t}{T}}$, Zeitkonstante für die Abnahme des Stroms: $T = L_f/R_f$.

Beispiel 12.3

Die zuvor stromlose Erregerwicklung einer fremderregten Gleichstrommaschine wird an die speisende Gleichspannung U_f geschaltet: $u_f(t) = U_f$. Die Zunahme des Stroms in der Erregerwicklung $i_f(t)$ soll berechnet werden. Die Anfangsbedingung lautet $i_f(0) = 0$.

$$R_f \cdot i_f(t) + L_f \cdot di_f(t)/dt = u_f(t) = U_f$$

- Homogene Lösung der homogenen Differentialgleichung:

$$i_h(t) = C \cdot e^{\lambda t} \rightarrow R_f + L_f \cdot \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -R_f/L_f = -1/T$$

- Partikuläre Lösung der inhomogenen Differentialgleichung: Da die „rechte Seite“ eine Konstante ist, wird auch die partikuläre Lösung als Konstante K angesetzt.

$$i_p(t) = K \quad \rightarrow \quad R_f \cdot K + L_f \cdot dK/dt = U_f \quad \rightarrow \quad K = U_f/R_f$$

- Die Anfangsbedingung legt die Integrationskonstante C fest.

$$i_f(0) = i_h(0) + i_p(0) = C \cdot e^0 + K = 0 : \quad C = -K$$

Lösungsfunktion: $i_f(t) = i_h(t) + i_p(t) = \frac{U_f}{R_f} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$,
Zeitkonstante: $T = L_f/R_f$.

b) Laplace-Transformation: Die Laplace-Transformation transformiert eine Originalfunktion $f(t)$, die für $t > 0$ definiert und für $t \leq 0$ „Null“ ist, aus dem originalen Zeitbereich (t-Bereich) in eine Funktion $F(\underline{s})$ im $\underline{s}$-Bereich (Bildbereich). Werden lineare Differentialgleichungen Laplace-transformiert, so gehen sie in algebraische Gleichungen mit der komplexen Variablen $\underline{s} = \alpha + j \cdot \omega$ über. Die Anfangsbedingung ist aufgrund der Eigenschaft $f(t) = 0$, $t \leq 0$ bereits in der algebraischen Gleichung enthalten. Durch die inverse Laplace-Transformation kann man aus einer Funktion $F(\underline{s})$ im Bildbereich die eindeutig zugeordnete Funktion $f(t)$ im Zeitbereich zurückgewinnen.

Die Laplace-Transformierte $F(\underline{s})$ der oben definierten Zeitfunktion $f(t)$ ist definiert durch die Transformationsvorschrift

$$F(\underline{s}) = L\{f(t)\} = \int_{t=0}^{\infty} f(t) \cdot e^{-\underline{s} \cdot t} \cdot dt. \tag{12.7}$$

Die Zeitfunktion $f(t)$ korrespondiert mit der Laplace-Transformierten $F(\underline{s})$.

$$f(t) \leftrightarrow F(\underline{s}) \tag{12.8}$$

Tab. 12.1 Laplace-Transformierte einiger elementarer mathematischer Funktionen

$f(t)$, $t > 0$ und Null, $t \leq 0$	$F(\underline{s})$
K	$K/\underline{s}$
t	$1/\underline{s}^2$
$t^n,\ n = 1, 2, 3, \ldots$	$\dfrac{n!}{\underline{s}^{n+1}}$
$e^{b \cdot t}$	$\dfrac{1}{\underline{s} - b}$
$\sin(b \cdot t)$	$\dfrac{b}{\underline{s}^2 + b^2}$
$\cos(b \cdot t)$	$\dfrac{\underline{s}}{\underline{s}^2 + b^2}$
$\sinh(b \cdot t)$	$\dfrac{b}{\underline{s}^2 - b^2}$
$\cosh(b \cdot t)$	$\dfrac{\underline{s}}{\underline{s}^2 - b^2}$

Mit der inversen Laplace-Transformation (Rücktransformation) wird die Zeitfunktion $f(t)$ zur gegebenen komplexwertigen Funktion der Laplace-Transformierten $F(\underline{s})$ mit der Konstanten α zur Festlegung des Integrationswegs in der komplexen $\underline{s}$-Ebene bestimmt.

$$f(t) = L^{-1}\left\{F(\underline{s})\right\} = \frac{1}{2\pi \cdot j} \int\limits_{\underline{s}=\alpha-j\cdot\infty}^{\underline{s}=\alpha+j\cdot\infty} F(\underline{s}) \cdot e^{\underline{s}\cdot t} \cdot d\underline{s} \tag{12.9}$$

Für viele elementare Funktionen der Mathematik sind die Laplace-Transformierten berechnet worden (Tab. 12.1). Die aus dem Transformationsgesetz folgenden Berechnungsvorschriften für Laplace-Transformierte sind in Tab. 12.2 zusammengefasst.

Beispiel 12.4

Wie Beispiel 12.3, jedoch soll nun die Lösung mit der Laplace-Transformation ermittelt werden!

$$R_\mathrm{f} \cdot i_\mathrm{f}(t) + L_\mathrm{f} \cdot di_\mathrm{f}(t)/dt = u_\mathrm{f}(t) = U_\mathrm{f}$$

Anfangsbedingung: $i_\mathrm{f}(0) = 0$.

- Anwendung der Laplace-Transformation:

$$L(i_\mathrm{f}(t)) = I(\underline{s})$$
$$L\left(R_\mathrm{f} \cdot i_\mathrm{f}(t) + L_\mathrm{f} \cdot di_\mathrm{f}(t)/dt\right) = R_\mathrm{f} \cdot I(\underline{s}) + L_\mathrm{f} \cdot \left(\underline{s} \cdot I(\underline{s}) - i_\mathrm{f}(0)\right) =$$
$$= L(U_\mathrm{f}) = U_\mathrm{f}/\underline{s}$$

Die Anfangsbedingung ist bereits in der algebraischen Gleichung im Laplace-Bildbereich enthalten!

Tab. 12.2 Rechenregeln für Laplace-Transformierte

Linearität	$f_1(t) + f_2(t)$	$F_1(\underline{s}) + F_2(\underline{s})$
Linearität	$k \cdot f(t)$	$k \cdot F(\underline{s})$
Ähnlichkeit	$f(t/b)$	$b \cdot F(b \cdot \underline{s})$
Ähnlichkeit	$f(t \cdot c)$	$\frac{1}{c} \cdot F(\underline{s}/c)$
Verschiebung im Zeitbereich	$f(t-\tau)$	$e^{-\underline{s}\cdot\tau} \cdot F(\underline{s})$
Verschiebung im Bildbereich	$f(t) \cdot e^{-b \cdot t}$	$F(\underline{s} + b)$
Differentiation	$df/dt = f'$	$\underline{s} \cdot F(\underline{s}) - f(0)$
	$d^2f/dt^2 = f''$	$\underline{s}^2 \cdot F(\underline{s}) - \underline{s} \cdot f(0) - f'(0)$
	$d^nf/dt^n = f^{(n)}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$	$\underline{s}^n F(\underline{s}) - \underline{s}^{n-1} f(0) -$ $-\underline{s}^{n-2} f'(0) - \ldots - f^{(n-1)}(0)$
Integration	$\int_0^t \int_0^t \ldots f(t) \cdot dt \cdot dt \cdot \ldots$, n-mal	$\frac{1}{\underline{s}^n} \cdot F(\underline{s})$
Faltung	$f_1(t) * f_2(t) =$ $= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t-\tau) \cdot f_2(\tau) \cdot d\tau$	$F_1(\underline{s}) \cdot F_2(\underline{s})$
Grenzwerte	$\lim_{t \to 0+} f(t)$	$\lim_{\underline{s} \to \infty} \underline{s} \cdot F(\underline{s})$
	$\lim_{t \to \infty} f(t)$	$\lim_{\underline{s} \to 0} \underline{s} \cdot F(\underline{s})$

- Lösung der algebraischen Gleichung im Bildbereich:

$$R_f I(\underline{s}) + L_f \cdot \underline{s} I(\underline{s}) = \frac{U_f}{\underline{s}} \quad \to \quad I(\underline{s}) = \frac{U_f}{\underline{s}} \cdot \frac{1}{R_f + \underline{s} L_f} = \frac{U_f}{R_f} \cdot \left(\frac{1}{\underline{s}} - \frac{T}{1 + \underline{s} T} \right)$$

  mit $T = L_f / R_f$.
- Anwendung der inversen Laplace-Transformation mit den Tab. 12.1 und 12.2:

$$1/\underline{s} \leftrightarrow 1 \text{ und } \quad \frac{1}{1 + \underline{s} T} \leftrightarrow \frac{e^{-t/T}}{T}.$$

  Die Lösungsfunktion im Zeitbereich

$$L^{-1}\left(\underline{I}(\underline{s})\right) = i_f(t) = \frac{U_f}{R_f} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

  ist identisch mit der Lösung aus Beispiel 12.3.

12.2.3 Lösungsmethodik für nichtlineare Differentialgleichungen

Die mathematischen Ersatzmodelle elektrischer Maschinen enthalten i. A. nichtlineare Parameter oder Gleichungselemente, z. B.

a) nichtlineare Parameter: wie z. B. die nichtlineare Abhängigkeit der Induktivität einer Wicklung vom erregenden Strom infolge der Sättigung des Eisens: $L(i)$,
b) Produkte zweier Variablen wie z. B. die induzierte Spannung in der Ankerwicklung der Gleichstrommaschine als das Produkt von Drehzahl und Fluss: $u_\mathrm{i}(t) = k \cdot n(t) \cdot \Phi(t)$. In nichtlinearen Gleichungen liefert die Superposition zweier Lösungen dieser Gleichung i. A. keine neue Lösung dieser Gleichung. Dies gilt sowohl für nichtlineare algebraische Gleichungen als auch nichtlineare Differentialgleichungen.

Beispiel 12.5

Mit der Annahme $i = i_1 + i_2$ folgt für eine nichtlinear von i abhängige Induktivität L, da $L(i_1 + i_2) \neq L(i_1) + L(i_2)$ ist:

$$L(i) \cdot i = L(i_1 + i_2) \cdot (i_1 + i_2) = L(i_1 + i_2) \cdot i_1 + L(i_1 + i_2) \cdot i_2 \neq$$
$$\neq L(i_1) \cdot i_1 + L(i_2) \cdot i_2$$

Am Beispiel der willkürlich gewählten nichtlinearen Abhängigkeit $L(i) = K/(1+(i/i_0)^2)$ sieht man dies unmittelbar.

$$L(i) = \frac{K}{1 + (i/i_0)^2} = \frac{K}{1 + (i_1/i_0)^2 + (i_2/i_0)^2 + 2i_1 i_2/i_0^2} \neq$$
$$\neq \frac{K}{1 + (i_1/i_0)^2} + \frac{K}{1 + (i_2/i_0)^2}$$

Die Lösung nichtlinearer Differentialgleichungen mit der Zeit t als unabhängige Variable muss daher in den meisten Fällen mit numerischen Methoden erfolgen, die auf Zeitschrittverfahren mit endlicher Schrittlänge Δt, ausgehend von einem Startwert bei $t = 0$ (Anfangsbedingung), basieren. Es sind unterschiedliche Zeitschrittverfahren zur numerischen Integration nichtlinearer Differentialgleichungen bekannt, z. B. das Verfahren von Euler oder die häufig verwendeten, bei gleicher Schrittweite genaueren Verfahren von Runge-Kutta (Zurmühl 1965). Diese Verfahren setzen voraus, dass das mathematische Problem als ein Satz von (nichtlinearen) gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben werden kann. Sollten zunächst Differentialgleichungen höherer Ordnung vorliegen, so sind diese in einen Satz miteinander gekoppelter Differentialgleichungen erster Ordnung umzuwandeln, bevor diese Zeitschrittverfahren angewendet werden können. Die in diesen Differentialgleichungen enthaltenen Ableitungen erster Ordnung werden beim Verfahren von Euler als Neigung der Tangente an die Funktionen der Lösungen zum betrachteten Zeitpunkt t_1 verstanden. Über den Zeitschritt Δt gelangt man zum nächsten Zeitpunkt $t_2 = t_1 + \Delta t$, und über das Produkt aus Neigung und Zeitschritt erhält man den Zuwachs oder die Abnahme der Lösungsfunktionen zum neuen Zeitpunkt t_2. Durch Addition dieser Zu- oder Abnahme zum Wert der betrachteten Lösungsfunktion im Punkt t_1 wird der Wert der Lösungsfunktion im Punkt t_2 bestimmt. Dies ist natürlich

nur ein Näherungswert, aber er stimmt umso genauer, je kleiner der Zeitschritt gewählt wird, da dann Tangente und Funktion selbst besser übereinstimmen. Allerdings nimmt mit kleiner gewählten Schrittweiten die Rechenzeit zu. Die hier beschriebene, auch Euler-Cauchy-Streckenzug-Verfahren genannte Vorgehensweise ist unter mehreren Verfahren das einfachste und fehlerhafteste, sodass es praktisch nicht genutzt wird (Zurmühl 1965). In höherwertigen Verfahren werden die in diesen Differentialgleichungen enthaltenen Ableitungen erster Ordnung durch Approximationen nachgebildet, die besser sind als die Neigung der Tangente an die Funktionen der Lösungen zum betrachteten Zeitpunkt t_1. Eine hochwertige Approximation liefert z. B. die Methode RK 4 (Runge-Kutta 4), bei der insgesamt vier unterschiedliche Steigungen zur numerischen Integration einer jeweiligen Differentialgleichung erster Ordnung über den Zeitschritt Δt genutzt werden, um zum nächsten Zeitpunkt $t_2 = t_1 + \Delta t$ zu kommen. Dieses Verfahren liefert schon für relativ große Δt brauchbare Ergebnisse, wird aber auch umso genauer, je kleiner der Zeitschritt Δt gewählt wird. Der Vergleich der Ergebnisse paralleler Rechnungen mit ganzer und halber Schrittweite erlaubt eine kompetente Fehlerschätzung, die von der Software ggf. zur automatischen Reduzierung der Schrittweite genutzt werden kann. Alternative Verfahren können trotz ungenauerer Approximationen vergleichbar gute Ergebnisse liefern, wenn sie variable Schrittweiten verwenden. Da mit jeder Rechenmaschine die Zahlen nur auf eine begrenzte Anzahl von Stellen berechnet werden können, ist mit jedem Rechenschritt ein Rundungsfehler verbunden. Daher kann eine zu große Anzahl von Rechenschritten aufgrund einer sehr klein gewählten Schrittweite die Genauigkeit des Rechenergebnisses zufolge des größeren Rundungsfehlers wieder verschlechtern. Es gilt daher stets, eine optimale Schrittweite – angepasst an das gewählte numerische Integrationsverfahren und an die gewählte Zahlendarstellung – zu finden und zu verwenden. Man kann dies z. B. durch Vergleich bekannter analytischer Lösungen ausgewählter nichtlinearer Differentialgleichungen mit den zugehörigen numerischen Lösungen bei unterschiedlichen Zeitschritten überprüfen.

Beispiel 12.6

Die Lösung der nichtlinearen Differentialgleichung 1. Ordnung $R \cdot i(t) + L(i) \cdot di(t)/dt = 0$ mit dem Euler-Verfahren wird skizziert, um den Grundgedanken des numerischen Lösungswegs zu demonstrieren. Für praktische Anwendungen sollten aber höherwertige Verfahren eingesetzt werden. Die Neigung der gesuchten Lösungsfunktion $i(t)$ ist im Startpunkt $t = t_0$ bekannt, ebenso der anfängliche Wert der Lösungsfunktion i_0 als Anfangsbedingung:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R \cdot i(t)}{L(i)} \quad \text{oder} \quad i' = f(i,t) \text{ und } i(t_0) = i_0.$$

Es wird die Zeitschrittlänge $\Delta t = h$ gewählt. Der Zuwachs bzw. die Abnahme der Lösungsfunktion am neuen Zeitpunkt $t_1 = t_0 + h$ ist $\Delta i_0 = f(i_0, t_0) \cdot h$. Daher lautet der

über die Neigung näherungsweise ermittelte Wert der Lösungsfunktion zum Zeitpunkt $t_1 = t_0 + h$:

$$i_1 = i(t_0 + h) \approx i_0 + \Delta i_0.$$

Für den nächsten Zeitpunkt $t_2 = t_0 + h + h = t_1 + h$ wird in gleicher Weise vorgegangen, indem der ermittelte Wert i_1 zur Berechnung von $\Delta i_1 = f(i_1, t_1) \cdot h$ verwendet wird.

$$i_2 = i(t_1 + h) \approx i_1 + \Delta i_1$$

So wird dieses Verfahren fortgesetzt, sodass als allgemeine Berechnungsvorschrift die Formel $i_{n+1} = i_n + h \cdot f(i_n, t_n)$ mit $n = 1, 2, 3, \ldots$ verwendet werden kann. Es werden dazu die näherungsweise ermittelten Werte i_n an den Stellen t_n verwendet anstelle der exakten (aber unbekannten) Funktionswerte $i(t)$. Diese Werte $i_n(t_n)$ stellen die punktweise ermittelte Lösungsfunktion dar, die eine Annäherung an die unbekannte exakte Lösungsfunktion $i(t)$ ist.

Beispiel 12.7

Die Lösung der nichtlinearen Differentialgleichung 1. Ordnung $R \cdot i(t) + L(i) \cdot di(t)/dt = 0$ mit dem Runge-Kutta-Verfahren wird skizziert. Die Neigung der gesuchten Lösungsfunktion $i(t)$ ist im Startpunkt $t = t_0$ bekannt, ebenso der Anfangswert der Lösungsfunktion i_0:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R \cdot i(t)}{L(i)} \qquad \text{oder } i' = f(i, t) \qquad \text{und } i(t_0) = i_0.$$

Es wird die Zeitschrittlänge $\Delta t = h$ gewählt, um den neuen Zeitpunkt $t_1 = t_0 + h$ zu ermitteln. Der Zuwachs bzw. die Abnahme der Lösungsfunktion am neuen Zeitpunkt wird als gewichteter Mittelwert $h \cdot K$ aus den Anstiegen der Lösungsfunktion im Zeitintervall zwischen t_0 und t_1 berechnet. Wir erhalten den Wert der Lösungsfunktion am neuen Zeitpunkt $t_1 = t_0 + h$ gemäß:

$$\begin{aligned}
&i_1 \approx i_0 + h \cdot K, \text{ mit } K = (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6 \text{ und} \\
&k_1 = f(i_0, t_0) \\
&k_2 = f(i_0 + \frac{h}{2} \cdot k_1, t_0 + \frac{h}{2}) \\
&k_3 = f(i_0 + \frac{h}{2} \cdot k_2, t_0 + \frac{h}{2}) \\
&k_4 = f(i_0 + h \cdot k_3, t_0 + h)
\end{aligned}$$

Das Verfahren wird in gleicher Weise fortgesetzt zur Berechnung der Lösungsfunktion beim nächsten Zeitpunkt $t_2 = t_1 + h$ mit $i_2 \approx i_1 + h \cdot K$ und so weiter.

Beispiel 12.8

Vergleich der Verfahren nach Euler und Runge-Kutta für eine nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung mit negativer Dämpfung (negativem R) (Dirschmid 1992). Die Zahlenwerte von R und L sind im Beispiel entgegengesetzt gleich gewählt: $-R = L$. Die Anfangsbedingung lautet: $i(0) = 1$. Auf physikalische Einheiten wird im Beispiel der Einfachheit halber keine Rücksicht genommen.

$$\frac{di}{dt} = i(t), \quad i(0) = 1$$

Für diese lineare Differentialgleichung 1. Ordnung ist die exakte Lösung bekannt ($i(t) = e^t = \exp(t)$), die aufgrund der negativen Dämpfung exponentiell zunimmt. Sie wird mit den numerischen Lösungen verglichen, wenn eine Zeitschrittweite $h = 0.2$ verwendet wird.
Die Abweichung der numerischen Lösung von der exakten Lösungsfunktion ist beim Runge-Kutta-Verfahren deutlich kleiner als beim Euler-Verfahren und erklärt damit den häufigen Einsatz des RK 4-Verfahrens zum Lösen nichtlinearer gewöhnlicher Differentialgleichungssysteme (Tab. 12.3).

Fazit:
Beim Euler-Verfahren ist die Abweichung zwischen dem näherungsweise ermittelten Wert der Lösungsfunktion und deren exaktem Wert proportional zu h, beim Runge-Kutta-Verfahren hingegen proportional zu h^4. Bei Verringerung der Schrittweite nähert sich daher beim Runge-Kutta-Verfahren die numerisch ermittelte Näherungslösung rascher dem exakten Wert als beim Euler-Verfahren. Dies zeigt, dass die numerische Integration von Differentialgleichungen erster Ordnung auf jeden Fall mit höherwertigen Verfahren wie z. B. dem Runge-Kutta 4 durchzuführen ist.

Tab. 12.3 Exakte, analytisch ermittelte Lösung (4. Spalte) und numerisch ermittelte Lösungen im Zeitschrittverfahren (Spalte 2 und 3)

t	$i(t)$ ($h = \Delta t = 0.2$)	$i(t)$ ($h = \Delta t = 0.2$)	$i(t)$ (exakte Lösung)
	Euler	Runge-Kutta	$i(t) = \exp(t)$
0	1.0	1.0	1.0
0.2	1.2	1.2214	1.2214027
0.4	1.44	1.49182	1.4918247
0.6	1.728	1.82211	1.8221188
0.8	2.0736	2.22552	2.2255409
1.0	2.48832	2.71825	2.7182818
1.2	2.98598	3.32007	3.3201169
…	…	…	…

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A12.1 das Einschalten einer Drosselspule an Wechselspannung sowohl analytisch als auch numerisch berechnet, und in A12.2 die Selbsterregung eines Synchrongenerators bei kapazitiver Last. In A12.3 wird der mechanisch gebremste Auslauf rotierender Läufer für unterschiedliche Bremsmomenteigenschaften analytisch und numerisch berechnet, und in A12.4 der quasistationäre asynchrone Schwungmassen-Hochlauf eines Asynchronmotors.

13 Dynamik der Gleichstrommaschine

In diesem Kapitel werden elektromagnetische und mechanische Ausgleichsvorgänge vor allem der fremderregten Gleichstrommaschine behandelt. Die dafür erforderlichen dynamischen Systemgleichungen werden angegeben. Sie werden zur Beschreibung der Gleichstrommaschine in geregelten Antrieben verwendet. In diesem Kapitel wird hauptsächlich die fremderregte Gleichstrommaschine als wichtigster Vertreter drehzahlveränderbarer Gleichstromantriebe in der Industrie besprochen. Die Dynamik der Gleichstrom-Reihenschlussmaschine z. B. als Fahrmotor in der elektrischen Traktion ist ausführlich z. B. in Fischer (1965) dargestellt. Ein grundlegendes Beispiel dazu ist Aufgabe A13.3 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch". Für die Details zur Regelung der Gleichstrommaschine als drehzahlveränderbarer Antrieb wird auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen (z. B. Bühler 1962; Pfaff 1990; Leonhard 1996; Schröder 2009a).

13.1 Dynamische Systemgleichungen der fremderregten Gleichstrommaschine

Die fremderregte Gleichstrommaschine wird zumeist mit Stromrichterspeisung drehzahlveränderbar über eine veränderbare Ankerspannung betrieben, wobei Feld- und Ankerstrom voneinander unabhängig einstellbar sind. Für die dynamischen Systemgleichungen werden folgende Parameter berücksichtigt:

- Für die rotierende Ankerwicklung mit der in Serie geschalteten Wendepol- und Kompensationswicklung der resultierende Ankerwiderstand R_a (wobei der Bürstenübergangswiderstand R_b im Folgenden vernachlässigt wird) und die Ankerinduktivität L_a.
- Für die Erregerwicklung der Wicklungswiderstand R_f und die Induktivität L_f.

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_13

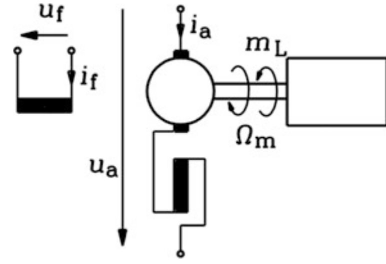


Abb. 13.1 Schematisches Diagramm des Anker- und Feldkreises einer mit einer mechanischen Last gekuppelten fremderregten Gleichstrommaschine

Der zeitlich veränderliche Erregerstrom i_f erregt in der Hauptfeldachse (d-Achse) den Hauptfluss Φ pro Pol (Abb. 13.1). Der zeitlich veränderliche Ankerstrom i_a erregt das Ankerfeld in der Querachse (q-Achse). Daher sind Ankerwicklung und Erregerwicklung magnetisch entkoppelt: Die Gegeninduktivität zwischen Anker- und Erregerwicklung ist Null: $M_{af} = 0$. Lediglich die kommutierenden, über die Bürsten kurzgeschlossenen Spulen werden von einem zeitlich veränderlichen Erregerfeld induziert, da sie in der neutralen Zone liegen. Diese transformatorisch induzierte Funkenspannung verschlechtert die Güte der Kommutierung wegen des erhöhten Bürstenfeuers und wurde bereits im Kap. 11 besprochen. Für die Betrachtung dynamischer Vorgänge hat diese transformatorisch induzierte Funkenspannung keine Relevanz.

Da die Magnetflüsse von Wendepol- und Kompensationswicklung dem Feld der rotierenden Ankerwicklung entgegenwirken, ist die resultierende Ankerinduktivität L_a klein. Die Windungszahl N_f der Erregerwicklung wird i. A. groß gewählt, um den erforderlichen Erregerstrom i_f klein zu halten, sodass die Induktivität L_f groß ist (Budig 1979). Die beiden Spannungsgleichungen für den Anker- und den Feldkreis beschreiben gemeinsam mit der mechanischen Bewegungsgleichung das dynamische Betriebsverhalten der fremderregten Gleichstrommaschine (Abb. 13.1).

Die induzierte Spannung u_i in der rotierenden Ankerwicklung wird gemäß Kap. 11 mit der Maschinenkonstante

$$k_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{z \cdot p}{a} \tag{13.1}$$

berechnet, die die Gesamtleiterzahl im Anker z, die Polzahl $2p$ und die Anzahl paralleler Ankerwicklungszweige $2a$ umfasst. Mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_m und dem Hauptfluss pro Pol erhalten wir

$$u_i(t) = k_2 \cdot \Omega_m(t) \cdot \Phi(i_f) \tag{13.2}$$

und für das elektromagnetische Drehmoment m_e mit dem Ankerstrom i_a

$$m_e(t) = k_2 \cdot i_a(t) \cdot \Phi(i_f). \tag{13.3}$$

Die von außen angelegte Ankerspannung u_a muss der Summe aus Spannungsfall am Ankerwiderstand, induzierter Spannung und der Selbstinduktionsspannung an der Ankerinduktivität $L_a \cdot di_a/dt$ gleich sein.

$$u_{\mathrm{a}}(t) = R_{\mathrm{a}} \cdot i_{\mathrm{a}}(t) + L_{\mathrm{a}} \cdot \frac{di_{\mathrm{a}}(t)}{dt} + u_{\mathrm{i}}(t) \tag{13.4}$$

Die Beschleunigung der Trägheitsmomente des Rotors der elektrischen Maschine J_{M} und der Last J_{L} (bei angenommener starrer Kupplung von E-Maschine und Lastmaschine $J = J_{\mathrm{M}} + J_{\mathrm{L}}$) wird durch die Differenz aus elektromagnetischem Drehmoment und Lastmoment $m_{\mathrm{L}}(t)$ bestimmt. Das (zeitlich veränderliche) Verlustmoment $m_{\mathrm{d}}(t)$ der Gleichstrommaschine (siehe Kap. 11) wird vernachlässigt, sodass wegen $m_{\mathrm{s}}(t) = m_{\mathrm{e}}(t) - m_{\mathrm{d}}(t)$ das Maschinenmoment an der Welle $m_{\mathrm{s}}(t)$ gleich dem Luftspaltmoment $m_{\mathrm{e}}(t)$ ist. Eine elastische Kupplung wie in Kap. 9 wird in diesem Kapitel der Einfachheit halber nicht betrachtet.

$$J \cdot \frac{d\Omega_{\mathrm{m}}}{dt} = m_{\mathrm{e}}(t) - m_{\mathrm{L}}(t) \tag{13.5}$$

Die von außen angelegte Erregerspannung u_{f} ist gleich der Summe aus Spannungsfall am Erregerwicklungswiderstand R_{f} und der Selbstinduktionsspannung an der Erregerwicklungsinduktivität $L_{\mathrm{f}} \cdot di_{\mathrm{f}}/dt$.

$$u_{\mathrm{f}}(t) = R_{\mathrm{f}} \cdot i_{\mathrm{f}}(t) + L_{\mathrm{f}} \cdot \frac{di_{\mathrm{f}}(t)}{dt} \tag{13.6}$$

Werden Anker- und Erregerstrom gleichzeitig verändert, so ergeben sich selbst bei konstanten E-Maschinen-Parametern nichtlineare Differentialgleichungen aufgrund der Produkte von Fluss und Drehzahl bzw. Fluss und Ankerstrom in (13.2) und (13.3). Die Änderung des Drehmoments und der Drehzahl über den Ankerstrom verläuft wegen $L_{\mathrm{a}} << L_{\mathrm{f}}$ viel schneller als über eine Änderung des Erregerstroms. Deshalb wird $i_{\mathrm{f}}(t)$ meist konstant gehalten: $i_{\mathrm{f}}(t) = I_{\mathrm{f}} = \text{konst.}$, und wir erhalten aus (13.6) $u_{\mathrm{f}}(t) = U_{\mathrm{f}} = R_{\mathrm{f}} \cdot I_{\mathrm{f}}$. Wird die Gleichstrommaschine mit konstantem Hauptfluss betrieben, so erhalten wir lineare Differentialgleichungen. Es verbleiben zwei Differentialgleichungen mit den beiden Veränderlichen i_{a} und Ω_{m}.

$$u_{\mathrm{a}}(t) = R_{\mathrm{a}} \cdot i_{\mathrm{a}}(t) + L_{\mathrm{a}} \cdot \frac{di_{\mathrm{a}}(t)}{dt} + k_2 \cdot \Omega_{\mathrm{m}}(t) \cdot \Phi \tag{13.7a}$$

$$J \cdot \frac{d\Omega_{\mathrm{m}}}{dt} = k_2 \cdot i_{\mathrm{a}}(t) \cdot \Phi - m_{\mathrm{L}}(t) \tag{13.7b}$$

Wird entweder i_{a} oder Ω_{m} substituiert, ergibt sich eine resultierende lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten entweder in der Form (13.8) oder (13.9).

$$\frac{d^2 i_{\mathrm{a}}}{dt^2} + \frac{1}{T_{\mathrm{a}}} \cdot \frac{di_{\mathrm{a}}}{dt} + \frac{1}{T_{\mathrm{a}} \cdot T_{\mathrm{m}}} \cdot i_{\mathrm{a}} = \frac{1}{T_{\mathrm{a}} \cdot R_{\mathrm{a}}} \cdot \frac{du_{\mathrm{a}}}{dt} + \frac{1}{T_{\mathrm{a}} \cdot T_{\mathrm{m}}} \cdot \frac{1}{k_2 \Phi} \cdot m_{\mathrm{L}} \tag{13.8}$$

$$\frac{d^2 \Omega_{\mathrm{m}}}{dt^2} + \frac{1}{T_{\mathrm{a}}} \cdot \frac{d\Omega_{\mathrm{m}}}{dt} + \frac{\Omega_{\mathrm{m}}}{T_{\mathrm{a}} T_{\mathrm{m}}} = \frac{u_{\mathrm{a}}}{T_{\mathrm{a}} T_{\mathrm{m}} k_2 \Phi} - \frac{m_{\mathrm{L}}}{T_{\mathrm{a}} J} - \frac{1}{J} \cdot \frac{dm_{\mathrm{L}}}{dt} \tag{13.9}$$

Da die homogene Differentialgleichung (vgl. Kap. 12) das System „Gleichstrommaschine" beschreibt, ist sie für beide Variablen i_a und Ω_m identisch. Sie enthält zwei Zeitkonstanten, die elektrische Ankerzeitkonstante

$$T_a = L_a/R_a \tag{13.10}$$

und die mechanische Zeitkonstante T_m, die nicht nur durch die mechanischen Parameter von E-Maschine und Last J_M, J_L, sondern auch durch den Fluss pro Pol und den Ankerwiderstand bestimmt ist.

$$T_m = \frac{J \cdot R_a}{(k_2 \Phi)^2} \tag{13.11}$$

Fazit:
Die zeitliche Änderung des Ankerstroms und der Drehzahl wird durch die Veränderung der Ankerspannung bewirkt und durch das Lastmoment zusätzlich beeinflusst, was durch die Terme auf der rechten Seite von (13.8) bzw. (13.9) zum Ausdruck kommt.

13.2 Dynamisches Verhalten des elektrischen und mechanischen Subsystems

In der Regel ist die elektrische Zeitkonstante T_a vor allem bei größeren Gleichstrommaschinen deutlich kürzer als die mechanische Zeitkonstante T_m, da diese proportional mit dem Trägheitsmoment des Antriebs steigt, und das Trägheitsmoment wieder überproportional mit steigender Baugröße zunimmt. Auch bei kleinen Antrieben kann T_a/T_m deutlich kleiner als Eins sein, wenn das Trägheitsmoment der Lastmaschine deutlich größer als das der Gleichstrommaschine ist. Ein typisches Größenverhältnis von T_a/T_m ist bei Antrieben mittlerer Größe im zig-kW-Bereich etwa 1:10, wenn Last- und Maschinenträgheitsmoment etwa gleich groß sind. Daher kann in erster Nährung für die Betrachtung elektrischer Ausgleichsvorgänge wegen $T_a/T_m << 1$ die Drehzahl während der kurzen Dauer der elektrischen Ausgleichsvorgänge als konstant angenommen werden. Umgekehrt kann für die Betrachtung der im Vergleich zu elektrischen Ausgleichsvorgängen langsamer ablaufenden mechanischen Ausgleichsvorgänge, also im Wesentlichen der Drehzahländerungen, angenommen werden, dass die elektrischen Ausgleichsvorgänge nach einer den Ausgleichsvorgang auslösenden Störung schon weitgehend abgeklungen sind. Mit diesen Annahmen wird das elektromechanische System des Gleichstromantriebs in ein schnelles elektrisches und ein langsames mechanisches Teilsystem entkoppelt, sodass beide im folgenden Abschnitt getrennt voneinander betrachtet werden.

13.2.1 Dynamik des mechanischen Subsystems

Die Annahme $T_a << T_m$ führt im Grenzfall $T_a \to 0$ aus (13.9) auf die Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{d\Omega_\mathrm{m}}{dt} + \frac{1}{T_\mathrm{m}} \cdot \Omega_\mathrm{m} = \frac{1}{T_\mathrm{m}} \cdot \frac{1}{k_2\Phi} u_\mathrm{a} - \frac{1}{J} \cdot m_\mathrm{L}. \tag{13.12}$$

a) Stationärbetrieb: Im Stationärbetrieb $d/dt = 0$ erhalten wir aus (13.12) die stationäre Drehzahl-Drehmoment-Kennlinie $n(m_\mathrm{L})$ bzw. $\Omega_\mathrm{m}(m_\mathrm{L})$.

$$\Omega_\mathrm{m} = \frac{1}{k_2\Phi} u_\mathrm{a} - \frac{T_\mathrm{m}}{J} \cdot m_\mathrm{L} = \Omega_\mathrm{m0} - \frac{T_\mathrm{m}}{J} \cdot m_\mathrm{L} \tag{13.13}$$

Anstelle der zeitlich veränderlichen Größen $\Omega_\mathrm{m}(t)$, $u_\mathrm{a}(t)$, $m_\mathrm{L}(t)$ treten die zeitlich konstanten Größen Ω_m, U_a, M_L. Die Leerlaufdrehzahl bei $u_\mathrm{a} = U_\mathrm{a} = \text{konst.}$

$$\Omega_\mathrm{m0} = \frac{U_\mathrm{a}}{k_2\Phi} \tag{13.14}$$

tritt bei verschwindender mechanischer Belastung $M_\mathrm{L} = 0$ auf. Wegen $d/dt = 0$ vereinfacht sich die dynamische Bewegungsgleichung (13.5) zu $m_\mathrm{e} = m_\mathrm{L} = k_2 \cdot \Phi \cdot i_\mathrm{a}$. Dies ergibt aus (13.13) die stationäre Drehzahl-Ankerstrom-Charakteristik (13.15) $n(i_\mathrm{a})$ bzw. $\Omega_\mathrm{m}(i_\mathrm{a})$ der fremderregten Gleichstrommaschine im Motorbetrieb bei konstanter Ankerspannung U_a (Abb. 13.2, vgl. Kap. 11).

$$\Omega_\mathrm{m} = \Omega_\mathrm{m0} - \frac{T_\mathrm{m}}{J} \cdot k_2 \cdot \Phi \cdot i_\mathrm{a} = \Omega_\mathrm{m0} - \frac{R_\mathrm{a}}{k_2 \cdot \Phi} \cdot i_\mathrm{a} \tag{13.15}$$

b) Dynamischer Betrieb: Als einfaches Beispiel eines dynamischen Vorgangs wird das Einschalten des Ankerkreises einer stillstehenden Gleichstrommaschine betrachtet, die mit Bemessungsfluss erregt und unbelastet ist ($\Phi = \Phi_\mathrm{N}$, $m_\mathrm{L} = 0$). Die Ankerspannung „springt" bei $t = 0$ durch den Einschaltvorgang von Null auf die Bemessungsspannung: $U_\mathrm{a} = U_\mathrm{N}$ für $t > 0$ (Abb. 13.3a). Wir verwenden (13.12), was auf (13.16) führt.
Die Lösung von

$$\frac{d\Omega_\mathrm{m}}{dt} + \frac{1}{T_\mathrm{m}} \cdot \Omega_\mathrm{m} = \frac{1}{T_\mathrm{m}} \cdot \frac{1}{k_2\Phi} U_\mathrm{N} \tag{13.16}$$

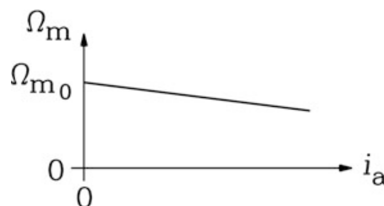


Abb. 13.2 Stationäre „Drehzahl-Ankerstrom-Kennlinie" $n(i_\mathrm{a})$ bzw. $\Omega_\mathrm{m}(i_\mathrm{a})$ der fremderregten Gleichstrommaschine als Stationärlösung der dynamischen Bewegungsgleichung (vgl. Kap. 11)

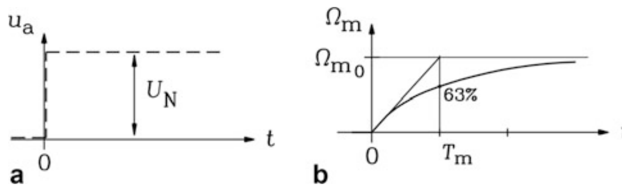


Abb. 13.3 Sprungantwort der Drehzahl einer zunächst stillstehenden, fremderregten Gleichstrommaschine: Auf einen (**a**) Sprung der Ankerspannung reagiert die Maschine mit einer (**b**) exponentiell ansteigenden mechanischen Winkelgeschwindigkeit bzw. Drehzahl, die durch die mechanische Zeitkonstante bestimmt ist

mit der Anfangsbedingung $\Omega_{\mathrm{m}}(0) = 0$ ist die Exponentialfunktion

$$\Omega_{\mathrm{m}}(t) = \Omega_{\mathrm{m0}} \cdot (1 - \exp(-t/T_{\mathrm{m}}))\,, \tag{13.17}$$

die der Leerlaufdrehzahl n_0 bzw. der entsprechenden mechanischen Winkelgeschwindigkeit $\Omega_{\mathrm{m0}} = U_{\mathrm{N}}/(k_2\Phi)$ (Abb. 13.3b) als Stationärlösung zustrebt. Der dabei auftretende Ankerstrom $i_{\mathrm{a}} = m_{\mathrm{e}}/(k_2\Phi)$ und das daraus resultierende elektromagnetische Drehmoment ergeben sich wegen $m_{\mathrm{L}} = 0$ aus der Bewegungsgleichung (13.5) zu

$$m_{\mathrm{e}} = J \cdot \frac{d\Omega_{\mathrm{m}}}{dt} = J \cdot \frac{\Omega_{\mathrm{m0}}}{T_{\mathrm{m}}} \cdot \exp(-t/T_{\mathrm{m}}) \tag{13.18}$$

und

$$i_{\mathrm{a}} = \frac{U_{\mathrm{N}}}{R_{\mathrm{a}}} \cdot \exp(-t/T_{\mathrm{m}}). \tag{13.19}$$

Der Ankerstrom „springt" bei $t = 0$ von Null auf den großen Wert $U_{\mathrm{N}}/R_{\mathrm{a}}$, da die Ankerzeitkonstante T_{a} zu Null angenommen worden ist. Er sinkt mit der mechanischen Zeitkonstante exponentiell gegen Null, während die Maschine beschleunigt, da mit steigender Drehzahl die induzierte Spannung zunimmt und so den Strom begrenzt. Das Ergebnis zeigt, dass es i. A. verboten ist, Gleichstrommaschinen im Stillstand direkt an volle Ankerspannung zu schalten, da der auftretende Stromwert $U_{\mathrm{N}}/R_{\mathrm{a}}$ wegen des kleinen Ankerwiderstands ernorm große Werte annimmt und die Ankerwicklung sofort thermisch schädigt (vgl. Kap. 11).

Fazit:
Die mechanische Zeitkonstante beschreibt die dynamische Drehzahlantwort auf Sprünge der Ankerspannung. Beim direkten Einschalten der Gleichstrommaschine im Stillstand auf eine feste Spannung (z. B. Batterie) ist außer bei Kleinmotoren, die einen ausreichend großen Ankerwiderstand aufweisen, ein zusätzlicher Serien-Vorwiderstand erforderlich, der nach erfolgtem Hochlauf kurzgeschlossen wird, um keine unnötigen Verluste zu verursachen („Anlasser", vgl. Kap. 11).

13.2.2 Nenn-Anlaufdauer elektrischer Maschinen

Die Zeit T_J, die eine ungekuppelte E-Maschine benötigt, um mit Bemessungsdrehmoment M_N vom Stillstand auf Bemessungsdrehzahl n_N zu beschleunigen, heißt gemäß Kap. 7 „Nenn-Anlaufdauer".

$$J_M \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_N \rightarrow \Omega_m(t) = \frac{M_N}{J_M} \int_{t=0}^{t} dt = \frac{M_N}{J_M} \cdot t \tag{13.20}$$

Die Anfangsbedingung zur Berechnung von (13.20) lautet $\Omega_m(t = 0) = 0$. Zum Zeitpunkt $t = T_J$ erreicht die mechanische Winkelgeschwindigkeit den Bemessungswert $\Omega_m(t = T_J) = \Omega_{mN}$.

$$T_J = \frac{J_M \cdot \Omega_{mN}}{M_N} = \frac{J_M \cdot 2\pi \cdot n_N}{M_N} \tag{13.21}$$

Beispiel 13.1

Vergleich von T_m und T_J für fremderregte Gleichstrommaschinen bei Erregung mit dem Bemessungsfluss Φ_N:

Der Hochlauf mit Bemessungsmoment $M_N = k_2\Phi_N I_N$ zur Leerlaufdrehzahl n_0 bzw. zu $\Omega_{m0} = 2\pi \cdot n_0 = \frac{U_N}{k_2\Phi_N}$ dauert die Zeitspanne $T_{J0} = \frac{J_M \cdot \Omega_{m0}}{M_N}$, die um den Wert $1/(1 - r_a)$ geringfügig größer als T_J ist, da die Leerlaufdrehzahl gemäß (13.15) um diesen Wert größer als die Bemessungsdrehzahl ist. Diese Zeitspanne steht zur mechanischen Zeitkonstante T_m in einem festen Verhältnis, das mit dem bezogenen Ankerwiderstand und Hauptfluss r_a und ϕ wie folgt bestimmt ist:

$$\begin{aligned} r_a &= \frac{R_a}{U_N/I_N}, \quad \phi = \Phi/\Phi_N \\ T_{J0} &= J_M \cdot \frac{\Omega_{m0}}{M_N} = J_M \cdot \frac{U_N/(k_2\Phi_N)}{k_2\Phi_N I_N} = T_m \cdot \frac{1}{r_a} \cdot \left(\frac{\Phi}{\Phi_N}\right)^2 \\ T_J &= T_m \cdot \frac{\phi^2 \cdot (1 - r_a)}{r_a} \end{aligned} \tag{13.22}$$

Fazit:
Die mechanische Zeitkonstante T_m sinkt mit dem Kehrwert des Quadrats des Flusses. Durch Feldschwächung und durch Erhöhung des Ankerwiderstands, der eine Verringerung der induzierten Spannung bewirkt, wird die Gleichstrommaschine „schwächer", was durch eine Erhöhung der mechanischen Zeitkonstante zum Ausdruck kommt. Die Definition der Anlaufzeitkonstante T_J ist unabhängig von Fluss und Ankerwiderstand und darf nicht mit der mechanischen Zeitkonstante T_m verwechselt werden.

13.2.3 Dynamik des elektrischen Subsystems

Die Annahme $T_a << T_m$ kann auch durch die Nährung $T_m \rightarrow \infty$ beschrieben werden, wenn nur das elektrische System untersucht werden soll. Dann ist Ω_m konstant, und wir verwenden nur (13.7a) oder vereinfachen alternativ für $T_m \rightarrow \infty$ Gleichung (13.8):

$$\frac{di_a}{dt} + \frac{1}{T_a} \cdot i_a = \frac{u_a}{T_a \cdot R_a} - \frac{k_2 \Phi \cdot \Omega_m}{T_a \cdot R_a} = \frac{u_a - u_i}{L_a}. \tag{13.23}$$

a) Stationärbetrieb: Die Stationärlösung $d/dt = 0$ von (13.23) ist

$$i_a = I_a = \frac{u_a - u_i}{R_a} = \frac{U_a - U_i}{R_a}. \tag{13.24}$$

Für den Fall des Generatorbetriebs ist im VZS $i_a < 0$, sodass (13.24) die aus Kap. 11 bekannte „Ankerspannungs-Ankerstrom-Kennlinie" bei konstanter Drehzahl für die fremderregte Gleichstrommaschine ergibt (Abb. 13.4).

$$u_a = u_i + i_a \cdot R_a = u_i - (-i_a) \cdot R_a \tag{13.25}$$

b) Dynamischer Betrieb: Als Beispiel eines dynamischen Vorgangs wird das Einschalten des Ankerkreises bei Stillstand der Maschine $\Omega_m = 0$ und erregter Ständerwicklung mit Bemessungsfluss $\Phi = \Phi_N$ bei mechanischem Leerlauf ($m_L = 0$) betrachtet. Die Ankerspannung ändert sich bei $t = 0$ sprungförmig von Null auf den Bemessungswert $U_a = U_N$ für $t > 0$ (Abb. 13.5a).

Die Lösung von (13.23) für $\Omega_m = 0$

$$\frac{di_a}{dt} + \frac{1}{T_a} \cdot i_a = \frac{u_a}{T_a \cdot R_a} - \frac{k_2 \Phi \cdot \Omega_m}{T_a \cdot R_a} = \frac{u_a}{T_a \cdot R_a} \tag{13.26}$$

mit der Anfangsbedingung $i_a(0) = 0$ ist die Exponentialfunktion

$$i_a(t) = \frac{U_N}{R_a} \cdot \left(1 - e^{-t/T_a}\right) \tag{13.27}$$



Abb. 13.4 Stationäre „Spannungs-Strom-Kennlinie" des fremderregten Gleichstromgenerators bei konstanter Drehzahl und konstantem Fluss. Die Neigung der Kennlinie ist durch den Ankerwiderstand R_a bestimmt (Kap. 11). Aufgrund des verwendeten VZS ist der Ankerstrom im Generatorbetrieb negativ

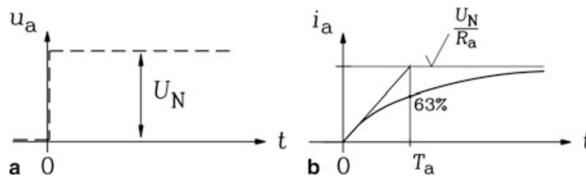


Abb. 13.5 Sprungantwort des Ankerstroms einer fremderregten, stillstehenden Gleichstrommaschine: (**a**) Sprung der Ankerspannung von Null auf Bemessungsspannung, (**b**) exponentielle Zunahme des Ankerstroms, die durch die elektrische Zeitkonstante bestimmt ist

mit dem stationären Endwert des Stroms $i_a(t \to \infty) = U_N/R_a$. Dieser Endwert ist der bereits zuvor in (13.19) beschriebene Stromstoß, der durch Verwendung eines Ankervorwiderstands entsprechend verringert werden muss. Bei Vernachlässigung der Ankerzeitkonstanten T_a „degeneriert" der exponentielle Stromanstieg zum Sprung von Null auf U_N/R_a, wie es in Abschn. 13.2.1 gemäß (13.19) beschrieben wurde.

Fazit:
Der Ankerstrom und mit ihm das elektromagnetische Drehmoment reagieren in fremderregten Gleichstrommaschinen mit der kurzen Ankerzeitkonstante T_a auf Änderungen der Ankerspannung, was eine rasche Änderung des Drehmoments ermöglicht.

13.3 Dynamik des gekoppelten elektrisch-mechanischen Systems

Im Folgenden wird die Kopplung des elektrischen und des mechanischen Teilsystems betrachtet, und daher die Differentialgleichung 2. Ordnung (13.9) zur Berechnung der Drehzahl n bzw. der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_m gelöst.

$$\frac{d^2\Omega_m}{dt^2} + \frac{1}{T_a} \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} + \frac{\Omega_m}{T_a T_m} = \frac{u_a(t)}{T_a T_m k_2 \Phi} - \frac{m_L(t)}{T_a J} - \frac{1}{J} \cdot \frac{dm_L(t)}{dt} \tag{13.28}$$

Zunächst wird gemäß Kap. 12 die homogene Differentialgleichung 2. Ordnung (13.29) gelöst.

$$\frac{d^2\Omega_m}{dt^2} + \frac{1}{T_a} \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} + \frac{1}{T_a \cdot T_m} \cdot \Omega_m = 0 \tag{13.29}$$

Deren Lösung besteht aus zwei Exponentialfunktionen als „Eigenfunktionen" des Systems mit den Integrationskonstanten C_1, C_2 (Dirschmid 1992).

$$\Omega_{mh}(t) = C_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 t}. \tag{13.30}$$

Durch Einsetzen von (13.30) in (13.29) wird die algebraische Gleichung zweiter Ordnung als charakteristisches Polynom in λ erhalten.

$$\lambda^2 + \frac{1}{T_a} \cdot \lambda + \frac{1}{T_a \cdot T_m} = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2T_a} \pm \frac{1}{2T_a}\sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}} \tag{13.31}$$

Im Falle einer kleinen mechanischen Zeitkonstante $T_m < 4T_a$ wird der Ausdruck unter dem Quadratwurzelzeichen negativ: $\sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}} = j\sqrt{\frac{4T_a}{T_m} - 1}$. Mit der Beziehung $e^{\pm jx} = \cos x \pm j \cdot \sin x$ treten dann trigonometrische Eigenfunktionen auf. Somit werden drei Fälle für die Lösung der Eigenwerte λ_1, λ_2 unterschieden.

a)	$T_m > 4T_a$	λ_1, λ_2 sind reell. Der exponentielle Drehzahlverlauf enthält zwei Zeitkonstanten, nämlich eine große und eine kleine: $T_1 = -1/\lambda_1$, $T_2 = -1/\lambda_2$.
b)	$T_m = 4T_a$	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ ist reell. Der exponentielle Drehzahlverlauf enthält eine Zeitkonstante $T = -1/\lambda$ („aperiodischer Grenzfall“).
c)	$T_m < 4T_a$	$\underline{\lambda}_1$, $\underline{\lambda}_2$ sind komplex $\underline{\lambda}_1 = -\delta + j \cdot \omega_d$, $\underline{\lambda}_2 = -\delta - j \cdot \omega_d$. Der Drehzahlverlauf schwingt sinusförmig mit der Frequenz $f_d = \omega_d/(2\pi)$, und nimmt exponentiell mit dem Dämpfungskoeffizienten δ ab.

Fall a):

$$\Omega_{mh}(t) = C_1 \cdot e^{-t/T_1} + C_2 \cdot e^{-t/T_2} \tag{13.32}$$

Wir erhalten für den Fall a) eine homogene Lösung mit zwei abklingenden Exponentialfunktionen mit einer großen Zeitkonstante T_1 und einer kleinen Zeitkonstante T_2, sowie den Integrationskonstanten C_1 und C_2.

$$T_1 = \frac{2T_a}{1 - \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}}}, \qquad T_2 = \frac{2T_a}{1 + \sqrt{1 - \frac{4T_a}{T_m}}} \tag{13.33}$$

Die große Zeitkonstante wird im Wesentlichen durch das mechanische System bestimmt, da für $T_a << T_m$ der Grenzwert $\lim\limits_{T_m \to \infty} T_1 = T_m$ ergibt, während die kleine Zeitkonstante hauptsächlich durch das elektrische System bestimmt wird, wie für $T_a << T_m$ der Grenzübergang $\lim\limits_{T_m \to \infty} T_2 = T_a$ zeigt. Es ergibt sich somit die Relation $T_a < T_2 < T_1 < T_m$.

Fall b):

$$\Omega_{mh}(t) = C_1 \cdot e^{-t/T} + C_2 \cdot t \cdot e^{-t/T}, \qquad T = 2T_a \tag{13.34}$$

Im aperiodischen Grenzfall tritt nur eine Zeitkonstante auf, die doppelt so lang ist wie die elektrische Zeitkonstante.

Fall c):

$$\Omega_{\mathrm{mh}}(t) = A \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_{\mathrm{d}} \cdot t) + B \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_{\mathrm{d}} \cdot t) \tag{13.35}$$

$$\delta = \frac{1}{2T_{\mathrm{a}}} \tag{13.36}$$

$$f_{\mathrm{d}} = \frac{\omega_{\mathrm{d}}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot T_{\mathrm{a}}}\sqrt{\frac{T_{\mathrm{a}}}{T_{\mathrm{m}}} - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2\pi \cdot T_{\mathrm{a}}}\sqrt{\frac{T_{\mathrm{a}}}{T_{\mathrm{J}}} \cdot \frac{\phi^2 \cdot (1 - r_{\mathrm{a}})}{r_{\mathrm{a}}} - \frac{1}{4}} \tag{13.37}$$

Es sind $A,\ B$ die Integrationskonstanten, δ ist das Dämpfungsdekrement und f_{d} die Eigenfrequenz der Schwingung des transienten Ausgleichsvorgangs. Die Schwingungsdauer ist

$$T_{\mathrm{d}} = 1/f_{\mathrm{d}}. \tag{13.38}$$

Eine Abschätzung der Zeitdauer t^*, nach wie vielen Halbschwingungen N_{H} die Schwingung auf 5 % ihres Anfangswerts abgeklungen ist, ergibt sich über die gedämpfte Exponentialfunktion der Einhüllenden der Schwingung.

$$e^{-t^* \cdot \delta} = 0.05 \quad \rightarrow \quad t^* = 3/\delta \rightarrow N_{\mathrm{H}} = \frac{t^*}{T_{\mathrm{d}}/2} = \frac{3/\delta}{\pi/\omega_{\mathrm{d}}} \approx \frac{\omega_{\mathrm{d}}}{\delta}$$

$$N_{\mathrm{H}} \approx \frac{\omega_{\mathrm{d}}}{\delta} \tag{13.39}$$

Fazit:
Bei Gleichstromantrieben mit niedrigem Gesamt-Trägheitsmoment kann die mechanische Zeitkonstante so kurz sein, dass Ankerstrom und Drehzahl nach jeder Änderung der Ankerspannung oder des Lastmoments zum Schwingen neigen. Die dabei auftretende Eigenfrequenz steigt mit Erhöhung des Flusses und Verringerung des Ankerwiderstands. In der Regel ist aber die mechanische Zeitkonstante so groß ($T_{\mathrm{m}} > 4 \cdot T_{\mathrm{a}}$), dass Drehzahl und Ankerstrom sich exponentiell (mit zwei Zeitkonstanten) ändern und kein Schwingen auftritt.

Beispiel 13.2

Die Nenn-Anlaufdauer einer fremderregten Gleichstrommaschine beträgt $T_{\mathrm{J}} = 1\,\mathrm{s}$, die elektrischen Parameter sind $T_{\mathrm{a}} = 50\,\mathrm{ms}$, $r_{\mathrm{a}} = 0.05$, $\Phi = \Phi_{\mathrm{N}}$.

- Mit $T_{\mathrm{J}} \cong T_{\mathrm{J0}}$ wird die mechanische Zeitkonstante bestimmt:

$$T_{\mathrm{m}} = T_{\mathrm{J}} \cdot \frac{r_{\mathrm{a}}}{\phi^2} = 1 \cdot 0.05/1^2 = 50\,\mathrm{ms}$$

- Da $T_{\mathrm{m}} = 50\,\mathrm{ms} < 4T_{\mathrm{a}} = 4 \cdot 50 = 200\,\mathrm{ms}$ ist, neigt die Gleichstrommaschine bei Änderungen des Betriebspunkts zum Schwingen mit der Eigenfrequenz $f_{\mathrm{d}} = \frac{1}{2\pi \cdot 0.05} \cdot \sqrt{\frac{0.05}{0.05} - \frac{1}{4}} = 2.76\,\mathrm{Hz}$. Die Eigenkreisfrequenz beträgt $\omega_{\mathrm{d}} = 2\pi f_{\mathrm{d}} = 17.3/\mathrm{s}$ und die Periodendauer der Schwingung $T_{\mathrm{d}} = 1/f_{\mathrm{d}} = 1/2.76 = 362\,\mathrm{ms}$.

- Dämpfungskoeffizient der Schwingung: $\delta = \frac{1}{2T_a} = \frac{1}{2 \cdot 0.05} = 10/\text{s}$
- Nach $N_H \approx \frac{\omega_d}{\delta} = \frac{17.3}{10} = 1.73$ Halbschwingungen ist die Schwingungsamplitude auf 5 % des Anfangswerts abgeklungen.

13.4 Linearisiertes Modell für veränderlichen Hauptfluss

Ist der Hauptfluss $\Phi(t)$ zeitlich veränderlich, sind die Gleichungen für die Spannung (13.2) und das Drehmoment (13.3) nichtlinear. Werden nur kleine Änderungen der Betriebsgrößen $\Delta u_a(t)$, $\Delta i_a(t)$, $\Delta\Omega_m(t)$, $\Delta\Phi(t)$, $\Delta m_L(t)$, $\Delta i_f(t)$, $\Delta u_f(t)$ vom Ausgangswert eines bestimmten stationären Betriebspunkts U_a, I_a, Ω_m, Φ, M_L, I_f, U_f betrachtet, so können die Differentialgleichungen linearisiert werden. „Kleine Änderungen" $|\Delta u_a(t)/U_a| << 1$, $|\Delta i_a(t)/I_a| << 1$, $|\Delta\Omega_m(t)/\Omega_m| << 1$, $|\Delta\Phi(t)/\Phi| << 1$ usw. sind typischerweise geringer als 10 % des Stationärwerts. So ergibt sich für die Berechnung der Änderung der induzierten Spannung

$$u_i(t) = k_2 \cdot (\Omega_m + \Delta\Omega_m(t)) \cdot (\Phi + \Delta\Phi(t))$$

bzw.

$$u_i(t) = k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Phi \cdot (1 + \frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m}) \cdot (1 + \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi}). \tag{13.40}$$

Wegen der vorausgesetzten kleinen Änderungen können Produkte von Änderungen vernachlässigt werden, da sie um eine Größenordnung kleiner sind.

$$(1 + \frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m}) \cdot (1 + \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi}) = 1 + \frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m} + \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi} + \frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m} \cdot \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi}$$
$$(1 + \frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m}) \cdot (1 + \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi}) \approx 1 + \frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m} + \frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi}$$

Mit $\frac{\Delta\Omega_m(t)}{\Omega_m} = 0.1$, $\frac{\Delta\Phi(t)}{\Phi} = 0.1$ folgt nämlich

$$1.21 = (1 + 0.1) \cdot (1 + 0.1) = 1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 \cdot 0.1 = 1 + 0.1 + 0.1 + 0.01 \approx$$
$$\approx 1 + 0.1 + 0.1 = 1.20.$$

Der Fehler durch die Vernachlässigung des Produkts der Änderungen ist etwa 1 %. Die induzierte Spannung wird daher mit der linearisierten Gleichung (13.41) berechnet.

$$u_i(t) \approx k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Phi + k_2 \cdot \Delta\Omega_m(t) \cdot \Phi + k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Delta\Phi(t)$$
$$u_i(t) \approx U_i + \Delta u_{i,\Omega_m}(t) + \Delta u_{i,\Phi}(t) \tag{13.41}$$

Die Änderung der induzierten Spannung ergibt sich durch die Summe der Änderungen, die von der Drehzahl- und Flussänderung verursacht sind. In gleicher Weise wird die Drehmomentgleichung linearisiert.

$$m_e(t) = k_2 \cdot (i_a + \Delta i_a(t)) \cdot (\Phi + \Delta\Phi(t))$$
$$m_e(t) \approx k_2 \cdot I_a \cdot \Phi + k_2 \cdot \Delta i_a(t) \cdot \Phi + k_2 \cdot I_a \cdot \Delta\Phi(t) \tag{13.42}$$

Die Änderung des Drehmoments vom ursprünglichen Stationärwert M_e ist durch die Summe der Änderungen von Fluss und Ankerstrom gegeben. Wird jede veränderliche Betriebsgröße in ihren Stationärwert und die zeitliche (kleine) Abweichung davon aufgetrennt ($U_a + \Delta u_a(t)$, $I_a + \Delta i_a(t)$, usw.), so können die Differentialgleichungen der Gleichstrommaschine linearisiert werden, indem sie in die algebraischen Gleichungen der Stationärgrößen und die linearen Differentialgleichungen der Änderungen aufgetrennt werden. Aus (13.4) folgt mit (13.41)

$$U_a + \Delta u_a \approx R_a \cdot (I_a + \Delta i_a) + L_a \cdot \frac{d\,(I_a + \Delta i_a)}{dt} + U_i + \\ + k_2 \cdot \Delta\Omega_m \cdot \Phi + k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Delta\Phi \tag{13.43a}$$

und aus (13.5) mit (13.42)

$$J \cdot \frac{d\,(\Omega_m + \Delta\Omega_m)}{dt} \approx M_e + k_2 \cdot \Delta i_a \cdot \Phi + k_2 \cdot I_a \cdot \Delta\Phi - M_L - \Delta m_L. \tag{13.43b}$$

Wegen $dI_a/dt = 0$, $d\Omega_m/dt = 0$ erhalten wir:

$$U_a + \Delta u_a \approx \\ \approx R_a \cdot (I_a + \Delta i_a) + L_a \cdot \frac{d\Delta i_a}{dt} + U_i + k_2 \cdot \Delta\Omega_m \cdot \Phi + k_2 \cdot \Omega_m \cdot \Delta\Phi \tag{13.44a}$$

$$J \cdot \frac{d\Delta\Omega_m}{dt} \approx M_e + k_2 \cdot \Delta i_a \cdot \Phi + k_2 \cdot I_a \cdot \Delta\Phi - M_L - \Delta m_L. \tag{13.44b}$$

Die algebraischen Gleichungen der Stationärgrößen sind gemäß Kap. 11 die Spannungsgleichung und das Momentengleichgewicht.

$$U_a = R_a \cdot I_a + U_i \qquad M_e = M_L \tag{13.45}$$

Die linearen Differentialgleichungen der zeitlichen Änderungen verbleiben.

$$\Delta u_a(t) \approx R_a \Delta i_a(t) + L_a \frac{d\Delta i_a(t)}{dt} + k_2 \Delta\Omega_m(t) \cdot \Phi + k_2 \Omega_m \cdot \Delta\Phi(t) \tag{13.46a}$$

$$J \cdot \frac{d\Delta\Omega_m(t)}{dt} \approx k_2 \cdot \Delta i_a(t) \cdot \Phi + k_2 \cdot I_a \cdot \Delta\Phi(t) - \Delta m_L(t) \tag{13.46b}$$

Dieses linearisierte Differentialgleichungssystem kann z. B. mithilfe der Laplace-Transformation gelöst werden. Die Lösungen sind aber im Sinne einer „Kleinsignaltheorie" nur für Amplituden der Änderungen von etwa $\pm 10\% \ldots \pm 20\%$ der Stationärwerte im betrachteten Betriebspunkt gültig. Die konstanten Koeffizienten der linearisierten Differentialgleichungen (13.46) sind zum Teil durch die Stationärwerte Ω_m, I_a, Φ des betrachteten Betriebspunkts bestimmt. In einem anderen Betriebspunkt

(z. B. Feldschwächung bei halbem Fluss, doppelter Drehzahl und Bemessungsstrom) ändern sich die Parameter (z. B. $2\Omega_{\mathrm{m}}$, I_{a}, $\Phi/2$), wodurch sich geänderte Lösungsfunktionen ergeben.

Im Falle global linearen Verhaltens des Systems ist keine Linearisierung erforderlich. Die Laplace-Transformation kann dann auch für die Berechnung großer zeitlicher Änderungen der Betriebsgrößen im Sinne einer „Großsignaltheorie" verwendet werden. Dieser Fall tritt bei der fremderregten Gleichstrommaschine im Falle konstanten Hauptflusses auf (Φ = konst.). Die Gleichung

$$u_{\mathrm{i}}(t) = U_{\mathrm{i}} + \Delta u_{\mathrm{i}} = k_2 \cdot (\Omega_{\mathrm{m}} + \Delta\Omega_{\mathrm{m}}) \cdot \Phi$$
$$u_{\mathrm{i}}(t) = k_2 \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \cdot \Phi + k_2 \cdot \Delta\Omega_{\mathrm{m}} \cdot \Phi \tag{13.47}$$

kann exakt in die beiden Teilgleichungen $U_{\mathrm{i}} = k_2 \cdot \Omega_{\mathrm{m}} \cdot \Phi$ und $\Delta u_{\mathrm{i}}(t) = k_2 \cdot \Delta\Omega_{\mathrm{m}}(t) \cdot \Phi$ zerlegt werden. Dies gilt ebenso für das elektromagnetische Drehmoment.

$$m_{\mathrm{e}}(t) = M_{\mathrm{e}} + \Delta m_{\mathrm{e}} = k_2 \cdot (I_{\mathrm{a}} + \Delta i_{\mathrm{a}}) \cdot \Phi$$
$$m_{\mathrm{e}}(t) = k_2 \cdot I_{\mathrm{a}} \cdot \Phi + k_2 \cdot \Delta i_{\mathrm{a}} \cdot \Phi. \tag{13.48}$$

Die linearisierten Differentialgleichungen stimmen dann mit den ursprünglichen Differentialgleichungen für große Änderungen exakt überein.

$$\Delta u_{\mathrm{a}}(t) = R_{\mathrm{a}} \cdot \Delta i_{\mathrm{a}}(t) + L_{\mathrm{a}} \cdot \frac{d\Delta i_{\mathrm{a}}(t)}{dt} + k_2 \cdot \Delta\Omega_{\mathrm{m}}(t) \cdot \Phi \tag{13.49a}$$
$$J \cdot \frac{d\Delta\Omega_{\mathrm{m}}(t)}{dt} = k_2 \cdot \Delta i_{\mathrm{a}}(t) \cdot \Phi - \Delta m_{\mathrm{L}}(t) \tag{13.49b}$$

Fazit:
Bei Betrieb mit konstantem Fluss sind die Differentialgleichungen der fremderregten Gleichstrommaschine auch bei großen zeitlichen Änderungen linear, sodass diese Maschine sich sehr gut für den strom- und drehzahlgeregelten Betrieb eignet.

13.5 Übertragungsfunktion der fremderregten Gleichstrommaschine

Bei drehzahlgeregelten Antrieben soll der Regler die Betriebsgrößen (Istwerte) des geregelten Antriebs, nämlich die Drehzahl und damit wegen (13.5), ihr unterlagert, das Drehmoment möglichst nahe an den Sollwerten halten (Bühler 1962). Ist der Regelalgorithmus ausreichend schnell, so sind die während des Ausregelns auftretenden Abweichungen zwischen Soll- und Istwert klein genug, um die Strecke mit ihren linearisierten Differentialgleichungen genügend genau zu beschreiben. Die Reaktion der Regelstrecke (E-Antrieb)

auf die vom Regler vorgegebenen Stellgrößen (z. B. gemäß (13.8), (13.9) die Ankerspannung) kann dann durch die Übertragungsfunktion der linearisierten Regelstrecke im Laplace-Bildbereich berechnet werden. Für diese Berechnung wird davon ausgegangen, dass sich die E-Maschine zu Beginn einer Regleraktion oder eines dynamischen Ausgleichsvorgangs bei $t = 0$ in einem stationären Betriebszustand befindet, und daher alle stationären Abweichungen von den Daten dieses Stationärpunkts Null sind.

$$\Delta u_\mathrm{a}(0) = 0,\ \Delta i_\mathrm{a}(0) = 0,\ \Delta\Omega_\mathrm{m}(0) = 0 \tag{13.50a}$$

$$\Delta m_\mathrm{L}(0) = 0,\ \Delta\Phi(0) = 0,\ \Delta i_\mathrm{f}(0) = 0 \tag{13.50b}$$

Für die Berechnung der Übertragungsfunktion mithilfe der Laplace-Transformation wird im Folgenden der komplexe Laplace-Operator $\underline{s}$ einfachheitshalber als s notiert. Wegen der verschwindenden Anfangsbedingungen (13.50) erscheinen alle zeitlichen Ableitungen (vgl. Kap. 12) als Multiplikation der Transformierten mit s.

$$L\{\Delta i_\mathrm{a}(t)\} = \int_0^\infty e^{-s\cdot t} \cdot \Delta i_\mathrm{a}(t) \cdot dt = \Delta I_\mathrm{a}(s) \tag{13.51}$$

$$L\left\{\frac{d\Delta i_\mathrm{a}(t)}{dt}\right\} = s \cdot \Delta I_\mathrm{a}(s) - \Delta i_\mathrm{a}(0) = s \cdot \Delta I_\mathrm{a}(s) \tag{13.52}$$

Im Folgenden wird Betrieb bei konstantem Hauptfluss vorausgesetzt, sodass gemäß Abschn. 13.4 die Systemgleichungen linear sind und die Übertragungsfunktion daher auch für große Änderungen gültig ist. Die Transformation von (13.49) ergibt die algebraischen Gleichungen der Laplace-Transformierten im Bildbereich.

$$\Delta U_\mathrm{a}(s) = R_\mathrm{a} \cdot \Delta I_\mathrm{a}(s) + s \cdot L_\mathrm{a} \cdot \Delta I_\mathrm{a}(s) + k_2 \cdot \Delta\Omega_\mathrm{m}(s) \cdot \Phi \tag{13.53a}$$

$$J \cdot s \cdot \Delta\Omega_\mathrm{m}(s) = k_2 \cdot \Delta I_\mathrm{a}(s) \cdot \Phi - \Delta M_\mathrm{L}(s) \tag{13.53b}$$

Mit der Abkürzung $\gamma = 1/T_\mathrm{a}$ ergibt die Lösung von (13.53) nach Elimination des Ankerstroms die Übertragungsfunktion der fremderregten Gleichstrommaschine mit den Eingangsgrößen „Ankerspannung" als Führungsgröße und „Lastmoment" als Störgröße und der Ausgangsgröße „mechanische Winkelgeschwindigkeit".

$$\Delta\Omega_\mathrm{m}(s) = \frac{s+\gamma}{s^2 + \gamma \cdot s + \frac{\gamma}{T_\mathrm{m}}} \cdot \frac{1}{J} \cdot \left[\frac{\gamma}{s+\gamma} \cdot \frac{k_2\Phi}{R_\mathrm{a}} \cdot \Delta U_\mathrm{a}(s) - \Delta M_\mathrm{L}(s)\right] \tag{13.54}$$

Die Führungsgröße „Ankerspannung" wirkt auf den elektrischen Kreis und daher verzögert mit der Ankerzeitkonstante $T_\mathrm{a} = 1/\gamma$ auf die Drehmomentbildung. Das sich ergebende elektromagnetische Moment wirkt gemeinsam mit der Störgröße „Lastmoment" auf das Übertragungsverhalten der Gleichstrommaschine, das durch das bereits erwähnte charakteristische Polynom (13.31) im Nenner (mit den beiden Zeitkonstanten T_a, T_m) beschrieben

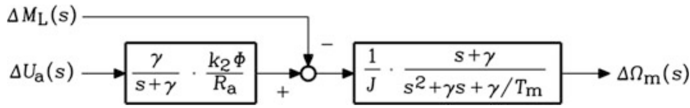


Abb. 13.6 Blockschaltbild der Übertragungsfunktion der fremderregten Gleichstrommaschine im Laplace-Bildbereich

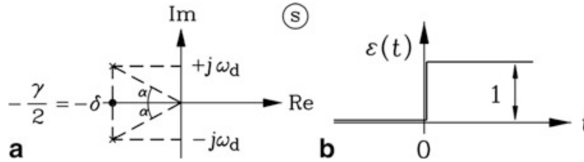


Abb. 13.7 (**a**) Lage der komplexen Wurzeln der Übertragungsfunktion in der komplexen $\underline{s}$-Ebene („Laplace-Bildebene"), (**b**) Heaviside'sche Einheitssprungfunktion

wird und die Drehzahl bzw. die mechanische Winkelgeschwindigkeit als Ausgangsgröße ergibt (Abb. 13.6).

Das charakteristische Polynom in der Variablen s im Nenner

$$P(s) = s^2 + \gamma \cdot s + \frac{\gamma}{T_m} = s^2 + \frac{1}{T_a} \cdot s + \frac{1}{T_a T_m} \tag{13.55}$$

entspricht der charakteristischen algebraischen Gleichung zweiter Ordnung der der homogenen Differentialgleichung (13.29) des Systems „Fremderregte Gleichstrommaschine" von Abschn. 13.3. Die Wurzeln dieses Polynoms $\underline{s}_1$, $\underline{s}_2$ sind die bereits erwähnten Eigenwerte

$$\underline{\lambda}_1 = -\delta + j \cdot \omega_d = \underline{s}_1, \; \underline{\lambda}_2 = -\delta - j \cdot \omega_d = \underline{s}_2$$

des Differentialoperators

$$\frac{d^2\cdot}{dt^2} + \frac{1}{T_a} \cdot \frac{d\cdot}{dt} + \frac{1}{T_a T_m}$$

und werden wie folgt berechnet.

$$P(s) = 0 = s^2 + \gamma \cdot s + \frac{\gamma}{T_m} = (s - \underline{s}_1) \cdot (s - \underline{s}_2) \tag{13.56}$$

Aus der Lage dieser Wurzeln in der komplexen $\underline{s}$-Ebene (in Abb. 13.7a für den Fall $\omega_d \neq 0$ gezeigt) erhält man folgende Informationen:

- Wenn der Realteil dieser komplexen Wurzeln in der linken Halbebene liegt ($\text{Re}(\underline{s}_1) < 0$, $\text{Re}(\underline{s}_2) < 0$), dann klingt die transiente Drehzahlantwort $\Delta n(t)$ bzw. $\Delta\Omega_m(t)$ gedämpft ab (stabiler Betriebspunkt).

- Wenn kein Imaginärteil in den Wurzeln auftritt ($\omega_d = 0$), dann schwingt die Drehzahlantwort $\Delta n(t)$ bzw. $\Delta \Omega_m(t)$ nicht. Die Wurzelorte liegen auf der reellen Achse.
- Wenn der Realteil der Wurzeln weit links in der linken $\underline{s}$-Halbebene liegt ($\mathrm{Re}(\underline{s}_1) << 0$, $\mathrm{Re}(\underline{s}_2) << 0$), dann sind die Zeitkonstanten (13.33) sehr kurz; die transiente Drehzahlantwort $\Delta n(t)$ bzw. $\Delta \Omega_m(t)$ wird rasch abgedämpft. Liegen umgekehrt die Realteile der Wurzeln in der linken Halbebene nahe bei dem Ursprung des komplexen Koordinatensystems, so sind die Zeitkonstanten (13.33) sehr groß; die transiente Drehzahlausgleichsfunktion $\Delta n(t)$ bzw. $\Delta \Omega_m(t)$ ist schwach gedämpft, und ihr Abklingen dauert relativ lange.
- Die komplexen Wurzeln $\underline{s}_1$, $\underline{s}_2$ treten als ein Paar konjugiert komplexer Zahlen auf. Beide entsprechen einer gemeinsamen Frequenz $f_d = \omega_d/(2\pi)$ und Dämpfung δ.
- Wenn der Imaginärteil ω_d der Wurzeln groß ist, ist die auftretende Eigenfrequenz $f_d = \omega_d/(2\pi)$ groß, im umgekehrten Fall klein.
- Der Tangens des Winkels α, der zwischen Realteilachse und der Strecke vom Wurzelort zum Koordinatenursprung auftritt (Abb. 13.7a), ist die Anzahl der Halbschwingungen N_H bis zum Abklingen der Schwingungsamplitude auf 5 % ihres Ausgangswerts (13.39).

$$\tan\alpha = \frac{\omega_d}{\delta} = N_H \tag{13.57}$$

Beispielhaft wird die Drehzahlantwort auf einen Sprung des Lastmoments bei konstanter Ankerspannung ($u_a(t) = U_a = \text{konst.}$; $\Delta u_a(t) = 0$) berechnet. Der betrachtete Betriebspunkt im Ausgangszustand sei der Motorleerlauf. Der Sprung des Lastmoments wird mit der Heaviside'schen Sprungfunktion $\varepsilon(t)$ im Laplace-Bildbereich $L\{\Delta m_L(t)\}$ berechnet (Abb. 13.7b).

$$\Delta m_L(t) = \Delta M_L \cdot \varepsilon(t) \tag{13.58}$$

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \tag{13.59}$$

$$L\{\Delta m_L(t)\} = \frac{\Delta M_L}{s} \tag{13.60}$$

Die Drehzahlantwort ergibt sich direkt aus der Multiplikation von $L\{\Delta m_L(t)\}$ und $L\{\Delta u_a(t)\} = 0$ mit der Übertragungsfunktion (13.54).

$$\Delta\Omega_m(s) = \frac{s+\gamma}{s^2+\gamma\cdot s+\frac{\gamma}{T_m}}\cdot\frac{1}{J}\cdot\left[\frac{\gamma}{s+\gamma}\cdot\frac{k_2\Phi}{R_a}\cdot 0-\frac{\Delta M_L}{s}\right]$$

$$\Delta\Omega_m(s) = -\frac{s+\gamma}{s^2+\gamma\cdot s+\frac{\gamma}{T_m}}\cdot\frac{\Delta M_L}{J\cdot s} \tag{13.61}$$

Für die Rücktransformation von (13.61) in den Zeitbereich wird die Zerlegung in Partialbrüche angewendet, um die Beziehungen der Tab. 12.1 der Laplace-Transformierten von

Kap. 12 verwenden zu können. Wir nehmen den Fall $T_\mathrm{m} < 4T_\mathrm{a}$ an. Mit $\gamma = 2\delta$ (13.36) ergibt sich für die konjugiert komplexen Wurzeln folgende Darstellung.

$$s^2 + \gamma \cdot s + \gamma/T_\mathrm{m} = (s - \underline{s}_1)(s - \underline{s}_2) = (s + \delta - j\omega_\mathrm{d})(s + \delta + j\omega_\mathrm{d})$$
$$s^2 + \gamma \cdot s + \gamma/T_\mathrm{m} = (s + \delta)^2 + \omega_\mathrm{d}^2$$
$$\frac{s + 2\delta}{(s+\delta)^2 + \omega_\mathrm{d}^2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{2\delta}{\delta^2 + \omega_\mathrm{d}^2} \cdot \left(\frac{1}{s} - \frac{s+\delta}{(s+\delta)^2 + \omega_\mathrm{d}^2} + \frac{\omega_\mathrm{d}^2 - \delta^2}{2\delta \cdot \omega_\mathrm{d}} \cdot \frac{\omega_\mathrm{d}}{(s+\delta)^2 + \omega_\mathrm{d}^2}\right)$$

Dieser Ausdruck im Laplace-Bildbereich entspricht einer Summe von Exponentialfunktionen und trigonometrischen Funktionen für $t > 0$ im Zeitbereich:

$$\frac{2\delta}{\delta^2 + \omega_\mathrm{d}^2} \cdot \left(1 - e^{-\delta \cdot t} \cdot \cos(\omega_\mathrm{d} \cdot t) + \frac{\omega_\mathrm{d}^2 - \delta^2}{2\delta \cdot \omega_\mathrm{d}} \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega_\mathrm{d} \cdot t)\right).$$

Mit der mit (13.36), (13.37) durchgeführten Umformung erhalten wir

$$\frac{2\delta}{\delta^2 + \omega_\mathrm{d}^2} = \frac{\frac{1}{T_\mathrm{a}}}{\frac{1}{T_\mathrm{a} T_\mathrm{m}}} = T_\mathrm{m}.$$

Weiter fassen wir die Sinus- und Kosinusfunktion zu einer gemeinsamen Kosinusfunktion $\cos(\omega_\mathrm{d} t - \psi)$ zusammen.

$$\cos(\omega_\mathrm{d} t) - \frac{\omega_\mathrm{d}^2 - \delta^2}{2\delta \cdot \omega_\mathrm{d}} \cdot \sin(\omega_\mathrm{d} t) = C \cdot \cos\psi \cdot \cos(\omega_\mathrm{d} t) + C \cdot \sin\psi \cdot \sin(\omega_\mathrm{d} t)$$
$$C \cdot \cos\psi \cdot \cos(\omega_\mathrm{d} t) + C \cdot \sin\psi \cdot \sin(\omega_\mathrm{d} t) = C \cdot \cos(\omega_\mathrm{d} t - \psi)$$

Dabei ist $C \cdot \cos\psi = 1$ und

$$C \cdot \sin\psi = -\frac{\omega_\mathrm{d}^2 - \delta^2}{2\delta \cdot \omega_\mathrm{d}} = -\frac{\frac{\omega_\mathrm{d}^2 + \delta^2}{2\delta} - \delta}{\omega_\mathrm{d}} = -\frac{\frac{1}{T_\mathrm{m}} - \frac{1}{2T_\mathrm{a}}}{\omega_\mathrm{d}}.$$

Mit $(\sin\psi)^2 + (\cos\psi)^2 = 1$ und (13.37) folgt:

$$C^2 = 1 + \left(\frac{\frac{1}{T_\mathrm{m}} - \frac{1}{2T_\mathrm{a}}}{\omega_\mathrm{d}}\right)^2 = \frac{\frac{1}{T_\mathrm{a}^2} \cdot \left(\frac{T_\mathrm{a}}{T_\mathrm{m}} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{T_\mathrm{m}^2} + \frac{1}{4T_\mathrm{a}^2} - \frac{1}{T_\mathrm{a} T_\mathrm{m}}}{\omega_\mathrm{d}^2} = \frac{1}{\omega_\mathrm{d}^2 T_\mathrm{m}^2},$$
$$\psi = \arccos(1/C) = \arccos(\omega_\mathrm{d} T_\mathrm{m}).$$

Damit ergibt die Lösung für die Drehzahlantwort auf einen Sprung des Lastmoments über die Rücktransformation von (13.61) in den Zeitbereich eine gedämpfte Schwingung, die mit (13.11), $\Omega_\mathrm{m0} = U_\mathrm{N}/(k_2\Phi_\mathrm{N})$, $M_\mathrm{N} = k_2\Phi_\mathrm{N} I_\mathrm{N}$, $\phi = \Phi/\Phi_\mathrm{N}$ und $r_\mathrm{a} = R_\mathrm{a} I_\mathrm{N}/U_\mathrm{N}$ auch in per-unit-Größen dargestellt werden kann.

$$\Delta\Omega_\mathrm{m}(t) = -\frac{\Delta M_\mathrm{L}}{J} \cdot T_\mathrm{m} \cdot \left[1 - \frac{1}{\omega_\mathrm{d} T_\mathrm{m}} \cdot e^{-\frac{t}{2T_\mathrm{a}}} \cdot \cos(\omega_\mathrm{d} t - \psi)\right] \tag{13.62}$$

$$\frac{\Delta\Omega_\mathrm{m}(t)}{\Omega_\mathrm{m0}} = -\frac{\Delta M_\mathrm{L}}{M_\mathrm{N}} \cdot \frac{r_\mathrm{a}}{\phi^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\omega_\mathrm{d} T_\mathrm{m}} \cdot e^{-\frac{t}{2T_\mathrm{a}}} \cdot \cos(\omega_\mathrm{d} t - \psi)\right] \tag{13.63}$$

Beispiel 13.3

Lastmomentsprung $\Delta M_\mathrm{L}/M_\mathrm{N} = 0.5$ bei einer mit Leerlaufdrehzahl bei Bemessungsspannung drehenden fremderregten Gleichstrommaschine:

Motordaten: $T_\mathrm{J} = 1$ s, $T_\mathrm{a} = 50$ ms, $r_\mathrm{a} = 0.05$, $\phi = 1$.

Bestimmen Sie die neue Stationärdrehzahl, die sich nach Abklingen einer schwingenden Drehzahlausgleichsfunktion einstellt, sowie den Ausgleichsvorgang! Nach wie vielen Halbschwingungen ist die Schwingung der Drehzahländerung auf 5 % ihres Ausgangswerts abgeklungen?

Lösung:
Mit den Parametern

$$\omega_\mathrm{d} = 17.3/\mathrm{s},\ T_\mathrm{d} = 363\,\mathrm{ms},\ T_\mathrm{m} = 50\,\mathrm{ms},\ \psi = \arccos(17.3 \cdot 0.05) = 0.526$$

ergibt sich die Zeitfunktion der Drehzahlantwort gemäß Abb. 13.8 als Zahlenwertgleichung mit t in Sekunden.

$$\frac{\Delta\Omega_\mathrm{m}(t)}{\Omega_\mathrm{m0}} = -0.5 \cdot \frac{0.05}{1} \cdot \left[1 - \frac{1}{0.865} \cdot e^{-\frac{t}{2 \cdot 0.05}} \cdot \cos(17.3 \cdot t - 0.526)\right]$$

Nach $N_\mathrm{H} = \omega_\mathrm{d}/\delta = 17.39 \cdot 2 \cdot 0.05 = 1.7$ Halbschwingungen ist die Schwingung der Drehzahländerung auf 5 % ihres Ausgangswerts abgeklungen. Es verbleibt die stationäre Drehzahlabnahme Δn um 2.5 % der Leerlaufdrehzahl n_0.

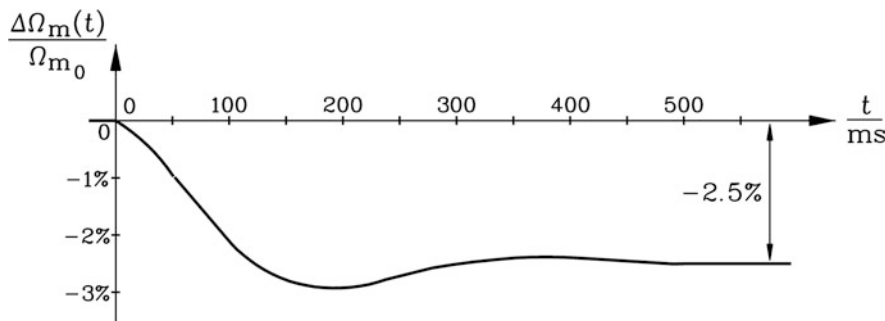


Abb. 13.8 Transiente Änderung der mechanischen Winkelgeschwindigkeit eines fremderregten Gleichstrommotors bei Betrieb mit Bemessungsspannung und einem Lastmomentsprung von 50 % nach vorherigem Betrieb im Leerlauf

$$\frac{\Delta n(t \to \infty)}{n_0} = \frac{\Delta \Omega_{\mathrm{m}}(t \to \infty)}{\Omega_{\mathrm{m}0}} = -0.5 \cdot \frac{0.05}{1} = -0.025 = -2.5\,\%$$

Fazit:
Die Übertragungsfunktion der fremderregten Gleichstrommaschine wird im Laplace-Bildbereich ermittelt. Sie hat bei Betrieb mit konstantem Hauptfluss zwei Pole, die der mechanischen und elektrischen Zeitkonstante T_{a} *und* T_{m} *entsprechen. Bei kleiner mechanischer Zeitkonstante* $T_{\mathrm{m}} < 4T_{\mathrm{a}}$ *sind die beiden Pole konjugiert komplexe Wurzeln in der komplexen Laplace-Bildebene, wobei ihr Imaginärteil die Kreisfrequenz der Eigenschwingung der fremderregten Gleichstrommaschine ist.*

13.6 Simulationsergebnisse zum dynamischen Verhalten fremderregter Gleichstrommaschinen

Die Berechnung dynamischer Ausgleichsvorgänge in elektrischen Maschinen erfolgt in vielen Fällen numerisch. Einige Beispiele werden für die fremderregte Gleichstrommaschine (Abb. 13.9a) hier gezeigt. Die nichtlineare Abhängigkeit des Hauptflusses vom

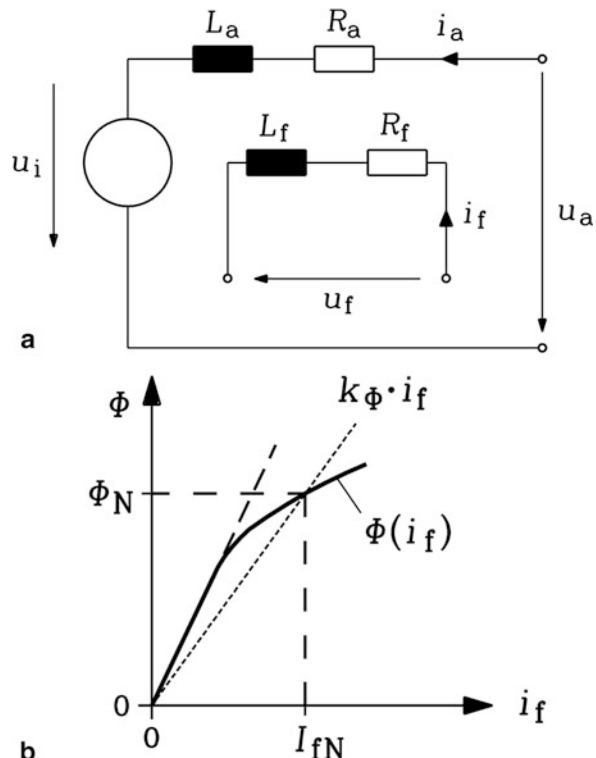


Abb. 13.9 Fremderregte Gleichstrommaschine: (**a**) Ankerkreis und Feldkreis, (**b**) Linearisierung der durch Eisensättigung nichtlinearen Fluss-Erregerstrom-Kennlinie im Erregerstrom-Bemessungspunkt

Erregerstrom infolge Sättigung des Eisens (vgl. Kap. 11) wird durch eine im Bemessungspunkt des Erregerstroms und Hauptflusses linearisierte Kennlinie ersetzt (Abb. 13.9b), sodass eine konstante Ersatz-Induktivität L_f für den Erregerkreis erhalten wird.

$$\Phi(i_f) = k_\Phi \cdot i_f \tag{13.64}$$

Um die Methode von Runge-Kutta zur Lösung der drei i. A. nichtlinearen Differentialgleichungen (13.4), (13.5), (13.6) anzuwenden, schreiben wir diese in der Zustandsraumdarstellung. Das bedeutet, dass je Gleichung nur je eine erste Zeitableitung auftritt, die auf der linken Seite der jeweiligen Gleichung steht. Die Zustandsvariablen i_a, i_f, Ω_m sind zu berechnen, wenn entsprechende Zeitfunktionen für die Führungsgrößen u_a, u_f und die Störgröße m_L vorgegeben sind. Zu Beginn befindet sich die E-Maschine in einem stationären Betriebspunkt mit den Daten

$$i_a(0),\ i_f(0),\ \Omega_m(0),\ u_a(0),\ u_f(0),\ m_L(0).$$

Aufgrund des o. g. numerischen Lösungsverfahrens der nichtlinearen Differentialgleichungen können die zeitlichen Änderungen im Sinne der „Großsignaltheorie" beliebig groß sein. Aus (13.4), (13.5) und (13.7) folgt:

$$\frac{di_a(t)}{dt} = \frac{u_a(t)}{L_a} - \frac{R_a}{L_a} \cdot i_a(t) - k_2 \cdot \Omega_m(t) \cdot \frac{k_\Phi}{L_a} \cdot i_f(t) \tag{13.65a}$$

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = \frac{1}{J} \cdot k_2 \cdot i_a(t) \cdot k_\Phi \cdot i_f(t) - \frac{m_L(t)}{J} \tag{13.65b}$$

$$\frac{di_f(t)}{dt} = \frac{u_f(t)}{L_f} - \frac{R_f}{L_f} \cdot i_f(t) \tag{13.65c}$$

Im Folgenden wird infolge der Fremderregung konstanter Hauptfluss angenommen. Wegen $u_f(t) = U_f = \text{konst.}$, $i_f(t) = I_f = U_f/R_f = \text{konst.}$ entfällt die dritte Differentialgleichung (13.65c), und es verbleiben zwei nunmehr lineare Differentialgleichungen (13.65a), (13.65b), die auch analytisch, hier aber numerisch gelöst werden, wie die folgenden Beispiele zeigen.

Beispiel 13.4

Eine fremderregte Gleichstrommaschine hat folgende Daten im Motorbetrieb, wobei sie aus einer idealen Batterie (deren Innenwiderstand Null ist) gespeist wird.

$$U_N = 460\,\text{V},\ P_N = 142\,\text{kW},\ n_N = 625/\text{min},\ I_N = 320\,\text{A},\ I_{fN} = 6.5\,\text{A},$$
$$J_M = 7\,\text{kg}\cdot\text{m}^2,\ R_a = 0.05\,\Omega,\ L_a = 1.5\,\text{mH},\ R_f = 25\,\Omega,\ L_f = 64\,\text{H}$$

Das Trägheitsmoment der Lastmaschine beträgt $J_L = 8\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Aufgrund der starren Kupplung von Lastmaschine und Gleichstrommaschine ist das Gesamtträgheitsmoment J die Summe der Trägheitsmomente der Gleichstrom- und der Lastmaschine

$J = 15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$. Beachten Sie den im Vergleich zum Bemessungsankerstrom kleinen Bemessungserregerstrom, was durch eine große Windungszahl der Erregerwicklung erreicht wird, sodass Induktivität und Widerstand des Erregerkreises deutlich größer als jene des Ankerkreises sind!

Berechnen Sie folgende Größen zur Bestimmung der stationären Betriebpunkte: Bemessungsmoment, induzierte Spannung im Bemessungspunkt, Produkt aus Maschinenkonstante k_2 und Fluss pro Pol Φ_N, die elektrische und mechanische Zeitkonstante, Motorwirkungsgrad, Leerlaufdrehzahl bei Bemessungsspannung und Bemessungsfluss!

Lösung:

- Bemessungsmoment: $M_N = \dfrac{P_N}{2\pi \cdot n_N} = \dfrac{142000}{2\pi \cdot (625/60)} = 2169.6\,\text{Nm}$
- Induzierte Spannung bei Bemessungsdrehzahl und Bemessungsmoment: $U_i = U_N - I_N \cdot R_a = 460 - 320 \cdot 0.05 = 444\,\text{V}$
- Maschinenkonstante und Fluss pro Pol: $k_2 \Phi_N = \dfrac{U_i}{\Omega_{mN}} = \dfrac{444}{2\pi \cdot (625/60)} = 6.78\,\text{Vs}$
- Ersatzinduktivität: $k_2 k_\Phi = \dfrac{k_2 \Phi_N}{I_{fN}} = \dfrac{6.78}{6.5} = 1.043\,\text{H}$
- Zeitkonstanten: $T_a = \dfrac{L_a}{R_a} = \dfrac{0.0015}{0.05} = 30\,\text{ms}$, $T_f = \dfrac{L_f}{R_f} = \dfrac{64}{25} = 2.56\,\text{s}$, $T_m = \dfrac{R_a \cdot J}{(k_2 \Phi_N)^2} = \dfrac{0.05 \cdot 15}{6.78^2} = 0.0163\,\text{s}$
- Motorwirkungsgrad: $\eta = \dfrac{P_N}{U_N \cdot I_N + R_f I_{fN}^2} = \dfrac{142000}{460 \cdot 320 + 25 \cdot 6.5^2} = 95.78\,\%$
- Leerlaufdrehzahl bei Bemessungsspannung und Bemessungsfluss: $n_0 = \dfrac{U_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} = \dfrac{460}{2\pi \cdot 6.78} = 10.8/\text{s} = 647.9/\min$

Im Folgenden werden mit den Daten aus Bsp. 13.4 drei unterschiedliche dynamische Ausgleichsvorgänge berechnet, wobei wahlweise ein kleines und ein um den Faktor 10 größeres Gesamtträgheitsmoment betrachtet werden:

- Lastmomentsprung von Null auf Bemessungsmoment bei Bemessungsspannung und Bemessungsfluss,
- Ankerspannungssprung bei Betrieb im Bemessungspunkt,
- Anlauf des Gleichstrommotors an konstanter Batteriespannung mit Vorwiderständen.

a) Lastmomentsprung von Null auf Bemessungsmoment bei Bemessungsspannung und Bemessungsfluss: Zum Zeitpunkt $t = 0.2\,\text{s}$ wird die mit Leerlaufdrehzahl rotierende Maschine mit dem Bemessungsmoment 2169.6 Nm sprungartig belastet. Es werden zwei Fälle betrachtet:

(i) Trägheitsmoment $J = 15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$,
(ii) ein um den Faktor 10 erhöhtes Gesamtträgheitsmoment $J = 150\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ infolge eines erhöhten Trägheitsmoments der Lastmaschine.

(i) Niedriges Trägheitsmoment: Durch das niedrige Trägheitsmoment $J = 15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ beträgt die mechanische Zeitkonstante nur 16.3 ms. Damit wird die Bedingung $T_\text{m} = 16.3\,\text{ms} < 4T_\text{a} = 120\,\text{ms}$ erfüllt. Es tritt gemäß Abschn. 13.3 eine gedämpfte Schwingung der Drehzahl als Ausgleichsvorgang auf.

$$\text{Dämpfungskoeffizient: } \delta = \frac{1}{2T_\text{a}} = \frac{1}{2 \cdot 0.03} = 16.67/\text{s}.$$

$$\text{Eigenfrequenz: } f_\text{d} = \frac{1}{2\pi \cdot T_\text{a}}\sqrt{\frac{T_\text{a}}{T_\text{m}} - \frac{1}{4}} = \frac{1}{2\pi \cdot 0.03}\sqrt{\frac{0.03}{0.0163} - \frac{1}{4}} = 6.69\,\text{Hz}$$

$$\text{Schwingungsdauer: } T_\text{d} = \frac{1}{f_\text{d}} = \frac{1}{6.69} = 149.5\,\text{ms}$$

Nach $N_\text{H} = \frac{\omega_\text{d}}{\delta} = \frac{2\pi \cdot 6.69}{16.67} = 2.5$ Halbperioden ist die Schwingungsamplitude auf 5 % ihres Ausgangswerts abgeklungen (Abb. 13.11).

(ii) Hohes Trägheitsmoment: Durch die 10-fach höhere mechanische Zeitkonstante gilt die Bedingung $T_\text{m} = 163\,\text{ms} > 4T_\text{a} = 120\,\text{ms}$. Somit treten gemäß Abschn. 13.3 keine Schwingungen im Ausgleichsvorgang auf. Die Ausgleichsfunktionen von Ankerstrom und Drehzahl umfassen zwei gedämpfte Exponentialfunktionen.

$$\text{Große Zeitkonstante: } T_1 = \frac{2T_\text{a}}{1 - \sqrt{1 - \frac{4T_\text{a}}{T_\text{m}}}} = \frac{2 \cdot 30}{1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 30}{163}}} = 123.3\,\text{ms}$$

$$\text{Kleine Zeitkonstante: } T_2 = \frac{2T_\text{a}}{1 + \sqrt{1 - \frac{4T_\text{a}}{T_\text{m}}}} = \frac{2 \cdot 30}{1 + \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 30}{163}}} = 39.6\,\text{ms}$$

Wegen des konstanten Hauptflusses sind die Zeitfunktionen von Ankerstrom und elektromagnetischem Drehmoment bis auf eine Proportionalitätskonstante identisch (vgl. Abb. 13.10 und 13.11). Nach drei großen Zeitkonstanten sind 95 % des neuen Stationärwerts erreicht. Wir erhalten $3T_1 = 3 \cdot 123.3 = 370\,\text{ms}$ und $0.95 \cdot 320 = 304\,\text{A}$ bzw. $0.95 \cdot 2169.6 = 2061.4\,\text{Nm}$. Damit können wir das numerisch erhaltene Ergebnis überprüfen. Die Drehzahl nimmt vom Stationärwert bei Leerlauf 647.9/min auf die Bemessungsdrehzahl 625/min ab (Abb. 13.11).

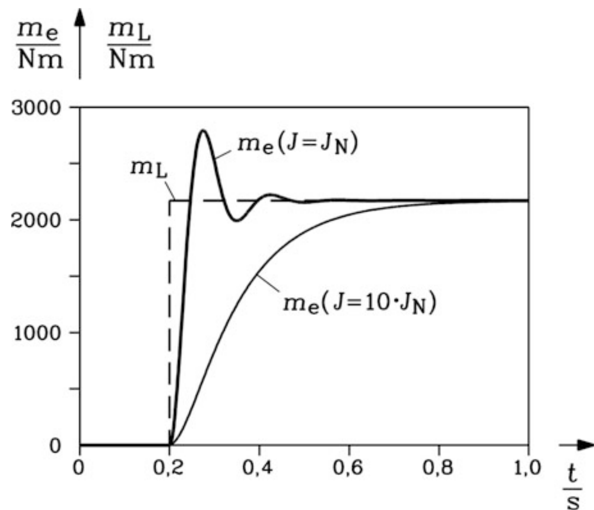


Abb. 13.10 Ein Lastmomentsprung $m_L(t)$ von Null auf Bemessungsmoment bei $t = 0.2$ s führt zu einer verzögerten Zunahme des elektromagnetischen Moments $m_e(t)$ (**a**) mit Schwingungen (dicke Linie) bei $J_N = 15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$, (**b**) bei $10J_N = 150\,\text{kg} \cdot m^2$ (dünne Linie) ohne Schwingungen

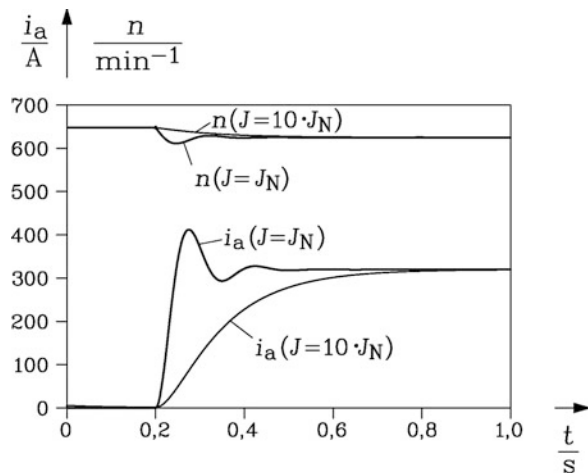


Abb. 13.11 Ein Lastmomentsprung $m_s(t)$ von Null auf Bemessungsmoment bei $t = 0.2$ s führt zu einer verzögerten Zunahme des Ankerstroms $i_a(t)$ (**a**) mit Schwingungen (dicke Linie) bei $J_N = 15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$, (**b**) bei $10J_N = 150\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ (dünne Linie) ohne Schwingungen

b) Ankerspannungssprung bei Betrieb im Bemessungspunkt: Der Motor wird zunächst mit Bemessungsspannung, Bemessungsfluss und Bemessungsmoment betrieben, somit bei Bemessungsdrehzahl und Bemessungsstrom. Zum Zeitpunkt $t = 0.2$ s wird die Ankerspannung um 20 % sprungartig erhöht: $\Delta U_a = 0.2U_N = 0.2 \cdot 460 = 92$ V. Es stellen sich nach Abklingen des transienten Ausgleichsvorgangs folgende neue Stationärbetriebswerte ein:

- Wegen des unveränderten Lastmoments sind das elektromagnetische Moment und der Ankerstrom ebenfalls unverändert 2169.6 Nm und 320 A.
- Die Drehzahl erhöht sich auf einen neuen Stationärwert. $n = \frac{1.2U_N + I_N R_a}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} = \frac{1.2 \cdot 460 - 0.05 \cdot 320}{2\pi \cdot 6.78} = 12.58/\text{s} = 755/\min$

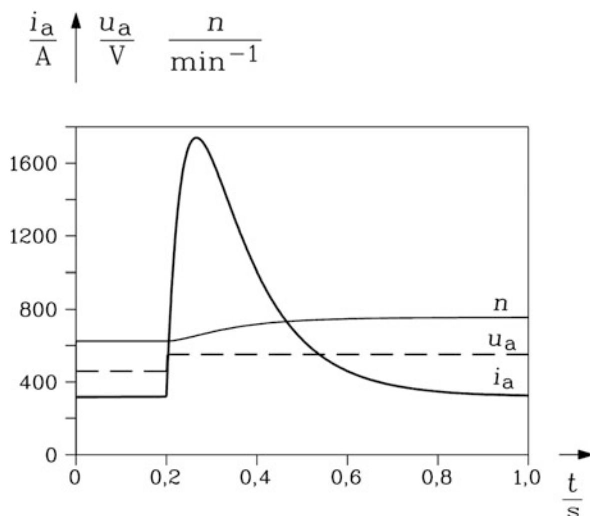


Abb. 13.12 Ein Ankerspannungssprung bei Bemessungsspannung um 20 % bei $t = 0.2\text{s}$ (gestrichelte Linie) führt bei Belastung mit Bemessungsmoment und $10J_N = 150\,\text{kg·m}^2$ zu einem transienten Ankerstromscheitelwert von 550 % des Bemessungsstroms (dicke Linie) und eine stationäre Drehzahlerhöhung um 20.8 % (dünne Linie)

(i) Niedriges Trägheitsmoment: Aufgrund des niedrigen Trägheitsmoments $J = 15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$ schwingt der transiente Ankerstrom. Sein Scheitelwert ist mit 1200 A (3.7-facher Bemessungsstrom) deutlich kleiner als bei (ii), da nur ein kleines Trägheitsmoment beschleunigt werden muss. Die Schwingung der Drehzahl hat eine deutlich kleinere relative Amplitude als der Strom, da das Trägheitsmoment glättend auf den Stromverlauf wirkt. Die Dämpfung der Schwingung ist identisch mit jener von Fall a), nach $N_H = 2.5$ Halbschwingungen (185 ms) ist die Schwingung nahezu abgeklungen (Abb. 13.13).

(ii) Hohes Trägheitsmoment: Nach drei Zeitkonstanten $3T_1 = 3 \cdot 123.3 = 370\,\text{ms}$ werden 95 % der Enddrehzahldifferenz (= Enddrehzahl 755/min minus Anfangsdrehzahl 652/min) erreicht: $0.95 \cdot (755 - 625) + 625 = 748/\,\text{min}$. Um das große Trägheitsmoment in dieser Zeit auf die höhere Drehzahl 755/min zu beschleunigen, müssen das elektromagnetische Drehmoment und der Ankerstrom bis zum 5.5-fachen des Bemessungswerts auf z. B. 1750 A erhöht werden (Abb. 13.12).

c) Anlauf des Gleichstrommotors an konstanter Batteriespannung mit Vorwiderständen: Ohne Vorwiderstand im Ankerkreis würde beim Zuschalten des Ankerkreises auf die Batteriespannung ein Stromstoß von $\hat{i}_a = U_N/R_a = 460/0.05 = 9200\,\text{A}$ auftreten (etwa 29-facher Bemessungsstrom). Der deshalb erforderliche strombegrenzende Vorwiderstand wird so ausgelegt, dass maximal der doppelte Bemessungsstrom auftritt, um einen raschen Hochlauf zu ermöglichen. Dies ist thermisch vertretbar, da diese Stromspitze und die damit

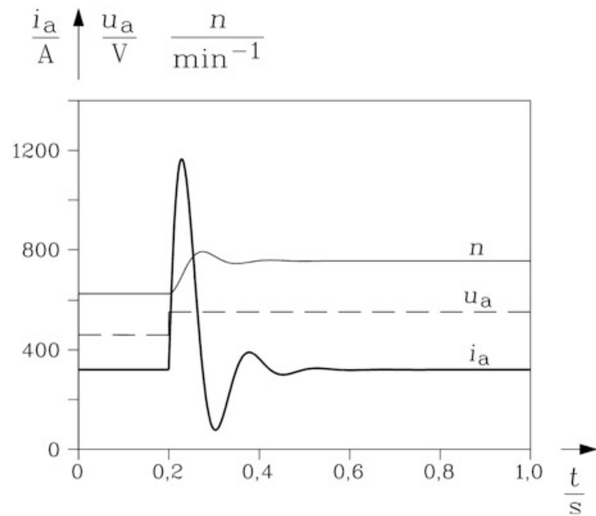


Abb. 13.13 Wie Abb. 13.12, jedoch $J_N = 15\,\text{kg·m}^2$. Der transiente Ankerstromscheitelwert verringert sich auf 375 % des Bemessungsstroms (dicke Linie), die stationäre Drehzahlerhöhung hingegen bleibt mit 20.8 % gleich (dünne Linie)

verbundene vierfache Verlustleistung im Ankerkreis nur kurzzeitig auftreten.

$$R_{s,1} = \frac{U_N}{2I_N} - R_a = \frac{460}{2 \cdot 320} - 0.05 = 0.67\ \Omega \tag{13.66}$$

Erfolgt der Hochlauf bei mit Bemessungsmoment belastetem Motor, so wird der Ankerstrom zunächst auf den doppelten Bemessungsstrom 640 A innerhalb der Ankerzeitkonstante 30 ms ansteigen, und dann den stationären Endwert „Bemessungsstrom 320 A“ erreichen. Dieser zweite Zeitabschnitt kann verkürzt werden, wenn statt des ersten Serienwiderstands nun ein zweiter, kleinerer Widerstand $R_{s,2}$ verwendet wird. Auf diesen Widerstandswert wird der Vorwiderstand, ausgehend von $R_{s,1}$ verkleinert, wenn der Ankerstrom auf 102 % des Bemessungsstroms abgesunken ist. Auch dieser Widerstandswert wird so ausgelegt, dass der sich einstellende Stromscheitelwert maximal doppelten Bemessungsstrom 640 A erreicht. Dieser Vorgang wird mit zwei weiteren Widerstandsstufen $R_{s,3}$ und $R_{s,4}$ mit $R_{s,3} > R_{s,4}$ wiederholt. Danach wird $R_{s,4}$ kurzgeschlossen, und es verbleibt der Ankerwiderstand. Bei eingeschaltetem Vorwiderstand $R_{s,1}$ beschleunigt der Motor bei Belastung mit Bemessungsmoment auf die Stationärdrehzahl $n_{1,\infty}$.

$$n_{1,\infty} = \frac{U_N - (R_{s,1} + R_a) \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2 \Phi_N} \tag{13.67}$$

$$n_{1,\infty} = \frac{460 - (0.67 + 0.05) \cdot 320}{2\pi \cdot 6.78} = 5.39/\text{s}$$

Bei dieser Drehzahl begrenzt bereits die induzierte Spannung den Ankerstrom; diese muss nun für die Bestimmung des Werts $R_{s,2}$ berücksichtigt werden.

$$R_{s,2} = \frac{U_N - 2\pi \cdot n_{1,\infty} \cdot k_2\Phi_N}{2I_N} - R_a$$
$$R_{s,2} = \frac{460 - 2\pi \cdot 5.39 \cdot 6.78}{2 \cdot 320} - 0.05 = \frac{460 - 229.6}{2 \cdot 320} - 0.5 = 0.31\,\Omega$$

Bei eingeschaltetem Vorwiderstand $R_{s,2}$ beschleunigt der Motor bei Belastung mit Bemessungsmoment auf die Stationärdrehzahl $n_{2,\infty} > n_{1,\infty}$.

$$n_{2,\infty} = \frac{U_N - (R_{s,2} + R_a) \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2\Phi_N} \tag{13.68}$$
$$n_{2,\infty} = \frac{460 - (0.31 + 0.05) \cdot 320}{2\pi \cdot 6.78} = 8.09/\mathrm{s}$$

Damit wird der Wert $R_{s,3} < R_{s,2}$ und damit $n_{3,\infty} > n_{2,\infty}$ bestimmt.

$$R_{s,3} = \frac{U_N - 2\pi \cdot n_{2,\infty} \cdot k_2\Phi_N}{2I_N} - R_a$$
$$R_{s,3} = \frac{460 - 2\pi \cdot 8.09 \cdot 6.78}{2 \cdot 320} - 0.05 = \frac{460 - 344.6}{2 \cdot 320} - 0.5 = 0.13\,\Omega$$

Bei eingeschaltetem Vorwiderstand $R_{s,3}$ beschleunigt der Motor bei Belastung mit Bemessungsmoment auf die Stationärdrehzahl $n_{3,\infty} > n_{2,\infty}$.

$$n_{3,\infty} = \frac{U_N - (R_{3,2} + R_a) \cdot I_N}{2\pi \cdot k_2\Phi_N} \tag{13.69}$$
$$n_{3,\infty} = \frac{460 - (0.13 + 0.05) \cdot 320}{2\pi \cdot 6.78} = 9.45/\mathrm{s}$$

Schließlich folgt daraus der Wert für die letzte Widerstandsstufe $R_{s,4}$.

$$R_{s,4} = \frac{U_N - 2\pi \cdot n_{3,\infty} \cdot k_2\Phi_N}{2I_N} - R_a$$
$$R_{s,4} = \frac{460 - 2\pi \cdot 9.45 \cdot 6.78}{2 \cdot 320} - 0.05 = \frac{460 - 402.6}{2 \cdot 320} - 0.5 = 0.04\,\Omega$$

(i) Niedriges Trägheitsmoment: Die Vorwiderstände erhöhen den resultierenden Ankerwiderstand und damit die mechanische Zeitkonstante und verringern die Ankerzeitkonstante (Tab. 13.1). Bei niedrigem Trägheitsmoment $J = 15\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$ stellen sich die mechanischen Zeitkonstanten gemäß Tab. 13.1, linke Spalte, ein.

$$T_{m,1} = \frac{(R_a + R_{s,1}) \cdot J}{(k_2\Phi_N)^2} = \frac{(0.05 + 0.67) \cdot 15}{6.78^2} = 235\,\mathrm{ms} \tag{13.70a}$$
$$T_{a,1} = \frac{L_a}{R_a + R_{s,1}} = \frac{0.0015}{0.05 + 0.67} = 2.0\,\mathrm{ms} \tag{13.70b}$$

Tab. 13.1 Elektrische und mechanische Zeitkonstanten für unterschiedliche Ankerkreis-Vorwiderstände und Trägheitsmomente

Vorwiderstand	T_a	(i) Niedriges Trägheitsmoment 15 kg · m^2	(ii) Hohes Trägheitsmoment 150 kg · m^2
$R_{s,1} = 0.67\,\Omega$	2.0 ms	$T_{m,1} = 235$ ms	$T_{m,1} = 2.35$ s
$R_{s,2} = 0.31\,\Omega$	4.2 ms	$T_{m,2} = 117$ ms	$T_{m,2} = 1.17$ s
$R_{s,3} = 0.13\,\Omega$	8.3 ms	$T_{m,3} = 58.7$ ms	$T_{m,3} = 587$ ms
$R_{s,4} = 0.04\,\Omega$	16.7 ms	$T_{m,4} = 29.3$ ms	$T_{m,4} = 293$ ms
$R_s = 0$	30.0 ms	$T_m = 16.3$ ms	$T_m = 163$ ms

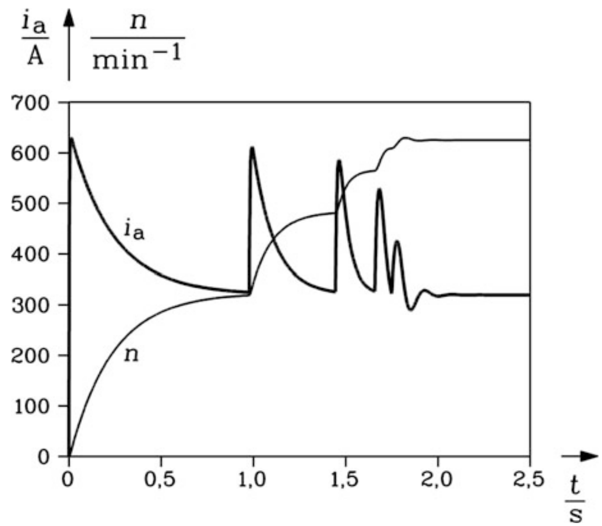


Abb. 13.14 Hochfahren einer fremderregten Gleichstrommaschine mit Bemessungsfluss, Bemessungsmoment, Bemessungsspannung und niedrigem Trägheitsmoment $J_N = 15\,\text{kg}\cdot\text{m}^2$ mit abnehmenden Ankervorwiderstandsstufen 0.67 Ω, 0.31 Ω, 0.13 Ω, 0.04 Ω. Die Vorwiderstände begrenzen den Ankerstrom auf doppelten Bemessungsstrom 640 A (dicke Linie), während sich die Drehzahl stufenweise $n_{1,\infty} < n_{2,\infty} < n_{3,\infty} < n_{4,\infty} < n_N$ erhöht (dünne Linie)

Die anderen Werte in Tab. 13.1 werden in gleicher Weise berechnet. Der Motor erreicht bei Betrieb mit $R_{s,1}$ nach $3T_{m,1} = 3 \cdot 0.235 = 0.71$ s 95 % der Drehzahl $n_{1,\infty}$ (Abb. 13.14). Bei etwa 1 s wird $R_{s,1}$ auf den Wert der zweiten Vorwiderstandstufe verringert. Nach $3T_{m,2} = 3 \cdot 0.117 = 0.35$ s sind 95 % der Drehzahldifferenz $n_{2,\infty} - n(t = 1\text{ s})$ erreicht, also zum Zeitpunkt 1.0+0.35 = 1.35 s. Bei $t = 1.5$ s wird auf den Widerstandswert $R_{s,3}$ der Vorwiderstand verringert, sodass nach $3T_{m,3} = 3 \cdot 0.0587 = 0.18$ s 95 % von $n_{3,\infty} - n(t = 1.5\text{ s})$ erreicht werden, also zum Zeitpunkt 1.5 + 0.18 = 1.68 s. Bei $t = 1.7$ s wird der Wert $R_{s,4}$ eingestellt. Nach $3T_{m,4} = 3 \cdot 0.0293 = 0.09$ s sind 95 % von $n_{4,\infty} - n(t = 1.7\text{ s})$ zum Zeitpunkt

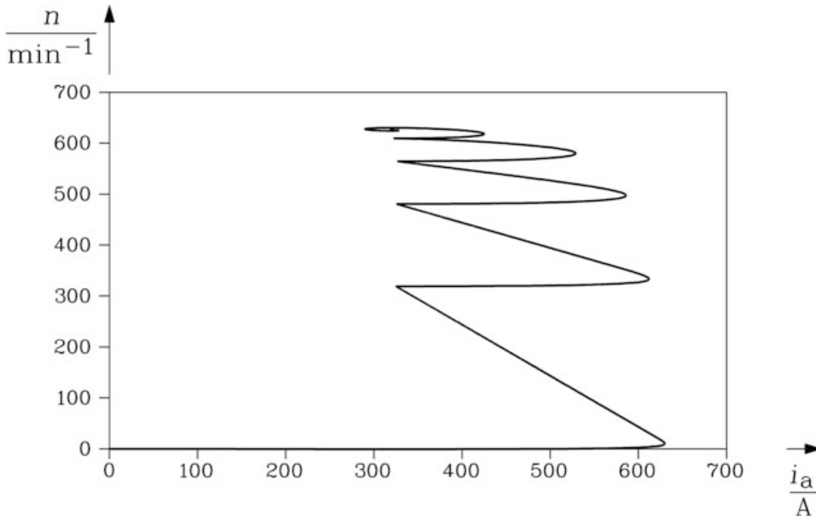


Abb. 13.15 Zu Abb. 13.14 gehörende dynamische Drehzahl-Ankerstrom-Charakteristik

1.7 + 0.09 = 1.79 s erreicht. Bei $t = 1.85$ s wird der Vorwiderstand kurzgeschlossen, und nach $3T_m = 3 \cdot 0.0163 = 0.05$ s sind 95 % der Enddrehzahldifferenz $n_N - n(t = 1.85\,\text{s})$ erreicht, also zum Zeitpunkt 1.85 + 0.05 = 1.9 s. Bei $t = 2.5$ s endet die Simulation.

Wegen des niedrigen Trägheitsmoments ist die Hochlaufzeit relativ kurz und dauert etwa 2 s (Abb. 13.14). Durch den mit der jeweiligen Ankerzeitkonstante $T_{a,1}$, $T_{a,2}$, ... exponentiell ansteigenden Ankerstrom wird bei der dritten und vierten Vorwiderstandsstufe und nach deren Kurzschluss nicht mehr der doppelte Bemessungsstrom 640 A erreicht, da der Hochlauf zu rasch vor sich geht, sondern er bleibt unter 400 A ... 580 A. Die Drehzahl-Ankerstrom-Kennlinien für diese Abschnitte des Hochlaufs weichen daher von den stationären Kennlinien $n(I_a)$ für die im jeweiligen Schaltzustand resultierenden Ankerkreiswiderstände ($R_a + R_{s,1}$ bzw. $R_a + R_{s,2}$ bzw. $R_a + R_{s,3}$ bzw. $R_a + R_{s,4}$ und R_a) ab (Abb. 13.15).

(ii) Hohes Trägheitsmoment: Die Vorwiderstände erhöhen wie bei Fall (i) den resultierenden Ankerwiderstand und damit die mechanische Zeitkonstante (Tab. 13.1, rechte Spalte), und verringern die Ankerzeitkonstante.

$$T_{m,1} = \frac{(R_a + R_{s,1}) \cdot J}{(k_2 \Phi_N)^2} = \frac{(0.05 + 0.67) \cdot 150}{6.78^2} = 2.35\,\text{s} \tag{13.71a}$$

$$T_{a,1} = \frac{L_a}{R_a + R_{s,1}} = \frac{0.0015}{0.05 + 0.67} = 2.0\,\text{ms} \tag{13.71b}$$

Die anderen Werte in Tab. 13.1 werden in gleicher Weise berechnet. Der Motor erreicht bei Betrieb mit $R_{s,1}$ nach $3T_{m,1} = 3 \cdot 2.35 = 7.05$ s 95 % der Drehzahl $n_{1,\infty}$ (Abb. 13.16).

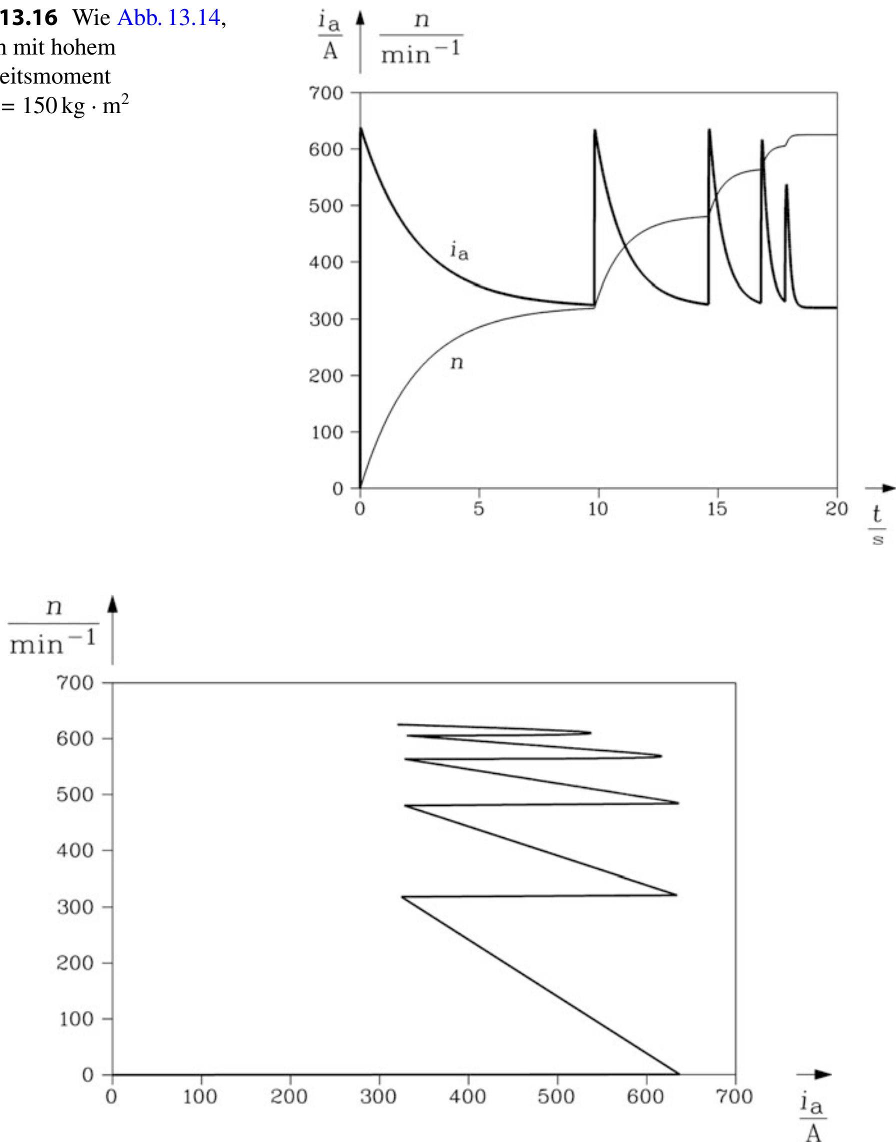


Abb. 13.16 Wie Abb. 13.14, jedoch mit hohem Trägheitsmoment $10\,J_N = 150\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$

Abb. 13.17 Zu Abb. 13.16 gehörende dynamische Drehzahl-Ankerstrom-Charakteristik

Bei etwa 10 s wird $R_{s,1}$ auf den Wert der zweiten Vorwiderstandsstufe verringert. Nach $3T_{m,2} = 3 \cdot 1.17 = 3.5$ s sind 95 % der Drehzahldifferenz $n_{2,\infty} - n(t = 10\,\text{s})$ erreicht, also zum Zeitpunkt $10 + 3.5 = 13.5$ s. Bei $t = 15$ s wird auf den Widerstandswert $R_{s,3}$ der Vorwiderstand verringert, sodass nach $3T_{m,3} = 3 \cdot 0.587 = 1.8$ s 95 % von $n_{3,\infty} - n(t = 15\,\text{s})$ erreicht werden, also zum Zeitpunkt $15 + 1.8 = 16.8$ s. Bei $t = 17$ s wird der Wert $R_{s,4}$ eingestellt.

Nach $3T_{m,4} = 3 \cdot 0.293 = 0.9$ s sind 95 % von $n_{4,\infty} - n(t = 17\,\text{s})$ zum Zeitpunkt 17 + 0.9 = 17.9 s erreicht. Bei $t = 18.5$ s wird der Vorwiderstand kurzgeschlossen, und nach $3T_m = 3 \cdot 0.163 = 0.5$ s sind 95 % der Enddrehzahldifferenz $n_N - n(t = 18.5\,\text{s})$ erreicht, also zum Zeitpunkt 18.5 + 0.5 = 19 s. Bei $t = 20$ s endet die Simulation. Wegen der großen mechanischen Zeitkonstante verläuft der Hochlauf nahezu quasistatisch. Die im Zeitschrittverfahren simulierten Drehzahl-Strom-Kennlinien sind nahezu identisch mit den stationären Kennlinien für $d/dt = 0$, wie sie nachstehend angegeben sind (Abb. 13.17).

$$\text{Mit Vorwiderstand } R_{s,1}\colon n_1 = \frac{U_N - (R_{s,1} + R_a) \cdot I_a}{k_2 \Phi_N} \tag{13.72}$$

$$\text{Mit Vorwiderstand } R_{s,2}\colon n_2 = \frac{U_N - (R_{s,2} + R_a) \cdot I_a}{k_2 \Phi_N} \tag{13.73}$$

In gleicher Weise ergeben sich die $n(I_a)$-Kennlinien mit den Vorwiderständen $R_{s,3}$, $R_{s,4}$, was schließlich auf die stationäre Enddrehzahl-Kennlinie $n = \frac{U_N - R_a \cdot I_a}{k_2 \Phi_N}$ führt.

13.7 Stromrichtergespeiste fremderregte Gleichstrommaschinen

Für drehzahlveränderbaren Betrieb werden fremderregte Gleichstrommaschinen über Stromrichter mit veränderbarer Ankerspannung gespeist (siehe Kap. 11 bzw. Abb. 13.18), wobei zumeist das Drehspannungssystem des Netzes mit einer sechspulsigen Thyristorbrücke (B6C) mit Phasenanschnittsteuerung gleichgerichtet wird (Jäger 1977; Heumann 1985; Mohan 1995; Schröder 2008). Wird der Zündwinkel der Thyristoren α zwischen 0° und 180° variiert, so verändert sich der Mittelwert der sechspulsig gleichgerichteten Spannung gemäß $+U_{d0}$ (bei $\alpha = 0°$) und $-U_{d0}$ (bei $\alpha = 180°$) (vgl. Abschn. 11.7).

$$U_d(\alpha) = U_{d0} \cdot \cos\alpha, \quad U_{d0} = \frac{3}{\pi} \cdot U_{LL} \cdot \sqrt{2}. \tag{13.74}$$

Aufgrund der Ventilwirkung der Thyristoren kann der Strom nur von der Anode zur Kathode fließen. Deshalb ist mit einer B6C-Brücke wegen der ausschließlich positiven Stromflussrichtung nur Betrieb mit positivem Drehmoment möglich. Dies führt zum motorischen Einquadranten-Betrieb. Bei Verwendung einer zweiten B6C-Brücke mit umgekehrt angeordneten Thyristoren parallel zur ersten als „antiparalleler" Stromrichter (B6C)A(B6C) (Abb. 13.18) sind sowohl positive als auch negative Stromrichtung im Ankerkreis der Gleichstrommaschine und damit Drehmomentumkehr möglich. Dies führt zum Vierquadrantenbetrieb in Motor- und Generatorbetriebsweise (Tab. 13.2).

Die Speisung der Fremderregung erfolgt ebenfalls über Stromrichter zur Veränderung des Erregerstroms über eine veränderbare Erregergleichspannung. Aus Kostengründen werden fallweise nur zweipulsige Gleichrichterbrücken verwendet, die B2C-

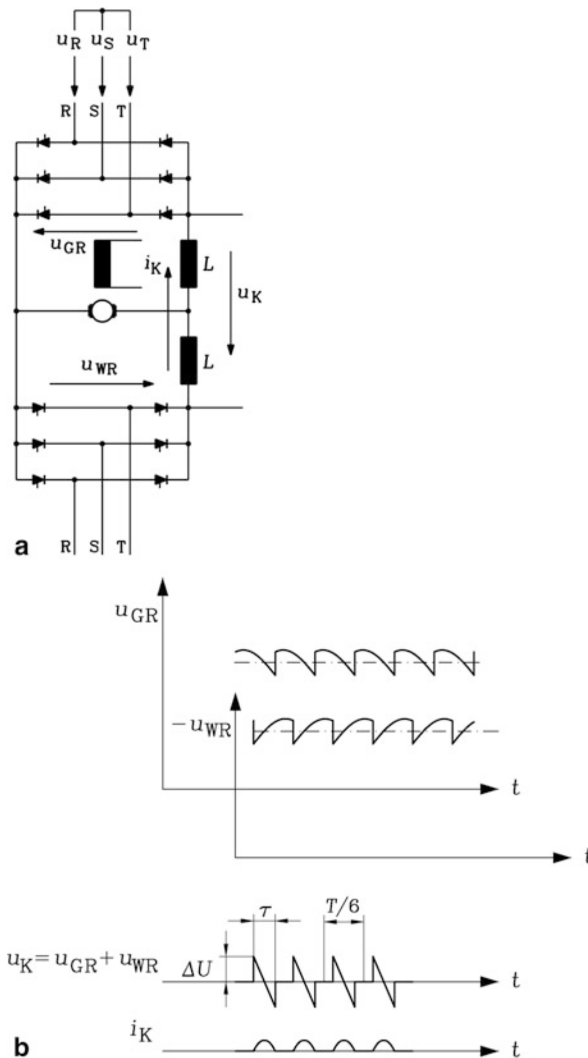


Abb. 13.18 (**a**) Antiparallele Thyristorbrücken (B6C)A(B6C) speisen den Gleichstrommotor mit der gleichen mittleren Ausgangsgleichspannung. (**b**) Dies führt zu einem parasitären Kreisstrom $i_K(t)$ zwischen beiden Brücken, da die Augenblickswerte der Ausgangsspannungen beider Brücken nicht gleich sind und zu einer resultierenden Spannungsdifferenz $u_K(t)$ führen. Dieser Kreisstrom kann durch zusätzliche Drosseln L verringert werden

oder die B2H-Brücke, die beide jeweils aus einer Phase des Drehstromnetzes gespeist werden (Heumann 1985). Wegen der großen Erregerinduktivität wird trotz der größeren Spannungswelligkeit dieser zweipulsigen Schaltungen (mit zweifacher Netzfrequenz, Tab. 13.2) ein nahezu glatter Erregerstrom erreicht. Da die veränderbare Ankerspannung als Führungsgröße für die Drehzahlregelung verwendet wird, wird der Zündwinkel

Tab. 13.2 Unterschiedliche Brückenkonfigurationen zur Speisung des Anker- und Erregerkreises fremderregter Gleichstrommaschinen

Ankerkreis:	
$U_a \leq\geq 0,\ I_a \geq 0$	B6C: Eine sechspulsige Thyristorbrücke, 6 Thyristoren, Ausgangsspannungs- und Stromwelligkeit mit der Frequenz $6f_{Netz} = 300\,Hz$, Einquadrantenbetrieb: $n \geq 0$, $M \geq 0$ und Zweiquadrantenbetrieb: $n \leq\geq 0$, $M \geq 0$.
$U_a \leq\geq 0,\ I_a \leq\geq 0$	(B6C)A(B6C): Zwei antiparallele sechspulsige Thyristorbrücken, 12 Thyristoren, Ausgangsspannungs- und Stromwelligkeit mit der Frequenz: $6f_{Netz} = 300\,Hz$, Vierquadrantenbetrieb: $n \leq\geq 0$, $M \leq\geq 0$
Erregerkreis:	
$U_f \geq 0,\ I_f \geq 0$ $\Phi \geq 0$	B2H: Eine zweipulsige Thyristor-Dioden-Brücke, 2 Thyristoren, 2 Dioden, Ausgangsspannungs- und Stromwelligkeit mit der Frequenz: $2f_{Netz} = 100\,Hz$
$U_f \leq\geq 0,\ I_f \geq 0$ $\Phi \geq 0$	B2C: Eine zweipulsige Thyristorbrücke, 4 Thyristoren, Ausgangsspannungs- und Stromwelligkeit mit der Frequenz: $2f_{Netz} = 100\,Hz$
$U_f \leq\geq 0,\ I_f \geq 0$ $\Phi \geq 0$	B6C: Eine sechspulsige Thyristorbrücke, 6 Thyristoren, Ausgangsspannungs- und Stromwelligkeit mit der Frequenz: $6f_{Netz} = 300\,Hz$

betriebsmäßig nicht an seine Grenzen 0° und 180° ausgesteuert, sondern verbleibt mit einem gewissen Abstand von ca. 30° bis 40° darunter. So wird die Gleichspannung innerhalb verringerter Grenzwerte variiert. Der verbleibende Stellbereich des Zündwinkels wird für die Regelreserve an den Spannungsgrenzen verwendet. Weiter dient der Grenzwert von ca. 150° als Sicherheitsgrenze, um deutlioch unterhalb der Wechselrichter-Trittgrenze zu bleiben (Heumann 1985).

Beispiel 13.5

Dreiphasiges Drehstromnetz AC 3x400 V, B6C-Brücke: Bestimmen Sie die maximale Ausgangsgleichspannung und die Bemessungsgleichspannung mit zugehörigem Zündwinkel, sodass eine Regelreserve von 80 V in der Ankerspannung vorgehalten wird.

Lösung:
Maximale Ausgangsgleichspannung:

$$U_d(\alpha = 0) = U_{d0} \cdot \cos 0 = U_{d0} = \frac{3}{\pi} \cdot U_{LL} \cdot \sqrt{2} = \frac{3}{\pi} \cdot 400 \cdot \sqrt{2} = 540\,V$$

Bemessungsgleichspannung:

$$U_d(\alpha = 30°) = U_{d0} \cdot \cos 30° = 540 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 460\,V$$

Tab. 13.3 Stromrichterschaltungen für Ein- und Vierquadrantenbetrieb der fremderregten Gleichstrommaschine

Brückentyp	Maximalspannung	Bemessungsspannung	
B6C	540 V	460 V	Einquadrantenbetrieb
(B6C)A(B6C)	540 V	400 V	Vierquadrantenbetrieb

Die Regelreserve beträgt ΔU_d = 540V – 460 V = 80 V. Die B6C-Thyristorbrücke wird folglich zwischen $30° \leq \alpha \leq 150°$ betrieben.

Beispiel 13.6

Dreiphasiges Drehstromnetz AC 3x400 V: Die typischen Maximal- und Bemessungsgleichspannungen für Gleichstromantriebe sind in Tab. 13.3 angegeben.

Die Betriebsgrenzen des drehzahlveränderbaren Gleichstromantriebs (Abschn. 11.7) sind gegeben durch die

- Ankerstromgrenze,
- Ankerspannungsgrenze,
- Kommutierungsgrenze,
- Drehzahlgrenze n_max.

Die antiparallelen Thyristorbrücken zur Speisung des Ankerkreises im Vierquadrantenbetrieb können auf zwei unterschiedliche Betriebsweisen gesteuert werden (Heumann 1985):

a) Durch Abschalten (Sperren) einer Brücke, während nur die andere Brücke betrieben wird,
b) Durch paralleles Betreiben beider Brücken mit derselben mittleren Ausgangsgleichspannung, wobei nur eine Brücke den Ankerstrom (mit der gewünschten Polarität) führt.

Methode b) hat den Vorteil, dass der Ankerstrom sehr rasch seine Polarität wechseln kann, indem er von der einen auf die andere Brücke wechselt (Abb. 13.18a). Nachteilig ist der damit verbundene Kreisstrom zwischen den beiden Brücken. Wird nämlich die erste Brücke (Gleichrichterbetrieb GR, $0 \leq \alpha \leq 90°$) mit dem Zündwinkel α_GR betrieben, erzeugt sie gemäß (13.74) eine mittlere Gleichspannung $U_\mathrm{d,GR}$.

$$U_\mathrm{d,GR} = U_\mathrm{d0} \cdot \cos(\alpha_\mathrm{GR}) \tag{13.75}$$

Dann muss die zweite Brücke im Wechselrichterbetrieb (WR, $90° \leq \alpha \leq 180°$) betrieben werden, damit die gleiche mittlere Gleichspannung entsteht: $\alpha_\mathrm{WR} = \pi - \alpha_\mathrm{GR}$.

$$U_{\mathrm{d,WR}} = U_{\mathrm{d0}} \cdot \cos(\alpha_{\mathrm{WR}}) = U_{\mathrm{d0}} \cdot \cos(\pi - \alpha_{\mathrm{GR}})$$
$$U_{\mathrm{d,WR}} = -U_{\mathrm{d0}} \cdot \cos(\alpha_{\mathrm{GR}}) \qquad (13.76)$$

Gemäß Abb. 13.18b ist die mittlere Gleichspannung $-U_{\mathrm{d,WR}} = U_{\mathrm{d0}} \cdot \cos(\alpha_{\mathrm{GR}})$ identisch mit der mittleren Gleichspannung $U_{\mathrm{d,GR}}$ der ersten Brücke, doch deren Augenblickswerte $u_{\mathrm{GR}}(t)$, $u_{\mathrm{WR}}(t)$ sind unterschiedlich. Dies führt zu einer Wechselspannung $u_{\mathrm{K}}(t)$, die einen zusätzlichen Kreisstrom über die beiden Brücken treibt.

$$u_{\mathrm{K}}(t) = u_{\mathrm{GR}}(t) + u_{\mathrm{WR}}(t) \qquad (13.77)$$

Die Form dieser Spannung ist während der Zeit τ sinusförmig mit Lücken der Breite $T/6-\tau$ ($T = 1/f_{\mathrm{s}}$, $f_{\mathrm{s}} = \omega_{\mathrm{s}}/(2\pi)$: Netzfrequenz).

$$u_{\mathrm{K}}(t) = -\frac{\Delta U \cdot \sin(\omega_{\mathrm{s}} t)}{\sin(\omega_{\mathrm{s}}\tau/2)} \qquad -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \qquad (13.78)$$

Der parasitäre Kreisstrom $i_{\mathrm{K}}(t)$ belastet thermisch die leitenden Thyristoren, jedoch weder die Gleichstrommaschine noch das speisende Drehstromnetz. Er kann durch Einfügen von zusätzlichen Glättungsdrosseln L verringert werden und erhält im Zeitbereich $-\tau/2 \leq t \leq \tau/2$ einen cosinusförmigen, für kleine Winkel α etwa parabolischen Stromverlauf.

$$i_{\mathrm{K}}(t) = \frac{1}{L}\int_{-\tau/2}^{t} u_{\mathrm{K}}(t) \cdot dt = \frac{\Delta U}{\omega_{\mathrm{s}} L} \cdot \frac{\cos(\omega_{\mathrm{s}} t) - \cos(\omega_{\mathrm{s}}\tau/2)}{\sin(\omega_{\mathrm{s}}\tau/2)} \cong$$
$$\cong \frac{\Delta U}{\tau \cdot L} \cdot \left(\left(\frac{\tau}{2}\right)^2 - t^2\right) \quad \text{für} \quad \omega_{\mathrm{s}}\tau << 1 \qquad (13.79)$$

Werden im dynamischen Berechnungsmodell der fremderregten Gleichstrommaschine die durch mehrpulsige Gleichrichtung erzeugten zeitlich veränderlichen Ausgangsspannungen von Anker- und Erregerstromrichter dem Differentialgleichungssystem (13.65) der fremderregten Gleichstrommaschine vorgegeben, so erhält man auch bei Annahme einer (näherungsweise) konstanten Drehzahl einen welligen Ankerstrom- und Feldstromverlauf. Wegen $L_{\mathrm{f}} >> L_{\mathrm{a}}$ ist die Welligkeit des Feldstroms i. A. deutlich geringer als die des Ankerstroms. Aufgrund der sechspulsigen Ankerspannung enthält der Ankerstrom $i_{\mathrm{a}}(t)$ ebenfalls sechs etwa parabolische Kuppen je Netzperiode, deren Kuppenhöhe ähnlich wie in (13.79) durch die glättende Wirkung der Ankerinduktivität bestimmt ist (Abb. 13.19).

Da die Ankerinduktivität L_{a} in der Regel klein ist, ist die Stromwelligkeit erheblich (vgl. Aufgabe A13.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“). Die Fourier-Reihenentwicklung des Ankerstroms ergibt neben dem mittleren Gleichstrom I_{a} bei B6C-Speisung Oberschwingungen mit folgenden Frequenzen: $6f_{\mathrm{Netz}}$, $12f_{\mathrm{Netz}}$, $18f_{\mathrm{Netz}}, \ldots$, die bei $f_{\mathrm{Netz}} = 50\,\mathrm{Hz}$ die Werte 300 Hz, 600 Hz, 900 Hz, ... aufweisen.

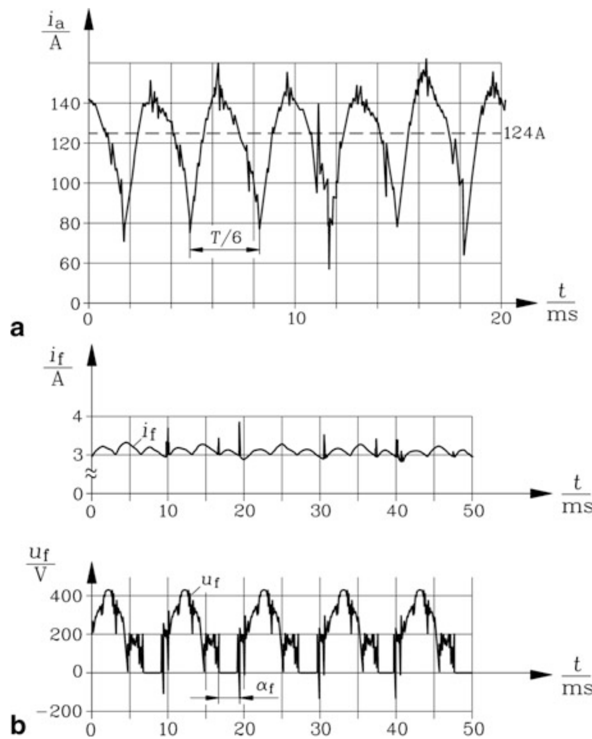


Abb. 13.19 Gemessener Ankerstrom (**a**) und Erregerstrom bzw. Erregerspannung (**b**) einer fremderregten, unkompensierten 40 kW-Gleichstrommaschine. Die Ankerspeisung erfolgt über eine B6C-Thyristorbrücke, die Erregerspeisung über eine B2H-Thyristor-Dioden-Brücke. i_a: Ankerstrom, u_f: Erregerspannung, i_f: Erregerstrom, t: Zeit. Die „Spitzen" in den Stromverläufen sind durch Einstreuungen bei der Messung der Ströme über Messshunts R_{sh} ($i_{Mess} = u_{Mess}/R_{sh}$) verursacht. Durch das Kommutieren der Thyristoren werden kapazitiv und induktiv Störspannungen in das Spannungsmesssignal u_{Mess} eingekoppelt, die natürlich keinem realen Stromsignal $i(t)$ entsprechen. Die i_f-Welligkeit mit 300 Hz ist durch die mit dieser Frequenz veränderliche Eisensättigung infolge des pulsierenden Ankerquerfelds („Sättigung durch Ankerrückwirkung", vgl. Kap. 11) verursacht

Durch eine zusätzliche Ankerseriendrossel kann die Welligkeit des Ankerstroms vermindert werden. Bei Teillast, also im Vergleich zum Bemessungsmoment niedrigen Drehmomenten, ist der mittlere Ankerstrom I_a so klein, dass der Ankerstrom aus einer Folge von Stromkuppen und dazwischen liegenden Strompausen („Stromlücken" im Ankerstromverlauf) besteht. Dieser „Lückbetrieb" tritt zwischen Leerlauf (minimaler mittlerer Ankerstrom I_{a0}) und einem bestimmten mittleren Ankerstrom $I_{aLück}$ („Lückstrom") auf, bei dem die Lücken verschwinden (vgl. Aufgabe A13.4 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Dieser Lückstrom ist umso größer, je kleiner die glättenden Ankerinduktivität L_a und je größer die maximale Ausgangsgleichspannung U_{d0} ist (Heumann 1985).

$$I_{\mathrm{aLück}} \sim U_{\mathrm{d0}}/L_{\mathrm{a}} \tag{13.80}$$

Weiter steigt der Lückstrom mit steigendem Ansteuerwinkel α, also sinkender mittlerer Gleichspannung, und ist maximal bei $U_{\mathrm{d}} = 0$. Bei gleichen Induktivitäten L_{a} und Aussteuerungen $U_{\mathrm{d}}/U_{\mathrm{d0}}$ ist der Lückstrom bei Gleichrichterschaltungen mit niedrigerer Pulszahl höher, also z. B. bei der zweipulsigen Gleichrichterschaltung B2C höher als bei der sechspulsigen Gleichrichterschaltung B6C.

Durch Erhöhung der Pulszahl der Gleichrichterschaltung wird auch der Anker-Wechselstromanteil (die „Stromwelligkeit") bei gleichem Strommittelwert und gleicher Ankerinduktivität verringert, da die Frequenz f des Wechselstromanteils und damit die Impedanz $2\pi f L_{\mathrm{a}}$ steigen. Deshalb wird bei großen Gleichstrommaschinen im MW-Bereich auch die zwölfpulsige Gleichrichterschaltung B12C eingesetzt (Heumann 1985), die folgendermaßen realisiert wird: Ein Transformator erhält auf der Sekundärseite zwei dreiphasige Wicklungen, wovon eine in Stern und die andere in Dreieck geschaltet ist. Dadurch sind die Strangspannungen beider Wicklungssysteme (z. B. Strang U) jeweils um 30° phasenverschoben. Speist man mit jedem der beiden Drehspannungssysteme je eine B6C-Brücke, erhält man zwei sechspulsige Gleichspannungen an den Brückenausgängen. Durch Serienschaltung beider Gleichspannungen wird eine resultierende Gleichspannung vom doppelten Mittelwert erhalten. Die jeweils sechs Spannungskuppen mit der Dauer von 60° je Kuppe sind zueinander wegen der o. g. Phasenverschiebung der Strangspannungen um 30° zueinander versetzt und addieren sich daher zu 12 Kuppen mit entsprechend kleinerem Spitze-Spitze-Spannungswert und einer Dauer von jeweils 30° pro Kuppe. Der dadurch verringerte Wechselspannungsanteil in der gleichgerichteten resultierenden Spannung, die als Ankerspannung auf die Maschine geschaltet wird, verursacht einen entsprechend verringerten Wechselanteil im Ankerstrom mit den Frequenzen $12f_{\mathrm{Netz}}, 24f_{\mathrm{Netz}}, 36f_{\mathrm{Netz}}, \ldots$

Der Anker-Wechselstromanteil $i_{\mathrm{a}\sim}$ führt zu

- erhöhten Stromwärmeverlusten (auch infolge ungleichmäßiger Stromdichteverteilung in den Leitern infolge Wirbelstrombildung),
- zusätzlichem Bürstenfeuer durch die erschwerte (Wechselstrom-) Kommutierung,
- zu magnetisch erzeugten Tönen (bei B6C am 50 Hz-Netz mit 300 Hz, 600 Hz usw.), die durch das mit diesen Frequenzen pulsierende Ankerfeld im Luftspalt hervorgerufen werden,
- zu einer Momentenwelligkeit (bei B6C am 50 Hz-Netz mit 300 Hz, 600 Hz, …).

In gleicher Weise führt die Speisung des Erregerkreises mit B2H- oder B2C-Brücken aus dem Einphasennetz neben dem mittleren Gleichstrom zu Stromharmonischen mit $2f_{\mathrm{Netz}}, 4f_{\mathrm{Netz}}, 6f_{\mathrm{Netz}}, \ldots$, die bei $f_{\mathrm{Netz}} = 50$ Hz den Frequenzen 100 Hz, 200 Hz, 300 Hz, … entsprechen (Abb. 13.19, Phasenanschnittsteuerung mit dem Zündwinkel α_{f}). Allerdings sind wegen der großen Erregerwicklungsinduktivität L_{f} die Amplituden der

Stromharmonischen klein, sodass der Erregerstrom auch bei Stromrichterspeisung als nahezu glatter Gleichstrom betrachtet werden kann.

Im Falle unkompensiert ausgeführter Gleichstrommaschinen überlagert sich das Ankerfeld dem Hauptfeld im Bereich der Ankerzähne und Hauptpolschuhe und führt lokal zu erhöhter Eisensättigung. Pulsiert nun das Ankerfeld, so pulsiert auch diese Sättigung und beeinflusst damit die Erregerwicklungsinduktivität bei B6C-Speisung des Ankers mit sechsfacher Netzfrequenz. Es tritt dadurch eine sättigungsbedingte Kopplung zwischen Anker- und Erregerkreis auf, die sich bei speisendem 50 Hz-Netz und einer B6C-Brücke im Ankerkreis in einer kleinen 300 Hz-Erregerstromwelligkeit (Abb. 13.19) äußert.

Beispiel 13.7

Gemessene Strom- und Spannungsoszillogramme eines vierpoligen, fremderregten, unkompensierten Gleichstrommotors der Achshöhe 132 mm, innengekühlt mit Fremdlüfter (Abb. 13.19).

Motordaten: Bemessungsleistung 40 kW, Bemessungsdrehzahl 2250/min, Maximaldrehzahl 5000/min, Bemessungsstrom 120 A, Bemessungsspannung 400 V, Bemessungserregerstrom 3 A.

Der Ankerkreis wird mit einer B6C-Thyristorbrücke gespeist, der Erregerkreis mit einer B2H-Brücke. Diskutieren Sie die gemessenen Signalverläufe!

Ergebnis:
Der gemessene Ankerstromverlauf bei Bemessungsmoment und Bemessungsdrehzahl zeigt einen Mittelwert von $I_a = 124$ A. Es tritt kein Lücken auf. Die 300 Hz-Welligkeit erreicht einen Scheitelwert von 150 A. Der Erregerstrom hat einen Mittelwert von $I_f = 3.1$ A und eine kleine 300 Hz-Welligkeit durch die sättigungsbedingte Kopplung mit dem Ankerkreis, sowie eine sehr kleine 100 Hz-Welligkeit.

Die klassische Drehzahlregelung der Gleichstrommaschine nutzt die Tatsache, dass die Ankerzeitkonstante T_a i. A. viel kürzer als die mechanische Zeitkonstante T_m ist. Somit ist die Anwendung einer kaskadierten Regelung mit einem PI-Stromregler in der inneren Regelschleife, der auf die kurze Ankerzeitkonstante wirkt, und einem PI-Drehzahlregler in der äußeren Regelschleife, der auf die längere mechanische Zeitkonstante wirkt, problemlos möglich (Bühler 1962; Leonhard 1996; Schröder 2009a). Der Drehzahlregler vergleicht Soll- und Istwert der Drehzahl und verlangt vom Stromregler im Fall einer zu kleinen Ist-Drehzahl durch Ankerstromerhöhung ein erhöhtes, beschleunigendes Drehmoment. Der Stromregler erhöht in diesem Fall durch Verringerung des Zündwinkels α die Ankergleichspannung und erreicht so einen erhöhten Ankerstrom. Das Ausregeln der inneren Regelschleife (Ankerstromregelung) erfolgt dabei wesentlich rascher als das der äußeren, überlagerten Regelschleife (Drehzahlregelung) und ermöglicht damit den kaskadierten Regelungsbetrieb. Wegen der Stromwelligkeit mit 300 Hz muss bei der Erfassung des Ankerstrom-Istwerts eine Mittelung über $1/300\,\text{Hz} = 3.33$ ms vorgenommen werden, um den Einfluss der Welligkeit auf die Regelung zu eliminieren. Daher hat die minimale Anregelzeit des Ankerstromes, bei der der Istwert beim Ausregeln das erste Mal den

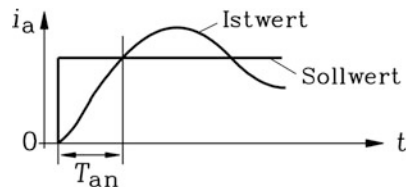


Abb. 13.20 Die minimale Anregelzeit T_{an}, bei der der Istwert des Ankerstroms das erste Mal den Sollwert erreicht, beträgt wegen der Mittelung bei der Strommessung zur Eliminierung der Stromwelligkeit 3.3 ms (B6C-Stromrichterspeisung aus dem 50 Hz-Netz)

Tab. 13.4 Typische Dauer für die Ankerstromwendung. Die größeren Werte gelten für größere Antriebe mit Leistungen im Bereich mehrerer Hundert kW bis einige MW

a) (B6C)A(B6C)	b) (B6C)A(B6C)	c) Mechanischer Schalter
Kreisstrombehafteter Betrieb	Kreisstromfreier Betrieb	Stromwendeschütz
< 0.5 ms	5 ... 10 ms	50 ... 1500 ms

Sollwert erreicht, bei dieser Art der Spannungsversorgung eine theoretische Untergrenze von 3.33 ms (Abb. 13.20).

Für die Umkehr des Ankerstroms von $+I_a$ nach $-I_a$ (z. B. beim Wechsel von Motorbetrieb in den generatorischen Bremsbetrieb) stehen mehrere Möglichkeiten zur Verfügung (Tab. 13.4), die allerdings unterschiedlich lange dauern:

a) Speisung des Ankerkreises mit antiparallelen Thyristorbrücken, wobei beide kreisstrombehaftet betrieben werden.
b) Wie a), jedoch kreisstromfreier Betrieb.
c) Verwendung eines Ankerstrom-Wendeschützes.

Für die Drehmomentumkehr kann außer der Ankerstromwendung auch ein Polaritätswechsel des Hauptflusses eingesetzt werden (Tab. 13.5). Diese Maßnahme, die bei abgeschalteter Maschine erfolgt, da kurzzeitig der Hauptfluss fehlt, wird selten verwendet, da sie länger dauert. Sie erlaubt keinen dynamischen Drehmomentwechsel. Allerdings ist diese Maßnahme kostengünstig, da der Erregerstrom klein ist, sodass der nötige Wendeschalter klein ist. Es existieren mehrere Möglichkeiten für die Umkehr des Erregerstroms von $+I_f$ zu $-I_f$:

a) Antiparallele Thyristorbrücken,
b) Erregerstrom-Wendeschütz.

Tab. 13.5 Typische Schaltdauer für die Erregerstromwendung. Die größeren Werte gelten für größere Antriebe mit Leistungen im Bereich mehrerer hundert kW bis einige MW

a) (B6C)A(B6C)	b) Mechanischer Schalter
0.5 ... 2 s	1 ... 2.5 s

Fazit:

Für die rechnerische Untersuchung des Betriebsverhaltens der (fremderregten) Gleichstrommaschine bei Stromrichterbetrieb sind prinzipiell die dynamischen Systemgleichungen zu verwenden, da Anker- und Felderregerspannung grundsätzlich keine idealen Gleichspannungen sind. Das Luftspaltmoment hat daher eine gewisse Welligkeit, die durch Glättungsdrosseln für Anker- und/oder Feldstrom verringert werden kann. Wegen der gegenüber der Feldzeitkonstante T_f *deutlich kürzeren Ankerzeitkonstante* T_a *wird die fremderregte Gleichstrommaschine über den Ankerkreis geregelt und das Feld meist gesteuert nachgeführt. Wegen der erforderlichen Mittelung des welligen Ankerstroms bei der Strom-Istwerterfassung ist die Regeldynamik durch die Dauer einer Ankerstromkuppe (= Periode der Welligkeit) als minimale Mittelungszeit begrenzt.*

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A13.1 die Stromwelligkeit eines permanentmagneterregten Gleichstrommotors mit Chopper-Steuerung berechnet, und in A13.2 der dynamische Selbsterregungsvorgang eines Nebenschlussgenerators. In A13.3 wird das generatorische Bremsen eines Reihenschlussmotors auf einen externen Bremswiderstand dynamisch berechnet, mit dem besonderen Effekt der möglichen Drehzahlumkehr bei starker Bremsung. In A13.4 wird die Ankerstromwelligkeit bei B6C-Stromrichterspeisung berechnet, in Aufgabe A13.5 der dynamische Hochlauf eines kleinen Gleichstrommotors und in Aufgabe A13.6 die dynamische Kurzschlussbremsung eines Universalmotors.

Raumzeigerrechnung und bezogene Größen 14

In diesem Kapitel werden symmetrische Dreiphasen-Wicklungssysteme von Synchron- und Asynchronmaschinen bei Speisung mit zeitlich beliebig veränderlichen Strom- und Spannungsverläufen behandelt. Die von diesen Stromverläufen erregten Luftspaltfelder sind wegen der in Nuten verteilten Drehstromwicklungen in ihrer radialen und tangentialen Komponente räumlich annährend sinusförmig verteilt, sodass mit der durch Fourier-Reihenentwicklung gewonnenen Feldgrundwelle die Feldverteilung auch für die dynamische Analyse ausreichend genau beschrieben wird (Kovacs und Racz 1959). Auf dieser Idee beruht die Raumzeigerrechnung, die in diesem Kapitel erläutert wird. Weiter wird in diesem Kapitel die Rechnung mit bezogenen Größen für elektrische Drehstrommaschinen dargestellt.

14.1 Definition des Durchflutungsraumzeigers

Die Anordnung der Spulen je Strang in symmetrischen dreisträngigen Ständerwicklungen ist in den drei Wicklungssträngen U, V, W identisch, jedoch um jeweils zwei Drittel einer Polteilung räumlich versetzt. In Abb. 14.1 ist als Beispiel eine Einschichtwicklung mit $q = 2$ Nuten je Pol und Strang gezeigt (siehe Bsp. 14.1). Zum betrachteten Zeitpunkt haben die drei Strangströme die Werte $I_U(t) = I$, $I_V(t) = 2I$, $I_W(t) = -3I$, wobei I ein willkürlich gewählter Stromwert ist. Trotz dieser willkürlich gewählten Werte ist die von diesen Strangströmen erregte magnetische Spannungsverteilung $V(x_s)$ gemäß Abb. 14.1 annähernd sinusförmig verteilt, sodass sie in guter Näherung durch ihre Grundwelle $V_1(x_s) = \hat{V}_1 \cdot \cos(x_s \cdot \pi / \tau_p - \alpha)$ beschrieben wird. Anders als im stationären Betrieb von Drehstromwicklungen sind die drei Strangströme nicht mehr zeitlich sinusförmig veränderlich mit identischer Amplitude und Frequenz, aber mit jeweils 120° el. Phasenverschiebung,

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_14

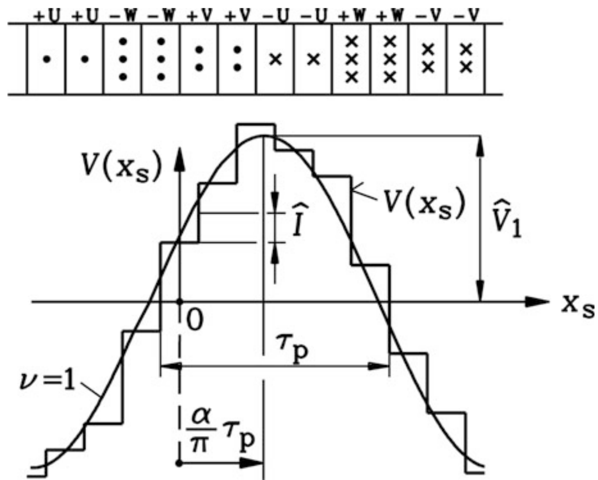


Abb. 14.1 Dreisträngige Einschichtwicklung mit $q = 2$ Nuten je Pol und Strang, Sternschaltung ohne Anschluss des Sternpunkts. Bei Betrieb der Wicklung mit drei Strangströmen beliebigen Zeitverlaufs, aber mit der Stromsumme Null (hier: zum Zeitpunkt t: $I_U(t) = I$, $I_V(t) = 2I$, $I_W(t) = -3I$) zeigt die magnetische Spannung $V(x_s)$ eine ausgeprägte Sinusgrundwelle mit der Polteilung τ_p

sondern ihre Zeitverläufe, dargestellt als Funktionen $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$, sind im dynamischen Betrieb (auch: transienter bzw. instationärer Betrieb genannt) zeitlich beliebig veränderlich, und i. A. in den drei Strängen unterschiedlich.

Stationärer Drehstrombetrieb: Konstante Frequenz, Amplitude, Phasenwinkel	Dynamischer Betrieb: Zeitlich beliebig veränderlich
$I_U(t) = \hat{I} \cdot \cos(\Omega \cdot t)$	$I_U(t)$
$I_V(t) = \hat{I} \cdot \cos(\Omega \cdot t - 2\pi/3)$	$I_V(t)$
$I_W(t) = \hat{I} \cdot \cos(\Omega \cdot t - 4\pi/3)$	$I_W(t)$

In vielen Fällen sind die drei Wicklungsstränge U, V, W in Stern geschaltet, der Sternpunkt ist jedoch nicht angeschlossen, sodass die Summe der drei Strangströme zu jedem beliebigen Zeitpunkt Null ist.

$$I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) = 0 \tag{14.1}$$

Bei in Dreieck geschalteten Wicklungen oder bei in Stern geschalteten Wicklungen mit angeschlossenem Sternpunkt (z. B. Sternpunktserdung) ist die Summe der drei Strangströme i. A. nicht Null.

$$I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) \neq 0 \tag{14.2}$$

Wir wollen zunächst den einfacheren Fall der Sternschaltung ohne angeschlossenen Sternpunkt behandeln, und danach die anderen beiden Fälle.

Beispiel 14.1

Dreisträngige Einschichtwicklung mit $q = 2$ Nuten je Pol und Strang und $N_c = 1$ Windungen je Spule, Sternschaltung ohne angeschlossenen Sternpunkt. Die sich zeitlich beliebig ändernden Strangströme haben zum Zeitpunkt t die (willkürlich gewählten) Augenblickswerte

$$I_U(t) = I, \quad I_V(t) = 2I, \quad I_W(t) = -3I,$$

sodass gemäß dem 1. Kirchhoff'schen Gesetz (Knotenregel) im Sternpunkt die Stromsumme Null ist:

$$I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) = I + 2I - 3I = 0.$$

Bestimmen Sie die Nutdurchflutungen und die magnetische Spannungsverteilung zum Zeitpunkt t! Diskutieren Sie das Oberwellenverhalten!

Lösung:
Nutdurchflutungen: $\Theta_{cU} = N_c I_U(t) = 1 \cdot I = I, \quad \Theta_{cV} = 2I, \quad \Theta_{cW} = -3I.$

Aufgrund der in Nuten (hier mit unendlich schmalen Nutschlitzen) angeordneten Spulen ist die Durchflutungsverteilung und die magnetische Spannung $V(x_s)$ längs der Umfangskoordinate x_s (im statorfesten Koordinatensystem) eine Stufenfunktion (vgl. Kap. 2), deren Stufenhöhe der Nutdurchflutung der jeweiligen Nut zum Augenblick t entspricht (Abb. 14.1). Wegen der räumlich symmetrischen Drehstromwicklung sind die Durchflutungsverteilung und damit die magnetische Spannungskurve von Nord- und Südpol (also die positiven und negativen Funktionswerte von $V(x_s)$) identisch (abszissensymmetrische Funktion $V(x_s)$). Der positive und negative Maximalwert der magnetischen Spannung treten dort auf, wo die Nutdurchflutungen ihr Vorzeichen ändern. Es ergeben sich daher gemäß Kap. 3 neben der Grundwelle mit der Ordnungszahl $\nu = 1$ Oberwellen mit den Ordnungszahlen $\nu = 1 + 2mg$, $m = 3$, $g = \pm 1, \pm 2, \ldots$ Die magnetische Spannungsverteilung enthält eine ausgeprägte Grundwelle (Ordnungszahl $\nu = 1$) mit der doppelten Polteilung8 als Wellenlänge, wobei die Polteilung über die Spulenweite festgelegt ist. Da die Stromaugenblickswerte bis auf die Bedingung $I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) = 0$ willkürlich gewählt wurden, ist die Wellenlänge vom Zeitverlauf der Strangströme unabhängig, nicht aber die Amplitude der Grundwelle.

Fazit:
Die Wellenlänge der Grundwelle der Durchflutungsverteilung bzw. der magnetischen Spannung und damit die Polzahl einer Drehstromwicklung sind Eigenschaften, die durch die Spulenanordnung, nicht aber durch die zeitliche Kurvenform der Strangströme festgelegt werden. Auch bei Speisung einer symmetrischen Drehstromwicklung mit zeitlich beliebig veränderlichen Strömen entsteht eine Durchflutungsverteilung, die eine ausgeprägte Grundwelle mit der durch die Spulenweite definierten Polteilung bzw. Wellenlänge enthält.

Die Ermittlung der Amplitude $\hat{V}_1$ und der Phasenlage α (z. B. in Bezug auf die Achse des Wicklungsstrangs U) der Grundwelle (Ordnungszahl $\nu = 1$) der magnetischen Spannung $V(x_s)$ von Abb. 14.1 erfolgt mit der Darstellung von $V(x_s)$ als Fourier-Reihe mit der Periode (Wellenlänge) $2\,\tau_p$. Da $V(x_s)$ für beliebige Augenblickswerte der drei Strangströme gilt, ist sie zwar eine abszissensymmetrische, aber keine bezüglich $x_s = 0$ gerade oder ungerade Funktion. Es treten gemäß Kap. 3 folglich keine geraden Ordnungszahlen ν auf (und wegen der Strangzahl 3 auch keine durch 3 teilbaren Ordnungszahlen), aber es müssen sowohl die Sinus- als auch die Kosinus-Glieder der Fourier-Reihe mit den zugehörigen Amplituden $\hat{V}_{\nu s}$, $\hat{V}_{\nu c}$ (Kap. 3) berücksichtigt werden; für $\nu = 1$ sind das die beiden Amplituden $\hat{V}_{1s}$, $\hat{V}_{1c}$. Der Nullpunkt $x_s = 0$ befindet sich in Abb. 14.1 gemäß einer häufig getroffenen Übereinkunft (siehe Kap. 3) in der geometrischen Mitte der Spulengruppe des Strangs U, die als Wicklungsstrangachse von U bezeichnet wird.

$$\hat{V}_{1s} = \frac{1}{\tau_p} \int_0^{2\tau_p} V(x_s) \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x_s}{\tau_p}\right) \cdot dx_s \tag{14.3a}$$

$$\hat{V}_{1c} = \frac{1}{\tau_p} \int_0^{2\tau_p} V(x_s) \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x_s}{\tau_p}\right) \cdot dx_s \tag{14.3b}$$

Die Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung von Abb. 14.1 zum Zeitpunkt t lautet folglich:

$$V_1(x_s) = \hat{V}_{1s} \cdot \sin\left(\frac{x_s \pi}{\tau_p}\right) + \hat{V}_{1c} \cdot \cos\left(\frac{x_s \pi}{\tau_p}\right) = \hat{V}_1 \cdot \cos\left(\frac{x_s \pi}{\tau_p} - \alpha\right) \tag{14.4}$$

Daraus errechnet man die Amplitude $\hat{V}_1$ der um den Phasenwinkel α gegenüber dem Nullpunkt $x_s = 0$ verschobenen resultierenden Grundwelle.

$$\hat{V}_1 = \sqrt{\hat{V}_{1s}^2 + \hat{V}_{1c}^2}, \qquad \alpha = \arctan\left(\hat{V}_{1s}/\hat{V}_{1c}\right) \tag{14.5}$$

Beispiel 14.2

Berechnen Sie die Grundwellenamplitude und den Winkel α der magnetischen Spannungsverteilung von Beispiel 14.1 mit den dort festgelegten Wicklungsdaten und Stromaugenblickswerten $I_U(t) = I$, $I_V(t) = 2I$, $I_W(t) = -3I$:

Lösung:
$\hat{V}_1 = \sqrt{\hat{V}_{1s}^2 + \hat{V}_{1c}^2} = 5.69 \cdot I, \quad \alpha = 66°.$

Fazit:
Die Amplitude der Grundwelle $\hat{V}_1$ der magnetischen Spannungsverteilung einer symmetrischen Drehstromwicklung, die mit zeitlich beliebig veränderlichen Strangströmen gespeist wird, befindet sich am Ort $x_s = \alpha\tau_p/\pi$ bzw. bei dem Winkel $\gamma_s = x_s\pi/\tau_p = \alpha$. Beide Werte $\hat{V}_1$ und α hängen von den Augenblickswerten der drei Strangströme ab. Wird nur diese Grundwelle für die Berechnung dynamischer Vorgänge in Drehfeldmaschinen verwendet, so beschreibt das Wertepaar $(\hat{V}_1, \alpha)$ die räumliche Lage und Größe der Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung für eine zweipolige Ersatzmaschine zu einem bestimmten Zeitpunkt t vollständig (Abb. 14.2b).

Da der Ort α und die Größe der Grundwellenamplitude $\hat{V}_1$ sich mit den zeitlich veränderlichen Größen $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ ändern, beschreiben diese Werte $\hat{V}_1(t)$, $\alpha(t)$ in einer repräsentativ gewählten räumlichen Querschnittsebene des Aktivteils der elektrischen Drehfeldmaschine (z. B. Radialschnitt normal zur Rotationsachse in Maschinenmitte) zu jedem Zeitpunkt t die augenblickliche räumliche Lage und Größe der Grundwelle (Abb. 14.2a). Das Koordinatensystem in dieser Querschnittsebene kann entweder als kartesisches α-β-Koordinatensystem oder, gemäß eines Vorschlags von Prof. Kovacs (Kovacs und Racz 1959) als komplexes Koordinatensystem gewählt werden (Abb. 14.2). Dabei bilden die Re-Achse und die Im-Achse (bzw. die α-Achse und die β-Achse) die beiden orthogonalen Koordinatenachsen. Dieser Vorschlag erlaubt die Darstellung der Grundwelle als komplexen Zeiger in einer räumlichen Querschnittsebene der Maschine und führt zum Begriff „Raumzeigerrechnung“. Die Lage der α- bzw. Re-Achse fällt gemäß unserer obigen Annahme mit der Wicklungsstrangachse des Strangs U zusammen.

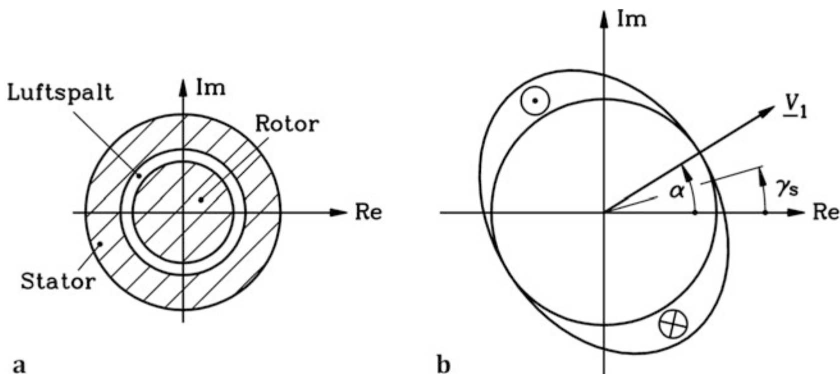


Abb. 14.2 (**a**) Querschnitt durch eine Drehfeldmaschine mit schematisch dargestelltem Stator- und Rotorblechpaket und dazwischen liegendem (konstant angenommenen) Luftspalt. Als Koordinatensystem für diese Querschnittsebene wurde das komplexe Re-Im-System verwendet. (**b**) Aktuelle Lage der Grundwelle des Strombelags und zugehöriger Raumzeiger der Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung der zweipoligen „Ersatzmaschine“

$$V_1(x_s) = \hat{V}_1 \cdot \cos\left(\frac{x_s\pi}{\tau_p} - \alpha\right) = \hat{V}_1 \cdot \cos(\gamma_s - \alpha) = \hat{V}_1 \cdot \cos(\alpha - \gamma_s)$$

$$V_1(x_s) = V_1(\gamma_s) = \mathrm{Re}\left\{\hat{V}_1 \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{-j\gamma_s}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{V}_1 \cdot e^{-j\gamma_s}\right\} \tag{14.6}$$

Die räumlich sinusförmige Verteilung der Grundwelle der magnetischen Spannung ergibt sich demnach durch Realteilbildung eines komplexen Zeigers $\underline{V}_1 = \hat{V}_1 \cdot e^{j\alpha}$ („Durchflutungsraumzeiger“, „Raumzeiger der magnetischen Spannung“), nachdem dieser mit dem Zeiger $e^{-j\gamma_s}$ mit $\gamma_s = x_s \cdot \pi/\tau_p$ multipliziert worden ist. Der Ort des Maximums der positiven Halbwelle der Grundwelle („Nordpol“) entspricht dem Winkel $\gamma_s = \alpha$, der Ort $x_s = 2\,\tau_p$ dem Winkel $\gamma_s = 2\pi$. Es wird also α in „elektrischen Graden“ gezählt und ist damit unabhängig von der Polzahl der untersuchten Maschine. Daher kann diese Berechnungsmethode auch für höherpolige Maschinen $2p > 2$ mit dieser zweipoligen „Ersatzmaschine“ (Abb. 14.2) verwendet werden. Erst bei der Berechnung mechanischer Größen wie der Drehzahl muss die Polpaarzahl berücksichtigt werden.

14.2 Durchflutungsraumzeiger und Strangströme

Die mathematische Verknüpfung der Augenblickswerte der drei Strangströme $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ mit den Raumzeigerparametern $\hat{V}_1$ und α wird im Folgenden durch Betrachtung der magnetischen Spannungsverteilung jedes einzelnen Wicklungsstrangs und deren Überlagerung zur resultierenden magnetischen Spannungsverteilung hergeleitet. Wird die magnetische Spannungsverteilung eines einzelnen Wicklungsstrangs (z. B. U) betrachtet, der mit einem zeitlich beliebig veränderlichen Strangstrom gespeist wird, so erhält man eine räumlich stehende Verteilung $V_U(x_s, t)$ der magnetischen Spannung (Kap. 2) mit der durch die Spulenanordnung festgelegten Polteilung, deren Amplitude sich ebenso zeitlich ändert wie der speisende Strangstrom. Die Amplitude der Fourier-Grundwelle $\hat{V}_{1U,ph}$ dieser magnetischen Spannungsverteilung pro Strang tritt in der räumlichen Mitte der Spulengruppe pro Pol auf, also für Strang U bei $x_s = 0$ gemäß Abb. 14.1. In Abb. 14.3 ist dies schematisch dargestellt, wobei die Re-Achse des komplexen Koordinatensystems in der Maschinenquerschnittsebene mit der Wicklungsstrangachse ($x_s = 0$) übereinstimmt.

$$V_{1U}(x_s, t) = \hat{V}_{1U,ph}(t) \cdot \cos\left(\frac{x_s\pi}{\tau_p}\right) = \hat{V}_{1N,ph} \cdot \frac{I_U(t)}{\hat{I}_N} \cdot \cos(\gamma_s)$$

$$V_{1U}(x_s, t) = V_{1U}(\gamma_s, t) = \hat{V}_{1N,ph} \cdot i_U(t) \cdot \cos(\gamma_s) \tag{14.7}$$

Wird mit $\hat{V}_{1N,ph}$ die Amplitude der Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung eines Wicklungsstrangs bezeichnet, wenn dieser mit einem Augenblickswert des Strangstroms bestromt wird, der gleich dem Bemessungsscheitelwert $\hat{I}_N = \sqrt{2} \cdot I_N$ ist, so kann man gemäß (14.7) für jeden anderen Stromwert die zugehörige Grundwellen-Amplitude

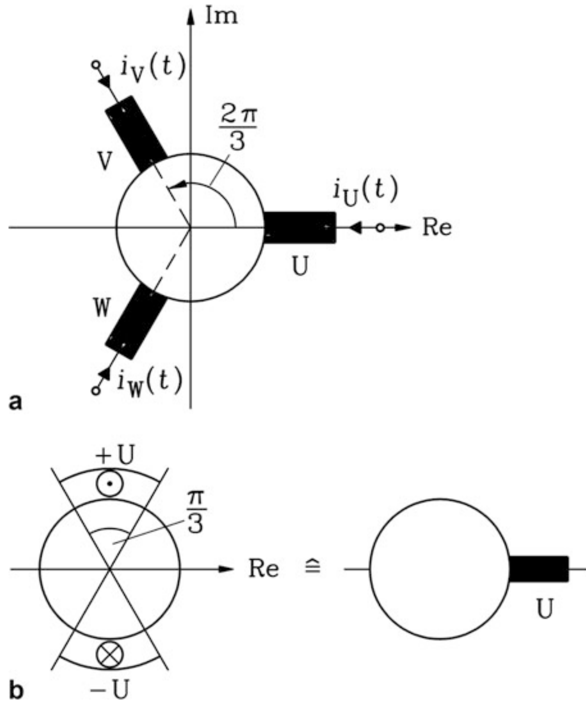


Abb. 14.3 Dreisträngiges symmetrisches Wicklungssystem: (**a**) Die Wicklungsstränge der drei Stränge U, V, W sind jeweils um den Winkel $2\,\pi/3$ (elektrische Grade) versetzt, (**b**) Lage der Spulenseiten des Wicklungsstrangs U mit positiver und negativer Stromrichtung, symbolisch zusammengefasst als eine resultierende Stranginduktivität

der magnetischen Spannung mit dem „bezogenen" Stromverlauf $i_U(t) = I_U(t)/\hat{I}_N$ berechnen. Die Überlagerung der drei Grundwellen der drei Wicklungsstränge U, V, W, die mit den bezogenen Strömen $i_U(t)$, $i_V(t)$, $i_W(t)$ gespeist werden, ergibt die Grundwelle der resultierenden magnetischen Spannungsverteilung $V_1(\gamma_s, t)$.

$$V_1(\gamma_s, t) = \hat{V}_{1N,ph} \cdot i_U(t) \cdot \cos(\gamma_s) + \hat{V}_{1N,ph} \cdot i_V(t) \cdot \cos\left(\gamma_s - \frac{2\pi}{3}\right) + \hat{V}_{1N,ph} \cdot i_W(t) \cdot \cos\left(\gamma_s - \frac{4\pi}{3}\right) \tag{14.8}$$

Der räumliche Versatz der Wicklungsstrangachsen V und W zur Achse des Strangs U von $2\,\pi/3$ bzw. $4\,\pi/3$ ist in (14.8) berücksichtigt. Mit der Bedingung $i_V(t)+i_W(t) = -i_U(t)$ wegen des in Stern geschalteten Wicklungssystems ohne angeschlossenen Sternpunkt und mit der Umformung der Kosinus-Terme erhalten wir aus (14.8) die Grundwellendarstellung (14.9).

$$\cos(\gamma_s - 2\pi/3) = -\frac{1}{2} \cdot \cos\gamma_s + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin\gamma_s$$
$$\cos(\gamma_s - 4\pi/3) = -\frac{1}{2} \cdot \cos\gamma_s - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin\gamma_s$$
$$V_1(\gamma_s, t) = \hat{V}_{1N,ph} \cdot \frac{3}{2} \cdot \left[i_U(t) \cdot \cos\gamma_s + \frac{i_V(t) - i_W(t)}{\sqrt{3}} \cdot \sin\gamma_s \right] \quad (14.9)$$

Diese Grundwellendarstellung der magnetischen Spannung muss mit der komplexen Raumzeigerdarstellung

$$\mathrm{Re}\left\{ \hat{V}_1 \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{-j\gamma_s} \right\} = \hat{V}_1 \cdot (\cos\alpha \cdot \cos\gamma_s + \sin\alpha \cdot \sin\gamma_s)$$

des vorigen Abschnitts übereinstimmen. Durch Vergleich dieses Ausdrucks mit (14.9) erhalten wir direkt Real- und Imaginärteil des komplexen Durchflutungsraumzeigers $\underline{V}_1 = \hat{V}_1 \cdot e^{j\alpha} = \hat{V}_1 \cdot (\cos\alpha + j \cdot \sin\alpha)$.

$$\hat{V}_1 \cdot \cos\alpha = \frac{3}{2} \cdot \hat{V}_{1N,ph} \cdot i_U(t) \quad (14.10a)$$
$$\hat{V}_1 \cdot \sin\alpha = \frac{3}{2} \cdot \hat{V}_{1N,ph} \cdot \frac{i_V(t) - i_W(t)}{\sqrt{3}} \quad (14.10b)$$

Mit der gebräuchlichen Abkürzung der „Zeigerdrehoperatoren" $\underline{a}$ und $\underline{a}^2$ für Drehungen um $2\pi/3$ und $4\pi/3$

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\,, \qquad \underline{a}^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (14.11)$$

erhält man die Verknüpfung der drei Strangströme zur Darstellung der räumlichen Lage und Größe der Grundwelle $\underline{V}_1(t) = \hat{V}_1(t) \cdot e^{j\alpha(t)}$ der magnetischen Spannung.

$$\underline{V}(t) = \hat{V}_{1N,ph} \cdot \left[i_U(t) + \underline{a} \cdot i_V(t) + \underline{a}^2 \cdot i_W(t) \right] \quad (14.12)$$

Beweis:

$$V_1(\gamma_s, t) = \hat{V}_1 \cdot \cos(\gamma_s - \alpha) = \hat{V}_1 \cdot \cos(\alpha - \gamma_s) = \mathrm{Re}\left\{ \hat{V}_1 \cdot e^{j(\alpha - \gamma_s)} \right\} = \mathrm{Re}\left\{ \underline{V}_1 \cdot e^{-j\gamma_s} \right\} =$$
$$= \mathrm{Re}\left\{ \hat{V}_{1N,ph} \cdot \left[i_U + \underline{a} \cdot i_V + \underline{a}^2 \cdot i_W \right] \cdot e^{-j\gamma_s} \right\} =$$
$$= \mathrm{Re}\left\{ \hat{V}_{1N,ph} \cdot \left[i_U + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot i_V + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot i_W \right] \cdot \left[\cos\gamma_s - j\sin\gamma_s \right] \right\} =$$
$$= \hat{V}_{1N,ph} \cdot \left[(i_U - \frac{i_V + i_W}{2}) \cdot \cos\gamma_s + \frac{\sqrt{3}(i_V - i_W)}{2} \cdot \sin\gamma_s \right] =$$
$$= \frac{3}{2} \cdot \hat{V}_{1N,ph} \cdot \left[i_U \cdot \cos\gamma_s + \frac{i_V - i_W}{\sqrt{3}} \cdot \sin\gamma_s \right]$$

□

14.3 Raumzeiger für Strom, Spannung und Flussverkettung

Die Grundwellenamplitude der magnetischen Spannungsverteilung eines mit einem symmetrischen zeitlich sinusförmig veränderlichen Drehstromsystem beliebiger Frequenz (Bemessungsscheitelwert $\hat{I}_{\mathrm{N}} = \sqrt{2} \cdot I_{\mathrm{N}}$ des Sinusstroms) gespeisten dreisträngigen Wicklungssystems wurde bereits bei der Betrachtung der elementaren Drehfeldtheorie in Kap. 3 hergeleitet.

$$\hat{V}_{1,\mathrm{N}} = \frac{3}{2} \cdot \hat{V}_{1\mathrm{N,ph}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{3}{p} \cdot N \cdot k_{\mathrm{w1}} \cdot I_{\mathrm{N}} \tag{14.13}$$

Diese Amplitude $\hat{V}_{1,\mathrm{N}}$ wird als Bezugswert für die Grundwellenamplitude der magnetischen Spannungsverteilung eines mit zeitlich beliebig veränderlichen Strömen gespeisten dreisträngigen Wicklungssystems verwendet. Da diese Amplitude $\hat{V}_{1,\mathrm{N}}$ das 1.5-fache der Amplitude $\hat{V}_{1\mathrm{N,ph}}$ der Grundwelle der magnetischen Spannung eines Wicklungsstrangs ist (Kap. 3), der mit dem Strom $\hat{I}_{\mathrm{N}} = \sqrt{2} \cdot I_{\mathrm{N}}$ gespeist wird, entfällt gemäß (14.12) und (14.14) $\hat{V}_{1\mathrm{N,ph}}$, und der bezogene Durchflutungsraumzeiger $\underline{v}_1(t)$ lässt sich direkt aus den bezognen Stromwerten $i_{\mathrm{U}}(t)$, $i_{\mathrm{V}}(t)$, $i_{\mathrm{W}}(t)$ berechnen.

$$\underline{v}_1(t) = \frac{\underline{V}_1(t)}{\hat{V}_{1,\mathrm{N}}} = \frac{2}{3} \cdot \left[i_{\mathrm{U}}(t) + \underline{a} \cdot i_{\mathrm{V}}(t) + \underline{a}^2 \cdot i_{\mathrm{W}}(t) \right] \tag{14.14}$$

Da gemäß (14.13) die Grundwellenamplitude $\hat{V}_{1,\mathrm{N}}$ der magnetischen Spannung zum Strom I_{N} direkt proportional ist, lässt sich in gleicher Weise der Stromraumzeiger definieren, der in bezogenen Größen exakt gleich dem Durchflutungsraumzeiger ist.

$$\underline{I}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[I_{\mathrm{U}}(t) + \underline{a} \cdot I_{\mathrm{V}}(t) + \underline{a}^2 \cdot I_{\mathrm{W}}(t) \right] \tag{14.15}$$

$$\underline{i}(t) = \frac{\underline{I}(t)}{\hat{I}_{\mathrm{N}}} = \frac{2}{3} \cdot \left[i_{\mathrm{U}}(t) + \underline{a} \cdot i_{\mathrm{V}}(t) + \underline{a}^2 \cdot i_{\mathrm{W}}(t) \right] = \underline{v}_1(t) \tag{14.16}$$

Fazit:
Die physikalische Bedeutung des bezogenen Stromraumzeigers ist die Darstellung der räumlichen Augenblickslage der bezogenen Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung in einer Querschnittsebene der Drehfeldmaschine.

Beispiel 14.3

Berechnen Sie den komplexen Stromraumzeiger nach Betrag und Phase eines dreisträngigen Wicklungssystems, wenn dieses mit einem symmetrischen, zeitlich sinusförmig veränderlichen Drehstromsystem gespeist wird.

$$I_{\mathrm{U}}(t) = \hat{I} \cdot \cos(\Omega \cdot t),$$
$$I_{\mathrm{V}}(t) = \hat{I} \cdot \cos(\Omega \cdot t - 2\pi/3),$$
$$I_{\mathrm{W}}(t) = \hat{I} \cdot \cos(\Omega \cdot t - 4\pi/3).$$

Lösung:
Mit den Darstellungen

$$I_{\mathrm{U}}(t) = \hat{I} \cdot \frac{e^{j\Omega \cdot t} + e^{-j\Omega \cdot t}}{2}, \; I_{\mathrm{V}}(t) = \hat{I} \cdot \frac{e^{j(\Omega \cdot t - 2\pi/3)} + e^{-j(\Omega \cdot t - 2\pi/3)}}{2}$$

und

$$I_{\mathrm{W}}(t) = \hat{I} \cdot \frac{e^{j(\Omega \cdot t - 4\pi/3)} + e^{-j(\Omega \cdot t - 4\pi/3)}}{2}$$

erhalten wir aus (14.15) den Stromraumzeiger als

$$\underline{I}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[\hat{I} \cdot \frac{e^{j\Omega \cdot t} + e^{-j\Omega \cdot t}}{2} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot \hat{I} \cdot \frac{e^{j(\Omega \cdot t - 2\pi/3)} + e^{-j(\Omega \cdot t - 2\pi/3)}}{2} + \right.$$
$$\left. + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot \hat{I} \cdot \frac{e^{j(\Omega \cdot t - 4\pi/3)} + e^{-j(\Omega \cdot t - 4\pi/3)}}{2}\right] =$$
$$= \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{3\hat{I}e^{j\Omega \cdot t}}{2} + \frac{\hat{I}e^{-j\Omega \cdot t}}{2} \cdot \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{8\pi}{3}}\right)\right] = \hat{I} \cdot e^{j\Omega \cdot t}$$

Fazit:
Der Stromraumzeiger eines dreisträngigen, symmetrischen Wicklungssystems, das mit einem zeitlich sinusförmig veränderlichen Drehstromsystem gespeist wird, hat eine konstante Amplitude, die genauso groß ist wie die Amplitude der speisenden Strangströme. Er rotiert in der Maschinenquerschnittsebene der zweipoligen Ersatzmaschine mit derselben Frequenz, mit der die drei Strangströme pulsieren.

In gleicher Weise lässt sich formal ein komplexer Spannungsraumzeiger $\underline{U}(t)$ definieren, wenn anstelle der drei Strangströme die drei Strangspannungen als Eingangsgrößen verwendet werden. Während allerdings der Stromraumzeiger anschaulich die rotierende Grundwellenamplitude der magnetischen Spannung darstellt, lässt sich für den Spannungsraumzeiger zunächst keine physikalisch anschauliche Deutung finden. Wird also in Beispiel 14.3 anstelle des Sinus-Drehstromsystems ein Sinus-Drehspannungssystem verwendet, so ergibt sich ein mit konstanter Speisefrequenz rotierender Spannungsraumzeiger mit der konstanten Amplitude der Speisespannung (Tab. 14.1 und Abb. 14.4).

$$\underline{U}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[U_{\mathrm{U}}(t) + \underline{a} \cdot U_{\mathrm{V}}(t) + \underline{a}^2 \cdot U_{\mathrm{W}}(t)\right] \quad (14.17)$$

Tab. 14.1 Drehspannungssystem: Zeitzeigerdarstellung der drei Spannungssignale und zugehöriger Raumzeiger

Eingangsgrößen: Drei Zeitfunktionen	
$U_U(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Omega \cdot t)$ $U_V(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Omega \cdot t - 2\pi/3)$ $U_W(t) = \hat{U} \cdot \cos(\Omega \cdot t - 4\pi/3)$	
Zuordnung von realen Zeitgrößen und komplexen Zeigern	
Drei Spannungssignale	Ein Raumzeiger
$U_U(t) = \mathrm{Re}\left\{\hat{U} \cdot e^{j\Omega \cdot t}\right\}$ $U_V(t) = \mathrm{Re}\left\{\hat{U} \cdot e^{j(\Omega \cdot t - 2\pi/3)}\right\}$ $U_W(t) = \mathrm{Re}\left\{\hat{U} \cdot e^{j(\Omega \cdot t - 4\pi/3)}\right\}$	$\underline{U}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[U_U(t) + \underline{a} \cdot U_V(t) + \underline{a}^2 \cdot U_W(t)\right]$
Drei Zeitzeiger	Ein Raumzeiger
$\underline{\hat{U}}_U = \hat{U}$ $\underline{\hat{U}}_V = \hat{U} \cdot e^{-j2\pi/3}$ $\underline{\hat{U}}_W = \hat{U} \cdot e^{-j4\pi/3}$	$\underline{U}(t) = \hat{U} \cdot e^{j\Omega \cdot t}$

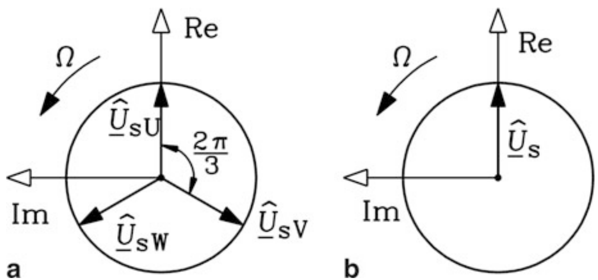


Abb. 14.4 Drehspannungssystem und Spannungsraumzeiger einer Drehfeld-Statorwicklung (Index s): (**a**) Die drei in der komplexen Zahlenebene rotierenden komplexen Zeitzeiger des Drehspannungssystems zum Zeitpunkt $t = 0$, (**b**) Der zu (**a**) zugehörige komplexe Raumzeiger bei $t = 0$, der in der realen Maschinenquerschnittsebene rotiert, wobei zur Beschreibung seiner Lage ein komplexes Koordinatensystem verwendet wird

Bei unendlich permeablem Eisen und konstantem, gegenüber dem Bohrungsdurchmesser kleinem Luftspalt δ (vgl. Kap. 3) wird die Radialkomponente der Luftspaltflussdichte direkt aus der Grundwelle der magnetischen Spannung berechnet.

$$B_\delta(x_s) = \mu_0 \cdot \frac{V(x_s)}{\delta} \tag{14.18}$$

Bei endlicher, räumlich und zeitlich konstanter Eisenpermeabilität ist die Luftspaltflussdichte um den Sättigungsfaktor $k_s > 1$ kleiner, was durch eine fiktive Vergrößerung des Luftspalts $k_s \cdot \delta$ berücksichtigt werden kann. In gleicher Weise kann die Wirkung

des den Luftspalt vergrößernden, über eine Nutteilung gemittelten Einflusses der Nutöffnungen $k_C \cdot \delta$ berücksichtigt werden (Carter-Faktor (Kap. 4): $k_C > 1$), sodass (14.18) weiterhin gültig bleibt, wenn dieser Ersatzluftspalt $\delta_e = k_s \cdot k_C \cdot \delta$ verwendet wird. Über die Amplitude der Grundwelle der magnetischen Spannungsverteilung $\hat{V}_1$ zum Zeitpunkt t wird die Amplitude der Luftspaltflussdichte $B_{\delta 1} = \mu_0 \cdot \hat{V}_1/\delta_e$ erhalten; mit ihr erhält man die Flussverkettung eines Wicklungsstrangs (z. B. Strang U) $\Psi_{hU}(t)$ mit der Grundwelle der Luftspaltflussdichte. Dabei tritt gemäß Kap. 4 als Proportionalitätsfaktor die Drehfeld-Hauptinduktivität L_h auf (14.20), da $B_{\delta 1}$ gemäß (14.13) bereits die Summenwirkung aller drei Stränge enthält. Dies erkennt man durch Einsetzen von (14.13) und (14.18) in (14.19), wo beispielhaft die Flussverkettung je Strang bei Erregung mit dem Bemessungsstromraumzeiger angegeben ist.

$$\Psi_{hN} = k_{w1} N \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p l_e \cdot B_{\delta 1} = L_h \cdot \hat{I}_N \tag{14.19}$$

$$\Psi_{hU}(t) = L_h \cdot I_U(t) \tag{14.20}$$

Anmerkung: Sowohl bei $B_{\delta 1}$ als auch bei Ψ_h, die beide Amplituden darstellen, wird auf die Schreibweise $\hat{B}_{\delta 1}$, $\hat{\Psi}_h$ verzichtet, da magnetische Flussgrößen stets als Scheitelwerte anzugeben sind, um im Fall nichtlinearer magnetischer Eigenschaften $B(H)$ die Sättigung korrekt zu erfassen (vgl. Kap. 1).

Nun kann analog zu (14.12) und (14.17) formal ein Raumzeiger der Luftspaltgrundwellen-Flussverkettung mit den Flussverkettungen der drei Wicklungsstränge U, V, W definiert werden.

$$\underline{\Psi}_h(t) = \frac{2}{3}\left[\Psi_{hU}(t) + \underline{a} \cdot \Psi_{hV}(t) + \underline{a}^2 \cdot \Psi_{hW}(t)\right] \tag{14.21}$$

Durch Einsetzen von (14.20) und analoge Ausdrücke für V und W in (14.21) erhalten wir (14.22) und sehen, dass der Proportionalitätsfaktor zwischen dem Raumzeiger der Luftspaltflussverkettung und dem Stromraumzeiger wiederum die Hauptinduktivität L_h (vgl. Kap. 4) ist.

$$\underline{\Psi}_h(t) = L_h \cdot \underline{I}(t) \text{ mit } L_h = \mu_0 \cdot (N \cdot k_{w1})^2 \cdot \frac{6 \cdot \tau_p l_e}{\pi^2 \cdot p \cdot \delta_e} \tag{14.22}$$

Beweis:

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_h(t) &= \frac{2}{3}\left[\Psi_{hU}(t) + \underline{a} \cdot \Psi_{hV}(t) + \underline{a}^2 \cdot \Psi_{hW}(t)\right] = \\ &= L_h \cdot \frac{2}{3}\left[I_U(t) + \underline{a} \cdot I_V(t) + \underline{a}^2 \cdot I_W(t)\right] = L_h \cdot \underline{I}(t)\end{aligned}$$

□

Fazit:
Der Raumzeiger der Luftspaltflussverkettung ist mit dem ihn erregenden Stromraumzeiger über die Hauptinduktivität L_h verknüpft.

Beispiel 14.4

Es wird eine Drehfeldmaschine mit konstantem Luftspalt und in Stern geschalteter dreisträngiger Ständerwicklung untersucht. Der Rotor habe keine Wicklung, sodass kein Drehmoment erzeugt wird. Geben Sie eine physikalisch anschauliche Deutung des Flussverkettungsraumzeigers für den Fall an, dass zum betrachteten Augenblick Strang U maximalen Strom führt: $I_U = I$, $I_V = I_W = -I/2$.

Lösung:
In der Raumzeigerrechnung werden nur Grundwellen betrachtet (Ordnungszahl $\nu = 1$). Auch bei drei willkürlich gewählten Stator-Strangstromwerten wird die Verteilung der in den Nuten angeordneten Durchflutungen durch eine Strombelagsgrundwelle ersetzt. Die zugeordnete magnetische Spannung wird durch den Durchflutungsraumzeiger $\underline{V}_1$ bzw. durch den Statorstromraumzeiger $\underline{I}$ dargestellt, der wegen $I_U = I$, $I_V = I_W = -I/2$ in der U-Strangachse (Re-Achse) liegt. Durch Multiplikation von $\underline{V}_1$ mit μ_0/δ_e erhält man den Raumzeiger der Luftspaltflussdichte $\underline{B}_\delta$. Die zugehörigen Feldlinien des ebenen Vektorfelds $\vec{B}$ in der Maschinenquerschnittsebene (Abb. 14.5) sind dadurch gekennzeichnet, dass die Feldliniendichte im Luftspalt sinusförmig verteilt ist und

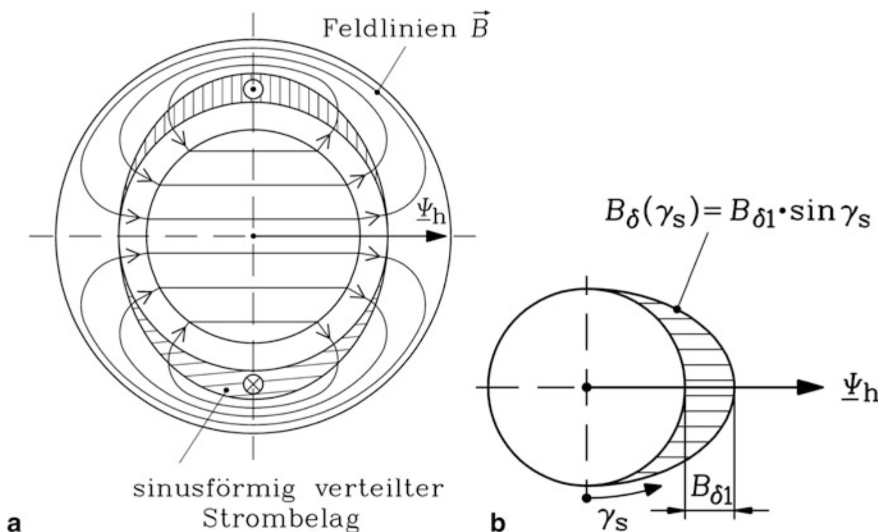


Abb. 14.5 (**a**) Feldlinien der magnetischen Flussdichte als ebenes Vektorfeld im Querschnitt einer elektrischen Maschine, erregt von einem sinusförmig verteilten Strombelag im Stator, und zugehöriger Raumzeiger der Luftspaltflussverkettung, (**b**) Zu (**a**) gehörende sinusförmig verteilte Luftspaltflussdichte

ihr Maximum in der Re-Achse liegt. Daher ist für den betrachteten Augenblick die Flussverkettung mit Strang U maximal. Der über L_h direkt dem Stromraumzeiger $\underline{I}$ proportionale Flussverkettungsraumzeiger $\underline{\Psi}_\mathrm{h}$ des Luftspaltflusses liegt daher ebenfalls in der U-Strangachse (Re-Achse).

Fazit:
Der Raumzeiger der magnetischen Luftspaltflussverkettung zeigt anschaulich die Lage der Grundwelle der Luftspaltflussdichte, wobei seine Richtung die Lage des Nordpols angibt. Seine Amplitude ist direkt proportional zur Amplitude der Luftspaltflussdichte.

Der Raumzeiger der magnetischen Luftspaltflussverkettung wird in bezogener Darstellung auf die Bemessungsflussverkettung je Strang bezogen.

$$\underline{\psi}_\mathrm{h}(t) = \frac{\underline{\Psi}_\mathrm{h}(t)}{L_\mathrm{h}\hat{I}_\mathrm{N}} = \frac{2}{3} \cdot \left[\psi_\mathrm{hU}(t) + \underline{a} \cdot \psi_\mathrm{hV}(t) + \underline{a}^2 \cdot \psi_\mathrm{hW}(t)\right] \tag{14.23}$$

Die Flussverkettung je Strang umfasst die Summe aus der magnetischen Luftspaltflussverkettung und der Streuflussverkettung, bestehend aus der Nutstreufluss- und Stirnstreuflussverkettung, dargestellt durch die Streuinduktivitäten je Strang $L_{\sigma\mathrm{Q}}$ und $L_{\sigma\mathrm{b}}$. Die Flussverkettung der Oberwellen im Luftspalt ist im Raumzeiger der Luftspaltflussverkettung (14.23), der nur die Grundwelle umfasst, nicht enthalten. Ihre selbstinduzierende Wirkung wird durch die Induktivität der Oberfelderstreuung $L_{\sigma\mathrm{o}}$ erfasst, sodass in der Raumzeigerrechnung zumindest an dieser Stelle auch die Wirkung der Oberwellen erfasst wird. Aus der gesamten Flussverkettung je Strang wird analog zu (14.23) der Raumzeiger der Flussverkettung definiert.

$$\Psi(t) = (L_\mathrm{h} + L_{\sigma\mathrm{Q}} + L_{\sigma\mathrm{b}} + L_{\sigma\mathrm{o}}) \cdot I(t) = L \cdot I(t) \tag{14.24}$$

$$\Psi_\mathrm{U}(t) = L \cdot I_\mathrm{U}(t), \quad \Psi_\mathrm{V}(t) = L \cdot I_\mathrm{V}(t), \quad \Psi_\mathrm{W}(t) = L \cdot I_\mathrm{W}(t)$$

$$\underline{\Psi}(t) = \frac{2}{3}\left[\Psi_\mathrm{U}(t) + \underline{a} \cdot \Psi_\mathrm{V}(t) + \underline{a}^2 \cdot \Psi_\mathrm{W}(t)\right] \tag{14.25}$$

$$\underline{\psi}(t) = \frac{\underline{\Psi}(t)}{L \cdot \hat{I}_\mathrm{N}} = \frac{2}{3} \cdot \left[\psi_\mathrm{U}(t) + \underline{a} \cdot \psi_\mathrm{V}(t) + \underline{a}^2 \cdot \psi_\mathrm{W}(t)\right] \tag{14.26a}$$

$$\underline{\psi}(t) = L \cdot \underline{i}(t) \tag{14.26b}$$

Beispiel 14.5

Die drei Stator-Wicklungsstränge der Drehfeldmaschine von Beispiel 14.4 werden mit ideal blockförmigen, jeweils um $T/3$ phasenversetzten Strangströmen so gespeist, dass während eines Drittels jeder Halbperiode $T/2$ der Strom Null ist und in den darauf folgenden zwei Dritteln je Halbperiode einen abwechselnd konstanten positiven bzw. negativen Wert $\pm I$ aufweist. Dies entspricht der Speisung einer Drehstromwicklung aus einem Stromzwischenkreis-Umrichter mit idealer Stromglättung. Daher

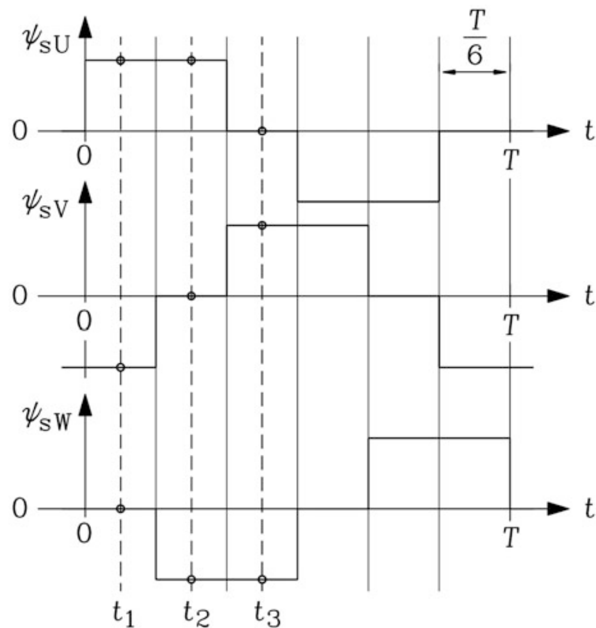


Abb. 14.6 Blockförmiger Zeitverlauf der magnetischen Flussverkettung je Strang bei Speisung mit blockförmigen Strangströmen

ist gemäß (14.26b) die Flussverkettung je Strang in gleicher Weise blockförmig (Abb. 14.6). Bestimmen Sie dazu den Raumzeiger der magnetischen Flussverkettung der Statorwicklung! Der Rotor sei stromlos!

Lösung:
Für drei im Abstand von $T/6$ aufeinander folgende Zeitwerte t_1, t_2, t_3 ist der Raumzeiger der Statorflussverkettung mit (14.26a) berechnet und in Abb. 14.7 dargestellt. Der Raumzeiger ruht während 1/6 der Periodendauer T im Zeitraum $0 < t \leq T/6$, da die Flussverkettung im Strang U und im Strang V entgegengesetzt gleich groß sind, während Strang W stromlos ist. Dann springt der Zeiger aufgrund der ideal rechteckförmigen Stromblöcke „unendlich schnell" um 60° (el.) in die nächste Lage, wo er im Zeitraum $T/6 < t \leq T/3$ wiederum ruht. Das räumlich im Luftspalt sinusförmig verteilte Magnetfeld in der Maschine (vgl. Abb. 14.5a) ist somit während der Zeit $T/6$ zeitlich konstant. Für eine volle Periodendauer nimmt der Raumzeiger der Flussverkettung sechs räumliche Lagen ein, die um 60° versetzt sind (Abb. 14.7).

Wenn der Rotor ebenfalls bestromte Wicklungen oder Permanentmagnete besitzt, wird in gleicher Weise ein Flussverkettungsraumzeiger des Rotors definiert, wobei die gemeinsame Magnetisierung des Stator- und Rotorflusses im Luftspalt durch die Stator- und Rotorwicklungssysteme bzw. Magnete zu berücksichtigen ist. Dies wird in den folgenden Kap. 15 und 16 zu den dynamischen Gleichungssystemen der Asynchron- und Synchronmaschine erläutert.

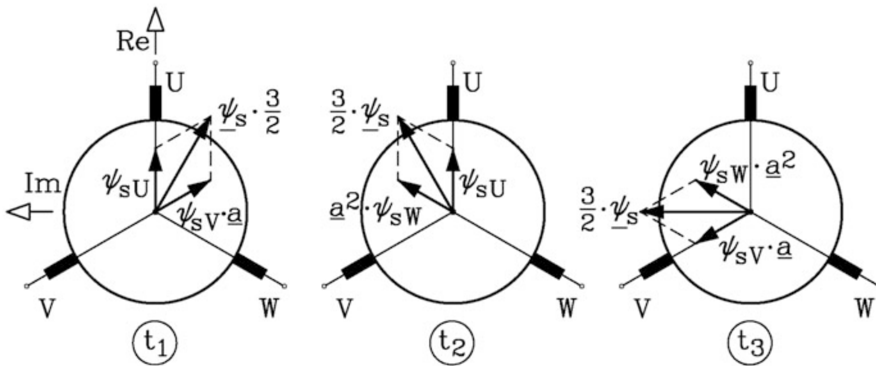


Abb. 14.7 Ein blockförmiger Zeitverlauf der Flussverkettung je Strang, phasenversetzt um $T/3$, führt zu einem Flussverkettungs-Raumzeiger, der sechs räumliche Positionen je Periode einnimmt, z. B. die Position (1) für $0 < t_1 \leq T/6$, die Position (2) für $T/6 < t_2 \leq T/3$, die Position (3) für $T/3 < t_3 \leq T/2$ usw

Nun wird noch der Begriff des Rotorstromraumzeigers eingeführt. In Schleifringläufer-Asynchronmaschinen weist der Rotor m_r Rotorwicklungsstränge auf (in Abb. 14.8: $m_r = 3$). Die Grundwelle der magnetischen Spannung, die von den zeitlich beliebig veränderlichen Rotorstrangströmen $I_{rU}(t)$, $I_{rV}(t)$, $I_{rW}(t)$ erregt wird, wird – analog zur Statorwicklung – auf die Grundwellenamplitude der magnetischen Spannung $\hat{V}_{1,N,r}$ bezogen, die bei Erregung der Rotorwicklung mit dem symmetrischen Rotorbemessungsstrom-Drehstromsystem $I_{N,r}$ entstehen würde.

$$\hat{V}_{1,N,r} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m_r}{p} \cdot N_r \cdot k_{w1,r} \cdot I_{N,r} \qquad (14.27)$$

Die Rotorstrangströme werden auch bei der Raumzeigerrechnung mit dem Stromübersetzungsverhältnis $ü_I$ (vgl. Kap. 6) auf die Statorwicklungsdaten umgerechnet.

$$I'_r(t) = \frac{I_r(t)}{ü_I}, \qquad ü_I = \frac{m_s \cdot N_s \cdot k_{w1,s}}{m_r \cdot N_r \cdot k_{w1,r}} \qquad (14.28)$$

Es wird damit der Rotorstromraumzeiger – ebenso wie der Statorstromraumzeiger – für ein dreisträngiges Wicklungssystem berechnet.

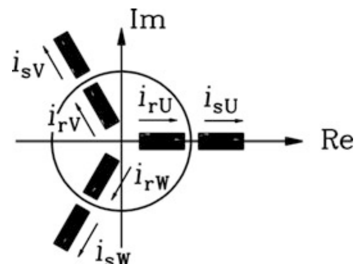


Abb. 14.8 Schleifringläufer-Asynchronmaschine mit $m_s = 3$ Statorwicklungssträngen und $m_r = 3$ Rotorwicklungssträngen

Tab. 14.2 Wicklungsdaten von Käfigläufer- und Schleifringläufer-Asynchronmaschine

	Stator-Drehfeld-wicklung	Rotor-Käfigwicklung	Rotor-Drehfeld-wicklung
Strangzahl	m_s	Q_r	m_r
Windungszahl je Strang	N_s	1/2	N_r
Wicklungsfaktor der Grundwelle $\nu = 1$	$k_{w1,s}$	1	$k_{w1,r}$

$$\underline{I}'_r(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[I'_{rU}(t) + \underline{a} \cdot I'_{rV}(t) + \underline{a}^2 \cdot I'_{rW}(t)\right] \tag{14.29}$$

In Käfigläufer-Asynchronmaschinen weist der Rotor Q_r Rotorstäbe auf, wobei jeder Stab als eigener Rotorwicklungsstränge $m_r = Q_r$ wirkt (vgl. Kap. 3 und 6). Durch die Umrechnung (14.28) für jeden Rotorstabstrom wird auch der Käfigläufer wie ein dreisträngiges Wicklungssystem $m_s = m_r = 3$ behandelt (Tab. 14.2). Soll jeder einzelne Stabstrom auch im dynamischen Zustand berechnet werden, sind aufwändigere Raumzeigerdefinitionen für $m_r = Q_r$-strängige Systeme zu verwenden, auf die hier nicht näher eingegangen wird. Weiterführende Ansätze findet man dazu z. B. in Joksimovic (2005).

14.4 Raumzeiger-Transformation

Die komplexe Raumzeigerdefinition (14.15) kann formal auch als Transformation von drei Strangwerten (z. B. drei Strangströme) auf einen Zeiger mit den zwei Zeigerparametern Betrag und Winkel gedeutet werden. Im komplexen Koordinatensystem kann der Zeiger auch durch die beiden äquivalenten Zeigerparameter Realteil und Imaginärteil oder in einem reellen α-β-Koordinatensystem durch die α-Komponente und die β-Komponente dargestellt werden. In (14.30) ist dies am Beispiel des Stromraumzeigers gezeigt.

$$\underline{I}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[I_U(t) + \underline{a} \cdot I_V(t) + \underline{a}^2 \cdot I_W(t)\right] = I_\alpha(t) + j \cdot I_\beta(t) \tag{14.30}$$

Im speziellen (nicht notwendigen) Fall einer in Stern geschalteten Wicklung ohne angeschlossenen Sternpunkt gilt $I_U(t)+I_V(t)+I_W(t) = 0$. Wird dies in (14.30) eingesetzt, erhalten wir

$$I_\alpha(t) = \frac{2}{3} I_U(t) - \frac{1}{3}\left(I_V(t) + I_W(t)\right) = I_U(t), \tag{14.31}$$

$$I_\beta(t) = \left(I_V(t) - I_W(t)\right)/\sqrt{3}. \tag{14.32}$$

Dies kann auch als Raumzeigertransformation in der Form von Edith Clarke's Matrixschreibweise angegeben werden (Clarke-Transformation (Clarke 1943)).

$$\begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_U(t) \\ I_V(t) \\ I_W(t) \end{pmatrix} = (A) \cdot \begin{pmatrix} I_U(t) \\ I_V(t) \\ I_W(t) \end{pmatrix} \tag{14.33a}$$

$$\begin{pmatrix} I_U(t) \\ I_V(t) \\ I_W(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix} = (A)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix} \tag{14.33b}$$

Die inverse Matrixoperation mit $(A)^{-1}$ ergibt die inverse Raumzeigertransformation als Rücktransformation von den zwei Zeigerkomponenten auf die Strangwerte. Beachten Sie, dass das Produkt der Matrix (A) mit ihrer Inversen die Einheitsmatrix ergibt.

$$(A) \cdot (A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{14.34}$$

Fazit:
Mit der Raumzeigertransformation werden drei Strangwerte (z. B. drei Strangströme) in einen Raumzeiger transformiert, der in zwei zueinander um 90° versetzte Raumzeigerkomponenten in einem rechtwinkligen Koordinatensystem zerlegt werden kann. Das Koordinatensystem liegt in der Querschnittsebene der Maschine. Wegen seiner beiden orthogonalen Achsen wird die Raumzeigerrechnung auch „Zweiachsentheorie“ genannt.

Beispiel 14.6

Wiederholen Sie die Rechnung von Beispiel 14.3 für das symmetrische Dreiphasen-Sinus-Drehstromsystem, jedoch nun mit der Raumzeigertransformation nach Clarke!

Lösung:

$$\begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{I}\cos(\Omega \cdot t) \\ \hat{I}\cos(\Omega \cdot t - 2\pi/3) \\ \hat{I}\cos(\Omega \cdot t - 4\pi/3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{I}\cos(\Omega \cdot t) \\ \hat{I}\sin(\Omega \cdot t) \end{pmatrix}$$

Die Matrixoperation transformiert ein symmetrisches Dreiphasen-Sinus-Drehstromsystem, das durch die Phasenverschiebung von 120° (el.) zwischen je zwei Strangströmen gekennzeichnet ist, in ein Zweiphasen-Sinus-Drehstromsystem mit identischen Amplituden und Frequenzen der Strangströme, jedoch einer Phasenverschiebung von 90° (Abb. 14.9). Da die Scheinleistung invariant gegenüber dieser Matrixoperation sein muss, sind bei z. B. gleichen Strangstromwerten die Strangspannungen im Zweiphasensystem 1.5-fach größer.

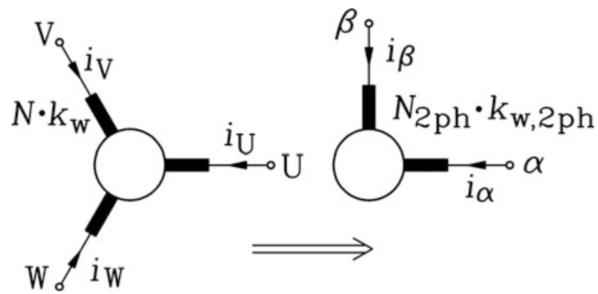


Abb. 14.9 Die Raumzeigertransformation ist eine Transformation eines 3-Phasensystems U, V, W in ein äquivalentes 2-Phasensystem α, β mit rechtwinklig zueinander angeordneten Wicklungsachsen („Zweiachsentheorie")

$$S = 3 \cdot U_{3\mathrm{ph}} \cdot I_{3\mathrm{ph}} = 3 \cdot U_{3\mathrm{ph}} \cdot I = 2 \cdot U_{2\mathrm{ph}} \cdot I_{2\mathrm{ph}} = 2 \cdot U_{2\mathrm{ph}} \cdot I$$

$$\frac{U_{2\mathrm{ph}}}{U_{3\mathrm{ph}}} = \frac{3}{2} \tag{14.35}$$

Dies kann wie folgt verstanden werden: Das magnetische Feld in der elektrischen Maschine (z. B. die Luftspaltfeldgrundwelle) muss im Zweiphasen- und im Dreiphasensystem identisch sein, da der Raumzeiger identisch ist.

$$B_{\delta 1} = \frac{\mu_0 \hat{V}_{3\mathrm{ph}}}{\delta_\mathrm{e}} = \frac{\mu_0 \hat{V}_{2\mathrm{ph}}}{\delta_\mathrm{e}}$$

$$\hat{V}_{3\mathrm{ph}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{3}{p} \cdot N_{3\mathrm{ph}} k_{\mathrm{w1,3ph}} \cdot I = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{2}{p} \cdot N_{2\mathrm{ph}} k_{\mathrm{w1,2ph}} \cdot I = \hat{V}_{2\mathrm{ph}}$$

Folglich muss das Produkt aus Windungszahl je Strang und Wicklungsfaktor der Grundwelle im Zweiphasensystem um den Faktor 1.5 größer sein, mithin auch die induzierten Spannungen $\hat{U}_{\mathrm{i,2ph}} = (3/2) \cdot \hat{U}_{\mathrm{i,3ph}}$.

$$\frac{N_{2\mathrm{ph}} k_{\mathrm{w1,2ph}}}{N_{3\mathrm{ph}} k_{\mathrm{w1,3ph}}} = \frac{3}{2} \tag{14.36}$$

$$\hat{U}_\mathrm{i} = \Omega \cdot N \cdot k_{\mathrm{w1}} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_\mathrm{p} l_\mathrm{e} \cdot B_{\delta 1} \tag{14.37}$$

Wird angenommen, dass der Wicklungsfaktor stets derselbe ist, erhöht sich nur die Windungszahl je Strang und damit auch der ohm'sche Spannungsfall, womit gezeigt ist, dass die Spannungen je Strang im äquivalenten Zweiphasensystem um den Faktor 1.5 größer als im ursprünglichen Dreiphasensystem sein müssen.

Der inversen Raumzeigertransformation (14.33b) entspricht in der komplexen Raumzeigerrechnung die Berechnungsvorschrift (14.38), um aus dem Raumzeiger die Stranggrößen zu erhalten.

$$I_U(t) = \text{Re}\left\{\underline{I}(t)\right\} \quad (14.38a)$$

$$I_V(t) = \text{Re}\left\{\underline{a}^2 \cdot \underline{I}(t)\right\} \quad (14.38b)$$

$$I_W(t) = \text{Re}\left\{\underline{a} \cdot \underline{I}(t)\right\} \quad (14.38c)$$

Beweis:

$$I_U(t) = \text{Re}\left\{\underline{I}(t)\right\} = \frac{2}{3} \cdot \left(I_U(t) + \text{Re}\left\{\underline{a}\right\} \cdot I_V(t) + \text{Re}\left\{\underline{a}^2\right\} \cdot I_W(t)\right)$$

$$I_U(t) = \frac{2}{3} \cdot \left(I_U(t) - \frac{I_V(t)}{2} - \frac{I_W(t)}{2}\right)$$

Mit der Bedingung $I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) = 0$ erhält man schließlich $I_U(t)$. In gleicher Weise beweist man die Beziehungen für $I_V(t)$ und $I_W(t)$. □

Erfolgt die Zeigerschreibweise mithilfe der beiden Komponenten $\underline{I}(t) = I_\alpha(t) + jI_\beta(t)$, so liefert die inverse Transformation (14.38) unmittelbar:

$$I_U(t) = \text{Re}\left\{\underline{I}(t)\right\} = I_\alpha(t) \quad (14.39a)$$

$$I_V(t) = \text{Re}\left\{\underline{a}^2 \cdot \underline{I}(t)\right\} = \text{Re}\left\{\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (I_\alpha(t) + jI_\beta(t))\right\} \quad (14.39b)$$

$$I_V(t) = -\frac{I_\alpha(t)}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot I_\beta(t)}{2} \quad (14.39c)$$

$$I_W(t) = \text{Re}\left\{\underline{a} \cdot \underline{I}(t)\right\} = \text{Re}\left\{\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (I_\alpha(t) + jI_\beta(t))\right\} \quad (14.39d)$$

$$I_W(t) = -\frac{I_\alpha(t)}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot I_\beta(t)}{2} \quad (14.39e)$$

Dies entspricht der Matrix $(A)^{-1}$ aus (14.33b) und zeigt die Äquivalenz von Clarke's inverser Matrixtransformation und der komplexen inversen Raumzeigerberechnung (14.38).

Beispiel 14.7

Zu einem bestimmten Zeitpunkt fließen in den drei zu einem Stern verschalteten Wicklungssträngen U, V, W die Strangströme (per unit-Angabe) $i_U = 0.3$, $i_V = 0.5$, $i_W = -0.8$.

a) Geben Sie den zugehörigen Stromraumzeiger an!
b) Führen Sie anschließend die Rücktransformation auf die drei Stranggrößen aus dem Zeiger durch!

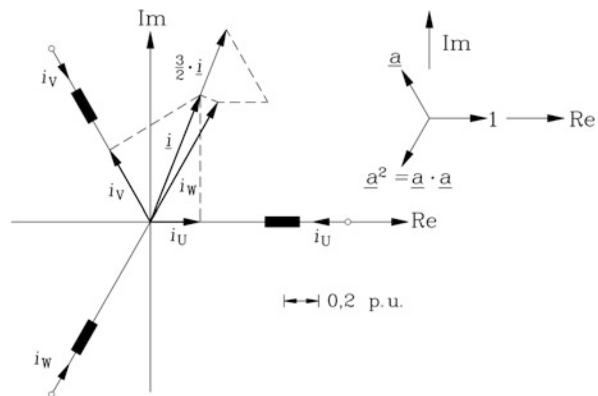


Abb. 14.10 Graphische Ermittlung des per-unit-Stromraumzeigers aus den Stranggrößen $i_U = 0.3$, $i_V = 0.5$, $i_W = -0.8$

Lösung:

a) Da die Wicklung in Stern geschaltet und der Sternpunkt isoliert ist, muss die Bedingung (14.1) gemäß $i_U + i_V + i_W = 0.3 + 0.5 - 0.8 = 0$ erfüllt sein. Der Stromraumzeiger hat folgende komplexe Darstellung: $\underline{i}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[0.3 + \underline{a} \cdot 0.5 - \underline{a}^2 \cdot 0.8\right]$. Dies ist in Abb. 14.10 als geometrische Summe der drei Strangstrom-Raumzeiger $\underline{i}_U = 0.3$, $\underline{i}_V = \underline{a} \cdot 0.5$, $\underline{i}_W = -\underline{a}^2 \cdot 0.8$ dargestellt. Die resultierende Zeigersumme $\underline{i}_U + \underline{i}_V + \underline{i}_W = (3/2) \cdot \underline{i}$ der drei Strangstrom-Raumzeiger muss noch mit dem Faktor 2/3 multipliziert werden, um den Raumzeiger zu erhalten.

b) Die Ermittlung der drei Stranggrößen aus dem Raumzeiger gemäß (14.38) bedeutet geometrisch die Projektion des Raumzeigers $\underline{i}(t)$ auf die drei Wicklungsstrangachsen U, V, W, die durch die Re-Achse und die dazu um 120° bzw. 240° gedrehten Achsen gegeben sind (Abb. 14.10). So ist z. B. für die Bestimmung der V-Komponente des Raumzeigers zu beachten, dass die relative Lage des Raumzeigers $\underline{i}$ zur V-Wicklungsstrangachse dieselbe ist, wie von $\underline{a}^2 \cdot \underline{i}$ zur Re-Achse. Dies beweist direkt die Gültigkeit der Formel $i_V(t) = \text{Re}\left\{\underline{a}^2 \cdot \underline{i}(t)\right\}$.

Fallweise wird der komplexe Raumzeiger in einer leicht modifizierten Weise definiert, in dem der Normierungsfaktor 2/3 durch den Faktor $\sqrt{2/3}$ ersetzt wird.

$$\underline{I}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[I_U(t) + \underline{a} \cdot I_V(t) + \underline{a}^2 \cdot I_W(t)\right] = I_\alpha(t) + j \cdot I_\beta(t) \qquad (14.40)$$

Dadurch wird die Clarke-Transformation symmetrisch; statt der Matrix (A) wird die Matrix (A_S) verwendet. Die inverse Matrix $(A_S)^{-1}$ erhält man einfach durch Vertauschung der Zeilen und Spalten.

$$\begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_\mathrm{U}(t) \\ I_\mathrm{V}(t) \\ I_\mathrm{W}(t) \end{pmatrix} = (A_\mathrm{S}) \cdot \begin{pmatrix} I_\mathrm{U}(t) \\ I_\mathrm{V}(t) \\ I_\mathrm{W}(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_\mathrm{U}(t) \\ I_\mathrm{V}(t) \\ I_\mathrm{W}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix} = (A_\mathrm{S})^{-1} \cdot \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \end{pmatrix}$$

Die inverse Matrix der Transformationsmatrix ist damit gleich groß wie die Transponierte der Transformationsmatrix: $(A_\mathrm{S})^{-1} = (A_\mathrm{S})^\mathrm{T}$ (Zurmühl 1965; Dirschmid 1992). Wird diese symmetrische Raumzeigertransformation auf ein symmetrisches Dreiphasen-Sinus-System (Phasenverschiebung 120°) angewendet, so sind die Ströme und Spannungen des sich ergebenden symmetrischen Zweiphasen-Sinus-Systems (Phasenverschiebung 90°) um den Faktor $\sqrt{3/2}$ größer:

$$U_\mathrm{2ph} = \sqrt{3/2} \cdot U_\mathrm{3ph}, \quad I_\mathrm{2ph} = \sqrt{3/2} \cdot I_\mathrm{3ph}.$$

Die Scheinleistung ist wiederum invariant:

$$S = 3 \cdot U_{3ph} \cdot I_\mathrm{3ph} = 3 \cdot \sqrt{2/3} U_\mathrm{2ph} \cdot \sqrt{2/3} I_\mathrm{2ph} = 2 \cdot U_\mathrm{2ph} \cdot I_\mathrm{2ph}.$$

14.5 Einfluss des Nullsystems auf die Raumzeigerbildung

Ein Strom-Nullsystem ist dadurch gekennzeichnet, dass in allen drei Strängen U, V, W derselbe zeitliche Verlauf des Stromes $I_\mathrm{U}(t) = I_\mathrm{V}(t) = I_\mathrm{W}(t) = I_0(t)$ auftritt. Dieser Strom wird auch Gleichtaktstrom genannt. Solche Strom-Nullsysteme werden z. B. dadurch erzeugt, dass bei Umrichterspeisung das den elektrischen Maschinen aufgeprägte Klemmenpotenzial ein Nullsystem (Gleichtaktpotenzial) $\varphi_\mathrm{U}(t) = \varphi_\mathrm{V}(t) = \varphi_\mathrm{W}(t) = \varphi_0(t)$ enthält. Die Summe der drei Klemmenpotenziale ist nicht Null, sondern $\varphi_\mathrm{U}(t) + \varphi_\mathrm{V}(t) + \varphi_\mathrm{W}(t) = 3\varphi_0(t)$. Dadurch hat die Wicklung gegen das Erdpotenzial, das willkürlich als $\varphi_\mathrm{E}(t) = 0$ angenommen wird, die mittlere Potenzialdifferenz

$$\varphi(t) - \varphi_\mathrm{E}(t) = (\varphi_\mathrm{U}(t) + \varphi_\mathrm{V}(t) + \varphi_\mathrm{W}(t))/3 - 0 = \varphi_0(t),$$

sodass über die Wicklungskapazität der elektrischen Isolation zwischen Wicklungskupfer und Erdpotenzial ein kapazitiver Erdstrom als Nullstrom fließen kann. In ähnlicher Weise

kann bei Synchrongeneratoren eine dritte Oberwelle des Rotorfelds (und Oberwellen mit Vielfachen der Ordnungszahl 3) in der Ständerwicklung ein Null-Strangspannungssystem

$$U_U(t) = U_V(t) = U_W(t) = U_0(t)$$

zwischen den Klemmen U-X, V-Y, W-Z der drei Wicklungsstränge mit dreifacher Grundfrequenz (und Vielfachen davon) induzieren. Abhängig von der Art, wie die dreisträngige Wicklung verschaltet ist, kann das Spannungs-Nullsystem ein Strom-Nullsystem hervorrufen oder nicht (Tab. 14.3).

Der Nullstrom ist definiert als ein Drittel der Summe der drei Strangströme.

$$I_0(t) = \frac{1}{3} \cdot (I_U(t) + I_V(t) + I_W(t)) \tag{14.41}$$

Ein dreiphasiges Stromsystem mit zeitlich beliebig veränderlichen Stromverläufen $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ kann stets in ein Nullstromsystem $I_0(t)$, $I_0(t)$, $I_0(t)$ und ein nullstromfreies Dreiphasen-Stromsystem $I_{US}(t)$, $I_{VS}(t)$, $I_{WS}(t)$ zerlegt werden.

Tab. 14.3 Nullstromsysteme bei unterschiedlicher Art der Verschaltung der dreisträngigen Wicklung

Sternschaltung X = Y = Z = N (N: Sternpunkt)	Dreieckschaltung X = V, Y = W, Z = U
Es fließt kein im Wicklungssystem verbleibendes Null-Stromsystem! *)	Das Null-Stromsystem fließt als Kreisstrom in der Wicklung, nicht aber in den Netzzuleitungen.
$I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) =$ $3 \cdot I_0(t) = 0$ $I_0(t) = 0$ *) Über die Kapazität der Wicklungsisolation kann stets ein kapazitiver Nullstrom als Erdstrom fließen.	Strangströme = Kreisstrom: $I_U(t) = I_V(t) = I_W(t) = I_0(t)$ Netzströme: $I_{L,UV}(t) = I_U(t) - I_V(t) = 0$ $I_{L,VW}(t) = I_V(t) - I_W(t) = 0$ $I_{L,WU}(t) = I_W(t) - I_U(t) = 0$
Sternschaltung mit angeschlossenem Sternpunkt N	
Über jeden der drei Netzanschlüsse fließt der Nullstrom zu und über den Sternpunktsanschluss ab. Strangströme = Netzströme: $I_U(t) = I_V(t) = I_W(t) = I_0(t)$ Netzströme: $I_{L,U}(t) = I_U(t) = I_0(t),\ I_{L,V}(t) = I_V(t) = I_0(t),\ I_{L,W}(t) = I_W(t) = I_0(t)$	
Strom im Sternpunktsleiter: $I_Y(t) = I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) = 3 \cdot I_0(t)$	

$$I_{\text{US}}(t) = I_{\text{U}}(t) - I_0(t)$$
$$I_{\text{VS}}(t) = I_V(t) - I_0(t) \qquad (14.42)$$
$$I_{\text{VS}}(t) = I_{\text{U}}(t) - I_0(t)$$

Aus (14.41) und (14.42) folgt, dass das Stromsystem $I_{\text{US}}(t)$, $I_{\text{VS}}(t)$, $I_{\text{WS}}(t)$ nullstromfrei ist, denn es gilt:

$$I_{\text{US}}(t) + I_{\text{VS}}(t) + I_{\text{WS}}(t) = 0!$$

Beispiel 14.8

In einer dreisträngigen Wicklung mit angeschlossenem Sternpunkt werden zum Zeitpunkt t folgende Strangströme in p.u. des Sinus-Bemessungsstromscheitelwerts $i(t) = I(t)/\hat{I}_{\text{N}}$ gemessen: $i_{\text{U}} = 0.3$, $i_{\text{V}} = 0.5$, $i_{\text{W}} = -0.2$.

a) Wie groß sind der Nullstrom und der Strom im Sternpunktsleiter zum Zeitpunkt t?
b) Wie groß sind die Strangströme des nullstromfreien dreiphasigen Stromsystems?

Lösung:

a) $i_0(t) = \frac{1}{3} \cdot (i_{\text{U}} + i_{\text{V}} + i_{\text{W}}) = \frac{1}{3} \cdot (0.3 + 0.5 - 0.2) = 0.2$, $i_{\text{Y}}(t) = 3i_0 = 3 \cdot 0.2 = 0.6$.
b) $i_{\text{US}} = i_{\text{U}} - i_0 = 0.3 - 0.2 = 0.1$,
$i_{\text{VS}} = i_{\text{V}} - i_0 = 0.5 - 0.2 = 0.3$,
$i_{\text{WS}} = i_{\text{W}} - i_0 = -0.2 - 0.2 = -0.4$,
$i_{\text{US}} + i_{\text{VS}} + i_{\text{WS}} = 0.1 + 0.3 - 0.4 = 0$.

Beispiel 14.9

Geben Sie qualitativ die Feldkurve des magnetischen Luftspaltfelds bei konstantem Luftspalt und konstanter Eisenpermeabilität für eine dreisträngige Ständerwicklung mit $q = 2$ Nuten pro Pol und Strang an, die mit einem Nullstromsystem gespeist wird. Zum Zeitpunkt t möge der Nullstrom in Strang U in den Spulenseiten +U eine positive Stromrichtung aufweisen.

Lösung:
Strangstrom je Wicklungsstrang: $I_{\text{U}}(t) = I_{\text{V}}(t) = I_{\text{W}}(t) = I_0(t)$. Daher ist die Stromrichtung in allen drei Strängen identisch. Mit dem Ampère'schen Durchflutungssatz (Kap. 1) erhält man die magnetische Spannungsverteilung $V_0(x_{\text{s}})$ gemäß Abb. 14.11 mit drei Polpaaren je doppelter Polteilung $2\,\tau_{\text{p}}$. Zu dieser magnetischen Spannung ist die magnetische Luftspaltflussdichte gemäß (14.18) direkt proportional.

Fazit:
Ein Nullstromsystem in einer dreisträngigen Drehfeldwicklung, ausgelegt für die Polzahl 2p, erregt ein Luftspaltfeld mit dreifacher Polzahl 6p. Dieses räumlich stehende

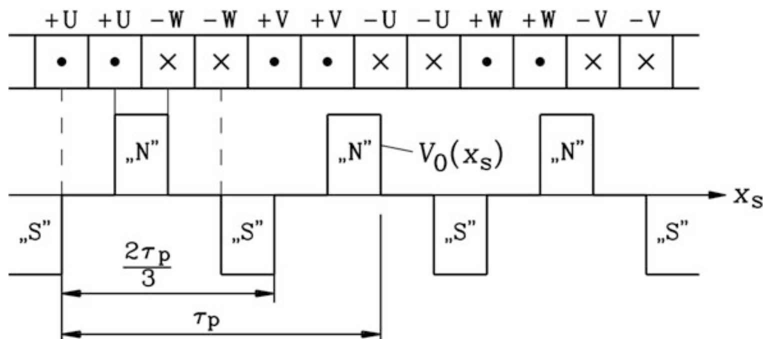


Abb. 14.11 Ein Nullstromsystem in einer dreisträngigen Wicklung erregt eine magnetische Spannungsverteilung $V_0(x_s)$ mit drei Polpaaren je doppelter Polteilung $2\,\tau_p$

zusätzliche Luftspaltfeld pulsiert mit dem gleichen Zeitverlauf wie der speisende Nullstrom: $B_{\delta 3}(x_s, t) \sim I_0(t)$.

Wegen der (um den Faktor 3) unterschiedlichen Polzahl $6p$ kann das Luftspaltfeld des Stator-Nullstromsystems mit einer Rotorstrombelagsverteilung der Polzahl $2p$ gemäß Kap. 4 kein Drehmoment bilden, jedoch den Betrieb einer elektrischen Maschine stören. Die Luftspaltflussdichte des Nullstromsystems enthält ein Fourier-Spektrum an stehenden Feldwellen mit den Ordnungszahlen $\nu = 3, 9, 15, \ldots$, also ungeradzahlige Vielfache von 3, da das Feld abszissensymmetrisch ist. Es induziert in massiven Eisenteilen des Rotors und in Rotorkäfigwicklungen zusätzliche Spannungen, die parasitäre Ströme und damit Zusatzverluste hervorrufen. Mit diesen Strömen bildet das Feld des Nullstromsystems parasitäre, i. A. zeitlich veränderliche, bremsende Drehmomentanteile. Der radial wirkende magnetische Zug zwischen den Eisenteilen von Stator und Rotor (Maxwell'scher Zug, vgl. Kap. 4 und 6) infolge dieses unerwünschten Luftspaltfelds ist i. A. zeitlich veränderlich und kann infolge der dadurch angeregten mechanischen Schwingungen vor allem des Statorjochs unerwünschten Luft- und Körperschall erzeugen.

Fazit:
Die dreisträngigen Wicklungen von Synchrongeneratoren, aber auch von Drehfeldmaschinen für Umrichterspeisung vor allem größerer Leistung, werden vorzugsweise in Stern verschaltet, um die Ausbildung eines Nullstromsystems zu unterdrücken.

Da ein Strom-Nullsystem ein Magnetfeld erregt, das nicht die Polzahl der Grundwelle ausbildet, und damit nicht zur Nutzdrehmomentbildung beiträgt, darf es auf die Raumzeigerformulierung, die ja nur das Grundwellenverhalten in der Drehmomenterzeugung nachbildet, keinen Einfluss haben. Andernfalls wäre die Raumzeigerrechnung inkonsistent. Tatsächlich erzeugt ein Nullstromsystem (mit beliebigem Zeitverlauf des Nullstroms) keine resultierenden Raumzeiger: Der Raumzeiger des Nullstromsystems ist Null.

$$\underline{I}_0(t) = \frac{2}{3} \cdot \left(I_0(t) + \underline{a} \cdot I_0(t) + \underline{a}^2 \cdot I_0(t)\right) = \frac{2}{3} \cdot I_0(t) \cdot \left(1 + \underline{a} + \underline{a}^2\right)$$
$$\underline{I}_0(t) = \frac{2}{3} \cdot I_0(t) \cdot \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}}\right) = 0$$

Folglich ist der resultierende Stromraumzeiger eines beliebigen dreisträngigen Stromsystems $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ nur durch den nullstromfreien Anteil $I_{US}(t)$, $I_{VS}(t)$, $I_{WS}(t)$ des Stromsystems bestimmt.

$$\underline{I}(t) = \frac{2}{3} \cdot \left[I_U(t) + \underline{a} \cdot I_V(t) + \underline{a}^2 \cdot I_W(t)\right] \tag{14.43}$$

$$I_\alpha(t) = \frac{2}{3} \cdot \left(I_U(t) - \frac{I_V(t) + I_W(t)}{2}\right) = I_{US}(t) = I_U(t) - I_0(t) \tag{14.44}$$

$$I_\beta(t) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (I_V(t) - I_W(t)) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (I_{VS}(t) - I_{WS}(t)) \tag{14.45}$$

Damit kann für den allgemeinen Fall eines dreiphasigen Stromsystems $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ mit zeitlich beliebig veränderlichen Stromverläufen (inklusive Nullsystem) die Raumzeigertransformation in Clarke'scher Matrixschreibweise mit einer 3×3-Matrix angegeben werden.

$$\begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \\ I_0(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_U(t) \\ I_V(t) \\ I_W(t) \end{pmatrix} = (A) \cdot \begin{pmatrix} I_U(t) \\ I_V(t) \\ I_W(t) \end{pmatrix} \tag{14.46}$$

$$\begin{pmatrix} I_U(t) \\ I_V(t) \\ I_W(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \\ I_0(t) \end{pmatrix} = (A)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} I_\alpha(t) \\ I_\beta(t) \\ I_0(t) \end{pmatrix} \tag{14.47}$$

In gleicher Weise gelten diese Überlegungen für die Spannungs- und Flussverkettungsraumzeiger, sodass (14.46) und (14.47) die allgemeine Formulierung der Raumzeigertransformation zwischen einem Dreiphasensystem und einem Zweiachsensystem darstellt. Der Rücktransformation (14.47) entspricht anstelle (14.38) die Darstellung (14.48).

$$I_U(t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{I}(t)\right\} + I_0(t) \tag{14.48a}$$
$$I_V(t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{a}^2 \cdot \underline{I}(t)\right\} + I_0(t) \tag{14.48b}$$
$$I_W(t) = \mathrm{Re}\left\{\underline{a} \cdot \underline{I}(t)\right\} + I_0(t) \tag{14.48c}$$

14.6 Das Rechnen mit bezogenen Größen

a) Motivation für das Rechnen mit bezogenen Größen: Dynamische Maschinenmodelle, basierend auf der Raumzeigerrechnung, werden in modernen Umrichtersystemen mit digitaler Regelung in deren Mikrorechnern verwendet, um dynamisch hochwertige Regelungsstrategien für Position, Drehzahl und Drehmoment zu verwirklichen. Dabei wird im Sinne einer vereinheitlichten Rechnerplattform (z. B. 16 bit oder 32 bit-Rechner) dasselbe Maschinenmodell für einen weiten Bemessungsleistungsbereich von kleinen zu großen Maschinen verwendet. Die Bemessungsleistungen der durch diese Umrichtertypenreihe zu versorgenden elektrischen Maschinen können dabei typische Werte zwischen 1 kW und 10 MW betragen, was einem Unterschied von vier Größenordnungen entspricht (10^4). Die für die Regelungssoftware erforderlichen Eingabeparameter wie Wicklungswiderstände, Induktivitäten, Trägheitsmomente, Bemessungswerte von Spannung, Strom und Drehmoment etc. der elektrischen Maschinen, angegeben in physikalischen Einheiten, überstreichen dabei einen weiten Zahlenbereich. So haben z. B. die Widerstände und Induktivitäten von elektrischen Maschinen mit kleiner Leistung relativ große Zahlenwerte in Ohm bzw. Henry, aber sehr kleine Zahlenwerte für die Trägheitsmomente in kg m^2. Mit zunehmender Bemessungsleistung sinken die Zahlenwerte für Widerstände und Induktivitäten rasch ab, für Trägheitsmomente nehmen sie drastisch zu. Die „Wachstumsgesetze elektrischer Maschinen" geben an, mit welcher Potenz einer charakteristischen Größe (z. B. der Achshöhe) die Parameter einer elektrischen Maschine wie Widerstände, Induktivitäten, Trägheitsmomente sich ändern.

Um im digitalen Rechner Zahlendarstellungen mit einem begrenzten Umfang an Stellen verwenden zu können, und so die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse für kleine wie für große Maschinen in gleicher Weise zu erhalten, rechnet man vorzugsweise mit bezogenen Größen. Die meisten Maschinenparameter oder Zustandsgrößen haben als bezogene Größen nur Zahlenwerte zwischen 0 und ca. 3. Unabhängig von der Problematik der Zahlendarstellung in digitalen Rechnern bietet das Rechnen mit bezogenen Größen den Vorteil, nicht nur Maschinen unterschiedlicher Größe leichter miteinander zu vergleichen, sondern auch unterschiedliche Betriebszustände einer Maschine „in Prozent" oder „per unit" der Bemessungsgrößen auszudrücken und so Teillast oder Überlast zu quantifizieren.

b) Wie funktioniert das Rechnen mit bezogenen Größen (per unit-Werte)?

Beispiel 14.10

Das ohm'sche Gesetz für $U = 10\,\mathrm{V}$, $R = 2\,\Omega$: Wie groß ist die elektrische Stromstärke I

a) in physikalischen Einheiten und
b) in bezogenen Größen, wenn der ohm'sche Widerstand für $U_\mathrm{N} = 5\ \mathrm{V}, I_\mathrm{N} = 5\,\mathrm{A}$ bemessen ist.

Lösung:

a) $I = U/R = 10\,\text{V}/2\,\Omega = 5\,\text{A}$.
Einheitenkontrolle für das Berechnungsergebnis: $\text{V}/\Omega = \text{V}/((\text{V}/\text{A}) = \text{A}$.

b) Berechnung der Nennimpedanz: $Z_N = U_N/I_N = 5/5 = 1\,\Omega$. Berechnung des Widerstands in bezogenen Größen: $r = R/Z_N = 2/1 = 2$. Auswertung des ohm'schen Gesetzes mit der bezogenen Spannung u:

$$u = U/U_N = 10/5 = 2, \quad i = u/r = 2/2 = 1.$$

Das Ergebnis $i = 1$ p.u. entspricht in physikalischen Einheiten der Stromstärke $I = i \cdot I_N = 1 \cdot 5\,\text{A} = 5\,\text{A}$.

Fazit:
Durch die per-unit-Darstellung der Betriebsgrößen ist die prozentuale Belastung eines (elektrischen) Geräts unmittelbar ersichtlich. Da alle Zahlenwerte die Einheit „1“ haben, ist eine Überprüfung von Formeln mithilfe der Dimensionskontrolle oder Einheitenkontrolle oft nicht mehr möglich.

Im Beispiel 14.10 gibt uns das Ergebnis „Stromstärke im Widerstand“ $I = 5\,\text{A}$ keine Auskunft darüber, ob dies eine große oder kleine Belastung des Widerstands darstellt. Das Ergebnis „bezogene Stromstärke im Widerstand“ $i = 1$ p.u. sagt unmittelbar aus, das der Widerstand entsprechend seinem Bemessungsstrom belastet ist. Eine Überhitzung ist somit nicht zu erwarten. In gleicher Weise sagt ein Ergebnis von z. B. $i = 1.5$ p.u. aus, dass eine thermische Überlast auftritt, denn „50 % Stromüberlast“ bedeuten zusätzliche 125 % Verluste gegenüber Bemessungsbetrieb ($P_{Cu} = RI^2 \Rightarrow 1.5^2 = 2.25$). Es ist dann zu erwarten, dass die stationäre Übertemperatur über Umgebungstemperatur zumindest um 125 % über der Bemessungserwärmung liegen wird, sodass bei dieser Belastung nur Kurzzeitbetrieb erlaubt ist.

Bei der Anwendung der Rechnung in bezogenen Größen bei elektrischen Maschinen ist folgendes zu beachten:

- Die Bemessungswerte als Bezugsgrößen für die per-unit-Rechnung werden den Leistungsschilddaten entnommen, z. B. für Strom, Spannung, Frequenz, Drehzahl.
- Die Bemessungsdaten für Spannung und Strom auf dem Leistungsschild sind stets die für den Anschluss der Maschine an das Netz relevanten Werte, d. h. die verkettete Spannung zwischen zwei Klemmen und der Strom in der Netzzuleitung. Man ist damit unabhängig von der Art der Wicklungsverschaltung (z. B. Dreieck oder Stern).
- Die Bezugsgrößen für Strom und Spannung sind im Folgenden die Bemessungs-Strangspannung $U_{N,ph}$ und der Bemessungs-Strangstrom $I_{N,ph}$, die je nach Art der Verschaltung der dreiphasigen Wicklung aus den Bemessungsdaten für den Netzanschluss berechnet werden müssen (Index ph für Phasen- bzw. Strangwert).

- Die Nennimpedanz Z_N steht nicht auf dem Leistungsschild, sondern muss erst berechnet werden. Bei Dreiphasen-Systemen erfolgt die Berechnung der Nennimpedanz Z_N aus den Strangwerten von Strom und Spannung als Verhältnis von Bemessungsstrangspannung $U_{N,ph}$ und Bemessungs-Strangstrom $I_{N,ph}$.
- Im Folgenden werden bezogene Größen als Kleinbuchstaben angeschrieben ($u(t)$, $i(t)$, ...). Zeitlich veränderliche Größen in physikalischen Einheiten werden zur Unterscheidung mit Großbuchstaben bezeichnet ($U(t)$, $I(t)$, ...).

Beispiel 14.11

Typische Leistungsschilddaten bei elektrischen Maschinen:

(i) Gleichstrommaschine:

Type G248	......Motorhersteller/Baujahr	
DC-Motor	Nr. 622 085	
440 V	165 A	
65 kW	1000/2350 /min	S1
Erregung: 190 V	1.5 A	
W. Kl. B	IP 11	

(ii) Asynchronmaschine mit Käfigläufer:

Type MKG-222 M06		......Motorhersteller/Baujahr	
AC-Motor		Nr. 691 502	
400 V	Y	84 A	
45 kW		1490/3000 /min	S1
75 Hz		$\cos\varphi = 0.88$	
W. Kl. F		IP 44	

(iii) Synchronmaschine mit elektrischer Läufererregung:

Type FL 306/6-6		......Motorhersteller/Baujahr	
AC-Generator		Nr. 427 597	
400 V	Y	57.7 A	
40 kVA		1000/2000/min	S1
50 Hz		$\cos\varphi = 0.85$ übererregt	
Erregung: 95 V		10.1 A	
W. Kl. B		IP 11	

Bei E-Motoren ist die Bemessungsleistung stets die mechanische Abgabeleistung (in Bsp. 14.11 die Fälle (i) und (ii)), da diese für die Anwendung als Antrieb von unmittelbarem Interesse ist; sie wird als Wirkleistung z. B. in kW angegeben. Eine Ausnahme bilden die Kleinmotoren, bei denen die elektrische Aufnahmeleistung (meist in W) angegeben wird, da diese für die Bemessung der elektrischen Sicherungen wichtig ist.

Bei E-Generatoren ist die elektrische Abgabeleistung als Scheinleistung die wesentliche Betriebsgröße und wird deshalb als Bemessungsleistung (z. B. in kVA oder MVA) angegeben (in Bsp. 14.11 der Fall (iii)). Die Betriebsarten S1 … S10 charakterisieren die Belastungsart einer elektrischen Maschine hinsichtlich der thermischen Beanspruchung. Die Betriebsarten sind genormt in IEC 60034, Teil 1 bzw. EN60530, Teil 1. Die wichtigsten Betriebsarten sind Dauerbetrieb S1, Kurzzeitbetrieb S2, Aussetzbetrieb S3. Die Wärmeklasse (W. Kl.) des verwendeten Isolierstoffs kennzeichnet seine zulässige Dauerbetriebstemperatur. Je nach verwendetem Isolierstoffmaterial sind gemäß EN 60530, Teil 1, unterschiedliche Dauertemperaturen für die gleiche Isolierstoff-Lebensdauer zulässig, wie folgende Übersicht auszugsweise zeigt.

Wärmeklasse	Isolierstoffe	Dauerbetriebstemperatur
130 (B)	Harzlackbasiert	130 °C
155 (F)	Epoxidharzbasiert	160 °C ($P_N \leq 5\,\text{MW}$) 155 °C ($P_N > 5\,\text{MW}$)
180 (H)	Silikonharzbasiert	180 °C

Die Schutzart IP (International Protection) der E-Maschine kennzeichnet ihr Verhalten gegenüber dem Eindringen von Festkörpern und von Wasser (IEC 60034-5). Die Kennzeichnung erfolgt mit zwei Ziffern x und y als International Protection IPxy, wobei die beiden Ziffern x und y die folgende Bedeutung haben.

x:	1. Ziffer: beschreibt den Schutzgrad gegen Berührung / Eindringen von Fremdkörpern
y:	2. Ziffer: beschreibt den Schutzgrad gegen Eindringen von Wasser (kein Ölschutz)

Im Folgenden sind einige typische Anwendungsbeispiele angegeben.

Bezeichnung	1. Ziffer x:	2. Ziffer y:
IP00	E-Maschine ist offen gegen Festkörper	E-Maschine ist offen gegen Wasser
IP23	Körper mit > 12 mm Durchmesser können nicht eindringen,	Sprühwasser bis 60° Einfallswinkel aus der Senkrechten kann nicht eindringen
IP44	Körper mit >1 mm Durchmesser können nicht eindringen	Spritzwasser aus allen Richtungen kann nicht eindringen
IP67	Staub kann nicht eindringen	E-Maschine ist unter festgelegten Druck- und Zeitbedingungen unter Wasser eindringfest

Beispiel 14.12

Berechnung der Nennimpedanzen der elektrischen Maschinen von Beispiel 14.11:

(i) *Gleichstrommaschine:* $Z_N = U_N/I_N = 440/165 = 2.67\ \Omega$
(ii) *Asynchronmaschine:* Y-Schaltung:

$$U_{N,ph} = U_N/\sqrt{3} = 400/\sqrt{3} = 230\ \text{V},\ I_{N,ph} = I_N$$
$$Z_N = U_{N,ph}/I_{N,ph} = 230/84 = 2.74\ \Omega$$

(iii) *Synchronmaschine:* Y-Schaltung:

$$U_{N,ph} = U_N/\sqrt{3} = 400/\sqrt{3} = 230\,\text{V},\ I_{N,ph} = I_N$$
$$Z_N = U_{N,ph}/I_{N,ph} = 230/57.7 = 4.0\,\Omega$$

(iv) *Synchronmaschine* wie in (iii), jedoch sei die Statorwicklung in Dreieck (D) geschaltet.

$$U_{N,ph} = U_N = 400\,\text{V},\quad I_{N,ph} = I_N/\sqrt{3} = 57.7/\sqrt{3} = 33.3\,\text{A},$$
$$Z_N = U_{N,ph}/I_{N,ph} = 400/33.3 = 12.0\,\Omega.$$

Alle elektrischen und mechanischen Betriebsgrößen in elektrischen Maschinen können in per-unit-Darstellung angegeben werden, wie im Folgenden gezeigt wird.

- *Bezogene Zeit:*
  Die Zeit t wird bei Wechselstrom- und Drehstrommaschinen mit der Bemessungs-Kreisfrequenz $\omega_N = 2\pi f_N$ multipliziert, um die bezogene Zeit τ zu erhalten.

$$\tau = \omega_N \cdot t \tag{14.49}$$

- *Bezogene elektrische Kreisfrequenz:*
  Die elektrische Kreisfrequenz (z. B. im Stator $\Omega_s = 2\pi f_s$, im Rotor $\Omega_r = 2\pi f_r$), dividiert durch die Bemessungs-Kreisfrequenz $\omega_N = 2\pi f_N$, ergibt die bezogene elektrische Kreisfrequenz ω_s, ω_r.

$$\omega_s = \Omega_s/\omega_N \qquad \omega_r = \Omega_r/\omega_N \tag{14.50}$$

- *Bezogene mechanische Kreisfrequenz:*
  Die mechanische Kreisfrequenz $\Omega_m = 2\pi \cdot n$, dividiert durch die synchrone Bemessungs-Winkelgeschwindigkeit $\omega_N/p = 2\pi f_N/p$, ergibt die bezogene mechanische Kreisfrequenz ω_m.

$$\omega_m = \Omega_m \cdot p/\omega_N \tag{14.51}$$

- *Bezogener elektrischer Widerstand:*
  Der elektrische Widerstand (z. B. im Stator R_s, im Rotor: R'_r oder R_r), dividiert durch die Nennimpedanz Z_N, ergibt den bezogenen elektrischen Widerstand r_s, r'_r.

$$r_s = R_s/Z_N \qquad r'_r = R'_r/Z_N \qquad Z_N = U_{N,ph}/I_{N,ph} \tag{14.52}$$

- *Bezogene Induktivität:*
  Die Induktivitäten L_s, L_h, L'_r etc., dividiert durch das Verhältnis aus Nennimpedanz und Bemessungskreisfrequenz Z_N/ω_N, ergeben die bezogenen Induktivitäten l_s, l_h, l'_r. Beachten Sie, dass – um Verwechslungen des Symbols l mit dem Symbol für Länge l zu vermeiden – die internationale Normung anstelle l das Symbol x für die bezogene Induktivität gewählt hat (abgeleitet vom Symbol $X = \omega L$ der Reaktanz).

$$x_s = \omega_N \cdot L_s/Z_N \qquad x_h = \omega_N \cdot L_h/Z_N \qquad x'_r = \omega_N \cdot L'_r/Z_N \tag{14.53}$$

- *Bezogene elektrische Spannung:*
  Die elektrische Spannung (z. B.: die Stator-Strangspannung $U_s(t)$ oder die auf die Statorwicklungsdaten umgerechnete Rotor-Strangspannung $U'_r(t)$), dividiert durch den Scheitelwert der Sinus-Bemessungsstrangspannung $\sqrt{2}U_{N,ph}$, ergibt die bezogene elektrische Spannung $u_s(\tau)$, $u'_r(\tau)$ in Abhängigkeit der bezogenen Zeit.

$$u_s = U_s/(\sqrt{2}U_{N,ph}) \qquad u'_r = U'_r/(\sqrt{2}U_{N,ph}) \tag{14.54}$$

- *Bezogene elektrische Stromstärke:*
  Die elektrische Stromstärke (z. B. die Strangströme $I_s(t)$, $I'_r(t)$)), dividiert durch den Scheitelwert des Sinus-Bemessungsstrangstroms $\sqrt{2}I_{N,ph}$, ergibt die bezogene elektrische Stromstärke $i_s(\tau)$, $i'_r(\tau)$.

$$i_s = I_s/(\sqrt{2}I_{N,ph}) \qquad i'_r = I'_r/(\sqrt{2}I_{N,ph}) \tag{14.55}$$

- *Bezogene magnetische Flussverkettung:*
  Die magnetische Flussverkettung $\Psi(t)$, dividiert durch die Bemessungsflussverkettung Ψ_N, die als Verhältnis des Scheitelwerts der Sinus-Bemessungsstrangspannung und der Bemessungskreisfrequenz definiert ist, ergibt die bezogene magnetische Flussverkettung $\psi(\tau)$.

$$\psi = \Psi/\Psi_N \qquad \Psi_N = \frac{\sqrt{2} \cdot U_{N,ph}}{\omega_N} \tag{14.56}$$

- *Bezogenes Drehmoment:*
  Das Drehmoment $M(t)$ wird nicht auf das mechanische Bemessungsmoment M_N bezogen, das aus der mechanischen Bemessungsleistung und der Bemessungsdrehzahl berechnet wird ($M_N = P_N/\Omega_{mN}$), sondern auf das Bezugsmoment M_B, um das bezogene Moment $m(\tau)$ zu erhalten. Dieses Bezugsmoment ist definiert als das Verhältnis von

Bemessungsscheinleistung und synchroner Winkelgeschwindigkeit, und umgeht somit den Einfluss des Leistungsfaktors, des Wirkungsgrads und des Schlupfs.

$$m = M/M_{\mathrm{B}} \qquad M_{\mathrm{B}} = \frac{S_{\mathrm{N}}}{\omega_{\mathrm{N}}/p} = \frac{(3/2)\cdot\sqrt{2}U_{\mathrm{N,ph}}\sqrt{2}I_{\mathrm{N,ph}}}{\omega_{\mathrm{N}}/p} \tag{14.57}$$

Das Bezugsmoment M_{B} unterscheidet sich also vom Bemessungsmoment M_{N}.

$$M_{\mathrm{B}} = \frac{S_{\mathrm{N}}}{\omega_{\mathrm{N}}/p} = \frac{P_{\mathrm{N}}/(\cos\varphi_{\mathrm{N}}\cdot\eta_{\mathrm{N}})}{\frac{\Omega_{\mathrm{mN}}}{1-s_{\mathrm{N}}}} = \frac{P_{\mathrm{N}}}{\Omega_{\mathrm{mN}}}\cdot\frac{1-s_{\mathrm{N}}}{\cos\varphi_{\mathrm{N}}\cdot\eta_{\mathrm{N}}}$$

$$M_{\mathrm{B}} = M_{\mathrm{N}}\cdot\frac{1-s_{\mathrm{N}}}{\cos\varphi_{\mathrm{N}}\cdot\eta_{\mathrm{N}}} \tag{14.58}$$

- *Bezogenes axiales Trägheitsmoment des Läufers:*
  Das axiale Rotorträgheitsmoment J kann aus der Nenn-Anlaufdauer T_{J} (Kap. 7 und 13) bestimmt werden. Wird diese mit der Bemessungskreisfrequenz multipliziert, wird die bezogene Nenn-Anlaufdauer τ_{J} erhalten, die als „bezogenes axiales Trägheitsmoment" verwendet wird.

$$\tau_{\mathrm{J}} = \omega_{\mathrm{N}}\cdot T_{\mathrm{J}} \qquad T_{\mathrm{J}} = J\cdot\frac{\omega_{\mathrm{N}}/p}{M_{\mathrm{B}}} \tag{14.59}$$

c) Elektrische Spannungsgleichung und mechanische Drehmomentgleichung in bezogener Darstellung: Die Spannungsgleichung

$$U(t) = R\cdot I(t) + \frac{d\Psi(t)}{dt} \tag{14.60}$$

wird durch die jeweiligen Bezugsgrößen dividiert, um die Gleichung in bezogener Darstellung zu erhalten.

$$u(\omega_{\mathrm{N}}t) = \frac{U(t)}{\sqrt{2}\cdot U_{\mathrm{N,ph}}} = \frac{R\cdot I(t)}{\sqrt{2}\cdot U_{\mathrm{N,ph}}}\cdot\frac{\sqrt{2}\cdot I_{\mathrm{N,ph}}}{\sqrt{2}\cdot I_{\mathrm{N,ph}}} + \frac{d\Psi(t)}{\frac{\sqrt{2}\cdot U_{\mathrm{N,ph}}}{\omega_{\mathrm{N}}}\cdot d\,(\omega_{\mathrm{N}}t)}$$

$$u(\tau) = r\cdot i(\tau) + \frac{d\psi(\tau)}{d\tau} \tag{14.61}$$

In gleicher Weise wird die Newton'sche Bewegungsgleichung für rotierende Systeme, also die Drehmomentgleichung, in eine bezogene Darstellung gebracht.

$$J\cdot\frac{d\Omega_{\mathrm{m}}(t)}{dt} = M_{\mathrm{e}}(t) - M_{\mathrm{L}}(t) \tag{14.62}$$

$$\omega_{\mathrm{N}}\cdot J\cdot\frac{\omega_{\mathrm{N}}/p}{M_{\mathrm{B}}}\cdot\frac{d\Omega_{\mathrm{m}}(t)}{\frac{\omega_{\mathrm{N}}}{p}\mathrm{d}(\omega_{\mathrm{N}}t)} = \frac{M_{\mathrm{e}}(t) - M_{\mathrm{L}}(t)}{M_{\mathrm{B}}}$$

$$\tau_{\mathrm{J}}\cdot\frac{d\omega_{\mathrm{m}}(\tau)}{d\tau} = m_{\mathrm{e}}(\tau) - m_{\mathrm{L}}(\tau) \tag{14.63}$$

Beispiel 14.13

Über die Angaben auf dem nachstehenden Leistungsschild eines Norm-Asynchronmotors werden dessen Bemessungsdaten in unbezogenen und in bezogenen Größen angegeben.

400 V	Y	34.5 A
18.5 kW	1465 /min	S1
50 Hz	$\cos\varphi = 0.84$	$J = 0.054\,\text{kgm}^2$
W. Kl. F	IP 54	

Ergebnis:

- Bemessungsstrangspannung:

$$U_{\text{N,ph}} = \frac{400\,\text{V}}{\sqrt{3}} = 230\,\text{V} \rightarrow \hat{U}_{\text{N,ph}} = \sqrt{2} \cdot U_{\text{N,ph}} = 325\,\text{V}$$

- Bemessungsstrangstrom: $\hat{I}_{\text{N,ph}} = \sqrt{2} \cdot I_{\text{N}} = \sqrt{2} \cdot 34.5 = 48.8\,\text{A}$
- Nennimpedanz: $Z_{\text{N}} = U_{\text{N,ph}}/I_{\text{N,ph}} = 230/34.5 = 6.67\,\Omega$
- Bemessungskreisfrequenz: $\omega_{\text{N}} = 2\pi \cdot 50 = 314/\text{s}$
- Polpaarzahl: $p = 2$
- Motor-Bemessungswirkungsgrad:

$$\eta_{\text{N}} = \frac{P_{\text{m,out,N}}}{P_{\text{e,in,N}}} = \frac{P_{\text{N}}}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{N}} \cdot I_{\text{N}} \cdot \cos\varphi_{\text{N}}} = \frac{18500}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 34.5 \cdot 0.84} = 0.921$$

- Bemessungsdrehmoment: $M_{\text{N}} = \frac{P_{\text{N}}}{\Omega_{\text{mN}}} = \frac{18500}{2\pi \cdot (1465/60)} = 120.6\,\text{Nm}$
- Bezugsmoment:

$$M_{\text{B}} = \frac{S_{\text{N}}}{\Omega_{\text{syn,N}}} = \frac{P_{\text{N}}/(\cos\varphi_{\text{N}} \cdot \eta_{\text{N}})}{\omega_{\text{N}}/p} = \frac{18500/(0.84 \cdot 0.921)}{314/2} = 152.3\,\text{Nm}$$

Mit dem Bemessungsschlupf $s_{\text{N}} = 1 - 1465/1500 = 0.0233$ folgt direkt der Unterschied zwischen M_{N} und M_{B}:

$$M_{\text{B}} = M_{\text{N}} \cdot \frac{1 - s_{\text{N}}}{\cos\varphi_{\text{N}} \cdot \eta_{\text{N}}} = 120.6 \cdot \frac{1 - 0.0233}{0.84 \cdot 0.921} = 152.3\,\text{Nm}$$

- Bemessungsflussverkettung: $\Psi_{\text{N}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{314} = 1.036\,\text{Vs}$
- Nenn-Anlaufdauer:,

$$T_{\text{J}} = 0.054 \cdot \frac{314}{2} \cdot \frac{1}{152.3} = 0.056\,\text{s}, \quad \tau_{\text{J}} = \omega_{\text{N}} T_{\text{J}} = 314 \cdot 0.056 = 17.58$$

Bemessungsperiodendauer im Stator:	$\tau = \omega_N \cdot T = \omega_N / f_s = 314/50 = 2\pi$
Strangspannung in Strang U:	$u_{s,U} = 1 \cdot \cos(\tau)$
Statorstrom in Strang U:	$i_{s,U} = 1 \cdot \cos(\tau - \varphi_N)$
Motordrehmoment bei Bemessungsleistung:	$m_N = \frac{M_N}{M_B} = \frac{120.6}{152.3} = 0.792$

14.7 Verwendung unterschiedlicher Koordinatensysteme

In Abb. 14.2 wurde ein zweiachsiges Koordinatensystem eingeführt, um die Lage des Raumzeigers in der räumlichen Querschnittsebene der E-Maschine mathematisch zu beschreiben. Je nach Anwendung sind unterschiedliche Koordinatensysteme in Verwendung, um die entsprechenden Differentialgleichungen der elektrischen Drehfeldmaschinen so einfach wie möglich zu gestalten (Tab. 14.4).

Das statorfeste Koordinatensystem wurde bereits in Abschn. 14.4 besprochen. Es wird zumeist bei Asynchronmaschinen verwendet, wenn nur elektrische Ausgleichsvorgänge bei konstanter Maschinendrehzahl betrachtet werden. Die Verwendung des drehfeldfesten Koordinatensystems empfiehlt sich bei Asynchronmaschinen, wenn auch die Änderung der Drehzahl berücksichtigt wird. Die Zerlegung der komplexen Raumzeiger in Real- und Imaginärteil im drehfeldfesten Koordinatensystem führt auf eine a- und b-Komponente für jeden Raumzeiger (in (14.64) z. B. für den Spannungs-Raumzeiger) und darf nicht mit den α- und β-Komponenten im statorfesten Koordinatensystem verwechselt werden (Tab. 14.4).

$$\underline{u}_{s(syn)}(\tau) = u_{sa}(\tau) + j \cdot u_{sb}(\tau) \qquad (14.64)$$

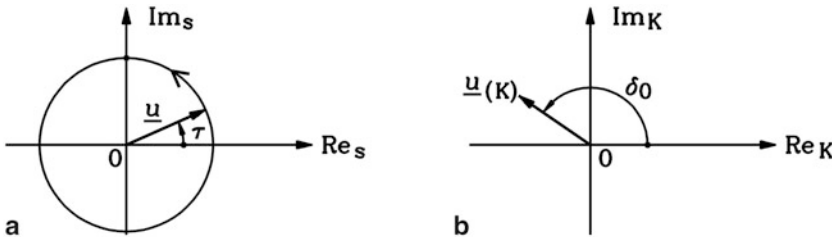


Abb. 14.12 (**a**) Der Spannungsraumzeiger $\underline{u}(\tau)$ eines dreiphasigen symmetrischen Sinus-Spannungssystems rotiert im statorfesten Koordinatensystem (α- bzw. β-Achse = Re_s- bzw. Im_s-Achse) mit der Ständerkreisfrequenz ω_s. In bezogenen Größen ist diese identisch mit der Drehfeld-Winkelgeschwindigkeit ω_{syn}. (**b**) Daher ruht der Spannungsraumzeiger $\underline{u}_{(K)}(\tau)$ im drehfeldfesten Koordinatensystem (K) (a- bzw. b-Achse = Re_K- bzw. Im_K-Achse). Wenn z. B. $\underline{u}(\tau)$ bei $\tau = 0$ in der α-Achse liegt und die a-Achse dazu um $\delta_0 < 0$ gedreht ist, dann hat $\underline{u}_{(K)}(0)$ in (K) die im Bild gezeigte Lage mit dem Winkel $-\delta_0 > 0$ von der a-Achse zum Zeiger $\underline{u}_{(K)}(0) = \underline{u}_{(K)}$

Tab. 14.4 Gebräuchliche Koordinatensysteme als Bezugssysteme für die Raumzeiger-Gleichungen in Drehfeldmaschinen

Statorfestes Koordinatensystem	*Rotorfestes Koordinatensystem*
α-β-System	$d-q$-System
Steht räumlich still	Rotiert mit $\omega_m = d\gamma/d\tau$
Für Asynchronmaschinen bei n = konst.	Meist für Synchronmaschinen
$\underline{u}_{(s)}(\tau) = u_\alpha(\tau) + ju_\beta(\tau)$	$\underline{u}_{(r)}(\tau) = u_d(\tau) + ju_q(\tau)$
$\underline{u}_{(s)} = \frac{2}{3}(u_U + \underline{a} \cdot u_V + \underline{a}^2 u_W)$	$\underline{u}_{(r)}(\tau) = \underline{u}_{(s)}(\tau) \cdot e^{-j\cdot\gamma(\tau)}$
Drehfeldfestes Koordinatensystem	
a-b-System	
Rotiert mit $\omega_{syn} = d\delta/d\tau$	
Für die Kleinsignaltheorie für Asynchronmaschinen	
$\underline{u}_{(syn)}(\tau) = u_a(\tau) + ju_b(\tau)$	
$\underline{u}_{(syn)}(\tau) = \underline{u}_{(s)}(\tau) \cdot e^{-j\cdot\delta(\tau)}$	

Beispiel 14.14

Berechnen Sie den Spannungsraumzeiger eines symmetrischen Sinus-Drehspannungssystems

$$u_U(\tau) = u \cdot \cos(\omega_s\tau),$$
$$u_V(\tau) = u \cdot \cos(\omega_s\tau - 2\pi/3),$$
$$u_W(\tau) = u \cdot \cos(\omega_s\tau - 4\pi/3)$$

im

- statorfesten Koordinatensystem,
- im drehfeldfesten Koordinatensystem!

Lösung:
Analog zu Beispiel 14.3 erhalten wir im statorfesten Koordinatensystem:

$$\underline{u}_{s(s)}(\tau) = \frac{2}{3} \cdot \left[u_U + \underline{a} \cdot u_V + \underline{a}^2 u_W\right] = u \cdot e^{j\omega_s\tau} = u \cdot (\cos(\omega_s\tau) + j\sin(\omega_s\tau))$$
$$\underline{u}_{s(s)}(\tau) = u_{s\alpha} + ju_{s\beta}$$

Die Transformation in das drehfeldfeste Koordinatensystem erfolgt mit dem Winkel $\delta = \omega_{syn} \cdot \tau + \delta_0$ zwischen statorfestem und drehfeldfestem Koordinatensystem (Abb. 14.12). Der Winkel δ_0 markiert die Position der a-Achse des drehfeldfesten Koordinatensystems zum Zeitpunkt $\tau = 0$ (und wird z. B. zu Null gewählt: $\delta_0 = 0$). In bezogenen Größen gilt im Stationärbetrieb $\omega_s = \omega_{syn}$. Damit folgt:

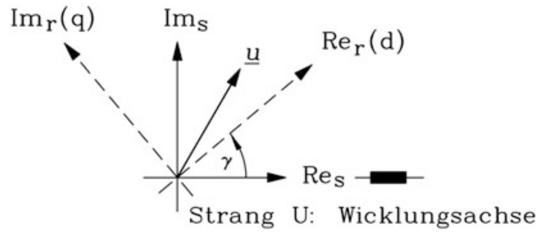


Abb. 14.13 Darstellung des Spannungsraumzeigers $\underline{u}$ im statorfesten Koordinatensystem (α- bzw. β-Achse = $\mathrm{Re_s}$- bzw. $\mathrm{Im_s}$-Achse) und im rotorfesten Koordinatensystem (d- bzw. q-Achse = $\mathrm{Re_r}$- bzw. $\mathrm{Im_r}$-Achse). Die Länge des Zeigers ist in beiden Koordinatensystemen dieselbe, doch die Winkellage unterscheidet sich um den mechanischen Rotordrehwinkel γ (gezählt in elektrischen Graden)

$$\underline{u}_{\mathrm{s(syn)}}(\tau) = \underline{u}_{\mathrm{s}}(\tau) \cdot e^{-j\delta} = u \cdot e^{j\omega_{\mathrm{s}}\tau} \cdot e^{-j\omega_{\mathrm{s}}\tau - j\delta_0} = u \cdot e^{-j\delta_0},$$
$$\underline{u}_{\mathrm{s(syn)}}(\tau) = u \cdot (\cos(\delta_0) - j\sin(\delta_0)) = u_{\mathrm{sa}} + ju_{\mathrm{sb}}.$$

Für Synchronmaschinen ist im Stationärbetrieb die Synchrondrehzahl identisch mit der Rotordrehzahl, im dynamischen Betrieb i. A. aber nicht mehr. Da die Feldwicklung im Rotor oder entsprechende Permanentmagnete den von ihnen erregten Hauptfluss in Richtung der Läuferpolachse (d-Achse) magnetisieren, ist es sinnvoll, die Raumzeiger im rotorfesten Koordinatensystem zu formulieren, dessen beide Achsen mit d- und q-Achse bezeichnet werden (Abb. 14.13).

Während die Clarke-Transformation (14.46) die Stator-Stranggrößen (Ströme, Spannungen, Flussverkettungen) vom Dreiphasensystem U, V, W in die α, β, 0-Komponenten des statorfesten Koordinatensystems überführt, erfolgt die Überführung in die d, q, 0-Komponenten des rotorfesten Koordinatensystems (Abb. 14.13) mit der Park-Transformation. Sie transformiert durch Multiplikation des „Phasen-Vektors" (u_{U}, u_{V}, u_{W}) mit der Park-Transformationsmatrix dessen Komponenten in den Vektor (u_{d}, u_{q}, u_0). Die Transformation des Raumzeigers $\underline{u}_{\mathrm{s(s)}}$ vom statorfesten Koordinatensystem

$$\underline{u}_{\mathrm{s(s)}} = \frac{2}{3} \cdot \left(u_{\mathrm{U}} + \underline{a} \cdot u_{\mathrm{V}} + \underline{a}^2 \cdot u_{\mathrm{W}}\right) \tag{14.65}$$

in das rotorfeste Koordinatensystem (statt des Drehfeldwinkels δ verwenden wir den Rotorlagewinkel γ gemäß (15.5))

$$u_{\mathrm{d}} + j \cdot u_{\mathrm{q}} = \underline{u}_{\mathrm{s(r)}} = \underline{u}_{\mathrm{s(s)}} \cdot e^{-j\cdot\gamma} = \frac{2}{3} \cdot \left(u_{\mathrm{U}} + \underline{a} \cdot u_{\mathrm{V}} + \underline{a}^2 \cdot u_{\mathrm{W}}\right) \cdot e^{-j\cdot\gamma}$$
$$u_{\mathrm{d}} + j \cdot u_{\mathrm{q}} = \frac{2}{3} \cdot \left(u_{\mathrm{U}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \cdot u_{\mathrm{V}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \cdot u_{\mathrm{W}}\right) \cdot e^{-j\cdot\gamma}$$

$$u_\mathrm{d} + j \cdot u_\mathrm{q} = \frac{2}{3} \cdot \left(e^{-j\gamma} \cdot u_\mathrm{U} + e^{j\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right)} \cdot u_\mathrm{V} + e^{j\left(\frac{4\pi}{3} - \gamma\right)} \cdot u_\mathrm{W} \right)$$

$$u_\mathrm{d} + j \cdot u_\mathrm{q} = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \cos\gamma \cdot u_\mathrm{U} + \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right) \cdot u_\mathrm{V} + \cos\left(\frac{4\pi}{3} - \gamma\right) \cdot u_\mathrm{W} \right\} -$$
$$- j\frac{2}{3} \cdot \left\{ \sin\gamma \cdot u_\mathrm{U} + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \gamma\right) \cdot u_\mathrm{V} + \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \gamma\right) \cdot u_\mathrm{W} \right\}$$

und die zugehörige Nullspannungsgleichung

$$u_{\mathrm{s}0} = \frac{1}{3} \cdot (u_\mathrm{U} + u_\mathrm{V} + u_\mathrm{W})$$

ergeben die Park'sche Transformationsmatrix (T) gemäß (14.66). Mit der Inversen dieser Matrix $(T)^{-1}$ erhält man aus den Komponenten u_d, u_q, u_0 direkt die Strangwerte u_U, u_V, u_W.

$$\begin{pmatrix} u_\mathrm{d} \\ u_\mathrm{q} \\ u_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \cdot \cos\gamma & \frac{2}{3} \cdot \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & \frac{2}{3} \cdot \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \\ -\frac{2}{3} \cdot \sin\gamma & -\frac{2}{3} \cdot \sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{2}{3} \cdot \sin(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\mathrm{U} \\ u_\mathrm{V} \\ u_\mathrm{W} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_\mathrm{d} \\ u_\mathrm{q} \\ u_0 \end{pmatrix} = (T) \cdot \begin{pmatrix} u_\mathrm{U} \\ u_\mathrm{V} \\ u_\mathrm{W} \end{pmatrix} \tag{14.66}$$

$$\begin{pmatrix} u_\mathrm{U} \\ u_\mathrm{V} \\ u_\mathrm{W} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 1 \\ \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\gamma - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_\mathrm{d} \\ u_\mathrm{q} \\ u_0 \end{pmatrix} = (T)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u_\mathrm{d} \\ u_\mathrm{q} \\ u_0 \end{pmatrix} \tag{14.67}$$

Um etwa 1930 waren die elektrischen Verbundnetze bereits so groß geworden, dass die durch die Polradschwingungen der Synchrongeneratoren bei Laständerungen hervorgerufenen Schwankungen (vgl. Kap. 8) in der elektrischen Leistungsübertragung zu ernsthaften Stabilitätsproblemen im Netz führten. Um dies zu simulieren und daraus stabilitätsverbessernde Maßnahmen abzuleiten (Netzregelung), war die simultane Lösung der dynamischen Systemgleichungen der beteiligten Synchronmaschinen erforderlich. Aus dieser Zeit stammt die Park-Transformation und hat die dynamische Betrachtung der elektrischen Maschinen nachhaltig geprägt. Deshalb sind auch die dabei verwendeten Formelzeichen international genormt. Man kann die Park-Transformation aber stets als

eine Hintereinander-Ausführung einer Clarke-Transformation der Strangwerte u_U, u_V, u_W in die Komponenten u_α, u_β, u_0 und eine anschließende Drehtransformation ins rotorfeste Koordinatensystem verstehen, vor allem wenn kein Nullsystem betrachtet wird.

$$u_d + j \cdot u_q = \underline{u}_{s(r)} = \underline{u}_{s(s)} \cdot e^{-j\cdot\gamma} = (u_\alpha + j \cdot u_\beta) \cdot e^{-j\cdot\gamma}$$
$$u_d + j \cdot u_q = \frac{2}{3} \cdot \left(u_U + \underline{a} \cdot u_V + \underline{a}^2 \cdot u_W\right) \cdot e^{-j\cdot\gamma}$$

14.8 Elektrische Leistung und magnetische Energie

a) Elektrische Momentanleistung: Die Berechnung der elektrischen Momentanleistung $P(t)$ mit Raumzeigern muss so erfolgen, dass für beliebige Zeitfunktionen der drei Strangspannungen $U_U(t)$, $U_V(t)$, $U_W(t)$ und Strangströme $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ und der i. A. gültigen Bedingung $U_U(t) + U_V(t) + U_W(t) \neq 0$, $I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) \neq 0$ die Momentanleistung gemäß (14.68) korrekt wiedergegeben wird.

$$P(t) = U_U(t) \cdot I_U(t) + U_V(t) \cdot I_V(t) + U_W(t) \cdot I_W(t) \tag{14.68}$$

Zunächst betrachten wir ein nullsystemfreies Dreiphasensystem von Spannungen $U_U(t)$, $U_V(t)$, $U_W(t)$ und Strömen $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$, das somit die Bedingungen $U_U(t) + U_V(t) + U_W(t) = 0$, $I_U(t) + I_V(t) + I_W(t) = 0$ erfüllt. Dann kann die Momentanleistung aus dem zugehörigen Spannungs- und Stromraumzeiger

$$\underline{U}(t) = (2/3) \cdot \left[U_U(t) + \underline{a} \cdot U_V(t) + \underline{a}^2 \cdot U_W(t)\right]$$

und

$$\underline{I}(t) = (2/3) \cdot \left[I_U(t) + \underline{a} \cdot I_V(t) + \underline{a}^2 \cdot I_W(t)\right]$$

direkt über die Realteilbildung des Produkts von Spannungs- und konjugiert komplexem Stromraumzeiger berechnet werden.

$$P(t) = (3/2) \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}(t) \cdot \underline{I}(t)^*\right\} \tag{14.69}$$

Beweis:
Mit

$$\underline{a}^* = (e^{j\cdot 2\pi/3})^* = e^{-j\cdot 2\pi/3} = e^{j\cdot 4\pi/3} = \underline{a}^2, \quad (\underline{a}^2)^* = e^{-j\cdot 4\pi/3} = \underline{a}, \quad \underline{a}^3 = 1$$

erhalten wir:

$$P(t) = (3/2) \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}(t) \cdot \underline{I}(t)^*\right\} =$$
$$= \frac{3}{2}\mathrm{Re}\left\{\frac{2}{3} \cdot \left[U_U + \underline{a} \cdot U_V + \underline{a}^2 \cdot U_W\right] \cdot \frac{2}{3} \cdot \left[I_U + \underline{a} \cdot I_V + \underline{a}^2 \cdot I_W\right]^*\right\} =$$

$$= \frac{2}{3}\mathrm{Re}\left\{\left[\underline{U}_\mathrm{U} + \underline{a}\cdot \underline{U}_\mathrm{V} + \underline{a}^2\cdot \underline{U}_\mathrm{W}\right]\cdot\left[I_\mathrm{U} + \underline{a}^2\cdot I_\mathrm{V} + \underline{a}\cdot I_\mathrm{W}\right]\right\} =$$

$$= \frac{2}{3}\mathrm{Re}\left\{U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} + \underline{a}^2 U_\mathrm{U}I_\mathrm{V} + \underline{a}U_\mathrm{U}I_\mathrm{W} + \underline{a}U_\mathrm{V}I_\mathrm{U} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V}\right\} +$$

$$+ \frac{2}{3}\mathrm{Re}\left\{\underline{a}^2 U_\mathrm{V}I_\mathrm{W} + \underline{a}^2 U_\mathrm{W}I_\mathrm{U} + \underline{a}U_\mathrm{W}I_\mathrm{V} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{W}\right\} =$$

$$= \frac{2}{3}\left\{U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} - \frac{U_\mathrm{U}I_\mathrm{V} + U_\mathrm{U}I_\mathrm{W} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{U}}{2} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V}\right\} +$$

$$+ \frac{2}{3}\left\{-\frac{U_\mathrm{V}I_\mathrm{W} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{U} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{V}}{2} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{W}\right\} =$$

$$= \frac{2}{3}\left\{U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} - \frac{U_\mathrm{U}(I_\mathrm{V} + I_\mathrm{W})}{2} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V} - \frac{U_\mathrm{V}(I_\mathrm{U} + I_W)}{2}\right\} +$$

$$+ \frac{2}{3}\left\{U_\mathrm{W}I_\mathrm{W} - \frac{U_\mathrm{W}(I_\mathrm{U} + I_\mathrm{V})}{2}\right\} =$$

$$= \frac{2}{3}\left\{U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} + \frac{U_\mathrm{U}I_\mathrm{U}}{2} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V} + \frac{U_\mathrm{V}I_\mathrm{V}}{2} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{W} + \frac{U_\mathrm{W}I_\mathrm{W}}{2}\right\} =$$

$$= U_\mathrm{U}(t)I_\mathrm{U}(t) + U_\mathrm{V}(t)I_\mathrm{V}(t) + U_\mathrm{W}(t)I_\mathrm{W}(t) = P(t)$$

Damit ist der Nachweis erbracht, dass (14.69) für ein nullsystemfreies Dreiphasensystem korrekt die Momentanleistung (vgl. Kap. 1) wiedergibt. □

Im allgemeinen Fall von Dreiphasensystemen mit Nullsystem muss zum nullsystemfreien Dreiphasensystem $U_\mathrm{U}(t)$, $U_\mathrm{V}(t)$, $U_\mathrm{W}(t)$ und $I_\mathrm{U}(t)$, $I_\mathrm{V}(t)$, $I_\mathrm{W}(t)$ das Nullsystem $U_0(t)$, $I_0(t)$ addiert werden. Damit wird die Momentanleistung berechnet.

$$\begin{aligned}
P(t) &= (U_\mathrm{U} + U_0)\cdot(I_\mathrm{U} + I_0) + (U_\mathrm{V} + U_0)\cdot(I_\mathrm{V} + I_0) + \\
&+ (U_\mathrm{W} + U_0)\cdot(I_\mathrm{W} + I_0) = \\
&= U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} + U_\mathrm{U}I_0 + U_0I_\mathrm{U} + U_0I_0 + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V} + U_\mathrm{V}I_0 + U_0I_\mathrm{V} + U_0I_0 + \\
&+ U_\mathrm{W}I_\mathrm{W} + U_\mathrm{W}I_0 + U_0I_\mathrm{W} + U_0I_0 = \\
&= U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{W} + I_0(U_\mathrm{U} + U_\mathrm{V} + U_\mathrm{W}) + U_0(I_\mathrm{U} + I_\mathrm{V} + I_\mathrm{W}) + \\
&+ 3U_0I_0 = \\
&= U_\mathrm{U}I_\mathrm{U} + U_\mathrm{V}I_\mathrm{V} + U_\mathrm{W}I_\mathrm{W} + I_0\cdot 0 + U_0\cdot 0 + 3U_0I_0
\end{aligned}$$

$$P(t) = (3/2)\cdot\mathrm{Re}\left\{\underline{U}(t)\cdot\underline{I}(t)^*\right\} + 3U_0I_0 \tag{14.70}$$

Fazit:

Die elektrische Momentanleistung eines Dreiphasensystems wird gemäß (14.69) aus dem zugehörigen Spannungs- und Stromraumzeiger berechnet, die gemäß Abschn. 14.5 kein Nullsystem enthalten. Die Momentanleistung des Nullsystems muss addiert werden. Sie ist in allen drei Strängen gleich groß und beträgt je Strang U_0I_0.

Beispiel 14.15

Berechnen Sie die Stromwärmeverluste in einem symmetrischen Dreiphasensystem $R_U = R_V = R_W = R$ mit der Raumzeigerformulierung
a) ohne Einfluss des Nullsystems, b) mit zusätzlichem Nullsystem!

Lösung:
a) Das ohm'sche Gesetz für jeden der drei Stränge lautet:

$$U_U(t) = R \cdot I_U(t), \quad U_V(t) = R \cdot I_V(t), \quad U_W(t) = R \cdot I_W(t).$$

Das wird als Raumzeigergleichung formuliert: $\underline{U}(t) = R \cdot \underline{I}(t)$. Mit der Formel $\underline{z} \cdot \underline{z}^* = |\underline{z}|^2$ für den Betrag komplexer Zahlen $\underline{z}$ erhalten wir mit (14.69):

$$P(t) = (3/2) \cdot \text{Re}\left\{\underline{U}(t) \cdot \underline{I}(t)^*\right\} = (3/2) \cdot R \cdot \text{Re}\left\{\underline{I}(t) \cdot \underline{I}(t)^*\right\} = (3/2) \cdot R \cdot \text{Re}\left\{\left|\underline{I}(t)\right|^2\right\} =$$
$$= (3/2) \cdot R \cdot \left|\underline{I}(t)\right|^2 = \frac{3}{2} \cdot R \cdot \left[\text{Re}(\underline{I})^2 + Im(\underline{I})^2\right] =$$
$$= \frac{3}{2} \cdot R \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \cdot (I_U - \frac{I_V + I_W}{2})\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}(I_V - I_W)}{2}\right)^2\right] =$$
$$= \frac{2}{3} \cdot R \cdot \left[\left(I_U + \frac{I_U}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(I_V^2 - 2I_V I_W + I_W^2\right)\right] =$$
$$= \frac{2}{3} \cdot R \cdot \left[\frac{9}{4} I_U^2 + \frac{3}{4}\left(I_V^2 - (I_V + I_W)^2 + I_V^2 + I_W^2 + I_W^2\right)\right] =$$
$$= R \cdot \left[\frac{3}{2} I_U^2 + \frac{1}{2}\left(2I_V^2 - (-I_U)^2 + 2I_W^2\right)\right] = R \cdot \left[I_U^2 + I_V^2 + I_W^2\right]$$
$$P_{Cu}(t) = R \cdot \left[I_U^2(t) + I_V^2(t) + I_W^2(t)\right]$$

Die Stromwärmeverluste in den drei Strängen sind die Summe aus den Momentanverlustleistungen je Strang.
b) Wenn zusätzlich ein Nullstromsystem $I_0(t)$ auftritt, so ist in jedem Strang zusätzlich der Spannungsfall $U_0 = RI_0$ vorhanden. Dadurch sind die Stromwärmeverluste um die Verluste infolge des Nullstroms größer:

$$P(t) = (3/2) \cdot R \cdot \text{Re}\left\{\underline{I}(t) \cdot \underline{I}(t)^*\right\} + 3 \cdot RI_0 \cdot I_0 = R \cdot \left[I_U^2 + I_V^2 + I_W^2\right] + 3RI_0^2$$

Die Stromwärmeverluste in drei Strängen, berechnet mit der Raumzeigerformulierung, sind die Summe aus den Momentanverlustleistungen je Strang, die sich aus den Stromwärmeverlusten des nullstromfreien Stromsystems $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$ und des Nullstromsystems $I_0(t)$ zusammen setzen.

$$P_{\mathrm{Cu}}(t) = R \cdot \left[I_{\mathrm{U}}^2(t) + I_{\mathrm{V}}^2(t) + I_{\mathrm{W}}^2(t)\right] + 3RI_0^2(t) = \frac{3}{2} \cdot R \cdot \left|\underline{I}(t)\right|^2 + 3 \cdot R \cdot I_0^2(t)$$

$$\left|\underline{I}(t)\right| = \sqrt{\underline{I}(t) \cdot \underline{I}(t)^*} = \sqrt{(2/3) \cdot (I_{\mathrm{U}}^2 + I_{\mathrm{V}}^2 + I_{\mathrm{W}}^2)} \qquad (14.71)$$

Aus Bsp. 14.15 ergibt sich, dass der Betrag des Stromraumzeigers (der ja nullstromfrei ist) die Wurzel aus der Summe der Quadrate der drei nullstromfreien Strangströme, multipliziert mit dem Faktor 2/3, ist.

Fazit:
Der Betrag eines Raumzeigers eines Dreiphasensystems ist die Wurzel aus der Summe der Quadrate der drei nullstromfreien Stranggrößen, multipliziert mit dem Faktor 2/3.

b) Magnetische Energie eines magnetisch gekoppelten Dreiphasensystems: In einem magnetisch gekoppelten, symmetrischen Dreiphasensystem mit den drei Wicklungssträngen U, V, W im Stator und U, V, W im Rotor treten magnetische Kopplungen sowohl unter den drei Strängen des Stators bzw. des Rotors als auch zwischen den Stator- und Rotorwicklungssträngen auf (vgl. Kap. 4). Mit der Raumzeigerrechnung wurde gezeigt, dass die drei Stränge des Stators bzw. des Rotors jeweils ein resultierendes Magnetfeld erregen, das durch einen Raumzeiger der Flussverkettung bzw. einer zugehörigen Hauptinduktivität dargestellt werden kann, solange nur die Grundwellen der Luftspaltflussdichteverteilung berücksichtigt werden. Dabei ist die resultierende Hauptinduktivität L_{h} je Strang das 3/2-fache der jeweiligen Stranginduktivität des Luftspaltflusses. Aus den Raumzeigergleichungen

$$\underline{\Psi}_{\mathrm{s}} = L_{\mathrm{s}\sigma}\underline{I}_{\mathrm{s}} + L_{\mathrm{h}}\underline{I}_{\mathrm{m}}, \quad \underline{\Psi}'_{\mathrm{r}} = L'_{\mathrm{r}\sigma}\underline{I}'_{\mathrm{r}} + L_{\mathrm{h}}\underline{I}_{\mathrm{m}}$$

mit den Streuinduktivitäten $L_{\mathrm{s}\sigma}$ und $L'_{\mathrm{r}\sigma}$ je Stator- bzw. Rotorwicklungsstrang, mit der Hauptinduktivität L_{h} und dem Magnetisierungsstromraumzeiger $\underline{I}_{\mathrm{m}}(t) = \underline{I}_{\mathrm{s}}(t) + \underline{I}'_{\mathrm{r}}(t)$ (analog zum Magnetisierungsstrom $I_{\mathrm{m}}(t) = I_{\mathrm{s}}(t) + I'_{\mathrm{r}}(t)$ gemäß Kap. 5) wird die magnetische Energie berechnet. Die magnetische Energie in den Streuinduktivitäten $L_{\mathrm{s}\sigma}$ und $L'_{\mathrm{r}\sigma}$ für beliebige Zeitverläufe der Strangströme $I_{\mathrm{sU}}(t)$, $I_{\mathrm{sV}}(t)$, $I_{\mathrm{sW}}(t)$ und $I_{\mathrm{rU}}(t)$, $I_{\mathrm{rV}}(t)$, $I_{\mathrm{rW}}(t)$ ist gemäß Kap. 4

$$W_{\mathrm{mag},\sigma} = L_{\mathrm{s}\sigma}\frac{I_{\mathrm{sU}}^2 + I_{\mathrm{sV}}^2 + I_{\mathrm{sW}}^2}{2} + L'_{\mathrm{r}\sigma}\frac{I'^2_{\mathrm{rU}} + I'^2_{\mathrm{rV}} + I'^2_{\mathrm{rW}}}{2}. \qquad (14.72)$$

Mit (14.71) wird die magnetische Streufeldenergie mit der Raumzeigerformulierung geschrieben.

$$W_{\mathrm{mag},\sigma} = \frac{3}{2} \cdot \left\{\frac{L_{\mathrm{s}\sigma}}{2} \cdot \left|\underline{I}_{\mathrm{s}}(t)\right|^2 + \frac{L'_{\mathrm{r}\sigma}}{2} \cdot \left|\underline{I}'_{\mathrm{r}}(t)\right|^2\right\} \qquad (14.73)$$

In gleicher Weise wird die magnetische Energie in der von den drei Strangströmen in den Strängen U, V, W des Stators und Rotors magnetisierten Hauptinduktivität mithilfe der jeweiligen Strangwerte des Magnetisierungsstroms berechnet.

$$W_{\mathrm{mag,h}} = L_{\mathrm{h}} \frac{I_{\mathrm{mU}}^2 + I_{\mathrm{mV}}^2 + I_{\mathrm{mW}}^2}{2} = \frac{3}{2} \cdot \left\{ \frac{L_{\mathrm{h}}}{2} \cdot \left| \underline{I}_{\mathrm{m}}(t) \right|^2 \right\} \tag{14.74}$$

$$W_{\mathrm{mag}} = \frac{3}{2} \cdot \left\{ \frac{L_{\mathrm{s}\sigma}}{2} \cdot \left| \underline{I}_{\mathrm{s}}(t) \right|^2 + \frac{L'_{\mathrm{r}\sigma}}{2} \cdot \left| \underline{I}'_{\mathrm{r}}(t) \right|^2 + \frac{L_{\mathrm{h}}}{2} \cdot \left| \underline{I}_{\mathrm{s}}(t) + \underline{I}'_{\mathrm{r}}(t) \right|^2 \right\} \tag{14.75}$$

Fazit:
Die gespeicherte magnetische Energie in symmetrischen Dreiphasensystemen mit magnetisch gekoppelten Stator- und Rotorwicklungen wie z. B. in elektrischen Maschinen wird mit dem Quadrat der Beträge der Stromraumzeiger des Primär-, des Sekundär- und des Magnetisierungsstroms und den zugehörigen Primär- bzw. Sekundärstreuinduktivitäten und der Hauptinduktivität berechnet.

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A14.1 das Nullspannungssystem in der Ständerwicklung eines Synchrongenerators zufolge der Rotorfeld-Oberwellen in allgemeiner Form berechnet, und in A14.2 der Spannungsraumzeiger und das Nullspannungssystem bei Umrichterspeisung behandelt.

15 Dynamik der Asynchronmaschine

In diesem Kapitel werden die dynamischen Gleichungen der Asynchronmaschine hergeleitet, wobei die Raumzeigertheorie aus Kap. 14 verwendet wird. Die Käfigwicklung der Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine wird dabei in eine äquivalente dreisträngige Läuferwicklung umgerechnet. Dadurch ergeben sich für Schleifring- und Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine (vgl. Kap. 5 und 6) formal dieselben Gleichungen. Aus diesem Grund müsste für Untersuchungen von einzelnen Stabströmen im dynamischen Zustand, wie z. B. bei Stabbrüchen oder anderen Käfigasymmetrien, die Raumzeigertheorie von dreisträngigen Systemen auf Systeme erhöhter Strangzahl (Strangzahl = Käfigstabzahl) erweitert werden (z. B. Joksimovic 2005). Bei der Untersuchung des stationären Betriebsverhaltens der Asynchronmaschine in Kap. 5 bis 7 wurde mit den Indizes s und r zwischen statorseitigem und rotorseitigem Leistungsfaktor unterschieden. In diesem Kapitel und in Kap. 16 kommt nur der statorseitige Leistungsfaktor vor; deshalb wird auf den Index s beim $\cos\varphi$ verzichtet.

15.1 Dynamische Spannungsgleichung in unterschiedlichen Bezugssystemen

Es wird eine symmetrische Asynchronmaschine vorausgesetzt, wobei im Falle einer Käfigwicklung im Läufer diese auf eine äquivalente dreisträngige Wicklung umgerechnet ist. Die Wicklungsparameter der drei Stator- und Rotorwicklungsstränge sind identisch, z. B.: $r_{s,U} = r_{s,V} = r_{s,W} = r_s$ usw. Mit den drei Flussverkettungen je Strang $\psi_U(\tau)$, $\psi_V(\tau)$, $\psi_W(\tau)$ in bezogener Darstellung erhalten wir die drei Stator-Strangspannungs-Gleichungen für die drei Stränge U, V, W. Durch Multiplikation der drei Strangspannungsgleichungen mit dem Faktor 2/3, durch weitere Multiplikation der Spannungsgleichungen für die Stränge V bzw. W mit $\underline{a}$ bzw. $\underline{a}^2$ und durch anschlie-

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_15

ßende Summation über die drei Stränge U, V, W erhalten wir in (15.1a) anstelle der drei Strangspannungsgleichungen eine resultierende Raumzeiger-Spannungsgleichung zur Berechnung dynamischer Spannungsvorgänge. In gleicher Weise erhalten wir durch Multiplikation der drei Strangspannungsgleichungen mit dem Faktor 1/3 und durch anschließende Summation über die drei Stränge U, V, W in (15.1b) anstelle der drei Strangspannungsgleichungen eine resultierende dynamische Spannungsgleichung für das Nullsystem, die keine Raumzeigergleichung ist.

$$\left.\begin{array}{ll} u_{\mathrm{s,U}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \dfrac{d\psi_{\mathrm{s,U}}(\tau)}{d\tau} & \Big| \cdot \dfrac{2}{3} \\ u_{\mathrm{s,V}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \dfrac{d\psi_{\mathrm{s,V}}(\tau)}{d\tau} & \Big| \cdot \dfrac{2}{3} \cdot \underline{a} \\ u_{\mathrm{s,W}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s,W}}(\tau) + \dfrac{d\psi_{\mathrm{s,W}}(\tau)}{d\tau} & \Big| \cdot \dfrac{2}{3} \cdot \underline{a}^2 \end{array}\right\} + \qquad (15.1a)$$

$$\underline{u}_{\mathrm{s}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{s}(\tau) + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(\tau)}{d\tau}$$

$$\left.\begin{array}{ll} u_{\mathrm{s,U}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \dfrac{d\psi_{\mathrm{s,U}}(\tau)}{d\tau} & \Big| \cdot \dfrac{1}{3} \\ u_{\mathrm{s,V}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \dfrac{d\psi_{\mathrm{s,V}}(\tau)}{d\tau} & \Big| \cdot \dfrac{1}{3} \\ u_{\mathrm{s,W}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s,W}}(\tau) + \dfrac{d\psi_{\mathrm{s,W}}(\tau)}{d\tau} & \Big| \cdot \dfrac{1}{3} \end{array}\right\} + \qquad (15.1b)$$

$$u_{\mathrm{s0}}(\tau) = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s0}}(\tau) + \frac{d\psi_{\mathrm{s0}}(\tau)}{d\tau}$$

In (15.1a) sind die Definitionen der Raumzeiger (in bezogener Darstellung) für die Statorstrangspannung, den Statorstrangstrom und die Statorflussverkettung enthalten.

$$\underline{u}_{s}(\tau) = \frac{2}{3} \cdot \left(u_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \underline{a} \cdot u_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \underline{a}^2 \cdot u_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right) \qquad (15.2a)$$

$$\underline{i}_{\mathrm{s}}(\tau) = \frac{2}{3} \cdot \left(i_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \underline{a} \cdot i_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \underline{a}^2 \cdot i_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right) \qquad (15.2b)$$

$$\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(\tau) = \frac{2}{3} \cdot \left(\psi_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \underline{a} \cdot \psi_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \underline{a}^2 \cdot \psi_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right) \qquad (15.2c)$$

Die dynamische Spannungsgleichung (in bezogener Darstellung) für das Nullsystem verknüpft die Stator-Nullspannung mit dem Stator-Nullstrom und die Null-Flussverkettung.

$$u_{\mathrm{s,0}}(\tau) = \frac{1}{3} \cdot \left(u_{\mathrm{s,U}}(\tau) + u_{\mathrm{s,V}}(\tau) + u_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right) \qquad (15.3a)$$

$$i_{\mathrm{s,0}}(\tau) = \frac{1}{3} \cdot \left(i_{\mathrm{s,U}}(\tau) + i_{\mathrm{s,V}}(\tau) + i_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right) \qquad (15.3b)$$

$$\psi_{\mathrm{s,0}}(\tau) = \frac{1}{3} \cdot \left(\psi_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \psi_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \psi_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right) \qquad (15.3c)$$

Bei hochfrequenten Vorgängen wie z. B. bei Umrichterbetrieb mit Schaltfrequenzen im kHz-Bereich sind auch die Kapazitäten der Statorwicklung gegen Erde und gegen den Rotor in der Null-Spannungsgleichung zu berücksichtigen.

Für die drei Rotor-Strangspannungsgleichungen folgen mit einer ähnlichen Rechnung die Raumzeigergleichung der Rotorsspannung und die Spannungsgleichung für das Rotor-Nullsystem im rotorfesten Koordinatensystem (Index $|_{(\mathrm{r})}$).

$$\underline{u}'_{\mathrm{r}}(\tau) = r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r}}(\tau) + \left.\frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r}}(\tau)}{d\tau}\right|_{(\mathrm{r})} \tag{15.4a}$$

$$u'_{\mathrm{r0}}(\tau) = r'_{\mathrm{r}} \cdot i'_{\mathrm{r0}}(\tau) + \left.\frac{d\psi'_{r0}(\tau)}{d\tau}\right|_{(\mathrm{r})} \tag{15.4b}$$

Für die weiteren Betrachtungen wird der Einfluss des Nullsystems vernachlässigt. Er kann gemäß (15.1b) bzw. (15.4b) nachträglich additiv berücksichtigt werden. Da (15.4a) im rotorfesten Koordinatensystem und (15.1) im statorfesten Koordinatensystem formuliert wurde, ist in beiden Spannungsgleichungen bei der Spannungsinduktion nur die Ruhinduktion im jeweiligen Koordinatensystem berücksichtigt. Durch die zeitlich beliebige Bewegung des Rotors ändert sich die Winkellage $\gamma(\tau)$ des Rotors relativ zum Stator gemäß (15.5) in entsprechender Weise. Die Bewegung der Rotor-Raumzeiger relativ zum Stator (= zum statorfesten Koordinatensystem) setzt sich zusammen aus der Raumzeigerbewegung relativ zum Rotor (= im rotorfesten Koordinatensystem) und der Rotorbewegung selbst (Abb. 15.1).

Ein beliebiger Raumzeiger $\underline{V}$ hat in unterschiedlichen Koordinatensystemen stets dieselbe Länge, aber unterschiedliche Winkellagen, wie in Abb. 15.1 anhand der drei Koordinatensysteme (s), (r) und (K) gezeigt ist.

- Statorfestes Koordinatensystem (s):
  α-Achse = Re_{s}-Achse, β-Achse = Im_{s}-Achse.
- Rotorfestes Koordinatensystem (r):
  α-Achse = Re_{r}-Achse (d-Achse), β-Achse = Im_{r}-Achse (q-Achse).
- Beliebiges Koordinatensystem (K):
  α-Achse = Re_K–Achse, β-Achse = Im_K–Achse.

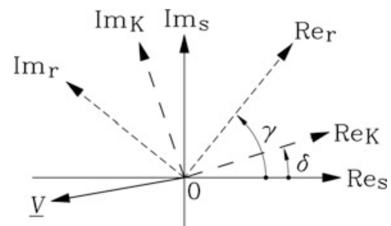


Abb. 15.1 Ein beliebiger Raumzeiger $\underline{V}$ hat in allen drei Koordinatensystemen (s), (r) und (K) dieselbe Länge, aber unterschiedliche Winkellagen, da die Koordinatensysteme (r) und (K) zu (s) um die Winkel γ bzw. δ verdreht sind

Das rotorfeste Koordinatensystem ist um den Rotordrehwinkel $\gamma(t)$, der in elektrischen Grad gemessen wird, gegenüber dem statorfesten Koordinatensystem gedreht, wobei γ_0 der Winkel zwischen Re_r- und Re_s-Achse zum Zeitpunkt $t = 0$ bzw. $\tau = 0$ ist.

$$\gamma(t) = p \cdot \int_0^t \Omega_\mathrm{m}(t) \cdot dt + \gamma_0 = \int_0^\tau \omega_\mathrm{m}(\tau) \cdot d\tau + \gamma_0 = \gamma(\tau) \tag{15.5}$$

Ein beliebig gewähltes Koordinatensystem (K) ist um den Winkel $\delta(\tau)$ gegenüber dem statorfesten Koordinatensystem gedreht. Die mathematische Darstellung des Raumzeigers $\underline{V}$ ist daher in den unterschiedlichen Koordinatensystemen unterschiedlich (Tab. 15.1).

Da die Stator- und Rotor-Raumzeigerspannungsgleichungen simultan gelöst werden müssen, müssen beide Gleichungen in demselben Koordinatensystem formuliert werden, z. B. im Koordinatensystem (K). Dessen Lage ist durch die (als bekannt vorausgesetzte) Zeitfunktion des polaren Winkels $\delta(\tau)$ festgelegt. Dieser Winkel wird im mathematisch positiven Sinn (Gegenuhrzeigersinn) von der Re-Achse des statorfesten Koordinatensystems (= Wicklungsachse des Strangs U) gezählt.

Die Transformation der Stator-Raumzeiger-Spannungsgleichung vom statorfesten Koordinatensystem (s) in das Koordinatensystem (K) erfolgt wegen $\underline{V}_{(\mathrm{K})} = \underline{V}_{(\mathrm{s})} \cdot e^{-j\delta(\tau)}$ durch Multiplikation mit $e^{-j\delta(\tau)}$. In gleicher Weise erfolgt die Transformation der Rotor-Raumzeiger-Spannungsgleichung vom rotorfesten Koordinatensystem (r) nach (K) gemäß Tab. 15.1 durch Multiplikation mit $e^{-j(\delta(\tau)-\gamma(\tau))}$. Bei der Differentiation nach τ muss die Produktregel der Differentiation $d(f(\tau) \cdot g(\tau))/d\tau = (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$ eingehalten werden.

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau) \cdot e^{-j\delta(\tau)}\right)}{d\tau} &= e^{-j\delta(\tau)} \cdot \frac{d\underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau)}{d\tau} + \underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau) \cdot \frac{d\left(e^{-j\delta(\tau)}\right)}{d\tau} \\ &= e^{-j\delta(\tau)} \cdot \frac{d\underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau)}{d\tau} - j \cdot \underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau) \cdot e^{-j\delta(\tau)} \cdot \frac{d(\delta(\tau))}{d\tau} \\ \underline{u}_{\mathrm{s(K)}} = \underline{u}_{\mathrm{s(s)}} \cdot e^{-j\delta} &= r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s(s)}} \cdot e^{-j\delta} + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s(s)}}}{d\tau} \cdot e^{-j\delta} \\ &= r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s(K)}} + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s(K)}}}{d\tau} + j \cdot \frac{d\delta}{d\tau} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{s(K)}} \end{aligned} \tag{15.6}$$

Tab. 15.1 Die mathematische Darstellung des Raumzeigers $\underline{V}$ in unterschiedlichen Koordinatensystemen unterscheidet sich durch die unterschiedlichen polaren Winkel

Im statorfesten Koordinatensystem (s)	Im rotorfesten Koordinatensystem (r)	Im beliebigen Koordinatensystem (K)
$\underline{V}_{(\mathrm{s})} = V \cdot e^{j\alpha}$	$\underline{V}_{(\mathrm{r})} = V \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{-j\gamma}$	$\underline{V}_{(\mathrm{K})} = V \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{-j\delta}$
	$\underline{V}_{(\mathrm{r})} = \underline{V}_{(\mathrm{s})} \cdot e^{-j\gamma}$	$\underline{V}_{(\mathrm{K})} = \underline{V}_{(\mathrm{s})} \cdot e^{-j\delta}$

$$\underline{u}'_{\mathrm{r(K)}} = \underline{u}'_{\mathrm{r(r)}} \cdot e^{-j(\delta-\gamma)} = r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r(r)}} \cdot e^{-j(\delta-\gamma)} + \frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r(r)}}}{d\tau} \cdot e^{-j(\delta-\gamma)}$$
$$= r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r(K)}} + \frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r(K)}}}{d\tau} + j \cdot \frac{d(\delta-\gamma)}{d\tau} \cdot \underline{\psi}'_{\mathrm{r(K)}}$$

Somit lauten die Stator- und Rotor-Raumzeiger-Spannungsgleichung im beliebig gewählten Koordinatensystem (K):

$$\underline{u}_{\mathrm{s(K)}} = r_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s(K)}} + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s(K)}}}{d\tau} + j \cdot \frac{d\delta}{d\tau} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{s(K)}} \tag{15.7a}$$

$$\underline{u}'_{\mathrm{r(K)}} = r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r(K)}} + \frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r(K)}}}{d\tau} + j \cdot \frac{d(\delta-\gamma)}{d\tau} \cdot \underline{\psi}'_{\mathrm{r(K)}} \tag{15.7b}$$

Fazit:
Die Stator-Spannungsgleichung enthält den ohm'schen Spannungsfall sowie die induzierte Spannung einerseits zufolge einer Längen- und Winkeländerung des Stator-Flussverkettungsraumzeigers $d\underline{\psi}_{\mathrm{s}}/d\tau$ im statorfesten Koordinatensystem und andererseits zufolge einer Änderung seiner Winkellage $d\delta/d\tau$ relativ zum statorfesten Koordinatensystem. Der Anteil $d\underline{\psi}_{\mathrm{s}}/d\tau$ ist die Ruhinduktion („transformatorisch induzierte Spannung"), da keine Änderung der Lage des Flussverkettungsraumzeigers relativ zum Ruhsystem (s) berücksichtigt wird. Der Anteil $d\delta/d\tau$ ist die Bewegungsinduktion („rotatorisch induzierte Spannung"), da sie durch die Bewegung des Stator-Flussverkettungsraumzeigers relativ zum Ruhsystem (s) hervorgerufen wird. In gleicher Weise ist die Relativbewegung des Rotor-Flussverkettungsraumzeigers relativ zu (r) als Ruhsystem durch $d(\delta-\gamma)/d\tau$ bestimmt.

Im Folgenden werden drei spezielle Sonderfälle des beliebig gewählten Koordinatensystems (K) verwendet (Tab. 15.2), nämlich das statorfeste, das rotorfeste und das drehfeldfeste Koordinatensystem, sodass für den jeweiligen Anwendungsfall die mathematische Lösung so einfach wie möglich wird.

Tab. 15.2 Die drei bevorzugt verwendeten Koordinatensysteme zur Lösung der Raumzeigergleichungen

Koordinatensystem	Winkelgeschwindigkeit des Koordinatensystems relativ zum Stator
statorfest	$\delta(\tau) = 0 : \ \omega_{\mathrm{K}} = \frac{d\delta}{d\tau} = 0$
rotorfest	$\delta = \gamma : \ \omega_{\mathrm{K}}(\tau) = \frac{d\gamma}{d\tau} = \omega_{\mathrm{m}}$
drehfeldfest	$\omega_{\mathrm{K}}(\tau) = \frac{\Omega_{\mathrm{s}}(\tau)}{p \cdot \omega_{\mathrm{N}}}$

Die Stator- und Rotor-Spannungsgleichungen für die Asynchronmaschine mit kurzgeschlossener Läuferwicklung im statorfesten Koordinatensystem (s) (15.8) und im rotorfesten Koordinatensystem (r) (15.9) sind beispielsweise:

$$\underline{u}_{\mathrm{s(s)}} = r_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s(s)}} + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s(s)}}}{d\tau}, \tag{15.8a}$$

$$0 = r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r(s)}} + \frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r(s)}}}{d\tau} - j \cdot \omega_{\mathrm{m}} \cdot \underline{\psi}'_{\mathrm{r(s)}}, \tag{15.8b}$$

$$\underline{u}_{\mathrm{s(r)}} = r_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s(r)}} + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s(r)}}}{d\tau} + j \cdot \omega_{\mathrm{m}} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{s(r)}}, \tag{15.9a}$$

$$0 = r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r(r)}} + \frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r(r)}}}{d\tau}. \tag{15.9b}$$

15.2 Raumzeigergleichungen für die Flussverkettung

Da der Stator- und der Rotor-Stromraumzeiger

$$\underline{i}_{\mathrm{s}}(\tau) = \frac{2}{3}\left(i_{\mathrm{s,U}}(\tau) + \underline{a} \cdot i_{\mathrm{s,V}}(\tau) + \underline{a}^2 \cdot i_{\mathrm{s,W}}(\tau)\right), \tag{15.10a}$$

$$\underline{i}'_{\mathrm{r}}(\tau) = \frac{2}{3}\left(i'_{\mathrm{r,U}}(\tau) + \underline{a} \cdot i'_{\mathrm{r,V}}(\tau) + \underline{a}^2 \cdot i'_{\mathrm{r,W}}(\tau)\right) \tag{15.10b}$$

in dasselbe gemeinsame Koordinatensystem transformiert werden, können sie nach den Regeln der geometrischen Zeigeraddition zum resultierenden magnetisierenden Stromraumzeiger addiert werden (Abb. 15.2a):

$$\underline{i}_{\mathrm{m}}(\tau) = \underline{i}_{\mathrm{s}}(\tau) + \underline{i}'_{\mathrm{r}}(\tau). \tag{15.11}$$

Dieser Magnetisierungs-Stromraumzeiger erregt über die Drehfeldinduktivität (Hauptinduktivität, vgl. Kap. 4 und 5)

$$x_{\mathrm{h}} = \frac{\omega_{\mathrm{N}} \cdot L_{\mathrm{h}}}{Z_{\mathrm{N}}} \tag{15.12}$$

den Raumzeiger der Hauptflussverkettung (Luftspaltflussverkettungs-Raumzeiger) zwischen Stator- und Rotorwicklung über das Luftspaltfeld.

$$\underline{\psi}_{\mathrm{h}}(\tau) = x_{\mathrm{h}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{m}}(\tau). \tag{15.13}$$

In Abb. 15.2b sind die zu dem Stator- und Rotor-Stromraumzeiger zugehörigen Grundwellen der Strombeläge als sinusförmig verteilte Durchflutungen mit entsprechender Amplitude und Lage eingezeichnet. Die Summe der beiden sinusverteilten Durchflutungen

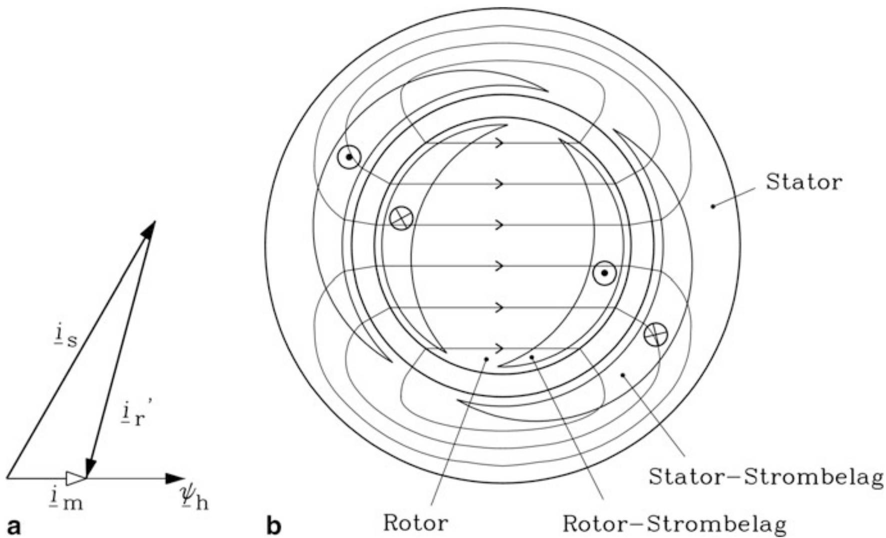


Abb. 15.2 Flussverkettung in einer zweipoligen Asynchronmaschine: (**a**) Geometrische Addition des Stator- und Rotor-Stromraumzeigers $\underline{i}_s$ und $\underline{i}'_r$ zum resultierenden Magnetisierungs-Stromraumzeiger $\underline{i}_m$, (**b**) Die sinusförmig verteilten Grundwellen der Stator- und Rotordurchflutungen entsprechen nach Amplitude und Lage dem Stator- und Rotor-Stromraumzeiger von (a). Das resultierende, von der resultierenden „magnetisierenden" Durchflutung erregte Hauptfeld B verkettet magnetisch Stator- und Rotorwicklung. Es entspricht nach Amplitude und Lage dem magnetischen Luftspaltflussverkettungs-Raumzeiger $\underline{\psi}_h$

ergibt die resultierende (nicht dargestellte) magnetisierende sinusverteilte Durchflutung, die dem magnetisierenden Stromraumzeiger nach Amplitude und Lage entspricht. Das von dieser resultierenden Durchflutung erregte (zweidimensional verteilte) Feld der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ ist dargestellt und zeigt im Luftspalt eine sinusförmig verteilte Dichte der Feldlinien, die im Rotor bei zweipoligen Maschinen einer homogenen Verteilung der Flussdichte $\vec{B}$ entspricht. Es treten nämlich bei Annahme unendlich permeablen Eisens ($\mu_{Fe} \to \infty$) die Feldlinien von B rechtwinklig aus dem Rotoreisen aus und in das Ständereisen ein. Ist das Luftspaltfeld sinusförmig längs des Umfangswinkels α verteilt gemäß $B_\delta(\alpha) = \hat{B}_\delta \cdot \cos\alpha$, so ist wegen der Stetigkeit der Normalkomponente der Flussdichte an Grenzflächen die Normalkomponente von B im Rotoreisen identisch mit der Flussdichte im Luftspalt: $B_\delta(\alpha) = B_{Fe,n}(\alpha)$. Dabei ist α der Winkel zwischen der Lotrechten auf die Rotoreisenoberfläche und dem Flussdichtevektor $\vec{B}_{Fe}$ im Rotoreisen. Folglich ist dessen Normalkomponente (=Komponente parallel zur Lotrechten) $B_{Fe,n} = B_{Fe} \cdot \cos\alpha$ und deshalb B_{Fe} im Rotoreisen bei zweipoligen Maschinen konstant gemäß $B_{Fe} = B_{Fe,n}/\cos\alpha = B_\delta(\alpha)/\cos\alpha = \hat{B}_\delta$, also ein homogenes Feld, wie Abb. 15.2b anschaulich zeigt.

In Abb. 15.2b sind Leiter in Nuten, stirnseitige Spulenverbindungen und Oberwellenfelder im Luftspalt (vgl. Kap. 3) nicht dargestellt. Werden sie berücksichtigt, so ergeben sich zusätzliche Flussverkettungen durch das Nut- und Stirnstreufeld sowie durch

die Oberfelder (vgl. Kap. 4). Dies wird durch die Raumzeiger der Stator- und Rotor-Streuflussverkettung erfasst.

$$\underline{\psi}_{s\sigma}(\tau) = x_{s\sigma} \cdot \underline{i}_s(\tau), \quad \underline{\psi}'_{r\sigma}(\tau) = x'_{r\sigma} \cdot \underline{i}'_r(\tau), \tag{15.14}$$

$$x_{s\sigma} = \frac{\omega_N \cdot L_{s\sigma}}{Z_N}, \qquad x'_{r\sigma} = \frac{\omega_N \cdot L'_{r\sigma}}{Z_N}. \tag{15.15}$$

Durch die Addition des Raumzeigers $\underline{\psi}_h$ der Hauptflussverkettung mit dem Raumzeiger der Streuflussverkettung $\underline{\psi}_{s\sigma}$ bzw. $\underline{\psi}'_{r\sigma}$ erhält man die resultierenden Raumzeiger der Flussverkettung für die Stator- und die Rotorwicklung $\underline{\psi}_s$ bzw. $\underline{\psi}'_r$.

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_s &= (x_h + x_{s\sigma}) \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}'_r = x_s \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}'_r \\ \underline{\psi}_s &= x_{s\sigma} \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}_m = \underline{\psi}_{s\sigma} + \underline{\psi}_h \end{aligned} \tag{15.16a}$$

$$\begin{aligned} \underline{\psi}'_r &= x_h \cdot \underline{i}_s + (x_h + x'_{r\sigma}) \cdot \underline{i}'_r = x_h \cdot \underline{i}_s + x'_r \cdot \underline{i}'_r \\ \underline{\psi}'_r &= x_h \cdot \underline{i}_m + x'_{r\sigma} \cdot \underline{i}'_r = \underline{\psi}_h + \underline{\psi}'_{r\sigma} \end{aligned} \tag{15.16b}$$

Die Größe der gesamten Streuflussverkettung in der Maschine $\psi_\sigma = \left|\underline{\psi}_{s\sigma}\right| + \left|\underline{\psi}'_{r\sigma}\right|$ wird näherungsweise mit der Blondel'schen Streuziffer σ (Kap. 5) erfasst.

$$\sigma = 1 - \frac{x_h^2}{x_s \cdot x'_r} \tag{15.17}$$

$$\psi_\sigma = x_{s\sigma} \cdot \left|\underline{i}_s\right| + x'_{r\sigma} \cdot \left|\underline{i}'_r\right| \approx \sigma \cdot x_s \cdot \left|\underline{i}_s\right| \tag{15.18}$$

Exakt gilt diese Beziehung nur bei Vernachlässigung von r'_r bzw. bei unendlich hohem Schlupf („ideeller Kurzschlusspunkt“, vgl. Kap. 5).

Beweis:
Der Rotorkäfig ist ein elektrischer Kurzschluss und daher $\underline{u}'_r(\tau) = 0$. Bei sehr hohen Schlüpfen s des Rotors ist die Flussänderungsgeschwindigkeit im Rotor so hoch, dass der ohm'sche Spannungsfall in der Rotorwicklung vernachlässigt werden kann, sodass aus der Rotorspannungsgleichung (15.4a) folgt:

$$\underline{u}'_r(\tau) = 0 = r'_r \cdot \underline{i}'_r(\tau) + d\underline{\psi}'_r(\tau)/d\tau \approx d\underline{\psi}'_r(\tau)/d\tau.$$

Damit ist aber $\underline{\psi}'_r(\tau) =$ konst. $= 0$, da im Rotor keine Gleichflussverkettung auftritt. Der Rotor ist somit feldfrei. Wenn die Rotorflussverkettung Null ist, müssen sich im Rotor Haupt- und Streuflussverkettung kompensieren, damit der Rotor feldfrei ist.

$$\underline{\psi}'_r = \underline{\psi}_h + \underline{\psi}'_{r\sigma} = 0 \Rightarrow \underline{\psi}_h = -\underline{\psi}'_{r\sigma}$$

Daher ist der Rotorstromzeiger wegen

$$\underline{\psi}'_{\mathrm{r}} = x_{\mathrm{h}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} + x'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r}} = 0: \qquad \underline{i}'_{\mathrm{r}} = -(x_{\mathrm{h}}/x'_{\mathrm{r}}) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}$$

entgegengesetzt zum Statorstromraumzeiger gerichtet, da das Rotorstreufeld das Hauptfeld exakt zu Null kompensiert und damit auch gegen den vom Statorstrom erregten Anteil des Hauptfelds orientiert ist. Die Statorflussverkettung ist dann die Differenz aus Stator- und Rotorstreuflussverkettung:

$$\underline{\psi}_{\mathrm{s}} = \underline{\psi}_{\mathrm{s}\sigma} + \underline{\psi}_{\mathrm{h}} = \underline{\psi}_{\mathrm{s}\sigma} - \underline{\psi}'_{\mathrm{r}\sigma}.$$

Daraus folgt für den Statorflussverkettungs-Raumzeiger:

$$\begin{aligned}\underline{\psi}_{\mathrm{s}} &= x_{\mathrm{s}\sigma}\underline{i}_{\mathrm{s}} - x'_{\mathrm{r}\sigma}\underline{i}'_{\mathrm{r}} = (x_{\mathrm{s}\sigma} + x_{\mathrm{h}} - x_{\mathrm{h}}) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} + x'_{\mathrm{r}\sigma} \cdot (x_{\mathrm{h}}/x'_{\mathrm{r}}) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} \\ &= (x_{\mathrm{s}} - x_{\mathrm{h}}^2/x'_{\mathrm{r}}) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} = \sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}.\end{aligned}$$

Damit ist für den Betrieb mit hohen Schlüpfen bzw. bei Vernachlässigung von r'_{r} die Identität

$$\underline{\psi}_{\mathrm{s}} = x_{\mathrm{s}\sigma}\underline{i}_{\mathrm{s}} - x'_{\mathrm{r}\sigma}\underline{i}'_{\mathrm{r}} = \sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}$$

analog zur Herleitung in Kap. 5, hier aber mit Raumzeigern, bewiesen. Mit $\underline{i}'_{\mathrm{r}} = -(x_{\mathrm{h}}/x'_{\mathrm{r}}) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} \approx -\underline{i}_{\mathrm{s}}$ folgt, dass bei hohen Schlüpfen die Statorflussverkettung etwa der resultierenden Streuflussverkettung in der Maschine entspricht.

$$\begin{aligned}\left|\underline{\psi}_{\mathrm{s}}\right| &= \left|\sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}\right| = \left|(x_{\mathrm{s}\sigma} + x'_{\mathrm{r}\sigma} \cdot (x_{\mathrm{h}}/x'_{\mathrm{r}})) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}\right| = x_{\mathrm{s}\sigma}\left|\underline{i}_{\mathrm{s}}\right| + x'_{\mathrm{r}\sigma} \cdot \left|-(x_{\mathrm{h}}/x'_{\mathrm{r}})) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}\right| \\ &= x_{\mathrm{s}\sigma}\left|\underline{i}_{\mathrm{s}}\right| + x'_{\mathrm{r}\sigma} \cdot \left|\underline{i}'_{\mathrm{r}}\right| = \left|\underline{\psi}_{\mathrm{s}\sigma}\right| + \left|\underline{\psi}'_{\mathrm{r}\sigma}\right|\end{aligned}$$

Bei allen anderen Betriebspunkten gilt weder $\underline{\psi}_{\mathrm{s}} = \sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}$ noch die Identität $x_{\mathrm{s}\sigma}\underline{i}_{\mathrm{s}} - x'_{\mathrm{r}\sigma}\underline{i}'_{\mathrm{r}} = \sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}}$ exakt. Nun ist aber bereits im Bemessungspunkt, wie in Abb. 15.2a andeutet, der Rotor-Stromraumzeiger etwa gegenphasig zum Stator-Stromraumzeiger, und etwa um $x_{\mathrm{h}}/x'_{\mathrm{r}}$ kürzer. Man kann somit bei Schlupfwerten ab dem Bemessungsschlupf (generatorisch und motorisch) mit der Näherung $\underline{i}'_{\mathrm{r}} \approx -\underline{i}_{\mathrm{s}}$ die resultierende Streuflussverkettung mit (15.18) abschätzen, sodass auch für den Bemessungspunkt die obige Behauptung (15.18) näherungsweise richtig ist. Bei kleineren Schlupfwerten und besonders bei Leerlauf ist diese Beziehung nicht zu verwenden.

Beispiel 15.1

Eine Asynchronmaschine mit den Parametern $x_{\mathrm{h}} = 2.5, x_{\mathrm{s}} = 2.6, x'_{\mathrm{r}} = 2.58$ wird mit einem dreiphasigen symmetrischen Sinusspannungssystem ($u_{\mathrm{s}} = 1$, $\omega_{\mathrm{s}} = 1$) gespeist. Die drei Strangströme in der Stator- und Rotorwicklung sind bei Bemessungsschlupf $i_{\mathrm{s}} =$

1.0, $i'_r = 0.92$. Für die folgenden Rechnungen werden die die Wicklungswiderstände r_s und r'_r vernachlässigt.

1. Berechnen Sie die bezogenen Streuinduktivitäten, die Blondel'sche Streuziffer und den Betrag der resultierenden Streuflussverkettung ψ_σ für die Näherung $\underline{i}'_r \approx -\underline{i}_s$!
2. Wie groß sind bei Leerlauf ($\underline{i}'_r = 0$) im statorfesten Koordinatensystem die Raumzeiger der Ständerspannung $\underline{u}_s(\tau)$, des Ständerstroms $\underline{i}_s(\tau) = \underline{i}_{s0}$ und des Läuferstroms $\underline{i}_r(\tau)$?
3. Wie groß ist der Stator-Stromraumzeiger $\underline{i}_s(\tau) = \underline{i}_{s1}$ bei festgebremstem Läufer?

Lösung:

1) $x_{s\sigma} = x_s - x_h = 2.6 - 2.5 = 0.1$, $x'_{r\sigma} = x'_r - x_h = 2.58 - 2.5 = 0.08$

$$\sigma = 1 - \frac{x_h^2}{x_s \cdot x'_r} = 1 - \frac{2.5^2}{2.6 \cdot 2.58} = 0.068$$

$$\left|\underline{\psi}_\sigma\right| \approx \sigma \cdot x_s \cdot \left|\underline{i}_s\right| = 0.068 \cdot 2.6 \cdot 1.0 = 0.177$$

Alternativ gilt gemäß (15.18): $\psi_\sigma = x_{s\sigma} \cdot \left|\underline{i}_s\right| + x'_{r\sigma} \cdot \left|\underline{i}'_r\right|$. Mit der Angabe $\underline{i}_s = -\underline{i}'_r/0.92$ folgt in guter Übereinstimmung mit $\psi_\sigma \approx 0.177$: $\psi_\sigma = 0.1 \cdot 1.0 + 0.08 \cdot 0.92 = 0.174$.

2) Stator-Spannungsraumzeiger: $\underline{u}_s = 1 \cdot e^{j\tau}$
Flussverkettungsgleichung: $\underline{\psi}_s = x_s \cdot \underline{i}_{s0}$
Spannungsgleichung:

$$\underline{u}_s = r_s \cdot \underline{i}_s + \frac{d\underline{\psi}_s}{d\tau} \approx \frac{d\underline{\psi}_s}{d\tau} = x_s \cdot \frac{d\underline{i}_{s0}}{d\tau} = e^{j\tau},$$

$$\rightarrow \quad \underline{i}_{s0} = -j \cdot \frac{1}{x_s} \cdot e^{j\tau}, \quad i_{s0} = \frac{1}{2.6} = 0.38, \quad \underline{i}_{s0} = -j \cdot 0.38 \cdot e^{j\tau},$$

$$\underline{i}_{r0} = 0 + j \cdot 0.$$

3) Bei Stillstand des Läufers (Schlupf $s = 1$) wird die Stator-Flussverkettung mit der Näherung $\underline{i}_{s1} = \underline{i}_s(s = 1) \approx \underline{i}_s(s \to \infty)$ als Raumzeiger $\underline{\psi}_s = \sigma \cdot x_s \cdot \underline{i}_{s1}$ abgeschätzt, was streng genommen nur bei unendlich hohem Schlupf gilt.

$$\underline{u}_s \cong \frac{d\underline{\psi}_s}{d\tau} = \sigma \cdot x_s \cdot \frac{d\underline{i}_{s1}}{d\tau} = e^{j\tau}$$

$$\rightarrow \quad \underline{i}_{s1} = -j \cdot \frac{1}{\sigma \cdot x_s} \cdot e^{j\tau}, \quad i_{s1} = \frac{1}{0.068 \cdot 2.6} = 5.66$$

$$\underline{i}_{s1} = -j \cdot 5.66 \cdot e^{j\tau}$$

Fazit:
Mit der Raumzeigerrechnung erhält man bei Sinusspeisung der Asynchronmaschine im Stationärbetrieb die Ströme in gleicher Weise wie bei Anwendung des T-Ersatzschaltbilds (Kap. 5). Der Raumzeiger des Stator-Leerlaufstroms ist gegenüber dem Raumzeiger der Statorspannung um 90° nacheilend. Dies gilt exakt, wenn der Ständer-Wicklungswiderstand vernachlässigt wird. Der Leerlaufstrom bei Bemessungsspannung beträgt (wie in Kap. 5 erläutert) etwa 30 % … 50 % des Bemessungsstroms, der Ständerstrom bei fest gebremstem Läufer ist typisch 5 … 8-mal so groß wie der Bemessungsstrom.

15.3 Die Raumzeiger-Drehmomentgleichung

Mit dem Strombelag $A(x_s, t)$ wurde in Kap. 4 die Drehmomentgleichung formuliert, die für räumlich beliebig verteilte, zeitlich beliebig veränderliche Strombeläge und Luftspaltflussdichten gültig ist.

$$M_e(t) = \int_0^{2p\tau_p} A(x_s, t) \cdot B_\delta(x_s, t) \cdot l_e \cdot \frac{p\tau_p}{\pi} \cdot dx_s. \tag{15.19}$$

Bei der Raumzeigerrechnung werden nur die die Grundwellen $\nu = 1$ der Strombeläge und Luftspaltflussdichten berücksichtigt, wobei sich die relative Phasenlage zwischen beiden als innerer Phasenwinkel φ_i ebenso wie die Amplituden der Grundwellen zeitlich beliebig ändern können (Abb. 15.3).

$$B_\delta(x_s, t) = \hat{B}_\delta(t) \cdot \cos\left(\frac{x_s\pi}{\tau_p}\right), \quad A(x_s, t) = \hat{A}(t) \cdot \cos\left(\frac{x_s\pi}{\tau_p} - \varphi_i(t)\right) \tag{15.20}$$

Mit (15.19) und (15.20) erhalten wir das elektromagnetische Drehmoment.

$$M_e(t) = \frac{(p\tau_p)^2}{\pi} \cdot l_e \cdot \hat{A}(t) \cdot \hat{B}_\delta(t) \cdot \cos(\varphi_i(t)). \tag{15.21}$$

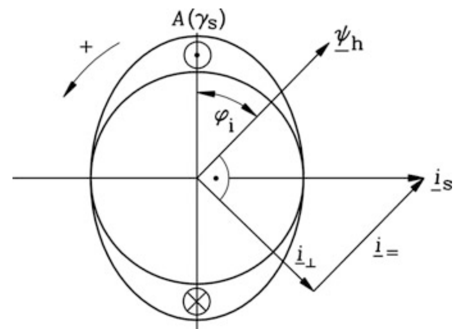


Abb. 15.3 Sinusförmig verteilte Stator-Durchflutung, dargestellt als Strombelag A und entsprechender Strom-Raumzeiger $\underline{i}_s$. Nur dessen zum Hauptflussverkettungs-Raumzeiger normale Komponente erzeugt ein Drehmoment

Die Amplitude der Luftspaltflussdichte ist proportional zur Hauptflussverkettung (Kap. 4).

$$\hat{\Psi}_{\mathrm{h}}(t) = N \cdot k_{\mathrm{w1}} \cdot \frac{2}{\pi} \tau_{\mathrm{p}} l_{\mathrm{e}} \cdot \hat{B}_{\delta}(t) \tag{15.22}$$

Die Amplitude des Strombelags $\hat{A}$ ist proportional zum „effektiven" Strombelag A.

$$\hat{A} = \sqrt{2} \cdot k_{\mathrm{w1}} \cdot A \quad \text{mit} \quad A = \frac{2 \cdot m \cdot N \cdot I}{2p \cdot \tau_{\mathrm{p}}} \tag{15.23}$$

Damit erhalten wir aus (15.23) für ein dreiphasiges Wicklungssystem $m_{\mathrm{s}} = 3$ eine einfache Formel für das Drehmoment, wenn formal $\hat{I} = \sqrt{2} \cdot I$ verwendet wird, unabhängig vom tatsächlichen Zeitverlauf des Stroms.

$$M_{\mathrm{e}}(t) = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \hat{I}(t) \cdot \hat{\Psi}_{\mathrm{h}}(t) \cdot \cos \varphi_{\mathrm{i}}(t) \tag{15.24}$$

Dieselbe Gleichung wird hier in per-unit-Darstellung verwendet.

$$m_{\mathrm{e}} = \frac{M_{\mathrm{e}}}{M_{\mathrm{B}}} = \frac{\omega_{\mathrm{N}}/p}{3 \cdot U_{\mathrm{N,ph}} \cdot I_{\mathrm{N,ph}}} \cdot \frac{3}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \cdot p \cdot \hat{I} \cdot \hat{\Psi}_{\mathrm{h}} \cdot \cos \varphi_{\mathrm{i}} = i \cdot \psi_{\mathrm{h}} \cdot \cos \varphi_{\mathrm{i}}$$
$$m_{\mathrm{e}}(\tau) = \frac{M_{\mathrm{e}}(t)}{M_{\mathrm{B}}} = i(\tau) \cdot \psi_{\mathrm{h}}(\tau) \cdot \cos(\varphi_{\mathrm{i}}(\tau)) = i_{\perp}(\tau) \cdot \psi_{\mathrm{h}}(\tau) \tag{15.25}$$

Nur die Normalkomponente des Stromraumzeigers $i_{\perp} = i \cdot \cos \varphi_{\mathrm{i}}$ (Abb. 15.3) kann mit der magnetischen Flussdichte B ein Drehmoment erzeugen. Die „flussparallele" Komponente $i_{=} = i \cdot \cos \varphi_{\mathrm{i}}$ erregt sinngemäß die zum resultierenden Fluss beitragende Magnetisierungsdurchflutung. Abb. 15.3 verdeutlicht die physikalische Bedeutung von (15.25). Der resultierende Hauptfluss, der von den Stator- und Rotorströmen in der Asynchronmaschine erregt wird, wird durch den entsprechenden Raumzeiger der Luftspaltflussverkettung (Hauptflussverkettung) $\underline{\psi}_{\mathrm{h}}$ dargestellt. Durch die gemeinsame Erregung von Stator- und Rotorströmen ist er gegenüber der Grundwelle der Statordurchflutung, die durch den Stator- Stromraumzeiger $\underline{i}_{\mathrm{s}}$ repräsentiert wird, um den Winkel φ_{i} gedreht. Mit der „Rechten-Hand-Regel" (Kap. 1) ergibt sich die Richtung der Lorentz-Kräfte auf die Stator-Nutenleiter und damit des Drehmoments auf den Stator in mathematisch positiver Drehrichtung (+ Richtung in Abb. 15.3). Daher wirkt das Drehmoment gemäß Newtons „actio est reactio" auf den Rotor in entgegen gesetzter Richtung, also im Uhrzeigersinn. Wir definieren ein positives Drehmoment stets im mathematisch positiven Drehsinn (= Gegen-Uhrzeigersinn), daher ist im Beispiel von Abb. 15.3 das Drehmoment auf den Rotor negativ. Daraus wird folgende einfache Merkregel abgeleitet:

Wenn die auf den Hauptflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}_{\mathrm{h}}$ normal stehende Komponente des Stator-Stromraumzeigers $\underline{i}_{\mathrm{s},\perp}$ dem Zeiger $\underline{\psi}_{\mathrm{h}}$ um 90° voreilt, dann ist das auf den Rotor wirkende Drehmoment positiv. Eilt $\underline{i}_{\mathrm{s},\perp}$ um 90° nach (wie in Abb. 15.3), so ist das am

Rotor angreifende Drehmoment negativ. Dies kann gemäß (15.29) auch mit der Normalkomponente des Rotor-Stromraumzeigers $\underline{i}'_{\mathrm{r},\perp}$ formuliert werden: Eilt $\underline{i}'_{\mathrm{r},\perp}$ dem Zeiger $\underline{\psi}_{\mathrm{h}}$ um 90° vor, so ist das Drehmoment auf den Rotor negativ, eilt $\underline{i}'_{\mathrm{r},\perp}$ um 90° nach, ist das Rotordrehmoment positiv!

Mithilfe der konjugiert komplexen Zeiger $\underline{i}^*$ bzw. $\underline{\psi}^*$ folgt die Drehmomentgleichung in komplexer Schreibweise aus (15.25).

$$m_{\mathrm{e}} = i_{\perp} \cdot \psi_{\mathrm{h}} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}^* \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{h}}\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{h}}^*\right\} \tag{15.26}$$

Beweis:
Wird der Raumzeiger der Hauptflussverkettung gemäß $\underline{\psi}_{\mathrm{h}} = \psi_{\mathrm{h}}$ in die reelle Achse gelegt, so ist der Realteil des Stromraumzeigers die flussparallele Komponente und sein Imaginärteil die flussnormale Komponente: $\underline{i} = i_{=} + j \cdot i_{\perp}$. Mit dem konjugiert komplexen Stromraumzeiger folgt unmittelbar die Darstellung des Drehmoments.

$$\underline{i}^* = i_{=} - j \cdot i_{\perp} : \quad m_{\mathrm{e}} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}^* \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{h}}\right\} = -\mathrm{Im}\left\{(i_{=} - j \cdot i_{\perp}) \cdot \psi_{\mathrm{h}}\right\} = i_{\perp} \cdot \psi_{\mathrm{h}}.$$

In gleicher Weise kann der konjugiert komplexe Zeiger der Hauptflussverkettung verwendet werden:

$$m_{\mathrm{e}} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{h}}^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{(i_{=} + j \cdot i_{\perp}) \cdot \psi_{\mathrm{h}}\right\} = i_{\perp} \cdot \psi_{\mathrm{h}}.$$

Weiter sind der Stator- und der Rotorstreufluss definitionsgemäß nicht an der Erzeugung des Drehmoments beteiligt. Deshalb ist in (15.25) nur die Hauptflussverkettung enthalten (Index h). Trotzdem kann (15.25) so formuliert werden, dass auch der Streufluss des Stators in der Drehmomentgleichung auftritt, wenn in dieser Gleichung der Stator-Stromraumzeiger $\underline{i}_{\mathrm{s}}$ verwendet wird (oder der Streufluss des Rotors, wenn der Rotor-Stromraumzeiger verwendet wird (siehe (15.28))).

Beweis:
Wegen $\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{s}}^*\right\} = x_{\mathrm{h}} \cdot \mathrm{Im}\left\{\left|\underline{i}_{\mathrm{s}}\right|^2\right\} = 0$ folgt:

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{e}} &= \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{h}}^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot \left(x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{s}}^* + x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{r}}'^*\right)\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot \left(x_{\mathrm{s}\sigma}\underline{i}_{\mathrm{s}}^* + x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{s}}^* + x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{r}}'^*\right)\right\} \\ &= \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot \left(\underline{\psi}_{\mathrm{s}\sigma} + \underline{\psi}_{\mathrm{h}}\right)^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot \underline{\psi}_{\mathrm{s}}^*\right\}. \end{aligned}$$

Übrigens kann natürlich der Stator-Stromraumzeiger mit dem von ihm selbst erregten Fluss entsprechend $x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{s}}$ kein Drehmoment erzeugen:

$$\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_{\mathrm{s}} \cdot x_{\mathrm{h}}\underline{i}_{\mathrm{s}}^*\right\} = x_{\mathrm{h}} \cdot \mathrm{Im}\left\{\left|\underline{i}_{\mathrm{s}}\right|^2\right\} = 0.$$

Dasselbe gilt für Rotorfluss- und Rotor-Stromraumzeiger. (Auch Baron Münchhausen konnte sich nicht an seinem eigenen Schopf aus dem Sumpf ziehen, obwohl dies so bei G. A. Bürger in den Erzählungen vom „Lügenbaron" Münchhausen nachzulesen ist).

Häufig wird die Drehmomentgleichung mit dem resultierenden Stator-Flussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}$s und mit $\underline{i}_s$ formuliert.

$$m_e = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_h^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} \tag{15.27a}$$

Aus (15.27a) lassen sich mehrere äquivalente Formulierungen für die Drehmomentgleichung ableiten, da ein Drehmoment stets nur durch Wechselwirkung zwischen Statorstrom und Rotorhauptfluss oder Rotorstrom und Statorhauptfluss erzeugt werden kann.

$$m_e = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \left(x_s \underline{i}_s^* + x_h \underline{i}_r'^*\right)\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot x_h \underline{i}_r'^*\right\} \tag{15.27b}$$

Aus (15.27b) folgt unmittelbar, dass im Leerlauf, wo der Rotorstrom Null ist, auch das Drehmoment null sein muss. Häufig wird das Drehmoment ausschließlich mit Rotorgrößen formuliert; dann muss allerdings ein negatives Vorzeichen verwendet werden.

$$m_e = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{\psi}_r'^*\right\} \tag{15.28}$$

Beweis:

$$\begin{aligned} m_e &= \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \left(x_s \underline{i}_s^* + x_h \underline{i}_r'^*\right)\right\} = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot x_h \underline{i}_r'^*\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot x_h \underline{i}_r'^*\right\}^* \\ &= -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s^* \cdot x_h \underline{i}_r'\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \left(x_{r\sigma}' \underline{i}_r'^* + x_h \underline{i}_r'^* + x_h \underline{i}_s^*\right)\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{\psi}_r'^*\right\} \end{aligned}$$

Weiter gilt auch:

$$m_e = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_h^*\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{\psi}_h^*\right\}. \tag{15.29}$$

Beweis:

$$\begin{aligned} m_e &= \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{\psi}_r'^*\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \left(\underline{\psi}_h^* + x_{r\sigma}' \underline{i}_r'^*\right)\right\} \\ &= -x_{r\sigma}' \cdot \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{i}_r'^*\right\} - \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{\psi}_h^*\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}_r' \cdot \underline{\psi}_h^*\right\} \end{aligned}$$

In der Zweiachsentheorie wird das Drehmoment in Abhängigkeit von den beiden Komponenten der beteiligten Raumzeiger formuliert. Im α, β-Koordinatensystem liefert die Zerlegung der komplexen Zeiger in Real- und Imaginärteil $\underline{i} = i_\alpha + j \cdot i_\beta$, $\underline{\psi} = \psi_\alpha + j \cdot \psi_\beta$ das Drehmoment in Komponenten-Darstellung.

$$m_e = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\left(i_{s\alpha} + j \cdot i_{s\beta}\right) \cdot \left(\psi_{s\alpha} + j \cdot \psi_{s\beta}\right)^*\right\} = \psi_{s\alpha} \cdot i_{s\beta} - i_{s\alpha} \cdot \psi_{s\beta}$$

Ebenso erhalten wir:

$$m_e = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}'_r \cdot \underline{\psi}'^*_r\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\left(i'_{r\alpha} + j \cdot i'_{r\beta}\right) \cdot \left(\psi'_{r\alpha} + j \cdot \psi'_{r\beta}\right)^*\right\}$$
$$= -\psi'_{r\alpha} \cdot i'_{r\beta} + i'_{r\alpha} \cdot \psi'_{r\beta}.$$

Es gilt also:

$$m_e = \psi_{s\alpha} \cdot i_{s\beta} - i_{s\alpha} \cdot \psi_{s\beta} = -\psi'_{r\alpha} \cdot i'_{r\beta} + i'_{r\alpha} \cdot \psi'_{r\beta} \tag{15.30}$$

Die zu (15.30) gehörige Abb. 15.4 zeigt, dass die β-Komponente des Stator-Stromraumzeigers normal auf der α-Komponente des Flussverkettungsraumzeigers steht und ihr voreilt, und somit mit ihr ein am Rotor positiv angreifendes Drehmoment $\psi_{s\alpha} \cdot i_{s\beta}$ erzeugt. Weiter ist sie parallel zur β-Komponente des Flussverkettungsraumzeigers und erzeugt somit mit dieser kein Drehmoment. In gleicher Weise eilt die α-Komponente des Stator-Stromraumzeigers der β-Komponente des Flussverkettungsraumzeigers um 90° nach und erzeugt damit ein am Rotor angreifendes negatives Drehmoment $-i_{s\alpha} \cdot \psi_{s\beta}$. Das resultierende Drehmoment $m_e = \psi_{s\alpha} \cdot i_{s\beta} - i_{s\alpha} \cdot \psi_{s\beta}$ ergibt sich in Übereinstimmung mit (15.30). Mit einer analogen Überlegung und dem entgegen gesetzten Vorzeichen für die Rotorgrößen ergibt sich die Formulierung von (15.30) mit den Rotorzeigern.

Im α,β-Koordinatensystem lautet die Newton'sche Bewegungsgleichung von Kap. 14 für rotierende Systeme in der Zweiachsentheorie:

$$\tau_J \cdot \frac{d\omega_m}{d\tau} = m_e(\tau) - m_L(\tau) = -\psi'_{r\alpha} \cdot i'_{r\beta} + i'_{r\alpha} \cdot \psi'_{r\beta} - m_L(\tau) \tag{15.31}$$

Alternativ kann die Drehmomentgleichung auch aus der Leistungsbilanz der elektrischen Maschine hergeleitet werden. Die elektrische Momentanleistung in unbezogenen oder bezogenen Größen ist durch die Summe der Momentanleistungen von Stator und Rotor gegeben. In unbezogenen Größen gilt gemäß Kap. 14:

$$P_e(t) = (3/2) \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_s(t) \cdot \underline{I}^*_s(t) + \underline{U}'_r(t) \cdot \underline{I}'^*_r(t)\right\} \tag{15.32}$$

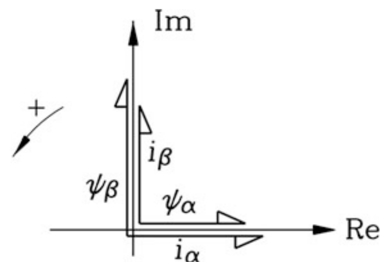


Abb. 15.4 Drehmomenterzeugung durch Wechselwirkung zwischen Flussverkettungs- und Stromraumzeiger, die unterschiedliche Zahlenverhältnisse der Zeigerkomponenten aufweisen müssen, wenn es zu einem Drehmoment kommen soll: $\psi_\alpha/\psi_\beta \neq i_\alpha/i_\beta$

In bezogenen Größen lautet (15.32) wie folgt:

$$p_\mathrm{e} = \frac{P_\mathrm{e}}{\frac{3}{2} \cdot \sqrt{2}U_\mathrm{N,ph}\sqrt{2}I_\mathrm{N,ph}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_\mathrm{s} \cdot \underline{I}_\mathrm{s}^* + \underline{U}'_\mathrm{r} \cdot \underline{I}'^*_\mathrm{r}\right\}}{\frac{3}{2} \cdot \sqrt{2}U_\mathrm{N,ph}\sqrt{2}I_\mathrm{N,ph}}$$

$$p_\mathrm{e} = \mathrm{Re}\left\{\underline{u}_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}^* + \underline{u}'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'^*_\mathrm{r}\right\}. \tag{15.33}$$

Werden die Stator- und Rotorflussverkettungs- und Spannungs-Raumzeigergleichungen (15.16) und (15.1a), (15.4a) z. B. im statorfesten Koordinatensystem in bezogenen Größen formuliert, nämlich

$$\underline{\psi}_\mathrm{s} = x_{\mathrm{s}\sigma} \cdot \underline{i}_\mathrm{s} + x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}_\mathrm{m}, \quad \underline{\psi}'_\mathrm{r} = x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}_\mathrm{m} + x'_{\mathrm{r}\sigma} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r},$$

$$\underline{u}_\mathrm{s} = r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s} + \frac{d\underline{\psi}_\mathrm{s}}{d\tau}, \quad \underline{u}'_\mathrm{r} = r'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r} + \frac{d\underline{\psi}'_\mathrm{r}}{d\tau} - j \cdot \omega_\mathrm{m} \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r},$$

und in (15.33) eingesetzt, kann diese Leistung aufgeteilt werden in Stromwärmeverluste $p_\mathrm{Cu,s}$ und $p_\mathrm{Cu,r}$, in die Änderung der bezogenen magnetischen Energie w_{mag} und in die bezogene mechanische Leistung p_m.

$$p_\mathrm{e}(\tau) = \mathrm{Re}\left\{(r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s} + \frac{d\underline{\psi}_\mathrm{s}}{d\tau}) \cdot \underline{i}_\mathrm{s}^* + (r'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r} + \frac{d\underline{\psi}'_\mathrm{r}}{d\tau} - j \cdot \omega_\mathrm{m} \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r}) \cdot \underline{i}'^*_\mathrm{r}\right\}$$

$$p_\mathrm{e}(\tau) = \mathrm{Re}\left\{r_\mathrm{s}\left|\underline{i}_\mathrm{s}\right|^2 + r'_\mathrm{r}\left|\underline{i}'_\mathrm{r}\right|^2 + x_{\mathrm{s}\sigma}\underline{i}_\mathrm{s}^*\frac{d\underline{i}_\mathrm{s}}{d\tau} + x'_{\mathrm{r}\sigma}\underline{i}'^*_\mathrm{r}\frac{d\underline{i}'_\mathrm{r}}{d\tau} + \right.$$
$$\left. +(x_\mathrm{h}\underline{i}_\mathrm{s}^* + x_\mathrm{h}\underline{i}'^*_\mathrm{r}) \cdot \frac{d\underline{i}_\mathrm{m}}{d\tau} - j \cdot \omega_\mathrm{m} \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'^*_\mathrm{r}\right\}$$

$$p_\mathrm{e}(\tau) = r_\mathrm{s}\left|\underline{i}_\mathrm{s}\right|^2 + r'_\mathrm{r}\left|\underline{i}'_\mathrm{r}\right|^2 +$$
$$+ \mathrm{Re}\left\{x_{\mathrm{s}\sigma}\underline{i}_\mathrm{s}^*\frac{d\underline{i}_\mathrm{s}}{d\tau} + x'_{\mathrm{r}\sigma}\underline{i}'^*_\mathrm{r} \cdot \frac{d\underline{i}'_\mathrm{r}}{d\tau} + x_\mathrm{h}\underline{i}_\mathrm{m}^* \cdot \frac{d\underline{i}_\mathrm{m}}{d\tau} - j \cdot \omega_\mathrm{m} \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'^*_\mathrm{r}\right\}$$

Mithilfe der für komplexe Funktionen $\underline{z}(\tau)$ in einer Veränderlichen τ gültigen Umformung

$$\mathrm{Re}\left\{\underline{z}^*(\tau) \cdot d\underline{z}(\tau)/d\tau\right\} = (1/2) \cdot d\left|\underline{z}(\tau)\right|^2/d\tau = (1/2) \cdot d(\underline{z}^*(\tau) \cdot d\underline{z}(\tau))/d\tau, \text{die mit } \underline{z}(\tau)$$
$$= x(\tau) + j \cdot y(\tau) \text{gemäß}$$

$$(1/2) \cdot d\left|\underline{z}(\tau)\right|^2/d\tau = (1/2) \cdot d(x^2 + y^2)/d\tau = x \cdot dx/d\tau + y \cdot dy/d\tau$$
$$= x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} = \mathrm{Re}\left\{x \cdot \dot{x} + y \cdot \dot{y} - j \cdot y \cdot \dot{x} + j \cdot \dot{y} \cdot x\right\}$$
$$= \mathrm{Re}\left\{(x - jy)(\dot{x} + j\dot{y})\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underline{z}^* \cdot d\underline{z}/d\tau\right\}$$

leicht nachvollziehbar ist, wird die Änderungsrate der magnetischen Energie (vgl. Kap. 14) berechnet.

$$p_e(\tau) = p_{Cu,s} + p_{Cu,r} + \\ + \mathrm{Re}\left\{x_{s\sigma} \cdot \frac{d(\underline{i}_s \underline{i}_s^*)}{2 \cdot d\tau} + x'_{r\sigma} \cdot \frac{d(\underline{i}'_r \underline{i}'^*_r)}{2 \cdot d\tau} + x_h \cdot \frac{d(\underline{i}_m \underline{i}_m^*)}{2 \cdot d\tau} - j \cdot \omega_m \cdot \underline{\psi}'_r \cdot \underline{i}'^*_r\right\}$$

Es ist

$$\mathrm{Re}\left\{x_{s\sigma}\frac{d(\underline{i}_s \underline{i}_s^*)}{2 \cdot d\tau} + x'_{r\sigma}\frac{d(\underline{i}'_r \underline{i}'^*_r)}{2 \cdot d\tau} + x_h\frac{d(\underline{i}_m \underline{i}_m^*)}{2 \cdot d\tau}\right\}$$
$$= x_{s\sigma}\frac{d\left|\underline{i}_s\right|^2}{2 \cdot d\tau} + x'_{r\sigma}\frac{d\left|\underline{i}'_r\right|^2}{2 \cdot d\tau} + x_h\frac{d\left|\underline{i}_m\right|^2}{2 \cdot d\tau}$$
$$= \frac{d}{d\tau}\left\{x_{s\sigma}\frac{\left|\underline{i}_s\right|^2}{2} + x'_{r\sigma}\frac{\left|\underline{i}'_r\right|^2}{2} + x_h\frac{\left|\underline{i}_m\right|^2}{2}\right\} = \frac{dw_{mag}(\tau)}{d\tau}$$

die Änderung der bezogenen magnetischen Energie in der elektrischen Maschine mit fortschreitender Zeit. Damit erhält man die folgende Leistungsbilanz, aus der mit $\mathrm{Re}\left\{j \cdot \underline{z}(\tau)\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{z}(\tau)\right\}$ die bezogene mechanische Leistung p_m und mit ihr das bezogene elektromagnetische Drehmoment berechnet wird, das mit dem Ausdruck (15.28) übereinstimmt.

$$p_e(\tau) = p_{Cu,s} + p_{Cu,r} + dw_{mag}/d\tau - \mathrm{Re}\left\{j \cdot \omega_m \cdot \underline{\psi}'_r \cdot \underline{i}'^*_r\right\}$$
$$p_e(\tau) = p_{Cu,s} + p_{Cu,r} + dw_{mag}/d\tau + \mathrm{Im}\left\{\omega_m \cdot \underline{\psi}'_r \cdot \underline{i}'^*_r\right\}$$
$$p_e(\tau) = p_{Cu,s} + p_{Cu,r} + dw_{mag}/d\tau + p_m \tag{15.34}$$
$$m_e(\tau) = p_m/\omega_m = \mathrm{Im}\left\{\underline{\psi}'_r \cdot \underline{i}'^*_r\right\} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}'_r \cdot \underline{\psi}'^*_r\right\} \tag{15.35}$$

15.4 Das dynamische Gleichungssystem im statorfesten Bezugssystem

Das Gleichungssystem zur Berechnung dynamischer Vorgänge in der Asynchronmaschine umfasst

a) je eine Stator- und eine Rotor-Spannungsgleichung in komplexer Raumzeiger-Formulierung, die die transienten Vorgänge in allen drei Stator- und Rotor-Wicklungssträngen erfassen,
b) je eine Stator- und Rotorflussverkettungsgleichung,
c) eine mechanische Bewegungsgleichung zur Berechnung der Drehbewegung des Läufers.

Diese 5 Gleichungen sind in (15.36) in bezogener Darstellung im statorfesten Koordinatensystem mit den Unbekannten $\underline{i}_{\mathrm{s}}$, $\underline{i}'_{\mathrm{r}}$, $\underline{\psi}_{\mathrm{s}}$, $\underline{\psi}'_{\mathrm{r}}$, ω_{m} formuliert.

$$\underline{u}_{\mathrm{s}} = r_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} + \frac{d\underline{\psi}_{\mathrm{s}}}{d\tau} \tag{15.36a}$$

$$0 = r'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r}} + \frac{d\underline{\psi}'_{\mathrm{r}}}{d\tau} - j \cdot \omega_m \cdot \underline{\psi}'_{\mathrm{r}} \tag{15.36b}$$

$$\underline{\psi}_{\mathrm{s}} = x_{\mathrm{s}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} + x_{\mathrm{h}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r}} \tag{15.36c}$$

$$\underline{\psi}'_r = x_{\mathrm{h}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} + x'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r}} \tag{15.36d}$$

$$\tau_{\mathrm{J}} \cdot \frac{d\omega_{\mathrm{m}}}{d\tau} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{\psi}'^{*}_{\mathrm{r}}\right\} - m_{\mathrm{L}}(\tau) \tag{15.36e}$$

Ummagnetisierungsverluste, Reibungsverluste und Zusatzverluste (siehe Kap. 5 und 6) sind nicht in (15.36) berücksichtigt. Eine veränderliche Hauptfeldsättigung kann durch eine vom Betrag des Magnetisierungsstromraumzeigers i_{m} abhängige Hauptinduktivität $x_{\mathrm{h}}(i_{\mathrm{m}})$, die mit steigendem i_{m} abnimmt, berücksichtigt werden. Ebenso kann die lastabhängige Sättigung der Streuwege (Kap. 6) durch eine Abnahme der Streuinduktivitäten mit steigendem Rotorstrom über Funktionen $x_{\mathrm{s}\sigma}(i'_{\mathrm{r}})$, $x'_{\mathrm{r}\sigma}(i'_{\mathrm{r}})$ erfasst werden. Hier wird der Einfachheit halber mit konstanten Induktivitäten x_{h}, $x_{\mathrm{s}\sigma}$, $x'_{\mathrm{r}\sigma}$ gerechnet. In der Zweiachsentheorie werden die fünf komplexen Gleichungen (15.36a–e) in neun reelle Gleichungen (15.38a–e) aufgetrennt, die mit den beiden Komponenten α und β der Raumzeiger formuliert sind. Aus dem Gleichungssatz (15.36) erhält man mit der α,β-Komponentendarstellung der Raumzeiger gemäß

$$\underline{u}_{\mathrm{s}} = u_{\mathrm{s}\alpha} + j \cdot u_{\mathrm{s}\beta} \tag{15.37a}$$

$$\underline{i}_{\mathrm{s}} = i_{\mathrm{s}\alpha} + j \cdot i_{\mathrm{s}\beta} \qquad \underline{i}'_{\mathrm{r}} = i'_{\mathrm{r}\alpha} + j \cdot i'_{\mathrm{r}\beta} \tag{15.37b}$$

$$\underline{\psi}_{\mathrm{s}} = \psi_{\mathrm{s}\alpha} + j \cdot \psi_{\mathrm{s}\beta} \qquad \underline{\psi}'_{\mathrm{r}} = \psi'_{\mathrm{r}\alpha} + j \cdot \psi'_{\mathrm{r}\beta} \tag{15.37c}$$

neun reelle Gleichungen statt fünf komplexen Gleichungen, mit den neun Unbekannten $i_{\mathrm{s}\alpha}$, $i_{\mathrm{s}\beta}$, $i'_{\mathrm{r}\alpha}$, $i'_{\mathrm{r}\beta}$, $\psi_{\mathrm{s}\alpha}$, $\psi_{\mathrm{s}\beta}$, $\psi'_{\mathrm{r}\alpha}$, $\psi'_{\mathrm{r}\beta}$, ω_{m}.

$$u_{\mathrm{s}\alpha} = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + \frac{d\psi_{\mathrm{s}\alpha}}{d\tau} \qquad u_{\mathrm{s}\beta} = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s}\beta} + \frac{d\psi_{\mathrm{s}\beta}}{d\tau} \tag{15.38a}$$

$$0 = r'_{\mathrm{r}} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} + \frac{d\psi'_{\mathrm{r}\alpha}}{d\tau} + \omega_{\mathrm{m}} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\beta} \qquad 0 = r'_{\mathrm{r}} \cdot i'_{\mathrm{r}\beta} + \frac{d\psi'_{\mathrm{r}\beta}}{d\tau} - \omega_{\mathrm{m}} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\alpha} \tag{15.38b}$$

$$\psi_{\mathrm{s}\alpha} = x_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + x_{\mathrm{h}} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} \qquad \psi_{\mathrm{s}\beta} = x_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{s}\beta} + x_{\mathrm{h}} \cdot i'_{\mathrm{r}\beta} \tag{15.38c}$$

$$\psi'_{\mathrm{r}\alpha} = x_{\mathrm{h}} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + x'_{\mathrm{r}} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} \qquad \psi'_{\mathrm{r}\beta} = x_{\mathrm{h}} \cdot i_{\mathrm{s}\beta} + x'_{\mathrm{r}} \cdot i'_{\mathrm{r}\beta} \tag{15.38d}$$

$$\tau_{\mathrm{J}} \cdot \frac{d\omega_{\mathrm{m}}}{d\tau} = (\psi'_{\mathrm{r}\beta} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} - \psi'_{\mathrm{r}\alpha} \cdot i'_{\mathrm{r}\beta}) - m_{\mathrm{L}} \tag{15.38e}$$

Sowohl die Rotorspannungsgleichungen (15.38b) als auch die Bewegungsgleichung (15.38e) enthalten Produkte von zwei Variablen (nämlich $\omega_\mathrm{m} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\beta}$, $\omega_\mathrm{m} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\alpha}$ bzw. $\psi'_{\mathrm{r}\beta} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} - \psi'_{\mathrm{r}\alpha} \cdot i'_{\mathrm{r}\beta}$), sodass das Gleichungssystem selbst dann nichtlinear ist, wenn keine veränderliche Sättigung berücksichtigt wird, x_h, $x_{\mathrm{s}\sigma}$ und $x'_{\mathrm{r}\sigma}$ also konstant sind. Daher müssen die Gleichungen i. A. numerisch mit Zeitschrittverfahren gelöst werden (vgl. Kap. 12).

Die beiden Komponenten des Stator-Spannungsraumzeigers $u_{\mathrm{s}\alpha}$, $u_{\mathrm{s}\beta}$ stellen die Führungsgrößen dar und das Lastmoment m_L die Störgröße. Sie müssen als Zeitfunktionen bekannt sein, um das Gleichungssystem lösen zu können. Ebenso müssen die Anfangsbedingungen der neun Variablen bekannt sein. Die vier Flussverkettungsgleichungen werden mit Verwendung der Blondel'schen Streuziffer so umgeschrieben, dass jeweils nur eine Stromraumzeigerkomponente in einer Flussverkettungsgleichung vorkommt.

$$\psi_{\mathrm{s}\alpha} = \sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + \frac{x_\mathrm{h}}{x'_\mathrm{r}} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\alpha} \qquad \psi_{\mathrm{s}\beta} = \sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\beta} + \frac{x_\mathrm{h}}{x'_\mathrm{r}} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\beta} \tag{15.39a}$$

$$\psi'_{\mathrm{r}\alpha} = \sigma \cdot x'_\mathrm{r} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} + \frac{x_\mathrm{h}}{x_\mathrm{s}} \cdot \psi_{\mathrm{s}\alpha} \qquad \psi'_{\mathrm{r}\beta} = \sigma \cdot x'_\mathrm{r} \cdot i'_{\mathrm{r}\beta} + \frac{x_\mathrm{h}}{x_\mathrm{s}} \cdot \psi_{\mathrm{s}\beta} \tag{15.39b}$$

Herleitung:

$$\psi_{\mathrm{s}\alpha} = \sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + \frac{x_\mathrm{h}}{x'_\mathrm{r}} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\alpha} = \sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + \frac{x_\mathrm{h}}{x'_\mathrm{r}} \cdot \left(\sigma \cdot x'_\mathrm{r} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} + \frac{x_\mathrm{h}}{x_\mathrm{s}} \cdot \psi_{\mathrm{s}\alpha}\right)$$

$$\psi_{\mathrm{s}\alpha} \cdot \left(1 - \frac{x_\mathrm{h}^2}{x_\mathrm{s} x'_r}\right) = \psi_{\mathrm{s}\alpha} \cdot \sigma = \sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + \sigma \cdot x_\mathrm{h} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad \psi_{\mathrm{s}\alpha} = x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + x_\mathrm{h} \cdot i'_{\mathrm{r}\alpha} = \sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot i_{\mathrm{s}\alpha} + \frac{x_\mathrm{h}}{x'_\mathrm{r}} \cdot \psi'_{\mathrm{r}\alpha} \tag{15.39c}$$

Die anderen drei Beziehungen in (15.39) werden in gleicher Weise hergeleitet.

Mit (15.39) ergibt sich ein zu (15.36) äquivalenter Gleichungssatz (15.40), dessen Blockschaltbild ohne die Bewegungsgleichung in Abb. 15.5 direkt für objektorientierte Simulationsprogramme verwendet werden kann. Dieses Modell hat als Eingang die Führungsgrößen $u_{\mathrm{s}\alpha}$, $u_{\mathrm{s}\beta}$ aus einem vorgeschalteten elektrischen System (z. B. ein Umrichter) und die mechanische Winkelgeschwindigkeit aus einem nachgeschalteten mechanischen System, in das der Ausgang des Struktogramms das elektromagnetische Drehmoment einspeist. Dieses dient somit als Eingang eines angeschlossenen mechanischen Modells, z. B. eines einfachen Torsionsschwingers bei Verwendung einer über eine drehelastische Kupplung an die Welle der Maschine angekuppelten Last, wie es in Kap. 9 besprochen wurde.

Im einfachsten Fall einer starr an die Maschinenwelle angekuppelten Last ist es die mechanische Bewegungslgeichung von (15.38e), die keine Drehelastizitäten berücksichtigt. Ein weiterer Eingang in das mechanische System ist das Lastmoment m_L als Störgröße. Der korrespondierende Gleichungssatz mit den Größen in physikalischen Einheiten ist in (15.41) angegeben, das zugehörige Blockschaltbild in Abb. 15.6.

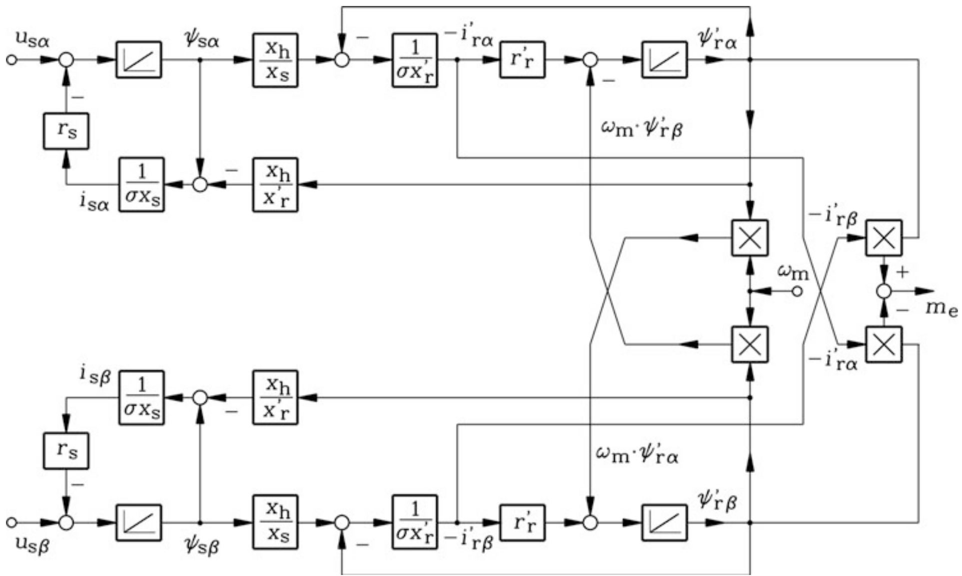


Abb. 15.5 Blockschaltbild der vier Spannungs- und der vier Flussverkettungsgleichungen der Asynchronmaschine gemäß (15.40a–d) inklusive Berechnung des elektromagnetischen Drehmoments (im statorfesten Koordinatensystem mit bezogenen Größen). Ein mechanisches Antriebsstrang-Modell muss ergänzt werden. Eingangsgrößen sind die beiden Komponenten des Stator-Spannungsraumzeigers $u_{s\alpha}$, $u_{s\beta}$ und die mechanische Winkelgeschwindigkeit ω_m, Ausgangsgröße ist das elektromagnetische Drehmoment m_e

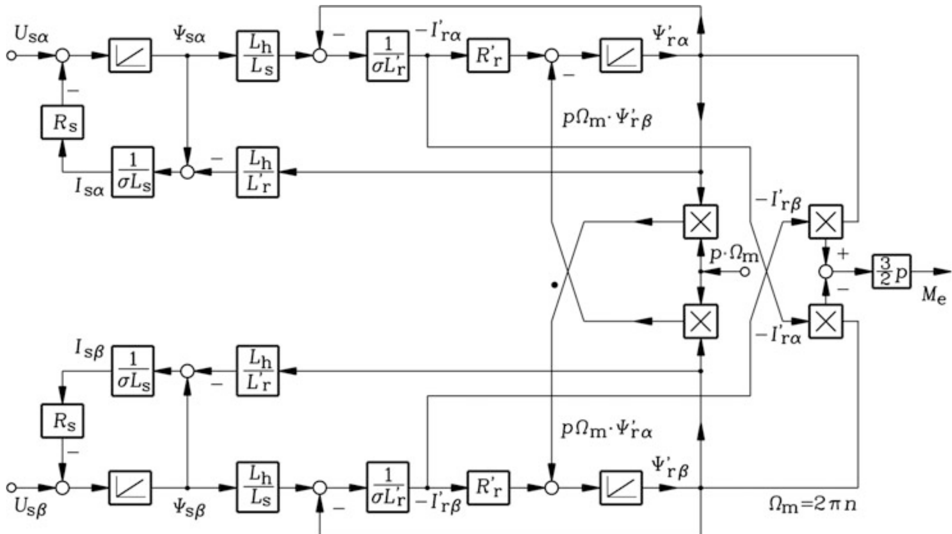


Abb. 15.6 Wie Abb. 15.5, jedoch mit unbezogenen Größen formuliert

$$u_{s\alpha} = r_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{d\psi_{s\alpha}}{d\tau} \qquad u_{s\beta} = r_s \cdot i_{s\beta} + \frac{d\psi_{s\beta}}{d\tau} \tag{15.40a}$$

$$0 = r'_r \cdot i'_{r\alpha} + \frac{d\psi'_{r\alpha}}{d\tau} + \omega_m \cdot \psi'_{r\beta} \quad 0 = r'_r \cdot i'_{r\beta} + \frac{d\psi'_{r\beta}}{d\tau} - \omega_m \cdot \psi'_{r\alpha} \tag{15.40b}$$

$$\psi_{s\alpha} = \sigma \cdot x_s \cdot i_{s\alpha} + \frac{x_h}{x'_r} \cdot \psi'_{r\alpha} \qquad \psi_{s\beta} = \sigma \cdot x_s \cdot i_{s\beta} + \frac{x_h}{x'_r} \cdot \psi'_{r\beta} \tag{15.40c}$$

$$\psi'_{r\alpha} = \sigma \cdot x'_r \cdot i'_{r\alpha} + \frac{x_h}{x_s} \cdot \psi_{s\alpha} \qquad \psi'_{r\beta} = \sigma \cdot x'_r \cdot i'_{r\beta} + \frac{x_h}{x_s} \cdot \psi_{s\beta} \tag{15.40d}$$

$$\tau_J \cdot \frac{d\omega_m}{d\tau} = (\psi'_{r\beta} \cdot i'_{r\alpha} - \psi'_{r\alpha} \cdot i'_{r\beta}) - m_L \tag{15.40e}$$

$$\begin{aligned} U_{s\alpha}(t) &= R_s \cdot I_{s\alpha}(t) + d\Psi_{s\alpha}/dt \\ U_{s\beta}(t) &= R_s \cdot I_{s\beta}(t) + d\Psi_{s\beta}/dt \end{aligned} \tag{15.41a}$$

$$\begin{aligned} 0 &= R'_r \cdot I'_{r\alpha}(t) + d\Psi'_{r\alpha}/dt + p \cdot \Omega_m(t) \cdot \Psi'_{r\beta}(t) \\ 0 &= R'_r \cdot I'_{r\beta}(t) + d\Psi'_{r\beta}/dt - p \cdot \Omega_m(t) \cdot \Psi'_{r\alpha}(t) \end{aligned} \tag{15.41b}$$

$$\begin{aligned} \Psi_{s\alpha}(t) &= \sigma \cdot L_s \cdot I_{s\alpha}(t) + \left(L_h/L'_r\right) \cdot \Psi'_{r\alpha}(t) \\ \Psi_{s\beta}(t) &= \sigma \cdot L_s \cdot I_{s\beta}(t) + \left(L_h/L'_r\right) \cdot \Psi'_{r\beta}(t) \end{aligned} \tag{15.41c}$$

$$\begin{aligned} \Psi'_{r\alpha}(t) &= \sigma \cdot L'_r \cdot I'_{r\alpha}(t) + (L_h/L_s) \cdot \Psi_{s\alpha}(t) \\ \Psi'_{r\beta}(t) &= \sigma \cdot L'_r \cdot I'_{r\beta}(t) + (L_h/L_s) \cdot \Psi_{s\beta}(t) \end{aligned} \tag{15.41d}$$

$$J \cdot \frac{d\Omega_m(t)}{dt} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot (\Psi'_{r\beta}(t) \cdot I'_{r\alpha}(t) - \Psi'_{r\alpha}(t) \cdot I'_{r\beta}(t)) - M_L(t) \tag{15.41e}$$

15.5 Lösungen der dynamischen Gleichungen für konstante Drehzahl

Die mechanische Zeitkonstante der Asynchronmaschine, die die Zeitskala für Drehzahländerungen bestimmt, hängt von der bezogenen Anlaufzeitkonstante τ_J ab und ist i. A. deutlich länger als die elektrischen Zeitkonstanten der Stator- und Rotorwicklung, die die zeitliche Änderung der Stator- und Rotorströme bestimmen. Daher kann man zur Berechnung elektrischer Ausgleichsvorgänge in vielen Fällen die während des elektrischen Ausgleichsvorgangs stattfindende Drehzahländerung näherungsweise vernachlässigen. Mit der Annahme einer konstanten Drehzahl ω_m = konst. werden die verbleibenden 4 komplexen oder 8 reellen Spannungs- und Flussverkettungsgleichungen linear, wenn strom- bzw. flussunabhängige Widerstände und Induktivitäten angenommen werden. Für die Lösung der linearen Differentialgleichungen ist es von Vorteil, die Laplace-Transformation

zu verwenden. Anwendungen, bei denen eine konstante Drehzahl vorausgesetzt werden kann, aber elektrische Ausgleichsvorgänge auftreten, sind z. B. der Umrichterbetrieb, das Umschalten von Y auf D beim Stern-Dreieck-Hochlauf nach erfolgtem Hochlauf in Y-Schaltung (Bsp. 15.2), das Zuschalten eines über die Turbine hochgeschleppten Asynchrongenerators an das Netz, der plötzliche Kurzschluss in der Ständerwicklung oder ähnliche Netzstörungen wie der Ausfall einer Strangspannung durch Bruch der Netzzuleitung usw. Da die Bewegungsgleichung nicht gelöst zu werden braucht, kann die Lösung direkt mit den vier komplexen Raumzeigergleichungen erfolgen, die im Laplace-Bildbereich algebraische Gleichungen sind. Mit den Laplace-Transformierten

$$L(\underline{i}_\mathrm{s}(\tau)) = \underline{i}_\mathrm{s}(s), \quad L(\underline{u}_\mathrm{s}(\tau)) = \underline{u}_\mathrm{s}(s), \quad L(\underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau)) = \underline{\psi}_\mathrm{s}(s), \quad L(\underline{i}'_\mathrm{r}(\tau)) = \underline{i}'_\mathrm{r}(s),$$
$$L(\underline{\psi}'_\mathrm{r}(\tau)) = \underline{\psi}'_\mathrm{r}(s)$$

und den zugehörigen Anfangsbedingungen

$$\underline{i}_\mathrm{s}(\tau = 0) = \underline{i}_\mathrm{s0}, \quad \underline{i}'_\mathrm{r}(\tau = 0) = \underline{i}'_\mathrm{r0}, \quad \underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau = 0) = \underline{\psi}_\mathrm{s0}, \quad \underline{\psi}'_\mathrm{r}(\tau = 0) = \underline{\psi}'_\mathrm{r0}$$

folgt:

$$r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + s \cdot \underline{\psi}_\mathrm{s}(s) = \underline{u}_\mathrm{s}(s) + \underline{\psi}_\mathrm{s0} \tag{15.42a}$$
$$r'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s) + (s - j \cdot \omega_\mathrm{m}) \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r}(s) = \underline{\psi}'_\mathrm{r0} \tag{15.42b}$$
$$\underline{\psi}_\mathrm{s}(s) = x_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s) \tag{15.42c}$$
$$\underline{\psi}'_\mathrm{r}(s) = x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + x'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s) \tag{15.42d}$$

Wie in Abschn. 15.2 gezeigt wurde, hängt die resultierende Ständerflussverkettung und daher die magnetisch wirksame Ständerstranginduktivität der Asynchronmaschine vom jeweiligen Schlupf ab. Beim Schlupf $s = 0$ ist der Rotor stromlos, die Ständerinduktivität ist x_s. Die entsprechende bezogene Leerlaufzeitkonstante wird sowohl für die Statorseite als auch für die Rotorseite als τ_s bzw. τ_r definiert (15.43a) und beschreibt elektrische Ausgleichsvorgänge in der Stator- bzw. Rotorwicklung, wenn keine Kopplung zwischen den beiden Wicklungen diese Ausgleichsvorgänge beeinflusst.

$$\tau_\mathrm{s} = \frac{x_\mathrm{s}}{r_\mathrm{s}} \qquad \tau_\mathrm{r} = \frac{x'_\mathrm{r}}{r'_\mathrm{r}} \tag{15.43a}$$

Bei unendlich hohem Schlupf („ideeller“ Kurzschlusspunkt) ist die resultierende Statorinduktivität durch $\sigma \cdot x_\mathrm{s}$ gegeben, was in etwa auch dem elektromagnetischem Zustand bei Rotorstillstand (Schlupf $s = 1$) entspricht. Man nennt die zugehörigen elektrischen Zeitkonstanten für die Stator- bzw. Rotorwicklung die Kurzschlusszeitkonstanten $\tau_{\mathrm{s}\sigma}$ bzw. $\tau_{\mathrm{r}\sigma}$, die wegen $\sigma \approx 0.1$ nur etwa 10 % der Leerlaufzeitkonstanten betragen.

$$\tau_{s\sigma} = \frac{1}{\alpha_s} = \frac{\sigma \cdot x_s}{r_s} \qquad \tau_{r\sigma} = \frac{1}{\alpha_r} = \frac{\sigma \cdot x'_r}{r'_r} \tag{15.43b}$$

Die realen Ausgleichsvorgänge erfolgen mit Zeitkonstanten, die i. A. zwischen der Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstante liegen, wie im Folgenden gezeigt wird.

Beispiel 15.2

Berechnung des Ständerstroms beim Umschalten von Y auf D beim Stern-Dreieck-Hochlauf (vgl. Kap. 7) nach erfolgtem Hochlauf in Y-Schaltung: Es wird das Aufschalten des Sinus-Drehspannungssystem zum Zeitpunkt $\tau = 0$ auf die Ständerwicklung des Asynchronmotors betrachtet, dessen Läufer bereits mit der mechanischen Kreisfrequenz ω_m rotiert. Zum Zeitpunkt $\tau = 0$ sind Stator- und Rotorwicklung stromlos. Das dreiphasige symmetrische Spannungssystem in bezogenen Größen ist gegeben durch die Strangspannungsamplitude u_s und die Netz-Kreisfrequenz $\omega_s = 1$:

$$u_U(\tau) = u_s \cdot \cos(\omega_s \tau)$$
$$u_V(\tau) = u_s \cdot \cos(\omega_s \tau - 2\pi/3)$$
$$u_W(\tau) = u_s \cdot \cos(\omega_s \tau - 4\pi/3)$$

1. Berechnen Sie den Stator-Spannungsraumzeiger im Zeitbereich und Laplace-Bildbereich!
2. Berechnen Sie den Stator-Stromraumzeiger $\underline{i}_s(s)$ im Laplace-Bildbereich!
3. Transformieren Sie die Lösung $\underline{i}_s(s)$ zurück in den Zeitbereich!

Lösung:

1. Der Stator-Spannungsraumzeiger $\underline{u}_s(\tau)$ rotiert gemäß Kap. 14 im Zeitbereich mit der Kreisfrequenz $\omega_s = 1$ mit konstanter Amplitude $u_s = 1$ in der Querschnittsebene der Asynchronmaschine.

$$\underline{u}_s(\tau) = \frac{2}{3} \cdot \left(u_U(\tau) + \underline{a} \cdot u_V(\tau) + \underline{a}^2 \cdot u_W(\tau)\right) = u_s \cdot e^{j\tau}$$

   Die Laplace-Transformation ergibt: $\underline{u}_s(s) = \frac{u_s}{s-j}$.
2. Anfangsbedingungen zur Lösung des Gleichungssystems (15.42):

$$\underline{i}_{s0} = 0, \underline{i}'_{r0} = 0, \quad \underline{\psi}_{s0} = 0, \quad \underline{\psi}'_{r0} = 0.$$

   In (15.42) werden die beiden Flussverkettungsgleichungen (15.42c,d) in die beiden Spannungsgleichungen (15.42a,b) eingesetzt und die Flussverkettungen dadurch eliminiert. Es verbleiben zwei algebraische Gleichungen mit den Unbekannten $\underline{i}_s(s)$, $\underline{i}'_r(s)$, die mit der Cramer'schen Regel gelöst werden.

$$(r_s + s \cdot x_s) \cdot \underline{i}_s(s) + s \cdot x_h \cdot \underline{i}'_r(s) = \underline{u}_s(s)$$

$$(s - j \cdot \omega_m) \cdot x_h \cdot \underline{i}_s(s) + \left(r'_r + (s - j \cdot \omega_m) \cdot x'_r\right) \cdot \underline{i}'_r(s) = 0$$

$$\underline{i}_s(s) = \frac{u_s}{s - j} \cdot \frac{r'_r + (s - j\omega_m) \cdot x'_r}{(r_s + s \cdot x_s) \cdot (r'_r + (s - j\omega_m) \cdot x'_r) - s \cdot x_h^2 \cdot (s - j\omega_m)}$$

$$= \frac{u_s}{s - j} \cdot \frac{r'_r + (s - j\omega_m) \cdot x'_r}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot \left(s^2 + s \cdot \left(\frac{r_s x'_r + x_s r'_r}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r} - j\omega_m\right) + \frac{r_s \cdot (r'_r - j\omega_m \cdot x'_r)}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r}\right)}$$

Mit den Abkürzungen $\underline{s}_a$ und $\underline{s}_b$ für die beiden komplexen Wurzeln des quadratischen Nennerpolynoms erhalten wir die Lösung für den Stator-Stromraumzeiger im Laplace-Bildbereich.

$$\underline{i}_s(s) = \frac{u_s}{s - j} \cdot \frac{r'_r + (s - j\omega_m) \cdot x'_r}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot \left(s - \underline{s}_a\right) \cdot \left(s - \underline{s}_b\right)} \tag{15.44}$$

3. Die Laplace-Rücktransformation in den Zeitbereich erfolgt durch Partialbruchzerlegung der Lösung (15.44) und anschließender Anwendung der Transformationstabellen aus Kap. 12.

$$\underline{i}_s = \frac{\underline{A}}{s - j} + \frac{\underline{B}}{s - \underline{s}_a} + \frac{\underline{C}}{s - \underline{s}_b} \tag{15.45a}$$

$$\underline{i}_s(\tau) = \underline{A} \cdot e^{j \cdot \tau} + \underline{B} \cdot e^{\underline{s}_a \cdot \tau} + \underline{C} \cdot e^{\underline{s}_b \cdot \tau} \tag{15.45b}$$

Die komplexen Konstanten $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ berechnet man z. B. mithilfe des Heaviside'schen Entwicklungssatzes (15.46), worin das Symbol Π als Großbuchstabe „Pi" (siehe das griechische Alphabet im Eingangsteil des Buches) für „Produkt" steht. Dabei ist in (15.46) der Grad des Zählerpolynoms $Z(s)$ zumindest um Eins kleiner als der Grad n des Nennerpolynoms.

$$L^{-1}\left\{\frac{Z(s)}{(s - \underline{s}_1) \cdot (s - \underline{s}_2) \cdot \ldots \cdot (s - \underline{s}_n)}\right\} = \sum_{i=1}^{n} \frac{Z(\underline{s}_i)}{\prod\limits_{k=1\ldots n \wedge k \neq i} (\underline{s}_i - \underline{s}_k)} \cdot e^{\underline{s}_i \cdot t} \tag{15.46}$$

Wir erhalten für $n = 3$ für die Konstanten $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$:

$$i = 1 : \ \underline{s}_1 = j : \underline{A} = \frac{u_s \cdot (r'_r + (j - j\omega_m) \cdot x'_r)}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot \left(j - \underline{s}_a\right) \cdot \left(j - \underline{s}_b\right)}$$

$$i = 2 : \ \underline{s}_2 = \underline{s}_a : \underline{B} = \frac{u_s \cdot (r'_r + (\underline{s}_a - j\omega_m) \cdot x'_r)}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot \left(\underline{s}_a - j\right) \cdot \left(\underline{s}_a - \underline{s}_b\right)}$$

$$i = 3 : \ \underline{s}_3 = \underline{s}_b : \underline{C} = \frac{u_s \cdot (r'_r + (\underline{s}_b - j\omega_m) \cdot x'_r)}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot \left(\underline{s}_b - j\right) \cdot \left(\underline{s}_b - \underline{s}_a\right)}$$

Die komplexen Wurzeln des Nennerpolynoms von (15.44) $\underline{s}_{\mathrm{a}}$, $\underline{s}_{\mathrm{b}}$ hängen von der mechanischen Winkelgeschwindigkeit ω_{m} ab.

$$s^2 + s \cdot \left(\frac{r_{\mathrm{s}} x'_{\mathrm{r}} + x_{\mathrm{s}} r'_{\mathrm{r}}}{\sigma x_{\mathrm{s}} x'_{\mathrm{r}}} - j\omega_{\mathrm{m}} \right) + \frac{r_{\mathrm{s}}(r'_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}} x'_{\mathrm{r}})}{\sigma x_{\mathrm{s}} x'_{\mathrm{r}}}$$
$$= s^2 + s \cdot (\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}) + \alpha_{\mathrm{s}} \cdot (\sigma \cdot \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}) = 0$$
$$s^2 + s \cdot (\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}) + \alpha_{\mathrm{s}} \cdot (\sigma \cdot \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}) = s^2 + \underline{p} \cdot s + \underline{q} = 0$$
$$\underline{s}_{\mathrm{a,b}} = -\frac{\underline{p}}{2} \pm \sqrt{\frac{\underline{p}^2}{4} - \underline{q}}$$

Die Lösungen $\underline{s}_{\mathrm{a}}$ und $\underline{s}_{\mathrm{b}}$ lauten in allgemeiner Form

$$\underline{s}_{\mathrm{a}} = -\frac{1}{\tau_a} + j \cdot \omega_{\mathrm{d,a}}, \quad \underline{s}_{\mathrm{b}} = -\frac{1}{\tau_{\mathrm{b}}} + j \cdot \omega_{\mathrm{d,b}}.$$

Die Lösungsanteile

$$\underline{B} \cdot e^{-\tau/\tau_{\mathrm{a}}} \cdot e^{j\omega_{\mathrm{d,a}}\tau} + \underline{C} \cdot e^{-\tau/\tau_{\mathrm{b}}} \cdot e^{j\omega_{\mathrm{d,b}}\tau}$$

in (15.45b) stellen den mit den Zeitkonstanten τ_{a}, τ_{b} abklingenden Einschwingvorgang mit den Eigen-Kreisfrequenzen $\omega_{\mathrm{d,a}}$, $\omega_{\mathrm{d,b}}$ dar. Der Lösungsanteil $\underline{A} \cdot e^{j \cdot \tau}$ in (15.45b) stellt die stationäre, eingeschwungene Lösung dar. Der Stator-Stromraumzeiger rotiert mit der Amplitude $\underline{A}$ und derselben Kreisfrequenz $\omega_{\mathrm{s}} = 1$ wie der ihn verursachende Stator-Spannungsraumzeiger $\underline{u}_{\mathrm{s}}(\tau)$.

Die in Beispiel 15.2 gefundene Lösung (15.45b) enthält mehrere allgemein gültige Aussagen für das transiente Verhalten der Asynchronmaschine bei konstanter Drehzahl, die im Folgenden diskutiert werden.

a) Partikuläre Lösung: Die partikuläre Lösung $\underline{i}_{\mathrm{s,p}}(\tau) = \underline{A} \cdot e^{j \cdot \tau}$ stellt die stationäre Lösung für den Stator-Stromraumzeiger dar und ist in Beispiel 15.2 gegeben durch:

$$\underline{i}_{\mathrm{s,p}}(\tau) = \frac{u_s \cdot (r'_{\mathrm{r}} + (j - j\omega_{\mathrm{m}}) \cdot x'_{\mathrm{r}})}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \cdot x'_{\mathrm{r}} \cdot \left(j - \underline{s}_{\mathrm{a}}\right) \cdot \left(j - \underline{s}_{\mathrm{b}}\right)} \cdot e^{j \cdot \tau}.$$

Der Ständerstromraumzeiger und das von ihm erregte Drehfeld rotieren mit der Kreisfrequenz $\omega_{\mathrm{s}} = 1$. Wird der Schlupf in gewohnter Weise mit 1 - $\Omega_{\mathrm{m}}/\Omega_{\mathrm{syn}}$ definiert, so gilt in bezogener Schreibweise:

$$\text{Schlupf } S = 1 - \frac{\Omega_{\mathrm{m}}}{\Omega_{\mathrm{syn}}} = 1 - \omega_{\mathrm{m}}. \tag{15.47}$$

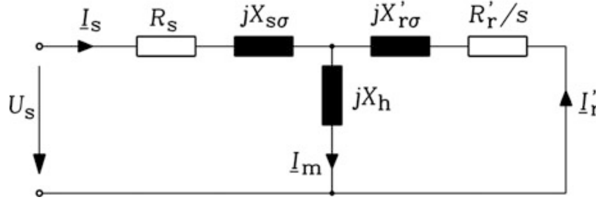


Abb. 15.7 T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine je Strang ohne Ummagnetisierungs- und Reibungsverluste, das als Stationärlösung für den Stator-Stromraumzeiger bei vorgegebenem Stator-Spannungsraumzeiger und Schlupf s auftritt (Anmerkung: Im Text dieses Kap. 15 wird gemäß (15.47) s mit S bezeichnet!). Es ist daher identisch mit dem in Kap. 5 hergeleiteten T-Ersatzschaltbild für sinusförmig eingeschwungene Strom- und Spannungsverläufe

Um das Symbol „s" des Schlupfs nicht mit jenem des Laplace-Operators s zu verwechseln, verwenden wir in diesem Abschnitt für den Schlupf den Großbuchstaben „S". Mit der Umformung des Nennerpolynoms der partikulären Lösung

$$\begin{aligned}
&\sigma x_s x'_r \cdot \left(j - \underline{s}_a\right) \cdot \left(j - \underline{s}_b\right) \\
&\quad = \sigma x_s x'_r \cdot \left(j^2 + j \cdot (\alpha_s + \alpha_r - j\omega_m) + \alpha_s \cdot (\sigma \cdot \alpha_r - j\omega_m)\right) \\
&\quad = r_s r'_r - S \cdot \sigma \cdot x_s x'_r + j \cdot \left(S \cdot r_s x'_r + x_s r'_r\right)
\end{aligned}$$

erhalten wir folgende Darstellung der Stationärlösung für den Stator-Stromraumzeiger:

$$\underline{i}_{s,p}(\tau) = \frac{u_s \cdot (r'_r + j \cdot S \cdot x'_r)}{r_s r'_r - S \cdot \sigma \cdot x_s x'_r + j \cdot \left(S \cdot r_s x'_r + x_s r'_r\right)} \cdot e^{j \cdot \tau}. \tag{15.48}$$

Damit ist die Lösung für die Amplitude des Stator-Stromraumzeigers identisch mit der Lösung des Stator-Stromzeitzeigers für den sinusförmig eingeschwungenen Zustand bei Betrieb am Sinus-Drehspannungsnetz (15.49), der durch das T-Ersatzschaltbild beschrieben wird und in Kap. 5 ausführlich erläutert wurde. In Abb. 15.7 ist dies nochmals mit Parametern in physikalischen Einheiten dargestellt, wobei der Schlupf S in der gewohnten Notation als Kleinbuchstabe s verwendet wird.

$$\hat{\underline{I}}_s = \hat{\underline{U}}_s \frac{R'_r + j \cdot S \cdot X'_r}{(R_s R'_r - S \cdot \sigma \cdot X_s X'_r) + j(S \cdot R_s X'_r + X_s R'_r)} \tag{15.49}$$

Fazit:
Wenn eine Asynchronmaschine bei konstanter Drehzahl (=konstanter Schlupf) an ein Sinus-Drehspannungssystem geschaltet wird, beschreibt der Orbit des Stator-Stromraumzeigers der stationären Lösung eine Kreis. Der Zeiger rotiert mit Netz-Kreisfrequenz. Seine Länge und Phasenlage relativ zum Stator-Spannungszeiger sind durch das T-Ersatzschaltbild bestimmt.

b) Homogene Lösung: Die homogene Lösung $\underline{i}_{s,h}(\tau) = \underline{B} \cdot e^{\underline{s}_a \cdot \tau} + \underline{C} \cdot e^{\underline{s}_b \cdot \tau}$ des Differentialgleichungssystems, die den abklingenden Einschwingvorgang beschreibt, klingt mit den Zeitkonstanten

$$\tau_a = -\frac{1}{\mathrm{Re}(\underline{s}_a)}, \quad \tau_b = -\frac{1}{\mathrm{Re}(\underline{s}_b)} \tag{15.50}$$

ab, die von den Kurzschlusszeitkonstanten $\tau_{s\sigma}$, $\tau_{r\sigma}$ (bzw. ihren Kehrwerten α_s, α_r) abhängen.

Zunächst soll vereinfachend das Abklingen des Einschwingvorgangs, also der dämpfende Einfluss der Widerstände, vernachlässigt werden: $r_s = 0$, $r'_r = 0$ bzw. $\alpha_s = 0$, $\alpha_r = 0$. Die Bestimmung der Wurzeln $\underline{s}_a$, $\underline{s}_b$ ist dann einfach:

$$s^2 + s \cdot (-j\omega_m) = 0 \quad \rightarrow \quad \underline{s}_a = j\omega_m, s_b = 0.$$

Die vollständige Lösung für den Stator-Stromraumzeiger als Summe aus homogener und partikulärer Lösung erhalten wir aus (15.44)

$$\underline{i}_s(s) = \frac{u_s}{s-j} \cdot \frac{r'_r + (s - j\omega_m) \cdot x'_r}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot \left(s - \underline{s}_a\right) \cdot \left(s - \underline{s}_b\right)}$$

durch Einsetzen von $\underline{s}_a = j\omega_m$, $s_b = 0$ und $r_s = 0$, $r'_r = 0$ über

$$\underline{i}_s(s) = \frac{u_s}{s-j} \cdot \frac{(s - j\omega_m) \cdot x'_r}{\sigma \cdot x_s \cdot x'_r \cdot (s - j\omega_m) \cdot (s - 0)}$$

und Kürzen von $s - j\omega_m$ zu

$$\underline{i}_s(s) = \frac{u_s}{\sigma \cdot x_s \cdot s \cdot (s-j)} = \frac{j \cdot u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s-j}\right).$$

Daher sind die Konstanten für diesen vereinfachten Fall $r_s = 0$, $r'_r = 0$:

$$\underline{A} = -\underline{C} = \frac{u_s}{j \cdot \sigma \cdot x_s}, \quad \underline{B} = 0.$$

Die Laplace-Rücktransformation liefert den Stromraumzeiger im Zeitbereich.

$$\underline{i}_s(\tau) = \frac{j \cdot u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \left(1 - e^{j \cdot \tau}\right) \tag{15.51}$$

Der Orbit des Stromraumzeigers $\underline{i}_s(\tau)$ ist ein Kreis, auf dessen Peripherie der Koordinatenursprung liegt (Abb. 15.8). Seine Amplitude ist wegen der vernachlässigten Widerstände nur durch die resultierende Ständerinduktivität $\sigma \cdot x_s$ begrenzt, also um den Faktor $1/\sigma$

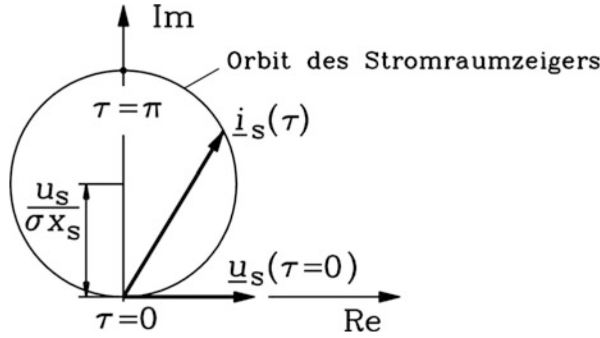


Abb. 15.8 Stator-Stromraumzeiger im Zeitbereich, wenn die Asynchronmaschine bei konstanter Drehzahl und vernachlässigten Widerständen auf ein symmetrisches Drehspannungssystem (Kreisfrequenz $\omega_s = 1$) geschaltet wird. Das Zuschalten erfolgt, wenn die Spannung für Strang U maximal ist

(ca. Faktor 10) größer als der Leerlaufstrom. Der Realteil des Zeigers ist gemäß Kap. 14 der Strom im Strang U (Abb. 15.9b), mithin ein reiner Wechselstrom mit Netzfrequenz.

$$i_U(\tau) = \text{Re}\left\{\underline{i}_s(\tau)\right\} = \text{Re}\left\{\frac{j \cdot u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \left(1 - e^{j \cdot \tau}\right)\right\}$$

$$i_U(\tau) = \frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \text{Re}\left\{\cdot (j - j \cdot (\cos\tau + j\sin\tau))\right\} = \frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \sin\tau$$

Der Stator-Spannungsraumzeiger $\underline{u}_s(\tau) = u_s \cdot (\cos\tau + j \cdot \sin\tau)$ ist zum Zeitpunkt $\tau = 0$ reell: $\underline{u}_s(0) = u_s$ (Abb. 15.8). Gemäß Abb. 15.8 ist dann die Strangspannung im Strang U zum Zeitpunkt des Zuschaltens $\tau = 0$ maximal:

$$u_U(\tau) = \text{Re}\left\{\underline{u}_s(\tau)\right\} = u_s \cdot \cos(\tau), \text{daher } u_U(0) = u_s \cdot \cos(0) = u_s.$$

Würde das Zuschalten der Statorwicklung der Asynchronmaschine an die Netzspannung $\underline{u}_s(\tau)$ eine Viertelnetzperiode später erfolgen (dies entspricht einer Verschiebung im Zeitbereich um $\tau - \pi/2$), so wäre die Strangspannung U zum Zeitpunkt des Zuschaltens Null. Die Raumzeiger von Statorspannung und -strom lauten dann nämlich:

$$\underline{u}_s(\tau) = u_s \cdot e^{j(\tau - \pi/2)} = -j \cdot u_s \cdot e^{j\tau}, \quad \underline{i}_s(\tau) = \frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \left(1 - e^{j \cdot \tau}\right). \tag{15.52}$$

Strangspannung u_U zum Zuschaltzeitpunkt $\tau = 0$:

$$u_U(\tau) = u_s \cdot \cos(\tau - \pi/2) = u_s \cdot \sin\tau \quad \rightarrow \quad u_U(\tau = 0) = 0.$$

Der Strangstrom i_U schwingt in diesem Fall, ausgehend vom Wert Null zum Zuschaltzeitpunkt, auf den doppelten Wert (Abb. 15.9a) seiner Wechselamplitude zum Zeitpunkt

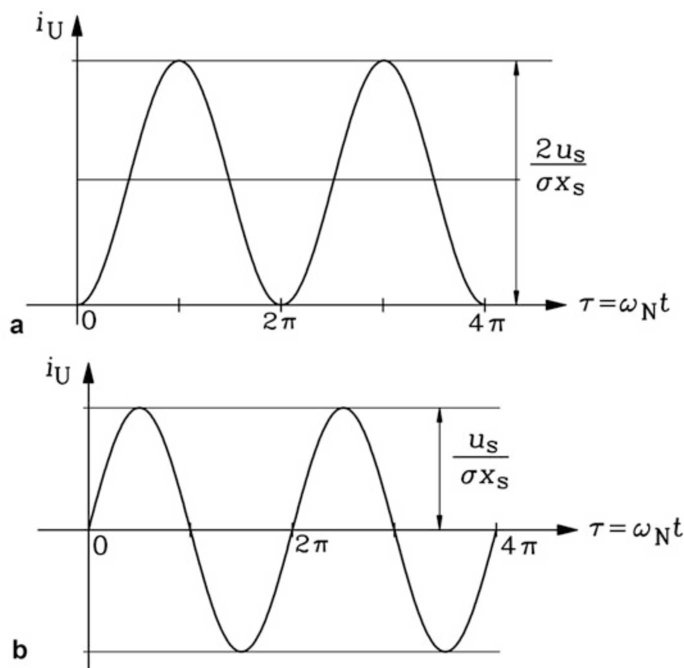


Abb. 15.9 Strangstrom im Strang U, wenn die Asynchronmaschine bei konstanter Drehzahl ω_m = konst. und vernachlässigten Widerständen auf ein symmetrisches Drehspannungssystem (Kreisfrequenz $\omega_s = 1$) geschaltet wird. (**a**) Zuschalten im Nulldurchgang der Strangsspannung von Strang U, (**b**) Zuschalten im Maximum der Strangsspannung von Strang U

$\tau = \pi$ und ist damit doppelt so groß wie der Strommaximalwert im Fall der Abb. 15.9b. Aus (15.52) folgt:

$$i_U(\tau) = \text{Re}\left\{\underline{i}_s(\tau)\right\} = \text{Re}\left\{\frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \left(1 - e^{j \cdot \tau}\right)\right\} = \frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \text{Re}\left\{1 - \cos\tau - j\sin\tau\right\}$$
$$i_U(\tau) = \frac{u_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot (1 - \cos\tau)$$

Im „worst case" tritt im Beispiel von Tab. 15.3 der 10-fache Bemessungsstrom als Strommaximum auf, also z. B. bei $I_N = 100$ A ein Stromscheitelwert $i_{s,max} = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot 100 = 1414$ A.

Fazit:

Beim Zuschalten eines Wicklungsstrangs im Spannungsnulldurchgang ist der Scheitelwert des einschwingenden Stroms maximal („worst case"), da sich dem Wechselstrom ein Gleichstromglied überlagert. Bei vernachlässigten Widerständen (= keine Dämpfung des Einschwingvorgangs) ist der Scheitelwert des Stroms zum Zeitpunkt $\tau = \pi$ doppelt

Tab. 15.3 Transiente Stromamplituden beim Zuschalten ungedämpfter induktiver Stromkreise ($\sigma = 0.0667$, $x_\text{s} = 3$, $u_\text{s} = 1$)

Zuschalten im Spannungsnulldurchgang	*Zuschalten im Spannungsmaximum*
Gleichstromglied = Wechselstromamplitude	Kein Gleichstromglied
Strommaximum 200 %	Strommaximum 100 %
Strommaximum nach einer Halbschwingung	Strommaximum nach einer Viertelschwingung
$i_{s,\max} = 2u_\text{s}/(\sigma \cdot x_\text{s})$ $= 2 \cdot 1/(0.0667 \cdot 3) = 10$	$i_{s,\max} = u_\text{s}/(\sigma \cdot x_\text{s})$ $= 1/(0.0667 \cdot 3) = 5$
„worst case"	„best case"

so groß wie seine Wechselstromamplitude, da Gleich- und Wechselstromamplitude gleich groß sind. Wird bei Spannungsmaximum zugeschaltet, tritt kein Gleichstromglied auf, sondern nur ein Wechselstrom, sodass die zum Zeitpunkt $\tau = \pi/2$ auftretende Stromamplitude nur 50 % des worst case beträgt.

Dieses Verhalten der Stromgrößen in Abhängigkeit vom Zuschaltzeitpunkt auf eine Wechselspannung tritt prinzipiell immer beim Zuschalten induktiver Stromkreise auf, denn beim Zuschalten im Nulldurchgang der Spannung muss die zugehörige Wechselflussverkettung wegen des Induktionsgesetzes maximal sein (bei Vernachlässigung des ohm'schen Spannungsfalls). Dazu müsste die Flussverkettung sprungartig von Null auf den Maximalwert ansteigen und damit auch die magnetische Energie, was einer unendlich hohen Leistungszufuhr bedarf und deshalb nicht möglich ist. Daher ist die Flussverkettung kurz nach dem Einschalten weiterhin Null, was nur möglich ist, wenn zur Wechselflussverkettung eine entgegensetzt gleich große, kompensierende Gleichflussverkettung auftritt, und damit das beschriebene Gleichstromglied.

Das Abklingen des Einschwingvorgangs ist im folgenden Beispiel numerisch dargestellt.

Beispiel 15.3

Abklingen des Einschwingvorgangs beim Zuschalten eines Drehspannungssystems $\underline{u}_\text{s}(\tau) = u_\text{s} \cdot e^{j \cdot \tau}$, $u_\text{s} = 1$, auf eine rotierende Asynchronmaschine:

Motordaten: $r_\text{s} = 0.03$, $r_\text{r}' = 0.04$, $x_\text{s} = 3$, $x_\text{r}' = 3$, $\sigma = 0.0667$. Der Läufer rotiert mit Synchrondrehzahl $\omega_\text{m} = 1$.

a) Bestimmen Sie die Kurzschlusszeitkonstanten (15.43b)!
b) Bestimmen Sie die Wurzeln des Nennerpolynoms des Stator-Stromraumzeigers (15.45a) im Laplace-Bildbereich $\underline{s}_\text{a}$, $\underline{s}_\text{b}$ und daraus die Abklingzeitkonstanten (15.50) und Einschwingfrequenzen (Eigenkreisfrequenzen) des Stator-Stromraumzeigers $\omega_\text{d,a}$ und $\omega_\text{d,b}$! Geben Sie damit den homogenen Teil der Lösung für den Stator-Stromraumzeiger (15.45b) an!

Lösung:

a) $\tau_{s\sigma} = 1/\alpha_s = \sigma \cdot x_s/r_s = 0.0667 \cdot 3/0.03 = 6.67$

$\tau_{r\sigma} = 1/\alpha_r = \sigma \cdot x_r'/r_r' = 0.0667 \cdot 3/0.04 = 5.0$

b) $s^2 + s \cdot (\alpha_s + \alpha_r - j\omega_m) + \alpha_s \cdot (\sigma \cdot \alpha_r - j\omega_m) = s^2 + \underline{p} \cdot s + \underline{q} = 0$

$\underline{p} = \alpha_s + \alpha_r - j\omega_m = 0.35 - j, \quad \underline{q} = \alpha_s \cdot (\sigma \cdot \alpha_r - j\omega_m) = 0.002 - j0.15$

$$\underline{s}_a, \underline{s}_b = -\frac{\underline{p}}{2} \pm \sqrt{\frac{\underline{p}^2}{4} - \underline{q}} = -0.175 + j0.5 \pm \sqrt{-0.22137 - j \cdot 0.025}$$

$$= -0.175 + j0.5 \pm (-0.0265 + j0.471),$$

$$\underline{s}_a = -0.2015 + j0.971 = -\frac{1}{4.96} + j0.971,$$

$$\underline{s}_b = -0.1485 + j0.0288 = -\frac{1}{6.73} + j0.0288.$$

$$\tau_a = -\frac{1}{\mathrm{Re}(\underline{s}_a)} = 4.96 \approx \tau_{r\sigma} = 5.0, \quad \tau_b = -\frac{1}{\mathrm{Re}(\underline{s}_b)} = 6.73 \approx \tau_{s\sigma} = 6.67,$$

$$\omega_{d,a} = 0.97, \quad \omega_{d,b} = 0.029.$$

$$\underline{i}_{s,h}(\tau) = \underline{B} \cdot e^{-\frac{\tau}{4.96}} \cdot e^{j \cdot 0.97 \cdot \tau} + \underline{C} \cdot e^{-\frac{\tau}{6.73}} \cdot e^{j \cdot 0.029 \cdot \tau}$$

Die Konstanten $\underline{B}$ und $\underline{C}$ ergeben sich wie folgt:

$$\underline{B} = \frac{u_s \cdot (r_r' + (\underline{s}_a - j\omega_m) \cdot x_r')}{\sigma \cdot x_s \cdot x_r' \cdot (\underline{s}_a - j) \cdot (\underline{s}_a - \underline{s}_b)}$$

$$= \frac{1 \cdot (0.04 + (-0.2015 + j0.971 - j) \cdot 3)}{0.0667 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (-0.2015 + j0.971 - j) \cdot (-0.2015 + j0.971 + 0.1485 - j0.0288)}$$

$$\underline{B} = -0.4738 - j4.8997$$

$$\underline{C} = \frac{u_s \cdot (r_r' + (\underline{s}_b - j\omega_m) \cdot x_r')}{\sigma \cdot x_s \cdot x_r' \cdot (\underline{s}_b - j) \cdot (\underline{s}_b - \underline{s}_a)}$$

$$= \frac{1 \cdot (0.04 + (-0.1485 + j0.0288 - j) \cdot 3)}{0.0667 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (-0.1485 + j0.0288 - j) \cdot (0.2015 - j0.971 - 0.1485 + j0.0288)}$$

$$\underline{C} = 0.2263 + j5.283$$

Fazit:

Der transiente Stator-Stromraumzeiger klingt mit zwei Zeitkonstanten ab, da zwei miteinander gekoppelte Magnetkreise (=zwei magnetische Energiespeicher), nämlich Stator- und Rotorwicklung, beteiligt sind. Die beiden Zeitkonstanten sind annährend gleich groß wie die Stator- und Rotor-Kurzschlusszeitkonstanten.

Die beiden Konstanten als Stromamplituden $\left|\underline{B}\right| = 4.92$ und $\left|\underline{C}\right| = 5.29$ sind etwa gleich groß. Eine der zwei Eigenkreisfrequenzen $\omega_{\mathrm{d,a}} = 0.971$ ist etwa gleich der elektrischen Statorkreisfrequenz $\omega_{\mathrm{s}} = 1$. Sie ist verknüpft mit dem Rotorgleichstromglied, klingt in etwa mit der Rotor-Kurzschlusszeitkonstanten $\tau_{\mathrm{a}} \approx \tau_{\mathrm{r}\sigma} = 5.0$ ab und wirkt daher als rotierendes „Nahezu“-Gleichfeld statorseitig etwa mit Netzfrequenz. Die andere Eigenkreisfrequenz ist mit $\omega_{\mathrm{d,b}} = 0.029$ sehr klein und repräsentiert die Stator-Gleichstrom-Komponente, die mit etwa der Stator-Kurzschlusszeitkonstanten $\tau_{\mathrm{b}} \approx \tau_{\mathrm{s}\sigma} = 6.67$ abklingt.

Für den worst-case der Spannungszuschaltung in Strang U im Spannungsnulldurchgang mit dem Spannungsraumzeiger $\underline{u}_{\mathrm{s}}(\tau) = -j \cdot u_{\mathrm{s}} \cdot e^{j\tau}$ und damit $\underline{u}_{\mathrm{s}}(0) = -j \cdot u_{\mathrm{s}}$ wird nachfolgend der gemäß (15.45) berechnete Stator-Stromraumzeiger für 5 Statorperioden $0 \leq \tau \leq 10\pi$ für zwei unterschiedliche Drehzahlen dargestellt:

(i) Synchrondrehzahl $\omega_{\mathrm{m}} = 1$, Schlupf $S = 0$ (Abb. 15.10),
(ii) Bemessungsdrehzahl $\omega_{\mathrm{m}} = 0.96$, $S = 0.04$ (Abb. 15.11).

Für den Fall (i) können $\underline{s}_{\mathrm{a}}$ und $\underline{s}_{\mathrm{b}}$, $\underline{B}$ und $\underline{C}$ aus Bsp. 15.3 übernommen werden. Für den Fall (ii) mit $\omega_{\mathrm{m}} = 0.96$ ergeben sich geringfügig andere Werte (Tab. 15.4). Daher bleiben im Fall (ii) die Zeitkonstanten τ_{a}, τ_{b} gegenüber (i) nahezu unverändert, und die Eigenfrequenzen ändern sich geringfügig: $\omega_{\mathrm{d,a}} = 0.93$ statt 0.971, $\omega_{\mathrm{d,b}} = 0.03$ statt 0.029. Am Einschwingvorgang ändert sich somit gegenüber Fall (i) im Fall (ii) fast gar nichts, wie auch der Vergleich der beiden Abb. 15.10 und 15.11 zeigt. Der Unterschied zwischen (i) und (ii) ist in der stationären Lösung sichtbar: Im Fall (i) ist der stationäre Raumzeiger der Leerlaufstrom (Tab. 15.4).

$$\underline{i}_{\mathrm{s}}(\tau \to \infty) = \underline{A}(S = 0) \cdot e^{j\tau} = \underline{i}_{\mathrm{s0}} \cdot e^{j\tau}$$

mit

$$\left|\underline{i}_{\mathrm{s0}}\right| = u_{\mathrm{s}} / \sqrt{r_{\mathrm{s}}^2 + x_{\mathrm{s}}^2} = 1/\sqrt{0.03^2 + 3^2} = 0.33.$$

Tab. 15.4 Berechneter Stator-Stromraumzeiger beim Zuschalten einer Asynchronmaschine an ein symmetrisches Drehspannungssystem, wenn der Läufer rotiert (i) mit Synchrondrehzahl, (ii) mit Bemessungsdrehzahl

Fall (i) $\omega_{\mathrm{m}} = 1, \quad S = 0$	***Fall (ii)*** $\omega_{\mathrm{m}} = 0.96, \quad S = 0.04$
$\underline{s}_{\mathrm{a}} = -0.202 + j0.971$, $\underline{s}_{\mathrm{b}} = -0.149 + j0.029$	$\underline{s}_{\mathrm{a}} = -0.202 + j0.93$, $\underline{s}_{\mathrm{b}} = -0.149 + j0.03$
Stationär: Leerlaufstrom-Raumzeiger = 0.33	Stationär: Bemessungsstrom-Raumzeiger = 1
Abb. 15.10	Abb. 15.11

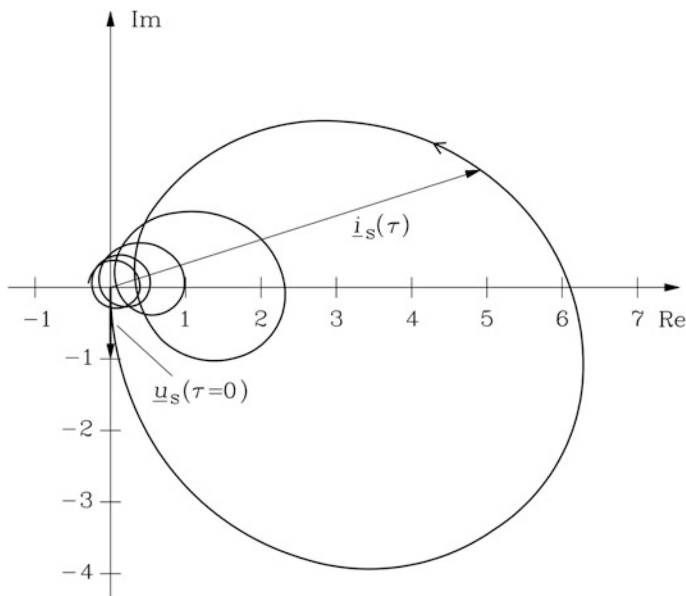


Abb. 15.10 Berechneter Stator-Stromraumzeiger bei Zuschaltung eines symmetrischen Drehspannungssystems (Spannungsraumzeiger $\underline{u}_s$) auf die Ständerwicklung einer mit Synchrondrehzahl $\omega_m = 1$ rotierenden Asynchronmaschine. Die Zuschaltung erfolgt bei Spannungsnulldurchgang im Strang U, Motordaten: $r_s = 0.03$, $r'_r = 0.04$, $x_s = x'_r = 3$, $\sigma = 0.0667$

Im Fall (ii) ist der stationäre Stromraumzeiger der Bemessungsstrom:

$$\left|\underline{i}_{sN}\right| = \left|\underline{A}(S = S_N = 0.04)\right| = 1.$$

Die Projektion des Stator-Stromraumzeigers in den Abb. 15.10 und 15.11 auf die Re-Achse ergibt gemäß Kap. 14 den Zeitverlauf des Stroms im Strang U, die Projektion auf die um 120° gedrehte Re-Achse den Strangstrom i_V und auf die um 240° gedrehte Re-Achse den Strangstrom i_W. In gleicher Weise gilt dies für den Stator-Spannungsraumzeiger. Demnach ist seine Projektion auf die Re-Achse zum Zeitpunkt $\tau = 0$ Null. Die Zuschaltung erfolgt im Nulldurchgang der Strangspannung u_U, was für Strang U den „worst case" darstellt. Folglich ist die dynamische Amplitude des Strangstroms i_U maximal. Das Gleichstromglied aus Strang U fließt wegen der Sternschaltung der Ständerwicklung zur Hälfte im Strang V und im Strang W ab. Durch Drehen des Achsenkreuzes der Re- und Im-Achse um einen Winkel α wird jeder beliebige Zuschaltwinkel α richtig erfasst. Die Strangspannung u_U mit $u_{sU}(0) = u_s \cdot \sin\alpha$ ist somit zum Zuschaltzeitpunkt beliebig vorgebbar und aus der Projektion des Stromraumzeigers auf die gedrehten Koordinatenachsen werden die drei zugehörigen Strangströme ohne nochmalige Rechnung sofort aus den Abb. 15.10 und 15.11 abgelesen. Wenn im Strang U der günstigste Fall „Zuschalten im Spannungsmaximum" auftritt, ist die Spannung in Strang V und W gemäß

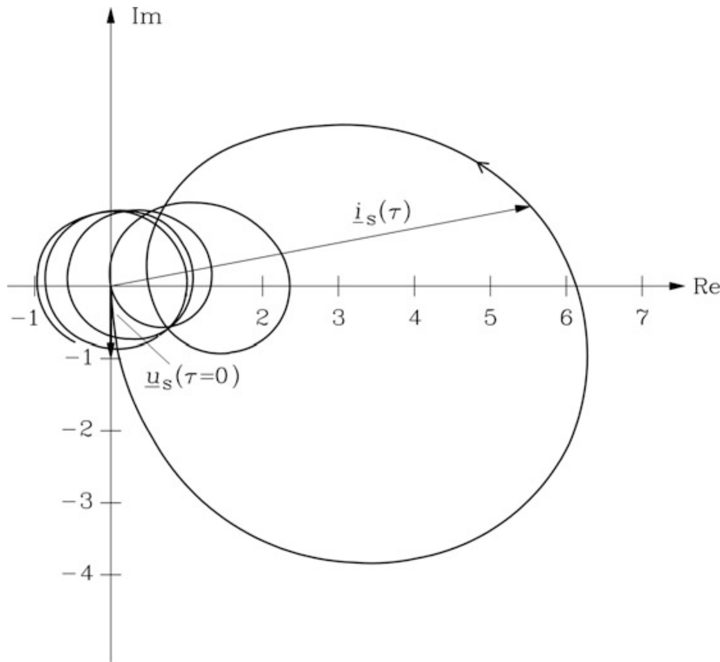


Abb. 15.11 Wie Abb. 15.10, jedoch dreht die Asynchronmaschine mit Bemessungsdrehzahl $\omega_m = 0.96$, der Schlupf ist 4 %

$|u_{sV}(0)| = |u_{sW}(0)| = u_s \cdot \sin 30° = u_s/2$. Es tritt somit in Strang V und W ein verringertes Gleichstromglied auf, das von Strang V nach Strang W fließt. Das Gleichstromglied lässt sich somit prinzipiell nicht vermeiden, wenn alle drei Stränge gleichzeitig zugeschaltet werden.

Die Dämpfung des Gleichstromglieds in der Stator- und Rotorwicklung bewirkt, dass das Strommaximum auch im „worst case" kleiner ist als bei ungedämpftem Verlauf. Die Projektion $i_U(\tau) = \text{Re}\left\{\underline{i}_s(\tau)\right\}$ in den Abb. 15.10 und 15.11 ergibt für den Maximalwert des Strangstroms i_U den Wert $i_{sU,max} = 6.3$ und ist damit deutlich kleiner als im ungedämpften Fall, wie der nachfolgende Vergleich zeigt.

Ungedämpft: $r_s = 0,\ r'_r = 0$	Gedämpft: $r_s = 0.03,\ r'_r = 0.04$
Einschaltstrom $i_{sU,max} = 2u_s/(\sigma \cdot x_s) = 10$	Einschaltstrom $i_{sU,max} = 6.3$

Eine grobe Abschätzung der dämpfenden Wirkung des Statorgleichstromglieds durch die Widerstände zum Zeitpunkt des Strommaximums im „worst case" bei $\tau = \pi$ erfolgt gemäß (15.45b) mit

$$\left| \underline{C} \cdot e^{-\frac{\pi}{6.73}} \cdot e^{j \cdot 0.029 \cdot \pi} \right| = C \cdot 0.627.$$

Anstelle des ungedämpften Werts $i_{sU,max} = 10$ tritt der gedämpfte Wert $i_{sU,max} = 10 \cdot 0.627 = 6.27$ auf, was gut zur exakten Lösung in den Abb. 15.10 und 15.11 passt. Die Verlagerung des Kreisorbitmittelpunkts des Stator-Stromraumzeigers aus dem Koordinatenursprung ist somit im gedämpften Fall gegenüber dem ungedämpften Fall (Abb. 15.8) bereits um 63 % verringert.

Die Übertragungsfunktion des elektrischen Kreises der Asynchronmaschine (Eingang: Stator-Spannungsraumzeiger, Ausgang: Stator-Stromraumzeiger) $\underline{i}_s(s)/\underline{u}_s(s)$ für die Anfangsbedingung $\underline{i}_{s0} = 0$ wurde in Beispiel 15.2 hergeleitet.

$$\underline{i}_s(s)/\underline{u}_s(s) = \frac{r_r' + (s - j\omega_m) \cdot x_r'}{\sigma \cdot x_s \cdot x_r' \cdot \left(s - \underline{s}_a\right) \cdot \left(s - \underline{s}_b\right)} \tag{15.53}$$

Elektrische Zeitkonstante von Stator- und Rotor-Wicklung (vgl. 15.50):

$$\tau_a = -\frac{1}{\mathrm{Re}(\underline{s}_a)}, \quad \tau_b = -\frac{1}{\mathrm{Re}(\underline{s}_b)}. \tag{15.54}$$

Elektrische Eigen-Kreisfrequenzen (zufolge der Läuferdrehung):

$$\omega_{d,a} = \mathrm{Im}(\underline{s}_a), \quad \omega_{d,b} = \mathrm{Im}(\underline{s}_b). \tag{15.55}$$

Zeitkonstanten und Eigenfrequenzen hängen nicht nur von den Widerständen r_s, r_r' und Induktivitäten x_s, x_h, x_r', sondern auch von der Rotordrehzahl ω_m ab, was ein deutlicher Unterschied zum dynamischen Verhalten der Gleichstrommaschine (Kap. 13) ist, wo Ankerzeitkonstante und Eigenfrequenz drehzahlunabhängig sind.

Fazit:
Die Asynchronmaschine reagiert auf rasche Änderungen der Statorspannung (wie z. B. einem Zuschalten der Spannung) mit Gleichstromkomponenten in der Stator- und Rotorwicklung, die mit etwa der Stator- und Rotor-Kurzschlusszeitkonstanten abklingen. Die Wurzeln $\underline{s}_a$, $\underline{s}_b$ sind die beiden Pole der komplexen Übertragungsfunktion des elektrischen Kreises der Asynchronmaschine in der komplexen $\underline{s}$-Bildebene, die die Stator- und Rotorzeitkonstante und die beiden Eigenfrequenzen darstellen. Es treten wegen der zwei beteiligten Wicklungssysteme (Stator- und Rotorwicklung), die zwei magnetische Energiespeicher darstellen, zwei Zeitkonstanten auf, aber wegen der magnetischen Kopplung der relativ zueinander rotierenden Wicklungssysteme auch zwei Eigenfrequenzen. Im Vergleich dazu tritt für den elektrischen Kreis der Gleichstrommaschine (Kap. 13) nur eine Zeitkonstante (Ankerzeitkonstante) auf, da nur eine Wicklung (Ankerwicklung) und damit ein magnetischer Energiespeicher betroffen ist.

Wir unterscheiden im Folgenden für die Bestimmung der Zeitkonstanten τ_a, τ_b und Eigenkreisfrequenzen $\omega_{d,a}$, $\omega_{d,b}$ die beiden praktisch häufig vorkommenden Sonderfälle „Stillstand“ und „Synchrondrehzahl“ des Läufers der Asynchronmaschine.

(i) Stillstand: $\omega_m = 0$ Bei $\omega_\mathrm{m} = 0$ sind die Parameter $\underline{p} = \alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}-j\omega_\mathrm{m}$, $\underline{q} = \alpha_\mathrm{s}\cdot(\sigma\cdot\alpha_\mathrm{r}-j\omega_\mathrm{m})$ des Nennerpolynoms der elektrischen Übertragungsfunktion und in der Folge auch seine Wurzeln $\underline{s}_\mathrm{a}$, $\underline{s}_\mathrm{b}$ reell ($\underline{s}_\mathrm{a} = s_\mathrm{a}$, $\underline{s}_\mathrm{b} = s_\mathrm{b}$).

$$s^2 + s\cdot(\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}-j\omega_\mathrm{m}) + \alpha_\mathrm{s}\cdot(\sigma\cdot\alpha_\mathrm{r}-j\omega_\mathrm{m}) = s^2 + s\cdot(\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}) + \sigma\cdot\alpha_\mathrm{s}\alpha_\mathrm{r} = 0$$

Aufgrund der Tatsache, dass die Blondel'sche Streuziffer i. A. etwa 0.1 ist, ebenso auch $\alpha_\mathrm{s} \approx 0.1$ und $\alpha_\mathrm{r} \approx 0.1$ sind, kann die Näherung $\sqrt{1-x} \approx 1 - x/2$, $x << 1$, für die Berechnung von $\underline{s}_\mathrm{a}$, $\underline{s}_\mathrm{b}$ verwendet werden.

$$s_\mathrm{a}, s_\mathrm{b} = -\frac{\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}}{2}\cdot\left(1 \pm \sqrt{1-\frac{4\sigma\alpha_\mathrm{s}\alpha_\mathrm{r}}{(\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r})^2}}\right) \approx -\frac{\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}}{2}\cdot\left(1 \pm \left(1-\frac{2\sigma\alpha_\mathrm{s}\alpha_\mathrm{r}}{(\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r})^2}\right)\right)$$
$$s_\mathrm{a} \approx -(\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}) + \frac{\sigma\alpha_\mathrm{s}\alpha_\mathrm{r}}{\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}} \approx -(\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}), \quad s_\mathrm{b} \approx -\frac{\sigma\alpha_\mathrm{s}\alpha_\mathrm{r}}{\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}},$$
$$\tau_\mathrm{a} = -\frac{1}{\mathrm{Re}\left\{\underline{s}_\mathrm{a}\right\}} = -\frac{1}{s_\mathrm{a}} = \tau_1, \quad \tau_\mathrm{b} = -\frac{1}{\mathrm{Re}\left\{\underline{s}_\mathrm{b}\right\}} = -\frac{1}{s_\mathrm{b}} = \tau_2.$$

Für die kleine elektrische Zeitkonstante folgt mit $\alpha_\mathrm{s} \approx \alpha_\mathrm{r} = \alpha$ ($x_\mathrm{s} \approx x'_\mathrm{r} = x$, $r_\mathrm{s} \approx r'_\mathrm{r} = r$):

$$\tau_1 = -\frac{1}{s_\mathrm{a}} \approx \frac{1}{\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}} \approx \frac{1}{2\alpha} = \frac{\sigma\cdot x}{2r} \approx \frac{\sigma\cdot x_\mathrm{s}}{2r_\mathrm{s}} \approx \frac{\sigma\cdot x'_\mathrm{r}}{2r'_\mathrm{r}}$$
$$\tau_1 \approx \frac{1}{1/\tau_{\mathrm{s}\sigma} + 1/\tau_{\mathrm{r}\sigma}} = \frac{1}{\frac{r_\mathrm{s}}{\sigma\cdot x_\mathrm{s}} + \frac{r'_\mathrm{r}}{\sigma\cdot x'_\mathrm{r}}} \tag{15.56a}$$

Für die große elektrische Zeitkonstante folgt mit $\alpha_\mathrm{s} \approx \alpha_\mathrm{r} = \alpha$:

$$\tau_2 = -\frac{1}{s_\mathrm{b}} \approx \frac{\alpha_\mathrm{s}+\alpha_\mathrm{r}}{\sigma\alpha_\mathrm{s}\alpha_\mathrm{r}} \approx \frac{2}{\sigma\cdot\alpha} = \frac{2\cdot x}{r} \approx \frac{x_\mathrm{s}}{r_\mathrm{s}} + \frac{x'_\mathrm{r}}{r'_\mathrm{r}}$$
$$\tau_2 \approx \tau_\mathrm{s} + \tau_\mathrm{r} = \frac{x_\mathrm{s}}{r_\mathrm{s}} + \frac{x'_\mathrm{r}}{r'_\mathrm{r}} \tag{15.56b}$$

Bei Stillstand $\omega_\mathrm{m} = 0$ ergeben sich folglich eine kleine und eine große Zeitkonstante τ_1 und τ_2 (15.56a) und (15.56b). Die kleine Zeitkonstante ist etwa die Hälfte der Stator- bzw. der Rotor-Kurzschlusszeitkonstanten (da $\alpha_\mathrm{s} \approx \alpha_\mathrm{r}$), die große Zeitkonstante etwa die Summe der Stator- und Rotor-Leerlaufzeitkonstanten. Die Eigenfrequenzen sind Null, da im Stillstand die Asynchronmaschine nur ein Netzwerk aus Induktivitäten und Widerständen ist.

(ii) Synchrondrehzahl: $\omega_m = 1$ Die komplexen Wurzeln $\underline{s}_{\mathrm{a}}, \underline{s}_{\mathrm{b}}$ des Nennerpolynoms der elektrischen Übertragungsfunktion sind aus der folgenden quadratischen Gleichung zu lösen.

$$\begin{aligned} &s^2 + s \cdot (\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}) + \alpha_{\mathrm{s}} \cdot (\sigma \cdot \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}) \\ &= s^2 + s \cdot (\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j) + \alpha_{\mathrm{s}} \cdot (\sigma \cdot \alpha_{\mathrm{r}} - j) = 0 \\ &\underline{s}_{\mathrm{a}}, \underline{s}_{\mathrm{b}} = -\frac{\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha_{\mathrm{s}} \cdot (\sigma\alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}})}{(\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}})^2}}\right) \end{aligned} \tag{15.57}$$

Für typische bezogene Parameterwerte der Asynchronmaschine $r_{\mathrm{s}} = 0.03$, $r'_{\mathrm{r}} = 0.04$, $x_{\mathrm{s}} = 3$, $x'_{\mathrm{r}} = 3$, $\sigma = 0.0667$ sind, wie oben erwähnt, die Werte $\sigma \sim 0.1$, $\alpha_{\mathrm{s}} \sim 0.1$, $\alpha_{\mathrm{r}} \sim 0.1$ deutlich kleiner als $\omega_{\mathrm{m}} = 1$. Deshalb vereinfachen wir:

$$\underline{s}_{\mathrm{a,b}} \approx -\frac{\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}}{2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{\left(1 - \frac{j4\alpha_{\mathrm{s}}}{\omega_{\mathrm{m}}}\right)}\right)$$

Wegen $\alpha_{\mathrm{s}} \sim 0.1 << 1$ verwenden wir $\sqrt{1-x} \approx 1 - x/2$, $x << 1$, und es folgt:

$$\underline{s}_{\mathrm{a}}, \underline{s}_{\mathrm{b}} \approx -\frac{\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}} - j\omega_{\mathrm{m}}}{2} \cdot \left(1 \pm (1 - \frac{j2\alpha_{\mathrm{s}}}{\omega_{\mathrm{m}}})\right),$$

$$\underline{s}_{\mathrm{a}} = -\alpha_{\mathrm{r}} + j\left(\omega_{\mathrm{m}} + \frac{\alpha_{\mathrm{s}}(\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}})}{\omega_{\mathrm{m}}}\right) \approx -\alpha_{\mathrm{r}} + j\omega_{\mathrm{m}}, \tag{15.58}$$

$$\underline{s}_{\mathrm{b}} = -\alpha_{\mathrm{s}} - j\frac{(\alpha_{\mathrm{s}} + \alpha_{\mathrm{r}})\alpha_{\mathrm{s}}}{\omega_{\mathrm{m}}} \approx -\alpha_{\mathrm{s}}. \tag{15.59}$$

Die beiden elektrischen Wicklungszeitkonstanten (15.50) entsprechen für alle Fälle, wo $\omega_{\mathrm{m}} >> \alpha_{\mathrm{s}}, \alpha_{\mathrm{r}}, \sigma$ ist, also bereits ab bezogenen Drehzahlen von ca. $\omega_{\mathrm{m}} \approx 0.3 \ldots 0.5$, in guter Näherung gemäß (15.60) der Stator-Kurzschlusszeitkonstanten und der Rotor-Kurzschlusszeitkonstanten. Die Wicklungs-Zeitkonstanten sind somit deutlich kürzer als bei Stillstand oder niedriger Drehzahl $\omega_{\mathrm{m}} < 0.3$, und sie sind nicht stark unterschiedlich, sondern etwa gleich groß!

$$\tau_1 = \frac{1}{\alpha_{\mathrm{r}}} = \tau_{\mathrm{r}\sigma}, \quad \tau_2 = \frac{1}{\alpha_{\mathrm{s}}} = \tau_{\mathrm{s}\sigma} \tag{15.60}$$

Eine der beiden Eigenkreisfrequenzen ist gemäß (15.59) nahezu Null ($\omega_{\mathrm{d,b}} \approx 0$), was dem (nichtoszillierenden) Gleichstromglied des Statorstroms entspricht. Die Rotation eines in der Rotorwicklung abklingenden Gleichstromfeldes, erregt durch ein Rotorgleichstromglied, induziert hingegen im Stator eine Spannung mit der Kreisfrequenz ω_{m}, deshalb ist gemäß (15.58) die zugehörige Eigenkreisfrequenz $\omega_{\mathrm{d,a}} \approx \omega_{\mathrm{m}}$. Bei Synchrondrehzahl ist folglich die Eigenfrequenz $\omega_{\mathrm{d,a}} \approx \omega_m = 1$, die Eigenfrequenz $\omega_{\mathrm{d,b}} \approx 0$.

Fazit:
Die beiden elektrischen Eigenfrequenzen, ermittelt aus den Polen der elektrischen Übertragungsfunktion der Asynchronmaschine, erklären sich aus dem Umstand, dass die bei Ausgleichsvorgängen auftretenden Gleichstromkomponenten in den Stator- und Rotorströmen magnetische Gleichfelder erregen, die die Stator- und Rotorwicklung bei Rotation des Läufers induzieren. Die dadurch hervorgerufenen Frequenzen entsprechen den beiden Eigenkreisfrequenzen $\omega_{\mathrm{d,a}}$ *und* $\omega_{\mathrm{d,b}}$.

Beispiel 15.4

Plötzlicher allpoliger Klemmenkurzschluss einer Asynchronmaschine nach Leerlaufbetrieb (Daten siehe Tab. 15.5).

Ein Asynchronmotor wird im Leerlauf bei Bemessungsspannung am Netz betrieben (die Drehzahl ist gemäß Kap. 5 mit guter Näherung die Synchrondrehzahl $\omega_{\mathrm{m}} = 1$), als ein plötzlicher allpoliger Klemmenkurzschluss im Leitungsabschnitt zwischen den Netzsicherungen und den Motorklemmen auftritt. Die Sicherungen lösen aus und trennen den kurzgeschlossenen Motor vom Netz. Die in der Asynchronmaschine gespeicherte magnetische Energie wird in Stromwärme durch den in der Stator- und Rotorwicklung fließenden Kurzschlussstrom umgesetzt (Seifert und Strangmüller 1989). Da der Statorstrom etwa mit der Stator-Kurzschlusszeitkonstante sehr rasch abnimmt, kann für die Berechnung des elektrischen Ausgleichsvorgangs die Drehzahl aufgrund der Massenträgheit des Rotors und der i. A. geringen Bremswirkung der Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste nährungsweise konstant angenommen werden. Nachdem

Tab. 15.5 Motordaten für die Berechnung des Stosskurzschlusses bei einer Asynchronmaschine

Motordaten	4-poliger Motor, 50 Hz-Betrieb	
Bemessungsleistung	110.8 kW	
Bemessungsspannung	380 V Y	$u_{\mathrm{s}} = 1$
Bemessungsstrom	212 A	$i_{\mathrm{s}} = 1$
Bemessungsdrehzahl	1470/min	
Bemessungsmoment M_N	720 Nm	
Bezugsmoment M_B	888.3 Nm	
J	2.8 kgm^2	$\tau_{\mathrm{J}} = 155.5$
R_{s}	25 mΩ	0.024 p.u.
R'_{r}	20 mΩ	0.019 p.u.
L_{s}	9.71 mH	2.95 p.u.
L'_{r}	9.55 mH	2.90 p.u.
L_{h}	9.17 mH	2.78 p.u.
σ	0.094	

der Strom abgeklungen ist, ist die Maschine feldfrei und wird durch die Reibungsverluste auf Null gebremst, was i. A. lange dauert. Berechnen Sie den Stator- und Rotorstromraumzeiger nach erfolgtem Kurzschluss mit der Laplace-Transformation im Bild- und im Zeitbereich!

Lösung:
Anfangsbedingung: Motor-Leerlaufbetrieb bei Bemessungsspannung! Der Rotorstrom ist Null! Der Ständerstrom ist der Leerlaufstrom!

$$\tau < 0: \quad \underline{u}_\mathrm{s} = u_\mathrm{s} \cdot e^{j\tau} = r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s} + x_\mathrm{s} \frac{d\underline{i}_\mathrm{s}}{d\tau} \quad \Rightarrow \quad \underline{i}_\mathrm{s}(\tau) = \frac{u_\mathrm{s} \cdot e^{j\tau}}{r_\mathrm{s} + j \cdot x_\mathrm{s}}$$

Zum Zeitpunkt

$$\tau = 0: \ \underline{i}_\mathrm{s0} = \underline{i}_\mathrm{s}(0) = \frac{u_\mathrm{s}}{r_\mathrm{s} + jx_\mathrm{s}}, \quad \underline{\psi}_\mathrm{s0} = x_\mathrm{s}\underline{i}_\mathrm{s0}, \quad \underline{\psi}'_\mathrm{r0} = x_\mathrm{h}\underline{i}_\mathrm{s0}$$

tritt der allpolige ständerseitige Kurzschluss auf. Wir verwenden die Gleichungen (15.42).

$$\underline{u}_\mathrm{s}(\tau) = 0, \ \tau > 0: \underline{u}_\mathrm{s}(s) = 0$$

$$r_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + s \cdot (x_\mathrm{s} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}'_r(s)) = \underline{u}_\mathrm{s}(s) + \underline{\psi}_\mathrm{s0} = \underline{\psi}_\mathrm{s0}$$

$$r'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s) + (s - j \cdot \omega_\mathrm{m}) \cdot \left(x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + x'_\mathrm{r} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s)\right) = \underline{\psi}'_\mathrm{r0}$$

$$(r_\mathrm{s} + s \cdot x_\mathrm{s}) \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + s \cdot x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s) = x_\mathrm{s}\underline{i}_\mathrm{s0}$$

$$(s - j \cdot \omega_\mathrm{m}) \cdot x_\mathrm{h} \cdot \underline{i}_\mathrm{s}(s) + \left(r'_\mathrm{r} + (s - j \cdot \omega_\mathrm{m}) \cdot x'_\mathrm{r}\right) \cdot \underline{i}'_\mathrm{r}(s) = x_\mathrm{h}\underline{i}_\mathrm{s0}$$

$$\underline{i}_\mathrm{s}(s) = \frac{r'_\mathrm{r} - j\omega_\mathrm{m}x'_\mathrm{r} + s \cdot \sigma \cdot x'_\mathrm{r}}{\sigma \cdot x'_\mathrm{r} \cdot \left(s - \underline{s}_\mathrm{a}\right) \cdot \left(s - \underline{s}_\mathrm{b}\right)} \cdot \underline{i}_\mathrm{s0} = \frac{\underline{D}}{s - \underline{s}_\mathrm{a}} + \frac{\underline{E}}{s - \underline{s}_\mathrm{b}}$$

$$\underline{i}'_\mathrm{r}(s) = \frac{(r_\mathrm{s} + j\omega_\mathrm{m} \cdot x_\mathrm{s}) \cdot x_\mathrm{h}}{\sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot x'_\mathrm{r} \cdot \left(s - \underline{s}_\mathrm{a}\right) \cdot \left(s - \underline{s}_\mathrm{b}\right)} \cdot \underline{i}_\mathrm{s0} = \underline{F} \cdot \left(\frac{1}{s - \underline{s}_\mathrm{a}} - \frac{1}{s - \underline{s}_\mathrm{b}}\right)$$

$$\underline{D} = \frac{r'_\mathrm{r} - j\omega_\mathrm{m}x'_\mathrm{r} + \underline{s}_\mathrm{a} \cdot \sigma \cdot x'_\mathrm{r}}{\sigma \cdot x'_\mathrm{r} \cdot \left(\underline{s}_\mathrm{a} - \underline{s}_\mathrm{b}\right)} \cdot \underline{i}_\mathrm{s0}, \quad \underline{E} = \frac{r'_\mathrm{r} - j\omega_\mathrm{m}x'_\mathrm{r} + \underline{s}_\mathrm{b} \cdot \sigma \cdot x'_\mathrm{r}}{\sigma \cdot x'_\mathrm{r} \cdot \left(\underline{s}_\mathrm{b} - \underline{s}_\mathrm{a}\right)} \cdot \underline{i}_\mathrm{s0},$$

$$\underline{F} = \frac{(r_\mathrm{s} + j\omega_\mathrm{m} \cdot x_\mathrm{s}) \cdot x_\mathrm{h}}{\sigma \cdot x_\mathrm{s} \cdot x'_\mathrm{r} \cdot \left(\underline{s}_\mathrm{a} - \underline{s}_\mathrm{b}\right)} \cdot \underline{i}_\mathrm{s0}.$$

Die Laplace-Rücktransformation ergibt: $\underline{i}_\mathrm{s}(\tau) = \underline{D} \cdot e^{\underline{s}_\mathrm{a}\tau} + \underline{E} \cdot e^{\underline{s}_\mathrm{b}\tau}$. Die Wurzeln $\underline{s}_\mathrm{a}$, $\underline{s}_\mathrm{b}$ werden exakt mit (15.57) berechnet und hier näherungsweise mit (15.58) und (15.59) bestimmt.

$$\underline{i}_\mathrm{s}(\tau) = \underline{D} \cdot e^{-\tau/\tau_{\mathrm{r}\sigma}} \cdot e^{j\omega_\mathrm{m}\tau} + \underline{E} \cdot e^{-\tau/\tau_{\mathrm{s}\sigma}}, \qquad (15.61a)$$

$$\underline{i}'_\mathrm{r}(\tau) = \underline{F} \cdot (e^{-\tau/\tau_{\mathrm{r}\sigma}} \cdot e^{j\omega_\mathrm{m}\tau} - e^{-\tau/\tau_{\mathrm{s}\sigma}}). \qquad (15.61b)$$

Fazit:
Der Kurzschlussstromraumzeiger besteht (a) aus einer mit Rotordrehfrequenz rotierenden Komponente, die vom Rotorgleichstromglied durch Spannungsinduktion hervorgerufen wird und folglich mit der Rotor-Kurzschlusszeitkonstanten abnimmt, und (b) aus einer Gleichstromkomponente, die mit der Stator-Kurzschlusszeitkonstanten abnimmt.

Wie beim Einschalten treten auch beim Kurzschluss die beiden Extremfälle „Kurzschluss im Spannungsmaximum“ und „Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang“ auf (Tab. 15.6). Im ersten Fall tritt im betreffenden Wicklungsstrang kein Gleichstromglied auf. Am einfachsten ist dies aus den obigen Lösungen bei Vernachlässigung der Dämpfung $r_s = r'_r = 0$ erkennbar. Mit $\underline{s}_a = j\omega_m$, $\underline{s}_b = 0$ folgt:

$$\underline{D} = \frac{-1+\sigma}{\sigma} \cdot \underline{i}_{s0}, \quad \underline{E} = \frac{1}{\sigma} \cdot \underline{i}_{s0}, \quad \underline{F} = \frac{x_h}{\sigma \cdot x'_r} \cdot \underline{i}_{s0}.$$

$$\underline{i}_s(\tau) = \underline{i}_{s0} \cdot \left(\frac{1}{\sigma} + \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \cdot e^{j\omega_m \tau}\right) \tag{15.62}$$

$$\underline{i}'_r(\tau) = \underline{i}_{s0} \cdot \frac{x_h}{\sigma \cdot x'_r} \cdot \left(e^{j\omega_m \tau} - 1\right) \tag{15.63}$$

Wie in Beispiel 15.2 tritt der maximale Strangstrom auf, wenn der Kurzschluss beim Spannungsnulldurchgang im betreffenden Strang stattfindet, da sich dann Gleich- und Wechselstromglied überlagern. Der Kurzschlussstrom in der Ständerwicklung ist dann maximal, wenn die Flussverkettung mit der Ständerwicklung ψ_s beim Kurzschlusseintritt maximal ist, weil dann die im Magnetfeld gespeicherte Energie $\sim \psi_s^2$ (vgl. Kap. 4) maximal ist. Sie wird beim Kurzschluss in Stromwärme in der Ständerwicklung durch den dort fließenden Kurzschlussstrom umgesetzt.

Tab. 15.6 Ungedämpfter Stosskurzschlussstrom in der Statorwicklung einer Asynchronmaschine nach Motorleerlauf bei Synchrondrehzahl ($x_s = 2.95$, $\sigma = 0.094$, $u_s = 1$)

Kurzschluss bei	Nulldurchgang der Strangspannung	Maximum der Strangspannung
Spannungsraumzeiger $\tau < 0$	$\underline{u}_s = j \cdot u_s \cdot e^{j\tau}$	$\underline{u}_s = u_s \cdot e^{j\tau}$
Stromraumzeiger $\tau < 0$	$\underline{i}_s = (u_s/x_s) \cdot e^{j\tau}$	$\underline{i}_s = -j \cdot (u_s/x_s) \cdot e^{j\tau}$
Stromraumzeiger $\tau = 0$	$\underline{i}_{s0} = u_s/x_s$	$\underline{i}_{s0} = -j \cdot (u_s/x_s)$
Strangspannung Phase U bei $\tau = 0$	$u_U(0) = \mathrm{Re}\left\{j \cdot u_s \cdot e^{j0}\right\} = 0$	$u_U(0) = \mathrm{Re}\left\{u_s \cdot e^{j0}\right\} = u_s$
Strangstrom Phase U bei $\tau = 0$	$i_{sU}(0) = u_s/x_s = 0.34$	$i_{sU}(0) = 0$
Kurzschlussstrommaximum	$i_{sU,\max} = \frac{u_s}{x_s} \cdot \left(\frac{2}{\sigma} - 1\right) = 6.87$	$i_{sU,\max} = \left\lvert \frac{u_s}{x_s} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \right\rvert = 3.27$
zum Zeitpunkt	$\tau = \pi$	$\tau = \pi/2$

Für die rasche Abschätzung wird eine vereinfachte Formel verwendet, wo die Amplitude des ungedämpften Stromverlaufs (15.62), (15.63) mit der Abdämpfung gemäß (15.61) kombiniert wird.

$$\underline{i}_{\mathrm{s}}(\tau) \cong \underline{i}_{\mathrm{s0}} \cdot \left(\frac{e^{-\tau/\tau_{\mathrm{s}\sigma}}}{\sigma} + \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \cdot e^{-\tau/\tau_{\mathrm{r}\sigma}} \cdot e^{j\omega_{\mathrm{m}}\tau} \right) \tag{15.64a}$$

$$\underline{i}'_{\mathrm{r}}(\tau) \cong \frac{x_{\mathrm{h}}}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}} \cdot \underline{i}_{\mathrm{s0}} \cdot \left(e^{-\tau/\tau_{\mathrm{r}\sigma}} \cdot e^{j\omega_{\mathrm{m}}\tau} - e^{-\tau/\tau_{\mathrm{s}\sigma}}\right) \tag{15.64b}$$

Mit den Werten aus Tab. 15.5 erhalten wir gemäß (15.43b) $\tau_{\mathrm{s}\sigma} = 11.55$, $\tau_{\mathrm{r}\sigma} = 14.35$; nach zwei Netzperioden $2 \cdot 2\pi = 12.6$ ist der Strom auf etwa 35 % des Anfangswerts abgesunken. Das Kurzschlussmoment pulsiert mit der Rotordrehfrequenz aufgrund der Wechselwirkung des rotierenden Rotorgleichfelds mit dem ruhenden Statorgleichfeld.

$$\begin{aligned} m_{\mathrm{e}}(\tau) &= -\mathrm{Im}\left\{x_{\mathrm{h}} \cdot \underline{i}'_{\mathrm{r}} \cdot \underline{i}^{*}_{\mathrm{s}}\right\} \cong \\ &\cong -\frac{x_{\mathrm{h}}^2}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}} \cdot i_{\mathrm{s0}}^2 \cdot e^{-\tau \cdot \left(\frac{1}{\tau_{\mathrm{r}\sigma}} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{s}\sigma}}\right)} \cdot \sin(\omega_{\mathrm{m}}\tau) \end{aligned} \tag{15.64c}$$

Wir schätzen die Momentenamplitude ohne Dämpfung mit $x_{\mathrm{s}} \approx x_{\mathrm{h}}$ wie folgt ab:

$$\hat{m}_{\mathrm{e}} \cong m_{\mathrm{e}}(\pi/2) \cong \frac{x_{\mathrm{h}}^2}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}} \cdot i_{\mathrm{s0}}^2 \cong \frac{x_{\mathrm{h}}^2}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}} \cdot \frac{u_{\mathrm{s}}^2}{x_{\mathrm{s}}^2} \approx \frac{u_{\mathrm{s}}^2}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}}$$

Fazit:
Das Kurzschluss-Drehmoment ist negativ; es wirkt im Mittel bremsend, wobei die Bremsleistung als Stromwärme in den Wicklungswiderständen umgesetzt wird. Da das Drehmoment von den Strömen in allen beteiligten Wicklungssträngen verursacht wird, ist es unabhängig vom Kurzschlusszeitpunkt. Die Wechselamplitude ist gegenüber dem Mittelwert sehr groß ($\hat{m}_{\mathrm{e}} \cong u_{\mathrm{s}}^2/(\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}) \approx 3.5$ bei $u_{\mathrm{s}} = 1$) und deshalb deutlich größer als das Bemessungsmoment. Die Gefahr des Wellenbruchs durch torsionale Wechselbeanspruchung muss dadurch verhindert werden, dass der Wellendurchmesser nicht auf das Bemessungsmoment, sondern zumindest auf den Scheitelwert des Stoßkurzschlussmoments bemessen wird.

Das Stoßkurzschlussmoment sinkt mit etwa halber Kurzschlusszeitkonstante ab.

$$\tau_{\mathrm{sc}} = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{\mathrm{s}\sigma}} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{r}\sigma}}} \cong \frac{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{s}} + r'_{\mathrm{r}}} \approx \frac{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}}{2r_{\mathrm{s}}} \tag{15.65}$$

Die numerisch mit dem Runge-Kutta-Verfahren gewonnenen Lösungen der dynamischen Gleichungen (15.40) sind für die plötzlich ständerseitig kurzgeschlossene Asynchronmaschine mit den in Tab. 15.5 angegeben Daten für das elektromagnetische Drehmoment

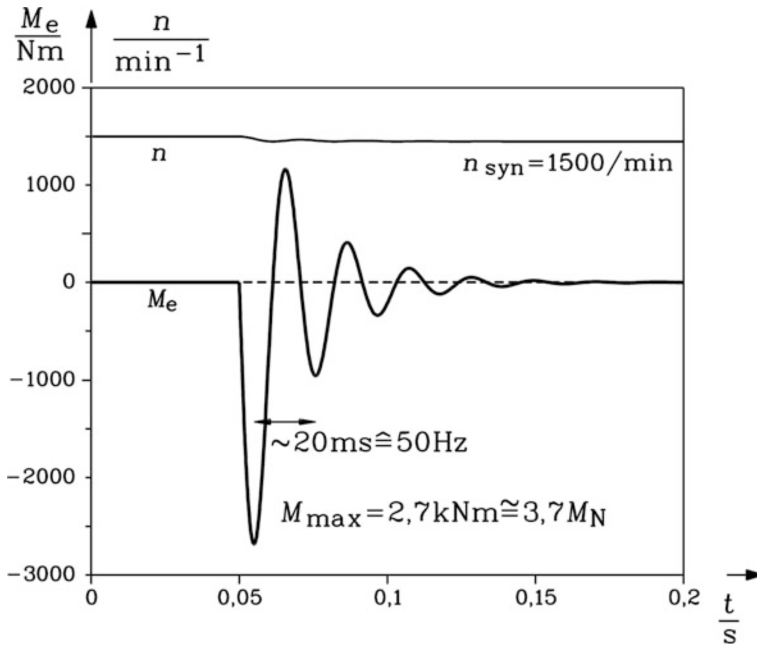


Abb. 15.12 Im Zeitschrittverfahren berechneter Zeitverlauf des Kurzschlussmoments und der Drehzahl für einen mit Synchrondrehzahl rotierenden Motor mit den Daten gemäß Tab. 15.5. Der allpolige Kurzschluss tritt zum Zeitpunkt $t = 0.05$ ms ein

und die Drehzahl in Abb. 15.12 dargestellt. Die Annahme konstanter Drehzahl ist dabei fallengelassen worden. Das Drehmoment pulsiert mit 50 Hz und nimmt annähernd mit der Zeitkonstante (15.65)

$$T_{sc} \cong \frac{\sigma \cdot L_s}{R_s + R_r'} = \frac{0.094 \cdot 0.00971}{0.025 + 0.02} = 20.2 \text{ ms}$$

ab. Der Scheitelwert des ungedämpften Stoßkurzschlussmoments tritt zum Zeitpunkt $\tau = \pi/2$ oder 5 ms nach dem Eintritt des Kurzschlusses auf:

$$\hat{m}_e \approx \frac{x_h^2}{\sigma \cdot x_r'} \cdot i_{s0}^2 = \frac{2.78^2}{0.094 \cdot 2.9} \cdot \frac{1}{2.95^2} = 3.25, \quad \hat{M}_e = \hat{m}_e \cdot M_B = 2895 \text{ Nm}.$$

Die Abschätzung des Scheitelwerts bei Berücksichtigung der Dämpfung ist $2895 \cdot e^{-5/20.2} = 2260$ Nm. Die numerische Lösung liefert den größeren Wert 2700 Nm, und zeigt eine geringfügige Abnahme der Drehzahl aufgrund der Verluste in den Wicklungen. Weitere Verlustkomponenten wurden in der numerischen Rechnung nicht berücksichtigt.

Die annähernd konstante Drehzahl rechtfertigt nachträglich unsere Annahme konstanter Drehzahl bei der Herleitung der analytischen Näherungslösungen.

In Aufgabe A15.5 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch" ist gezeigt, dass auch ein Umschalten einer Asynchronmaschine im laufenden Betrieb von einer Spannungsversorgung auf eine andere Spannungsquelle („Sammelschienenumschaltung") bei zwischen beiden Schaltvorgängen leicht sinkender und damit nahezu konstanter Drehzahl mit der hier gezeigten Systematik berechnet werden kann. Beim Öffnen des Schalters zwischen Spannungsquelle und Ständerwicklung wird wie im Bsp. 15.2 der Statorstrom unterbrochen, aber der Rotorstrom klingt in der kurzgeschlossenen Läuferwicklung erst mit der Rotorzeitkonstanten ab. Prinzipiell ist aber der transiente Ausgleichsvorgang beim Zuschalten der Spannung derselbe wie beim plötzlichen Kurzschluss der Maschine bei derselben Spannung, wie Bsp. 15.2–15.4 zeigen, da es sich um analoge Flussverkettungsänderungen in der Statorwicklung handelt. Es wirken also die kleine Kurzschluss-Induktivität (Ständer-Wechselstromamplitude wie bei $s = 1$) und im „worst case" das Gleichstromglied mit (aufgrundvon R_s) ca. 80 % der Wechselstromamplitude. Je nach dem, ob beim erneuten Zuschalten der Ständerwicklung auf die neue Spannungsquelle der Rotorstrom schon vollständig abgeklungen ist oder nicht, stellt sich ein unterschiedlicher dynamischer Statorstromstoß ein. Dagegen war in Bsp. 15.3 bei der Berechnung des Stromstoßes beim Zuschalten von der Annahme ausgegangen worden, dass Läufer- und Ständerwicklung stromlos sind. Bei Sammelschienenumschaltung hingegen ist im ungünstigen Fall die vom noch nicht abgeklungenen Rotorstrom induzierte Ständerspannung wegen der leicht abnehmenden Läuferdrehzahl (= leicht sinkende Ständerfrequenz) in Phasenopposition zur zugeschalteten Ständerspannung und erhöht damit die wirksame „zugeschaltete" Spannungsdifferenz auf typisch 173 % der Bemessungsspannung. Der Maximalwert des Ständerstroms ist dann $I_{s,max} \approx 1.73 \cdot 1.8 \cdot \sqrt{2} \cdot I_s(s = 1)$, also bei $I_s(s = 1) = 5 \cdot I_{sN}$ etwa $I_{s,max} \approx 22 \cdot I_{sN}$. In gleicher Weise tritt dann ein um 73 % erhöhtes Stoßkurzschlussmoment auf (173 % des Stoßmoments beim plötzlichen allpoligen Kurzschluss!): $M_{e,max} = 1.73 \cdot M_{e,k,3\text{ - str., max}}$. Die Belastung der Maschinenkomponenten ist daher höher als beim Stoßkurzschluss.

Auch auf eine netzseitige plötzliche („sprungartige") Frequenzänderung reagiert die Asynchronmaschine mit einem stoßkurzschlussartigen Ständerstrom und Drehmoment. Springt z. B. die Ständerfrequenz von 50 Hz auf 49.5 Hz, so wirkt dies elektrisch wie das plötzliche Kurzschließen der ständerseitigen 50 Hz-Spannungsquelle und das plötzliche Einschalten einer 49.5 Hz-Spannungsquelle. Die Folge ist ein stoßartiger Ständerkurzschlussstrom wie in Bsp. 15.4, begleitet von einem Stoßmoment ähnlich wie in Abb. 15.12. Als stationärer Zustand stellt sich ein neuer Lastpunkt bei der zu 49.5 Hz passenden Synchrondrehzahl und einem durch das Lastmoment bestimmten Schlupfwert ein. Sinkt die Ständerfrequenz von z. B. 50 Hz auf 49.5 Hz hingegen rampenförmig, so sinken Stoßstromamplitude und Stoßmomentamplitude umso stärker, je länger die Rampendauer ist. „Friedliche" Netzänderungen haben also auch „friedliche" Reaktionen der Maschine zur Folge.

15.6 Lösungen der dynamischen Gleichungen für variable Drehzahl

Die Lösung der dynamischen Gleichungen der Asynchronmaschine bei veränderlicher Drehzahl (15.36) bzw. (15.40) bzw. (15.41) ist i. A. nur numerisch möglich, da das Differentialgleichungssystem nichtlinear ist.

Der dynamische Hochlauf der Asynchronmaschine am Netz ist ein wesentlicher Anwendungsfall der Lösung der dynamischen Gleichungen und wird im Folgenden für eine „kleine" (Asynchronmaschine 2, 1.1 kW, Tab. 15.7) und eine „große" Asynchronmaschine (Asynchronmaschine 1, 110 kW, Tab. 15.7) am Beispiel des Leer-Hochlaufs (d. h. die Maschine ist ungekuppelt), demonstriert. Aufgrund der Wachstumsgesetze der Maschinenparameter ist vor allem das Verhältnis des Anfahrmoments zum Trägheitsmoment beim kleinen Motor deutlich größer, sodass die Zeitverläufe von Drehzahl und Drehmoment nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ unterschiedlich sind.

Tab. 15.7 Daten eines „großen" und eines „kleinen" vierpoligen Asynchronmotors mit Luftkühlung durch einen Wellenlüfter, für die Berechnung des Anlaufverhaltens bei Bemessungsspannung am 50 Hz-Netz

	Asynchronmaschine 1 („groß")		Asynchronmaschine 2 („klein")	
Leistung P_N	110.8 kW		1.18 kW	
Spannung U_N	380 V Y		380 V Y	
Strom I_N	212 A		2.6 A	
Wirkungsgrad η_N	93.4 %		85.5 %	
Leistungsfaktor	0.85		0.81	
Schlupf s_N	2 %		8 %	
Drehzahl n_N	1470 min^{-1}		1380 min^{-1}	
Drehmoment M_N	720 Nm		8.2 Nm	
R_s	25 mΩ	0.024 p.u.	9.5 Ω	0.113 p.u.
R'_r	20 mΩ	0.019 p.u.	6.2 Ω	0.073 p.u.
L_s	9.71 mH	2.95 p.u.	668 mH	2.49 p.u.
L'_r	9.55 mH	2.90 p.u.	662 mH	2.46 p.u.
L_h	9.17 mH	2.78 p.u.	633 mH	2.36 p.u.
σ	0.094		0.094	
J	2.8 kgm^2	$\tau_J = 155.5$	0.00349 kgm^2	$\tau_J = 15.8$
T_J bei M_N	611 ms		67 ms	
Anfahrstrom	$I_1 = 760$ A $\cos\varphi_1 = 0.156$ $M_1 = 205$ Nm		$I_1 = 8.8$ A $\cos\varphi_1 = 0.61$ $M_1 = 8.3$ Nm	

Das Trägheitsmoment J des Rotors um die Drehachse (Parkus 1966; Hibbeler 2005) hängt vom Rotoraußendurchmesser, der etwa gleich dem Stator-Bohrungsdurchmesser d_{si} ist, und der Blechpaketlänge l (bei $d_{\mathrm{si}} \sim l$) gemäß $J \sim d_{\mathrm{si}}^4 l \sim l^5$ ab. Die Motorbemessungsleistung eigengekühlter Maschinen, die also mit einem Wellenlüfter den Kühlluftstrom erzeugen, ist proportional zum Läufervolumen ($\sim d_{\mathrm{si}}^2 l$) und zur Lüfter- bzw. Läuferumfangsgeschwindigkeit ($\sim d_{\mathrm{si}}\pi \cdot f_{\mathrm{s}}/p$), da diese den Kühlluftstrom bestimmt. Bei gleicher Polzahl und Frequenz wächst somit die Motorleistung und damit das Drehmoment proportional $P \sim d_{\mathrm{si}}^3 l \sim l^4$, $M \sim P \cdot p/f_{\mathrm{s}}$. Daher sinkt das Verhältnis M/J mit steigender Motorgröße bzw. Bemessungsleistung. Es ergibt sich ein Verhältnis $J_1/J_2 = (P_1/P_2)^{5/4}$. Im Fall von Tab. 15.7 gemäß der dort angegebenen Bemessungsleistungen ist dieses Verhältnis $J_1/J_2 = (110/1.1)^{5/4} = 316$. Das wirkliche Verhältnis der Trägheitsmomente von Tab. 15.7 ist mit $J_1/J_2 = 2.8/0.00349 = 802$ sogar noch größer und zeigt, dass deshalb „größere“ Maschinen gemäß Kap. 7 längere Hochlaufzeiten aufweisen als „kleinere“ Maschinen, was sich in unterschiedlichen „dynamischen“ Hochlaufkurven $M(n)$ äußert. Bei „größeren“ Maschine ähnelt die dynamische Hochlaufkurve $M(n)$ mehr der stationären Kloss'schen Funktion $M(n)$ (vgl. Abb. 15.14), während sie bei „kleinen“ Maschinen davon deutlich abweicht (vgl. Abb. 15.19).

Fazit:
Als grobe Abschätzung aus den Wachstumsgesetzen folgt, dass die 100-mal stärkere „große“ Asynchronmaschine 1 aufgrund des etwa 1000-mal größeren Eigenträgheitsmoments etwa 10-mal länger für den Leerhochlauf von Null auf etwa Synchrondrehzahl braucht als die kleinere Asynchronmaschine 2.

In Abb. 15.13 ist das numerisch berechnete elektromagnetische Drehmoment (Luftspaltmoment) der Asynchronmaschine 1 in Abhängigkeit von der Zeit während des Leerhochlaufs (die Maschine ist ungekuppelt, daher gilt: Gesamtträgheitsmoment = Eigenträgheitsmoment, Lastmoment $M_{\mathrm{L}} = 0$) dargestellt. In Abb. 15.14 ist die Abhängigkeit des Drehmoments vom Schlupf s zu sehen. Zum Zeitpunkt $t = 1.8$ s nach erfolgtem Hochlauf wird der Motor mit dem Bemessungsmoment $M_{\mathrm{L}} = M_{\mathrm{N}}$ belastet. Im Unterschied zur stationären $M_{\mathrm{e}}(s)$-Kennlinie aus Kap. 5 (gestrichelt in Abb. 15.14) treten ein zusätzliches Wechselmoment beim Anlauf (das ist der Bereich um die Drehzahl „Null“) und ein weiteres mit deutlich niedrigerer Frequenz in der Nähe der Synchrondrehzahl auf. Das maximale Moment („dynamisches“ Kippmoment) ist kleiner als das „stationäre“ Kippmoment.

a) Wechselmoment beim Anlauf im Bereich um die Drehzahl „Null“: Durch das Zuschalten des symmetrischen Sinus-Drehspannungssystems auf die zuvor stromlose Ständerwicklung tritt gemäß Abschn. 15.5 neben dem Stator-Drehstromsystem mit Netzfrequenz auch ein Gleichstromsystem in der Stator- und Rotorwicklung auf, das aufgrund der niedrigen Drehzahl annähernd mit der langen elektrischen Zeitkonstante

(15.56b) $x_s/r_s + x'_r/r'_r$ abnimmt. Die mit Synchrondrehzahl rotierende Stromverteilung im Läufer, hervorgerufen durch die Spannungsinduktion durch das Drehfeld des 50 Hz-Ständerdrehstromsystems, erzeugt mit dem mit Synchrondrehzahl rotierenden 50 Hz-Ständerdrehfeld das zeitlich konstante, mittlere Anfahrmoment $M_1 \approx 205$ Nm, und mit dem stehenden Gleichfeld, erregt vom Ständergleichstrom, das mit 50 Hz pulsierende Wechselmoment. Daher pulsiert das Wechselmoment im Wesentlichen mit 50 Hz (erkennbar an den 5 Perioden je 0.1 s in Abb. 15.13) und ist dem Anfahrmoment M_1 überlagert, sodass eine Drehmomentspitze von ca. 1300 Nm auftritt. Dieses Wechselmoment nimmt mit der Zeitkonstante des Ständer-Gleichstromglieds ab. Es kann in drehelastischen Antriebssträngen Torsionsschwingungen anregen, die vor allem bei großen Maschinen die Welle mechanisch überlasten können.

Durch Erhöhung des Trägheitsmoments beispielsweise um den Faktor 10 ($J = 10 \cdot J_N$, „Schweranlauf", vgl. Kap. 7) nimmt nicht nur die Hochlaufzeit um etwa diesen Faktor zu (Tab. 15.9), sondern auch die Abklingzeit des mit Netzfrequenz 50 Hz pulsierenden Wechselmoments (Abb. 15.16). Der Hochlauf geht so langsam vor sich, dass die Drehzahl zunächst für längere Zeit klein bleibt und damit die elektrischen Zeitkonstanten τ_1, τ_2 (in p.u.) bzw. T_1, T_2 (in Sekunden) etwa den Wert bei Drehzahl Null $\omega_m = 0$ aufweisen. Die dominante lange Zeitkonstante T_2 (15.56b) beschreibt die Abnahme des netzfrequenten

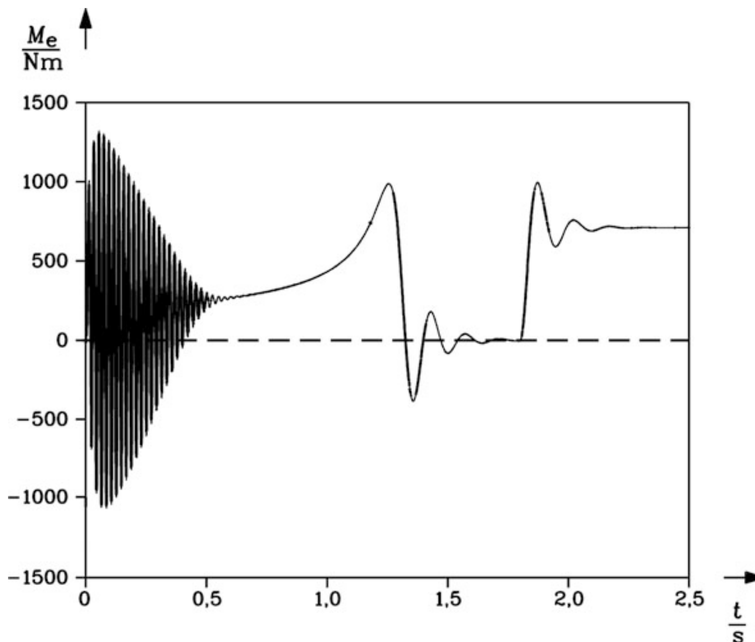


Abb. 15.13 Numerisch berechnetes elektromagnetisches Drehmoment $M_e(t)$ der Asynchronmaschine 1 (Daten: Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs. Zum Zeitpunkt 1.8 s wird die Maschine mit dem Bemessungsmoment belastet

Tab. 15.8 Numerisch berechneter Einfluss des Trägheitsmoments über die Hochlaufzeit auf die Abklingzeit des netzfrequenten Wechselmoments

Trägheitsmoment	$J = J_N$	$J = 10J_N$
Abklingzeit des netzfrequenten Wechselmoments	0.5 s	2 s
	Abb. 15.13	Abb. 15.16

Wechselmoments auf $1/e = 0.37$ während der Zeit $T_2 = L_s/R_s + L'_r/R'_r = 0.388\ \text{s} + 0.478\ \text{s} = 0.866\ \text{s}$, was gut mit dem numerischen Ergebnis in Abb. 15.16 übereinstimmt. Bei kleinem Trägheitsmoment und damit raschem Hochlauf nimmt die mechanische Winkelgeschwindigkeit ω_m rasch zu und verringert damit schnell die elektrischen Zeitkonstanten, sodass das Stator-Gleichstromglied und damit das netzfrequente Wechselmoment mit einer kürzeren Zeitkonstante T_2 abnehmen, obwohl sich an den elektrischen Wicklungsparametern der Maschine nichts geändert hat (Tab. 15.8).

Die Abschätzung der Drehmomentspitze $\hat{M}_1$ beim Anfahren aus dem Wert des mittleren Anfahrmoments M_1, das aus der stationären $M(n)$-Kennlinie bei $n = 0$ abgelesen wird, erfolgt mit der im ungedämpften Fall gültigen Beziehung, dass Gleich- und Wechselstromkomponente bei einem Einschaltvorgang in der Ständerwicklung groß sind (vgl. Abb. 15.9a), was im gedämpften Fall bei langer Anlaufzeit wegen der großen Zeitkonstante $T_2 >> 1/f_s$ ebenfalls in etwa gilt: $I_{DC} \approx \hat{I}_{AC}$. Das mittlere Anzugsmoment ist proportional zur Wirkstromkomponente des Wechselstroms im Stillstand $M_1 \sim \hat{I}_{AC} \cos\varphi_1$. Die Wechselmomentamplitude ist proportional zum Gleichstromglied $M_{1,DC} \sim I_{DC} \sim M_1/\cos\varphi_1$. Die Summe aus dem mittleren Moment und der Wechselmomentamplitude ergibt den Scheitelwert des Moments beim Anfahren.

$$\hat{M}_1 \approx M_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{\cos\varphi_1}\right) \tag{15.66}$$

Der in Abb. 15.16 numerisch ermittelte Wert $\hat{M}_1 = 1400\,\text{Nm}$ ist etwas kleiner als der mit den Werten aus Tab. 15.7 abgeschätzte Wert $\hat{M}_1 = 205 \cdot \left(1 + \frac{1}{0.156}\right) = 1500\,\text{Nm}$, da bereits eine gewisse Abdämpfung des Gleichstromglieds wirksam ist.

b) Dynamisches Kippmoment: In Abb. 15.13 tritt das maximale elektromagnetische Moment als dynamisches Kippmoment $M_{b,dyn} = 980$ Nm zum Zeitpunkt 1.2 s auf und bleibt damit unterhalb des stationären Kippmoments $M_{b,stat} = 1360$ Nm (Abb. 15.14). Die bezogene Hauptflussverkettung $\underline{\psi}_h = x_h \cdot \underline{i}_m$ als Raumzeiger nimmt mit der großen elektrischen Zeitkonstanten τ_2 bzw. T_2 des Magnetisierungsstromraumzeigers zu. Bei Drehzahl Null hat diese große Zeitkonstante gemäß (15.56b) $\tau_2 = x_s/r_s + x'_r/r'_r$ den Wert $T_2 = 0.866$ s. Nehmen wir diesen Wert als grobe Abschätzung trotz der zunehmenden Drehzahl an, so hat zum Zeitpunkt 1.2 s, wenn das dynamische Kippmoment erreicht wird, der Hauptfluss noch nicht seinen Endwert erreicht, sondern ist um $1 - e^{-t/T_2} = 1 - e^{-1.2/0.87} = 0.75$ kleiner. Demgemäß ist das aus Hauptfluss und Ständerstrom erzeugte Kippmoment etwa um den

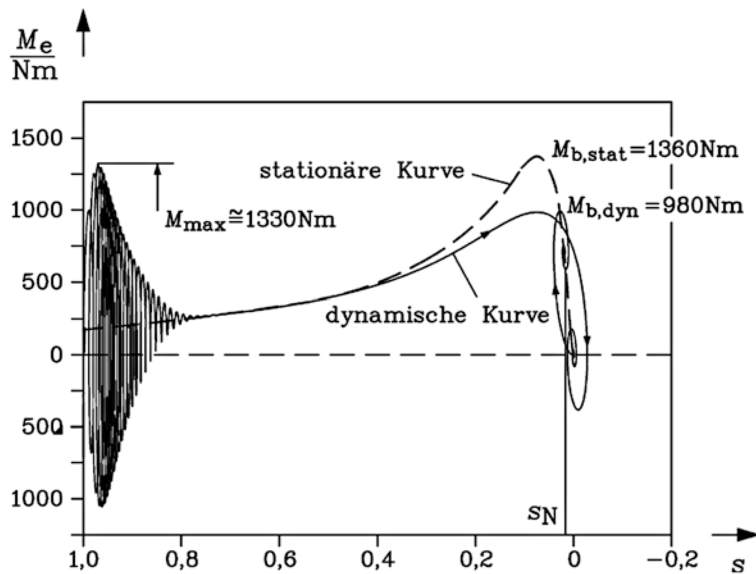


Abb. 15.14 Volle Linie: Berechnete „dynamische Hochlaufkurve" $M_e(s)$ der Asynchronmaschine 1 (Daten Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs. Zum Zeitpunkt 1.8 s wird die Maschine mit dem Bemessungsmoment belastet. Gestrichelt: Stationäre Hochlaufkurve $M_e(s)$ aus dem T-Ersatzschaltbild zum Vergleich

Wert 25 % kleiner als das statische Kippmoment. Die numerische Berechnung ergibt ein um 28 % kleineres Moment gemäß 980/1360 = 0.72.

c) Momentenpulsation mit niedriger Eigenfrequenz in der Nähe der Synchrondrehzahl bzw. der Bemessungsdrehzahl: Wenn der Läufer etwa die Synchrondrehzahl erreicht, geht das elektromagnetische Moment gegen Null, aber nicht aperiodisch, sondern gemäß Abb. 15.13 mit einer gedämpften Drehmomentpendelung von etwa $f_{d,m}$ = 5.5 Hz. In gleicher Weise tritt dann bei plötzlicher Belastung der Maschine (in Abb. 15.13 bei t = 1.8 s mit dem Bemessungsmoment 720 Nm) wieder ein gedämpftes Pendeln des Drehmoments mit derselben Eigenfrequenz 5.5 Hz in Abb. 15.13 bzw. 15.14 auf.

Fazit:

Asynchronmaschinen zeigen bei Betrieb mit konstanter Spannung und Frequenz bei Belastungsänderungen vor allem im Bemessungsdrehzahlbereich Momenten- und Drehzahlpendelungen mit niedrigen Eigenfrequenzen, ähnlich wie netzgespeiste Synchronmaschinen (vgl. Kap. 8; „Synchronmaschinen-Effekt in der Asynchronmaschine"). Bei jeder plötzlichen Änderung wird auch in der kurzgeschlossenen Läuferwicklung ein Gleichstromsystem hervorgerufen, das wie bei der Synchronmaschine ein Gleichfeld erregt. Ähnlich wie bei der Synchronmaschine bewirkt der magnetische Zug zwischen dem

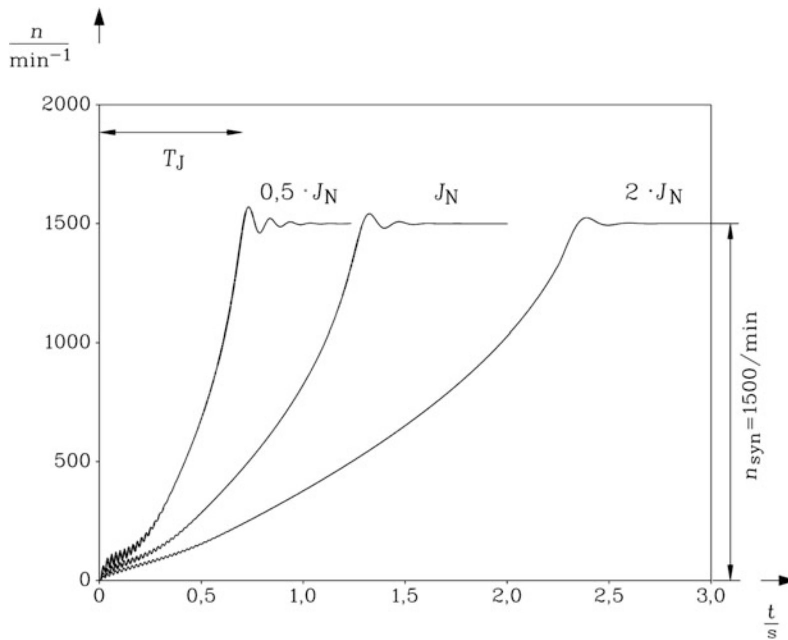


Abb. 15.15 Numerisch ermittelte Zunahme der Drehzahl über der Zeit während des Leerhochlaufs („Schwungmassenhochlauf") der Asynchronmaschine 1 (Daten Tab. 15.7) bei unterschiedlichem Trägheitsmoment a) $0.5J_N$, b) J_N, c) $2J_N$

mit Läuferdrehzahl rotierendem Läufergleichfeld und dem Ständerdrehfeld gemeinsam mit der Rotormassenträgheit ein schwingungsfähiges System mit niedriger Eigenfrequenz. Dieser Effekt klingt etwa Bemessungsdrehzahl gemäß (15.60) mit der Rotorkurzschlusszeitkonstante des Rotorgleichstromsystems ab.

Die Drehmomentpulsationen mit 50 Hz und mit der niedrigen Eigenfrequenz von etwa 5.5 Hz führen zu Pulsationen in der Drehzahl (Abb. 15.15). Aus der Newton'schen Bewegungsgleichung (15.41e) folgt für $M_L = 0$, dass die Amplitude der Drehzahlpulsation mit steigender Pulsationskreisfrequenz ω und steigendem Trägheitsmoment J sinkt.

$$J \cdot d\Omega_m/dt = \hat{M}_e \cos \omega t \quad \rightarrow \quad \Omega_m(t) = \frac{\hat{M}_e}{\omega \cdot J} \sin \omega t \tag{15.67}$$

Daher ist die Pulsationsamplitude der Drehzahl mit der Eigenfrequenz $f_{d,m}$ trotz der geringeren Drehmoment-Wechselamplitude im Vergleich zur 50 Hz-Momentenamplitude größer als die Drehzahlpulsation mit 50 Hz. Eine Zunahme des Trägheitsmoments erhöht die Hochlaufzeit etwa direkt proportional (Tab. 15.9). Da das Anfahrmoment von Asynchronmaschine 1 mit $M_1 = 205$ Nm nur etwa 30 % des Bemessungsmoments 720 Nm beträgt, ist die Hochlaufzeit des Motors länger als die Nenn-Anlaufdauer T_J. Die Frequenz

Tab. 15.9 Einfluss des Trägheitsmoments auf den Hochlauf der Asynchronmaschine (numerische Berechnung)

		$J = 0.5 \cdot J_N$	$J = J_N$	$J = 2 \cdot J_N$
Hochlaufzeit	[s]	0.7	1.3	2.4
T_J	[s]	0.3	0.6	1.2
$f_{d,m}$	[Hz]	7.8	5.5	3.9

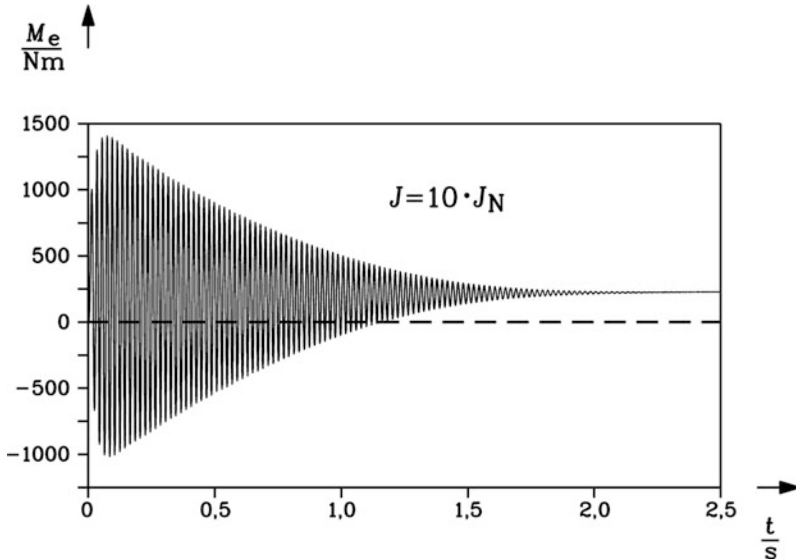


Abb. 15.16 Numerisch ermitteltes elektromagnetisches Drehmoment $M_e(t)$ von Asynchronmaschine 1 (Daten Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs („Schwungmassenhochlauf") mit 10-fach erhöhtem Trägheitsmoment

der Drehmoment- und Drehzahlpulsation im Bereich „Drehzahl Null" ist 50 Hz und zwar unabhängig von der Größe des Trägheitsmoments, während die Eigenfrequenz in der Nähe der Synchrondrehzahl $f_{d,m}$ etwa gemäß $\sim 1/\sqrt{J}$ mit steigendem Trägheitsmoment wie bei der Synchronmaschine sinkt (Abb. 15.15 und Tab. 15.9). Für die Synchronmaschine wurde für den ungedämpften Fall die Eigenfrequenz (15.68) in Kap. 8 hergeleitet, die die numerisch berechnete Änderung der Eigenfrequenz in Abb. 15.15 mit $1/\sqrt{J}$ gut beschreibt. Eine genauere Herleitung der Eigenfrequenz erfolgt im nächsten Abschn. 15.7.

$$f_{d,m} = \frac{\omega_{d,m}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{p \cdot |c_\vartheta|}{J}} \tag{15.68}$$

d) Schleifringläufer-Asynchronmaschine: *Einfluss externer Läufer-Vorwiderstände* Werden in die Läuferwicklung über die drei Läuferschleifringe externe Läufervorwiderstände (z. B. je Strang der 10-fache Wert des Läuferstrangwiderstands $R_v = 10R_r$) geschaltet, so tritt das stationäre Kippmoment nicht beim Kippschlupf $s_b = 0.08$ der kurzgeschlossenen Läuferwicklung, sondern gemäß Kap. 5 beim 11-fachen Schlupf $s_b^* = 0.88$ auf.

$$\frac{R_\mathrm{r}}{s_\mathrm{b}} = \frac{R_\mathrm{r} + 10R_\mathrm{r}}{s_\mathrm{b}^*} \quad \rightarrow \quad s_\mathrm{b}^* = 11 s_\mathrm{b} = 11 \cdot 0.08 = 0.88.$$

Das Anzugsmoment wird somit von 205 Nm nahezu auf den Wert des stationären Kippmoments (1300 Nm) erhöht, sodass die Hochlaufzeit auf ca. 1/3 verkürzt wird. Da das stationäre Kippmoment 1360 Nm etwa doppelt so groß wie das Bemessungsmoment 720 Nm ist (1360/720 = 1.89), ist die Hochlaufzeit sogar um ca. 40 % kürzer als die Nenn-Anlaufdauer T_J (Abb. 15.17).

e) Hochlaufverhalten kleiner Asynchronmotoren: Wegen des größeren Verhältnisses M/J erfolgt der Leerhochlauf des kleineren Asynchronmotors 2 deutlich rascher als jener der großen Asynchronmaschine 1 (Hochlaufzeit ca. 0.05 s statt 1.3 s, Abb. 15.18). Während die Gleichstromkomponente des Ständerstroms noch abklingt, hat der Motor schon etwa die Synchrondrehzahl erreicht. Daher kann in der Drehmoment-Zeit-Kurve $M_e(t)$ (Abb. 15.18) und der dynamischen $M(n)$- bzw. $M(s)$-Kurve (Abb. 15.19) nicht mehr zwischen dem Bereich des netzfrequent pulsierenden Moments nahe dem Anfahrpunkt, dem dynamischen Kippmoment und dem mit der Maschinen-Eigenfrequenz $f_\mathrm{d,m}$ einschwingenden Moment in den stationären Leerlaufbetrieb unterschieden werden (Abb. 15.18). Die gedämpfte Drehmomentpendelung mit der Maschinen-Eigenfrequenz $f_\mathrm{d,m}$ ist in Abb. 15.18 und 15.19 sichtbar, während die netzfrequente Momentenpulsation und das dynamische

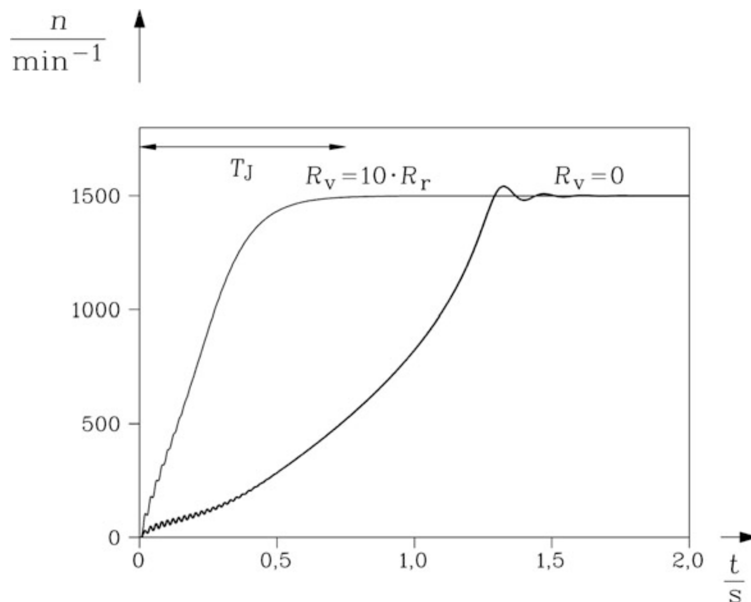


Abb. 15.17 Numerisch ermittelte Drehzahl $n(t)$ von Asynchronmaschine 1 (Daten Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs („Schwungmassenhochlauf") mit Bemessungsträgheitsmoment bei kurzgeschlossener Läuferwicklung ($R_\mathrm{v} = 0$) und mit Läufervorwiderständen $R_\mathrm{v} = 10R_\mathrm{r}$

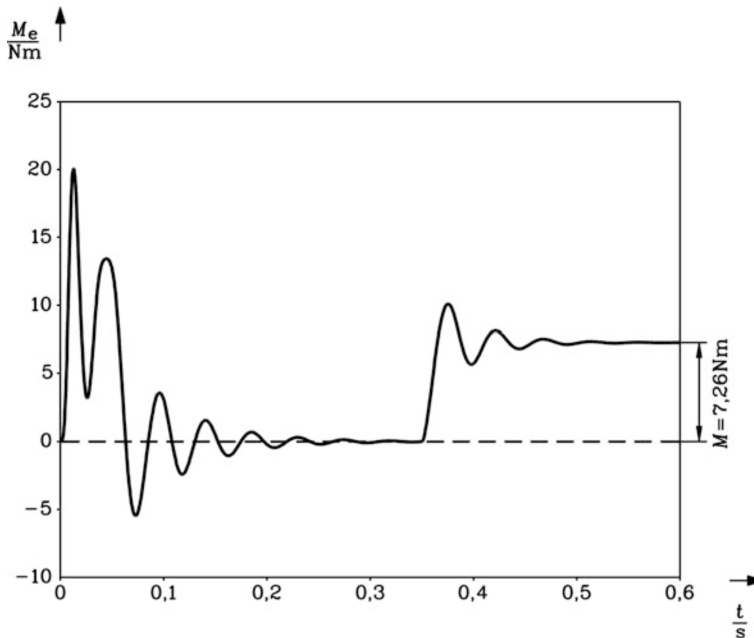


Abb. 15.18 Numerisch berechnetes elektromagnetisches Drehmoment $M_e(t)$ der Asynchronmaschine 2 (Daten: Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs. Zum Zeitpunkt 0.35 s wird die Maschine mit ca. 90 % des Bemessungsmoments (M = 7.26 Nm) belastet

Kippmoment nicht gut erkennbar sind. Die reale Hochlaufzeit (Abb. 15.20) und die Nenn-Anlaufdauer T_J = 67 ms stimmen zufällig gut überein, da das mittlere Moment während des Anlaufs und das Bemessungsmoment etwa gleich groß sind.

f) Pfaff-Jordan-Parameter zur Abschätzung des dynamischen Kippmoments: G. Pfaff und H. Jordan haben die dynamischen Gleichungen für die Asynchronmaschine mit der Vereinfachung $r_s = 0$ und vernachlässigtem Gleichstromglied des Einschaltstroms gelöst und den dimensionslosen Parameter P ermittelt, für den der Faktor $M_{b,dyn}/M_{b,stat}$ zur Abschätzung des dynamischen Kippmoments im Verhältnis zum stationären Kippmoment (Kap. 5) aus Abb. 15.21 ermittelt werden kann (Jordan und Pfaff 1962).

$$P = \left(\frac{\omega_s}{u_s} \cdot \frac{x_s}{x_h}\right)^2 \cdot \tau_J \cdot r'_r \cdot s_b = \left(\frac{2\pi f_s}{U_s} \cdot \frac{L_s}{L_h}\right)^2 \cdot J \cdot \frac{R'_r \cdot s_b \cdot 2\pi f_N}{3p^2} \tag{15.69}$$

Beispiel 15.5

Für die „große“ Asynchronmaschine 1 (Daten von Tab. 15.7) mit einem Kippschlupf s_b = 8 % soll für den Leerhochlauf am Netz (Netzfrequenz 50 Hz) bei Bemessungsspannung das dynamische Kippmoment über den Parameter P abgeschätzt

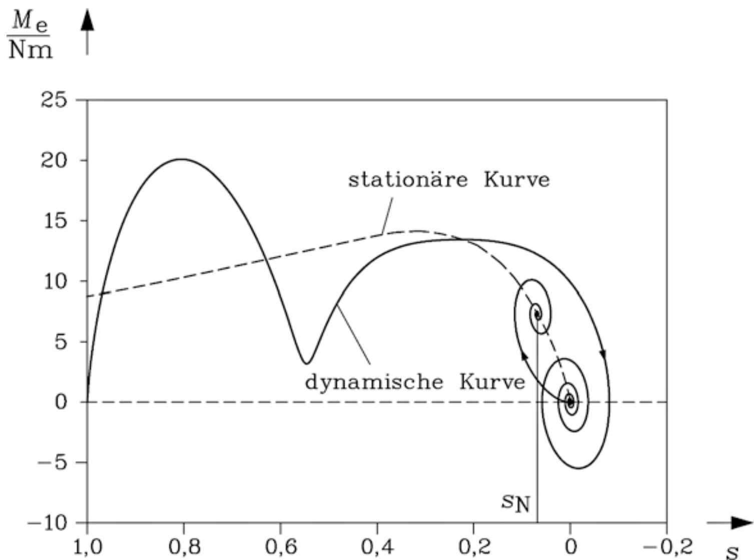


Abb. 15.19 Volle Linie: Berechnete „dynamische Hochlaufkurve" $M_e(s)$ der Asynchronmaschine 2 (Daten Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs. Zum Zeitpunkt 0.35 s wird die Maschine mit ca. 90 % des Bemessungsmoments (7.26 Nm) belastet. Gestrichelt: Stationäre Hochlaufkurve $M_e(s)$ aus dem T-Ersatzschaltbild zum Vergleich

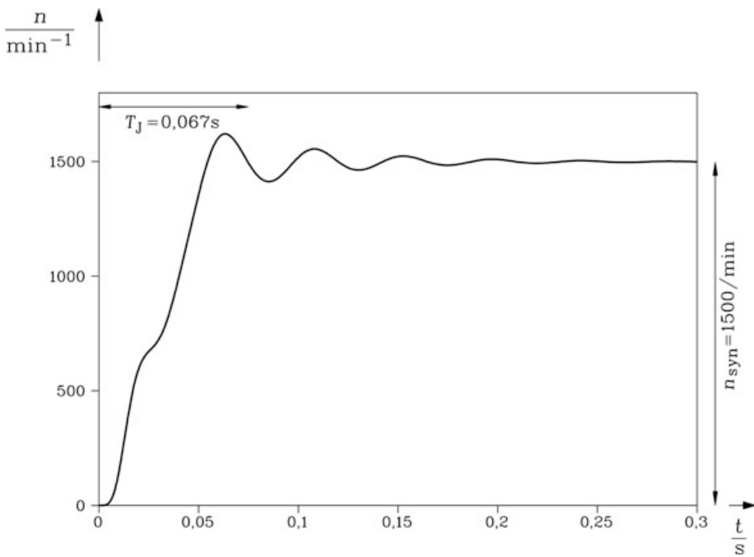


Abb. 15.20 Numerisch ermittelte Drehzahl $n(t)$ von Asynchronmaschine 2 (Daten Tab. 15.7) während des Leerhochlaufs („Schwungmassenhochlauf") mit Bemessungsträgheitsmoment J_N

werden. Der Parameter P soll dabei alternativ aus den bezogenen bzw. unbezogenen Maschinengrößen ermittelt werden.

Lösung:

$$P = \left(\frac{\omega_s}{u_s} \cdot \frac{x_s}{x_h}\right)^2 \cdot \tau_J \cdot r_r' \cdot s_b = \left(\frac{1}{1} \cdot \frac{2.95}{2.78}\right)^2 \cdot 155.5 \cdot 0.019 \cdot 0.08 = 0.266$$

$$P = \left(\frac{2\pi f_s}{U_s} \cdot \frac{L_s}{L_h}\right)^2 \cdot J \cdot \frac{R_r' \cdot s_b \cdot 2\pi f_N}{3p^2}$$

$$P = \left(\frac{2\pi 50}{380/\sqrt{3}} \cdot \frac{0.00971}{0.00917}\right)^2 \cdot 2.8 \cdot \frac{0.02 \cdot 0.08 \cdot 2\pi 50}{3 \cdot 2^2} = 0.266$$

Die Kurve in Abb. 15.21 ergibt bei $P = 0.26$ das Verhältnis $M_{b,dyn}/M_{b,stat} = 0.71$. Die numerische Berechnung in Abb. 15.14 liefert den Wert 0.72 und zeigt damit die gute Brauchbarkeit der Abschätzungsmethode (Übereinstimmung im Rahmen der numerischen Rechengenauigkeit).

Der Pfaff-Jordan-Parameter P entspricht dem Verhältnis von mechanischer Zeitkonstante und Rotorkurzschlusszeitkonstante, was man wie folgt verstehen kann:

(1) Wegen $R_s = 0$ erhalten wir aus $U_s/\omega_s = \Psi_s$ die Ständerflussverkettung.
(2) Bei Leerlauf gilt exakt $\Psi_s \cdot L_h/L_s = \Psi_h$, und bei Lastbetrieb gilt diese Beziehung näherungsweise.

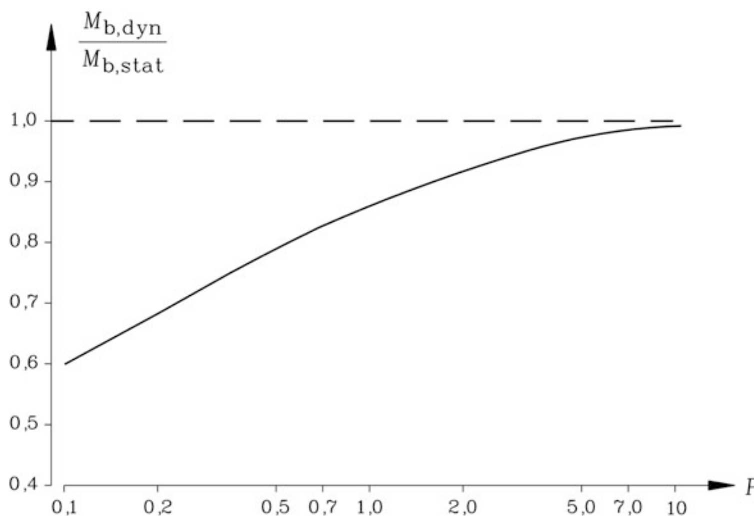


Abb. 15.21 Berechnetes Verhältnis von dynamischem zu statischem Kippmoment in Abhängigkeit des Parameters P (Quelle: Jordan und Pfaff 1962)

(3) Ausgehend von der mechanischen Zeitkonstante der Gleichstrommaschine (Kap. 13) $T_\mathrm{m} = \dfrac{J \cdot R_\mathrm{a}}{(k_2 \Phi)^2} = \dfrac{J \cdot R_\mathrm{a}}{\left(\dfrac{p}{2\pi}\dfrac{z}{a}\Phi\right)^2} = \dfrac{J \cdot R_\mathrm{a}}{(p \cdot \Psi)^2}$ wird der Ausdruck $T_\mathrm{m} = \dfrac{J \cdot R'_\mathrm{r}}{(p\Psi_\mathrm{h})^2}$ als mechanische Zeitkonstante der Asynchronmaschine interpretiert.

(4) Mit dem für $R_\mathrm{s} = 0$ exakt gültigen Ausdruck für den Kippschlupf $s_\mathrm{b} \cong R'_\mathrm{r}/(\sigma \cdot \omega_\mathrm{s} L'_\mathrm{r})$ erhalten wir für $\omega_\mathrm{sN} = \omega_\mathrm{s}$ den Kehrwert der Rotorkurzschlusszeitkonstanten der Asynchronmaschine (15.43b): $1/T_{\mathrm{r}\sigma} = \omega_\mathrm{sN} \cdot s_\mathrm{b} = R'_\mathrm{r}/(\sigma \cdot L'_\mathrm{r})$.

Folglich ist der Pfaff-Jordan-Parameter P zum Verhältnis aus der mechanischen Zeitkonstante zur Rotorkurzschlusszeitkonstante direkt proportional: $P = T_\mathrm{m}/(3T_{\mathrm{r}\sigma})$, denn es gilt:

$$\begin{aligned}\frac{T_\mathrm{m}}{3T_{\mathrm{r}\sigma}} &= \frac{J \cdot R'_\mathrm{r}}{3 \cdot (p \cdot \Psi_\mathrm{h})^2} \cdot \omega_\mathrm{sN} \cdot s_\mathrm{b} = \frac{J \cdot R'_\mathrm{r}}{3p^2} \cdot \left(\frac{L_\mathrm{s}}{\Psi_\mathrm{s} L_\mathrm{h}}\right)^2 \cdot \omega_\mathrm{sN} \cdot s_\mathrm{b} \\ &= \frac{J \cdot R'_\mathrm{r}}{3p^2} \cdot \left(\frac{L_\mathrm{s}}{L_\mathrm{h}}\right)^2 \left(\frac{\omega_\mathrm{s}}{U_\mathrm{s}}\right)^2 \cdot 2\pi f_\mathrm{N} \cdot s_\mathrm{b} = P.\end{aligned}$$

Fazit:
Die Hochlaufzeit der Asynchronmaschine beträgt wie bei der Gleichstrommaschine etwa $3T_\mathrm{m}$. Bei großem Pfaff-Jordan-Parameter P ist die Dauer $3T_{\mathrm{r}\sigma}$ des Anstiegs des Rotorstroms von Null auf seinen Stationärwert deutlich kürzer als die Hochlaufzeit. Daher hat der Rotorstrom seinen durch den Ossanna-Kreis beschriebenen Stationärwert (vgl. Kap. 5) bei Durchfahren des Kippschlupfs erreicht. Dasselbe kann vom Hauptfluss ausgesagt werden, sodass das Kippmoment während des Hochlaufs etwa dem stationären Kippmoment entspricht. Bei kleinen Werten von P sind mechanische Hochlaufzeit und die Anstiegsdauer des Rotorstroms von gleicher Größenordnung. Der Rotorstrom hat seinen Stationärwert beim Durchfahren des Kippschlupfs noch nicht erreicht. Daher ist das dynamische Kippmoment kleiner als das stationäre Kippmoment.

15.7 Übertragungsfunktion des linearisierten Gleichungssystems im drehfeldfesten Bezugssystem

a) Motivation: Für den Betrieb der Asynchronmaschine bei konstanter Drehzahl konnte die komplexe elektrische Übertragungsfunktion (15.53) vom komplexen Spannungsraumzeiger zum Stromraumzeiger in der Laplace-Bildebene ermittelt werden, die zwei Pole (Wurzeln) $\underline{s}_\mathrm{a}$, $\underline{s}_\mathrm{b}$ aufweist (15.57).

$$\underline{s}_\mathrm{a} = -\frac{1}{\tau_\mathrm{a}} + j\omega_\mathrm{d,a}, \quad \underline{s}_\mathrm{b} = -\frac{1}{\tau_\mathrm{b}} + j\omega_\mathrm{d,b} \tag{15.70}$$

Trennt man die komplexen Raumzeiger in ihre Real- und Imaginärteile (α-β-Komponenten), so enthält die dahingehend geänderte Übertragungsfunktion nur noch reelle Zahlen. Es treten nun vier statt zwei Wurzeln im Nennerpolynom auf, jedoch sind stets zwei konjugiert komplex (Abb. 15.22).

$$\underline{s}_\mathrm{a1} = -\frac{1}{\tau_\mathrm{a}} + j\omega_\mathrm{d,a}, \quad \underline{s}_\mathrm{a2} = -\frac{1}{\tau_\mathrm{a}} - j\omega_\mathrm{d,a} \tag{15.71a}$$

$$\underline{s}_\mathrm{b1} = -\frac{1}{\tau_\mathrm{b}} + j\omega_\mathrm{d,b}, \quad \underline{s}_\mathrm{b2} = -\frac{1}{\tau_\mathrm{b}} - j\omega_\mathrm{d,b} \tag{15.71b}$$

Soll auch die Drehzahl als variable Größe berücksichtigt werden, muss die mechanische Gleichung (15.36e) hinzugenommen werden. Die Differentialgleichungen (15.36) werden nichtlinear. Um weiterhin die Laplace-Transformation und die daraus resultierende elektromechanische Übertragungsfunktion (ähnlich wie bei der fremderregten Gleichstrommaschine, Kap. 13) verwenden zu können, müssen die Differentialgleichungen um einen stationären Betriebspunkt linearisiert werden. Die Übertragungsfunktion ist dann nur für kleine Abweichungen (etwa 10 % … 20 %) von den Werten der Betriebsgrößen im gewählten stationären Arbeitspunkt gültig. Die elektromechanische Übertragungsfunktion der Asynchronmaschine kann damit für den Entwurf von drehzahlgeregelten Antrieben verwendet werden. Durch die Hinzunahme der Bewegungsgleichung erhöht sich der Grad des Differentialgleichungssystems von vier auf fünf. Daher enthält die elektromechanische Übertragungsfunktion dieser Kleinsignaltheorie 5 Pole (=5 Wurzeln im Nennerpolynom), nämlich vier komplexe Wurzeln (davon je zwei konjugiert komplex), und eine fünfte reelle Wurzel (Abb. 15.22). Dies gilt bei starrer Kupplung von Asynchron- und Lastmaschine, also ohne Einfluss der Torsionselastizität der Kupplung. Wir beschränken uns auf diesen einfachsten Fall, somit auf 5 Differentialgleichungen erster Ordnung (15.38) der Asynchronmaschine (α- und β-Komponente der Stator- und Rotorspannungsgleichung und die Bewegungsgleichung). Daher ist das Nennerpolynom der elektromechanischen Kleinsignal-Übertragungsfunktion von 5-ter Ordnung, was den erwähnten 5 Polen der Übertragungsfunktion in der $\underline{s}$-Ebene entspricht. Bei elastischer Kupplung zwischen Asynchron- und Lastmaschine tritt eine weitere mechanische Differentialgleichung zweiter Ordnung auf und damit eine zusätzliche (torsionale) Eigenfrequenz des mechanischen Systems und damit zwei weitere konjugiert komplexe Wurzeln im Nennerpolynom, das nun von 7-ter Ordnung ist. Je komplizierter das mechanische System wird (z. B. weitere Elastizitäten und schwingende Massen), desto höher ist die Anzahl der Differentialgleichungen erster Ordnung (siehe Kap. 16, Abb. 16.36). Mit jeder weiteren Differentialgleichung erster Ordnung steigt die Ordnung des Nennerpolynoms der elektromechanischen Kleinsignal-Übertragungsfunktion. Damit steigt auch die Anzahl der Pole in der $\underline{s}$-Ebene in gleicher Weise.

b) Verwendung des drehfeldfesten Koordinatensystems: Die dynamischen Systemgleichungen werden im drehfeldfesten Koordinatensystem (a,b-Koordinatensystem) formuliert. Im Stationärbetrieb am symmetrischen Sinus-Drehstromnetz bewegen sich die Raumzeiger von Spannung, Strom und Flussverkettung in diesem Koordinatensystem nicht und sind daher Gleichgrößen, die als Werte des stationären Arbeitspunkts den Ausgangspunkt der Kleinsignaltheorie darstellen. Sie rotieren alle stationär mit synchroner Winkelgeschwindigkeit, also mit der Winkelgeschwindigkeit des Drehfelds, mit dem das drehfeldfeste Koordinatensystem fest verbunden gedacht ist.

c) Stationärbetrieb am symmetrischen Sinus-Drehspannungssystem: In den stationären Betriebspunkten

- treten keine zeitlichen Änderungen der Raumzeiger auf. Es gilt z. B. $d\underline{\psi}/d\tau = 0$.
- sind das elektromagnetische Drehmoment m_e und das durch die Last an der Welle wirksame Drehmoment m_L gleich groß. Daher ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit zeitlich konstant: $d\omega_m/d\tau = 0$.

Weiter gilt gemäß Kap. 14 $d\delta/d\tau = \omega_{syn} = \dfrac{\Omega_{syn}}{\omega_N/p} = \dfrac{p\Omega_{syn}}{\omega_N} = \dfrac{\Omega_s}{\omega_N} = \omega_s$ und $d\gamma/d\tau = \omega_m$.

Mit diesen Bedingungen erhalten wir mit den Ausführungen aus Kap. 14 die Raumzeigergleichungen (15.36) im drehfeldfesten Koordinatensystem für stationäre Betriebspunkte.

$$\underline{u}_{s(syn)} = r_s \underline{i}_{s(syn)} + \frac{d\underline{\psi}_{s(syn)}}{d\tau} + j \cdot \frac{d\delta}{d\tau} \cdot \underline{\psi}_{s(syn)} \tag{15.72a}$$

$$0 = r'_r \underline{i}'_{r(syn)} + \frac{d\underline{\psi}'_{r(syn)}}{d\tau} + j \cdot \frac{d(\delta - \gamma)}{d\tau} \cdot \underline{\psi}'_{r(syn)} \tag{15.72b}$$

$$\underline{u}_{s(syn)} = r_s \underline{i}_{s(syn)} + j \cdot \omega_s \cdot \underline{\psi}_{s(syn)} \tag{15.73a}$$

$$0 = r'_r \underline{i}'_{r(syn)} + j \cdot (\omega_s - \omega_m) \cdot \underline{\psi}'_{r(syn)} \tag{15.73b}$$

$$\underline{\psi}_{s(syn)} = x_s \cdot \underline{i}_{s(syn)} + x_h \cdot \underline{i}'_{r(syn)} \tag{15.73c}$$

$$\underline{\psi}'_{r(syn)} = x_h \cdot \underline{i}_{s(syn)} + x'_r \cdot \underline{i}'_{r(syn)} \tag{15.73d}$$

$$\tau_J \cdot \frac{d\omega_m}{d\tau} = -\mathrm{Im}\left\{\underline{i}^*_{s(syn)} \cdot \underline{\psi}_{s(syn)}\right\} - m_L = m_e - m_L = 0$$
$$m_e(\tau) = m_L(\tau) \tag{15.73e}$$

Der Index $_{(syn)}$ wird im Folgenden weggelassen. Für den Schlupf verwenden wir das Symbol S anstelle s (Kap. 5), um eine Verwechslungsgefahr mit dem Laplace-Operator s (der gemäß Kap. 12 komplex ist) zu vermeiden (vgl. (15.47)).

$$S = \frac{\Omega_{syn} - \Omega_m}{\Omega_{syn}} = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} \tag{15.74}$$

Aus (15.73) folgt mit (15.74):

$$\underline{u}_s = r_s \underline{i}_s + j \cdot \omega_s \cdot (x_s \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}'_r) = (r_s + j\omega_s x_s) \cdot \underline{i}_s + j\omega_s x_h \cdot \underline{i}'_r$$
$$0 = r'_r \cdot \underline{i}'_r + j \cdot S \cdot \omega_s \cdot (x_h \cdot \underline{i}_s + x'_r \cdot \underline{i}'_r) = j \cdot S \cdot \omega_s x_h \cdot \underline{i}_s + (r'_r + j \cdot S \cdot \omega_s x'_r) \cdot \underline{i}'_r$$

Die Lösung dieser beiden linearen algebraischen Gleichungen für die unbekannten Stator- und Rotor-Stromraumzeiger bei vorgegebenem Stator-Spannungsraumzeiger erfolgt mit der Cramer'schen Regel. Für den Stator-Stromraumzeiger ergibt sich mit der Blondel'schen Streuziffer σ analog zu (15.48) die aus dem T-Ersatzschaltbild (Abb. 15.7) der Asynchronmaschine bekannte Formel (15.75). Sie stimmt mit (5.36) bis auf den Unterschied überein, dass hier bezogene Größen, im Kap. 5 aber die Größen mit physikalischen Einheiten verwendet werden.

$$\underline{i}_s = \underline{u}_s \cdot \frac{r'_r + j \cdot S \cdot \omega_s x'_r}{\left(r_s r'_r - S \cdot \sigma \cdot \omega_s x_s \cdot \omega_s x'_r\right) + j \cdot \left(r'_r \cdot \omega_s x_s + S \cdot r_s \cdot \omega_s x'_r\right)} \tag{15.75}$$

Die Menge aller Positionen der Spitze des komplexen Stromraumzeigers $\underline{i}_s$ relativ zur Lage des komplexen Spannungsraumzeigers $\underline{u}_s$ in Abhängigkeit des Schlupfs S ist das bekannte Ossanna-Kreisdiagramm (Kap. 5), die Stromortskurve $\underline{i}_s(S)$. Es stellt wie in Bsp. 15.2 die partikuläre Lösung des Differentialgleichungssystems (15.73) für konstante Drehzahl dar. Im Vergleich zur Lösung (15.48) für den Stromraumzeiger, der im statorfesten Koordinatensystem mit der Ständerkreisfrequenz $\omega_s = 1$ rotierte, bewegt sich der Stromraumzeiger im drehfeldfesten Koordinatensystem nicht. Wie bei der Gleichstrommaschine in Kap. 13 sind in den stationären Betriebspunkten die Raumzeiger für Strom, Spannung und Flussverkettung Gleichgrößen, allerdings als komplexe Zahlen.

d) Kleinsignalverhalten in den stationären Betriebspunkten: Das aus neun Gleichungen bzw. Differentialgleichungen erster Ordnung bestehende Gleichungssystem (15.73) mit der Formulierung in *a*-*b*-Komponenten für die unbekannten Ströme und Flussverkettungen (im Stator und Rotor) und für die unbekannte Drehzahl wird auf 5 Differentialgleichungen erster Ordnung verringert, indem die unbekannten Ströme durch die unbekannten Flussverkettungen wie folgt substituiert werden (Kleinrath 1976), bevor die komplexen Raumzeiger in *a*-*b*-Komponenten zerlegt werden.

$$\underline{\psi}_s = x_s \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}'_r \qquad \underline{\psi}'_r = x_h \cdot \underline{i}_s + x'_r \cdot \underline{i}'_r \tag{15.76a}$$

$$\underline{i}_s = \frac{1}{\sigma \cdot x_s} \cdot \underline{\psi}_s - \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h} \cdot \underline{\psi}'_r \qquad \underline{i}'_r = \frac{1}{\sigma \cdot x'_r} \cdot \underline{\psi}'_r - \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h} \cdot \underline{\psi}_s \tag{15.76b}$$

Die Stator- und Rotorspannungsgleichungen (15.72a,b) enthalten mit (15.76b) nur noch die unbekannten Flussverkettungen und die Rotordrehzahl. Als Führungsgrößen treten der Spannungsraumzeiger $\underline{u}_s$ und die Stator-Kreisfrequenz ω_s auf, als Störgröße das belastende Moment m_L an der Welle. Durch die Substitution der Ströme durch die Flussverkettungen

erscheint das elektromagnetische Drehmoment als Wechselwirkung zwischen Stator- und Rotor-Flussverkettung (15.77c).

$$\underline{u}_\mathrm{s} = \left(\frac{r_\mathrm{s}}{\sigma \cdot x_\mathrm{s}} + j\omega_\mathrm{s}\right) \cdot \underline{\psi}_\mathrm{s} + \frac{d\underline{\psi}_\mathrm{s}}{d\tau} - \frac{r_\mathrm{s}}{x_\mathrm{h}} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r} \tag{15.77a}$$

$$0 = -\frac{r'_\mathrm{r}}{x_\mathrm{h}} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \underline{\psi}_\mathrm{s} + \left(\frac{r'_\mathrm{r}}{\sigma \cdot x'_\mathrm{r}} + j(\omega_\mathrm{s} - \omega_\mathrm{m})\right) \cdot \underline{\psi}'_\mathrm{r} + \frac{d\underline{\psi}'_\mathrm{r}}{d\tau} \tag{15.77b}$$

$$\tau_\mathrm{J} \cdot \frac{d\omega_\mathrm{m}}{d\tau} = -\mathrm{Im}\left\{\left(\frac{\underline{\psi}_\mathrm{s}}{\sigma \cdot x_\mathrm{s}} - \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_\mathrm{h}}\underline{\psi}'_\mathrm{r}\right)^* \cdot \underline{\psi}_\mathrm{s}\right\} - m_\mathrm{L}(\tau)$$

$$\tau_\mathrm{J} \cdot \frac{d\omega_\mathrm{m}}{d\tau} = \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_\mathrm{h}} \cdot \mathrm{Im}\left\{\underline{\psi}_\mathrm{s} \cdot \underline{\psi}'^*_\mathrm{r}\right\} - m_\mathrm{L}(\tau) \tag{15.77c}$$

Es werden kleine Abweichungen Δ vom Arbeitspunkt (Index 0) (siehe (15.78)) betrachtet, und zwar Abweichungen

a) der komplexen Amplituden der Flussverkettungen und Spannungen in einem bestimmten stationären Betriebspunkt, der durch das zu Gleichung (15.75) gehörende T-Ersatzschaltbild (Abb 15.7) in Form konstanter komplexer Größen beschrieben wird.
b) der Drehzahl, des Lastmoments und der Ständer-Kreisfrequenz von den konstanten, reellen Werten im stationären Betriebspunkt.

Damit werden die Differentialgleichungen (15.77) linearisiert. Die Linearisierung der Unbekannten ist durch linearisiert. Das Kleinsignalverhalten der Unbekannten wird durch

$$\begin{aligned}&\underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau) = \underline{\psi}_\mathrm{s0} + \Delta\underline{\psi}_\mathrm{s}(\tau), \quad \underline{\psi}'_\mathrm{r}(\tau) = \underline{\psi}'_\mathrm{r0} + \Delta\underline{\psi}'_\mathrm{r}(\tau),\\ &\omega_\mathrm{m}(\tau) = \omega_\mathrm{m0} + \Delta\omega_\mathrm{m}(\tau)\end{aligned} \tag{15.78a}$$

beschrieben, und das der Führungs- und Störgrößen durch

$$\begin{aligned}&l\underline{u}_\mathrm{s}(\tau) = \underline{u}_\mathrm{s0} + \Delta\underline{u}_\mathrm{s}(\tau), \quad \omega_\mathrm{s}(\tau) = \omega_\mathrm{s0} + \Delta\omega_\mathrm{s}(\tau),\\ &m_\mathrm{L}(\tau) = m_\mathrm{L0} + \Delta m_\mathrm{L}(\tau).\end{aligned} \tag{15.78b}$$

Die Abweichungen Δ von den stationären Betriebsgrößen sind vor Eintritt der Störung Null, sodass die Anfangsbedingungen für die Abweichungen als Unbekannte in den linearisierten Differentialgleichungen Null sind.

$$\Delta\underline{\psi}_\mathrm{s}(0) = \Delta\underline{\psi}'_\mathrm{r}(0) = \Delta\omega_\mathrm{m}(0) = \Delta\underline{u}_\mathrm{s}(0) = \Delta\omega_\mathrm{s}(0) = \Delta m_\mathrm{L}(0) = 0$$

Die Linearisierung der Stator-Spannungsgleichung ergibt mit $d\underline{\psi}_{s0}/d\tau = 0$:

$$\underline{u}_{s0} + \Delta\underline{u}_s = \left(\frac{r_s}{\sigma \cdot x_s} + j(\omega_{s0} + \Delta\omega_s)\right) \cdot (\underline{\psi}_{s0} + \Delta\underline{\psi}_s) + \frac{d(\underline{\psi}_{s0} + \Delta\underline{\psi}_s)}{d\tau} - \frac{r_s}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot (\underline{\psi}'_{r0} + \Delta\underline{\psi}'_r)$$

(i) Für die Stationärwerte folgt daraus:

$$\underline{u}_{s0} = \left(\frac{r_s}{\sigma \cdot x_s} + j\omega_{s0}\right) \cdot \underline{\psi}_{s0} - \frac{r_s}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \underline{\psi}'_{r0} \tag{15.79}$$

(ii) Die Differentialgleichung für die kleinen Abweichungen ist:

$$\Delta\underline{u}_s = \frac{r_s}{\sigma \cdot x_s}\Delta\underline{\psi}_s + j\omega_{s0}\Delta\underline{\psi}_s + j\Delta\omega_s\underline{\psi}_{s0} + j\Delta\omega_s\Delta\underline{\psi}_s + \frac{d\Delta\underline{\psi}_s}{d\tau} - \frac{r_s}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \Delta\underline{\psi}'_r. \tag{15.80a}$$

Da nur kleine Abweichungen in der Größenordnung von 10 % bis 20 % der Stationärwerte betrachtet werden, wird das Produkt aus zwei Abweichungsgrößen vernachlässigt, da der dabei entstehende Fehler unter 4 % liegt, wie das nachfolgende Beispiel zeigt.

$$\frac{\Delta\omega_s \cdot \Delta\psi_s}{\omega_{s0} \cdot \psi_{s0}} = 0.2 \cdot 0.2 = 0.04$$

(iii) Die linearisierte Differentialgleichung für die kleinen Abweichungen folgt aus (15.79).

$$\Delta\underline{u}_s(\tau) \cong \frac{r_s}{\sigma \cdot x_s}\Delta\underline{\psi}_s(\tau) + j\omega_{s0}\Delta\underline{\psi}_s(\tau) + j\underline{\psi}_{s0}\Delta\omega_s(\tau) + \frac{d\Delta\underline{\psi}_s(\tau)}{d\tau} - \frac{r_s}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \Delta\underline{\psi}'_r(\tau) \tag{15.80b}$$

(iv) Die Laplace-Transformation führt (15.80b) in eine algebraische Gleichung über.

$$\Delta\underline{u}_s(s) \cong \left(\frac{r_s}{\sigma \cdot x_s} + j\omega_{s0} + s\right) \cdot \Delta\underline{\psi}_s(s) + j\underline{\psi}_{s0} \cdot \Delta\omega_s(s) - \frac{r_s}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cdot \Delta\underline{\psi}'_r(s) \tag{15.81}$$

Beachten Sie, dass für die Laplace-Transformierten der Ableitung der Störungen wie z. B. für die Ableitung der Störung des Ständer-Flussverkettungsraumzeigers

$$L\left\{\frac{d\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(\tau)}{d\tau}\right\} = s\cdot\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(s) - \Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(0) = s\cdot\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(s)$$

gilt, da sämtliche Anfangswerte der Störungen Null sind (siehe oben), also auch $\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(0) = 0$. In gleicher Weise erhält man die Gleichung der stationären Betriebsgrößen und die Laplace-transformierte Differentialgleichung der kleinen Abweichungen für die Rotorspannungsgleichung. Dabei ist $\omega_{\mathrm{s0}} - \omega_{\mathrm{m0}} = \omega_{\mathrm{r0}}$ die stationäre Rotor-Kreisfrequenz in bezogener Darstellung.

$$\text{Stationärwerte: } 0 = -\frac{r'_{\mathrm{r}}}{x_{\mathrm{h}}}\cdot\frac{1-\sigma}{\sigma}\cdot\underline{\psi}_{\mathrm{s0}} + \left(\frac{r'_{\mathrm{r}}}{\sigma\cdot x'_{\mathrm{r}}} + j\omega_{\mathrm{r0}}\right)\cdot\underline{\psi}'_{\mathrm{r0}} \tag{15.82}$$

Die Laplace-Transformation der linearisierten Rotorspannungsgleichung (mit Vernachlässigung der Produkte von Störungen)

$$0 \cong -\frac{r'_{\mathrm{r}}}{x_{\mathrm{h}}}\frac{1-\sigma}{\sigma}\cdot\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}} + \frac{r'_{\mathrm{r}}}{\sigma\cdot x'_{\mathrm{r}}}\cdot\Delta\underline{\psi}'_{\mathrm{r}} + j\omega_{\mathrm{r0}}\cdot\Delta\underline{\psi}'_{\mathrm{r}} + \\ + j(\Delta\omega_{\mathrm{s}} - \Delta\omega_{\mathrm{m}})\cdot\underline{\psi}'_{\mathrm{r0}} + \frac{d\Delta\underline{\psi}'_{\mathrm{r}}}{d\tau}$$

ergibt folgende algebraische Gleichung:

$$0 \cong -\frac{r'_{\mathrm{r}}}{x_{\mathrm{h}}}\frac{1-\sigma}{\sigma}\cdot\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(s) + \left(\frac{r'_{\mathrm{r}}}{\sigma\cdot x'_{\mathrm{r}}} + j\omega_{\mathrm{r0}} + s\right)\cdot\Delta\underline{\psi}'_{\mathrm{r}}(s) \\ + j\underline{\psi}'_{\mathrm{r0}}\cdot\Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) - j\underline{\psi}'_{\mathrm{r0}}\cdot\Delta\omega_{\mathrm{m}}(s). \tag{15.83}$$

Für die Linearisierung der Bewegungsgleichung

$$\tau_{\mathrm{J}}\frac{d\omega_{\mathrm{m}}}{d\tau} = \frac{1-\sigma}{\sigma\cdot x_{\mathrm{h}}}\left(\psi_{\mathrm{sb}}\cdot\psi'_{\mathrm{ra}} - \psi_{\mathrm{sa}}\cdot\psi'_{\mathrm{rb}}\right) - m_{\mathrm{L}}$$

werden die komplexen Raumzeiger in die *a*-*b*-Komponenten zerlegt.

$$\Delta\underline{u}_{\mathrm{s}}(\tau) = \Delta u_{\mathrm{sa}}(\tau) + j\Delta u_{\mathrm{sb}}(\tau) \tag{15.84a}$$

$$\Delta\underline{\psi}_{\mathrm{s}}(\tau) = \Delta\psi_{\mathrm{sa}}(\tau) + j\Delta\psi_{\mathrm{sb}}(\tau) \tag{15.84b}$$

$$\Delta\underline{\psi}'_{\mathrm{r}}(\tau) = \Delta\psi'_{\mathrm{ra}}(\tau) + j\Delta\psi'_{\mathrm{rb}}(\tau) \tag{15.84c}$$

Die Linearisierung der Bewegungsgleichung ergibt

$$\tau_{\mathrm{J}}\frac{d\Delta\omega_{\mathrm{m}}}{d\tau} \cong \frac{1-\sigma}{\sigma\cdot x_{\mathrm{h}}}\cdot\left(\psi_{\mathrm{s0b}}\cdot\Delta\psi'_{\mathrm{ra}} + \Delta\psi_{\mathrm{sb}}\cdot\psi'_{\mathrm{r0a}}\right) \\ - \frac{1-\sigma}{\sigma\cdot x_{\mathrm{h}}}\cdot\left(\psi_{\mathrm{s0a}}\cdot\Delta\psi'_{\mathrm{rb}} + \Delta\psi_{\mathrm{sa}}\cdot\psi'_{\mathrm{r0b}}\right) - \Delta m_{\mathrm{L}} \tag{15.85}$$

und deren Laplace-Transformation

$$s \cdot \tau_J \cdot \Delta\omega_m(s) \cong \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h} \cdot \left(\psi_{s0b} \cdot \Delta\psi'_{ra}(s) + \psi'_{r0a} \cdot \Delta\psi_{sb}(s)\right) - \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h} \cdot \left(\psi_{s0a} \cdot \Delta\psi'_{rb}(s) + \psi'_{r0b} \cdot \Delta\psi_{sa}(s)\right) - \Delta m_L(s). \tag{15.86}$$

In gleicher Weise werden die linearisierte Stator- und Rotorspannungsgleichung (15.81), (15.83) in *a*-*b*-Komponenten zerlegt. Daher erhalten wir fünf lineare algebraische Gleichungen im Laplace-Bildbereich mit den Unbekannten $\Delta\omega_m(s)$, $\Delta\psi_{sa}(s)$, $\Delta\psi_{sb}(s)$, $\Delta\psi'_{ra}(s)$, $\Delta\psi'_{rb}(s)$, den Führungsgrößen $\Delta\omega_s(s)$, $\Delta u_{sa}(s)$, $\Delta u_{sb}(s)$ und der Störgröße $\Delta m_L(s)$. Dieses Gleichungssystem wird mit $\omega_r = \omega_s - \omega_m$, $\omega_{r0} = \omega_{s0} - \omega_{m0}$ (vgl. (15.74)) in Matrixschreibweise mit einer (5x5)-Systemmatrix geschrieben:

$$(N) \cdot \vec{\Psi} = \vec{U} \tag{15.87}$$

In (15.87) ist (N) die (5×5)-Systemmatrix (15.89), $\vec{\Psi}$ der 5-dimensionale Vektor der Unbekannten (15.90a) und $\vec{U}$ der 5-dimensionale Vektor der „rechten Seite" (15.90a), der die Führungs- und Störgrößen enthält. Die Übertragungsfunktion der Drehzahl der Asynchronmaschine für kleine Störungen wird durch das Lösen des Gleichungssystems mit der Cramer'schen Regel (Dirschmid 1992) berechnet. Die fünfte Spalte der Systemmatrix (N) wird durch den Vektor der rechten Seite $\vec{U}$ ersetzt, was eine neue Matrix (Z) (15.90b) ergibt. Daraus erhalten wir gemäß (15.88) die Störungsamplitude der Drehzahl in Abhängigkeit der Führungs- und Störgrößen, wobei die Determinante *Det(N)* der Systemmatrix ein Polynom $P_5(s)$ 5-ter Ordnung in s ist, das „charakteristische" Polynom des Systems. Die fünf Nullstellen des Polynoms sind die fünf Pole der elektromechanischen Übertragungsfunktion (15.88).

$$\Delta\omega_m(s) = \frac{Det(Z)}{Det(N)} = \frac{f(\Delta u_{sa}(s), \Delta u_{sb}(s), \Delta\omega_s(s), \Delta m_L(s))}{P_5(s)} \tag{15.88}$$

$$(N) = \begin{pmatrix} s + \dfrac{r_s}{\sigma \cdot x_s} & -\omega_{s0} & -\dfrac{r_s(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_h} & 0 & 0 \\ \omega_{s0} & s + \dfrac{r_s}{\sigma \cdot x_s} & 0 & -\dfrac{r_s(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_h} & 0 \\ -\dfrac{r'_r(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_h} & 0 & s + \dfrac{r'_r}{\sigma \cdot x'_r} & -\omega_{r0} & \psi'_{r0b} \\ 0 & -\dfrac{r'_r(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_h} & \omega_{r0} & s + \dfrac{r'_r}{\sigma \cdot x'_r} & -\psi'_{r0a} \\ \dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h}\dfrac{\psi'_{r0b}}{\tau_J} & -\dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h}\dfrac{\psi'_{r0a}}{\tau_J} & -\dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h}\dfrac{\psi_{s0b}}{\tau_J} & \dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_h}\dfrac{\psi_{s0a}}{\tau_J} & s \end{pmatrix} \tag{15.89}$$

$$\vec{\Psi} = \begin{pmatrix} \Delta\psi_{\mathrm{sa}}(s) \\ \Delta\psi_{\mathrm{sb}}(s) \\ \Delta\psi'_{\mathrm{ra}}(s) \\ \Delta\psi'_{\mathrm{rb}}(s) \\ \Delta\omega_{\mathrm{m}}(s) \end{pmatrix}, \quad \vec{U} = \begin{pmatrix} \Delta u_{\mathrm{sa}}(s) + \psi_{\mathrm{s0b}} \cdot \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ \Delta u_{\mathrm{sb}}(s) - \psi_{\mathrm{s0a}} \cdot \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ \psi'_{\mathrm{r0b}} \cdot \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ -\psi'_{\mathrm{r0a}} \cdot \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ -\dfrac{\Delta m_{\mathrm{L}}(s)}{\tau_{\mathrm{J}}} \end{pmatrix} \tag{15.90a}$$

$$(Z) = \begin{pmatrix} s + \dfrac{r_{\mathrm{s}}}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}} & -\omega_{\mathrm{s0}} & -\dfrac{r_{\mathrm{s}}(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} & 0 & \Delta u_{\mathrm{sa}}(s) + \psi_{\mathrm{s0b}}\Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ \omega_{\mathrm{s0}} & s + \dfrac{r_{\mathrm{s}}}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}} & 0 & -\dfrac{r_{\mathrm{s}}(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} & \Delta u_{\mathrm{sb}}(s) - \psi_{\mathrm{s0a}}\Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ -\dfrac{r'_{\mathrm{r}}(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} & 0 & s + \dfrac{r'_{\mathrm{r}}}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}} & -\omega_{\mathrm{r0}} & \psi'_{\mathrm{r0b}}\Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ 0 & -\dfrac{r'_{\mathrm{r}}(1-\sigma)}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} & \omega_{\mathrm{r0}} & s + \dfrac{r'_{\mathrm{r}}}{\sigma \cdot x'_{\mathrm{r}}} & -\psi'_{\mathrm{r0a}}\Delta\omega_{\mathrm{s}}(s) \\ \dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} \dfrac{\psi'_{\mathrm{r0b}}}{\tau_{\mathrm{J}}} & -\dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} \dfrac{\psi'_{\mathrm{r0a}}}{\tau_{\mathrm{J}}} & -\dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} \dfrac{\psi_{\mathrm{s0b}}}{\tau_{\mathrm{J}}} & \dfrac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_{\mathrm{h}}} \dfrac{\psi_{\mathrm{s0a}}}{\tau_{\mathrm{J}}} & -\dfrac{\Delta m_{\mathrm{L}}(s)}{\tau_{\mathrm{J}}} \end{pmatrix} \tag{15.90b}$$

In gleicher Weise erhalten wir die Übertragungsfunktionen für die Störungsamplituden der Flussverkettungen im gewählten Arbeitspunkt und daraus über (15.76b) jene der Ströme, die jedoch hier von untergeordneter Bedeutung sind und nicht weiter betrachtet werden.

$$\Delta\psi_{\mathrm{sa}}(s) = \frac{Det(Z_{\mathrm{sa}})}{Det(N)} = \frac{f_{\mathrm{sa}}(\Delta u_{\mathrm{sa}}(s), \Delta u_{\mathrm{sb}}(s), \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s), \Delta m_{\mathrm{L}}(s))}{P_5(s)}$$

$$\Delta\psi_{\mathrm{sb}}(s) = \frac{Det(Z_{\mathrm{sb}})}{Det(N)} = \frac{f_{\mathrm{sb}}(\Delta u_{\mathrm{sa}}(s), \Delta u_{\mathrm{sb}}(s), \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s), \Delta m_{\mathrm{L}}(s))}{P_5(s)}$$

$$\Delta\psi'_{\mathrm{ra}}(s) = \frac{Det(Z_{\mathrm{ra}})}{Det(N)} = \frac{f_{\mathrm{ra}}(\Delta u_{\mathrm{sa}}(s), \Delta u_{\mathrm{sb}}(s), \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s), \Delta m_{\mathrm{L}}(s))}{P_5(s)}$$

$$\Delta\psi'_{\mathrm{rb}}(s) = \frac{Det(Z_{\mathrm{rb}})}{Det(N)} = \frac{f_{\mathrm{rb}}(\Delta u_{\mathrm{sa}}(s), \Delta u_{\mathrm{sb}}(s), \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s), \Delta m_{\mathrm{L}}(s))}{P_5(s)}$$

Die Matrizen (Z_{sa}) bzw. (Z_{sb}) bzw. (Z_{ra}) bzw. (Z_{rb}) entstehen dabei gemäß der Cramer'schen Regel aus der Matrix (N) durch Ersetzen der ersten bzw. zweiten bzw. dritten bzw. vierten Spalte von (N) durch den Vektor der rechten Seite $\vec{U}$.

d) Übertragungsfunktion für „kleine" Wicklungswiderstände r_s, r'_r und „ausreichend hohe" Frequenzen $f_s > 0.5 \cdot f_N$: Die elektrischen Maschinen sind in der Regel mit kleinen bezogenen elektrischen Widerständen $r_{\mathrm{s}}, r'_{\mathrm{r}}$ bemessen, um die Verluste klein zu halten. Erfolgt der stationäre Betrieb der Asynchronmaschine mit nicht zu kleinen Statorfrequenzen (f_{s} ist zumindest 50 % der Bemessungsfrequenz f_{N}), kann die Übertragungsfunktion

(15.88) vereinfacht werden. Bei willkürlich reell gewähltem stationärem Spannungsraumzeiger $u_{s0} = u_{s0a}$, $u_{s0b} = 0$ wird die Übertragungsfunktion (15.88) als einfaches Beispiel im stationären Leerlaufbetrieb $\omega_{r0} = 0$, $\underline{i}'_{r0} = 0$ der Maschine betrachtet.

Wie in Kap. 5 erläutert, gilt in bezogener Darstellung für typische Auslegungsparameter der Asynchronmaschine $r_s << x_s$, $r'_r << x'_r$, $r_s \approx r'_r$, $x_s \approx x'_r$. Bei kleinen Streureaktanzen gilt auch ferner $x_s \approx x'_r \approx x_h$. Daher wird für das Beispiel im Folgenden vereinfachend $r_s = r'_r = r$ angenommen, und für die Berechnung der Kurzschlusszeitkonstanten $x_s = x'_r = x$ angenommen. Für die Abschätzung der Gesamtstreuung wird hingegen $x'_r = x_h$ gesetzt, woraus folgt: $1 - \sigma = x_h^2/(x_s x'_r) = x_h/x_s$. Für netzbetriebene Asynchronmaschinen bei Betrieb mit Bemessungsfrequenz ist $\omega_{s0} = 1$. Für umrichtergespeiste Asynchronmaschinen (Kap. 7) gelten die folgenden Betrachtungen für gegenüber der Bemessungsfrequenz nicht zu kleine Ständerfrequenzen, also $\omega_{s0} > 0.5 \ldots 0.6$. Dann kann auch $r_s << \omega_{s0} x_s$ angenommen werden, was die folgenden Berechnungen vereinfacht. Die gemachten Einschränkungen werden in Kauf genommen, um zu analytisch übersichtlichen Aussagen zum Kleinsignalverhalten der Asynchronmaschine zu kommen. Aus (15.79) folgt im stationären Leerlaufpunkt mit $r_s << x_s$ und $\underline{i}'_{r0} = 0$:

$$u_{s0} \cong j\omega_{s0}\underline{\psi}_{s0} = jx_s\underline{i}_{s0}.$$

Mit $\underline{u}_{s0} = u_{s0a} + j \cdot u_{s0b}$, $\underline{\psi}_{s0} = \psi_{s0a} + j \cdot \psi_{s0b}$, $\underline{i}_{s0} = i_{s0a} + j \cdot i_{s0b}$ erhalten wir mit $u_{s0b} = 0$:

$$\psi_{s0a} = 0, \quad \psi_{s0b} = -\frac{u_{s0a}}{\omega_{s0}} = -\frac{u_{s0}}{\omega_{s0}}, \quad i_{s0a} = 0, \quad i_{s0b} = -\frac{u_{s0}}{\omega_{s0} x_s}.$$

Aus (15.76a) folgt mit $\underline{i}'_{r0} = 0$:

$$\underline{\psi}'_r = x_h \underline{i}_s \quad \Rightarrow \quad \psi'_{r0a} = 0, \quad \psi'_{r0b} = -\frac{x_h}{\omega_{s0} x_s} u_{s0a} = -\frac{x_h u_{s0}}{x_s \omega_{s0}}.$$

Mit $r_s = r'_r = r$, $x_s = x'_r = x$ sind die Stator- und die Rotor-Kurzschlusszeitkonstante identisch.

$$\frac{1}{\tau_{s\sigma}} = \frac{r_s}{\sigma \cdot x_s} = \frac{1}{\tau_{r\sigma}} = \frac{r'_r}{\sigma \cdot x'_r} = \frac{r}{\sigma \cdot x} = \frac{1}{\tau_\sigma} = \alpha_\sigma \tag{15.91a}$$

Weiter folgt mit $1 - \sigma \cong x_h/x_s$

$$\frac{r_s}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cong \frac{r'_r}{x_h} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma} \cong \frac{r}{\sigma \cdot x_h} \cdot \frac{x_h}{x_s} = \frac{r}{\sigma \cdot x_s} = \frac{r}{\sigma \cdot x} = \frac{1}{\tau_\sigma} = \alpha_\sigma. \tag{15.91b}$$

Mit den Stationärwerten der Stator- und Rotorflussverkettung des Leerlaufpunkts und (15.91a,b) vereinfachen wir die Systemmatrix (N) (15.89)

$$(N) \cong \begin{pmatrix} s+\alpha_\sigma & -\omega_{s0} & -\alpha_\sigma & 0 & 0 \\ \omega_{s0} & s+\alpha_\sigma & 0 & -\alpha_\sigma & 0 \\ -\alpha_\sigma & 0 & s+\alpha_\sigma & 0 & -\dfrac{x_h}{x_s}\cdot\dfrac{u_{s0}}{\omega_{s0}} \\ 0 & -\alpha_\sigma & 0 & s+\alpha_\sigma & 0 \\ -\dfrac{1-\sigma}{\sigma\cdot x_s}\cdot\dfrac{u_{s0}}{\omega_{s0}\tau_J} & 0 & \dfrac{1}{\sigma\cdot x_s}\cdot\dfrac{u_{s0}}{\omega_{s0}\tau_J} & 0 & s \end{pmatrix}$$

und berechnen ihre Determinante $Det(N)$ z. B. durch Entwickeln nach Werten der vierten Zeile, da diese die meisten Nullen enthält (Dirschmid 1992). Die von Null verschiedenen Werte $-\alpha_\sigma$ und $s+\alpha_\sigma$ werden gemäß der genannten Berechnungsregel für Determinanten mit ihren (4×4)-Unterdeterminanten multipliziert, deren Berechnung analog erfolgt. Wir erhalten die folgende Determinante.

$$\begin{aligned} Det(N) = {} & \frac{1-\sigma}{\tau_J\sigma x_s}\cdot\frac{u_{s0}^2}{\omega_{s0}^2}\cdot(s+\alpha_\sigma)\cdot \\ & \cdot\left\{-\alpha_\sigma^2+\alpha_\sigma^3\cdot\frac{1-\sigma}{s+\alpha_\sigma}-(s+\alpha_\sigma)\cdot\alpha_\sigma\cdot(1-\sigma)+(s+\alpha_\sigma)^2+\omega_{s0}^2\right\}+ \\ & +s\cdot(s+\alpha_\sigma)^2\cdot\left[(s+\alpha_\sigma)^2+\omega_{s0}^2-2\alpha_\sigma^2+\frac{\alpha_\sigma^4}{(s+\alpha_\sigma)^2}\right] \end{aligned}$$

Die ersten drei Terme in $\{\ldots\}$ vereinfachen wir wegen (15.91a) $\alpha_\sigma << 1$ gemäß

$$\begin{aligned} & -\alpha_\sigma^2+\alpha_\sigma^3\cdot\frac{1-\sigma}{s+\alpha_\sigma}-(s+\alpha_\sigma)\cdot\alpha_\sigma\cdot(1-\sigma) \\ & = -\alpha_\sigma^2-\alpha_\sigma\cdot(1-\sigma)\cdot\frac{s\cdot(s+2\alpha_\sigma)}{s+\alpha_\sigma}\approx-\alpha_\sigma^2-s\cdot\alpha_\sigma\cdot(1-\sigma). \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck ist proportional zu Potenzen von α_σ und wegen $\alpha_\sigma << 1$ im Rahmen unserer oben getroffenen Vereinfachungen deutlich kleiner als ω_{s0}^2, sodass wir ihn vernachlässigen. Der dritte und vierte Term in $[\ldots]$ von $Det(N)$ sind proportional zu Potenzen von α_σ^2 und werden ebenfalls gegenüber ω_{s0}^2 vernachlässigt.

$$\begin{aligned} Det(N) \cong {} & \frac{1-\sigma}{\tau_J\sigma x_s}\cdot\frac{u_{s0}^2}{\omega_{s0}^2}\cdot(s+\alpha_\sigma)\cdot\left\{(s+\alpha_\sigma)^2+\omega_{s0}^2\right\}+ \\ & +s\cdot(s+\alpha_\sigma)^2\cdot\left[(s+\alpha_\sigma)^2+\omega_{s0}^2\right] \\ & =(s+\alpha_\sigma)\cdot\left[(s+\alpha_\sigma)^2+\omega_{s0}^2\right]\cdot\left(s\cdot(s+\alpha_\sigma)+\frac{1-\sigma}{\tau_J\sigma x_s}\cdot\frac{u_{s0}^2}{\omega_{s0}^2}\right) \end{aligned}$$

Wir führen mit (15.95a) die Eigenkreisfrequenz $\omega_{d,m}$ ein und erhalten somit als charakteristisches Polynom im Nenner der Übertragungsfunktion den Ausdruck (15.92).

$$Det(N) \cong P_5(s) =$$

$$= (s + \frac{1}{\tau_\sigma}) \cdot \left[\left(s + \frac{1}{\tau_\sigma}\right)^2 + \omega_{s0}^2\right] \cdot \left[\left(s + \frac{1}{2\tau_\sigma}\right)^2 + \omega_{d,m}^2\right] \tag{15.92}$$

$$\underline{s}_1 = -\delta_1 + j\omega_{d,1} \qquad \underline{s}_4 = -\delta_1 - j\omega_{d,1} \tag{15.93a}$$

$$\underline{s}_3 = -\delta_3 \tag{15.93b}$$

$$\underline{s}_2 = -\delta_2 + j\omega_{d,2} \qquad \underline{s}_5 = -\delta_2 - j\omega_{d,2} \tag{15.93c}$$

Fazit:
Die fünf Pole der elektromechanischen Übertragungsfunktion (15.88) der Asynchronmaschine für kleine Störungen umfassen je zwei konjugiert komplexe Pole und einen reellen Pol (Abb. 15.22).

Die Realteile dieser Pole sind mit den eingangs getroffenen Vereinfachungen die negativen Inversen der Kurzschlusszeitkonstanten $\tau_{s\sigma} = \tau_{r\sigma} = \tau_\sigma$ bzw. ihres doppelten Werts $2\tau_\sigma \cong \tau_{s\sigma} + \tau_{r\sigma}$ (Summe aus Stator- und Rotor-Kurzschlusszeitkonstante). Ihre Imaginärteile sind einerseits die Ständerkreisfrequenz ω_{s0} und andrerseits die Systemeigenfrequenz $\omega_{d,m}$ (15.95), die bereits in (15.68) erwähnt wurde.

$$\delta_1 = \delta_3 = \frac{1}{\tau_\sigma} \qquad \delta_2 = \frac{1}{2\tau_\sigma} \tag{15.94a}$$

$$\omega_{d,1} = \omega_{s0} \qquad \omega_{d,2} = \omega_{d,m} \tag{15.94b}$$

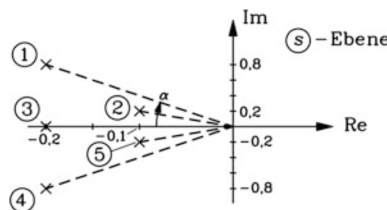


Abb. 15.22 Die fünf Pole der elektromechanischen Übertragungsfunktion (15.88) der Asynchronmaschine für kleine Störungen umfassen je zwei konjugiert komplexe Pole 1, 4 bzw. 2, 5 und einen reellen Pol 3. Der tanα gibt die Anzahl von Halbschwingungen bis zum Abklingen der Drehzahleigenschwingungen auf 5 % des Anfangswerts der Störung an

$$\omega_{\mathrm{d,m}} = \sqrt{\frac{1}{\tau_{\mathrm{J}}} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}} \cdot \left(\frac{u_{\mathrm{s0}}}{\omega_{\mathrm{s0}}}\right)^2 - \frac{1}{(2\tau_\sigma)^2}} \tag{15.95a}$$

$$\Omega_{\mathrm{d,m}} = \sqrt{\frac{3p^2}{J} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma \cdot L_{\mathrm{s}}} \cdot \left(\frac{U_{\mathrm{s0}}}{\Omega_{\mathrm{s0}}}\right)^2 - \frac{1}{(2T_\sigma)^2}} \tag{15.95b}$$

Aus (15.88) folgt mit (15.92) die Übertragungsfunktion (15.96a).

$$\Delta\omega_{\mathrm{m}}(s) = \frac{f(\Delta u_{\mathrm{sa}}(s), \Delta u_{\mathrm{sb}}(s), \Delta\omega_{\mathrm{s}}(s), \Delta m_{\mathrm{L}}(s))}{(s+\frac{1}{\tau_\sigma}) \cdot \left[\left(s+\frac{1}{\tau_\sigma}\right)^2 + \omega_{\mathrm{s0}}^2\right] \cdot \left[\left(s+\frac{1}{2\tau_\sigma}\right)^2 + \omega_{\mathrm{d,m}}^2\right]} \tag{15.96a}$$

Wir haben die Pole (Wurzeln) (15.94) von $P_5(s)$ in (15.92) mit einer Näherungsrechnung für den Fall des Leerlaufs als Ausgangspunkt der Störung bestimmt, doch gilt allgemein (Dirschmid 1992), dass ein Polynom 5. Ordnung jedenfalls eine reelle Wurzel analog zu (15.93b) hat und zwei jeweils konjugiert komplexe Wurzelpaare analog zu (15.93a) und (15.93c).

Die Laplace-Rücktransformation (15.96c) der Drehzahlabweichung vom Stationärwert des Leerlaufbetriebs infolge einer sprungförmigen, kleinen Änderung der Führungs- oder Störgröße ergibt den abklingenden transienten Teil der Störung $\Delta\omega_{\mathrm{m,h}}(\tau)$ (homogene Lösung) aus $\Delta\omega_{\mathrm{m,h}}(s)$ und die stationär verbleibende Drehzahlabweichung vom alten Stationärpunkt $\Delta\omega_{\mathrm{m,p}}(s) = \Delta\omega_{\mathrm{m}}(s \to 0)$ (partikuläre Lösung) als neuen Stationärpunkt $\omega_{\mathrm{m0}} + \Delta\omega_{\mathrm{m}}(s \to 0)$.

$$\begin{aligned}\Delta\omega_{\mathrm{m}}(s) &= \Delta\omega_{\mathrm{m,h}}(s) + \Delta\omega_{\mathrm{m,p}}(s) = \\ &= \frac{A_1 s + A_2}{\left(s+\frac{1}{\tau_\sigma}\right)^2 + \omega_{\mathrm{s0}}^2} + \frac{B_1 s + B_2}{\left(s+\frac{1}{2\tau_\sigma}\right)^2 + \omega_{\mathrm{d,m}}^2} + \frac{C}{s+\frac{1}{\tau_\sigma}} + \Delta\omega_{\mathrm{m,p}}(s)\end{aligned} \tag{15.96b}$$

Die Konstanten A_1, A_2, B_1, B_2, C sind aus (15.96a) gemäß Partialbruchzerlegung oder mit dem Heaviside'schen Entwicklungssatz zu bestimmen (Dirschmid 1992) und bestimmen ihrerseits die Phasenwinkel φ_1 und φ_2 der transienten abklingenden Schwingung.

$$\begin{aligned}\Delta\omega_{\mathrm{m,h}}(\tau) &= \Delta\omega_{\mathrm{m,1}} \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_\sigma}} \cdot \cos(\omega_{\mathrm{s0}}\tau + \varphi_1) + \\ &+ \Delta\omega_{\mathrm{m,2}} \cdot e^{-\frac{\tau}{2\tau_\sigma}} \cdot \cos(\omega_{\mathrm{d,m}}\tau + \varphi_2) + \Delta\omega_{\mathrm{m,3}} \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_\sigma}}\end{aligned} \tag{15.96c}$$

Die Größe der Amplituden $\Delta\omega_{\mathrm{m,1}}$, $\Delta\omega_{\mathrm{m,2}}$, $\Delta\omega_{\mathrm{m,3}}$ in (15.96c) bestimmt, welcher der drei transienten Effekte dominiert.

Fazit:
Abweichungen vom stationären Drehzahlwert infolge einer kleinen Änderung der Führungs- oder Störgröße bewirken in der Asynchronmaschine einen transienten

Ausgleichsvorgang, der näherungsweise mit der Kurzschlusszeitkonstante (bzw. ihrem doppelten Wert) abklingt. Daher sind stationäre Betriebspunkte in der Nähe des Leerlaufs bei nicht zu kleinen Stator-Frequenzen und ausreichend kleinen ohm'schen Widerständen stabil gegen kleine Störungen. Es treten ständerfrequente Schwingungen, aber auch Schwingungen mit einer System-Eigenfrequenz – ähnlich wie bei Synchronmaschinen (vgl. 15.68) – auf. Eine zusätzliche Gleichkomponente der Drehzahlstörung klingt ebenfalls mit der Kurzschlusszeitkonstante ab.

Die Determinante $Det(Z)$ der Matrix (Z) (15.90b) im Rahmen der oben gemachten Vereinfachungen für kleine Störungen aus dem Leerlaufbetrieb

$$(Z) \cong \begin{pmatrix} s+\alpha_\sigma & -\omega_{s0} & -\alpha_\sigma & 0 & \Delta u_{sa}(s)+\psi_{s0b}\Delta\omega_s(s) \\ \omega_{s0} & s+\alpha_\sigma & 0 & -\alpha_\sigma & \Delta u_{sb}(s) \\ -\alpha_\sigma & 0 & s+\alpha_\sigma & 0 & \psi'_{r0b}\cdot\Delta\omega_s(s) \\ 0 & -\alpha_\sigma & 0 & s+\alpha_\sigma & 0 \\ -\frac{1-\sigma}{\sigma\cdot x_s}\cdot\frac{u_{s0}}{\omega_{s0}\tau_J} & 0 & \frac{1}{\sigma\cdot x_s}\cdot\frac{u_{s0}}{\omega_{s0}\tau_J} & 0 & -\frac{\Delta m_L(s)}{\tau_J} \end{pmatrix}$$

wird zur Berechnung der Konstanten A_1, A_2, B_1, B_2, C wiederum mit der Entwicklung z. B. nach den Koeffizienten der vierten Zeile berechnet, weil diese die meisten Nullen enthält. Mit der Abkürzung

$$H = \frac{1-\sigma}{\sigma\cdot x_s}\cdot\frac{u_{s0}}{\omega_{s0}\tau_J}$$

bestimmen wir $Det(Z)$.

$$\begin{aligned} Det(Z) = &-H\cdot(\Delta u_{sa}(s)+\psi_{s0b}\Delta\omega_s(s))\cdot \\ &\cdot\left\{\alpha_\sigma^3+\alpha_\sigma^2\cdot(s+\alpha_\sigma)\cdot(1-\sigma)+\alpha_\sigma\cdot(s+\alpha_\sigma)^2-(s+\alpha_\sigma)^3\cdot(1-\sigma)\right\}+ \\ &+H\cdot\Delta u_{sb}(s)\cdot\omega_{s0}\cdot(s+\alpha_\sigma)\cdot\{(s+\alpha_\sigma)\cdot(1-\sigma)-\alpha_\sigma\} \\ &-H\cdot\Delta\omega_s(s)\cdot\psi'_{r0b}\cdot \\ &\cdot\left\{\alpha_\sigma^3\cdot(1-\sigma)+(s+\alpha_\sigma)\cdot\left[-\alpha_\sigma^2+(s+\alpha_\sigma)^2+\omega_{s0}^2-\alpha_\sigma\cdot(s+\alpha_\sigma)\cdot(1-\sigma)\right]\right\} \\ &-\frac{\Delta m_L(s)}{\tau_J}\cdot\left\{(s+\alpha_\sigma)^4+(s+\alpha_\sigma)^2\cdot(\omega_{s0}^2-2\alpha_\sigma^2)+\alpha_\sigma^4\right\} \end{aligned}$$

Wegen $\alpha_\sigma << 1$ vernachlässigen wir in $Det(Z)$ die kleinen, zu Potenzen von α_σ proportionalen Terme in den geschwungenen Klammern $\{\ldots\}$ und erhalten so mit (15.92) als Übertragungsfunktion $\Delta\omega_m(s) = Det(Z)/Det(N)$ den Ausdruck (15.97).

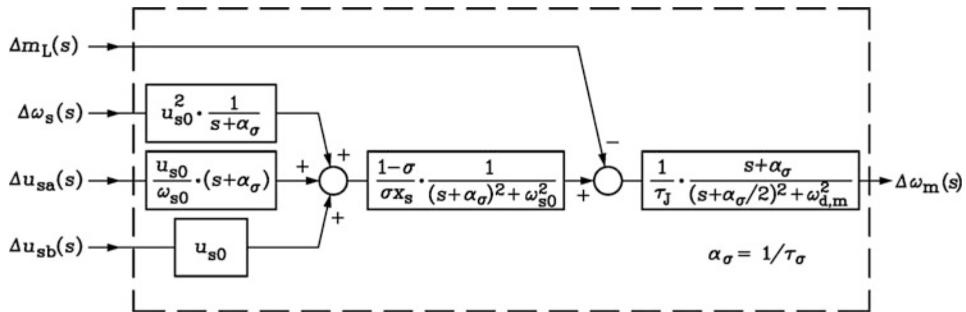


Abb. 15.23 Blockdiagramm der elektromechanischen Übertragungsfunktion (15.97) für die Drehzahl der Asynchronmaschine bei kleinen Störungen der Statorspannung, Statorfrequenz, und des Lastmoments, ausgehend vom Leerlaufbetrieb (Vereinfachungen: Kleine, gleiche bezogene Stator- und Rotorwiderstände, gleiche Stator- und Rotorinduktivitäten, nicht zu kleine Statorfrequenz) (Quelle: Kleinrath 1976)

$$\Delta\omega_m(s) = \frac{s+\alpha_\sigma}{\tau_J \cdot ((s+\alpha_\sigma/2)^2 + \omega_{d,m}^2)} \cdot \left\{ -\Delta m_L(s) + \frac{1-\sigma}{\sigma x_s} \cdot \frac{\frac{u_{s0}^2 \Delta\omega_s(s)}{s+\alpha_\sigma} + \frac{u_{s0}}{\omega_{s0}}(s+\alpha_\sigma)\,\Delta u_{sa}(s) + u_{s0}\Delta u_{sb}(s)}{(s+\alpha_\sigma)^2 + \omega_{s0}^2} \right\} \tag{15.97}$$

Diese Übertragungsfunktion (15.97) ist als Blockdiagram in Abb. 15.23 dargestellt. Wegen der Vernachlässigung der Terme mit Potenzen von α_σ hat sich in (15.97) ein Term $s + \alpha_\sigma$ bei der Division von $Det(Z)$ durch $Det(N)$ gekürzt, sodass statt eines Polynoms fünfter Ordnung im Nenner von (15.97) nur noch ein charakteristisches Polynom vierter Ordnung $P_4(s)$ auftritt. Der Pol $\underline{s}_3 = s_3 = -\delta_3$ von Abb. 15.22 ist in Abb. 15.23 verschwunden. Der abklingende transiente Gleichanteil der homogenen Lösung im drehfeldfesten Bezugssystem wird somit vernachlässigt, da sein Einfluss auf den Ausgleichsvorgang bei kleinen Werten α_σ bzw. $r_s << \sigma \cdot x_s$, $r'_r << \sigma \cdot x'_r$ klein ist.

Beispiel 15.6

Berechnen Sie die elektromechanische Eigenfrequenz einer vierpoligen Käfigläufer-Asynchronmaschine mit den Daten: 30 kW, 400 V Y, 50 Hz, 60.2 A, $J = 0.42$ kgm^2, $T_J = 0.25$ s, $L_s = 36.5$ mH, per unit-Parameter: $r_s = r'_r = 0.03$, $x_s = x'_r = 3.0$, $\sigma = 0.0667$, $\tau_J = 75$

a) mit bezogenen Größen,
b) mit unbezogenen Größen!
c) Geben Sie $\Delta\omega_m(\tau)$ allgemein gemäß der Übertragungsfunktion (15.97) an, wenn im Leerlaufbetrieb der Asynchronmaschine am starren Netz plötzlich ein kleiner

Lastmomentsprung $\Delta m_L(\tau) = \Delta m \cdot \varepsilon(\tau)$, $\Delta m << 1$, auftritt. Diskutieren Sie das Ergebnis!

Lösung:

a) $\tau_{s\sigma} = \tau_{r\sigma} = \dfrac{\sigma \cdot x_s}{r_s} = \dfrac{0.0667 \cdot 3}{0.03} = 6.67$

$$T_{s\sigma} = T_{r\sigma} = \tau_{s\sigma}/\omega_N = 6.67/(2\pi 50) = 21.2\ \text{ms}$$

$$\omega_{d,m} = \sqrt{\frac{1}{75} \cdot \frac{1-0.0667}{0.0667 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{1}\right)^2 - \frac{1}{(2 \cdot 6.67)^2}} = 0.238$$

$$f_{d,m} = f_N \cdot \omega_{d,m} = 50 \cdot 0.238 = 11.9\ \text{Hz}$$

b) $f_{d,m} = \dfrac{\Omega_{d,m}}{2\pi}$

$$f_{d,m} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3 \cdot 2^2}{0.42} \cdot \frac{1-0.0667}{0.0667 \cdot 0.0365} \cdot \left(\frac{230}{2\pi 50}\right)^2 - \frac{1}{(2 \cdot 0.0212)^2}} = 11.9\ \text{Hz}$$

c) Leerlauf: $\omega_{s0} = \omega_{m0}$, $\Delta\omega_s(\tau) = 0$, $\Delta u_{sa}(\tau) = \Delta u_{sb}(\tau) = 0$, daher: $\Delta\omega_s(s) = 0$, $\Delta u_{sa}(s) = \Delta u_{sb}(s) = 0$, $\Delta m_L(s) = \Delta m/s$. Aus (15.97) folgt:

$$\Delta\omega_m(s) = -\frac{(s+\alpha_\sigma) \cdot \Delta m}{\tau_J \cdot s \cdot ((s+\alpha_\sigma/2)^2 + \omega_{d,m}^2)}$$

$$\Delta\omega_m(s) = -\Delta m \cdot \alpha_\sigma \cdot \frac{\sigma x_s}{1-\sigma} \cdot \frac{\omega_{s0}^2}{u_{s0}^2} \cdot \left[\frac{1}{s} - \frac{s+\alpha_\sigma}{(s+\alpha_\sigma/2)^2 + \omega_{d,m}^2}\right]$$

$$\alpha_\sigma \cdot \frac{\sigma x_s}{1-\sigma} = \frac{r_s}{\sigma \cdot x_s} \cdot \frac{\sigma \cdot x_s}{1-\sigma} = \frac{r_s}{1-\sigma} = \frac{r_r'}{1-\sigma}, \quad \frac{\omega_{s0}^2}{u_{s0}^2} \cong \frac{1}{\psi_{s0}^2}$$

$$\Delta\omega_m(\tau) = -\frac{\Delta m \cdot r_r'}{1-\sigma} \cdot \frac{1}{\psi_{s0}^2} \cdot \left[\varepsilon(\tau) - e^{-\frac{\tau}{2\tau_\sigma}} \cdot \left(\cos(\omega_{d,m}\tau) + \frac{\sin(\omega_{d,m}\tau)}{2\tau_\sigma\omega_{d,m}}\right)\right]$$

$$\Delta\omega_m(\tau) = -\frac{\Delta m \cdot r_r'}{1-\sigma} \cdot \frac{1}{\psi_{s0}^2} \cdot \left[\varepsilon(\tau) - \sqrt{1 + \frac{1}{(2\tau_\sigma\omega_{d,m})^2}} \cdot e^{-\frac{\tau}{2\tau_\sigma}} \cdot \cos(\omega_{d,m}\tau + \varphi)\right]$$

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{1}{2\tau_\sigma\omega_{d,m}}\right)$$

Für $\tau \to 0$ ist $\Delta\omega_m(0) = 0$. Danach beginnt die mit der Zeitkonstante $2\tau_\sigma \approx \tau_{s\sigma} + \tau_{r\sigma}$ gedämpfte Eigenschwingung der Drehzahlabweichung vom Leerlaufwert $\omega_m(0) = \omega_{m0} = \omega_{s0}$ mit der Kreisfrequenz $\omega_{d,m}$ und pendelt sich auf den neuen, bei

$\Delta m > 0$ etwas kleineren Stationärwert $\omega_{s0} + \Delta\omega_m(\tau \to \infty) = \omega_{s0} - \frac{\Delta m \cdot r_r'}{1-\sigma} \cdot \frac{1}{\psi_{s0}^2}$ ein. Ein weiterer schwingender Ausgleichsvorgang mit ω_{s0} tritt nicht auf und erklärt den Namen „mechanische" Eigenkreisfrequenz für $\omega_{d,m}$. Damit ergibt sich qualitativ der gleiche Zeitverlauf der Drehzahl bzw. der mechanischen Winkelgeschwindigkeit wie in Bsp. 13.3, Abb. 13.8 für die dort behandelte fremderregte Gleichstrommaschine, wobei dort allerdings das Ergebnis auch für große Lastmomentstöße gültig ist. Die Nachgiebigkeit der Asynchronmaschine hinsichtlich der Drehzahl

$$\Delta\omega_m(\tau \to \infty) = -\frac{\Delta m \cdot r_r'}{1-\sigma} \cdot \frac{1}{\psi_{s0}^2}$$

ist umso größer, je höher der belastende Momentenstoß Δm ist, aber auch je höher die Verluste in der Maschine (proportional zu r_r' bzw. zu $r = (r_s + r_r')/2$) sind und je höher der Streuflussanteil (proportional zu σ) ist. Bei höherem Hauptfluss (proportional zu $\psi_h \approx \psi_{s0}$) sinkt die Drehzahlnachgiebigkeit quadratisch mit dem Kehrwert des Flusses.

e) Übertragungsfunktion bei großen Widerständen und kleinen Frequenzen: Im Folgenden werden die Pole der Übertragungsfunktion für kleine Abweichungen vom Arbeitspunkt (15.78) durch numerisches Aufsuchen der Nullstellen des Nennerpolynoms $P_5(s)$ von (15.88) ohne Näherungen hinsichtlich der Maschinenparameter und ohne Einschränkungen hinsichtlich der Wahl des stationären Arbeitspunkts berechnet (Kleinrath 1976). Obwohl die Zahlenwerte der Widerstände und der Ständerfrequenz nun nicht eingeschränkt sind, liefert das charakteristische Polynom der Determinante $Det(N)$, wie bereits erwähnt, wiederum zwei konjugiert komplexe Wurzelpaare und eine reelle Wurzel. Sehr empfindlich reagiert das Polpaar $\underline{s}_{2,5} = -\delta_2 \pm j\omega_{d,2}$ auf die Änderung der Widerstands- und Frequenzwerte, wie die beiden folgenden Beispiele zeigen.

Beispiel 15.7

Der gesteuerte Betrieb eines 8-poligen, dreiphasigen Käfigläufer-Asynchronmotors, betrieben an einem idealen Umrichter mit sinusförmiger Ausgangsspannung im Frequenzbereich zwischen 5 % und 200 % der Bemessungsfrequenz, (wobei ω_{s0} so geändert wird, dass die Rotorflussverkettung konstant bleibt und den Bemessungswert $\psi_{r0}'(\omega_{s0}) = \psi_{r0N}'$ hat (Kleinrath 1976)), ist bezüglich des elektromechanischen Schwingungsverhaltens zu untersuchen

a) bei Leerlauf und
b) bei Bemessungslast.

Die den Motor speisende Spannung u_{s0} wird gemäß (15.79) mit der Ständerkreisfrequenz ω_{s0} so verändert, dass $\psi_{r0}'(\omega_{s0}) = \psi_{r0N}'$ konstant bleibt.

Motorbemessungsdaten: 22 kW, 400 V, Y, 50 Hz, 720/min ($\omega_{\mathrm{r0N}} = 0.04$), Wirkungsgrad 93 % (nur Stromwärmeverluste), Leistungsfaktor 0.87. Die bezogenen Maschinenparameter sind $r_\mathrm{s} = 0.03$, $r'_\mathrm{r} = 0.04$, $x_\mathrm{s} = x'_\mathrm{r} = 3.0$, $\sigma = 0.0667$, $\tau_\mathrm{J} = 75$.

Lösung:
Abhängig vom Betriebszustand (Leerlauf $m_{\mathrm{L0}} = 0$ oder Bemessungslast $m_{\mathrm{L0}} = m_{\mathrm{LN}}$) bestimmen wir unabhängig von der Ständerfrequenz bei gegebener Läuferflussverkettung $\psi'_{\mathrm{r0}}(\omega_{\mathrm{s0}}) = \psi'_{\mathrm{r0N}}$ die erforderliche Ständerflussverkettung $\underline{\psi}_{\mathrm{s0}}$. Bei Leerlauf ergibt sie sich als $\underline{\psi}_{\mathrm{s0}} = \underline{\psi}_{\mathrm{s0,0}}$ aus (15.76b) für $\underline{i}'_{\mathrm{r0}} = 0$. Bei Bemessungslast ergibt sie sich als $\underline{\psi}_{\mathrm{s0}} = \underline{\psi}_{\mathrm{s0N}}$ aus (15.77c) für den Stationärpunkt $d\omega_\mathrm{m}/d\tau = 0$. Mit ψ'_{r0N} und $\underline{\psi}_{\mathrm{s0}}$ wird aus (15.79) der erforderliche Raumzeiger der Ständerspannung $\underline{u}_{\mathrm{s0}}$ in Abhängigkeit vom gewählten Wert ω_{s0} für Leerlauf und Bemessungslast bestimmt. Dabei wird ω_{s0} zwischen 5 % und 200 % des Bemessungswerts ($0.05 \leq \omega_{\mathrm{s0}} \leq 2.0$) variiert. Für nicht zu kleine Ständerfrequenzen ergibt sich wegen $r_\mathrm{s} << \omega_{\mathrm{s0}} x_\mathrm{s}$ näherungsweise das in Kap. 7 bereits erläuterte Steuergesetz $u_{\mathrm{s0}} \sim \omega_{\mathrm{s0}}$ (in p.u.). Die numerisch berechneten Verläufe von Real- und Imaginärteil des Pols $\underline{s}_2$ bzw. $\underline{s}_5$ (15.93c) sind als Funktionen $\delta_2(\omega_{\mathrm{s0}}), \omega_{\mathrm{d,2}}(\omega_{\mathrm{s0}})$ in Abb. 15.24 für Leerlauf und bei Belastung mit dem Bemessungsmoment dargestellt. Bei Leerlauf und $\omega_{\mathrm{s0}} = 1$ ist $\omega_{\mathrm{d,2}} = 0.22$ und $\delta_2 = 0.095$.

Real- und Imaginärteil der anderen Pole $\underline{s}_1$, $\underline{s}_3$, $\underline{s}_4$ ändern sich bei Absenkung der Frequenz ω_{s0} von 2.0 auf 0.05 wie folgt: δ_3 steigt von 0.2 auf 0.34, δ_1 steigt von 0.15 auf 0.2, das Verhältnis $\omega_{\mathrm{d,1}}/\omega_{\mathrm{s0}}$ steigt von 1.0 auf 2.5. Der Vergleich der numerisch ermittelten Werte mit jenen aus den vereinfachten Formeln (15.94), (15.95) zeigt:

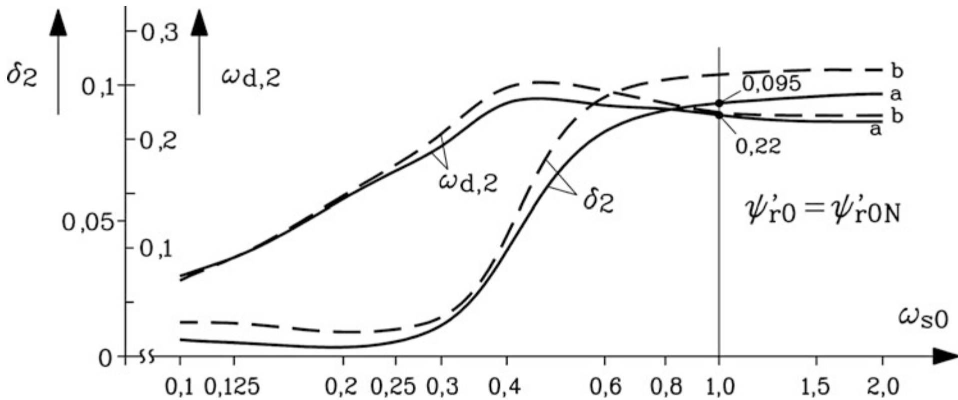


Abb. 15.24 Numerisch berechneter Verlauf der Dämpfung δ_2 und der Eigen-Kreisfrequenz $\omega_{\mathrm{d,2}}$ der Asynchronmaschine von Bsp. 15.7 bei variabler Statorkreisfrequenz $0.05 \leq \omega_{\mathrm{s0}} \leq 2$ und konstanter Bemessungsrotorflussverkettung $\psi'_{\mathrm{r0}}(\omega_{\mathrm{s0}}) = \psi'_{\mathrm{r0N}}$ bei a) Leerlaufbetrieb, b) Bemessungslast (Quelle: Kleinrath 1976)

$$\delta_1 = \delta_3 = \frac{r_s}{\sigma \cdot x_s} = \frac{0.03}{0.0667 \cdot 3} = 0.15,$$

$$\delta_2 = \frac{r_s}{2 \cdot \sigma \cdot x_s} = \frac{0.03}{2 \cdot 0.0667 \cdot 3} = 0.075,$$

$$\frac{\omega_{d,1}}{\omega_{s0}} = 1, \quad \omega_{d,2} = \omega_{d,m} = \sqrt{\frac{1}{75} \cdot \frac{1 - 0.0667}{0.0667 \cdot 3} \cdot \left(\frac{1}{1}\right)^2 - 0.075^2} = 0.238.$$

Fazit:
Die vereinfachten Formeln (15.94), (15.95) liefern nur für Frequenzen oberhalb von 60 % der Statorbemessungsfrequenz brauchbare Werte. Bei niedrigen Statorfrequenzen wird die Dämpfung der Schwingung mit der elektromechanischen Eigenfrequenz sehr klein. Diese Eigenfrequenz wird dabei ebenfalls sehr und sinkt unter etwa 10 % der Bemessungsfrequenz. Der gesteuerte Betrieb der Asynchronmaschine am Umrichter bei niedrigen Frequenzen ist somit wegen der schwach gedämpften Schwingneigung ungünstig. Es empfiehlt sich als Abhilfe eine Drehzahlregelung (Kümmel 1998; Bühler 1977).

Beispiel 15.8

Der Motor von Beispiel 15.7 wird am Netz bei Bemessungsfrequenz $\omega_{s0} = 1$ betrieben

a) bei Leerlauf und
b) bei Bemessungsmoment.

Der Statorwiderstand r_s wird durch einen zusätzlichen Widerstand als Vorwiderstand je Strang zwischen Einspeisepunkt und Motorklemmen symmetrisch in allen drei Strängen kontinuierlich von 0.03 auf 2.0 vergrößert. Die Statorspannungsamplitude u_{s0} wird dabei so vergrößert, dass der zusätzliche ohm'sche Spannungsfall am Vorwiderstand kompensiert wird und die Rotorflussverkettung ψ'_{r0} konstant bei ihrem Bemessungswert ψ'_{r0N} bleibt. Real- und Imaginärteil $\delta_2(r_s)$, $\omega_{d,2}(r_s)$ des Pols $\underline{s}_2$ bzw. $\underline{s}_5$ sind in Abhängigkeit des Ständer-Widerstands numerisch zu berechnen!

Lösung:

a) Die numerisch ermittelten Verläufe $\delta_2(r_s)$, $\omega_{d,2}(r_s)$ sind in Abb. 15.25 dargestellt. Ausgehend von $\omega_{d,2} = 0.22$, $\delta_2 = 0.095$ bei $r_s = 0.03$ sinken $\omega_{d,2}$ und δ_2 mit steigendem r_s ab. Es tritt im Bereich $0.35 < r_s < 1.8$ bei Leerlauf ($m_L = 0$) trotz des hohen Ständerstrangwiderstands eine negative Dämpfung $\delta_2 < 0$ und damit dort instabiler Betrieb auf. Es wird durch die elektromechanische Energiewandlung in der Asynchronmaschine Energie aus dem elektrischen System in das mechanische System so übertragen, dass die Drehzahlschwankung mit der Kreisfrequenz $\omega_{d,2}$ nach einer Störung des Arbeitspunkts angefacht wird. Es stellt sich nach dem Aufklingen dieser Eigenschwingung aufgrund der bei größeren Schwingungsamplituden bereits

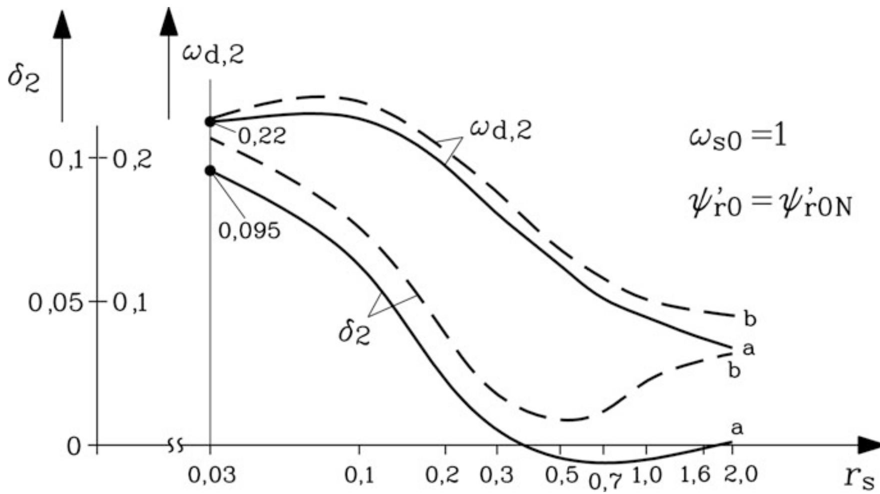


Abb. 15.25 Numerisch berechneter Verlauf der Dämpfung δ_2 und der Eigen-Kreisfrequenz $\omega_{d,2}$ bei veränderlichem Statorwiderstand r_s, bei Bemessungskreisfrequenz $\omega_{s0} = 1$ und konstanter Bemessungsrotorflussverkettung ψ'_{r0N}. a) Leerlaufbetrieb, b) Betrieb bei Bemessungslast (Quelle: Kleinrath 1976)

wirksam werdenden nichtlinearen Effekte eine Begrenzung der Amplitude auf einen nichtlinearen Grenzzyklus (Dirschmid 1992) ein, wie in Abschnitt f) gezeigt wird.

b) Bei Bemessungslast ($m_L = m_{LN}$) wird die Dämpfung nicht negativ, aber im Bereich $0.35 < r_s < 1.8$ sehr klein; die Eigenschwingungen sind schwach gedämpft und nehmen nach einer Störung des Arbeitspunkts nur langsam ab, aber der Betrieb ist stabil.

Fazit:
Im Wertebereich von etwa $0.35 < r_s < 1.8$ *p.u. wird bei Leerlauf die Dämpfung der Drehzahl-Eigenschwingung der gesteuert betriebenen Asynchronmaschine (bei sonst typischen Maschinenparametern) negativ. Die Schwingungsamplituden der Drehzahl und des Drehmoments bei dieser elektromechanischen Eigenfrequenz nehmen zu. Diese Betriebspunkte sind instabil. Auf welche Schwingungsamplitude der Drehzahl diese Schwingwerte zunehmen, sagt die Rechnung der Kleinsignaltheorie nicht aus, da sie ja nur für kleine Schwingungsamplituden der Drehzahlschwingung gilt. Es muss das vollständige dynamische Gleichungssystem der Asynchronmaschine (z. B. 15.36) gelöst werden, um diese Frage zu beantworten (Beispiel 15.9).*

f) Numerische Lösung des vollständigen, nichtlinearen dynamischen Gleichungssystems („Großsignaltheorie“): Wie in Abschn. 15.6 wird das vollständige, nichtlineare dynamische Gleichungssystem der Asynchronmaschine (15.36) numerisch im Zeitschrittverfahren gelöst, um die instabilen Betriebszustände für große Schwingungsamplituden zu untersuchen.

Beispiel 15.9

Der Leerhochlauf der Asynchronmaschine von Beispiel 15.7 am starren Drehstromnetz (konstante Statorspannung und Statorfrequenz als Bemessungswerte: $u_{s0} = 1, \omega_{s0} = 1$) ist numerisch zu berechnen

a) ohne Ständervorwiderstände und
b) mit einem Ständervorwiderstand je Strang vom 13-fachen Wert des Strangwiderstands der Ständerwicklung $r_v = 13 \cdot 0.03 = 0.39$. Der resultierende Statorstrangwiderstand $r_s = 0.03 + 0.39 = 0.42$ liegt gemäß Abb. 15.25 im Bereich für $\delta_2 < 0$, sodass instabiler Betrieb zu erwarten ist.

Da die Spannung an den Motorklemmen im Fall b) aufgrund des Spannungsfalls am Vorwiderstand deutlich kleiner als der Bemessungswert ist, wird für die Rechnung im Fall b) das Gesamtträgheitsmoment J auf 1/3 des Werts bei a) verringert, um die Hochlaufzeit in Grenzen zu halten: $\tau_J = 75/3 = 25$.

Lösung:
Die numerisch ermittelten Lösungsfunktionen sind für Fall a) in Abb. 15.26a und für Fall b) in Abb. 15.26b dargestellt.

Durch den großen Vorwiderstand tritt ein erheblicher Spannungsfall zwischen Netz- und Motorklemmen auf, sodass die Motorspannung gegenüber der Netzspannung sinkt und gemäß Kap. 5 quadratisch mit der Motorspannung das dynamische Kippmoment auf etwa 25 % des Bemessungsmoments verringert wird (Abb. 15.26b). Da das Trägheitsmoment jedoch auf 1/3 gegenüber Fall a) verringert ist, erhöht sich die Hochlaufzeit nur um 50 % (in p.u. von 20π auf 30π). Die Schwingungen von Drehzahl und Drehmoment mit $f_{d,1} \approx f_N$, also etwa Netzfrequenz, aufgrund des Gleichstromglieds klingen im Fall b) innerhalb von ca. 9 Netzperioden ab, während die Schwingungen mit der Eigenfrequenz $f_{d,2} = 11.8$ Hz aufklingen, also bei Synchrondrehzahl zu instabilem Verhalten führen. Die Schwingungsamplitude dieser Eigenschwingung strebt durch die nichtlinearen Terme in den dynamischen Maschinengleichungen (15.36) einem Grenzwert zu. Es stellt sich ein Grenzzyklus für die Drehzahl- und Drehmomentschwingung $\omega_m(\tau)$ und $m_e(\tau)$ ein. Die Maschine führt im Leerlauf eine Drehzahl-Dauerschwingung um die Synchrondrehzahl aus und ist damit instabil.

Natürlich gibt es weit über diese hier gezeigten Beispiele hinaus gehende Fälle von praktischer Bedeutung hinsichtlich dynamischer Stabilitätsuntersuchungen von Asynchronmaschinen. Wird die Asynchronmaschine z. B. über kapazitiv wirkende Serienimpedanzen aus dem Netz gespeist, so können elektrische Selbsterregungsvorgänge und unerwünschte elektrische Schwingungen auftreten (Rennicke 1969). Eine praktische Bedeutung hat aber auch die elektrische Selbsterregung im Inselbetrieb des Asynchrongenerators über seine Rotoreisenremanenz, wenn an seinen Klemmen Kondensatoren parallel geschaltet werden (Binder und Rummich 1990), wie bereits im Kap. 5 erläutert wurde.

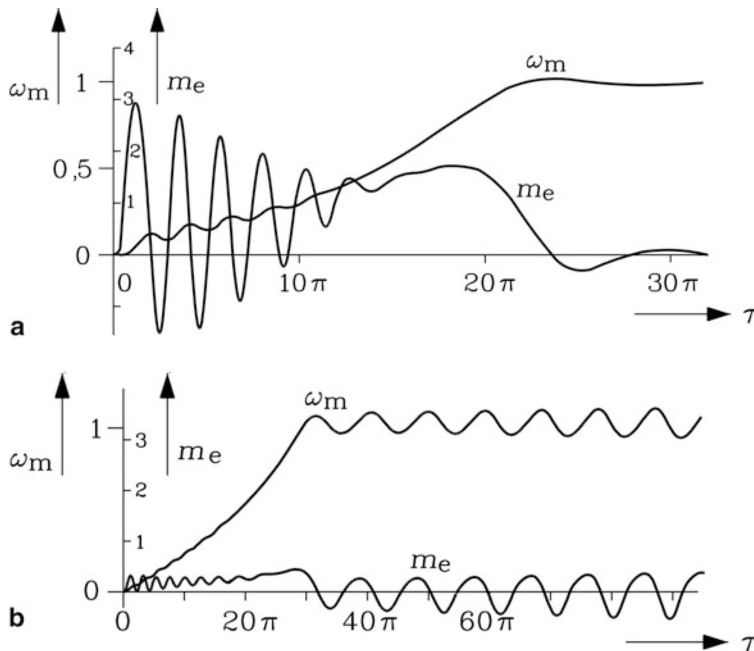


Abb. 15.26 Numerisch berechnetes Drehmoment und mechanische Winkelgeschwindigkeit während des Hochlaufs einer Asynchronmaschine ohne Belastungsmoment ($m_L = 0$) (**a**) direkt am Netz, (**b**) mit einem ohm'schen Vorwiderstand (13-facher Statorstrangwiderstand) je Strang zwischen Netz und Motorklemmen und einem auf 33 % verringertem Trägheitsmoment

15.8 Umrichtergespeiste Asynchronmaschinen mit feldorientierter Regelung

a) Prinzip der feldorientierten Regelung der Asynchronmaschine: Die kaskadierte Drehzahlregelung der Asynchronmaschine erfordert eine dem Drehzahlregelkreis unterlagerte Drehmomentregelung, um auf Änderung des Belastungsmoments reagieren zu können (Klautschek 1976; Hügel und Schleswig 1991). Für diese Drehmomentregelung sind die „Direkte Drehmomentregelung (Direkte Selbstregelung (DSR))" nach Depenbrock (Depenbrock 1985) und Takahashi (Takahashi 1986) und alternativ die wesentlich weiter verbreitete „Feldorientierte Regelung" von Blaschke und Hasse als wichtigste dynamisch hochwertige Regelverfahren in Verwendung. Die „Direkte Momentenregelung" hat zwar bei sonst gleichen Randbedingungen i. A. kürzere Anregelzeiten und ist daher dynamischer, verwendet aber dafür verfahrensbedingt keine regelmäßigen Spannungsschaltmuster der Umrichterausgangsspannung (Depenbrock und Klaes 1988; Lemp 1997) wie etwa die in Kap. 7 erläuterte Pulsweitenmodulation, sondern stellt die Breite der Ständerspannungsimpulse nach dem jeweiligen errechneten augenblicklichen Drehmomentbedarf.

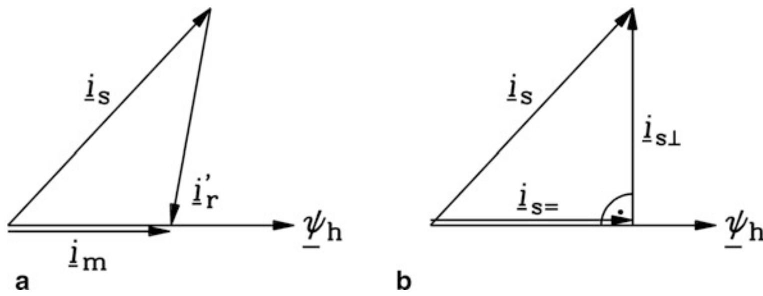


Abb. 15.27 Stromraumzeiger der Asynchronmaschine: (**a**) Der Magnetisierungsstromraumzeiger bzw. die Hauptflussverkettung wird von Stator- und Rotorstromraumzeiger gemeinsam erregt (vgl. Kap. 5), (**b**) Das elektromagnetische Drehmoment (15.26) wird vom Hauptflussverkettungsraumzeiger und der dazu normalen Komponente $i_{s\perp}$ des Stator-Stromraumzeigers erzeugt

Auf die physikalische Modellvorstellung zur feldorientierten Regelung, die in der Regel pulsweitenmodulierte Ständerspannungsmuster oder eine Hystereseregelung für den Ständerstrom (vgl. Kap. 9) verwendet, wird im Folgenden eingegangen. Für weiterführende Details zur Regelung von Drehstromantrieben wird auf die zahlreiche Fachliteratur verwiesen (Bühler 1977; Leonhard 1996; Kümmel 1998; Schröder 2009a).

Das elektromagnetische Drehmoment (15.26) als Produkt aus Hauptflussverkettung und drehmomentbildender Komponente $i_{s\perp}$ des Stator-Stromraumzeigers (Abb. 15.27b) kann durch Änderung beider Größen oder einer der beiden Größen verändert werden. Über die Pulsweitenmodulation mit schnell schaltenden Wechselrichtern werden durch Veränderung der Amplitude und der Frequenz der Grundschwingung der Statorklemmenspannung über den Stator-Spannungsraumzeiger $\underline{i}_s$ und $\underline{\psi}_s$ verändert:

$$\underline{u}_s = r_s \underline{i}_s + \frac{d\underline{\psi}_s}{d\tau}.$$

Durch Änderung von $\underline{\psi}_s$ wird sowohl die Haupt- als auch die Statorstreuflussverkettung verändert:

$$\underline{\psi}_s = x_s \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}'_r = \underline{\psi}_{s\sigma} + \underline{\psi}_h.$$

Die Veränderung von $\underline{\psi}_h$ geht in etwa mit der relativ großen Leerlaufzeitkonstante x_s/r_s vor sich und erlaubt somit keine rasche Änderung des Drehmoments. Wird $\underline{u}_s$ gezielt so verändert, dass sich nur $\underline{\psi}_{s\sigma}$ verändert, was mit der deutlich kürzeren Stator-Kurzschlusszeitkonstanten $\sigma \cdot x_s/r_s$ möglich ist, ist eine deutlich raschere Änderung des Drehmoments m_e möglich. Dazu muss $\underline{u}_s$ so verändert werden, dass nur die normal auf den Hauptflussverkettungs-Raumzeiger $\underline{\psi}_h$ stehende Komponente $\underline{i}_{s\perp}$ des Ständerstromraumzeigers $\underline{i}_s$ beeinflusst wird, während die Parallelkomponente $\underline{i}_{s=}$ (Abb. 15.27b) konstant bleibt (Abb. 15.28). Deshalb schlugen im Jahr 1969 F. Blaschke und K. Hasse

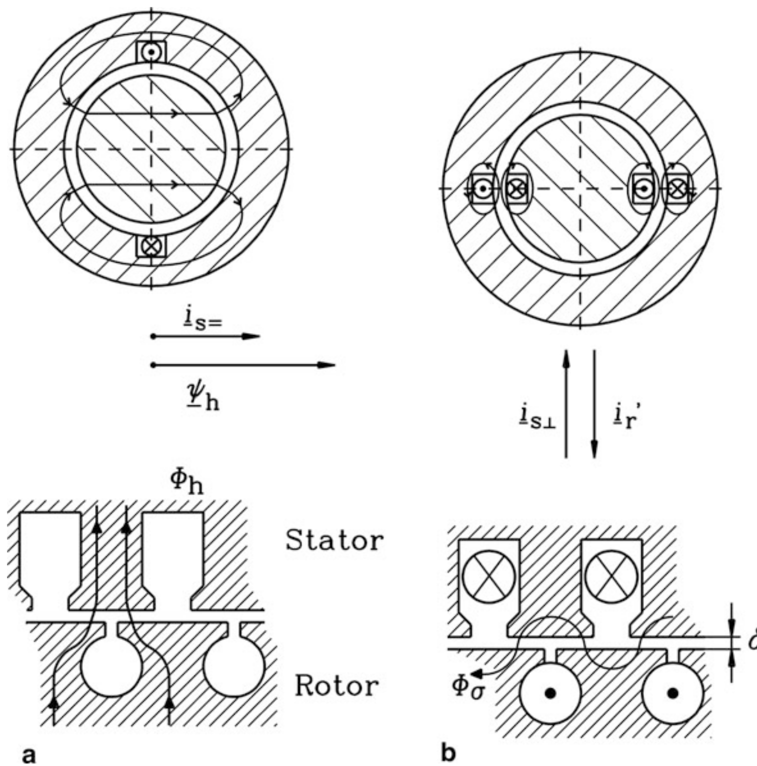


Abb. 15.28 (**a**) Wegen $\underline{i}_r' \cong -\underline{i}_{s,\perp}$ (vgl. Abb. 15.27) erregt hauptsächlich die magnetisierende Komponente $-\underline{i}_{s,=}$ des Stator-Stromraumzeigers die Hauptflussverkettung $\underline{\psi}_h$ bzw. den Hauptfluss pro Pol Φ_h. (**b**) Wegen $\underline{i}_r' \cong -\underline{i}_{s,\perp}$ erregen die drehmomentbildende Komponente des Stator-Stromraumzeigers $\underline{i}_{s,\perp}$ und der Rotorstromraumzeiger $\underline{i}_r$' hauptsächlich den Luftspaltstreufluss Φ_σ

unabhängig voneinander eine feldorientierte Drehmomentregelung vor (Blaschke 1971; Hasse 1969). Aus der Messung der Statorspannungen und -ströme (vgl. Abb. 15.29) werden der Statorstrom- und der Statorflussverkettungsraumzeiger ermittelt. Der Statorstromraumzeiger wird rechnerisch in eine zum Flussraumzeiger senkrechte und parallele Komponente zerlegt („am Feld orientiert"). Über die dynamischen Gleichungen der Asynchronmaschine wird dann der erforderliche Statorspannungsraumzeiger $\underline{u}_s$ ermittelt, der nur $\underline{i}_{s\perp}$ ändert, aber $\underline{i}_{s=}$ und damit $\underline{\psi}_h$ unverändert lässt. Dieser Raumzeiger $\underline{u}_s$ wird dann bei spannungseinprägenden Wechselrichtern über eine Pulsweitenmodulation der Zwischenkreisspannung der Maschinenwicklung aufgeprägt und über den sich mit der Kurzschlusszeitkonstante einstellenden Strom so das Drehmoment rasch verändert. Während dies bei der Asynchronmaschine eines aufwendigen Berechnungsmodells und eines schnell schaltenden Umrichters bedarf, ist bei der fremderregten Gleichstrommaschine dieses Stellprinzip der „Feldorientierung" durch die Maschinenkonstruktion

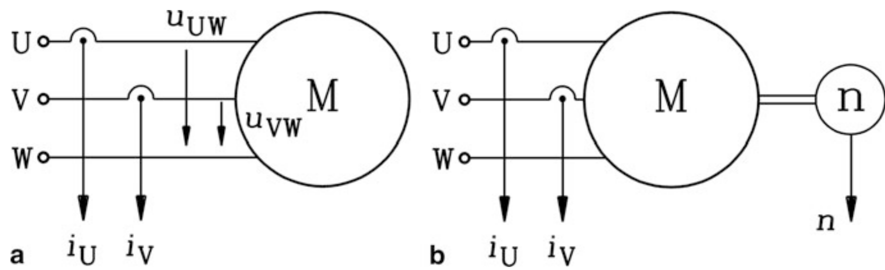


Abb. 15.29 Messtechnische Ermittlung des Raumzeigers der Rotorflussverkettung (**a**) aus den gemessenen Statorspannungen u_{UW}, u_{VW} und –strömen i_U, i_V. (**b**) aus gemessenen Statorströmen i_U, i_V und der Rotordrehzahl n

Tab. 15.10 Vergleich der dem Drehzahlregelkreis unterlagerten Drehmomentregelung bei Gleichstrom- und Asynchronmaschinen

Maschinentyp	Gleichstrommaschine	Asynchronmaschine
Regelung	Ankerstromregelung	Feldorientierte Regelung
Stellgröße	Ankerspannung (Gleichgröße)	Ständerspannung (Amplitude, Frequenz, Phasenlage)
Hauptfluss	Fremderregter Hauptfluss Φ	Hauptflussverkettung ψ_h
Magnetisierungsstrom	Erregerstrom i_f	Magnetisierungsstrom i_m
Hauptfeldzeitkonstante	Feldzeitkonstante L_f/R_f	Leerlaufzeitkonstante x_s/r_s
Drehmomentbildende Stromgröße = Regelgröße	Ankerstrom i_a	Drehmomentbildende Stromraumzeiger-Komponente $\underline{i}_{s\perp}$
Zeitkonstante für die Drehmomentänderung	Ankerzeitkonstante L_a/R_a	Kurzschlusszeitkonstante $\sigma \cdot x_s/r_s$

direkt realisiert (Kap. 11 und 13): Über den Ankerstrom i_a, der sich mit der kleinen Ankerzeitkonstante rasch verändern lässt, wird das Drehmoment dynamisch eingestellt, während der Erregerstrom und damit der Hauptfluss Φ konstant gehalten werden (Tab. 15.10), (Kazmierkowski und Köpcke 1982). Dabei erregt der Ankerstrom i_a ein Ankerquerfeld, dessen Feldachse 90° el. zur Achse des Hauptfelds geschwenkt ist. Damit entspricht i_a der Stromraumzeigerkomponente $i_{s\perp}$, da das von $i_{s\perp}$ erregte Ständerfeld mit seiner Feldachse senkrecht zur Hauptfeldachse von $\underline{\psi}_h$ steht (Abb. 15.28).

Fazit:
Mit der feldorientierten Regelung kann in Asynchronmaschinen das Drehmoment über die kleine Kurzschlusszeitkonstante sehr schnell verändert werden, während der Hauptfluss konstant bleibt. Damit ist dasselbe Drehmoment-Stellprinzip möglich wie bei der fremderregten Gleichstrommaschine, bei der der Ankerstrom schnell über die kleine

Ankerzeitkonstante verändert werden kann. Allerdings sind die Gleichstrommaschinen aufgrund des Kommutators und des Bürstenkontakts mechanisch empfindlicher als die Asynchronmaschine, vor allem bei hohen Drehzahlen. Sie sind wartungsaufwendiger, haben ein größeres Trägheitsmoment und eine größere Masse. Hinzu kommen die größeren Verluste infolge der zusätzlichen Stromwärmeverluste im Bürstenübergang, in der Wendepolwicklung und (bei größeren Maschinen) in der Kompensationswicklung. Deshalb hat in vielen Antriebsanwendungen die umrichtergespeiste Asynchronmaschine mit feldorientierter Regelung aufgrund des höheren Drehmoment-Masse-Verhältnisses, der größeren Wartungsarmut und der höheren Dynamik der Regelung die drehzahlgeregelte Gleichstrommaschine verdrängt.

b) Raumzeigerformulierung der Feldorientierung: Das unter a) anschaulich erläuterte Grundprinzip der feldorientierten Drehmomentveränderung kann mathematisch anhand der Raumzeigergleichungen (15.36) verstanden werden (Brunsbach und Henneberger 1990). Da der Streufluss kein Drehmoment erzeugt, gilt anstelle von (15.32) auch $m_e = -\mathrm{Im}(\underline{i}_s^* \cdot \underline{\psi}_h) = -\mathrm{Im}(\underline{i}_s^* \cdot \underline{\psi}'_r)$. Wird im Folgenden hier der Einfachheit halber der Rotorstreufluss vernachlässigt, indem er bei der Statorstreuung mitberücksichtigt wird, so gilt $\underline{\psi}'_r = \underline{\psi}_h$; die Rotorflussverkettung ist dann identisch mit der Hauptflussverkettung. Der gesamte Streufluss ist mit der Statorwicklung verkettet: $x_h = x'_r$, $x_s = x_h + x_\sigma$. Der Statorstromraumzeiger $\underline{i}_s$ wird am Hauptflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}_h$ und damit am Rotorflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}'_r$ orientiert. Daher erfolgt die weitere Rechnung im rotorflussfesten Koordinatensystem (h). Der Unterschied zum drehfeldfesten Koordinatensystem (syn) von Abschn. 15.7 liegt darin, dass dieses mit dem Statorflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}_s$ verbunden ist, das rotorflussfeste Koordinatensystem aber mit dem Rotorflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}'_r$. Bei streuungsloser Maschine ($x_\sigma = 0$) sind beide Systeme identisch, da dann gemäß (15.16) $\underline{\psi}_s = \underline{\psi}'_r = \underline{\psi}_h$ gilt. Das rotorflussfeste Koordinatensystem (h) darf nicht mit dem rotorfesten Koordinatensystem (r) (Tab. 15.1) verwechselt werden. Die zusätzliche Drehbewegung des Rotorflussverkettungsraumzeigers $\underline{\psi}'_r$ relativ zum Rotor ist nämlich durch ω_r gegeben, die Drehbewegung des Rotors selbst durch ω_m. Die Bewegung des Rotorflussverkettungsraumzeigers $\underline{\psi}'_r$ bezüglich des Stators ist folglich durch $\omega_h = \omega_m + \omega_r$ beschrieben. Im Stationärbetrieb ist $\omega_h = \omega_s$, aber im dynamischen Betrieb ist allgemein $\omega_h \neq \omega_s$. Mit dem in Tab. 15.1 allgemein eingeführten Transformationswinkel δ folgt für das rotorflussfeste Koordinatensystem (h) $d\delta/d\tau = \omega_h$. Der bezüglich des statorfesten Koordinatensystems (s) mit ω_h rotierende Raumzeiger

$$\underline{\psi}'_{r(s)}(\tau) = \underline{\psi}'_{r(h)}(\tau) \cdot e^{j\omega_h \tau}$$

ruht daher im rotorflussfesten Koordinatensystem (h).

$$\underline{\psi}'_{r(s)}(\tau) \cdot e^{-j\omega_h \tau} = \underline{\psi}'_{r(h)}(\tau)$$

Strenggenommen müssten alle in das rotorflussfeste Koordinatensystem transformierten Raumzeigergrößen in den folgenden Gleichungen (15.98) usw. den Index (h)

erhalten. Wir verzichten wegen der größeren Übersichtlichkeit darauf und schreiben einfach:

$$\underline{\psi}'_{r(h)}(\tau) = \underline{\psi}'_{r}(\tau), \quad \underline{i}_{s(h)}(\tau) = \underline{i}_{s}(\tau), \quad \underline{u}_{s(h)}(\tau) = \underline{u}_{s}(\tau) \text{ usw.}$$

Die dynamischen Raumzeigergleichungen im rotorflussfesten Koordinatensystem (15.99) werden mit der Zerlegung des Statorstrom- und Statorspannungsraumzeigers $\underline{i}_s$ und $\underline{u}_s$ in eine rotorflussparallele und eine rotorflussnormale Komponente (Indizes = und $\perp$) gemäß (15.98) kombiniert. Der Rotorflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}'_r(\tau)$ wird der Einfachheit halber in die reelle Achse des rotorflussfesten Koordinatensystems gelegt: $\underline{\psi}'_r(\tau) = \psi'_r(\tau)$. Daher gilt dann auch wegen des vernachlässigten Rotorstreuflusses $\underline{\psi}'_r = \underline{\psi}_h = \psi_h$.

$$\underline{i}_s = i_{s=} + j \cdot i_{s\perp}, \quad \underline{u}_s = u_{s=} + j \cdot u_{s\perp} \tag{15.98}$$

$$\underline{u}_s = r_s \underline{i}_s + \frac{d\underline{\psi}_s}{d\tau} + j \cdot \omega_h \cdot \underline{\psi}_s \tag{15.99a}$$

$$0 = r'_r \underline{i}'_r + \frac{d\underline{\psi}'_r}{d\tau} + j \cdot (\omega_h - \omega_m) \cdot \underline{\psi}'_r \tag{15.99b}$$

$$\underline{\psi}_s = x_s \cdot \underline{i}_s + x_h \cdot \underline{i}'_r = \sigma \cdot x_s \cdot \underline{i}_s + \psi_h \tag{15.99c}$$

$$\underline{\psi}'_r = x_h \cdot \underline{i}_s + x'_r \cdot \underline{i}'_r = x_h \cdot (\underline{i}_s + \underline{i}'_r) = \psi_h \tag{15.99d}$$

$$\tau_J \cdot \frac{d\omega_m}{d\tau} = -\text{Im}\left\{\underline{i}_s^* \cdot \underline{\psi}_h\right\} - m_L = -i_{s\perp} \cdot \psi_h - m_L \tag{15.99e}$$

Über die Flussverkettungsgleichung (15.99c) wird der Rotorstromraumzeiger $\underline{i}'_r$ eliminiert.

$$\underline{i}'_r = \left(\psi_h - (1-\sigma)x_s \cdot \underline{i}_s\right) / x_h \tag{15.100}$$

Die Rotorspannungsgleichung (15.99b) wird damit zur linearen Differentialgleichung erster Ordnung mit konstanten komplexwertigen Koeffizienten zur Bestimmung der Hauptflussverkettung ψ_h.

$$\frac{d\psi_h}{d\tau} + \left[\frac{r'_r}{x_h} + j(\omega_h - \omega_m)\right] \cdot \psi_h = \frac{(1-\sigma)x_s}{x_h / r'_r} \cdot \underline{i}_s \tag{15.101}$$

Mit der Rotor-Leerlaufzeitkonstanten (15.43a) $\tau_r = x'_r / r'_r = x_h / r'_r$ und der Feldorientierung (15.98) werden daraus durch Zerlegung von (15.101) in Real- und Imaginärteil zwei reelle Bestimmungsgleichungen für die beiden Komponenten des Statorstromraumzeigers.

$$\frac{d\psi_h}{d\tau} + \frac{1}{\tau_r} \cdot \psi_h = \frac{(1-\sigma) \cdot x_s}{\tau_r} \cdot i_{s=} \tag{15.102a}$$

$$(\omega_h - \omega_m) \cdot \psi_h = \frac{(1-\sigma) \cdot x_s}{\tau_r} \cdot i_{s\perp} \tag{15.102b}$$

Im Stationärbetrieb rotiert der Hauptflussverkettungsraumzeiger ψ_{h} mit Synchrondrehzahl $\omega_{\mathrm{syn}} = \omega_{\mathrm{h}} = \omega_{\mathrm{s}}$. Daher ist die Differenz $\omega_{\mathrm{h}} - \omega_{\mathrm{m}} = \omega_{\mathrm{syn}} - \omega_{\mathrm{m}} = S \cdot \omega_{\mathrm{syn}}$ zum Schlupf S proportional. Um Verwechslungen mit der Laplace-Variable s auszuschließen, wird der Schlupf in diesem Abschnitt mit dem Großbuchstaben S dargestellt (15.47). Aus (15.102b) folgt:

$$S \cdot \omega_{\mathrm{syn}} \cdot \psi_{\mathrm{h}} = \frac{(1-\sigma) \cdot x_{\mathrm{s}}}{\tau_{\mathrm{r}}} \cdot i_{\mathrm{s}\perp}. \tag{15.103}$$

Fazit:
Mit der ersten der beiden Bestimmungsgleichungen für den Statorstromraumzeiger (15.102a) wird seine flussbildende Komponente $i_{\mathrm{s}=}$ berechnet. Diese verändert den Hauptfluss und damit $\underline{\psi}_{\mathrm{h}}$ über die große Leerlaufzeitkonstante τ_{r}. Die zweite Gleichung (15.102b) bestimmt die drehmomentbildende Statorstromraumzeiger-Komponente $i_{\mathrm{s}}\perp$. Sie ist im Stationärbetrieb direkt zum Schlupf S proportional und gemäß Abb. 15.27b direkt proportional zum Drehmoment $m_{\mathrm{e}} \sim S$.

Die dynamische Änderung des Statorstromraumzeigers $\underline{i}_{\mathrm{s}}$ durch die Statorspannung wird aus der Statorspannungsgleichung (15.99a) errechnet. Diese Gleichung wird zu diesem Zweck mit der Statorflussverkettungsgleichung (15.99c) kombiniert und dabei $\underline{\psi}_{\mathrm{s}}$ eliminiert.

$$\sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \frac{d\underline{i}_{\mathrm{s}}}{d\tau} + (r_{\mathrm{s}} + j\omega_{\mathrm{h}} \cdot \sigma \cdot x_{\mathrm{s}}) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} = \underline{u}_{\mathrm{s}} - \frac{d\psi_{\mathrm{h}}}{d\tau} - j \cdot \omega_{\mathrm{h}} \cdot \psi_{\mathrm{h}} \tag{15.104}$$

Aus (15.101) wird $d\psi_{\mathrm{h}}/d\tau$ in (15.104) eingesetzt.

$$\begin{aligned} &\sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \frac{d\underline{i}_{\mathrm{s}}}{\mathrm{d}\tau} + \left(r_{\mathrm{s}} + \frac{(1-\sigma) \cdot x_{\mathrm{s}}}{\tau_{\mathrm{r}}} + j\omega_{\mathrm{h}} \cdot \sigma \cdot x_{\mathrm{s}} \right) \cdot \underline{i}_{\mathrm{s}} \\ &= \underline{u}_{\mathrm{s}} + \left(\frac{1}{\tau_{\mathrm{r}}} - j \cdot \omega_{\mathrm{m}} \right) \cdot \psi_{\mathrm{h}} \end{aligned} \tag{15.105}$$

Mit der Stator- und Rotorkurzschlusszeitkonstanten (15.43b)

$$\tau_{\mathrm{s}\sigma} = \sigma \cdot x_{\mathrm{s}} / r_{\mathrm{s}} = \sigma \cdot \tau_{\mathrm{s}}, \quad \tau_{\mathrm{r}\sigma} = \sigma \cdot x'_{\mathrm{r}} / r'_{\mathrm{r}} = \sigma \cdot \tau_{\mathrm{r}} \tag{15.106}$$

und der feldorientierten Zerlegung von $\underline{u}_{\mathrm{s}}$ und $\underline{i}_{\mathrm{s}}$ gemäß (15.98) erhält man aus der komplexwertigen Differentialgleichung erster Ordnung (15.105) für $\underline{i}_{\mathrm{s}}$ zwei reellwertige Differentialgleichungen, die angeben, wie aus den vorgegebenen Komponenten $u_{\mathrm{s}\perp}$ und $u_{\mathrm{s}=}$ die beiden Stromraumzeigerkomponenten $i_{\mathrm{s}\perp}$ und $i_{\mathrm{s}=}$ ermittelt werden.

$$\frac{di_{\mathrm{s}=}}{d\tau} + \left(\frac{1}{\tau_{\mathrm{s}\sigma}} + \frac{1-\sigma}{\tau_{\mathrm{r}\sigma}} \right) \cdot i_{\mathrm{s}=} - \omega_{\mathrm{h}} \cdot i_{\mathrm{s}\perp} = \frac{u_{\mathrm{s}=}}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}} + \frac{\psi_{\mathrm{h}}}{\tau_{\mathrm{r}\sigma} \cdot x_{\mathrm{s}}} \tag{15.107a}$$

$$\frac{di_{\mathrm{s}\perp}}{d\tau} + \left(\frac{1}{\tau_{\mathrm{s}\sigma}} + \frac{1-\sigma}{\tau_{\mathrm{r}\sigma}} \right) \cdot i_{\mathrm{s}\perp} + \omega_{\mathrm{h}} \cdot i_{\mathrm{s}=} = \frac{u_{\mathrm{s}\perp}}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}} - \frac{\omega_{\mathrm{m}}}{\sigma \cdot x_{\mathrm{s}}} \psi_{\mathrm{h}} \tag{15.107b}$$

Die nachfolgend definierte Zeitkonstante τ_σ^*, die in (15.107) auftritt, ist etwa die halbe Ständer- bzw. Läuferkurzschlusszeitkonstante.

$$\tau_\sigma^* = \frac{1}{\frac{1}{\tau_{s\sigma}} + \frac{1-\sigma}{\tau_{r\sigma}}} \approx \frac{1}{\frac{1}{\tau_{s\sigma}} + \frac{1}{\tau_{r\sigma}}} \approx \frac{1}{\frac{2}{\tau_{s\sigma}}} = \frac{\tau_{s\sigma}}{2}$$

Bei konstanter Hauptflussverkettung ψ_h = konst. ist wegen $d\psi_h/d\tau = 0$ die Stromkomponente $i_{s=}$ gemäß (15.102a) direkt proportional zu ψ_h. Wird wie bei der fremderregten Gleichstrommaschine (Kap. 13) die Asynchronmaschine mit konstanter Hauptflussverkettung ψ_h = konst. betrieben, so ist die Stromkomponente $i_{s=}$ konstant zu halten: $di_{s=}/d\tau = 0$. Mit dieser Beziehung ergibt sich aus (15.107a) die Stromkomponente $i_{s=}$ in Abhängigkeit von $i_{s\perp}$ und $u_{s=}$. Wird $i_{s=}$ in (15.107b) eingesetzt, folgt daraus

$$\frac{di_{s\perp}}{d\tau} + \left(\frac{1}{\tau_\sigma^*} + \omega_h^2 \cdot \tau_\sigma^*\right) \cdot i_{s\perp} = \frac{u_{s\perp} - \omega_h \cdot \tau_\sigma^* \cdot u_{s=}}{\sigma \cdot x_s} - \frac{\psi_h}{x_s} \cdot \left(\frac{\omega_m}{\sigma} + \frac{\omega_h \tau_\sigma^*}{\tau_{r\sigma}}\right).$$

Bei Betrieb mit Schlupfwerten bis zum etwa doppelten Bemessungsschlupf ist wegen des dann relativ kleinen Schlupfs (vgl. Kap. 5) die Rotorfrequenz ω_r so klein, dass wir $\omega_h = \omega_m + \omega_r \approx \omega_m$ setzen. Weiter ist mit typischen Werten $\sigma \approx 0.1$ der Ausdruck $\omega_m/\sigma \approx 10\omega_m$ deutlich größer als $\omega_h \cdot \tau_\sigma^*/\tau_{r\sigma} \approx \omega_h/2$.

$$\frac{\omega_m}{\sigma} + \frac{\omega_h \tau_\sigma^*}{\tau_{r\sigma}} \approx \omega_h \cdot \left(\frac{1}{\sigma} + \frac{\tau_\sigma^*}{\tau_{r\sigma}}\right) \approx \frac{\omega_h}{\sigma}$$

Für den Grenzwert sehr kleiner Zeitkonstanten τ_σ^* erhalten wir dann die vereinfachte Differentialgleichung

$$\frac{di_{s,\perp}}{d\tau} + \frac{i_{s,\perp}}{\tau_\sigma} \cong \frac{u_{s,\perp}}{\sigma \cdot x_s} + \frac{\omega_h \cdot \psi_h}{\sigma \cdot x_s}. \tag{15.108}$$

Die Beziehung (15.108) besagt: Die auf dem Hauptflussverkettungsraumzeiger ψ_h normale Komponente des Spannungsraumzeigers $u_{s\perp}$ ändert bei konstanter Hauptflussverkettung ψ_h = konst. die drehmomentbildende Komponente des Statorstromraumzeigers $i_{s\perp}$ über die halbe Kurzschlusszeitkonstante, also sehr schnell, was zu einer dynamischen Änderung des Drehmoments führt. Damit ist gezeigt, dass ähnlich wie bei der fremderregten Gleichstrommaschine die Drehmomentänderung über eine kurze Zeitkonstante schnell möglich ist, während der Hauptfluss dabei nicht geändert wird. Für weiterführende Betrachtungen zur Ausführung feldorientierter Regelungen wird auf die einschlägige Literatur verwiesen (Bühler 1977; Leonhard 1996; Kümmel 1998; Schröder 2009a).

c) Erfassung des Rotorflussverkettungsraumzeigers: Um im Berechnungsalgorithmus der feldorientierten Regelung die Zerlegung des Stromraumzeigers in seine feldorientierten Komponenten (15.98) durchführen zu können, muss der aktuelle Rotorflussverkettungsraumzeiger $\underline{\psi}'_r$ bekannt sein. Er kann messtechnisch

(i) aus der Messung der Statorspannungen und -ströme oder
(ii) aus der Messung nur der Statorströme und der Rotordrehzahl n bestimmt werden.

Variante (i) ist überwiegend für höhere Drehzahlen geeignet und eignet sich nicht für sehr kleine Drehzahlen, ist dafür aber von der Größe des Rotorwiderstands r'_r unabhängig, während Variante (ii) auch bei kleinen Drehzahlen bei Kenntnis des (temperaturabhängigen) Rotorwiderstands verwendet werden kann. Der Rotorwiderstand kann i. A. nicht direkt gemessen werden. Seine Größe ändert sich mit der Temperatur während des Betriebs signifikant. Bei einer Temperaturänderung von 20 °C (kalte Maschine) auf 200 °C (betriebswarmer Käfig) erhöht sich der Rotorwiderstand um ca. 70 %. Für die zweite Methode ist daher ein Schätzverfahren für den Rotorwiderstand zusätzlich erforderlich.

(i) Bestimmung des Rotorflussverkettungsraumzeigers aus den Statorströmen und Statorspannungen:
Werden zwei verkettete Statorspannungen (z. B. u_UW, u_VW) und zwei Statorstrangströme i_U, i_V gemessen (Abb. 15.29a), so können daraus der Statorspannungs- und der Statorstromraumzeiger rechnerisch wie folgt aus (15.109) und (15.110) bestimmt werden. Durch Differenzbildung des Spannungsraumzeigers und des Nullzeigers folgt:

$$\left.\begin{aligned} \underline{u}_\mathrm{s} &= \tfrac{2}{3}\cdot\left(u_\mathrm{U}+\underline{a}\cdot u_\mathrm{V}+\underline{a}^2\cdot u_\mathrm{W}\right) \\ 0 &= \tfrac{2}{3}\cdot\left(u_\mathrm{W}+\underline{a}\cdot u_\mathrm{W}+\underline{a}^2\cdot u_\mathrm{W}\right) \end{aligned}\right\}-$$

$$\underline{u}_\mathrm{s} = \frac{2}{3}\cdot\left(u_\mathrm{U}-u_\mathrm{W}+\underline{a}\cdot(u_\mathrm{V}-u_\mathrm{W})\right) = \frac{2}{3}\cdot\left(u_\mathrm{UW}+\underline{a}\cdot u_\mathrm{VW}\right) \tag{15.109}$$

Mit der Bedingung $i_\mathrm{U}+i_\mathrm{V}+i_\mathrm{W}=0$, die z. B. bei Sternschaltung der Ständerwicklung ideal erfüllt ist, aber auch bei nullstromfreier Dreieckschaltung (Kap. 14) gilt, folgt:

$$\underline{i}_\mathrm{s} = \frac{2}{3}\cdot\left(i_\mathrm{U}+\underline{a}\cdot i_\mathrm{V}+\underline{a}^2\cdot i_\mathrm{W}\right) = \frac{2}{3}\cdot\left(i_\mathrm{U}\cdot(1-\underline{a}^2)+i_\mathrm{V}\cdot(\underline{a}-\underline{a}^2)\right) \tag{15.110}$$

Damit ist gezeigt, dass aus zwei Spannungs- und zwei Stromgrößen die zugehörigen Raumzeiger bestimmt werden können.

Aus der Statorspannungsgleichung im statorfesten Koordinatensystem (15.36) und den Flussverkettungsgleichungen wird der Rotorflussverkettungsraumzeiger durch eine Integration der Statorgrößen berechnet.

$$\left.\begin{aligned} \underline{\psi}_\mathrm{s} &= x_\mathrm{s}\underline{i}_\mathrm{s}+x_\mathrm{h}\underline{i}'_\mathrm{r} \\ \underline{\psi}'_\mathrm{r} &= x_\mathrm{h}\underline{i}_\mathrm{s}+x'_\mathrm{r}\underline{i}'_\mathrm{r} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underline{\psi}_\mathrm{s} = \frac{x_\mathrm{h}}{x'_\mathrm{r}}\cdot\underline{\psi}'_\mathrm{r}+\sigma\cdot x_\mathrm{s}\cdot\underline{i}_\mathrm{s}$$

$$\underline{u}_\mathrm{s} = r_\mathrm{s}\underline{i}_\mathrm{s}+d\underline{\psi}_\mathrm{s}/d\tau \quad\Rightarrow\quad \frac{d\underline{\psi}'_\mathrm{r}}{d\tau} = \left(\underline{u}_\mathrm{s}-r_\mathrm{s}\cdot\underline{i}_\mathrm{s}-\sigma\cdot x_\mathrm{s}\cdot\frac{d\underline{i}_\mathrm{s}}{d\tau}\right)\cdot\frac{x'_\mathrm{r}}{x_\mathrm{h}} \tag{15.111a}$$

$$\underline{\psi}'_\mathrm{r} = \frac{x'_\mathrm{r}}{x_\mathrm{h}}\cdot\left(\int(\underline{u}_\mathrm{s}-r_\mathrm{s}\cdot\underline{i}_\mathrm{s})\cdot d\tau-\sigma\cdot x_\mathrm{s}\cdot\underline{i}_\mathrm{s}\right) \tag{15.111b}$$

Fazit:
Bei bekannten Maschinenparametern r_s, x_s, x_h, x'_r (z. B. aus einer Vorab-Messung oder Berechnung) wird der Rotorflussverkettungsraumzeiger mit einer Vorwärtsintegration aus den Raumzeigern von Ständerspannung, Ständerstrom und dessen Ableitung bestimmt. Bei drehzahlveränderbarem Betrieb am Umrichter ändert sich die Amplitude der Grundschwingungsspannung mit der Ständerfrequenz bzw. der Drehzahl $u_s \sim \omega_s \sim n$. Bei hohen Drehzahlen dominiert somit u_s. Der Klammerausdruck der rechten Seite ist ausreichend groß gegenüber dem störenden Messrauschen, sodass (15.111) zuverlässige Werte für die Flussverkettung liefert. Bei niedrigen Drehzahlen (unterhalb ca. 10 % der Bemessungsdrehzahl) ist der Klammerausdruck klein und deshalb die Messmethode (i) sehr ungenau, sodass sie dann nicht verwendet wird.

(ii) Bestimmung des Rotorflussverkettungsraumzeigers aus den Statorströmen und der Drehzahl:
Die mit einem Drehzahlmesser ermittelte mechanische per-unit-Winkelgeschwindigkeit wird aus der Drehzahl n (Abb. 15.29b) berechnet.

$$\omega_m = \frac{2\pi \cdot n}{\omega_N / p} \tag{15.112}$$

Der wie bei Methode (i) erfasste Statorstromraumzeiger wird mithilfe von ω_m in das rotorfeste Koordinatensystem transformiert:

$$\underline{i}_{s(r)} = \underline{i}_{s(s)} \cdot e^{-j \cdot \omega_m \tau}.$$

Der Rotorflussverkettungsraumzeiger wird aus der Rotorspannungsgleichung (15.9b) ermittelt. Formuliert wird er im rotorfesten Koordinatensystem, wobei der unbekannte Rotorstromraumzeiger $\underline{i}'_{r(r)}$ durch den Raumzeiger der Rotorflussverkettung $\underline{\psi}'_{r(r)}$ substituiert wird.

$$\left.\begin{aligned} 0 &= r'_{r(r)} \underline{i}'_{r(r)} + d\underline{\psi}'_{r(r)}/d\tau \\ \underline{\psi}'_{r(r)} &= x_h \cdot \underline{i}_{s(r)} + x'_r \cdot \underline{i}'_{r(r)} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{d\underline{\psi}'_{r(r)}}{d\tau} + \frac{1}{\tau_r} \cdot \underline{\psi}'_{r(r)} = \frac{x_h}{\tau_r} \cdot \underline{i}_{s(r)} \tag{15.113}$$

Durch eine Differentialgleichung erster Ordnung wird der Raumzeiger der Rotorflussverkettung aus dem ins rotorfeste Koordinatensystem transformierten Ständerstromraumzeiger berechnet.

Fazit:
Der Rotorflussverkettungsraumzeiger wird durch Integration der Differentialgleichung erster Ordnung (15.113) aus dem bekannten Statorstromraumzeiger mit einer Verzögerung entsprechend der Rotor- Leerlaufzeitkonstanten $\tau_r = x'_r / r'_r$ errechnet. Die Integration ergibt eine stationäre Lösung und kann daher auch bei kleinen Drehzahlen bzw. im

Stillstand $n = 0$ unempfindlich gegen Messrauschen ausgeführt werden. Die Maschinenparameter r'_r, x_h, x'_r müssen bekannt sein. Der Temperaturgang des nicht direkt messbaren Rotorwiderstands kann z. B. über die gemessene prozentuale Änderung der Statorwicklungstemperatur abgeschätzt werden.

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A15.1 das Abschalten einer dreiphasigen Asynchronmaschine berechnet, und in A15.2 die Stromspeisung eines im Läufer blockierten Asynchronmotors. In Aufgabe A15.3 wird untersucht, wie sich die Unterbrechung eines Wicklungsstrangs bei Netzspeisung einer Drehfeldwicklung mit angeschlossenem Sternpunkt dynamisch auswirkt, und in A15.4 bei isoliertem Sternpunkt. In A15.5 wird die Beanspruchung einer Asynchronmaschine bei Stoßkurzschluss und Sammelschienenumschaltung behandelt.

Dynamik der Synchronmaschine 16

In diesem Kapitel werden die dynamischen Grundgleichungen der elektrisch erregten und permanenterregten Synchronmaschine mit und ohne Dämpferwicklung behandelt. Ausgehend von der Raumzeigerrechnung für dreisträngige Wicklungssysteme wird die Zweiachsentheorie eingeführt, die berücksichtigt, dass bei Synchronmaschinen durch die Gleichfelderregung im Läufer zwischen einer magnetischen Längs- und Querachse unterschieden wird. Die aus kurzgeschlossenen Stäben aufgebaute Dämpferwicklung wird dabei in eine äquivalente zweisträngige Ersatzwicklung umgerechnet. Für eine Berechnung von einzelnen Dämpferstabströmen im dynamischen Betrieb wäre eine Erweiterung der dynamischen Gleichungen dahingehend erforderlich, dass jeder Stab durch eine eigene Differentialgleichung für elektromagnetische Ausgleichsvorgänge beschrieben wird. Für den Sonderfall elektrodynamischer Ausgleichsvorgänge bei konstanter Drehzahl werden die Reaktanzoperatoren der Synchronmaschine hergeleitet. Als zwei wesentliche Anwendungen werden der Stoßkurzschluss und die dynamische Stabilität der Synchronmaschine behandelt. Mit dieser Einführung in die Dynamik der Synchronmaschine ist es möglich, vertiefende Werke dazu leichter zu verstehen, in denen weiterführende Thematiken, die hier nicht dargestellt sind, ausführlich beschrieben werden, wie z. B. der zweipolige, einsträngige Stoßkurzschluss (Concordia 1951; Laible 1952; Bonfert 1962; Böning 1978). Zum Abschluss dieses Kapitels wird als Anwendung der dynamischen Stabilität auf die kritische Fehlerklärungszeit eingegangen.

16.1 Flussverkettungen in der Synchronmaschine bei dynamischen Vorgängen

Im zeitlich stationären Synchronbetrieb dreht das Ständerfeld gleich schnell wie der Läufer. Die Flussverkettung der Grundwelle des Ständerfelds mit der Dämpfer- und

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6_16

Feldwicklung ändert sich daher nicht. Daher werden in der Dämpfer- und Feldwicklung von der Ständergrundwelle keine Spannungen induziert. Die Oberwellen des Ständerfelds induzieren die Läuferwicklungen mit unterschiedlichen Frequenzen und werden durch die Felder der Reaktionsströme des Dämpferkäfigs abgedämpft, ähnlich wie die Ständeroberwellen in Käfigläuferasynchronmaschinen durch die harmonischen Stabströme im Käfig (vgl. Kap. 6). Die Grundwelle des Läuferfelds induziert die Ständerwicklung mit Ständergrundfrequenz, die Läuferoberwellen induzieren mit höheren Frequenzen, aber i. A. kleinen Spannungsamplituden. Im Sinne der Raumzeigerrechnung wird hier nur die magnetische Kopplung zwischen Ständer- und Läuferwicklungen durch die Grundwellen betrachtet. Die Wirkung der Oberwellen wird als Oberfelderstreuung den einzelnen, sie erregenden Wicklungen zugeordnet (vgl. Kap. 4). Bei rasch veränderlichen Vorgängen wie z. B. dem Stoßkurzschluss ändert sich der Ständerstrom sehr rasch, sodass sich auch die Amplitude der Ständerfeldgrundwelle rasch ändert. Die Grundwellen-Flussverkettung mit der Dämpfer- und Feldwicklung ändert sich, sodass in beide Wicklungen Spannungen induziert werden.

Fazit:
Bei dynamischen Vorgängen sind die Ständer-, die Dämpfer- und die Feldwicklung wie bei einem Dreiwicklungs-Transformator durch sich ändernde Flussverkettungen magnetisch gekoppelt.

16.1.1 Flussverkettungen bei der Vollpolmaschine

Bei konstantem Luftspalt und vollständigem, symmetrischem Dämpferkäfig ist die Feldwicklung als einsträngige Wicklung in Rotornuten verteilt (Kap. 8). Jeder der drei Stränge der Ständerwicklung ist über die Grundwelle des Strangfelds im Luftspalt mit den anderen beiden Strängen, aber auch mit den beiden Läuferwicklungen (Dämpfer- und Erregerwicklung) magnetisch gekoppelt. Die Windungszahlen je Strang und die Wicklungsfaktoren der Grundwellen der Ständer-, der Feld- und der Dämpferwicklung sind N_s, k_{ws}, N_f, k_{wf}, N_D, k_{wD}. Wie in Kap. 4 erläutert, ist die Selbstinduktivität der Luftspaltfeldgrundwelle in einem Ständerwicklungsstrang

$$L_{h,strang} = \mu_0 N_s^2 k_{ws}^2 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_e \cdot \tau_p}{p \cdot \delta_e} = \Lambda \cdot N_s^2 k_{ws}^2 = L_{hS} \tag{16.1a}$$

$$\Lambda = \mu_0 \frac{4}{\pi^2} \frac{l_e \cdot \tau_p}{p \cdot \delta_e} \tag{16.1b}$$

und die Gegeninduktivität zwischen zwei Strängen, z. B. zwischen U und V bzw. U und W:

$$M_{hUV} = \cos(2\pi/3) \cdot L_{h,strang} = -L_{hS}/2, \tag{16.1c}$$

$$M_{hUW} = \cos(4\pi/3) \cdot L_{h,strang} = -L_{hS}/2. \tag{16.1d}$$

Der ideelle (äquivalente) Luftspalt δ_e berücksichtigt die Ständer- und Läufernutung mit dem Carter-Faktor gemäß Kap. 4, die ideelle Läuferlänge l_e erfasst den Einfluss radialer Kühlkanäle gemäß Kap. 4. Die magnetische Kopplung der drei Wicklungsstränge U, V, W über das Ständernut- und stirnstreufeld ist im Wert der Ständerstreuinduktivität $L_{s\sigma}$ bereits berücksichtigt. Die Gegeninduktivitäten zwischen Strang U und der Feld- und der Dämpferwicklung sind von der relativen Lage des Läufers, also der Wicklungsachse der Feldwicklung (d-Achse), zur Wicklungsachse des Strangs U abhängig. Bei einem Winkel γ zwischen d-Achse und U-Strangachse (in elektrischen Graden, positiv gezählt von der U-Strangachse zur d-Achse im Gegenuhrzeigersinn) verringert sich der Fluss der Grundwelle des Läufer-Luftspaltfelds mit der Amplitude $\hat{B}$ durch eine ungesehnte Ständerstrangspule um den Wert $\cos\gamma$.

$$\frac{\tau_p l_e}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \hat{B} \cos(\gamma_s - \gamma) \cdot d\gamma_s = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p l_e \hat{B} \cdot \cos\gamma$$

Die Gegeninduktivität zwischen einem Strang der Ständer- und der Läuferwicklung ist somit – wie in Kap. 4 für den Drehtransformator erläutert – stellungsabhängig. Wie in Kap. 14 sollen die Stränge U, V, W einander im Gegen-Uhrzeigersinn am Umfang folgen, sodass der Winkel zwischen der V-Strangachse und der d-Achse $\gamma - 2\pi/3$ und zwischen der W-Strangachse und der d-Achse $\gamma - 4\pi/3$ ist. Dann lauten – wie in Kap. 4 – die Gegeninduktivitäten zwischen dem Strang der Feldwicklung und den drei Ständerwicklungssträngen:

$$M_{Uf}(\gamma) = M_{sf} \cdot \cos\gamma \tag{16.2a}$$

$$M_{Vf}(\gamma) = M_{sf} \cdot \cos(\gamma - 2\pi/3) \tag{16.2b}$$

$$M_{Wf}(\gamma) = M_{sf} \cdot \cos(\gamma - 4\pi/3) \tag{16.2c}$$

$$M_{sf} = \Lambda \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot N_f \cdot k_{wf} \tag{16.2d}$$

Die Berechnung des Wicklungsfaktors k_{wf} ist für den Sonderfall der konstanten Rotornutteilung, einheitlicher Rotornutgeometrie und 2/3-Nutung des Rotors in Kap. 8 gezeigt worden. In (16.2) bedeutet N_f die Gesamtwindungszahl der Feldwicklung, also bei der üblichen Serienschaltung aller $2p$ Pole: $N_f = 2p \cdot N_{f,pol}$, wobei $N_{f,pol}$ die Windungszahl in der Erregerwicklung je Pol ist. Die Q_r-strängige Dämpferwicklung wird – wie in Tab. 14.2 beschrieben – in eine symmetrische zweisträngige Ersatzwicklung mit den Größen N_D, k_{wD} umgerechnet. Damit kann der eine Ersatzstrang der Dämpferwicklung, der D-Strang, als konzentrisch zur Feldwicklung angeordnet betrachtet werden. Somit sind die Wicklungsachsen der Erregerwicklung und dieses Ersatzstrangs identisch, nämlich die d-Achse. Die beiden um 90° el. räumlich versetzten Ersatz-Wicklungsstränge D und Q haben somit die d-Achse und die q-Achse als Wicklungsachse. Mit den allgemeinen Bezeichnungen $m_{Dä}$ als Strangzahl, $N_{Dä}$ als Windungszahl je Strang und $k_{w,Dä}$ als Wicklungsfaktor der Grundwelle der Dämpferwicklung folgt im Speziellen für einen regelmäßig aufgebauten Dämpferkäfig mit Q_r Stäben gemäß Kap. 6 die Beziehung (16.3). Während beim Käfig

jeder Stab einen Strang darstellt ($m_{Dä} = Q_r$), ist bei der zweisträngigen Ersatzwicklung $m_{Dä} = 2$.

$$m_{Dä} \cdot N_{Dä} \cdot k_{w,Dä} = Q_r \cdot 0.5 \cdot 1 = 2 \cdot N_D \cdot k_{wD} \tag{16.3}$$

Selbstverständlich ist es auch möglich, jeden Dämpferstab als gesondertes Wicklungsteil darzustellen. Häufig wird dann bei elektrischen Symmetrien pro Pol jeder der $Q_r/(2p)$ Stäbe pro Pol mit einer eigenen Flussverkettung und Spannungsgleichung beschrieben, um die stationäre und dynamische Stabstromverteilung im Dämpferkäfig zu bestimmen (Stiebler 1967).

Bei der Schenkelpolmaschine ist in der Pollücke die Dämpferwicklung nur durch die Dämpferringe – aber ohne Stäbe – ausgeführt. Bei fehlender Ringverbindung zwischen den einzelnen Polen („Polgitter“, vgl. Kap. 8) wird das Ständerfeld in den Pollücken deutlich schlechter abgedämpft, da die Dämpferströme nur in den Stäben des Polgitters in den Polschuhen fließen können. Die Dämpferwirkung in der q-Achse ist dann gering. Deshalb sind abhängig von der Art der ausgeführten Dämpferwicklung die Wicklungsparameter der Wicklungsstränge D und Q unterschiedlich: $N_D k_{wD} \neq N_Q k_{wQ}$. Bei Vollpolmaschinen mit ihrem konstantem Luftspalt ist $N_D k_{wD} = N_Q k_{wQ}$. Wir erhalten die Gegeninduktivitäten zwischen den beiden Ersatz-Dämpfer- und den Ständerwicklungssträngen analog zu den Ausdrücken für die Feldwicklung.

$$M_{UD}(\gamma) = M_{sD} \cdot \cos\gamma \tag{16.4a}$$

$$M_{VD}(\gamma) = M_{sD} \cdot \cos(\gamma - 2\pi/3) \tag{16.4b}$$

$$M_{WD}(\gamma) = M_{sD} \cdot \cos(\gamma - 4\pi/3) \tag{16.4c}$$

$$M_{sD} = \Lambda \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot N_D \cdot k_{wD} \tag{16.4d}$$

$$M_{UQ}(\gamma) = M_{sQ} \cdot \cos(\gamma + \pi/2) \tag{16.5a}$$

$$M_{VQ}(\gamma) = M_{sQ} \cdot \cos(\gamma + \pi/2 - 2\pi/3) \tag{16.5b}$$

$$M_{WQ}(\gamma) = M_{sQ} \cdot \cos(\gamma + \pi/2 - 4\pi/3) \tag{16.5c}$$

$$M_{sQ} = \Lambda \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot N_Q \cdot k_{wQ} \tag{16.5d}$$

Die Gegeninduktivität zwischen der in Richtung der Läuferpolachse (d-Achse) ausgerichteten Feldwicklung und dem D-Strang der Dämpferwicklung ist unabhängig von der Rotorposition (Rotorlagewinkel γ) konstant und beträgt M_{fD}. Die Gegeninduktivität zwischen der Feldwicklung sowie dem D-Strang der Dämpferwicklung und dem Q-Strang der Dämpferwicklung ist Null, da der elektrische Winkel zwischen den jeweiligen Wicklungsachsen 90° el. ist ($\cos(\pi/2) = 0$). Die Streuinduktivitäten je Strang für die Ständer-, Erreger- und die beiden Ersatz-Dämpferwicklungsstränge $L_{s\sigma}$, $L_{f\sigma}$, $L_{D\sigma}$, $L_{Q\sigma}$ enthalten die jeweiligen Nut-, Stirn- und Oberfelderstreuungen der betreffenden Stränge. Wegen des großen Luftspalts der Synchronmaschinen biegen einige Feldlinien der Nutstreuung an der Nutöffnung in den Luftspalt, ohne das Eisen des gegenüberliegenden Läufers bzw. Ständers zu erreichen, sodass die Nutstreuung sich erhöht. Dieser Anteil wird auch als „Zahnkopfstreuung“ bezeichnet (vgl. Kap. 4). Mit den Selbstinduktivitäten der Grundwellen des Luftspaltfelds für die Läuferwicklungen

$$L_{\mathrm{fh}} = \Lambda \cdot N_{\mathrm{f}}^2 k_{\mathrm{wf}}^2, \quad L_{\mathrm{Dh}} = \Lambda \cdot N_{\mathrm{D}}^2 k_{\mathrm{wD}}^2, \quad L_{\mathrm{Qh}} = \Lambda \cdot N_{\mathrm{Q}}^2 k_{\mathrm{wQ}}^2 \tag{16.6a}$$

erhalten wir die resultierenden Selbstinduktivitäten als Summe aus Haupt- und Streuinduktivität:

$$L_{\mathrm{f}} = L_{\mathrm{fh}} + L_{\mathrm{f}\sigma}, \quad L_{\mathrm{D}} = L_{\mathrm{Dh}} + L_{\mathrm{D}\sigma}, \quad L_{\mathrm{Q}} = L_{\mathrm{Qh}} + L_{\mathrm{Q}\sigma}. \tag{16.6b}$$

Für die Ständerwicklungsinduktivität je Strang folgt analog zu (16.6b) aus (16.1) $L_{\mathrm{sS}} = L_{\mathrm{hS}} + L_{\mathrm{s}\sigma}$. Die Strang-Gegeninduktivitäten sind gemäß (16.2), (16.4), (16.5) reziprok.

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{Uf}}(\gamma) &= M_{\mathrm{fU}}(\gamma), \quad M_{\mathrm{Vf}}(\gamma) = M_{\mathrm{fV}}(\gamma), \quad M_{\mathrm{Wf}}(\gamma) = M_{\mathrm{fW}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{UD}}(\gamma) &= M_{\mathrm{DU}}(\gamma), \quad M_{\mathrm{VD}}(\gamma) = M_{\mathrm{DV}}(\gamma), \quad M_{\mathrm{WD}}(\gamma) = M_{\mathrm{DW}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{UQ}}(\gamma) &= M_{\mathrm{QU}}(\gamma), \quad M_{\mathrm{VQ}}(\gamma) = M_{\mathrm{QV}}(\gamma), \quad M_{\mathrm{WQ}}(\gamma) = M_{\mathrm{QW}}(\gamma) \end{aligned} \tag{16.7}$$

Der von den drei Ständerstrangströmen $I_{\mathrm{U}}(t)$, $I_{\mathrm{V}}(t)$, $I_{\mathrm{W}}(t)$, den beiden Strangströmen der Dämpfer-Ersatzwicklung $I_{\mathrm{D}}(t)$, $I_{\mathrm{Q}}(t)$ und der Feldwicklung $I_{\mathrm{f}}(t)$ erregte Grundwellenfluss im Luftspalt und die Streuflüsse ergeben die sechs Flussverkettungen der sechs beteiligten Wicklungsstränge $\Psi_{\mathrm{U}}(t)$, $\Psi_{\mathrm{V}}(t)$, $\Psi_{\mathrm{W}}(t)$, $\Psi_{\mathrm{f}}(t)$, $\Psi_{\mathrm{D}}(t)$, $\Psi_{\mathrm{Q}}(t)$. Wir bezeichnen wie in Kap. 14 die unbezogenen, zeitlich veränderlichen Größen mit Großbuchstaben und die entsprechenden bezogenen Größen mit Kleinbuchstaben.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\mathrm{U}} \\ \Psi_{\mathrm{V}} \\ \Psi_{\mathrm{W}} \\ \Psi_{\mathrm{f}} \\ \Psi_{\mathrm{D}} \\ \Psi_{\mathrm{Q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathrm{s}\sigma} + L_{\mathrm{hS}} & -L_{\mathrm{hS}}/2 & -L_{\mathrm{hS}}/2 & M_{\mathrm{Uf}}(\gamma) & M_{\mathrm{UD}}(\gamma) & M_{\mathrm{UQ}}(\gamma) \\ -L_{\mathrm{hS}}/2 & L_{\mathrm{s}\sigma} + L_{\mathrm{hS}} & -L_{\mathrm{hS}}/2 & M_{\mathrm{Vf}}(\gamma) & M_{\mathrm{VD}}(\gamma) & M_{\mathrm{VQ}}(\gamma) \\ -L_{\mathrm{hS}}/2 & -L_{\mathrm{hS}}/2 & L_{\mathrm{s}\sigma} + L_{\mathrm{hS}} & M_{\mathrm{Wf}}(\gamma) & M_{\mathrm{WD}}(\gamma) & M_{\mathrm{WQ}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{Uf}}(\gamma) & M_{\mathrm{Vf}}(\gamma) & M_{\mathrm{Wf}}(\gamma) & L_{\mathrm{f}} & M_{\mathrm{fD}} & 0 \\ M_{\mathrm{UD}}(\gamma) & M_{\mathrm{VD}}(\gamma) & M_{\mathrm{WD}}(\gamma) & M_{\mathrm{fD}} & L_{\mathrm{D}} & 0 \\ M_{\mathrm{UQ}}(\gamma) & M_{\mathrm{VQ}}(\gamma) & M_{\mathrm{WQ}}(\gamma) & 0 & 0 & L_{\mathrm{Q}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\mathrm{U}} \\ I_{\mathrm{V}} \\ I_{\mathrm{W}} \\ I_{\mathrm{f}} \\ I_{\mathrm{D}} \\ I_{\mathrm{Q}} \end{bmatrix} \tag{16.8}$$

Ohne Wirkung der Läuferwicklungen ergibt sich bei konstantem Luftspalt aufgrund der Flussverkettungen der drei Ständerwicklungsstränge über das Luftspaltfeld für die Flussverkettung je Strang z. B. im Strang U:

$$\Psi_{\mathrm{U}}(t) = L_{\mathrm{sS}} \cdot I_{\mathrm{U}}(t) - \frac{L_{\mathrm{hS}}}{2} \cdot I_{\mathrm{V}}(t) - \frac{L_{\mathrm{hS}}}{2} \cdot I_{\mathrm{W}}(t).$$

Mit $I_{\mathrm{U}}(t) + I_{\mathrm{V}}(t) + I_{\mathrm{W}}(t) = 0$ ergibt sich daraus

$$\Psi_{\mathrm{U}}(t) = \left(L_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{3L_{\mathrm{hS}}}{2}\right) \cdot I_{\mathrm{U}}(t) = L_{\mathrm{s}} \cdot I_{\mathrm{U}}(t).$$

Diese Stator-Drehfeldinduktivität L_{s} je Strang wurde bereits in Kap. 4 ausführlich erläutert. Um die magnetische Kopplung mit den Läuferwicklungen zu berücksichtigen, werden die Flussverkettungsgleichungen (16.8) verwendet, in denen bereits die Reziprozitätsbeziehungen (16.7) berücksichtigt sind. Die Transformation der Flussverkettungsgleichungen ins rotorfeste d-q-0-Koordinatensysten erfolgt durch Anwendung der Park-Transformation aus Kap. 14 auf die beiden Teilvektoren $(\Psi_{\mathrm{U}}, \Psi_{\mathrm{V}}, \Psi_{\mathrm{W}})$, $(I_{\mathrm{U}}, I_{\mathrm{V}}, I_{\mathrm{W}})$, die in die Teilvektoren

(Ψ_d, Ψ_q, Ψ_0), (I_d, I_q, I_0) transformiert werden. Für die linke obere 3x3-Teilmatrix in (16.8) sind dies zwei Matrizenmultiplikationen mit der Transformationsmatrix (T) für (Ψ_d, Ψ_q, Ψ_0) und ihrer Inversen $(T)^{-1}$ für (I_U, I_V, I_W) gemäß Kap. 14.

$$\begin{bmatrix}\Psi_d\\\Psi_q\\\Psi_0\end{bmatrix} = \frac{2}{3}\cdot\begin{bmatrix}\cos\gamma & \cos(\gamma-\frac{2\pi}{3}) & \cos(\gamma-\frac{4\pi}{3})\\ -\sin\gamma & -\sin(\gamma-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma-\frac{4\pi}{3})\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{bmatrix}L_{s\sigma}+L_{hS} & -L_{hS}/2 & -L_{hS}/2\\ -L_{hS}/2 & L_{s\sigma}+L_{hS} & -L_{hS}/2\\ -L_{hS}/2 & -L_{hS}/2 & L_{s\sigma}+L_{hS}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_U\\I_V\\I_W\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}I_U\\I_V\\I_W\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\gamma & -\sin\gamma & 1\\ \cos(\gamma-\frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma-\frac{2\pi}{3}) & 1\\ \cos(\gamma-\frac{4\pi}{3}) & -\sin(\gamma-\frac{4\pi}{3}) & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_d\\I_q\\I_0\end{bmatrix}$$

Als Ergebnis erhält man die Beziehung zwischen den Ständer-Strömen und dem von ihnen hervorgerufenen Anteil der Ständer-Flussverkettungen im d-q-0-System. Es tritt – wie in Kap. 14 erläutert – kein Nullfluss durch das Grundwellensystem im Luftspaltfeld auf, sondern nur im Streufeld.

$$\begin{bmatrix}\Psi_{d,s}\\\Psi_{q,s}\\\Psi_{0,s}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{3}{2}L_{hS}+L_{s\sigma} & 0 & 0\\ 0 & \frac{3}{2}L_{hS}+L_{s\sigma} & 0\\ 0 & 0 & L_{s\sigma}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_d\\I_q\\I_0\end{bmatrix}$$

Die zusätzliche Selbstinduktivität L_{hS0} durch das von I_0 erregte Luftspaltfeld mit dreifacher Grundpolpaarzahl $3p$ (vgl. Kap. 14) müsste in der obigen Induktivitätsmatrix beim Wert $L_{s\sigma}$ in der 3. Zeile/3. Spalte additiv ergänzt werden, um die resultierende Nullinduktivität je Strang $L_{s0} = L_{hS0} + L_{s\sigma}$ zu erhalten. Sie ist im Grundwellenmodell (16.8) mit der Polpaarzahl p definitionsgemäß nicht enthalten. Im Folgenden wird das Nullsystem nicht weiter betrachtet und daher $L_{s0} = 0$ gesetzt, was auf (16.9) führt.

$$\begin{bmatrix}\Psi_{d,s}\\\Psi_{q,s}\\\Psi_{0,s}\end{bmatrix} = \left(\frac{3}{2}L_{hS}+L_{s\sigma}\right)\cdot\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}I_d\\I_q\\I_0\end{bmatrix} \tag{16.9}$$

Aufgrund des für die Vollpolmaschine angenommenen ideal konstanten Luftspalts tritt sowohl sowohl in der d- als auch in der q-Achse als resultierende Ständerinduktivität je Strang die in Kap. 4 und 5 verwendete Drehfeldinduktivität als synchrone Induktivi-

tät je Strang auf, die wegen der Gegeninduktivitäten zwischen den Ständersträngen um (3/2) größer als die Strangselbstinduktivtät der Grundwelle des Luftspaltfelds, zuzüglich der Strang-Streuinduktivität, ist.

$$L_{\mathrm{d}} = L_{\mathrm{q}} = L_{\mathrm{s}\sigma} + L_{\mathrm{h}} = L_{\mathrm{s}\sigma} + (3/2) \cdot L_{\mathrm{hS}} \tag{16.10a}$$

$$L_{\mathrm{dh}} = L_{\mathrm{qh}} = L_{\mathrm{d}} - L_{\mathrm{s}\sigma} = (3/2) \cdot L_{\mathrm{hS}} = (3/2) \cdot \Lambda \cdot N_{\mathrm{s}}^2 k_{\mathrm{ws}}^2 \tag{16.10b}$$

Für die rechte obere 3x3-Teilmatrix in (16.8) ergibt sich für die Park-Transformation nur die Multiplikation mit (T):

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\mathrm{d,r}} \\ \Psi_{\mathrm{q,r}} \\ \Psi_{0,\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma & \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin\gamma & -\sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_{\mathrm{Uf}}(\gamma) & M_{\mathrm{UD}}(\gamma) & M_{\mathrm{UQ}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{Vf}}(\gamma) & M_{\mathrm{VD}}(\gamma) & M_{\mathrm{VD}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{Wf}}(\gamma) & M_{\mathrm{WD}}(\gamma) & M_{\mathrm{WQ}}(\gamma) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\mathrm{f}} \\ I_{\mathrm{D}} \\ I_{\mathrm{Q}} \end{bmatrix}$$

Als Ergebnis erhält man die Beziehung zwischen den Läufer-Strömen und dem von ihnen hervorgerufenen Anteil der Ständer-Flussverkettungen im d-q-0-System, die nun nicht mehr von der Läuferstellung γ abhängt. Es tritt kein Beitrag zum Nullfluss auf.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\mathrm{d,r}} \\ \Psi_{\mathrm{q,r}} \\ \Psi_{0,\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\mathrm{sf}} & M_{\mathrm{sD}} & 0 \\ 0 & 0 & M_{\mathrm{sQ}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\mathrm{f}} \\ I_{\mathrm{D}} \\ I_{\mathrm{Q}} \end{bmatrix} \tag{16.11}$$

Die linke untere 3x3-Matrix in (16.8) wird in ähnlicher Weise ins rotorfeste Koordinatensystem transformiert, und wiederum verschwindet die Abhängigkeit der Flussverkettung von der Rotorstellung.

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\mathrm{f,s}} \\ \Psi_{\mathrm{D,s}} \\ \Psi_{\mathrm{Q,s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\mathrm{Uf}}(\gamma) & M_{\mathrm{Vf}}(\gamma) & M_{\mathrm{Wf}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{UD}}(\gamma) & M_{\mathrm{VD}}(\gamma) & M_{\mathrm{WD}}(\gamma) \\ M_{\mathrm{UQ}}(\gamma) & M_{\mathrm{VQ}}(\gamma) & M_{\mathrm{WQ}}(\gamma) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 1 \\ \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\gamma - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\gamma - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\mathrm{d}} \\ I_{\mathrm{q}} \\ I_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{\mathrm{f,s}} \\ \Psi_{\mathrm{D,s}} \\ \Psi_{\mathrm{Q,s}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (3/2) \cdot M_{\mathrm{sf}} & 0 & 0 \\ (3/2) \cdot M_{\mathrm{sD}} & 0 & 0 \\ 0 & (3/2) \cdot M_{\mathrm{sQ}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{\mathrm{d}} \\ I_{\mathrm{q}} \\ I_0 \end{bmatrix} \tag{16.12}$$

Der Nullstrom in der Ständerwicklung induziert im Grundwellenmodell die Läuferwicklung nicht, da er keine Grundwelle (Polpaarzahl p) erregt, und die Wirkung des zusätzlichen $3p$-polpaarigen Felds im Luftspalt nicht berücksichtigt wird. Die Summe der Flussverkettungen aus (16.9) und (16.11), also $\Psi_\mathrm{d} = \Psi_\mathrm{d,s} + \Psi_\mathrm{d,r}$, $\Psi_\mathrm{q} = \Psi_\mathrm{q,s} + \Psi_\mathrm{q,r}$, $\Psi_0 = \Psi_\mathrm{0,s} + \Psi_\mathrm{0,r}$, für die Ständerseite und in gleicher Weise die Summe von (16.12) mit dem Ergebnis und der rechten unteren 3x3-Matrix aus (16.8) für die Läuferseite

$$\begin{bmatrix} \Psi_\mathrm{f,r} \\ \Psi_\mathrm{D,r} \\ \Psi_\mathrm{Q,r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\mathrm{f} & M_\mathrm{fD} & 0 \\ M_\mathrm{fD} & L_\mathrm{D} & 0 \\ 0 & 0 & L_\mathrm{Q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_\mathrm{f} \\ I_\mathrm{D} \\ I_\mathrm{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\mathrm{f} I_\mathrm{f} + M_\mathrm{fD} I_\mathrm{D} \\ M_\mathrm{fD} I_\mathrm{f} + L_\mathrm{D} I_\mathrm{D} \\ L_\mathrm{Q} I_\mathrm{Q} \end{bmatrix}$$

entsprechend $\Psi_\mathrm{f} = \Psi_\mathrm{f,s} + \Psi_\mathrm{f,r}$, $\Psi_\mathrm{D} = \Psi_\mathrm{D,s} + \Psi_\mathrm{D,r}$, $\Psi_\mathrm{Q} = \Psi_\mathrm{Q,s} + \Psi_\mathrm{Q,r}$ ergibt die resultierenden Flussverkettungsgleichungen im rotorfesten Koordinatensystem, die nun nicht mehr von der Rotorstellung abhängen (16.13). Allerdings sind die Flussverkettungen zwischen Ständer (d- und q-System) und Läufer (Systeme f, D, Q) nicht mehr reziprok. Es ist z. B. für den Ψ_d-Anteil durch I_f die Gegeninduktivität $M_\mathrm{df} = M_\mathrm{sf}$, aber für den Ψ_f-Anteil durch I_d die Gegeninduktivität $M_\mathrm{fd} = (3/2) \cdot M_\mathrm{sf}$, somit $M_\mathrm{df} \neq M_\mathrm{fd}$. In gleicher Weise ist $M_\mathrm{dD} \neq M_\mathrm{Dd}$, $M_\mathrm{qQ} \neq M_\mathrm{Qq}$. Damit ist die Induktivitätsmatrix in (16.13) unsymmetrisch.

$$\begin{bmatrix} \Psi_\mathrm{d} \\ \Psi_\mathrm{q} \\ \Psi_0 \\ \Psi_\mathrm{f} \\ \Psi_\mathrm{D} \\ \Psi_\mathrm{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_\mathrm{d} & 0 & 0 & M_\mathrm{sf} & M_\mathrm{sD} & 0 \\ 0 & L_\mathrm{q} & 0 & 0 & 0 & M_\mathrm{sQ} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (3/2) \cdot M_\mathrm{sf} & 0 & 0 & L_\mathrm{f} & M_\mathrm{fD} & 0 \\ (3/2) \cdot M_\mathrm{sD} & 0 & 0 & M_\mathrm{fD} & L_\mathrm{D} & 0 \\ 0 & (3/2) \cdot M_\mathrm{sQ} & 0 & 0 & 0 & L_\mathrm{Q} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_\mathrm{d} \\ I_\mathrm{q} \\ I_0 \\ I_\mathrm{f} \\ I_\mathrm{D} \\ I_\mathrm{Q} \end{bmatrix} \qquad (16.13)$$

Da bei der Vollpolmaschine, vor allem bei den großen Turbogeneratoren, die Dämpferstäbe gleichzeitig als elektrisch leitfähige Keile der Erregernuten verwendet werden, ist die magnetische Kopplung zwischen Dämpfer- und Feldwicklung größer als zwischen Dämpfer- bzw. Feldwicklung und Ständerwicklung (Abb. 16.1).

Beispiel 16.1

Ständer- und Läuferflussverkettung einer einfachen Vollpolmaschine mit der axialen Länge l in der d-Achse gemäß Abb. 16.1a:

Die Rotorwicklungen bestehen je Pol aus einer konzentrierten Feld- und Dämpferspule (Spulenwindungszahl $N_\mathrm{f,Pol}$, $N_\mathrm{D,Pol}$, Spulenweite W_f), die beide in den gleichen Nuten liegen, wobei die Dämpferspule oberhalb der Feldspule liegt und die Abmessungen b_Q und h_D als Dämpferspulenbreite und –höhe hat. Amagnetische Keile mit der Höhe h_k verschließen die Rotornuten. Die Feld- und Dämpferspulen aller $2p$ Pole sind in Serie geschaltet. Bestimmen Sie die Gegeninduktivitäten zwischen Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung.

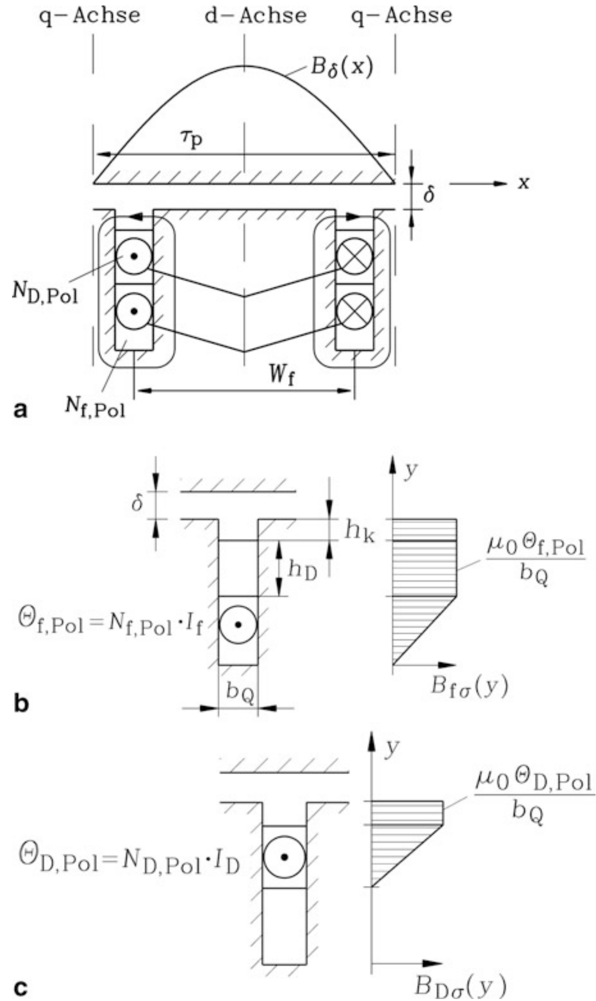


Abb. 16.1 Schematische Darstellung der Streuflussverkettungen in der d-Achse der Vollpolmaschine: (**a**) Flussverkettung pro Pol, (**b**) Streuflussverkettung der Dämpferwicklung bei erregter Feldwicklung, (**c**) Streuflussverkettung der Feldwicklung bei erregter Dämpferwicklung

a) Magnetische Kopplung zwischen den Läuferwicklungen und der Ständerwicklung:

$$M_{sf} = \Lambda \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot N_f \cdot k_{wf}, \quad k_{wf} = k_{pf} k_{df} \quad k_{pf} = \sin\left(\frac{W_f}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \quad k_{df} = 1$$

$$N_f = 2p \cdot N_{f,Pol} \quad N_D = 2p \cdot N_{D,Pol} \quad k_{wD} = k_{wf}$$

$$M_{sD} = \Lambda \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot N_D \cdot k_{wD}$$

b) Magnetische Kopplung zwischen den beiden Läuferwicklungen: Feld- und Dämpferwicklung sind über das sinusförmige Luftspaltfeld in Form der Hauptfeldkopplung $M_{fD,h}$ und über das Rotornutenstreufeld in Form der Streufeldkopplung $M_{fD,\sigma}$ verkettet (Abb. 16.1b und c).

$$M_{fD} = \Lambda \cdot N_f \cdot k_{wf} \cdot N_D \cdot k_{wD} + N_D N_f \cdot \Lambda_{fD} = M_{fD,h} + M_{fD,\sigma}$$

$$M_{\text{fD},\sigma} = \mu_0 \cdot 2p \cdot N_{\text{f,Pol}} N_{\text{D,Pol}} \cdot \left(\frac{h_\text{D}}{2b_\text{Q}} + \frac{h_\text{k}}{b_\text{Q}}\right) \cdot l_\text{e} = M_{\text{Df},\sigma}$$

$$M_{\text{fD}} = \Lambda' \cdot N_\text{f} k_{\text{wf}} \cdot N_\text{D} k_{\text{wD}}, \quad \Lambda' = \Lambda + \frac{\Lambda_{\text{fD}}}{k_{\text{wf}} k_{\text{wD}}}$$

$$\Lambda_{\text{fD}} = \mu_0 \cdot 2p \cdot \frac{N_{\text{f,Pol}} N_{\text{D,Pol}}}{N_\text{f} N_\text{D}} \cdot \left(\frac{h_\text{D}}{2b_\text{Q}} + \frac{h_\text{k}}{b_\text{Q}}\right) \cdot l_\text{e}$$

Begründung:

b1) Erregende f-Spule, induzierte D-Spule (Abb. 16.1b): Das von der f-Spule erregte Nutquerfeld oberhalb der f-Spule ist homogen: $B_{\text{f}\sigma} = \mu_0 \cdot (N_{\text{f,Pol}} I_\text{f})/b_\text{Q}$. Denkt man sich den D-Spulenschwerpunkt in der D-Spulenmitte bei der Höhe $h_\text{D}/2$, so ist die Flussverkettung der D-Spule:

$$\Psi_{\text{Df},\sigma} = 2N_{\text{D,Pol}} \cdot B_{\text{f}\sigma} \cdot (h_\text{D}/2 + h_\text{k}) \cdot l_\text{e}.$$

Die Flussverkettung aller $2p$ in Serie geschalteter D-Spulen ist $2p$-fach.

b2) Erregende D-Spule, induzierte f-Spule (Abb. 16.1c): Das von der D-Spule erregte Nutquerfeld nimmt im Bereich der D-Spule linear mit der Nuthöhe (Koordinate y) zu und mit der Nuthöhe (Koordinate y) zu und ist oberhalb der D-Spule im Keilbereich homogen:

$$B_{\text{D}\sigma}(y) = \mu_0 \cdot (N_{\text{D,Pol}} I_\text{D})/b_\text{Q} \cdot (y/h_\text{D}), \quad 0 \le y \le h_\text{D},$$
$$B_{\text{D}\sigma}(y) = \mu_0 \cdot (N_{\text{D,Pol}} I_\text{D})/b_\text{Q}, \quad h_\text{D} \le y \le h_\text{D} + h_\text{k}.$$

Diese Feldlinien umschlingen die beiden Spulenseiten der f-Spule vollständig, sodass deren Flussverkettung durch den zugehörigen Fluss bestimmt ist.

$$\Psi_{\text{fD},\sigma} = 2N_{\text{f,Pol}} \cdot l_\text{e} \cdot \int_0^{h_\text{D}+h_\text{k}} B_{\text{D}\sigma}(y) \cdot dy = 2N_{\text{f,Pol}} \cdot \mu_0 \cdot N_{\text{D,Pol}} \cdot I_\text{D} \cdot \left(\frac{h_\text{D}}{2b_\text{Q}} + \frac{h_\text{k}}{b_\text{Q}}\right)$$

Durch Vergleich der Ergebnisse von b1) und b2) folgt die Reziprozität der Gegeninduktivität:

$$M_{\text{fD},\sigma} = 2p\Psi_{\text{fD},\sigma}/I_\text{D} = 2p\Psi_{\text{Df},\sigma}/I_\text{f} = M_{\text{Df},\sigma}.$$

Fazit:
Die Flussverkettung zwischen Feld- und Dämpferwicklung (magnetischer Leitwert Λ') ist bei Vollpolmaschinen wegen der Streufeldkopplung in den gemeinsamen Rotornuten i. A. größer als die Flussverkettung der Feld- und Dämpferwicklung mit der Ständerwicklung (magnetischer Leitwert $\Lambda < \Lambda'$).

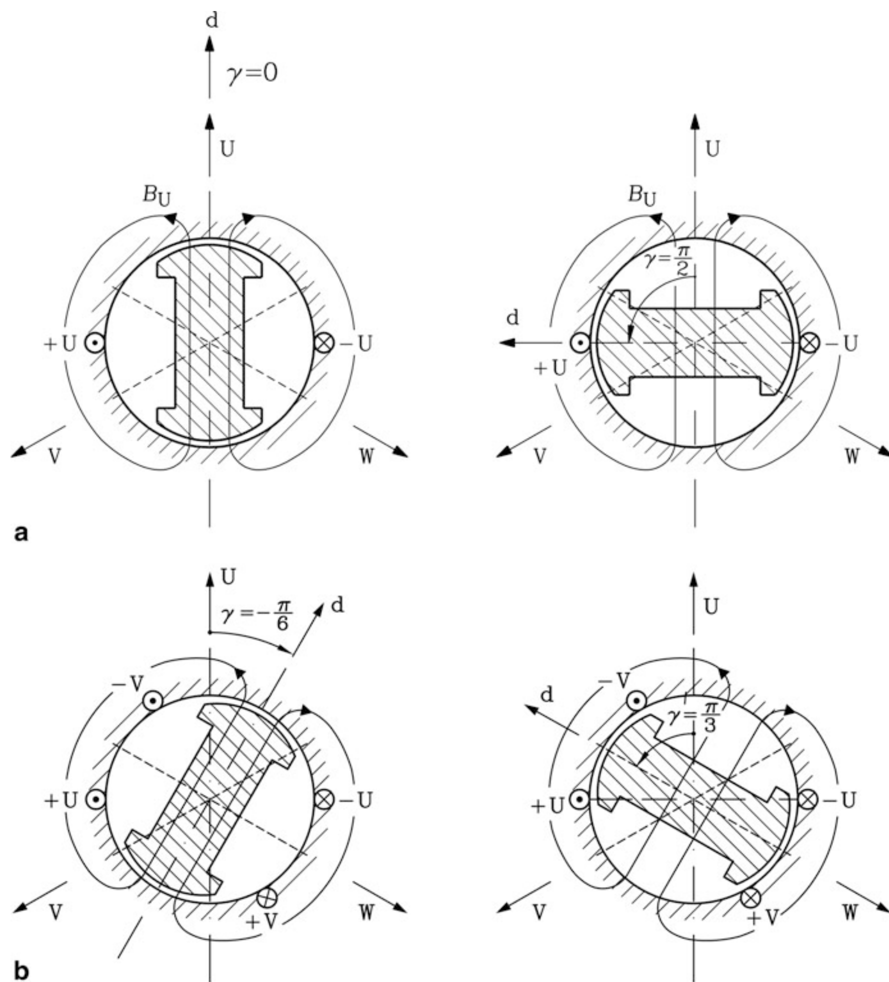


Abb. 16.2 Ständerflussverkettungen in einer zweipoligen Schenkelpolsynchronmaschine: (**a**) Flussverkettung des Strangs U mit sich selbst (für die beiden Rotorstellungen $\gamma = 0$ und $\gamma = \pi/2$), (**b**) Flussverkettung zwischen den zwei Ständerwicklungssträngen U und V (für die beiden Rotorstellungen $\gamma = -\pi/6$ und $\gamma = \pi/3$), Darstellung für $i_U = -i_V$

16.1.2 Flussverkettungen bei der Schenkelpolmaschine

Gemäß Abb. 16.2 sind sowohl die Selbstinduktivität eines Ständerwicklungsstrangs als auch die Gegeninduktivität zwischen zwei Ständerwicklungssträngen aufgrund der Pollücken zwischen den Läuferpolen und des dadurch dort vergrößerten Luftspalts von der Rotorposition γ abhängig. Die Strangselbstinduktivität des Hauptfelds des Strangs U ist maximal bei einer Rotorposition $\gamma = 0$ und $\gamma = \pi$, wenn also die d-Achse des Läufers mit der Strangachse des Strangs U übereinstimmt, und minimal bei $\gamma = \pm\pi/2$, wenn die

q-Achse des Läufers mit der Strangachse des Strangs U übereinstimmt. In Kap. 8 wurden die gegenüber einem konstanten Luftspalt verminderten Ständerinduktivitäten aus der sinusförmigen magnetischen Ständer-Spannungsverteilung im Luftspalt über die Faktoren $1 > c_\mathrm{d} > c_\mathrm{q} > 0$ bestimmt.

$$L_{\mathrm{hS,max}} = \Lambda_\mathrm{d} \cdot N_\mathrm{s}^2 k_\mathrm{ws}^2, \quad \Lambda_\mathrm{d} = c_\mathrm{d} \cdot \Lambda \tag{16.14a}$$

$$L_{\mathrm{hS,min}} = \Lambda_\mathrm{q} \cdot N_\mathrm{s}^2 k_\mathrm{ws}^2, \quad \Lambda_\mathrm{q} = c_\mathrm{q} \cdot \Lambda \tag{16.14b}$$

Beispiel 16.2

Berechnung der Faktoren c_d und c_q für „Rechteckpole" (Abb. 16.3) mit der Polbreite $b_\mathrm{p}/\tau_\mathrm{p} = 0.7$. Rechteckpole sind Läuferpole mit konstantem Luftspalt δ im Polbereich b_p und haben die Pollücke $\tau_\mathrm{p} - b_\mathrm{p}$. Sie erregen über I_f ein rechteckförmig verteiltes Luftspalt-Magnetfeld im Polbereich. Die Sinusgrundwelle der magnetischen Ständer-Spannungsverteilung $\hat{V}_\mathrm{s}$ wird durch diesen ungleichförmigen Luftspalt moduliert und

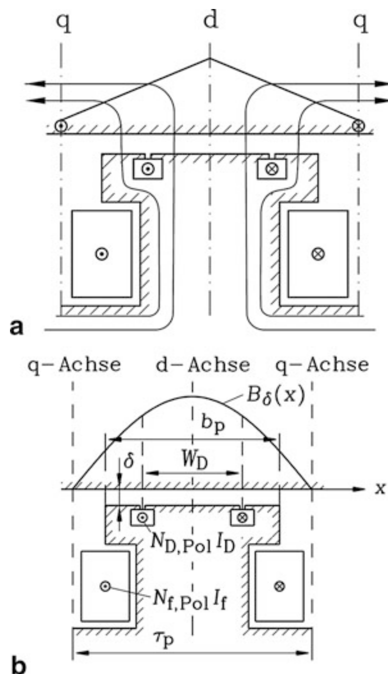


Abb. 16.3 Schematische Darstellung der Flussverkettungen in der d-Achse der Schenkelpolmaschine bei Annahme eines konstanten Luftspalts im Bereich des Polschuhs: (**a**) Feldlinienverlauf zwischen Stator und Rotor, (**b**) Flussverkettungen zwischen Rotorwicklungen (Feld- und Dämpferwicklung) und Ständerwicklung

ergibt näherungsweise ein Luftspaltfeld, das im Polbereich $-b_p/2 \le x_r \le b_p/2$ sinusförmig und im Lückenbereich verschwindend klein ist. Wird aus diesem Feldverlauf – wie in Kap. 8 erläutert – wiederum durch Fourier-Analyse dessen Grundwellenamplitude bestimmt, so ist diese gegenüber der Grundwellenamplitude ohne Pollückeneinfluss $\hat{B}_s = \mu_0 \hat{V}_s/\delta$ je nach Lage des Läufers relativ zur Ständerfeldachse kleiner, und zwar bei der d-Stellung um den Faktor c_d und bei der q-Stellung um den Faktor c_q. Der Nullpunkt für den Ständerumfangswinkel γ_s wird für die Berechnung der Grundwelle relativ zum Läufer in der d-Achse in die Polmitte gelegt, für die Ständerfeldachse in der q-Achsenposition in die Lückenmitte. In beiden Fällen tritt wegen der bezüglich $\gamma_s = 0$ geraden Feldfunktion nur eine Kosinus-Welle als neue Grundwelle auf.

$$\hat{B}_d = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} B_d(\gamma_s)\cdot\cos\gamma_s d\gamma_s = \frac{4}{\pi}\int_{0}^{\pi\cdot b_p/\tau_p} \hat{B}_s\cdot\cos\gamma_s\cdot\cos\gamma_s\cdot d\gamma_s = \hat{B}_s\cdot c_d$$

$$\hat{B}_q = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} B_q(\gamma_s)\cdot\cos\gamma_s d\gamma_s = \frac{4}{\pi}\int_{(1-b_p/\tau_p)\cdot\pi/2}^{\pi/2} \hat{B}_s\cdot\cos\gamma_s\cdot\cos\gamma_s\cdot d\gamma_s = \hat{B}_s\cdot c_q$$

$$c_d = \frac{b_p}{\tau_p} + \frac{1}{\pi}\cdot\sin\left(\frac{b_p}{\tau_p}\pi\right), \quad c_q = \frac{b_p}{\tau_p} - \frac{1}{\pi}\cdot\sin\left(\frac{b_p}{\tau_p}\pi\right) \tag{16.15}$$

$$c_d = 0.7 + \frac{1}{\pi}\cdot\sin(0.7\pi) = 0.956, \quad c_q = 0.7 - \frac{1}{\pi}\cdot\sin(0.7\pi) = 0.442$$

Der magnetische Luftspaltfluss erfährt eine weitere Verringerung, also eine Verringerung von c_d und c_q, wenn der Luftspalt unter dem Polschuh des Läufers sich von der Polmitte zu den Polrändern hin aufweitet, wie es in Kap. 8 beim Schenkelpolläufer beschrieben wurde. Untersuchungen von I. M. Canay (Canay 1968) haben gezeigt, dass die Reduktion von c_d und c_q für verteilte Wicklungen bei nichtkonstantem Luftspalt fast dieselbe ist wie bei konzentrierten Wicklungen wie z. B. der Feldwicklung im Läufer. Daher kann man den Fall mit nicht konstantem Luftspalt unter den Polschuhen angenähert auf den Fall mit konstantem Luftspalt zurückführen, wenn man den ideellen Luftspalt δ_e, wie er sich durch die Ständer- und Läufernutung gemäß Kap. 4 mit den Carter-Faktoren k_{Cs} und k_{Cr} ergibt, mit dem Verhältnis k_{Pol} gemäß (16.16) vergrößert.

$$k_{Pol} = \frac{c_{d,\delta\ \text{konst.}}}{c_{d,\delta\ \text{variabel}}} \approx \frac{c_{q,\delta\ \text{konst.}}}{c_{q,\delta\ \text{variabel}}} \ge 1 \tag{16.16a}$$

$$\delta_e = \delta_0\cdot k_{Cs}\cdot k_{Cr}\cdot k_{Pol} \ge \delta_0 \tag{16.16b}$$

Dabei ist δ_0 gemäß Kap. 8 der minimale Luftspalt in Polmitte, mit dem auch die Carter-Faktoren k_{Cs} und k_{Cr} gemäß Kap. 4 bestimmt werden. In (16.14) und (16.15) ist der magnetische Leitwert Λ gemäß (16.1) mit dem ideellen Luftspalt δ_e zu bestimmen.

Die Veränderung der Ständer-Stranginduktivität z. B. des Strangs U zwischen Maximal- und Minimalwert aufgrund der Läufer-Pollücken und damit in Abhängigkeit der Rotorposition γ wird im Folgenden näherungsweise mit einer Kosinus-Funktion beschrieben.

$$L_{\mathrm{hS,U}}(\gamma) = L_{\mathrm{av}} + \Delta L \cdot \cos(2\gamma) \tag{16.17a}$$

$$L_{\mathrm{av}} = (L_{\mathrm{hS,max}} + L_{\mathrm{hS,min}})/2 \quad \Delta L = (L_{\mathrm{hS,max}} - L_{\mathrm{hS,min}})/2 \tag{16.17b}$$

Für die Stränge V und W ergibt sich ein entsprechender, im Gegenuhrzeigersinn am Maschinenumfang um $2\pi/3$ und $4\pi/3$ versetzter Verlauf.

$$L_{\mathrm{hS,V}}(\gamma) = L_{\mathrm{av}} + \Delta L \cdot \cos(2(\gamma - 2\pi/3)) \tag{16.18a}$$

$$L_{\mathrm{hS,W}}(\gamma) = L_{\mathrm{av}} + \Delta L \cdot \cos(2(\gamma - 4\pi/3)) \tag{16.18b}$$

Wie Abb. 16.2b zeigt, ist die Flussverkettung zwischen den Strängen U und V maximal, wenn der Läufer mit seiner d-Achse gegenüber der Strangachse U um –30° oder +150° im Gegenuhrzeigersinn verdreht ist, da dann die Feldlinien zwischen den Strängen U und V den größtmöglichen Weg im Eisen zurücklegen können. Bei $\gamma = -30° + 90 = 60°$ und bei 240° ist der Luftspaltbereich zwischen U- und V-Strangachse maximal und damit die Flussverkettung minimal. Wieder wird die Änderung der Gegeninduktivität näherungsweise kosinusförmig angenommen.

$$M_{\mathrm{h,UV}}(\gamma) = M_{\mathrm{av}} + \Delta M \cdot \cos(2 \cdot (\gamma + \pi/6)) \quad M_{\mathrm{av}} < 0, \Delta M < 0 \tag{16.19}$$

$$M_{\mathrm{av}} = (M_{\mathrm{h,max}} + M_{\mathrm{h,min}})/2 \quad \Delta M = (M_{\mathrm{h,max}} - M_{\mathrm{h,min}})/2 \tag{16.20}$$

Wegen (16.1c) sind daher bei positiver mittlerer Stranginduktivität L_{av} der Mittelwert $M_{\mathrm{av}} = L_{\mathrm{av}} \cdot \cos(2\pi/3) = -L_{\mathrm{av}}/2 < 0$ und die Amplitude der Änderung $\Delta M < 0$ negativ. Für die Gegeninduktivitäten zwischen den Strängen V und W bzw. W und U ergibt sich ein entsprechender, um $2\pi/3$ und $4\pi/3$ versetzter Verlauf.

$$M_{\mathrm{h,VW}}(\gamma) = M_{\mathrm{av}} + \Delta M \cdot \cos(2 \cdot (\gamma - 3\pi/6)) \tag{16.21a}$$

$$M_{\mathrm{h,WU}}(\gamma) = M_{\mathrm{av}} + \Delta M \cdot \cos(2 \cdot (\gamma - 7\pi/6)) \tag{16.21b}$$

Es gilt die Reziprozität $M_{\mathrm{h,UV}} = M_{\mathrm{h,VU}}$, $M_{\mathrm{h,UW}} = M_{\mathrm{h,WU}}$, $M_{\mathrm{h,VW}} = M_{\mathrm{h,WV}}$.

Die Gegeninduktivitäten zwischen einem Strang der Ständer- und der Läuferwicklung in der d-Achse sind bei sinusförmigem Grundwellenfeld und bei konstantem ideellen Luftspalt im Bereich des Polschuhs in Abb. 16.3b dargestellt. Die konzentrierte Feldspule umfasst den Luftspaltfluss der Ständerwicklung über der Polbreite b_{p}, die konzentrierte Dämpferwicklung über der Spulenweite $W_{\mathrm{D}} < b_{\mathrm{p}}$. Beides wird in diesem Beispiel durch Sehnungsfaktoren (vgl. Kap. 3)

$$k_{\mathrm{pf}} = \sin\left(\frac{b_{\mathrm{p}}}{\tau_{\mathrm{p}}} \cdot \frac{\pi}{2}\right), \quad k_{\mathrm{pD}} = \sin\left(\frac{W_{\mathrm{D}}}{\tau_{\mathrm{p}}} \cdot \frac{\pi}{2}\right), \quad k_{\mathrm{pf}} > k_{\mathrm{pD}} \tag{16.22}$$

ausgedrückt, während die Zonenfaktoren $k_{df} = k_{dD} = 1$ sind, also die Wicklungsfaktoren $k_{wf} > k_{wD}$. Achtung: Der Index p bei b_p steht für Pol, bei k_{pf} für pitch; ebenso steht bei k_{df} der Index d für distributed (Zonenfaktor), nicht für die d-Achse. Es tritt bei Berücksichtigung eines nichtkonstanten Luftspalts durch den ersatzweise verwendeten ideellen Luftspalt δ_e gemäß (16.16b) auch für die konzentrierte Feldwicklung ein Wicklungsfaktor $k_{wf} = k_{pf} \cdot k_{df}$ auf. Die Polbreite b_p wirkt gemäß Abb. 16.3 und (16.22) wie eine „Sehnung", da sie kleiner als die Polteilung τ_p ist. Somit kann die Schenkelpolmaschine rechnerisch wie eine Vollpolmaschine mit konzentrierter Erregerwicklung (Lochzahl $q_r = 1$) behandelt werden. Das führt zur Selbstinduktivität L_{fh} der Feldwicklung aufgrund des Hauptfeldes (16.24) in Analogie zu (16.1) und (16.6). Abb. 16.3 zeigt weiter, dass

a) der Pollückeneinfluss keinen Einfluss auf die Kopplung zwischen der Feld- bzw. der Dämpferwicklung und der Ständerwicklung hat, denn die Pollücken liegen außerhalb der Läuferspulen,
b) im Unterschied zur Vollpolmaschine die Kopplung der Feldwicklung mit der Ständerwicklung größer ist als die Kopplung der Dämpferwicklung in der d-Achse mit der Ständerwicklung, weil $k_{pf} > k_{pD}$ ist.

Daher gilt formal unverändert wie bei der Vollpolmaschine für die Gegeninduktivitäten zwischen dem Strang der Feldwicklung und den drei Ständerwicklungssträngen (16.2) und für die Gegeninduktivitäten zwischen der D-Dämpferwicklung und den Ständerwicklungssträngen (16.4). Eine Verminderung der Kopplung durch den Faktor c_d tritt für die Gegeninduktivitäten der Längsachse nicht auf, weil wir diesen Einfluss über k_{pf} und k_{pd} berücksichtigt haben und den Einfluss eines nichtkonstanten Luftspalts im Polschuhbereich durch k_{Pol} (16.16a). Es wird daher der magnetische Leitwert Λ (16.1b) und nicht $\Lambda_d = c_d \cdot \Lambda$ verwendet. In der Querachse wird das Luftspaltfeld durch die Pollücke vermindert, sodass die Kopplung zwischen den Ständerwicklungssträngen und der Q-Dämpferwicklung um den Faktor c_q abgemindert wird. In (16.5) ist für M_{sQ} daher der folgende Ausdruck (16.23) zu verwenden.

$$M_{sQ} = \Lambda_q \cdot N_s \cdot k_{ws} \cdot N_Q \cdot k_{wQ}, \quad \Lambda_q = c_q \cdot \Lambda \tag{16.23}$$

Dieselben Überlegungen gelten auch für die Selbstinduktivitäten der Grundwellen des Luftspaltfeldes für die Läuferwicklungen, sodass für die d-Achse der Leitwert Λ und für die Querachse der Leitwert Λ_q zu verwenden ist.

$$L_{fh} = \Lambda \cdot N_f^2 k_{wf}^2, \quad L_{Dh} = \Lambda \cdot N_D^2 k_{wD}^2, \quad L_{Qh} = \Lambda_q \cdot N_Q^2 k_{wQ}^2 \tag{16.24}$$

Der Faktor k_{wQ}, der bezüglich der um c_q verringerten Feldgrundwellenamplitude wirkt, berücksichtigt im einfachen Beispiel von Abb. 16.3, dass die in den Polschuhen untergebrachten Spulenseiten der Dämpferwicklung bzgl. der q-Achse den Abstand $2\tau_p - W_D$ haben.

$$k_{wQ} = \sin\left(\frac{2\tau_p - W_D}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right)$$

In der Literatur wird fallweise der Faktor $(4/\pi) \cdot k_{wf} = C_1$ als Polformkoeffizient der Erregerwicklung der Schenkelpolmaschine bezeichnet (von Rziha 1955). Bei nicht konstantem Luftspalt wird dann $C_1 = (4/\pi) \cdot k_{wf}/k_{Pol}$ verwendet. Bei der hier verwendeten Formulierung nach I. M. Canay (Canay 1968) mit einem Wicklungsfaktor auch für die Feldwicklung tritt folglich C_1 nicht auf. Die Gegeninduktivität zwischen der Feldwicklung und dem D-Strang der Dämpferwicklung ist unabhängig von der Rotorposition M_{fD} und wird für die Geometrie von Abb. 16.3 im Beispiel 16.3 berechnet.

Die Streuinduktivitäten der Ständer- und der Dämpferwicklung sind in der d- und q-Achse wegen des unterschiedlich großen Luftspalts unterschiedlich ($L_{d\sigma} \neq L_{q\sigma}$, $L_{D\sigma} \neq L_{Q\sigma}$). Für die Ständerwicklung betrifft dieser Unterschied im Wesentlichen nur die Zahnkopf- bzw. die Oberfelderstreuung (Kap. 4), sodass dieser Unterschied hier vernachlässigt wird ($L_{d\sigma} \approx L_{q\sigma} \approx L_{s\sigma}$). Mit diesen Streuinduktivitäten $L_{s\sigma}$, $L_{D\sigma}$, $L_{Q\sigma}$, $L_{f\sigma}$ (vgl. (16.6b)) gelangen wir zum Gleichungssystem der Flussverkettungen $\Psi_U(t)$, $\Psi_V(t)$, $\Psi_W(t)$, $\Psi_f(t)$, $\Psi_D(t)$, $\Psi_Q(t)$ der Schenkelpolsynchronmaschine (16.25) in Abhängigkeit der drei Ständerstrangströme $I_U(t)$, $I_V(t)$, $I_W(t)$, der beiden Strangströme der Dämpfer-Ersatzwicklung $I_D(t)$, $I_Q(t)$ und des Erregerstroms in der Feldwicklung $I_f(t)$.

$$\begin{bmatrix} \Psi_U \\ \Psi_V \\ \Psi_W \\ \Psi_f \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s\sigma} + L_{hS,U} & M_{h,UV} & M_{h,UW} & M_{Uf} & M_{UD} & M_{UQ} \\ M_{h,UV} & L_{s\sigma} + L_{hS,V} & M_{h,VW} & M_{Vf} & M_{VD} & M_{VQ} \\ M_{h,UW} & M_{h,VW} & L_{s\sigma} + L_{hS,W} & M_{Wf} & M_{WD} & M_{WQ} \\ M_{Uf} & M_{Vf} & M_{Wf} & L_f & M_{fD} & 0 \\ M_{UD} & M_{VD} & M_{WD} & M_{fD} & L_D & 0 \\ M_{UQ} & M_{VQ} & M_{WQ} & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_U \\ I_V \\ I_W \\ I_f \\ I_D \\ I_Q \end{bmatrix} \tag{16.25}$$

Bis auf L_f, M_{fD}, L_D und L_Q hängen alle Induktivitäten im U-V-W-System von dem Lagewinkel γ des Läufers ab. Die Transformation in das d-q-0-System wird analog zur Vollpolmaschine (vgl. Abschn. 16.1.1) durchgeführt.

$$\begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_0 \\ \Psi_f \\ \Psi_D \\ \Psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & \Delta L_0 \cdot \cos 3\gamma & M_{sf} & M_{sD} & 0 \\ 0 & L_q & -\Delta L_0 \cdot \sin 3\gamma & 0 & 0 & M_{sQ} \\ \frac{\Delta L_0}{2} \cdot \cos 3\gamma & -\frac{\Delta L_0}{2} \cdot \sin 3\gamma & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ (3/2) \cdot M_{sf} & 0 & 0 & L_f & M_{fD} & 0 \\ (3/2) \cdot M_{sD} & 0 & 0 & M_{fD} & L_D & 0 \\ 0 & (3/2) \cdot M_{sQ} & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_0 \\ I_f \\ I_D \\ I_Q \end{bmatrix} \tag{16.26}$$

$$\begin{aligned} L_d &= L_{s\sigma} + L_{av} - M_{av} + \Delta L/2 - \Delta M, \quad (L_{s\sigma},\ L_{av},\ \Delta L > 0) \\ L_q &= L_{s\sigma} + L_{av} - M_{av} - \Delta L/2 + \Delta M, \quad (M_{av},\ \Delta M < 0) \end{aligned} \tag{16.27}$$

$$L_0 \approx L_{s\sigma} + L_{av} + 2M_{av}, \quad \Delta L_0 = \Delta L + \Delta M \tag{16.28}$$

In (16.28) wurde angenommen, dass das Nut- und Stirnstreufeld bei Nullströmen $i_U = i_V = i_W = i_0$ in den drei Strängen U, V, W Selbstinduktivitäten je Strang und Gegeninduktivitäten zwischen den Strängen (U-V, V-W, W-U), zusammengefasst als $L_{s\sigma 0}$, bewirkt, die annähernd gleich groß sind wie bei einem symmetrischem Drehstromsystem, wo $i_U = -i_V - i_W$: $L_{s\sigma 0} \approx L_{s\sigma}$. Bei Vollpolmaschinen sind ΔL und ΔM Null, folglich gilt dort $L_d = L_q$ und $\Delta L_0 = 0$. Daher sind die Längs-, Quer- und Nullkomponenten d, q, 0 voneinander unabhängig. Weiter ist wegen $M_{av} = -L_{av}/2$ bei ideal konstantem Luftspalt (= kein Einfluss der Nutöffnungen und der unterschiedlichen Eisensättigung in d- und q-Achse) die Nullimpedanz zufolge der Grundwellenerregung $X_0 = \omega L_0$ wegen $L_{s\sigma} << L_d$ ebenfalls (nahezu) Null (bis auf die o.g. Streufelder). Bei Schenkelpolmaschinen ist hingegen i. A. $\Delta L \neq |\Delta M|$. Daher ist $\Delta L_0 \neq 0$. Längs-, Quer- und Nullkomponenten hängen i. A. voneinander ab. Bei Belastung der Schenkelpolmaschine mit Schieflast, also einem unsymmetrischen Drehstromsystem $\underline{I}_U$, $\underline{I}_V$, $\underline{I}_W$ gemäß Kap. 8, erhalten die d- und q-Komponenten des Ständerstroms gemäß der Park-Transformation (Kap. 14) einen Anteil mit $\cos 2\gamma$ bzw. $\sin 2\gamma$. In (16.26) treten dann durch die Multiplikationen $\cos 3\gamma \cdot \cos 2\gamma$, $\sin 3\gamma \cdot \sin 2\gamma$ etc. Nullfelder und Nullflüsse mit einfacher und fünffacher Netzkreisfrequenz ω und 5ω auf.

Wird wie bei der Vollpolmaschine $M_{av} = -L_{av}/2$ und analog dazu $\Delta M = -\Delta L$ angenommen, so vereinfachen sich die Ausdrücke (16.27), (16.28):

$$L_d = L_{s\sigma} + (3/2) \cdot (L_{av} + \Delta L), \quad L_q = L_{s\sigma} + (3/2) \cdot (L_{av} - \Delta L) \tag{16.29}$$

$$L_0 \approx L_{s\sigma} + 0 \approx 0, \quad \Delta L_0 = 0 \tag{16.30}$$

Nun sind d- und q-Achse auch bei der Schenkelpolmaschine entkoppelt, und die Nullimpedanz wird – wie in Kap. 14 erläutert – durch eine stehende pulsierende 3. Ständeroberwelle, nicht aber durch einen über den veränderlichen Luftspalt modulierten Anteil aus der Grundwelle gebildet. Für die meisten Untersuchungen zum Nullsystemverhalten von Schenkelpolsynchronmaschinen reicht diese Annahme aus; die oben angesprochenen Terme werden daher hier nicht weiter berücksichtigt.

Beispiel 16.3

Ständer- und Läuferflussverkettung einer einfachen Schenkelpolmaschine in der d-Achse gemäß Abb. 16.3 mit konstantem, ideellem Luftspalt δ_e im Polbereich:

Die Rotorwicklungen bestehen je Pol vereinfacht aus je einer konzentrierten Feld- und Dämpferspule (Spulenwindungszahl $N_{f,Pol}$, $N_{D,Pol}$, Spulenweiten $W_f = b_p = 0.7\ \tau_p$, $W_D = 0.5\ \tau_p$). Die magnetische Kopplung zwischen Dämpfer- und Feldwicklung erfolgt – im Gegensatz zur Vollpolmaschine – ausschließlich über das Luftspaltfeld. Wegen des im Polbereich konstanten Luftspalts ist das von der Feldwicklung im Luftspalt erregte Feld unter den Polen konstant, um sich an den Polkanten schnell abzubauen. Wir nehmen als Luftspaltfeld vereinfacht eine „Rechteckfeldverteilung“ an, die unter den Polschuhen den Wert

$$B_{\delta f} = \mu_0 \cdot N_{f,Pol} I_f / \delta_e \tag{16.31}$$

hat und im Lückenbereich Null ist. Daraus ergibt sich der mit der Dämpferspule verkettete Fluss pro Spule $B_{\delta f} \cdot W_D \cdot l_e \cdot N_{D,Pol}$ und daraus die Gegeninduktivität für alle $2p$ in Serie geschalteten Spulen.

$$M_{fD} = M_{Df} = \mu_0 \cdot N_f \cdot N_D \cdot \frac{W_D l_e}{2p \cdot \delta_e} \tag{16.32}$$

Diese Gegeninduktivität hat im Gegensatz zur Gegeninduktivität beider Wicklungen mit der Ständerwicklung (Grundwellenverkettung, magnetischer Leitwert Λ) einen kleineren magnetischen Leitwert, da (wie oben erwähnt) in der d-Achse die Kopplung der Feldwicklung mit der Dämpferwicklung kleiner ist als mit der Ständerwicklung. Dies kann durch eine negative Streuziffer $\sigma_{fD} < 0$ ausgedrückt werden.

$$M_{fD} = N_f k_{wf} \cdot N_D k_{wD} \cdot \Lambda \cdot (1 + \sigma_{fD}) \tag{16.33}$$

Durch Gleichsetzen von (16.32) mit (16.33) erhalten wir mit Λ (16.1b) den Ausdruck

$$\sigma_{fD} = \frac{W_D}{\tau_p} \cdot \frac{\pi^2}{8 k_{wf} k_{wD}} - 1. \tag{16.34}$$

Mit

$$k_{wf} = k_{pf} k_{df} = \sin\left(\frac{b_p}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot k_{df} = \sin\left(0.7 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot 1 = 0.89$$

$$k_{wD} = k_{pD} k_{dD} = \sin\left(\frac{W_D}{\tau_p} \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot k_{dD} = \sin\left(0.5 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot 1 = 0.71$$

folgt für diese „gegenseitige Oberwellenstreuziffer“ zwischen Feld- und Dämpferwicklung in der d-Achse im Beispiel die negative Zahl $\sigma_{fD} = -0.024$.

$$\sigma_{fD} = \frac{W_D}{\tau_p} \cdot \frac{\pi^2}{8 k_{wf} k_{wD}} - 1 = 0.5 \cdot \frac{\pi^2}{8 \cdot 0.89 \cdot 0.71} - 1 = -0.024$$

Fazit:
Der magnetische Leitwert der Kopplung zwischen Dämpfer- und Feldwicklung ist geringfügig kleiner als jener der Grundwellenkopplung zwischen Ständer- und Feld- bzw. Ständer- und Dämpferwicklung, da σ_{fD} negativ ist. Im Gegensatz zur Vollpolmaschine ist die magnetische Kopplung zwischen den beiden Läuferwicklungen bei der Schenkelpolmaschine i. A. kleiner als die Kopplung zur Ständerwicklung. Anschaulich zeigt dies Abb. 16.3a, wo ein Teil der vom Feldstrom erregten Feldlinien außen an der Dämpferspule vorbei im Polhornbereich die Ständerwicklung erreichen und verketten. Dieser Flussanteil verkettet zwar Ständer- und Feldwicklung, nicht aber Feld- und Dämpferwicklung.

16.1.3 Flussverkettungen der Synchronmaschine in bezogener Darstellung

Die Flussverkettungsgleichungen sind wegen der Kopplung zwischen dem dreisträngigen Ständerwicklungssystem und den einsträngigen Wicklungsanordnungen des Läufers nicht reziprok, was durch den Faktor 3/2 in (16.13) und (16.26) bzw. (16.35), (16.36) zum Ausdruck kommt. Bezüglich Ψ_f, Ψ_D, Ψ_Q tritt formal kein Unterschied zwischen Vollpol- und Schenkelpolmaschine auf. Mit den Näherungen von (16.29), (16.30) gilt dies auch für Ψ_d, Ψ_q, Ψ_0.
Flussverkettungen der d-Achse:

$$\Psi_d = L_d I_d + M_{sf} I_f + M_{sD} I_D, \tag{16.35a}$$

$$\Psi_f = (3/2) \cdot M_{sf} I_d + L_f I_f + M_{fD} I_D, \tag{16.35b}$$

$$\Psi_D = (3/2) \cdot M_{sD} I_d + M_{fD} I_f + L_D I_D. \tag{16.35c}$$

Flussverkettungen der q-Achse:

$$\Psi_q = L_q I_q + M_{sQ} I_Q, \tag{16.36a}$$

$$\Psi_Q = (3/2) \cdot M_{sQ} I_q + L_Q I_Q. \tag{16.36b}$$

Das in Kap. 14 eingeführte Bezugssystem wurde für dreisträngige Wicklungssysteme eingeführt und wird hier für einsträngige Wicklungssysteme erweitert. Dazu werden die Bezugsgrößen (Index B) für die Ströme und Spannungen in den drei einsträngigen Wicklungssystemen D, Q, f so gewählt, dass dieselbe Bezugs-Scheinleistung auftritt.

$$3U_{N,ph} I_{N,ph} = U_{fB} I_{fB} = U_{DB} I_{DB} = U_{QB} I_{QB} \tag{16.37}$$

Dann sind Bemessungserregerstrom I_{fN} und Bemessungserregerspannung U_{fN} als Gleichstromwerte i. A. unterschiedlich von den Bezugswerten I_{fB}, U_{fB}. Es ergeben sich die folgenden Bezugsimpedanzen für die Widerstände und Selbstinduktivitäten.

$$Z_N = U_{N,ph}/I_{N,ph}, \quad Z_{fB} = U_{fB}/I_{fB} \tag{16.38a}$$

$$Z_{DB} = U_{DB}/I_{DB}, \quad Z_{QB} = U_{QB}/I_{QB} \tag{16.38b}$$

Für die Gegeninduktivitäten, z. B. zwischen den Strängen a und b, wird die Bezugsimpedanz $Z_{abB} = U_{aB}/I_{bB}$ gebildet, also

$$Z_{sfB} = \sqrt{2} U_{N,ph}/I_{fB}, \quad Z_{sDB} = \sqrt{2} U_{N,ph}/I_{DB}, \tag{16.39}$$

$$Z_{fDB} = U_{fB}/I_{DB}, \quad Z_{sQB} = \sqrt{2} U_{N,ph}/I_{QB}, \tag{16.40}$$

wie an den ersten beiden Gl. (16.35a),(16.35b) beispielhaft gezeigt wird.

$$\frac{\omega_N \Psi_d}{\sqrt{2} U_{N,ph}} = \frac{\omega_N L_d}{\frac{U_{N,ph}}{I_{N,ph}}} \frac{I_d}{\sqrt{2} I_{N,ph}} + \frac{\omega_N M_{sf}}{\frac{\sqrt{2} U_{N,ph}}{I_{fB}}} \frac{I_f}{I_{fB}} + \frac{\omega_N M_{sD}}{\frac{\sqrt{2} U_{N,ph}}{I_{DB}}} \frac{I_D}{I_{DB}}$$

$$\frac{\omega_N \Psi_d}{\sqrt{2} U_{N,ph}} = \frac{\omega_N L_d}{Z_N} \frac{I_d}{\sqrt{2} I_{N,ph}} + \frac{\omega_N M_{sf}}{Z_{sfB}} \frac{I_f}{I_{fB}} + \frac{\omega_N M_{sD}}{Z_{sDB}} \frac{I_D}{I_{DB}} \tag{16.41}$$

$$\psi_d = x_d \cdot i_d + x_{df} \cdot i_f + x_{dD} \cdot i_D \tag{16.42}$$

$$\frac{\omega_N \Psi_f}{U_{fB}} = \frac{\omega_N (3/2) M_{sf} \cdot 2}{\frac{3 \cdot \sqrt{2} U_{N,ph}}{I_{fB}}} \frac{I_d}{\sqrt{2} I_{N,ph}} + \frac{\omega_N L_f}{\frac{U_{fB}}{I_{fB}}} \frac{I_f}{I_{fB}} + \frac{\omega_N M_{fD}}{\frac{U_{fB}}{I_{DB}}} \frac{I_D}{I_{DB}}$$

$$\frac{\omega_N \Psi_f}{U_{fB}} = \frac{\omega_N M_{sf}}{Z_{sfB}} \frac{I_d}{\sqrt{2} I_{N,ph}} + \frac{\omega_N L_f}{Z_{fB}} \frac{I_f}{I_{fB}} + \frac{\omega_N M_{fD}}{Z_{fDB}} \frac{I_D}{I_{DB}} \tag{16.43}$$

$$\psi_f = x_{df} \cdot i_d + x_f \cdot i_f + x_{fD} \cdot i_D \tag{16.44}$$

Das Gleichungssystem der Flussverkettungen (16.35), (16.36) wird durch das Einführen der Bezugsgrößen reziprok: Aus $M_{sf} \neq M_{fs} = (3/2) \cdot M_{sf}$ wird gemäß (16.41) bis (16.44) $x_{df} = x_{fd}$. Somit erhalten wir mit den bezogenen Größen

$$i_d = \frac{I_d}{\sqrt{2} I_{N,ph}},\ i_q = \frac{I_q}{\sqrt{2} I_{N,ph}},\ i_f = \frac{I_f}{I_{fB}},\ i_D = \frac{I_D}{I_{DB}},\ i_Q = \frac{I_Q}{I_{QB}} \tag{16.45}$$

$$u_d = \frac{U_d}{\sqrt{2} U_{N,ph}},\ u_q = \frac{U_q}{\sqrt{2} U_{N,ph}},\ u_f = \frac{U_f}{U_{fB}},\ u_D = \frac{U_D}{U_{DB}},\ u_Q = \frac{U_Q}{U_{QB}} \tag{16.46}$$

$$x_d = \frac{\omega_N L_d}{Z_N},\ x_q = \frac{\omega_N L_q}{Z_N},\ x_f = \frac{\omega_N L_f}{Z_{fB}},\ x_D = \frac{\omega_N L_D}{Z_{DB}},\ x_Q = \frac{\omega_N L_Q}{Z_{QB}} \tag{16.47}$$

$$x_{df} = \frac{\omega_N M_{sf}}{Z_{sfB}},\ x_{dD} = \frac{\omega_N M_{sD}}{Z_{sDB}},\ x_{fD} = \frac{\omega_N M_{fD}}{Z_{fDB}},\ x_{qQ} = \frac{\omega_N M_{sQ}}{Z_{sQB}} \tag{16.48}$$

gemäß (16.42), (16.44) und dazu analoger Rechenschritte die bezogenen Flussverkettungen der d-Achse

$$\psi_d = x_d i_d + x_{df} i_f + x_{dD} i_D, \tag{16.49a}$$

$$\psi_f = x_{df} i_d + x_f i_f + x_{fD} i_D, \tag{16.49b}$$

$$\psi_D = x_{dD} i_d + x_{fD} i_f + x_D i_D, \tag{16.49c}$$

und der q-Achse als reziproke Gleichungssysteme ($x_{df} = x_{fd}$, $x_{dD} = x_{Dd}$, $x_{fD} = x_{Df}$, $x_{qQ} = x_{Qq}$).

$$\psi_q = x_q i_q + x_{dQ} i_Q \tag{16.50a}$$

$$\psi_Q = x_{dQ} i_q + x_Q i_Q \tag{16.50b}$$

Die physikalische Interpretation dieser Gleichungen lautet: Gedanklich kann der Ständerstrangstrom stets in eine d- und eine dazu um 90° el. phasenverschobene q-Komponente zerlegt werden. Die d-Komponente i_{sd} erregt ein Ständerfeld, dessen Hauptflusspfad längs der d-Achse verläuft (Abb. 16.4a). Dieser Hauptfluss verkoppelt Ständer-, Feld- und

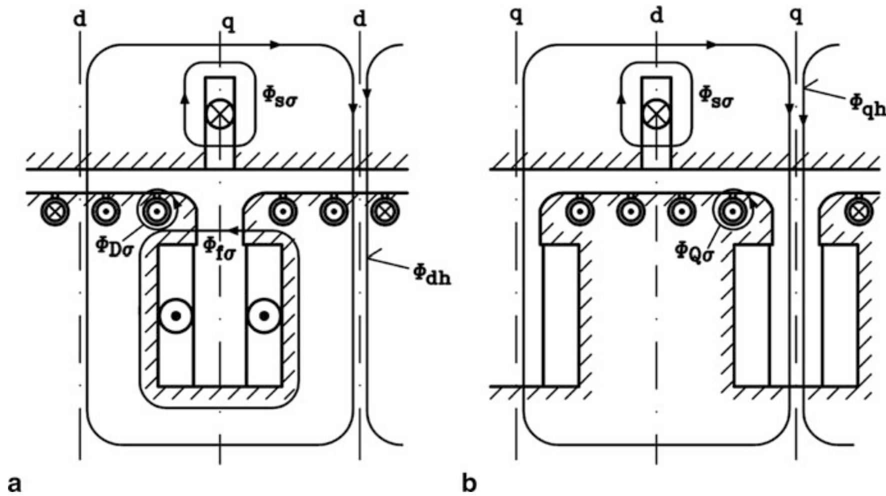


Abb. 16.4 Flussverkettungen in der Schenkelpolsynchronmaschine: (**a**) d-Achse, mit der vereinfachenden Annahme gleicher Hauptflussverkettungen zwischen Ständer,- Feld- und Dämpferwicklung, (**b**) q-Achse

Dämpferwicklung zu einem Dreiwicklungs-Transformator, wobei in Abb. 16.4 vereinfachend angenommen ist, dass der Hauptfluss Φ_{dh} für Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung gleich groß ist. Dass dies i. A. nicht der Fall ist, wurde bereits in den Abschn. 16.1.1 und 16.1.2 erläutert. Es ändert aber nichts am prinzipiellen Ersatzmodell des Dreiwicklungs-Transformators. Die q-Komponente i_{sq} erregt ein Ständerfeld, dessen Hauptflusspfad längs der q-Achse verläuft (Abb. 16.4b). Dieser Hauptfluss Φ_{qh} verkoppelt nur Ständer- und Dämpferwicklung zu einem Zweiwicklungs-Transformator. Wie Abb. 16.4b zeigt, tritt dieser Hauptfluss zwischen den Polspulen in der Pollücke hindurch und ist daher nicht mit der Feldwicklung verkettet.

16.1.4 Ersatzschaltbild für die Flussverkettungen der Synchronmaschine

Da für die d- und q-Achse jeweils drei bzw. zwei ausschließlich einsträngige Ersatzwicklungen d, f, D bzw. q, Q auftreten, sind Spannungs- und Stromübersetzungsverhältnis $\ddot{u}_{\mathrm{U}}$ und $\ddot{u}_{\mathrm{I}}$, die sich ja um die Strangzahl unterscheiden (Kap. 6), identisch. Die unterschiedliche Strangzahl in Stator und Rotor ist bereits in 16.1.3 durch die Wahl der Bezugsgrößen bereinigt worden. Wegen des Dreiwicklungstransformators in der d-Achse mit den unterschiedlichen magnetischen Kopplungen zwischen den drei beteiligten Wicklungen kommt man nicht mehr mit einem einzigen Spannungsübersetzungsverhältnis aus, wie das in der q-Achse der Fall ist, um mit einer Hauptreaktanz die gegenseitige magnetische Kopplung zu beschreiben. Es werden zwei Übersetzungsverhältnisse $\ddot{u}_{\mathrm{df}}$ und $\ddot{u}_{\mathrm{dD}}$ so gewählt, dass die magnetische Kopplung zwischen Ständer- und Läuferwicklungen durch eine

Hauptreaktanz $x_{dh} = x_d - x_{s\sigma}$ beschrieben wird. Die davon abweichende Kopplung zwischen f und D muss dann durch eine zusätzliche Koppelreaktanz $x_{c,fD}$ beschrieben werden. Die Flussverkettungsgleichungen (16.49) werden mit $\ddot{u}_{df}$ und $\ddot{u}_{dD}$ erweitert.

$$\psi_d = (x_{dh} + x_{s\sigma})i_d + \ddot{u}_{df}x_{df} \cdot (i_f/\ddot{u}_{df}) + \ddot{u}_{dD}x_{dD} \cdot (i_D/\ddot{u}_{dD}) \tag{16.51a}$$
$$\ddot{u}_{df}\psi_f = \ddot{u}_{df}x_{df}i_d + \ddot{u}_{df}^2 x_f(i_f/\ddot{u}_{df}) + \ddot{u}_{df}\ddot{u}_{dD}x_{fD} \cdot (i_D/\ddot{u}_{dD}) \tag{16.51b}$$
$$\ddot{u}_{dD}\psi_D = \ddot{u}_{dD}x_{dD}i_d + \ddot{u}_{df}\ddot{u}_{dD}x_{fD} \cdot (i_f/\ddot{u}_{df}) + \ddot{u}_{dD}^2 x_D \cdot (i_D/\ddot{u}_{dD}) \tag{16.51c}$$

Mit den auf die Ständerseite umgerechneten Flussverkettungen, Strömen und Reaktanzen

$$\psi_f' = \ddot{u}_{df}\psi_f, \quad \psi_D^* = \ddot{u}_{dD}\psi_D \tag{16.52a}$$
$$i_f' = i_f/\ddot{u}_{df}, \quad i_D^* = i_D/\ddot{u}_{dD} \tag{16.52b}$$
$$x_f' = \ddot{u}_{df}^2 x_f, \quad x_D^* = \ddot{u}_{dD}^2 x_D \tag{16.52c}$$

und den beiden Definitionen für die beiden Übersetzungsverhältnisse

$$x_{dh} = \ddot{u}_{df}x_{df} = \ddot{u}_{dD}x_{dD}: \quad \ddot{u}_{df} = x_{dh}/x_{df}, \quad \ddot{u}_{dD} = x_{dh}/x_{dD} \tag{16.52d}$$

ergeben sich aus (16.51) die Gl. (16.53).

$$\psi_d = (x_{dh} + x_{s\sigma}) \cdot i_d + x_{dh} \cdot i_f' + x_{dh} \cdot i_D^* \tag{16.53a}$$
$$\psi_f' = x_{dh} \cdot i_d + x_f' \cdot i_f' + (\ddot{u}_{df}\ddot{u}_{dD}x_{fD} - x_{dh}) \cdot i_D^* + x_{dh} \cdot i_D^* \tag{16.53b}$$
$$\psi_D^* = x_{dh} \cdot i_d + x_{dh} \cdot i_f' + (\ddot{u}_{df}\ddot{u}_{dD}x_{fD} - x_{dh}) \cdot i_f' + x_D^* \cdot i_D^* \tag{16.53c}$$

Da zwischen Feldwicklung und Dämpferwicklung unterschiedliche Übersetzungsverhältnisse gewählt wurden, wird in der d- Achse zwischen den damit umgerechneten Größen mit den Indizes $'$ (für die Feldwicklung) und * (für die Dämpferwicklung) unterschieden. Mit der in (16.53) auftretenden Koppelreaktanz

$$x_{c,fD} = \ddot{u}_{df}\ddot{u}_{dD}x_{fD} - x_{dh} \tag{16.54}$$

erhält man die drei Flussverkettungsgleichungen des Dreiwicklungstransformators (Abb. 16.5a).

$$\psi_d = x_{s\sigma} \cdot i_d + x_{dh} \cdot (i_d + i_f' + i_D^*) \tag{16.55a}$$
$$\psi_f' = (x_f' - x_{dh} - x_{c,fD}) \cdot i_f' + x_{c,fD} \cdot (i_f' + i_D^*) + x_{dh} \cdot (i_d + i_f' + i_D^*)$$
$$\psi_f' = (x_{f\sigma}' - x_{c,fD}) \cdot i_f' + x_{c,fD} \cdot (i_f' + i_D^*) + x_{dh} \cdot (i_d + i_f' + i_D^*) \tag{16.55b}$$
$$\psi_D^* = (x_D^* - x_{dh} - x_{c,fD}) \cdot i_D^* + x_{c,fD} \cdot (i_f' + i_D^*) + x_{dh} \cdot (i_d + i_f' + i_D^*)$$
$$\psi_D^* = (x_{D\sigma}^* - x_{c,fD}) \cdot i_D^* + x_{c,fD} \cdot (i_f' + i_D^*) + x_{dh} \cdot (i_d + i_f' + i_D^*) \tag{16.55c}$$

In den läuferseitigen Wicklungen verbleibt die Reaktanz $x_f' - x_{dh} - x_{c,fD}$ in der Feldwicklung und $x_D^* - x_{dh} - x_{c,fD}$ in der D-Dämpferwicklung. Sie enthalten gemeinsam mit der Koppelreaktanz $x_{c,fD}$ der Streufeldkopplung noch jeweils die auf die Ständerseite umgerechneten

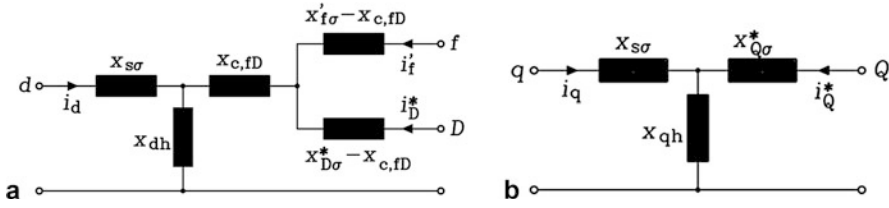


Abb. 16.5 Ersatzschaltbilder für die Flussverkettungen: (**a**) Dreiwicklungstransformator der d-Achse mit Berücksichtigung der unterschiedlichen Flussverkettungen zwischen Feld- und Dämpfer-, Feld- und Ständer- und Dämpfer- und Ständerwicklung, ausgedrückt durch die Hauptreaktanz x_{dh} und die die Koppelreaktanz $x_{c,fD}$ der Streufeldkopplung, (**b**) Zweiwicklungstransformator der q-Achse

Läuferstreureaktanzen $x'_{f\sigma} = \ddot{u}^2_{df} x_{f\sigma} = x'_f - x_{dh}$ in der Feldwicklung und $x^*_{D\sigma} = \ddot{u}^2_{dD} x_{D\sigma} = x^*_D - x_{dh}$ in der D-Dämpferwicklung. Beachten Sie: Die Streureaktanz der Feldwicklung ist aufgrund dieser Herleitung definiert als $x_{f\sigma} = x'_{f\sigma}/\ddot{u}^2_{df} = (x'_f - x_{dh})/\ddot{u}^2_{df} = x_f - (x_{dh}/\ddot{u}^2_{df})$ und die Streureaktanz der Dämpferwicklung in der Längsachse durch $x_{D\sigma} = x^*_{D\sigma}/\ddot{u}^2_{dD} = (x^*_D - x_{dh})/\ddot{u}^2_{dD} = x_D - (x_{dh}/\ddot{u}^2_{dD})$.

In der q-Achse wird mit einem Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}_{qQ}$ der Zweiwicklungstransformator zwischen Ständer- und Q-Dämpferwicklung ähnlich wie in Kap. 5 bzw. 6 und 14 beschrieben.

$$\psi_q = (x_{qh} + x_{s\sigma}) \cdot i_q + \ddot{u}_{qQ} x_{qQ} \cdot (i_Q/\ddot{u}_{qQ}) \tag{16.55d}$$

$$\ddot{u}_{qQ}\psi_Q = \ddot{u}_{qQ} x_{qQ} i_q + \ddot{u}^2_{qQ} x_Q \cdot (i_Q/\ddot{u}_{qQ}) \tag{16.55e}$$

Mit den auf die Ständerseite umgerechneten Flussverkettungen, Strömen und Reaktanzen

$$\psi^*_Q = \ddot{u}_{qQ}\psi_Q, \quad i^*_Q = i_Q/\ddot{u}_{qQ}, \quad x^*_Q = \ddot{u}^2_{qQ} x_Q \tag{16.56}$$

und der Definition für das Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u}_{qQ} = x_{qh}/x_{qQ} \tag{16.57}$$

ergeben sich aus (16.55) mit $x^*_{Q\sigma} = x^*_Q - x_{qh} = \ddot{u}^2_{qQ} x_{Q\sigma}$ die Gl. (16.58) für das Ersatzschaltbild mit gemeinsamer Hauptreaktanz x_{qh} als magnetische Kopplung (Abb. 16.5b).

$$\psi_q = x_{s\sigma} \cdot i_q + x_{qh} \cdot (i_q + i^*_Q) \tag{16.58a}$$

$$\psi^*_Q = x_{qh} \cdot (i_q + i^*_Q) + (x^*_Q - x_{qh}) \cdot i^*_Q = x_{qh} \cdot (i_q + i^*_Q) + x^*_{Q\sigma} \cdot i^*_Q \tag{16.58b}$$

Beachten Sie: Die Streureaktanz der Dämpferwicklung in der Querachse ist wegen (16.58) definiert durch

$$x_{Q\sigma} = x^*_{Q\sigma}/\ddot{u}^2_{qQ} = (x^*_Q - x_{qh})/\ddot{u}^2_{qQ} = x_Q - (x_{qh}/\ddot{u}^2_{qQ}).$$

Die Berücksichtigung der Strangwiderstände für die nachfolgend beschriebenen Spannungsgleichungen erfolgt analog zu der in (16.47), (16.51), (16.52) und (16.56) gezeigten Vorgehensweise für x'_f, x^*_D und x^*_Q.

$$r_\mathrm{d} = r_\mathrm{q} = r_\mathrm{s} = \frac{R_\mathrm{s}}{Z_\mathrm{N}},\; r'_\mathrm{f} = \ddot{u}^2_\mathrm{df}\frac{R_\mathrm{f}}{Z_\mathrm{fB}},\; r^*_\mathrm{D} = \ddot{u}^2_\mathrm{dD}\frac{R_\mathrm{D}}{Z_\mathrm{DB}},\; r^*_\mathrm{Q} = \ddot{u}^2_\mathrm{qQ}\frac{R_\mathrm{Q}}{Z_\mathrm{QB}} \tag{16.59}$$

Beispiel 16.4

Berechnung der Koppelreaktanz für eine zweipolige Vollpolmaschine mit einer Geometrie wie in Bsp. 16.1: Die Rotorwicklungen (Abb. 16.1) bestehen je Pol aus einer konzentrierten Feld- und Dämpferspule (Spulenwindungszahl $N_\mathrm{f,Pol}$, $N_\mathrm{D,Pol}$, Spulenweite $W_\mathrm{f}/\tau_\mathrm{p} = 0.66$, Polteilung/Luftspalt $= \tau_\mathrm{p}/\delta_\mathrm{e} = 18$), die beide in den gleichen Nuten liegen, wobei die Dämpferspule oberhalb der Feldspule die Abmessungen b_Q und $h_\mathrm{D} = 0.3b_\mathrm{Q}$ als Dämpferspulenbreite und –höhe hat. Der die Nut verschließende amagnetische Glasfaserkeil hat die Höhe $h_\mathrm{k} = 0.2b_\mathrm{Q}$. Aus (16.54) folgt

$$x_\mathrm{c,fD} = \ddot{u}_\mathrm{df}\ddot{u}_\mathrm{dD}x_\mathrm{fD} - x_\mathrm{dh} = x_\mathrm{dh}\cdot\left(\frac{x_\mathrm{dh}x_\mathrm{fD}}{x_\mathrm{df}x_\mathrm{dD}} - 1\right) \tag{16.60}$$

und aus Bsp. 16.1b

$$M_\mathrm{fD} = \Lambda\cdot N_\mathrm{f}k_\mathrm{wf}\cdot N_\mathrm{D}k_\mathrm{wD} + N_\mathrm{D}N_\mathrm{f}\cdot\Lambda_\mathrm{fD} = \Lambda\cdot N_\mathrm{f}k_\mathrm{wf}\cdot N_\mathrm{D}k_\mathrm{wD}\cdot(1+\sigma_\mathrm{fD}).$$

Aus Bsp. 16.1 erhalten wir mit $M_\mathrm{fD} = M_\mathrm{fD,h} + M_\mathrm{fD,\sigma}$,

$$M_\mathrm{fD,h} = N_\mathrm{f}k_\mathrm{wf}\cdot N_\mathrm{D}k_\mathrm{wD}\cdot\Lambda$$

und

$$M_\mathrm{fD,\sigma} = \sigma_\mathrm{fD}\cdot M_\mathrm{fD,h}$$

für σ_fD:

$$\sigma_\mathrm{fD} = \frac{h_\mathrm{D}/(2b_\mathrm{Q}) + h_\mathrm{k}/b_\mathrm{Q}}{\frac{8}{\pi^2}\cdot\frac{\tau_\mathrm{p}}{\delta_\mathrm{e}}\cdot k_\mathrm{wf}\cdot k_\mathrm{wD}}.$$

Mit $k_\mathrm{df} = 1$ und

$$k_\mathrm{wf} = k_\mathrm{pf}k_\mathrm{df} = \sin\left(\frac{W_\mathrm{f}}{\tau_\mathrm{p}}\frac{\pi}{2}\right)\cdot k_\mathrm{df} = 0.866, \quad k_\mathrm{wD} = k_\mathrm{wf}$$

ergibt sich

$$\sigma_\mathrm{fD} = \frac{0.3/2 + 0.2}{\frac{8}{\pi^2}\cdot 18\cdot 0.866^2} = 0.032.$$

Es werden gemäß (16.47), (16.48) die bezogenen Größen

$$x_{\text{df}} = \frac{\omega_\text{N} M_{\text{sf}}}{Z_{\text{sfB}}}, \quad x_{\text{dD}} = \frac{\omega_\text{N} M_{\text{sD}}}{Z_{\text{sDB}}}, \quad x_{\text{fD}} = \frac{\omega_\text{N} M_{\text{fD}}}{Z_{\text{fDB}}}, \quad x_{\text{dh}} = \frac{\omega_\text{N} L_{\text{dh}}}{Z_\text{N}}$$

mit (16.10b), (16.4d), (16.2d), also mit

$$L_{\text{dh}} = \frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot (k_{\text{ws}} N_\text{s})^2, \quad M_{\text{sD}} = \Lambda \cdot N_\text{s} \cdot k_{\text{ws}} \cdot N_\text{D} \cdot k_{\text{wD}},$$
$$M_{\text{sf}} = \Lambda \cdot N_\text{s} \cdot k_{\text{ws}} \cdot N_\text{f} \cdot k_{\text{wf}}, \quad M_{\text{fD}} = N_\text{f} k_{\text{wf}} \cdot N_\text{D} k_{\text{wD}} \cdot \Lambda \cdot (1 + \sigma_{\text{fD}})$$

berechnet. Mit (16.38), (16.39) und (16.37) folgt

$$\frac{Z_{\text{sfB}} Z_{\text{sDB}}}{Z_\text{N} Z_{\text{fDB}}} = \frac{2 U_{\text{N,ph}} I_{\text{N,ph}}}{U_{\text{fB}} I_{\text{fB}}} = \frac{2}{3}.$$

Wir erhalten für $x_{\text{c,fD}}$ den Ausdruck

$$x_{\text{c,fD}} = x_{\text{dh}} \cdot \left(\frac{x_{\text{dh}} \cdot x_{\text{fD}}}{x_{\text{df}} \cdot x_{\text{dD}}} - 1 \right) = x_{\text{dh}} \cdot \left(\frac{L_{\text{dh}} \cdot M_{\text{fD}}}{M_{\text{sf}} \cdot M_{\text{sD}}} \cdot \frac{Z_{\text{sfB}} \cdot Z_{\text{sDB}}}{Z_\text{N} \cdot Z_{\text{fDB}}} - 1 \right),$$
$$x_{\text{c,fD}} = x_{\text{dh}} \cdot \left(\frac{\frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot (N_\text{s} k_{\text{ws}})^2 \cdot N_\text{f} k_{\text{wf}} \cdot N_\text{D} k_{\text{wD}} \cdot \Lambda \cdot (1 + \sigma_{\text{fD}})}{\Lambda \cdot N_\text{s} k_{\text{ws}} \cdot N_\text{f} k_{\text{wf}} \cdot \Lambda \cdot N_\text{s} k_{\text{ws}} \cdot N_\text{D} k_{\text{wD}}} \cdot \frac{2}{3} - 1 \right),$$
$$x_{\text{c,fD}} = x_{\text{dh}} \cdot (1 + \sigma_{\text{fD}} - 1) = \sigma_{\text{fD}} \cdot x_{\text{dh}} \tag{16.61}$$

und damit $x_{\text{c,fD}} = x_{\text{dh}} \cdot \sigma_{\text{fD}} = 0.032 x_{\text{dh}}$. Somit ist die Kopplung zwischen Feld- und Dämpferwicklung mit $x_{\text{dh}} + x_{\text{c,fD}} = x_{\text{dh}} + 0.032 \cdot x_{\text{dh}} = 1.032 x_{\text{dh}}$ um 3.2 % größer als die Kopplung zwischen Ständer- und Feld- bzw. Ständer- und Dämpferwicklung mit x_{dh}.

Beispiel 16.5

Berechnung der Koppelreaktanz für eine Schenkelpolmaschine mit den Daten von Bsp. 16.2 mit (16.60). Wie in Bsp. 16.4 werden in (16.60) x_{df}, x_{dD}, x_{fD}, x_{dh} gemäß (16.2d), (16.4d), (16.10b), (16.47) und (16.48) eingesetzt, wobei zu beachten ist, dass bei der Schenkelpolmaschine wegen (16.14a) bei

$$L_{\text{dh}} = \frac{3}{2} \cdot \Lambda \cdot c_\text{d} \cdot (k_{\text{ws}} N_\text{s})^2$$

der Faktor c_d auftritt. Deshalb erhält man nun anstelle von (16.61) den Ausdruck

$$x_{\text{c,fD}} = x_{\text{dh}} \cdot (c_\text{d} \cdot (1 + \sigma_{\text{fD}}) - 1)\,. \tag{16.62}$$

Mit (16.15) für Rechteckpole

$$c_\text{d} = 0.7 + \frac{1}{\pi} \cdot \sin(0.7\pi) = 0.956$$

ergibt sich die negative Streuziffer

$$\sigma_{\text{fD}} = -0.024$$

aus Bsp. 16.3 und für die Koppelinduktivität daher ein negativer Wert $x_{c,fD} = -0.066 \cdot x_{dh}$. Dies zeigt, dass die Kopplung zwischen Feld- und Dämpferwicklung mit $x_{dh} + x_{c,fD} = x_{dh} - 0.066 \cdot x_{dh} = 0.93 x_{dh}$ um 6.6 % kleiner ist als die Kopplung zwischen Ständer- und Feld- bzw. Dämpferwicklung mit x_{dh}.

16.1.5 Charakteristische Größen der Synchronmaschine aus den Ersatzschaltbildern

Bei den Transformator-Ersatzschaltbildern (Abb. 16.5) der Synchronmaschine wird in der Praxis nicht gesondert durch ein Hochkomma und durch einen Stern gekennzeichnet, dass die Induktivitäten und Widerstände der Dämpfer- und Feldwicklung in den Ersatzschaltbildern Abb. 16.5 auf die Ständerseite mit den Übersetzungsverhältnissen $\ddot{u}_{df}$, $\ddot{u}_{dD}$, $\ddot{u}_{qQ}$ umgerechnet sind. Deshalb wird ab sofort diese Kennzeichnung weggelassen.

Für die Berechnung dynamischer Vorgänge kurz nach Auftreten einer Störung sind nur die Induktivitäten strombegrenzend, wie der einfache R-L-Kreis in Abb. 16.6 zeigt. Wird an diesen z. B. ein Spannungssprung ΔU bei $t = 0$ angelegt, so ändert sich der Strom i vom Stationärwert U_1/R, $t < 0$, zum neuen Stationärwert U_2/R, $t \geq 0$, mit der Zeitkonstante $T = L/R$ gemäß (16.63). Die Stromänderung kurz nach dem Spannungssprung während der Zeitspanne $0 \leq t << T$ kann vereinfacht durch die Tangente an den Stromzeitverlauf beschrieben werden (16.64), deren Neigung durch die Induktivität L bestimmt ist (Abb. 16.7). Der Wert R wird dafür nicht benötigt. Daher werden für die Betrachtungen hier zunächst die Wicklungswiderstände R_s, R_f, R_D und R_Q vernachlässigt. Natürlich muss zur Berechnung der Zeitkonstante T der Widerstand in der Folge berücksichtigt werden. Bei der Verwendung numerischer Simulationssoftware ist die Berücksichtigung der Widerstände selbstverständlich leicht möglich. Die hier getroffene Vereinfachung der Betrachtung der Stromänderung kurz nach dem Spannungssprung war jedoch historisch ein erster Schritt, um analytische Näherungslösungen für den transienten Stromverlauf leicht zu erhalten.

$$i(t) = \frac{U_1}{R} + \frac{\Delta U}{R} \cdot \left(1 - e^{-t/T}\right) \tag{16.63}$$

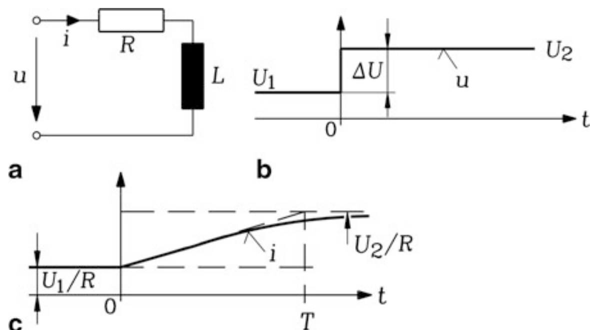


Abb. 16.6 Transienter Stromverlauf: In einem (**a**) R-L-Kreis tritt zufolge (**b**) eines Spannungssprungs (**c**) der Stromverlauf i als Sprungantwort mit der Zeitkonstante T auf

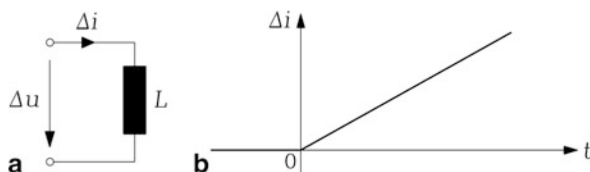


Abb. 16.7 Wird der transiente Stromverlauf von Abb. 16.6 nur für kurze Zeiten ($t << T$) nach dem Spannungssprung betrachtet, wirkt nur (**a**) die Induktivität L strombegrenzend, sodass (**b**) die Stromänderung als Tangente an die Kurve von Abb. 16.6c beschrieben wird

$$\Delta i(t) = i(t) - \left.\frac{U_1}{R}\right|_{t<<T} \approx \frac{\Delta U}{L} \cdot t \tag{16.64}$$

Die Dämpferstäbe des Dämpferkäfigs sind über die Dämpferringe kurz geschlossen (vgl. Kap. 8). Die Feldwicklung wird aus einer Gleichspannungsquelle (Erregereinrichtung) gespeist, die einen kleinen Innenwiderstand hat. Für in die Feldwicklung induzierte Wechselspannungen im Falle elektrisch instationärer Vorgänge wirkt dieser kleine Innenwiderstand näherungsweise wie ein Kurzschluss, sodass auch die Feldwicklung für dynamische Vorgänge als kurz geschlossen betrachtet werden kann. Wenn z. B. eine plötzliche elektrische Laständerung auf der Statorseite auftritt, wirkt somit im ersten Moment die Synchronmaschine mit einer resultierenden Ständerreaktanz in der d- und q-Achse, die aus den Ersatzschaltbildern mit kurzgeschlossenem Dämpfer- und Feldkreis bei vernachlässigten Widerständen berechnet werden kann.

Da in Beispiel 16.4 und 16.5 die Koppelreaktanz nur wenige Prozent der Hauptreaktanz beträgt, was auch bei genauerer Berechnung ein typisches Ergebnis für Synchronmaschinen ist, wird sie oft vernachlässigt, wenn die im Folgenden beschriebenen transienten („flüchtigen“) Induktivitäten bzw. Reaktanzen der Synchronmaschine wie z. B. die subtransiente Ständerreaktanz der Längsachse berechnet werden. Für die Berechnung läuferseitiger dynamischer Größen in der d-Achse wie die subtransienten Feld- und Dämpferströme ist hingegen die Berücksichtigung der unterschiedlichen Hauptflussverkettungen zwischen Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung und damit die Verwendung der Koppelreaktanz wesentlich (siehe Abschn. 16.1.6); sie darf dann nicht vernachlässigt werden. Mit der Vereinfachung gleicher Hauptflussverkettungen zwischen Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung (vgl. Abb. 16.4) ergeben sich die vereinfachten Ersatzschaltbilder in der d-Achse ohne Koppelreaktanz in Abb. 16.8a. Die sekundären Reaktanzen und Widerstände des Feld- und Dämpferkreises sind beim Übergang vom allgemeinen Ersatzschaltbild auf das galvanisch gekoppelte T-Ersatzschaltbild auf die Statorseite mit den entsprechenden Übersetzungsverhältnissen umgerechnet, auch wenn dies nicht durch Indizierung im Bild angemerkt ist. Die Größen $x'_{f\sigma} = x'_f - x_{dh}$, $x^*_{D\sigma} = x^*_D - x_{dh}$, $x^*_{Q\sigma} = x^*_Q - x_{qh}$ werden daher vereinfacht als $x_{f\sigma} = x_f - x_{dh}$, $x_{D\sigma} = x_D - x_{dh}$, $x_{Q\sigma} = x_Q - x_{qh}$ geschrieben und sind ebenfalls im Bild eingetragen. Es ergeben sich gemäß Abb. 16.8 folgende magnetisch wirksamen Ersatz-Induktivitäten bzw. Ersatz-Reaktanzen als „flüchtige“ Werte für die Ständerwicklung die Ständerwicklung während einer dynamischen Zustandsänderung, die mit einem doppelten

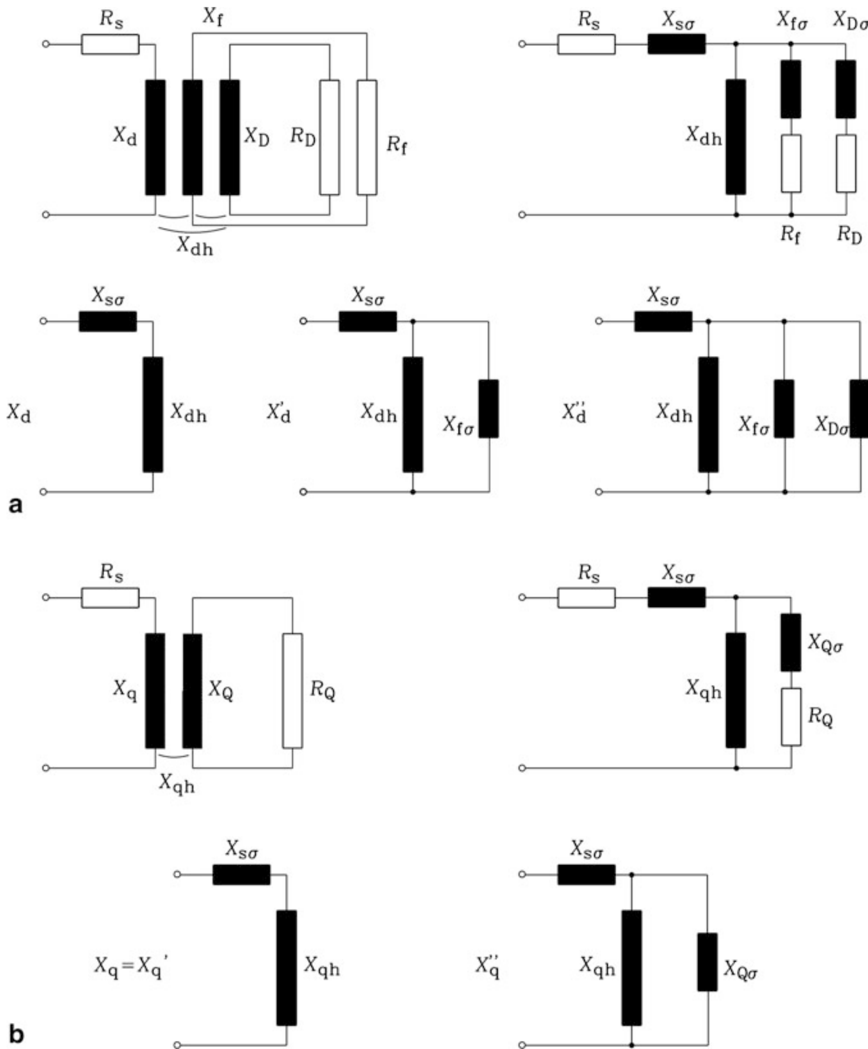


Abb. 16.8 Magnetische Kopplungen in Längs- und Querachse bei der Synchronmaschine bei unterschiedlichen dynamischen Zuständen: (**a**) Längsachse: Dreiwicklungstransformator, Synchronreaktanz, transiente und subtransiente Reaktanz. Es wurde vereinfacht eine gleich große Hauptflussverkettung zwischen Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung (= eine gemeinsame Hauptreaktanz x_{dh}) angenommen, sodass die Koppelreaktanz vernachlässigt ist. (**b**) Querachse: Zweiwicklungstransformator, Synchronreaktanz und subtransiente Reaktanz. Die Indizierung der auf die Ständerseite umgerechneten Läuferparameter mit $'$ und * wurde, wie im Text erläutert, weggelassen

Hochkomma als nur während einer sehr kurzen Zeit wirksam gekennzeichnet sind. Die Formeln sind zunächst in unbezogenen Größen angegeben.

„Subtransiente Reaktanz der Längsachse“ X''_d:

$$X''_\mathrm{d} = \omega_\mathrm{s} L''_\mathrm{d} = \omega_\mathrm{s} \cdot (L_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{L_\mathrm{dh} L_{\mathrm{f}\sigma} L_{\mathrm{D}\sigma}}{L_\mathrm{dh} L_{\mathrm{f}\sigma} + L_\mathrm{dh} L_{\mathrm{D}\sigma} + L_{\mathrm{f}\sigma} L_{\mathrm{D}\sigma}}) \tag{16.65}$$

„Subtransiente Reaktanz der Querachse“ X''_q:

$$X''_\mathrm{q} = \omega_\mathrm{s} L''_\mathrm{q} = \omega_\mathrm{s} \cdot (L_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{L_\mathrm{qh} L_{\mathrm{Q}\sigma}}{L_\mathrm{qh} + L_{\mathrm{Q}\sigma}}) \tag{16.66}$$

Im folgenden Beispiel werden sie in bezogener Darstellung berechnet. Für X''_d wird der Fehler bestimmt, der durch Vernachlässigung der Koppelreaktanz in der d-Achse gemacht wird.

Beispiel 16.6

Berechnung der subtransienten Reaktanz

a) der Längsachse a1) ohne, a2) mit Berücksichtigung der Koppelreaktanz,
b) der Querachse

für einen 2-poligen Turbogenerator ($x_\mathrm{d} = x_\mathrm{q}$) (Abb. 16.9) mit den Daten

$$X_\mathrm{d}/Z_\mathrm{N} = x_\mathrm{d} = 1.7\,\mathrm{p.u.}, \quad X_{\mathrm{s}\sigma} = 0.15 \cdot Z_\mathrm{N}$$
$$X_{\mathrm{f}\sigma} = X_\mathrm{f} - X_\mathrm{dh} = 0.12 \cdot Z_\mathrm{N}, \quad X_{\mathrm{D}\sigma} = X_\mathrm{D} - X_\mathrm{dh} = 0.05 \cdot Z_\mathrm{N}$$
$$X_\mathrm{Q} = 1.61 \cdot Z_\mathrm{N}, \quad x_\mathrm{c,fD} = 0.04\,\mathrm{p.u.}$$

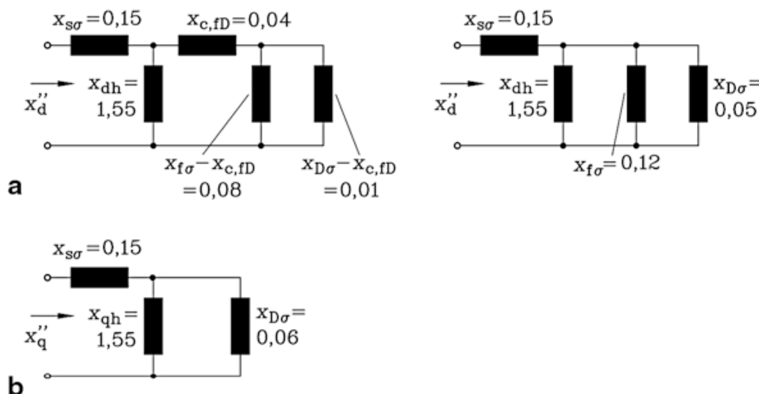


Abb. 16.9 Magnetisches Ersatzschaltbild der Längs- und Querachse der Synchronmaschine mit Werten von Bsp. 16.6 zur Berechnung der bezogenen subtransienten Reaktanzen: (**a**) Längsachse mit / ohne Berücksichtigung der Koppelreaktanz, (**b**) Querachse (zu Beispiel 16.6)

Lösung:
a1) Längsachse, Koppelreaktanz vernachlässigt:

$$x_{dh} = x_d - x_{s\sigma} = 1.7 - 0.15 = 1.55\,\text{p.u.}$$
$$X''_d/Z_N = x''_d = 0.15 + \frac{1.55 \cdot 0.12 \cdot 0.05}{1.55 \cdot 0.12 + 1.55 \cdot 0.05 + 0.12 \cdot 0.05} = 0.185\,\text{p.u.}$$

a2) Längsachse, mit Koppelreaktanz $x_{c,fD} = 0.04$ *p.u.:*
Gemäß (16.55) verbleiben nun für die Streureaktanzen nur die Werte

$$x_{fc,\sigma} = x_f - x_{dh} - x_{c,fD} = 0.12 - 0.04 = 0.08,$$
$$x_{Dc,\sigma} = x_D - x_{dh} - x_{c,fD} = 0.05 - 0.04 = 0.01,$$

die z. B. durch die Stirnstreufelder und bei der Feldwicklung durch das Nutfeld im Bereich ihrer Nutenleiter hervorgerufen werden, da der restliche Anteil des Streufelds in der Nut Dämpfer- und Feldwicklung koppelt.

$$x = x_{c,fD} + \frac{x_{fc,\sigma} x_{Dc,\sigma}}{x_{fc,\sigma} + x_{Dc,\sigma}} = 0.04 + \frac{0.08 \cdot 0.01}{0.08 + 0.01} = 0.0488\text{p.u.}$$
$$x''_d = x_{s\sigma} + \frac{x_{dh} x}{x_{dh} + x} = 0.15 + \frac{1.55 \cdot 0.0488}{1.55 + 0.0488} = 0.197\,\text{p.u.}$$

Die subtransiente Reaktanz der Längsachse wird bei Vernachlässigung der Koppelreaktanz gemäß (0.185 – 0.197)/0.197 = –0.06 um 6 % zu klein berechnet.
b) Querachse:

$$x_{qh} = x_q - x_{s\sigma} = 1.7 - 0.15 = 1.55\,\text{p.u.}, \quad x_{Q\sigma} = x_Q - x_{qh} = 0.06\,\text{p.u.}$$
$$X''_q/Z_N = x''_q = 0.15 + \frac{1.55 \cdot 0.06}{1.55 + 0.06} = 0.21\,\text{p.u.}$$

Beispiel 16.7

Berechnung der subtransienten Reaktanz

a) der Längsachse a1) ohne, a2) mit Berücksichtigung der Koppelreaktanz,
b) der Querachse

einer 80-poligen Schenkelpolmaschine ($x_d > x_q$) mit den Daten

$$x_d = 1.15\,\text{p.u.}, \quad x_q = 0.75\,\text{p.u.}, \quad x_{s\sigma} = 0.15\,\text{p.u.}$$
$$x_f = 1.25\,\text{p.u.}, \quad x_D = 1.28\,\text{p.u.}, \quad x_Q = 0.8\,\text{p.u.}$$
$$x_{c,fD} = -0.06\,\text{p.u.}$$ (vgl. Bsp. 16.5).

Lösung:
a1) Längsachse, Koppelreaktanz vernachlässigt:

$$x_{\mathrm{dh}} = x_{\mathrm{d}} - x_{\mathrm{s}\sigma} = 1.0\,\mathrm{p.u.}, \quad x_{\mathrm{f}\sigma} = x_{\mathrm{f}} - x_{\mathrm{dh}} = 0.25\,\mathrm{p.u.},$$
$$x_{\mathrm{D}\sigma} = x_{\mathrm{D}} - x_{\mathrm{dh}} = 0.28\,\mathrm{p.u.},$$
$$x''_{\mathrm{d}} = 0.15 + \frac{1.0 \cdot 0.25 \cdot 0.28}{1.0 \cdot 0.25 + 1.0 \cdot 0.28 + 0.25 \cdot 0.28} = 0.254\,\mathrm{p.u.}$$

a2) Längsachse, mit Koppelreaktanz $x_{\mathrm{c,fD}} = -0.06$ p.u.:
Gemäß (16.55) sind nun höhere Streureaktanzen anzusetzen:

$$x_{\mathrm{fc},\sigma} = x_{\mathrm{f}} - x_{\mathrm{dh}} - x_{\mathrm{c,fD}} = 0.25 + 0.06 = 0.31$$
$$x_{\mathrm{Dc},\sigma} = x_{\mathrm{D}} - x_{\mathrm{dh}} - x_{\mathrm{c,fD}} = 0.28 + 0.06 = 0.34$$
$$x = x_{\mathrm{c,fD}} + \frac{x_{\mathrm{fc},\sigma} x_{\mathrm{Dc},\sigma}}{x_{\mathrm{fc},\sigma} + x_{\mathrm{Dc},\sigma}} = -0.06 + \frac{0.31 \cdot 0.34}{0.31 + 0.34} = 0.102\,\mathrm{p.u.}$$
$$x''_{\mathrm{d}} = x_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{x_{\mathrm{dh}} x}{x_{\mathrm{dh}} + x} = 0.15 + \frac{1.0 \cdot 0.102}{1.0 + 0.102} = 0.243\,\mathrm{p.u.}$$

Die subtransiente Reaktanz der Längsachse wird bei Vernachlässigung der Koppelreaktanz gemäß (0.254 – 0.243)/0.243 = 0.045 um 4.5 % zu groß berechnet.
b) Querachse:

$$x_{\mathrm{qh}} = x_{\mathrm{q}} - x_{\mathrm{s}\sigma} = 0.06\,\mathrm{p.u.}, \quad x_{\mathrm{Q}\sigma} = x_{\mathrm{Q}} - x_{\mathrm{qh}} = 0.20\,\mathrm{p.u.}$$
$$x''_{\mathrm{q}} = 0.15 + \frac{0.6 \cdot 0.2}{0.6 + 0.2} = 0.3\,\mathrm{p.u.}$$

Die bezogene subtransiente Reaktanz der Querachse ist prinzipiell etwas größer als jene der Längsachse: $x''_{\mathrm{q}} = 0.21$ p.u. $> x''_{\mathrm{d}} = 0.197$ p.u. in Bsp. 16.6, bzw. $x''_{\mathrm{q}} = 0.3$ p.u. $> x''_{\mathrm{d}} = 0.243$ p.u. in Bsp. 16.7. Die Koppelreaktanz $x_{\mathrm{c,fD}}$ hat auf die Querachsengrößen keinen Einfluss.

Fazit:
Während eines dynamischen Betriebszustands der Synchronmaschine wirken nicht die synchronen Induktivitäten bzw. Reaktanzen der Längs- und Querachse X_{d} und X_{q}, sondern zunächst während kurzer Zeit („subtransienter Zustand") (Tab. 16.1) die viel kleineren subtransienten Reaktanzen der Längs- und Querachse X''_{d} und X''_{q}, die geringfügig größer als die Ständerstreureaktanz sind. Dabei ist X''_{q} etwas größer als X''_{d}, da in der Querachse nur die Dämpferwicklung dämpfend wirkt, in der Längsachse aber auch die Feldwicklung. Übrigens sind X''_{d} und X''_{q} deshalb stets nahezu gleich groß, auch wenn X_{d} und X_{q} deutlich unterschiedlich sind wie bei der Schenkelpolmaschine (Bsp. 16.7). Die Vernachlässigung der Koppelreaktanz in der Längsachse ergibt bei Vollpolmaschinen i. A. etwa um 5 % zu kleine und bei Schenkelpolmaschinen etwa um 5 % zu große Werte für die subtransiente Reaktanz der Längsachse. Deshalb wird häufig für die Berechnung der dynamischen Ständerreaktanzen die Koppelreaktanz vernachlässigt, was aber methodisch falsch ist. Im Zeitalter moderner numerischer Simulationssoftware sollte stets

Tab. 16.1 Charakterisierung des subtransienten, transienten und stationären Betriebszustands der elektrisch erregten Synchronmaschine mit Dämpferwicklung nach einer Störung des Synchronbetriebs

Zeitdauer nach der Störung:	Ausgleichsströme fließen in:
Subtransient: 0 .... ≈ 0.5 s	Ständer-, Dämpfer- und Feldwicklung
Transient: 0.5 s .... ≈ 2 s	Ständer- und Feldwicklung
Stationär: Zeit > 2 ... 3 s	Es fließen keine Ausgleichsströme mehr!

das erweiterte Ersatzschaltbild mit Koppelreaktanz verwendet werden. Das vereinfachte Ersatzschaltbild ohne Koppelreaktanz findet sich allerdings in vielen Fachpublikationen, ist aber nur ein historischer Zwischenschritt auf dem Weg zum genaueren Ersatzschaltbild mit Koppelreaktanz.

Die Widerstände R_s, R_f, R_D und R_Q bewirken, dass die von den induzierten Störspannungen getriebenen Störströme in Dämpfer-, Feld- und Ständerwicklung abklingen. Wegen der im Vergleich zur Feldwicklung deutlich kürzeren elektrischen Zeitkonstante der Dämpferwicklung klingen die Störströme in der Dämpferwicklung rascher ab als in der Feldwicklung. Typische Zeitkonstanten in der Dämpferwicklung sind 20 ... 50 ms, in der Feldwicklung 0.5 s ... 2 s. Daher gibt es einen Zwischenzustand in der d-Achse („transienter Zustand"), bei dem die Dämpferwicklung schon stromlos ist, während die Feldwicklung noch einen beträchtlichen Störstrom führt. Dieser transiente Zustand wird mit hochgestelltem Komma $'$ gekennzeichnet, der subtransiente Zustand mit doppeltem Hochkomma $''$ (siehe Norm IEC 60034-4). Das hochgestellte Komma $'$ darf nicht mit dem in Abschn. 16.1.4 verwendeten hochgestellten Komma $'$ für die Umrechung der Erregerwicklungsparameter auf die Ständerseite (16.52) verwechselt werden. Dass das hochgestellte Komma $'$ in beiden Fällen verwendet wird, hat historische Gründe. Um Verwechslungen zu vermeiden, haben wir ja vereinbart, die Kennzeichnung mit Indizes für die auf die Ständerseite umgerechneten Läuferparameter wegzulassen. Die für den transienten Zustand maßgebliche Ersatzreaktanz der Ständerwicklung ist gemäß Abb. 16.8 die „transiente Reaktanz der Längsachse" X'_d, die etwas größer als die subtransiente Reaktanz, aber kleiner als die synchrone Reaktanz ist. Da die Dämpferwicklung bereits stromlos ist, entfällt der Einfluss der Koppelreaktanz auf die Größe der transienten Reaktanz. Die Koppelreaktanz wirkt nun als Teil der Streureaktanz der Feldwicklung: $L_{f\sigma} = L_{fc,\sigma} + L_{c,fD} = L_f - L_{dh}$.

$$X'_d = \omega_s L'_d = \omega_s \cdot (L_{s\sigma} + \frac{L_{dh} L_{f\sigma}}{L_{dh} + L_{f\sigma}}) \qquad (16.67)$$

Nach Abklingen aller Störströme verschwindet die transformatorische Kopplung zwischen Ständer- und Läuferwicklung und die Ständerreaktanz ist wiederum X_d und X_q.

Abb. 16.10 zeigt zusammenfassend die elektromagnetischen Flussverkettungen im stationären, transienten und subtransienten Betriebszustand für Längs- und Querachse. Die Magnetfelder der Reaktionsströme in der Dämpfer- und Feldwicklung wirken dem

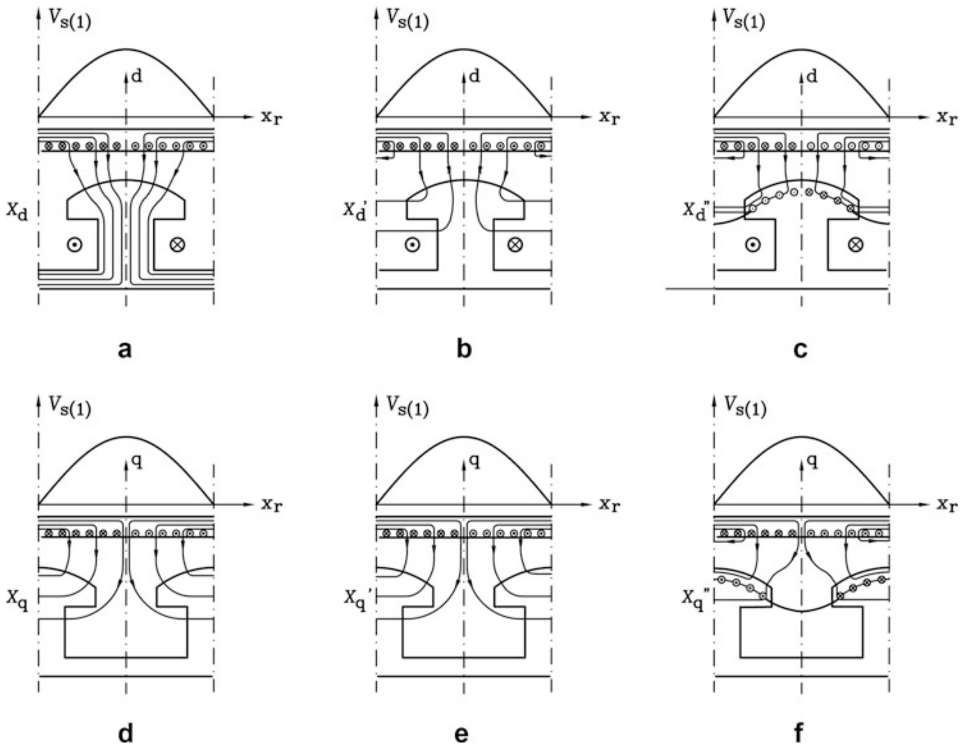


Abb. 16.10 Schematisch skizzierte Feldlinien des resultierenden Magnetfelds bei räumlich sinusförmig verteilter Ständerwicklungsdurchflutung (Grundwelle $V_{s(1)}$) für die Längsachse (Quelle: Bonfert 1962): (**a**) Synchronbetrieb, (**b**) Transienter Betrieb, (**c**) Subtransienter Betrieb, und für die Querachse: (**d**) Synchronbetrieb, (**e**) Transienter Betrieb (dieser ist identisch mit d)!), (**f**) Subtransienter Betrieb

Magnetfeld des Ständerstroms entgegen, sodass das resultierende Magnetfeld aus dem Läufer heraus gedrängt wird und im subtransienten Zustand nicht einmal die Dämpferwicklung durchdringt. In gleicher Weise wie bei der Asynchronmaschine werden die Induktivitäten auch bei der Synchronmaschine in bezogenen Größen $x = \omega_N L/Z_N$ angegeben (Tab. 16.2). Die entsprechenden Ersatzschaltbilder sind in Abb. 16.8 und in bezogenen Größen in Abb. 16.9 und 16.11 dargestellt.

Bezogene subtransiente Induktivität der d-Achse (ohne Einfluss der rotorseitigen Koppelinduktivität zwischen Feld- und Dämpferwicklung):

$$x''_d = x_{s\sigma} + \frac{x_{dh} x_{f\sigma} x_{D\sigma}}{x_{dh} x_{f\sigma} + x_{dh} x_{D\sigma} + x_{f\sigma} x_{D\sigma}} \tag{16.68}$$

Bezogene subtransiente Induktivität der q-Achse:

$$x''_q = x_{s\sigma} + \frac{x_{qh} x_{Q\sigma}}{x_{qh} + x_{Q\sigma}} \tag{16.69}$$

Tab. 16.2 Subtransiente, transiente und synchrone Induktivitäten L (in p.u.: x) der Längs- und Querachse der Synchronmaschine

Betriebszustand	Stationär	Transient	Subtransient
Längsachse	L_d, x_d	L'_d, x'_d	L''_d, x''_d
Querachse	L_q, x_q	$L'_\mathrm{q} = L_\mathrm{q}$, $x'_\mathrm{q} = x_\mathrm{q}$	L''_q, x''_q

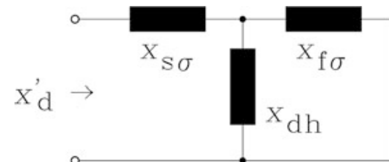


Abb. 16.11 Eratzschaltbild für die bezogene transiente Induktivität für die Längsachse d. Für die Querachse q sind transiente und synchrone Induktivität identisch

Bezogene transiente Induktivität der d-Achse:

$$x'_\mathrm{d} = x_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{x_\mathrm{dh} x_{\mathrm{f}\sigma}}{x_\mathrm{dh} + x_{\mathrm{f}\sigma}} \tag{16.70}$$

Bezogene transiente Induktivität der q-Achse:

$$x'_\mathrm{q} = x_\mathrm{q} \tag{16.71}$$

Die Rotorausführung der Synchronmaschine hat also maßgeblichen Einfluss auf die Größe der subtransienten und transienten Reaktanz bzw. Induktivität. Elektrisch erregte Synchronmaschinen ohne Dämpferkäfig haben keine subtransiente Reaktanz, wenn die Rotorpole aus geblechten Eisenblechpaketen aufgebaut sind, die keine nennenswerten Wirbelströme im Eisen zulassen: $x'_\mathrm{d} = x''_\mathrm{d}$, $x_\mathrm{q} = x'_\mathrm{q} = x''_\mathrm{q}$. Sind die Polschuhe aus massivem Eisen, so übernehmen die dort fließenden Wirbelströme im dynamischen Zustand die Funktion eines Dämpferkäfigs, sodass neben dem transienten auch ein subtransienter Betriebszustand auftritt. Massive Pole sind wegen der in den Polschuhen räumlich verteilt fließenden Wirbelströme durch Kettenleiter-Ersatzschaltungen näherungsweise beschreibbar, wobei die lokale Eisensättigung einen maßgeblichen Einfluss auf die Wirbelstrom-Eindringtiefe in das Poleisen hat (Canay 1968, 1970). Typische Größenordnungen der bezogenen Induktivitäten bzw. Reaktanzen elektrisch erregter Synchronmaschinen sind in Tab. 16.3 enthalten.

Permanentmagneterregte Rotoren ohne Dämpfer- oder Anlaufkäfig, bei denen die Wirbelströme in den Rotormagneten oder dem Rotoreisen vernachlässigt werden können, haben weder einen subtransienten noch einen transienten Betriebszustand, da auch die dämpfende Wirkung der Erregerwicklung fehlt. Deshalb sind dann subtransiente, transiente und synchrone Reaktanz identisch: $x_\mathrm{d} = x'_\mathrm{d} = x''_\mathrm{d}$, $x_\mathrm{q} = x'_\mathrm{q} = x''_\mathrm{q}$. Bei Rotoren mit Oberflächenmagneten ohne ausgeprägte Pollücke des Rotoreisens sind bei vernachlässigtem Sättigungseinfluss des Eisens die Induktivitäten für die d- und q-Achse

Tab. 16.3 Typische Größenordnungen der bezogenen Induktivitäten bzw. Reaktanzen elektrisch erregter Synchronmaschinen mit Dämpfer- oder Anlaufkäfig im stationären und dynamischen Betrieb

Synchrone Reaktanz der Längsachse	$x_d = X_d/Z_N$ $X_d = \omega_N L_d$	0.8 … 1.2: Schenkelpolmaschinen mit höherer Polzahl (z. B. Wasserkraftgeneratoren mit 6 und mehr Polen) 1.2 … 2.5: 2- und 4-polige Turbogeneratoren mit hoher elektrischer Ausnützung (z. B. Generatoren in thermischen Kraftwerken)
Synchrone Reaktanz der Querachse	$x_q = X_q/Z_N$ $X_q = \omega_N L_q$	$(0.5 \ldots 0.6)x_d$: Schenkelpolmaschinen: Einfluss der Pollücke $(0.8 \ldots 0.9)x_d$: Vollpolmaschinen: Einfluss der Nutöffnungen der Erregerwicklung
Transiente Reaktanz der Längsachse	$x'_d = X'_d/Z_N$ $X'_d = \omega_N L'_d$	0.2–0.25 … 0.35–0.4
Transiente Reaktanz der Quersachse	$x'_q = x_q =$ $= X_q/Z_N$	Identisch mit der synchronen Reaktanz der q-Achse, da in dieser keine Erregerwicklung wirkt
Subtransiente Reaktanz der Längsachse	$x''_d = X''_d/Z_N$ $X''_d = \omega_N L''_d$	0.1–0.12 … 0.2–0.3: stets etwas größer als die Streureaktanz der Ständerwicklung $x_{s\sigma}$
Subtransiente Reaktanz der Querachse	$x''_q = X''_q/Z_N$ $X''_q = \omega_N L''_q$	Typisch ist $x''_q > x''_d$, da keine Erregerwicklung in der Querachse wirkt. Allerdings von gleicher Größenordnung gemäß $x''_q \approx x''_d$: 0.1 … 0.3

identisch: $x_d = x_q$ (Kap. 9). Die relative Permeabilität von Permanentmagneten aus Ferriten oder Seltenen Erden (NdFeB, Sm_2Co_{17}) ist mit ca. 1.05 nahezu Eins. Ihre Reluktanz gegenüber dem Ständermagnetfeld ist daher vergleichbar mit Luft. Daher sind für die Wirkung des äquivalenten „magnetisch wirksamen" Luftspalts δ_e die Magnethöhe h_M und die ggf. vorhandene amagnetische Bandage mit der Dicke d_B zum mechanischen Luftspalt δ zu addieren, sodass die vom Ständerfeld zu magnetisierende äquivalente Luftspaltstrecke sich deutlich erhöht.

$$\delta_e = \delta + h_M + d_B >> \delta \tag{16.72}$$

Da die Hauptinduktivität L_h proportional zum Kehrwert von δ_e ist (Kap. 4), ist die bezogene synchrone Reaktanz bei Synchronmaschinen mit Oberflächen-Permanentmagneten in der Regel deutlich kleiner als 1: $x_d \approx 0.3 \ldots 0.4$ (vgl. Kap. 9).

Beispiel 16.8

Bestimmen Sie für eine elektrisch erregte Schenkelpol-Synchronmaschine mit Dämpferkäfig mit den Daten
$x_{dh} = 1.2$, $x_{qh} = 0.6$, $x_{s\sigma} = 0.15$, $x_{f\sigma} = 0.2$, $x_{D\sigma} = 0.1$, $x_{Q\sigma} = 0.1$ die subtransienten, transienten und synchronen Reaktanzen in p.u.

Lösung:

$$
\begin{aligned}
x''_{\mathrm{d}} &= x_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{f}\sigma} x_{\mathrm{D}\sigma}}{x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{f}\sigma} + x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{D}\sigma} + x_{\mathrm{f}\sigma} x_{\mathrm{D}\sigma}} = \\
&= 0.15 + \frac{1.2 \cdot 0.2 \cdot 0.1}{1.2 \cdot 0.2 + 1.2 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.1} = 0.21 \\
x''_{\mathrm{q}} &= x_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{x_{\mathrm{qh}} x_{\mathrm{Q}\sigma}}{x_{\mathrm{qh}} + x_{\mathrm{Q}\sigma}} = 0.15 + \frac{0.6 \cdot 0.1}{0.6 + 0.1} = 0.24 \\
x'_{\mathrm{d}} &= x_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{f}\sigma}}{x_{\mathrm{dh}} + x_{\mathrm{f}\sigma}} = 0.15 + \frac{1.2 \cdot 0.2}{1.2 + 0.2} = 0.32 \\
x'_{\mathrm{q}} &= x_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{qh}} + x_{\mathrm{s}\sigma} = 0.6 + 0.15 = 0.75
\end{aligned}
$$

16.1.6 Bedeutung der Koppelinduktivität für die Bestimmung rotorseitiger subtransienter Ströme

Während für die Berechnung der subtransienten Induktivität als resultierende Ständerinduktivität der Einfluss der unterschiedlichen Hauptflussverkettung zwischen Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung und damit die Berücksichtigung einer rotorseitigen Koppelinduktivität mit ca. 5 % relativ klein ist (vgl. Bsp. 16.6 und 16.7), darf für die Berechnung der rotorseitigen dynamischen Ströme in der Feld- und Dämpferwicklung dieser Einfluss im subtransienten Zeitbereich keineswegs vernachlässigt werden, wie I. M. Canay (Canay 1968, 1970) durch den Vergleich von Rechnung und Messung eindrucksvoll bewiesen hat. Bei Einsatz moderner numerischer Simulationssoftware sind viele der Vernachlässigungen, die man zum Erhalt analytischer Lösungen gemacht hat, nicht erforderlich. Deshalb sollte auch generell das Ersatzschaltbild mit Berücksichtigung der Koppelreaktanz verwendet werden, sodass u. a. auch der genannte methodische Fehler von ca. 5 % bei der Berechnung der statorseitigen dynamischen Reaktanzen vermieden wird.

Zur Illustration der Bedeutung der rotorseitigen Koppelinduktivität wird als Beispiel ein leerlaufender erregter Synchrongenerator betrachtet, dessen in die Ständerwicklung induzierte Leerlaufspannung u_{s0} beträgt. Wird die Ständerwicklung allpolig kurzgeschlossen, so wird der Anfangskurzschlusswechselstrom i_{s} in der Ständerwicklung nur durch die subtransienten Reaktanz x''_{d} begrenzt (genaueres zum Stoßkurzschluss siehe Abschn. 16.5). Durch die von ihm verursachte plötzliche Änderung des Luftspaltfelds werden in der Dämpfer- und der Feldwicklung ebenfalls Wechselströme induziert, deren Größe empfindlich von der Flussverkettung der rotorseitigen Wicklungen abhängt, wie nachfolgendes Beispiel 16.9 zeigt.

Beispiel 16.9

Berechnung der Anfangskurzschlusswechselströme in der Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung der Längsachse eines 2-poligen Turbogenerators (Daten gemäß Bsp. 16.6) – Vergleich der Berechnung ohne / mit rotorseitiger Koppelreaktanz $x_{\mathrm{c,fD}}$.

Tab. 16.4 Berechnete Anfangskurzschlusswechselströme eines zweipoligen Turbogenerators ohne (Spalte „Nein“) und mit (Spalte „Ja“) Berücksichtigung der rotorseitigen Koppelinduktivität zwischen Feld- und Dämpferwicklung

Berücksichtigung von $x_{c,fD}$:	Nein	Ja	Abweichung
x''_d / p.u.	0.1843	0.1974	–7 %
$i_{s,k\sim}$ / p.u.	5.425	5.066	+7 %
$i_{m,k\sim}$ / p.u.	0.121	0.155	–22 %
$i_{f,k\sim}$ / p.u.	1.560	0.546	+186 %
$i_{D,k\sim}$ / p.u.	3.744	4.365	–14 %

Lösung:
Die detaillierte Berechnung findet man in Aufgabe A16.6 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“. Die bezogenen Werte der berechneten Wechselstromamplituden $i_{s,k\sim}$ des Ständerstroms i_s, $i_{m,k\sim}$ des Magnetisierungsstroms i_m in der Hauptreaktanz x_{dh}, $i_{f,k\sim}$ und $i_{D,k\sim}$ des Erreger- und des Dämpferstroms i_f und i_D werden in p.u. mit den Ersatzschaltbildern von Abb. 16.9a berechnet und sind in Tab. 16.4 zusammengefasst. Die Abweichungen der mit Vernachlässigung von $x_{c,fD}$ berechneten Werte sind in Prozent der Werte mit Berücksichtigung von $x_{c,fD}$ angegeben.

Fazit:
Für die Berechnung der rotorseitigen Ströme i_f und i_D im dynamischen Betrieb ist die Berücksichtigung der rotorseitige n „Streufeldkopplung“ zwischen Feld- und Dämpferwicklung über die Koppelinduktivität $x_{c,fD}$ unerlässlich, da ansonsten vor allem bei der Berechnung des dynamischen Anfangskurzschlusswechselstroms $i_{f,k\sim}$ in der Erregerwicklung Fehler von ca. 150… 180 % (!) entstehen, da er zu groß berechnet wird.

In der Folge wird bei der Betrachtung dynamischer Vorgänge in der Synchronmaschine der Schwerpunkt auf die ständerseitigen Größen Ständerstrom und Ständerspannung gelegt. Deshalb werden die dynamischen Gleichungen ohne die Berücksichtigung der rotorseitigen Koppelinduktivität formuliert, da dies die analytischen Rechnungen, die hier vorgestellt werden, etwas vereinfacht. Für die praktische Anwendung im Einsatz von Computerprogrammen sollte aber jedenfalls das genauere Ersatzschaltbild mit Koppelinduktivität verwendet werden, besonders wenn rotorseitige subtransiente Größen berechnet werden. Bei Vernachlässigung der rotorseitigen Koppelinduktivität werden die Flussverkettungsgleichungen (16.55), (16.58) aus Abschn. 16.1.4 in der d-Achse wie folgt weiter verwendet. Anstelle von

$$\psi_d = x_{s\sigma} \cdot i_d + x_{dh} \cdot (i_d + i_f + i_D) \tag{16.73a}$$

$$\psi_f = (x_f - x_{dh} - x_{c,fD}) \cdot i_f + x_{c,fD} \cdot (i_f + i_D) + x_{dh} \cdot (i_d + i_f + i_D) \tag{16.73b}$$

$$\psi_D = (x_D - x_{dh} - x_{c,fD}) \cdot i_D + x_{c,fD} \cdot (i_f + i_D) + x_{dh} \cdot (i_d + i_f + i_D) \tag{16.73c}$$

behalten wir in der Folge (16.73a) unverändert bei und schreiben für (16.73b, c) vereinfacht

$$\psi_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{f}\sigma} \cdot i_{\mathrm{f}} + x_{\mathrm{dh}} \cdot (i_{\mathrm{d}} + i_{\mathrm{f}} + i_{\mathrm{D}}), \tag{16.74a}$$

$$\psi_{\mathrm{D}} = x_{\mathrm{D}\sigma} \cdot i_{\mathrm{D}} + x_{\mathrm{dh}} \cdot (i_{\mathrm{d}} + i_{\mathrm{f}} + i_{\mathrm{D}}), \tag{16.74b}$$

solange der Fokus der Berechnung nicht auf der Bestimmung der läuferseitigen subtransienten dynamischen Ströme vor allem in der Feldwicklung liegt. Beachten Sie, dass dabei die Streureaktanzen $x_{\mathrm{f}\sigma}$ und $x_{\mathrm{D}\sigma}$ in (16.74) und die in (16.73) auftretenden Streureaktanzen $x_{\mathrm{fc}\sigma}$ und $x_{\mathrm{Dc}\sigma}$ gemäß (16.75) unterschiedlich definiert sind (vgl. Bsp. 16.6 und 16.7).

$$x_{\mathrm{fc},\sigma} = x_{\mathrm{f}} - x_{\mathrm{dh}} - x_{\mathrm{c,fD}} \tag{16.75a}$$

$$x_{\mathrm{Dc},\sigma} = x_{\mathrm{D}} - x_{\mathrm{dh}} - x_{\mathrm{c,fD}} \tag{16.75b}$$

16.2 Dynamisches Gleichungssystem der Synchronmaschine

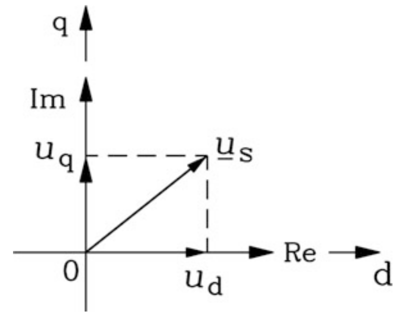
Mit Berücksichtigung der im dynamischen Betriebszustand auftretenden Flussverkettungen zwischen Ständer-, Dämpfer- und und Feldwicklung gemäß (16.73) bzw. (16.74) und (16.58) können die dynamischen Systemgleichungen der elektrisch erregten Synchronmaschine unter Verwendung der Spannungsgleichungen der Asynchronmaschine für den Dämpferkreis angeschrieben werden. Es wird die bezogene Darstellung verwendet. Die Spannungsgleichungen werden im rotorfesten d-q-Koordinatensystem formuliert. Im Stationärbetrieb wird bei Speisung der Ständerwicklung mit einem Sinus-Drehspannungssystem (elektrische Ständerfrequenz ω_{s}) im Rotor keine Spannung induziert, wenn ausschließlich die Grundwelle des Ständerfelds, die mit dem Läufer synchron rotiert, betrachtet wird. Die Stationärgrößen der Synchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem (vgl. Kap. 15) sind folglich Gleichgrößen (16.76). Im Synchronbetrieb $\omega_{\mathrm{s}} = \omega_{\mathrm{m}}$ bewegen sich der Raumzeiger der Ständerspannung und des Ständerstroms, formuliert im rotorfesten Koordinatensystem, relativ zum Rotor nicht.

$$\underline{u}_{\mathrm{s(r)}} = \underline{u}_{\mathrm{s(s)}} \cdot e^{-j \cdot \gamma(\tau)} = \underline{u}_{\mathrm{s(s)}} \cdot e^{-j \cdot \omega_{\mathrm{m}} \tau} = \underline{u}_{\mathrm{s}} \cdot e^{j \cdot \omega_{\mathrm{s}} \tau} \cdot e^{-j \cdot \omega_{\mathrm{m}} \tau} = \underline{u}_{\mathrm{s}} \tag{16.76}$$

Die Wahl des rotorfesten Koordinatensystems erleichtert sehr die Berücksichtigung der unterschiedlichen Flussverkettungen in der Längs- und Querachse. Wird die komplexe Raumzeigerrechnung verwendet, so wird häufig die d-Achse als Realteil- und die q-Achse als Imaginärteilachse definiert (Abb. 16.12).

Da die Ständerwicklungen von Asynchron- und Synchronmaschine prinzipiell denselben Aufbau haben, wird die Ständerspannungsgleichung der Asynchronmaschine (16.77a), formuliert im rotorfesten Koordinatensystem, direkt aus Kap. 15 übernommen. Ebenso wird die Rotorspannungsgleichung der Asynchronmaschine (16.77b) für die Erfassung der elektrischen Vorgänge in der Dämpferwicklung übernommen.

Abb. 16.12 Zerlegung des Spannungsraumzeigers $\underline{u}_s$ im rotorfesten Koordinatensystem (r) in eine d- und q-Komponente



$$\underline{u}_{s(r)} = r_s \cdot \underline{i}_{s(r)} + \frac{d\underline{\psi}_{s(r)}}{d\tau} + j \cdot \omega_m \cdot \underline{\psi}_{s(r)} \tag{16.77a}$$

$$0 = r_r^* \cdot \underline{i}_{r(r)}^* + \frac{d\underline{\psi}_{r(r)}^*}{d\tau} \tag{16.77b}$$

Der Index (r) für das rotorfeste Koordinatensystem wird im Folgenden weggelassen, da ausschließlich dieses rotorfeste Koordinatensystem für die Synchronmaschine verwendet wird. Da die magnetischen Flussverkettungen in der Längs- und Querachse gemäß Abschn. 16.1 unterschiedlich sind (Abb. 16.13a), müssen die komplexen Raumzeiger der Ständerspannung, des Ständerstroms und der Ständerflussverkettung in die d- und q-Komponenten zerlegt werden im Sinne der Zweiachsentheorie (Abb. 16.12).

$$\underline{u}_s = u_d + j \cdot u_q, \quad \underline{i}_s = i_d + j \cdot i_q, \quad \underline{\psi}_s = \psi_d + j \cdot \psi_q \tag{16.78}$$

In gleicher Weise erfolgt dies für den Raumzeiger der Dämpferströme und der Flussverkettung mit der Dämpferwicklung.

$$\underline{i}_r^* = i_D + j \cdot i_Q, \quad \underline{\psi}_r^* = \psi_D + j \cdot \psi_Q \tag{16.79}$$

In der d-Achse muss gemäß Abb. 16.13 die Flussverkettung mit der Feldwicklung (Erregerwicklung) ebenfalls erfasst werden. Die bei der Asynchronmaschine übliche Kennzeichnung der auf die Ständerseite mit den Übersetzungsverhältnissen umgerechneten Rotorgrößen hier durch den Index * (16.79) entfällt – wie bereits für die Ströme und Flussverkettungen in Abschn. 16.1.5 vereinbart – ab nun auch für die Spannungen. Wir erhalten aus (16.77) durch Zerlegung in den d- und q-Anteil die folgenden Gleichungen.

$$u_d = r_s \cdot i_d + \frac{d\psi_d}{d\tau} - \omega_m \cdot \psi_q \qquad u_q = r_s \cdot i_q + \frac{d\psi_q}{d\tau} + \omega_m \cdot \psi_d \tag{16.80a}$$

$$0 = r_D \cdot i_D + \frac{d\psi_D}{d\tau} \qquad 0 = r_Q \cdot i_Q + \frac{d\psi_Q}{d\tau} \tag{16.80b}$$

Wir ergänzen die Spannungsgleichung für die Erregerwicklung.

$$u_f = r_f \cdot i_f + \frac{d\psi_f}{d\tau} \tag{16.80c}$$

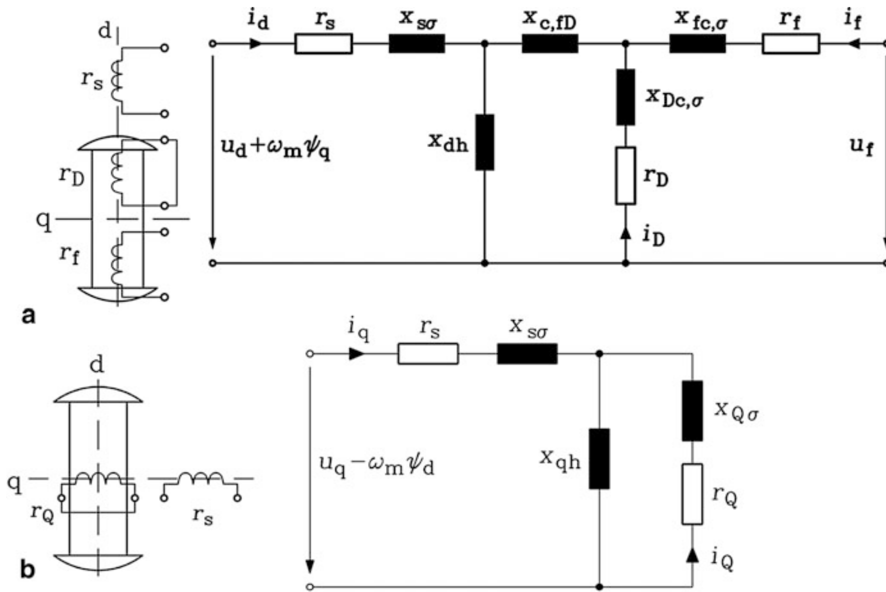


Abb. 16.13 Schematische Darstellung der miteinander verketteten Wicklungen in der elektrisch erregten Synchronmaschine mit Dämpferkäfig und dynamische Ersatzschaltbilder der Spannungsgleichungen (16.80) der Synchronmaschine (**a**) in der *d*-Achse mit Berücksichtigung der läuferseitigen Streufeldkopplung und (**b**) in der *q*-Achse

Das zugehörige, dynamische Ersatzschaltbild mit Berücksichtigung der läuferseitigen Streufeldkopplung ergibt sich mit den Flussverkettungsgleichungen (16.73) gemäß Abb. 16.13b. Für die Berechnung der ständerseitigen dynamischen Größen reicht gemäß Abschn. 16.1.6 die Vereinfachung mit der Vernachlässigung der Koppelreaktanz $x_{c,fD}$. Es wird dann aufgrund der Vernachlässigung des Einflusses dieser läuferseitigen Streufeldkopplung zwischen Feld- und Dämpferwicklung angenommen, dass derselbe Hauptfluss Φ_{dh} mit Ständer-, Feld- und Dämpferwicklung verkettet ist (vgl. Abb. 16.4). In der Querachse ist, wie erwähnt, der Hauptfluss Φ_{qh} mit der Ständer- und Dämpferwicklung verkettet, jedoch nicht mit der Feldwicklung, die von den Feldlinien des Querfelds nicht oder im rechten Winkel durchsetzt wird. Für den Raumzeiger der Ständerflussverkettung $\underline{\psi}_s$ ist zusätzlich die Verkettung mit dem Ständerstreufluss $\Phi_{s\sigma}$ zu berücksichtigen. Vor allem in Schenkelpolmaschinen mit ihrem nicht konstanten Luftspalt und Pollückeneinfluss ist der Streufluss in der Dämpferwicklung, wie erwähnt, in der *d*- und *q*-Achse i. A. etwas unterschiedlich: $\Phi_{D\sigma} \neq \Phi_{Q\sigma}$. In gleicher Weise ist für die Feldwicklung deren Streufluss $\Phi_{f\sigma}$ zu berücksichtigen, der sich in der Vollpolmaschine durch die Nut-, Stirn- und Oberfelderstreuung äußert, in der Schenkelpolmaschine hauptsächlich als Streufluss in der Pollücke und stirnseitig. Damit ergeben sich gemäß (16.58) und (16.74) insgesamt fünf Gleichungen für die Flussverkettungen, nämlich drei für die Längs- und zwei für die Querachse im Sinne des in Abschn. 16.1.4 und 16.1.5 erwähnten Dreiwicklungs- und Zweiwicklungstransformators bei Vernachlässigung von $x_{c,fD}$ in der *d*-Achse.

$$\psi_{\mathrm{d}} = x_{\mathrm{d}} i_{\mathrm{d}} + x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{D}} + x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f}} \qquad \psi_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{q}} i_{\mathrm{q}} + x_{\mathrm{qh}} i_{\mathrm{Q}} \tag{16.81a}$$

$$\psi_{\mathrm{D}} = x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d}} + x_{\mathrm{D}} i_{\mathrm{D}} + x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f}} \qquad \psi_{\mathrm{Q}} = x_{\mathrm{qh}} i_{\mathrm{q}} + x_{\mathrm{Q}} i_{\mathrm{Q}} \tag{16.81b}$$

$$\psi_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d}} + x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{D}} + x_{\mathrm{f}} i_{\mathrm{f}} \tag{16.81c}$$

Im Folgenden werden die resultierenden Induktivitäten der drei beteiligten Wicklungssysteme, die für die Längs- und Querachse unterschiedlich sind, mit der nachfolgenden Notation verwendet (vgl. Abb. 16.14). Die Feldwicklung magnetisiert, wie erwähnt, in der Querachse nicht und hat folglich auch keine Induktivität in der Querachse.

$$x_{\mathrm{d}} = x_{\mathrm{dh}} + x_{\mathrm{s}\sigma} \qquad x_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{qh}} + x_{\mathrm{s}\sigma} \tag{16.82a}$$

$$x_{\mathrm{D}} = x_{\mathrm{dh}} + x_{\mathrm{D}\sigma} \qquad x_{\mathrm{Q}} = x_{\mathrm{qh}} + x_{\mathrm{Q}\sigma} \tag{16.82b}$$

$$x_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{dh}} + x_{\mathrm{f}\sigma} \tag{16.82c}$$

Sowohl für den Drei- als auch für den Zweiwicklungstransformator von Abb. 16.14 können die Blondel'schen Streuziffern $0 \leq \sigma \leq 1$ angegeben werden, die die magnetische Kopplung zwischen je zwei Wicklungen, also zwischen den Wicklungspaaren „Statorwicklung-Dämpferwicklung", „Statorwicklung-Erregerwicklung", „Dämpferwicklung-Erregerwicklung" für die Längs- und die Querachse angeben. Je schwächer die Kopplung zwischen zwei Wicklungen ist, desto größer ist der entsprechende Wert von σ (vgl. Kap. 5). Die größtmögliche Kopplung beschreibt $\sigma = 0$, da dann keine Streuflüsse auftreten, während $\sigma = 1$ ausdrückt, dass keine Kopplung vorhanden ist. Die typische Größenordnung der Streuziffern liegt im Bereich 0.1 ... 0.2.

$$\sigma_{\mathrm{dD}} = 1 - \frac{x_{\mathrm{dh}}^2}{x_{\mathrm{d}} x_{\mathrm{D}}}, \quad \sigma_{\mathrm{df}} = 1 - \frac{x_{\mathrm{dh}}^2}{x_{\mathrm{d}} x_{\mathrm{f}}}, \quad \sigma_{\mathrm{fD}} = 1 - \frac{x_{\mathrm{dh}}^2}{x_{\mathrm{f}} x_{\mathrm{D}}} \tag{16.83}$$

$$\sigma_{\mathrm{qQ}} = 1 - \frac{x_{\mathrm{qh}}^2}{x_{\mathrm{q}} x_{\mathrm{Q}}} \tag{16.84}$$

Das elektromagnetische Drehmoment wird in bezogenen Größen wie bei der Asynchronmaschine (Kap. 15) berechnet, wobei z. B. die Darstellung mit dem Statorstrom

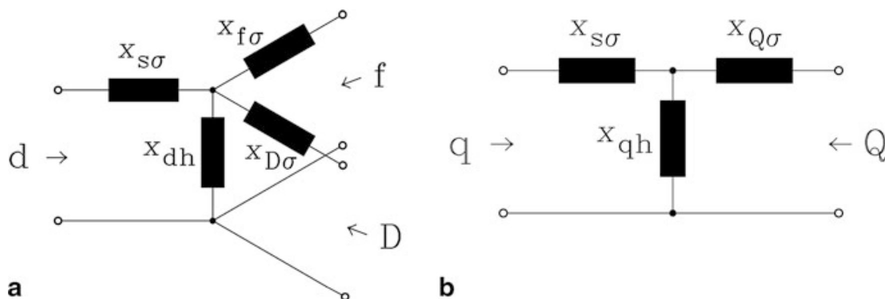


Abb. 16.14 Die (in der d-Achse vereinfachten) Flussverkettungsgleichungen (16.81) korrespondieren mit den hier dargestellten Ersatzschaltbildern (**a**) des Dreiwicklungstransformators ohne Koppelinduktivität $x_{\mathrm{c,fD}}$ in der d-Achse, (**b**) des Zweiwicklungstransformators in der q-Achse

und der Statorflussverkettung häufig verwendet wird. Mit (16.78) erhalten wir die Komponentendarstellung.

$$m_e = \mathrm{Im}\left\{\underline{i}_s \cdot \underline{\psi}_s^*\right\} = i_q \cdot \psi_d - i_d \cdot \psi_q \tag{16.85}$$

Im einfachsten Fall wird dieses Drehmoment in der Newton'schen Bewegungsgleichung für ein starr gekuppeltes System aus elektrischer Maschine und Lastmaschine verwendet (16.86k). Damit ergeben sich für die elektrisch erregten Synchronmaschinen mit Dämpferkäfig elf dynamische Gleichungen im rotorfesten Koordinatensystem, wobei z. B. deren elf Unbekannte i_d, i_q, i_D, i_Q, i_f, ψ_d, ψ_q, ψ_D, ψ_Q, ψ_f, ω_m zu bestimmen sind. Als Führungsgrößen sind dann die Ständerspannung und die Erregerspannung vorzugeben, als Störgröße das Lastmoment an der Welle: u_d, u_q, u_f, m_L. Bei Generatorbetrieb ist dieses Lastmoment m_L im hier verwendeten Verbraucher-Zählpfeilsystem als negatives, also antreibendes Turbinenmoment zu verstehen (vgl. Abschn. 16.6). Wir fassen (16.80), (16.81) und (16.85) bei vernachlässigter Koppelinduktivität $x_{c,fD}$ zusammen im Gleichungssatz (16.86).

$$u_d(\tau) = r_s \cdot i_d(\tau) + \frac{d\psi_d(\tau)}{d\tau} - \omega_m(\tau) \cdot \psi_q(\tau) \tag{16.86a}$$

$$0 = r_D \cdot i_D(\tau) + \frac{d\psi_D(\tau)}{d\tau} \tag{16.86b}$$

$$u_f(\tau) = r_f \cdot i_f(\tau) + \frac{d\psi_f(\tau)}{d\tau} \tag{16.86c}$$

$$\psi_d(\tau) = (x_{dh} + x_{s\sigma}) \cdot i_d(\tau) + x_{dh} \cdot i_D(\tau) + x_{dh} \cdot i_f(\tau) \tag{16.86d}$$

$$\psi_D(\tau) = x_{dh} \cdot i_d(\tau) + (x_{dh} + x_{D\sigma}) \cdot i_D(\tau) + x_{dh} \cdot i_f(\tau) \tag{16.86e}$$

$$\psi_f(\tau) = x_{dh} \cdot i_d(\tau) + x_{dh} \cdot i_D(\tau) + (x_{dh} + x_{f\sigma}) \cdot i_f(\tau) \tag{16.86f}$$

$$u_q(\tau) = r_s \cdot i_q(\tau) + \frac{d\psi_q(\tau)}{d\tau} + \omega_m(\tau) \cdot \psi_d(\tau) \tag{16.86g}$$

$$0 = r_Q \cdot i_Q(\tau) + \frac{d\psi_Q(\tau)}{d\tau} \tag{16.86h}$$

$$\psi_q(\tau) = (x_{qh} + x_{s\sigma}) \cdot i_q(\tau) + x_{qh} \cdot i_Q(\tau) \tag{16.86i}$$

$$\psi_Q(\tau) = x_{qh} i_q(\tau) + (x_{qh} + x_{Q\sigma}) \cdot i_Q(\tau) \tag{16.86j}$$

$$\tau_J \cdot \frac{d\omega_m(\tau)}{d\tau} = i_q(\tau) \cdot \psi_d(\tau) - i_d(\tau) \cdot \psi_q(\tau) - m_L(\tau) \tag{16.86k}$$

Die Berechnung der d- und q-Komponenten z. B. der Strom- und Flussverkettungsraumzeiger sowie der mechanischen Winkelgeschwindigkeit erfolgt entweder schrittweise über die komplexe Raumzeigerformulierung im statorfesten Koordinatensystem, deren Transformation ins rotorfeste Koordinatensystem und die anschließende Zerlegung in d- und q-Komponenten durch Real- und Imaginärteilbildung oder direkt über die Park-Transformation als Matrixoperation. Beides führt, wie in Abschn. 16.1 gezeigt, zum Gleichungssystem (16.86). Es umfasst sechs i. A. nichtlineare Differentialgleichungen erster Ordnung, wobei die Nichtlinearität in (16.86a), (16.86g), (16.86k) durch Produkte der

Variablen $\omega_m \cdot \psi_d$, $\omega_m \cdot \psi_q$, $i_q \cdot \psi_d$, $i_d \cdot \psi_q$ verursacht ist. Eine weitere nichtlineare Abhängigkeit $x_{dh} = F_d(i_{md}) = F_d(i_d + i_f + i_D)$ bzw. $x_{qh} = F_q(i_{mq}) = F_q(i_q + i_Q)$ kann infolge Eisensättigung durch die Hauptflussverkettung auftreten, wobei $F_d(\cdot)$ und $F_q(\cdot)$ Funktionen sind, die die Hauptfeldsättigung beschreiben. Die Ermittlung von $F_d(\cdot)$ erfolgt sehr grob vereinfacht gemäß Kap. 8 aus der stationären Leerlauf- und der Kurzschlusskennlinie zu einem bestimmten Leerlauf-Erregerstrom i_{f0}, der den Magnetisierungsstrom $i_{md} = i_d + i_f + i_D = i_{f0}$ darstellt, über $x_{d,\text{gesättigt}}/x_{d,\text{ungesättigt}}$.

$$x_{dh} = F_d(i_d + i_f + i_D) \approx x_{d,\text{gesättigt}}(i_{f0}) - x_{s\sigma}$$

Die Sättigung tritt in der q-Achse wegen der linearisierenden Wirkung der Pollücke erst bei deutlich größerem Magnetisierungsstrom i_{mq} auf und kann in grober Näherung vernachlässigt werden. Für genauere Berechnungen muss die Kopplung zwischen d- und q-Achse (vgl. Kap. 10) durch gemeinsame Eisensättigung im Ständerjoch (vgl. Kap. 8: Erregerbedarfskonstruktion) und die lastabhängige progressive Polschaftsättigung im Läufer durch den Polstreufluss (vgl. Kap. 8, Potier-Reaktanz) berücksichtigt werden. Weiter kann sich im transienten und subtransienten Betriebszustand wegen der oben beschriebenen Feldverdrängung aus dem Läufer auch eine Sättigung der Streuwege ähnlich wie bei der Asynchronmaschine (Kap. 6) einstellen. Daher ist genau genommen eine korrekte Berechnung der dynamischen Betriebszustände mit Einfluss der veränderlichen Eisensättigung nur durch eine mit einem externen Netzwerk und einer externen Last gekoppelte nichtlineare (z. B. zweidimensionale) Feldberechnung im Zeitschrittverfahren möglich.

Bei Ausführungen mit Massivläufer treten infolge der Wirbelstromverteilung im Läuferpolschuheisen an Stelle von (16.86b), (16.86h) aufwendigere Differentialgleichungen (Canay 1968). Wiederum ist eine genaue Berechnung nur durch gekoppelte nichtlineare Feldberechnungen im Zeitschrittverfahren möglich.

Falls ein Nullsystem zusätzlich auftritt (z. B. bei Sternschaltung der Ständerwicklung mit angeschlossenem Sternpunkt und unsymmetrischen Ständerstrangspannungen), ist dieses in gleicher Weise wie bei der Asynchronmaschine (vgl. Kap. 15) gesondert zu berücksichtigen, weil es die Raumzeigergleichungen nicht erfassen. So gilt z. B. für die Statorwicklung folgende Nullspannungsgleichung.

$$u_{s0}(\tau) = r_s \cdot i_{s0}(\tau) + \frac{d\psi_{s0}(\tau)}{d\tau} \tag{16.87}$$

In die Ständerspannungsgleichung des Nullsystems müssen die Nullspannung $u_{s0}(\tau)$, der Nullstrom $i_{s0}(\tau)$ und die Nullflussverkettung $\psi_{s0}(\tau)$ der Statorwicklung eingesetzt werden, die sich u. A. direkt aus der Park-Transformation ergeben.

$$u_{s0}(\tau) = (u_U(\tau) + u_V(\tau) + u_W(\tau))/3 \tag{16.88a}$$

$$i_{s0}(\tau) = (i_U(\tau) + i_V(\tau) + i_W(\tau))/3 \tag{16.88b}$$

$$\psi_{s0}(\tau) = (\psi_U(\tau) + \psi_V(\tau) + \psi_W(\tau))/3 \tag{16.88c}$$

Die Nullflussverkettung mit den Rotorwicklungen und die sich daraus ergebenden Wirkungen wie zusätzliche Verluste oder parasitäre Drehmomente müssen gesondert berechnet werden. Sie werden im Gleichungssystem (16.86) nicht erfasst. Da diese Problemstellungen seltener auftreten, werden sie hier nicht weiter behandelt.

Für spezielle Ausführungen der Synchronmaschine können die elf dynamischen Gleichungen deutlich vereinfacht und verringert werden. So entfallen z. B. bei Permanentmagnet-Synchronmaschinen ohne Dämpferwicklung die Rotorspannungsgleichungen, wenn keine nennenswerten Wirbelströme im Rotor auftreten. Anstelle des Erregerstroms i_f in der Feldwicklung tritt die Flussverkettung der Permanentmagnete mit der Ständerwicklung ψ_p in der d-Achse, die bei Vernachlässigung der lastabhängigen Eisensättigung (vgl. Kap. 9) lastunabhängig als konstant angenommen werden darf, beispielsweise wenn wegen einer niedrigen Ausnutzung der E-Maschine nicht mit lastabhängiger Sättigung zu rechnen ist. Man erhält dann nur fünf dynamische Gl. (16.89) z. B. für die fünf Unbekannten i_d, i_q, ψ_d, ψ_q, ω_m. Vorzugeben sind dann die Werte u_d, u_q, ψ_p, m_L.

$$u_d(\tau) = r_s \cdot i_d(\tau) + \frac{d\psi_d(\tau)}{d\tau} - \omega_m(\tau) \cdot \psi_q(\tau) \tag{16.89a}$$

$$u_q(\tau) = r_s \cdot i_q(\tau) + \frac{d\psi_q(\tau)}{d\tau} + \omega_m(\tau) \cdot \psi_d(\tau) \tag{16.89b}$$

$$\psi_d(\tau) = x_d \cdot i_d(\tau) + \psi_p \tag{16.89c}$$

$$\psi_q(\tau) = x_q \cdot i_q(\tau) \tag{16.89d}$$

$$\tau_J \cdot \frac{d\omega_m(\tau)}{d\tau} = i_q(\tau) \cdot \psi_d(\tau) - i_d(\tau) \cdot \psi_q(\tau) - m_L(\tau) \tag{16.89e}$$

Beispiel 16.10

Stationärbetrieb (Synchronbetrieb) der Synchronmaschine als untererregter Motor am Sinus-Drehspannungsnetz:
Im stationären Betrieb ($d(.)/d\tau = 0$) vereinfachen sich die dynamischen Gl. (16.86) im rotorfesten Koordinatensystem zu algebraischen Gleichungen, als deren Lösungen die Betriebgrößen als Gleichgrößen erhalten werden.

$$u_d = r_s \cdot i_d - \omega_m \cdot \psi_q \qquad u_q = r_s \cdot i_q + \omega_m \cdot \psi_d$$

$$0 = r_D \cdot i_D \qquad 0 = r_Q \cdot i_Q$$

$$u_f = r_f \cdot i_f$$

$$\psi_d = x_d i_d + x_{dh} i_f \qquad \psi_q = x_q i_q$$

Aus diesen Gleichungen folgen die stationären Betriebsgrößen als Ergebnisse, die in Abb. 16.15b dargestellt sind. Diese Betriebsgrößen sind die d- und q-Komponenten der hier verwendeten Raumzeiger im d-q-Zeigerdiagramm, und sind im rotorfesten

Koordinatensystem Gleichgrößen. So ist z. B. u_d eine Gleichspannung. Ihr entspricht die Amplitude der Wechselspannung $\underline{U}_d$, die in Kap. 8 als komplexer Zeit-Zeiger der komplexen Wechselstromrechnung für den sinusförmig eingeschwungenen Zustand (dort als Effektivwert) eingeführt wurde. Diese Überlegung gilt in gleicher Weise für die anderen Wechselspannungen, Ströme und Flüsse, denn aus (16.86) folgt unmittelbar für $d(.)/d\tau = 0$):

$$i_D = i_Q = 0 \qquad i_f = u_f/r_f$$
$$u_d = r_s \cdot i_d - \omega_m \cdot x_q i_q \qquad u_q = r_s \cdot i_q + \omega_m \cdot x_d i_d + \omega_m \cdot x_{dh} i_f$$

Die Dämpferströme sind stationär Null, da die mit dem Läufer synchron laufende Grundwelle den Dämpferkäfig im Stationärbetrieb nicht induziert. Der Feldstrom ist ein reiner Gleichstrom, wenn die speisende Feldspannung u_f eine Gleichspannung ist. Weiter tritt die Polradspannung $u_p = \omega_m \cdot x_{dh} i_f$ auf, die als die induzierte Wirkung eines mit dem Stromübersetzungsverhältnis auf die Ständerseite umgerechneten Erregerstroms i_f aufgefasst werden kann, der wie der Ständerstrom über die Hauptreaktanz x_{dh} wirkt. Auf diese Weise wurde die Polradspannung in Kap. 8 erläutert. Wendet man auf den Stationärbetrieb der Synchronmaschine die komplexe Wechselstromrechnung gemäß Kap. 8 an, so gelangt man zum Zeigerdiagramm je Strang in Abb. 16.15a. Man erkennt, dass die komplexen Zeitzeiger, die in der Gauß'schen Zahlenebene mit Ständerfrequenz rotieren, also zeitlich sinusförmig veränderliche Vorgänge beschreiben, exakt den komplexen Raumzeigern entsprechen, die in der Maschinenquerschnittsebene mit Synchrongeschwindigkeit rotieren. Zum gleichen Ergebnis sind wir für den Stationärbetrieb der Asynchronmaschine in Kap. 15 gelangt.

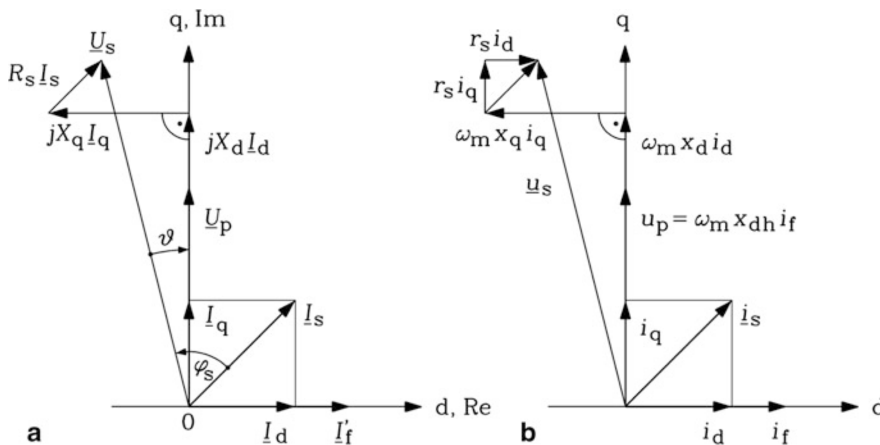


Abb. 16.15 Stationärbetrieb eines untererregten Synchronmotors (Motorbetrieb: Polradwinkel $\vartheta < 0$, untererregt: Phasenwinkel $\varphi_s > 0$): (**a**) Zeitzeigerdiagramm der komplexen Wechselstromrechnung der Ständerstrangspannung und des -strangstroms in d- und q-Komponenten gemäß Kap. 8, (**b**) zugehöriges identisches Raumzeigerdiagramm in bezogenen Größen für den stationären Synchronbetrieb gemäß Kap. 16

Fazit:
Die stationäre Lösung der dynamischen Gl. (16.86) zeigt, dass die Polradspannung $u_\mathrm{p} = \omega_\mathrm{m} \cdot x_\mathrm{dh} \cdot i_\mathrm{f}$ *als die induzierte Wirkung eines auf die Ständerseite umgerechneten Erregerstroms* i_f *aufgefasst werden kann, der wie der Ständerstrom über die Hauptreaktanz wirkt. Der Raumzeiger der Polradspannung zeigt in die q-Achse. Das Raumzeigerdiagramm der stationären Lösung im Synchronbetrieb bei sinusförmiger Drehspannungsspeisung entspricht exakt dem Zeitzeigerzeigerdiagramm für Sinusbetrieb (Abb. 16.15).*

16.3 Dynamisches Verhalten der Synchronmaschine bei konstanter Drehzahl

Wie bei der Asynchronmaschine werden auch die nichtlinearen Differentialgleichungen (16.86) der Synchronmaschine bei konstanter Eisensättigung und damit konstanten Induktivitäten linear, wenn eine konstante Drehzahl ω_m = konst. vorausgesetzt wird. Denn damit folgt aus (16.86k) $m_\mathrm{e} = m_\mathrm{L}$, und diese Differentialgleichung entfällt. Die Differentialgleichungen (16.86a), (16.86g) werden linear. Da die elektrischen Zeitkonstanten in der Regel deutlich kürzer als die mechanischen Zeitkonstanten sind, kann für eine Reihe von dynamischen Vorgängen die Annahme konstanten Drehzahl getroffen werden, da sich während des elektrischen Ausgleichsvorgangs die Drehzahl aufgrund der großen Massenträgheit der rotierenden Massen kaum ändert. Beispiele für solche elektrischen Ausgleichsvorgänge sind

- plötzlich auftretende Kurzschlüsse,
- elektrische Lastsprünge, bei denen sich hauptsächlich die Blindleistung ändert (z. B. Zu- und Wegschalten von leerlaufenden Freileitungen und Kabeln bei sie speisenden Synchrongeneratoren),
- Schaltvorgänge bei Umrichterbetrieb (Höppner und Waldinger 1980).

Die Annahme einer konstanten Drehzahl vereinfacht die Lösung der dynamischen Systemgleichungen und lässt auch fallweise geschlossene analytische Lösungen zu. Trotzdem ist die Annahme einer konstanten Drehzahl im Detail stets zu überprüfen. Dank numerischer Lösungsverfahren bereitet die Lösung der vollständigen dynamischen Systemgleichungen (16.86) bzw. jene mit Berücksichtigung von $x_\mathrm{c,fD}$ auch ohne Annahme einer konstanten Drehzahl keine prinzipiellen Schwierigkeiten. Sie gestatten daher eine kritische Überprüfung der oben getroffenen Annahme einer konstanten Drehzahl, was in jedem Fall durchgeführt werden sollte.

Bei konstanter Drehzahl entfällt die dynamische Newton'sche Bewegungsgleichung (16.86k), sodass die verbleibenden zehn linearen Gleichungen (fünf Spannungsgleichungen als lineare Differentialgleichungen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten und fünf algebraische Flussverkettungsgleichungen) mit der Laplace-Transformation in

zehn lineare algebraische Gleichungen überführt werden können. Im Folgenden wird der Einfluss eines allfälligen Nullsystems vernachlässigt. Dann erhalten wir mit der Beziehung $L\{d\psi(\tau)/d\tau\} = s \cdot \psi(s) - \psi_0$, $\psi(\tau = 0) = \psi_0$, für die Flussverkettung und ähnliche Ausdrücke für Spannungen und Ströme aus den fünf Spannungsdifferentialgleichungen (16.86a, b, c, g, h) mit der Berücksichtigung der Anfangsbedingungen $\psi(\tau = 0) = \psi_0$ für die Flussverkettungen ψ_{d0}, ψ_{q0}, ψ_{D0}, ψ_{Q0}, ψ_{f0} die fünf algebraischen Spannungsgleichungen (16.90). Bitte verwechseln Sie nicht die Anfangsbedingungen (Index Null), die Konstanten sind, mit den Nullgrößen $\psi_{s0}(\tau)$, $u_{s0}(\tau)$, $i_{s0}(\tau)$ (16.87), (16.88), die zeitlich veränderliche Größen sind, und ebenfalls den Index Null tragen.

$$u_d(s) + \psi_{d0} = r_s \cdot i_d(s) + s \cdot \psi_d(s) - \omega_m \cdot \psi_q(s) \tag{16.90a}$$

$$u_q(s) + \psi_{q0} = r_s \cdot i_q(s) + s \cdot \psi_q(s) + \omega_m \cdot \psi_d(s) \tag{16.90b}$$

$$\psi_{D0} = r_D \cdot i_D(s) + s \cdot \psi_D(s) \tag{16.90c}$$

$$\psi_{Q0} = r_Q \cdot i_Q(s) + s \cdot \psi_Q(s) \tag{16.90d}$$

$$u_f(s) + \psi_{f0} = r_f \cdot i_f(s) + s \cdot \psi_f(s) \tag{16.90e}$$

Die Flussverkettungsgleichungen sind auch im Zeitbereich algebraische Gleichungen. Sie ändern sich deshalb in ihrer Struktur nicht; es treten nur an die Stelle der zeitabhängigen Flüsse ihre Laplace-Transformierten. Für die d-Achse erhält man eine 3x3-Matrix entsprechend dem Dreiwicklungstransformator (Abb. 16.14a, wenn $x_{c,fD}$ vernachlässigt wird) und in der q-Achse eine 2x2-Matrix entsprechend dem Zweiwicklungstransformator (Abb. 16.14b).

$$\begin{pmatrix} \psi_d(s) \\ \psi_D(s) \\ \psi_f(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_d & x_{dh} & x_{dh} \\ x_{dh} & x_D & x_{dh} \\ x_{dh} & x_{dh} & x_f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d(s) \\ i_D(s) \\ i_f(s) \end{pmatrix} \tag{16.91a}$$

$$\begin{pmatrix} \psi_q(s) \\ \psi_Q(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_q & x_{qh} \\ x_{qh} & x_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_q(s) \\ i_Q(s) \end{pmatrix} \tag{16.91b}$$

In der Regel ist bei der Behandlung von dynamischen Vorgängen die Berechnung der Statorgrößen Strom und Flussverkettung $i_d(s)$, $i_q(s)$, $\psi_d(s)$, $\psi_q(s)$ von Interesse, da sie direkt das speisende Netz bzw. den speisenden Umrichter beeinflussen. Dabei sind die zeitlichen Veränderungen der Ständer- und Erregerspannung bzw. ihre Laplace-Transformierten $u_d(s)$, $u_q(s)$, $u_f(s)$ als Führungsgrößen und die Anfangswerte der Flussverkettungen ψ_{d0}, ψ_{q0}, ψ_{D0}, ψ_{Q0}, ψ_{f0} vorzugeben. Mit den Flussverkettungsgleichungen werden aus diesen Anfangswerten die Anfangswerte i_{d0}, i_{q0}, i_{D0}, i_{Q0}, i_{f0} der entsprechenden Ströme in den drei Wicklungen bestimmt.

$$\begin{pmatrix} \psi_{d0} \\ \psi_{D0} \\ \psi_{f0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_d & x_{dh} & x_{dh} \\ x_{dh} & x_D & x_{dh} \\ x_{dh} & x_{dh} & x_f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{d0} \\ i_{D0} \\ i_{f0} \end{pmatrix} \tag{16.92a}$$

$$\begin{pmatrix} \psi_{q0} \\ \psi_{Q0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_q & x_{qh} \\ x_{qh} & x_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{q0} \\ i_{Q0} \end{pmatrix} \tag{16.92b}$$

Die Berechnung der Ströme und Flussverkettungen in den Rotorwicklungen $\psi_D(s)$, $\psi_Q(s)$, $i_D(s)$, $i_Q(s)$, $\psi_f(s)$, $i_f(s)$ ist zunächst von zweitrangigem Interesse. Sie wäre bei Vernachlässigung von $x_{c,fD}$ auch mit (16.91), (16.92) zu ungenau. Eliminiert man aus den zehn algebraischen Gleichungen (16.90), (16.91) diese sechs Unbekannten, so verbleiben vier algebraische Gleichungen (16.93) mit den vier Unbekannten $i_d(s)$, $i_q(s)$, $\psi_d(s)$, $\psi_q(s)$. Bei dieser Umrechung treten die mathematischen Ausdrücke $x_d(s)$, $x_q(s)$, $x_D(s)$, $x_Q(s)$, $x_f(s)$ in den verbleibenden beiden Statorflussverkettungsgleichungen (16.93c), (16.93d) auf, die als „Reaktanzoperatoren" bezeichnet werden, denn sie enthalten den komplexen Laplace-Operator s und verknüpfen Ströme und Flussverkettungen. Das dynamische Gleichungssystem der Synchronmaschine bei konstanter Drehzahl umfasst nun nur noch zwei Spannungs- und zwei Flussverkettungsgleichungen der Statorgrößen und ist damit relativ einfach analytisch zu lösen.

$$u_d(s) + \psi_{d0} = r_s \cdot i_d(s) + s \cdot \psi_d(s) - \omega_m \cdot \psi_q(s) \tag{16.93a}$$

$$u_q(s) + \psi_{q0} = r_s \cdot i_q(s) + s \cdot \psi_q(s) + \omega_m \cdot \psi_d(s) \tag{16.93b}$$

$$\psi_d(s) - \frac{\psi_{d0}}{s} = x_d(s) \cdot \left(i_d(s) - \frac{i_{d0}}{s} \right) + x_f(s) \cdot \left(\frac{u_f(s)}{r_f} - \frac{i_{f0}}{s} \right) - x_D(s) \cdot \frac{i_{D0}}{s} \tag{16.93c}$$

$$\psi_q(s) - \frac{\psi_{q0}}{s} = x_q(s) \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s} \right) - x_Q(s) \cdot \frac{i_{Q0}}{s} \tag{16.93d}$$

Die Reaktanzoperatoren $x_d(s)$, $x_q(s)$, $x_D(s)$, $x_Q(s)$, $x_f(s)$ berücksichtigen den dynamischen Einfluss der Dämpfer- und der Erregerwicklung. Ihre Herleitung ist am Ende dieses Abschnitts in einem „Anhang" skizziert. Im Einzelnen umfassen die fünf Reaktanzoperatoren drei Operatoren $x_d(s)$, $x_D(s)$, $x_f(s)$ für die Längsachse und zwei Operatoren $x_q(s)$, $x_Q(s)$ für die Querachse. Das Nennerpolynom der drei Operatoren für die Längsachse ist von zweiter Ordnung, da zwei Rotorwicklungen (Dämpfer- und Erregerwicklung) mit ihrem dynamischen Einfluss zu berücksichtigen sind. Dieses Nennerpolynom ist für alle drei Reaktanzoperatoren $x_d(s)$, $x_D(s)$, $x_f(s)$ identisch. Das Nennerpolynom der zwei Operatoren für die Querachse ist von erster Ordnung, da nur eine Rotorwicklung (Dämpferwicklung) mit ihrem dynamischen Einfluss zu berücksichtigen ist. Es ist für beide Reaktanzoperatoren $x_q(s)$, $x_Q(s)$ identisch.

$$x_d(s) = \frac{s^2 \cdot x''_d \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_f \cdot \tau_D + s \cdot x_d \cdot (\sigma_{df} \cdot \tau_f + \sigma_{dD} \cdot \tau_D) + x_d}{s^2 \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_f \cdot \tau_D + s \cdot (\tau_f + \tau_D) + 1} \tag{16.94}$$

$$x_D(s) = \frac{s \cdot \frac{x_{f\sigma}}{r_f} + 1}{s^2 \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_f \cdot \tau_D + s \cdot (\tau_f + \tau_D) + 1} \cdot x_{dh} \tag{16.95}$$

$$x_f(s) = \frac{s \cdot \frac{x_{D\sigma}}{r_D} + 1}{s^2 \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_f \cdot \tau_D + s \cdot (\tau_f + \tau_D) + 1} \cdot x_{dh} \tag{16.96}$$

$$x_q(s) = x''_q \cdot \frac{s + \frac{1}{\sigma_{qQ} \cdot \tau_Q}}{s + \frac{1}{\tau_Q}} \tag{16.97}$$

$$x_{\mathrm{Q}}(s) = \frac{\frac{1}{\tau_{\mathrm{Q}}}}{s + \frac{1}{\tau_{\mathrm{Q}}}} \cdot x_{\mathrm{qh}} \tag{16.98}$$

Die Formulierung der Reaktanzoperatoren $x_{\mathrm{d}}(s)$, $x_{\mathrm{q}}(s)$ erfolgte so, dass die bereits früher in Abschn. 16.1.5 definierten bezogenen subtransienten Induktivitäten der d- und q-Achse x''_{d}, x''_{q} gemäß (16.68), (16.69) Verwendung finden. Weiter enthalten diese Reaktanzoperatoren die bereits in (16.83), (16.84) eingeführten Blondel'schen Streuziffern des Dreiwicklungstransformators der Längsachse und des Zweiwicklungstransformators der Querachse, sowie die Leerlaufzeitkonstanten der Dämpfer- und der Erregerwicklung (16.99). Diese Leerlaufzeitkonstanten der Dämpfer- und der Erregerwicklung werden korrekt als Eigenzeitkonstanten der Dämpfer- und der Erregerwicklung bezeichnet. In der Praxis wird die Eigenzeitkonstante der Dämpferwicklung in der Querachse subtransiente Leerlaufzeitkonstante der q-Achse genannt. In gleicher Weise wird die Eigenzeitkonstante der Erregerwicklung transiente Leerlaufzeitkonstante der d-Achse genannt.

$$\tau_{\mathrm{D}} = \frac{x_{\mathrm{D}}}{r_{\mathrm{D}}}, \quad \tau_{\mathrm{Q}} = \frac{x_{\mathrm{Q}}}{r_{\mathrm{Q}}}, \quad \tau_{\mathrm{f}} = \frac{x_{\mathrm{f}}}{r_{\mathrm{f}}} \tag{16.99}$$

Diese Eigenzeitkonstanten treten auf, wenn die Dämpfer- und Erregerwicklung jeweils isoliert, also für sich alleine ohne magnetische Kopplung mit anderen Wicklungssystemen betrachtet werden. Dann gehen Änderungen des Stroms in diesen Wicklungen bei sprungförmigen Änderungen der eingeprägten Spannung mit diesen Zeitkonstanten vor sich (vgl. Abb. 16.6). Sie können in den Reaktanzoperatoren einfach als mathematische Abkürzungen verstanden werden, da bei dynamischen Ausgleichsvorgängen stets eine magnetische Kopplung der Stator- und Rotorwicklung vorhanden ist und somit nicht diese Leerlaufzeitkonstanten wirken, sondern deutlich kürzere Zeitkonstanten, wie im nächsten Abschn. 16.4 erläutert wird. Von den fünf Reaktanzoperatoren sind vor allem $x_{\mathrm{d}}(s)$ und $x_{\mathrm{q}}(s)$ wichtig, da sie bei jeder Lösung einer dynamischen Aufgabenstellung benötigt werden, wie die Statorflussverkettungsgleichungen (16.93c), (16.93d) zeigen. Wir gehen darauf noch näher ein. Hingegen werden die drei Reaktanzoperatoren $x_{\mathrm{D}}(s)$, $x_{\mathrm{Q}}(s)$ und $x_{\mathrm{f}}(s)$ gemäß (16.93c), (16.93d) nur dann benötigt, wenn bereits zu Beginn eines Ausgleichsvorgangs ein Strom i_{D0}, i_{Q0} in der Dämpferwicklung fließt, bzw. wenn entweder $u_{\mathrm{f}}(\tau)$ zeitlich veränderlich ist oder bei $u_{\mathrm{f}}(\tau) = u_{\mathrm{f0}} = \text{konst.}$ in der Erregerwicklung ein transienter Feldstrom i_{f0} fließt, der vom Gleichstromwert $u_{\mathrm{f0}}/(s \cdot r_{\mathrm{f}})$ abweicht. Das ist aber nur dann der Fall, wenn der Zustand vor Eintreten des dynamischen Ausgleichsvorgangs nicht der stationäre Synchronbetrieb war, sondern ein anderer, vorausgegangener Ausgleichsvorgang. Für den mit der Energieerzeugung Beschäftigten ist es eher ein häufiger Fall, dass vor Eintritt des Ausgleichsvorgangs die Maschine im Synchronbetrieb war. Für den Netz- und Generatoringenieur ist es hingegen ein häufiger Anwendungsfall, dass der Ausgleichsvorgang auf einen anderen vorausgegangenen, noch nicht abgeklungenen Ausgleichsvorgang erfolgt, wie im Folgenden erläutert wird. Aus dem Umstand, dass Generatoren normgemäß kurzschlussfest gebaut werden müssen, hat sich die Praxis entwickelt, den Generator

selbst bei kraftwerksnahem Klemmenkurzschluss nicht abzuschalten, sondern maximal solange auf den Kurzschluss arbeiten zu lassen, bis die sogenannte „kritische Fehlerklärungszeit“ (vgl. Abschn. 16.7) erreicht ist, die der Hersteller des Generators angeben muss. In dieser Zeit wird der Generator von der antreibenden Turbine beschleunigt, da er die Leistung wegen des Kurzschlusses nicht oder nicht vollständig in das Netz abgeben kann; er läuft übersynchron. In der Regel reicht diese kritische Fehlerklärungszeit von ca. 200… 300 ms, um vom Netzschutz die Leitung mit dem Kurzschluss zu identifizieren und frei zu schalten. Dann wird der Generator nicht mehr abgeschaltet, sondern erlebt nach der Elimination der fehlerhaften Leitung das Wiederzuschalten der Klemmenspannung, obwohl er nicht mehr synchron läuft. Bei der Arbeit auf den Kurzschluss wurde ja die Antriebsenergie der Turbine in die Rotationsenergie des Läufers gesteckt, der nun voreilt. Der Generator erlebt eine u. U. schwerwiegende Fehlsynchronisation, die vor allem für die Turbinen-Generatorwelle zu einer gegenüber der Kurzschlussbeanspruchung erhöhten mechanischen Beanspruchung führt. Sie hängt vom Schaltaugenblick ab, weshalb diese Beanspruchungen mit numerischen Simulationsprogrammen für alle möglichen Schaltaugenblicke durchgerechnet werden muss und ggf. zur Korrektur der mechanischen Wellenauslegung führen kann (vgl. Abschn. 16.7). In jedem Falle wird die Fehlsynchronisation aus einem vorangegangenen dynamischen Zustand heraus eingeleitet, sodass auch $x_D(s)$, $x_Q(s)$ und $x_f(s)$ benötigt werden, wenn für eine analytische Rechnung weiterhin ω_m = konst. angenommen wird. Hier wird der erstere Fall verfolgt, wo der Ausgleichsvorgang aus einem vorangegangenen Stationärbetrieb erfolgt. Mit den dann geltenden zugehörigen Anfangsbedingungen:

a) die Dämpferströme sind Null: $i_{D0} = 0$, $i_{Q0} = 0$,
b) der Erregerstrom ist ein reiner Gleichstrom:

$$u_f(\tau) = u_{f0} \Rightarrow \frac{u_f(s)}{r_f} = \frac{u_{f0}}{s \cdot r_f} = \frac{i_{f0}}{s} \Rightarrow \quad \frac{u_f(s)}{r_f} - \frac{i_{f0}}{s} = 0,$$

verbleiben die Stator-Flussverkettungsgleichungen in sehr einfacher Form.

$$\psi_d(s) - \frac{\psi_{d0}}{s} = x_d(s) \cdot \left(i_d(s) - \frac{i_{d0}}{s} \right) \tag{16.100a}$$

$$\psi_q(s) - \frac{\psi_{q0}}{s} = x_q(s) \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s} \right) \tag{16.100b}$$

Fazit:
Bei der Berechnung von Ausgleichsvorgängen, die aus einem stationären Synchronbetrieb heraus auftreten, werden nur die Reaktanzoperatoren $x_d(s)$ und $x_q(s)$ benötigt, sodass nur diese Reaktanzoperatoren im Folgenden näher betrachtet werden.

Die Wurzeln des des Zählerpolynoms s_1, s_2 von $x_d(s)$ (16.94) sind die negativen Inversen der transienten und subtransienten Zeitkonstante τ_d', τ_d'' (16.101) der Wicklungssysteme der d-Achse, während Wurzeln s_1, s_2 des Nennerpolynoms mit $-\alpha_{d1}, -\alpha_{d2}$ bezeichnet sind (16.102).

$$s^2 + s \cdot \frac{\sigma_{df}\tau_f + \sigma_{dD}\tau_D}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} \cdot \frac{x_d}{x''_d} + \frac{1}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} \cdot \frac{x_d}{x''_d} = 0$$

$$\Rightarrow \quad s_1 = -\frac{1}{\tau'_d}, \quad s_2 = -\frac{1}{\tau''_d} \tag{16.101}$$

$$s^2 + s \cdot \frac{\tau_f + \tau_D}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} + \frac{1}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} = 0$$

$$\Rightarrow \quad s_1 = -\alpha_{d1}, \quad s_2 = -\alpha_{d2} \tag{16.102}$$

$$x_d(s) = x''_d \cdot \frac{s^2 + s \cdot \frac{\sigma_{df}\tau_f + \sigma_{dD}\tau_D}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} \cdot \frac{x_d}{x''_d} + \frac{1}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} \cdot \frac{x_d}{x''_d}}{s^2 + s \cdot \frac{\tau_f + \tau_D}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D} + \frac{1}{\sigma_{fD}\tau_f\tau_D}}$$

$$x_d(s) = x''_d \cdot \frac{(s + \frac{1}{\tau'_d}) \cdot (s + \frac{1}{\tau''_d})}{(s + \alpha_{d1}) \cdot (s + \alpha_{d2})} \tag{16.103}$$

Um die Ströme aus den Flussverkettungen zu bestimmen, werden die Inversen $1/x_d(s)$, $1/x_q(s)$ benötigt. Aus (16.103) und (16.97) ergibt sich eine Darstellung der Inversen, die mit der Definition $\tau''_q = \sigma_{qQ} \cdot \tau_Q$ als subtransiente Zeitkonstante der Querachse und der zunächst formalen, mathematisch exakten Einführung der Abkürzung x'_d gemäß (16.104) die Darstellung (16.105) ergibt.

$$x'_d = x''_d \cdot \frac{\frac{1}{\tau''_d} - \frac{1}{\tau'_d}}{\alpha_{d1} + \alpha_{d2} - \frac{1}{\tau'_d} \cdot \left(1 + \frac{x''_d}{x_d}\right)} \tag{16.104}$$

$$\frac{1}{x_d(s)} = \frac{1}{x_d} + \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right) \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau'_d}} + \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right) \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau''_d}} \tag{16.105a}$$

$$\frac{1}{x_q(s)} = \frac{1}{x_q} + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau''_q}} \tag{16.105b}$$

In der Darstellung (16.105) treten die bereits bekannten Größen x_d, x_q, x''_d, x''_q auf, die direkt aus den in Abschn. 16.1, Abb. 16.8, vorgestellten elektrischen Ersatzschaltbildern entnommen sind. Weiter treten folgende Größen auf:

- die transiente Induktivität x'_d der Statorwicklung für die d-Achse,
- die transiente Zeitkonstante τ'_d der d-Achse,
- die subtransienten Zeitkonstanten τ''_d, τ''_q der d- und q-Achse.

Für x'_d ist somit genau genommen nicht die in Abschn. 16.1 eingeführte, physikalisch anschauliche Größe aus dem Transformator-Ersatzschaltbild der Längsachse gültig, sondern der unanschauliche, aber exakte Formelausdruck (16.104). Es wird im Folgenden

gezeigt, dass er dem Ersatzschaltbild von Abschn. 16.1, Abb. 16.8a annähernd entspricht. Aus (16.101) und (16.102) ergeben sich durch Lösen der quadratischen Gleichungen die folgenden Ausdrücke (16.106), (16.107).

$$\frac{1}{\tau'_{\mathrm{d}}}, \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d}}} = \frac{x_{\mathrm{d}} \cdot (\sigma_{\mathrm{df}}\tau_{\mathrm{f}} + \sigma_{\mathrm{dD}}\tau_{\mathrm{D}})}{x''_{\mathrm{d}} \cdot 2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} \mp \sqrt{\left(\frac{x_{\mathrm{d}} \cdot (\sigma_{\mathrm{df}}\tau_{\mathrm{f}} + \sigma_{\mathrm{dD}}\tau_{\mathrm{D}})}{x''_{\mathrm{d}} \cdot 2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}\right)^2 - \frac{x_{\mathrm{d}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}} \quad (16.106)$$

$$\alpha_{\mathrm{d1}}, \alpha_{\mathrm{d2}} = \frac{1}{\tau'_{\mathrm{d0}}}, \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d0}}} = \frac{\tau_{\mathrm{f}} + \tau_{\mathrm{D}}}{2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} \mp \sqrt{\left(\frac{\tau_{\mathrm{f}} + \tau_{\mathrm{D}}}{2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}\right)^2 - \frac{1}{\sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}} \quad (16.107)$$

Die subtransiente Zeitkonstante der q-Achse τ''_{q} ergibt sich aus (16.97) direkt gemäß (16.108). Da diese durch die Rotorwicklungen bedingten Zeitkonstanten τ'_{d}, τ''_{d}, τ''_{q} aus den Gl. (16.90c, d, e), (16.91), (16.92) ermittelt werden, die von der Ständerseite nur die Ständerstreuinduktivität $x_{\mathrm{s}\sigma}$, nicht aber den Ständerstrangwiderstand r_{s} oder Parameter des speisenden Netzes enthalten, sind außer $x_{\mathrm{s}\sigma}$ keine dieser Größen in den Formeln für τ'_{d}, τ''_{d}, τ''_{q} enthalten. Deshalb findet man für diese Zeitkonstanten elektrische Ersatzschaltbilder, die ebenfalls ohne diese Größen auskommen. So ist z. B. τ''_{q} über das elektrische Ersatzschaltbild Abb. 16.16 als die elektrische Kurzschlusszeitkonstante der Dämpferwicklung in der q-Achse berechenbar, wenn ständerseitig $r_{\mathrm{s}} = 0$ ist und die Ständerwicklung an ein „starres" Netz (Netz-Innenimpedanz ist Null) angeschlossen ist (Schalter in Abb. 16.16 geschlossen). Dann ist die Ständerwicklung über dieses kurzgeschlossen, denn die netzfrequente Netzspannung ist für dynamische, nicht-netzfrequente Vorgänge elektrisch nicht wirksam und tritt daher in Abb. 16.16 nicht auf. Ein Netz mit der Netz-Innenimpedanz Null hat eine unendlich hohe Kurzschlussleistung. Die korrekte Bezeichnung für τ''_{q} ist „subtransiente Zeitkonstante der q-Achse". Sie ergibt sich auch aus dem Zweiwicklungstransformator-Ersatzschaltbild der q-Achse von Abschn. 16.1, Abb. 16.8b, wenn die dämpfende Rückwirkung der über das ideal starre Netz kurzgeschlossenen Ständerwicklung auf die Dämpferwicklung berücksichtigt wird. Dies ist in Abb. 16.16 bei geschlossenem Schalter zwischen Netz und Ständerwicklung dargestellt. Zwischen den beiden Klemmen der (offen gedachten) Dämpferwicklung in der q-Achse (Q) liegen dann der Widerstand r_{Q} und (bei Vernachlässigung des Widerstands r_{s} der Ständerwicklung) die resultierende bezogene Induktivität

$$x_{\mathrm{Q}\sigma} + x_{\mathrm{qh}} \cdot x_{\mathrm{s}\sigma}/(x_{\mathrm{qh}} + x_{\mathrm{s}\sigma}) = \sigma_{\mathrm{qQ}} \cdot (x_{\mathrm{qh}} + x_{\mathrm{Q}\sigma}) = \sigma_{\mathrm{qQ}} \cdot x_{\mathrm{Q}}$$

in Serie, sodass sich daraus die Zeitkonstante (16.108) ergibt.

$$\tau''_{\mathrm{q}} = \frac{\sigma_{\mathrm{qQ}} \cdot x_{\mathrm{Q}}}{r_{\mathrm{Q}}} = \sigma_{\mathrm{qQ}} \cdot \tau_{\mathrm{Q}} = \tau_{\mathrm{Q}\sigma} \quad (16.108)$$

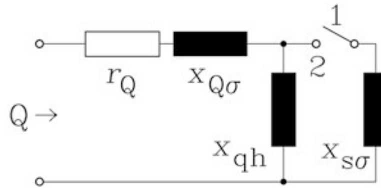


Abb. 16.16 Die beiden elektrischen Zeitkonstanten der Dämpferwicklung in der q-Achse: (**a**) Statorwicklung offen: Schalterstellung „1" = keine magnetische Rückwirkung der Ständer- auf die Dämpferwicklung: Leerlaufzeitkonstante = Eigenzeitkonstante der Dämpferwicklung in der Querachse τ_Q (16.99), (**b**) Statorwicklung an das ideal starre Netz angeschlossen und damit kurzgeschlossen: Schalterstellung „2" = dämpfende Rückwirkung der kurzgeschlossenen Ständerwicklung auf die Dämpferwicklung: Kurzschlusszeitkonstante = Subtransiente Zeitkonstante der Querachse (16.108)

Im Ersatzschaltbild Abb. 16.16 muss strenggenommen die Ständerstreureaktanz $x_{s\sigma}$ in der Form $x_{q\sigma}$ der Querachse von der Ständerstreureaktanz $x_{d\sigma}$ der Längsachse unterschieden werden. Es wurde ja bereits ausgeführt, dass die Ständerstreuung in der Pollücke aufgrund des größeren Luftspalts und der daher erhöhten Zahnkopfstreuung (vgl. Kap. 4) etwas größer ist als im Polbereich, sodass die Ständerstreuflüsse in der d- und q-Achse etwas unterschiedlich sind. Es wird hier nur eine mittlere Ständerstreuinduktivität $x_{s\sigma} = (x_{d\sigma} + x_{q\sigma})/2$ verwendet! Aus Abb. 16.16 lässt sich die folgende allgemein gültige Tatsache feststellen.

Fazit:
Die Leerlaufzeitkonstante einer Wicklung berücksichtigt nur den Widerstand und die Induktivität der Wicklung selbst. Die Kurzschlusszeitkonstante dieser Wicklung berücksichtigt den Fluss abdämpfenden (= Fluss verringernden) Einfluss einer mit ihr magnetisch gekoppelten, kurzgeschlossenen zweiten Wicklung (hier: $\tau_q'' < \tau_Q$). Deshalb ist die Kurzschlusszeitkonstante stets kleiner als die Leerlaufzeitkonstante.

Brauchbare Näherungslösungen für die Zeitkonstanten der Längsachse werden im Folgenden hergeleitet und in Abschn. 16.4 ausführlich besprochen (vgl. Tab. 16.6). Die kompliziert anmutenden Ausdrücke (16.106), (16.107) können deutlich vereinfacht werden, da die Leerlaufzeitkonstante der (für sich alleine betrachteten) Dämpferwicklung τ_D (16.99) in der d-Achse deutlich kürzer ist als jene der Feldwicklung τ_f (16.99). Mit der Relation $\tau_D << \tau_f$ ergeben sich folgende Vereinfachungen aus (16.107):

$$\alpha_{d1,2} = \frac{\tau_f + \tau_D}{2 \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_f \cdot \tau_D} \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{4\sigma_{fD} \cdot \tau_f \cdot \tau_D}{(\tau_f + \tau_D)^2}} \right],$$

$$\alpha_{d1,2} \approx \frac{1}{2 \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_D} \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{4\sigma_{fD} \cdot \tau_D}{\tau_f}} \right].$$

Mit der Beziehung $\sqrt{1-x} \cong 1-x/2$ für $x << 1$ folgt schließlich wegen $4\sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}/\tau_{\mathrm{f}} << 1$

$$\alpha_{\mathrm{d}1,2} \approx \frac{1}{2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} \left[1 \mp \left(1 - \frac{2\sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{\tau_{\mathrm{f}}}\right)\right]$$

$$\alpha_{\mathrm{d}1} = \frac{1}{\tau'_{\mathrm{d}0}} \approx \frac{1}{\tau_{\mathrm{f}}}, \quad \alpha_{\mathrm{d}2} = \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d}0}} \approx \frac{1}{\sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}.$$

Die Inverse $\tau'_{\mathrm{d}0} = 1/\alpha_{\mathrm{d}1}$ ist näherungsweise die

- elektrische Leerlaufzeitkonstante der Feldwicklung, also die Eigenzeitkonstante der Feldwicklung, wenn diese mit keiner anderen Wicklung magnetisch gekoppelt ist (= offene Ständerwicklung, unterbrochener Dämpferwicklungskäfig).

$$\tau'_{\mathrm{d}0} \approx \tau_{\mathrm{f}} \tag{16.109a}$$

Die Inverse $\tau''_{\mathrm{d}0} = 1/\alpha_{\mathrm{d}2}$ ist näherungsweise die

- elektrische Leerlaufzeitkonstante der Dämpferwicklung, also wenn die Statorwicklung offen ist, wobei die magnetisch gekoppelte Feldwicklung über die sie speisende (ideale) Gleichspannungsquelle (deren Innenwiderstand Null ist) kurzgeschlossen ist. Die speisende Gleichspannung ist für dynamische, zeitlich veränderliche Vorgänge elektrisch nicht wirksam. Die korrekte Bezeichnung von $\tau''_{\mathrm{d}0}$ gemäß IEC 27-4 ist subtransiente Leerlaufzeitkonstante der Längsachse.

$$\tau''_{\mathrm{d}0} \approx \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}} \tag{16.109b}$$

In gleicher Weise erhalten wir aus (16.106) mit $\tau_{\mathrm{D}} << \tau_{\mathrm{f}}$ und damit mit $\frac{4x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma^2_{\mathrm{df}} \tau_{\mathrm{f}}} << 1$:

$$\frac{1}{\tau'_{\mathrm{d}}}, \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d}}} = \frac{x_{\mathrm{d}} \cdot (\sigma_{\mathrm{df}}\tau_{\mathrm{f}} + \sigma_{\mathrm{dD}}\tau_{\mathrm{D}})}{x''_{\mathrm{d}} \cdot 2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} \cdot \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{4x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{d}} \cdot (\sigma_{\mathrm{df}}\tau_{\mathrm{f}} + \sigma_{\mathrm{dD}}\tau_{\mathrm{D}})^2}}\right]$$

$$\frac{1}{\tau'_{\mathrm{d}}}, \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d}}} \approx \frac{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot 2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} \cdot \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{4x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma^2_{\mathrm{df}}\tau_{\mathrm{f}}}}\right]$$

$$\frac{1}{\tau'_{\mathrm{d}}}, \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d}}} \approx \frac{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot 2 \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} \cdot \left[1 \mp \left(1 - \frac{2x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma^2_{\mathrm{df}}\tau_{\mathrm{f}}}\right)\right]$$

$$\frac{1}{\tau'_{\mathrm{d}}} \approx \frac{1}{\sigma_{\mathrm{df}} \cdot \tau_{\mathrm{f}}}, \quad \frac{1}{\tau''_{\mathrm{d}}} \approx \frac{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}.$$

Die transiente Zeitkonstante der d-Achse τ'_{d} (16.110) ist die elektrische Kurzschlusszeitkonstante der Feldwicklung, also für jenen Zustand, wo die Feldwicklung mit der über das „starre" Netz kurzgeschlossenen Ständerwicklung magnetisch gekoppelt ist.

$$\tau'_{\mathrm{d}} \approx \sigma_{\mathrm{df}} \cdot \tau_{\mathrm{f}} \tag{16.110}$$

Diese Zeitkonstante beschreibt jenen „transienten“ Zeitbereich, wo die Dämpferwicklung bereits ohne Einfluss ist, da der in ihr fließende subtransiente Strom wegen der kurzen subtransienten Zeitkonstanten der d-Achse bereits abgeklungen ist. Die subtransiente Zeitkonstante der d-Achse τ''_{d} (16.111) ist physikalisch die elektrische Kurzschlusszeitkonstante der Dämpferwicklung in der d-Achse, also für jenen Zustand, wo die Dämpferwicklung mit der über das „starre“ Netz kurzgeschlossenen Ständerwicklung und der über die ideale Gleichspannungsquelle kurzgeschlossenen Feldwicklung magnetisch gekoppelt ist. Dieser „subtransiente“ Zeitbereich und der daran sich anschließende „transiente“ Zeitbereich werden im nächsten Abschn. 16.4 physikalisch anschaulich beschrieben.

$$\tau''_{\mathrm{d}} \approx \frac{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}} \tag{16.111}$$

Mit derselben Voraussetzung $\tau_{\mathrm{D}} << \tau_{\mathrm{f}}$ wird auch der Ausdruck (16.104) mit Verwendung von (16.109), (16.110) und (16.111) vereinfacht, was auf (16.112) führt.

$$x'_{\mathrm{d}} \approx x''_{\mathrm{d}} \cdot \frac{\frac{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}} - \frac{1}{\sigma_{\mathrm{df}} \cdot \tau_{\mathrm{f}}}}{\frac{1}{\tau_{\mathrm{f}}} + \frac{1}{\sigma_{\mathrm{fD}} \tau_{\mathrm{D}}} - \frac{1}{\sigma_{\mathrm{df}} \cdot \tau_{\mathrm{f}}} \cdot \left(1 + \frac{x''_{\mathrm{d}}}{x_{\mathrm{d}}}\right)} \approx x''_{\mathrm{d}} \cdot \frac{\frac{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}}{\frac{1}{\sigma_{\mathrm{fD}} \tau_{\mathrm{D}}}}$$

$$x'_{\mathrm{d}} \approx x''_{\mathrm{d}} \cdot \frac{\frac{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}}{\frac{1}{\sigma_{\mathrm{fD}} \tau_{\mathrm{D}}}} = x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}} = x_{\mathrm{s}\sigma} + \frac{x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{f}\sigma}}{x_{\mathrm{dh}} + x_{\mathrm{f}\sigma}} \tag{16.112}$$

Für den Synchronbetrieb und für den subtransienten Zustand stimmen die Ersatzschaltbilder aus Abb. 16.8 mit den Ergebnissen aus den entsprechenden dynamischen Gleichungen exakt überein, für den transienten Zustand gilt aber das Ersatzschaltbild in der d-Achse für x'_{d} nur näherungsweise. Der Ausdruck (16.112) zeigt, dass dieses Ersatzschaltbild in der Form eines Zweiwicklungstransformators der d-Achse, gebildet aus Ständer- und Feldwicklung, mit guter Näherung für die Berechnung der transienten Reaktanz verwendet werden kann, solange $\tau_{\mathrm{D}} << \tau_{\mathrm{f}}$ gilt.

Fazit:
Da die Leerlaufzeitkonstante der für sich alleine betrachteten Dämpferwicklung in der d-Achse deutlich kürzer als jene der Feldwicklung ist $\tau_{\mathrm{D}} << \tau_{\mathrm{f}}$*, kann die transiente Induktivität bzw. Reaktanz* x'_d *aus dem Zweiwicklungstransformator-Ersatzschaltbild (Abb. 16.8a), gebildet aus Feld- und Ständerwicklung, berechnet werden. Das Fehlen der Dämpferwicklung in diesem Ersatzschaltbild ist so zu verstehen, dass die Dämpferwicklung bei der Bildung dieser transienten Induktivität magnetisch nicht mehr beteiligt ist. Die Ausgleichsströme in der Dämpferwicklung sind bereits weitgehend abgeklungen und erlauben so die Unterscheidung eines „transienten“ Zustands, wo eine veränderliche Flussverkettung nur noch zwischen Ständer- und Feldwicklung koppelt.*

Somit hängt die Übertragungsfunktion der Flussverkettungen in der d- und q-Achse für die elektrisch erregte Synchronmaschine mit Dämpferkäfig, ausgehend von

Anfangsbedingungen $i_{D0} = 0$, $i_{Q0} = 0$, $u_f(\tau) = u_{f0}$, von zwei Rotorzeitkonstanten in der d-Achse τ'_d, τ''_d und von einer Rotorzeitkonstanten in der q-Achse τ''_q ab. Wir erhalten an Stelle von (16.93c) und (16.93d) die einfacheren Ausdrücke (16.113c).

$$u_d(s) + \psi_{d0} = r_s \cdot i_d(s) + s \cdot \psi_d(s) - \omega_m \cdot \psi_q(s) \tag{16.113a}$$

$$u_q(s) + \psi_{q0} = r_s \cdot i_q(s) + s \cdot \psi_q(s) + \omega_m \cdot \psi_d(s) \tag{16.113b}$$

$$\psi_d(s) - \frac{\psi_{d0}}{s} = x_d \cdot \left(i_d(s) - \frac{i_{d0}}{s}\right) \qquad \psi_q(s) = x_q \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s}\right) \tag{16.113c}$$

Fazit:
Mit dem Anfangs- und Endwertsatz der Laplace-Transformation folgt aus (16.105) und (16.113):Für kurze Zeit nach Auftreten einer Störung $\tau \to 0 (\Rightarrow s \to \infty)$ ist die resultierende Induktivität der Ständerwicklung die subtransiente Induktivität $x_d\,(s \to \infty) = x''_d$, $x_q\,(s \to \infty) = x''_q$. Für lange Zeiten nach Auftreten einer Störung $\tau \to \infty (\Rightarrow s \to 0)$ kehrt die Synchronmaschine in ihren Stationärzustand zurück und die entsprechenden Ständerinduktivitäten sind $x_d(s \to 0) = x_d$, $x_q(s \to 0) = x_q$.

Bei permanentmagneterregten Synchronmaschinen ohne Dämpferkäfig und ohne Wirbelstrombildung in elektrisch leitfähigen Rotorteilen (wie z. B. in Dauermagneten, elektrisch leitfähigen Bandagen oder einem massiveisernen Rotorjoch) gestaltet sich die Berechnung dynamischer Ausgleichsvorgänge viel einfacher. Die subtransienten und transienten Induktivitäten sind identisch; es tritt keine Rotorzeitkonstante auf. Wegen $x''_d = x'_d = x_d$, $x''_q = x_q$ erhalten wir für die Reaktanzoperatoren $x_d(s) = x_d$, $x_q(s) = x_q$. Weitere Reaktanzoperatoren existieren nicht, und die dynamischen Gleichungen bei konstanter Drehzahl vereinfachen sich zu (16.114), wobei ψ_p die Ständerflussverkettung mit dem Fluss der Läuferpermanentmagnete ist.

$$u_d(s) + \psi_{d0} = r_s \cdot i_d(s) + s \cdot \psi_d(s) - \omega_m \cdot \psi_q(s) \tag{16.114a}$$

$$u_q(s) + \psi_{q0} = r_s \cdot i_q(s) + s \cdot \psi_q(s) + \omega_m \cdot \psi_d(s) \tag{16.114b}$$

$$\psi_d(s) - \frac{\psi_{d0}}{s} = x_d \cdot \left(i_d(s) - \frac{i_{d0}}{s}\right) \qquad \psi_q(s) = x_q \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s}\right) \tag{16.114c}$$

$$\psi_{d0} = x_d \cdot i_{d0} + \psi_p \qquad \psi_{q0} = x_q \cdot i_{q0} \tag{16.114d}$$

Die Ausdrücke für x'_d, x''_d, $x_d(s)$, $x_f(s)$, $x_D(s)$ wurden in diesem Abschnitt für die vereinfachende Annahme $x_{df} = x_{dD} = x_{fD} = x_{dh}$ berechnet (Abb. 16.14a). Für den allgemeinen Fall (16.49) unterschiedlicher Flussverkettungen $x_{df} \neq x_{dD} \neq x_{fD}$, aber mit reziproken Kopplungen $x_{df} = x_{fd}$, $x_{dD} = x_{Dd}$, $x_{Df} = x_{fD}$, werden diese Ausdrücke im nun folgenden Anhang hergeleitet. Er schließt auch den Sonderfall von Abschn. 16.1.6 $x_{dD} = x_{df} = x_{dh}$, $x_{fD} = x_{dh} + x_{c,fD} \neq x_{dh}$ein.

Anhang: Herleitung der Reaktanzoperatoren

Da für die q-Achse die Rechnung deutlich kürzer ist, da nur zwei Wicklungen (Stator, Dämpfer) miteinander verkoppelt sind, wird sie hier exemplarisch abgehandelt und auf die d-Achse nur in verkürzter Form eingegangen. Die Spannungs- und Flussverkettungsgleichungen der Rotorseite werden eliminiert und ihre Wirkung durch Reaktanzoperatoren ersetzt.

Rotorspannungs- und Flussverkettungsgleichung der q-Achse im Laplace-Bildbereich (16.90d), (16.91b):

$$\psi_{Q0} = r_Q \cdot i_Q(s) + s \cdot \psi_Q(s) \tag{16.115}$$

$$\begin{pmatrix} \psi_q(s) \\ \psi_Q(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_q & x_{qh} \\ x_{qh} & x_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_q(s) \\ i_Q(s) \end{pmatrix} \tag{16.116}$$

Aus (16.115) und $\psi_Q(s) = x_{qh} i_q(s) + x_Q i_Q(s)$ erhalten wir den Dämpferstrom $i_Q(s)$:

$$\psi_{Q0} = r_Q \cdot i_Q(s) + s \cdot \psi_Q(s) = r_Q \cdot i_Q(s) + s \cdot \left(x_{qh} i_q(s) + x_Q i_Q(s)\right)$$

$$\Rightarrow \qquad i_Q(s) = \frac{\psi_{Q0} - s \cdot x_{qh} \cdot i_q(s)}{r_Q + s \cdot x_Q} \tag{16.117}$$

Daraus wird die Flussverkettung der Ständerwicklung in der q-Achse (16.116) in Abhängigkeit vom Ständerstrom berechnet.

$$\begin{aligned} \psi_q(s) &= x_q i_q(s) + x_{qh} i_Q(s) = x_q i_q(s) + x_{qh} \cdot \frac{\psi_{Q0} - s \cdot x_{qh} \cdot i_q(s)}{r_Q + s \cdot x_Q} = \\ &= \left(x_q - \frac{s \cdot x_{qh}^2}{r_Q + s \cdot x_Q}\right) \cdot i_q(s) + \frac{x_{qh} \cdot \psi_{Q0}}{r_Q + s \cdot x_Q} = x_q(s) \cdot i_q(s) + \frac{x_{qh} \cdot \psi_{Q0}}{r_Q + s \cdot x_Q} \end{aligned} \tag{16.118a}$$

Der Reaktanzoperator der Ständerwicklung in der q-Achse $x_q(s)$ wird so umgeformt, dass die subtransiente Reaktanz der q-Achse x''_q explizit auftritt. Mit der Blondel'schen Streuziffer $\sigma_{qQ} = 1 - x_{qh}^2/(x_q x_Q)$ der q-Achse (16.84) wird die subtransiente Reaktanz der q-Achse dargestellt, die damit direkt dem Ersatzschaltbild Abb. 16.8b entspricht.

$$\begin{aligned} x''_q &= \sigma_{qQ} \cdot x_q = x_q - x_{qh}^2 / x_Q = \\ &= x_{qh} + x_{s\sigma} - x_{qh} \cdot (x_Q - x_{Q\sigma})/x_Q = x_{s\sigma} + \frac{x_{qh} \cdot x_{Q\sigma}}{x_{qh} + x_{Q\sigma}} \end{aligned} \tag{16.118b}$$

$$\begin{aligned} x_q(s) &= x_q - \frac{s \cdot x_{qh}^2}{r_Q + s \cdot x_Q} = \frac{x_q(r_Q + s \cdot x_Q) - s \cdot x_{qh}^2}{r_Q + s \cdot x_Q} = \\ &= \frac{x_q r_Q + s \cdot \sigma_{qQ} \cdot x_q \cdot x_Q}{r_Q + s \cdot x_Q} = \frac{x_q r_Q + s \cdot x''_q \cdot x_Q}{r_Q + s \cdot x_Q} \end{aligned} \tag{16.118c}$$

Durch weitere Umformung treten im Reaktanzoperator der q-Achse die Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstante τ_Q (16.99) und $\tau_{Q\sigma}$ (16.108) des Dämpferkäfigs in der q-Achse auf.

$$x_q(s) = \frac{x_q r_Q + s \cdot x_q'' \cdot x_Q}{r_Q + s \cdot x_Q} = \frac{\frac{x_q''}{\sigma_{qQ}} \cdot r_Q + s \cdot x_q'' \cdot x_Q}{r_Q + s \cdot x_Q}$$

$$x_q(s) = \frac{s + \frac{r_Q}{\sigma_{qQ} x_Q}}{s + \frac{r_Q}{x_Q}} \cdot x_q'' = \frac{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}}{s + \frac{1}{\tau_Q}} \cdot x_q'' \tag{16.119}$$

In den Reaktanzoperatoren sind im allgemeinen Fall auch nicht verschwindende Anfangsbedingungen zu berücksichtigen. So sollen explizit im Reaktanzoperator $x_q(s)$ die Anfangsbedingungen für die Flussverkettungen ψ_{Q0}, ψ_{q0} auftreten, wie das in (16.92b) der Fall ist.

$$\psi_{Q0} = x_{qh} i_{q0} + x_Q i_{Q0} \qquad\qquad \psi_{q0} = x_q i_{q0} + x_{qh} i_{Q0} \tag{16.120}$$

Um zur herkömmlichen Darstellungsform des Reaktanzoperators $x_q(s)$ (16.105b) zu gelangen, subtrahieren wir ψ_{q0}/s in der Ständerflussverkettungsgleichung (16.118a) und erweitern mit i_{q0}/s. Die weitere Umformung verwendet (16.120).

$$\psi_q(s) - \frac{\psi_{q0}}{s} = x_q(s) \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s} \right) + \frac{x_{qh} \cdot \psi_{Q0}}{r_Q + s \cdot x_Q} - \frac{\psi_{q0}}{s} + x_q(s) \cdot \frac{i_{q0}}{s}$$

Die drei letzten Terme formen wir um.

$$\begin{aligned}
&\frac{x_{qh}\psi_{Q0}}{r_Q + s \cdot x_Q} - \frac{\psi_{q0}}{s} + x_q(s) \cdot \frac{i_{q0}}{s} = \\
&= \frac{x_{qh}^2 i_{q0} + x_{qh} x_Q i_{Q0}}{r_Q + s \cdot x_Q} - \frac{x_q i_{q0} + x_{qh} i_{Q0}}{s} + \left(x_q - \frac{s \cdot x_{qh}^2}{r_Q + s \cdot x_Q} \right) \cdot \frac{i_{q0}}{s} = \\
&= \frac{x_{qh} x_Q i_{Q0}}{r_Q + s \cdot x_Q} - \frac{x_{qh} i_{Q0}}{s} = -\frac{r_Q x_{qh}}{r_Q + s \cdot x_Q} \cdot \frac{i_{Q0}}{s} = -x_Q(s) \cdot \frac{i_{Q0}}{s}
\end{aligned}$$

Es wird der „Reaktanzoperator der Dämpferwicklung in der q-Achse" $x_Q(s)$ eingeführt.

$$x_Q(s) = \frac{r_Q x_{qh}}{r_Q + s \cdot x_Q} = \frac{\frac{r_Q}{x_Q}}{\frac{r_Q}{x_Q} + s} \cdot x_{qh} = \frac{\frac{1}{\tau_Q}}{\frac{1}{\tau_Q} + s} \cdot x_{qh} \tag{16.121}$$

Damit erhält man die endgültige Form der Ständerflussverkettungsgleichung (16.122) in der q-Achse im Laplace-Bildbereich.

$$\psi_q(s) - \frac{\psi_{q0}}{s} = x_q(s) \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s} \right) - \frac{i_{Q0}}{s} \cdot x_Q(s) \tag{16.122}$$

Für die inverse Laplace-Transformation des berechneten Statorstroms der q-Achse zurück in den Zeitbereich wird die Inverse $1/x_q(s)$ benötigt. Mit der Beziehung $\tau_{Q\sigma} \cdot x_q = \tau_Q \cdot$

$\sigma_{qQ} x_q = \tau_Q \cdot x''_q$ gemäß (16.108), (16.118b) erhalten wir aus (16.119) die nachstehende Umformung.

$$\frac{1}{x_q(s)} = \frac{1}{x''_q} \cdot \frac{s + \frac{1}{\tau_Q}}{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}} = \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_q} \cdot \frac{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}}{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}} + \frac{1}{x''_q} \cdot \frac{s + \frac{1}{\tau_Q}}{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}}$$

$$\frac{1}{x_q(s)} = \frac{1}{x_q} + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}} + \underbrace{\frac{\frac{1}{\tau_Q x''_q} - \frac{1}{\tau_{Q\sigma} x_q}}{s + \frac{1}{\tau_{Q\sigma}}}}_{0}$$

$$\frac{1}{x_q(s)} = \frac{1}{x_q} + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cdot \frac{s}{s + \frac{1}{\tau''_q}} \tag{16.123}$$

Die Herleitung der Reaktanzoperatoren der d-Achse erfolgt für den allgemeinen Fall (16.49) unterschiedlicher Flussverkettungen und damit unterschiedlicher Hauptinduktivitäten $x_{df} \neq x_{dD} \neq x_{fD}$, aber mit reziproken Kopplungen $x_{df} = x_{fd}$, $x_{dD} = x_{Dd}$, $x_{Df} = x_{fD}$. Gemäß Abb. 16.8a ist im Ersatzschaltbild für x''_d die Dämpferwicklung wegen $r_D = 0$ ideal kurzgeschlossen. Die Feldwicklung ist über die speisende ideale Gleichspannungsquelle (= deren Innenwiderstand ist Null) wegen der Vereinfachung $r_f = 0$ ideal kurzgeschlossen. Es gilt folglich: $u_D = 0$, $u_f = 0$. Dann sind wegen $u_D = d\psi_D/d\tau = 0$ und $u_f = d\psi_f/d\tau = 0$ die Wechselflussverkettungen Null: $\psi_D(\tau) = 0$, $\psi_f(\tau) = 0$. Die subtransiente Reaktanz der Längsachse x''_d tritt bei diesen Bedingungen als ständerseitig wirksame bezogene Reaktanz (und damit als bezogene Induktivität) auf: $\psi_d(\tau) = x''_d \cdot i_d(\tau)$. Wir erhalten sie aus den Flussverkettungsgleichungen (16.124).

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_D \\ \psi_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_d & x_{dD} & x_{df} \\ x_{dD} & x_D & x_{fD} \\ x_{df} & x_{fD} & x_f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_D \\ i_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x''_d \cdot i_d \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{16.124}$$

Eine nichttriviale (= von Null verschiedene) Lösung für i_d, i_D und i_f wird aus (16.124) nur erhalten, wenn die Determinante der Matrix (N) des Gleichungssystems (16.125) Null ist.

$$(N) \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_D \\ i_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_d - x''_d & x_{dD} & x_{df} \\ x_{dD} & x_D & x_{fD} \\ x_{df} & x_{fD} & x_f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d \\ i_D \\ i_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{16.125}$$

Mit der Regel von Sarrus (Dirschmid 1992) wird $Det(N)$ bestimmt.

$$Det(N) = \begin{vmatrix} x_d - x''_d & x_{dD} & x_{df} \\ x_{dD} & x_D & x_{fD} \\ x_{df} & x_{fD} & x_f \end{vmatrix} = 0 =$$
$$= (x_d - x''_d) x_f x_D + x_{df} x_{fD} x_{dD} + x_{dD} x_{df} x_{fD} - x_f x_{dD}^2 - (x_d - x''_d) x_{fD}^2 - x_D x_{df}^2$$

Aus $Det(N) = 0$ wird direkt x''_d erhalten, wobei wir die Blondel'schen Streuziffern (16.83) verwenden.

$$x''_\mathrm{d} = \frac{x_\mathrm{d} x_\mathrm{f} x_\mathrm{D} \sigma_\mathrm{fD} + 2 x_\mathrm{df} x_\mathrm{fD} x_\mathrm{dD} - x_\mathrm{f} x_\mathrm{dD}^2 - x_\mathrm{D} x_\mathrm{df}^2}{x_\mathrm{f} x_\mathrm{D} \sigma_\mathrm{fD}} \tag{16.126}$$

Für den Sonderfall $x_\mathrm{df} = x_\mathrm{dD} = x_\mathrm{fD} = x_\mathrm{dh}$ entsteht daraus der bereits bekannte Ausdruck (16.68).

Aus (16.90) werden $\psi_\mathrm{f}(s)$, $\psi_\mathrm{D}(s)$, $i_\mathrm{f}(s)$, $i_\mathrm{D}(s)$ eliminiert, indem wir zunächst die Flussverkettungen aus (16.124)

$$\psi_\mathrm{D}(s) = x_\mathrm{dD} i_\mathrm{d}(s) + x_\mathrm{D} i_\mathrm{D}(s) + x_\mathrm{fD} i_\mathrm{f}(s)$$
$$\psi_\mathrm{f}(s) = x_\mathrm{df} i_\mathrm{d}(s) + x_\mathrm{fD} i_\mathrm{D}(s) + x_\mathrm{f} i_\mathrm{f}(s)$$

in (16.90c) und (16.90e) einsetzen.

$$(r_\mathrm{f} + s \cdot x_\mathrm{f}) \cdot i_\mathrm{f}(s) + s \cdot x_\mathrm{fD} \cdot i_\mathrm{D}(s) = -s \cdot x_\mathrm{df} i_\mathrm{d}(s) + u_\mathrm{f}(s) + \psi_\mathrm{f0} \tag{16.127}$$
$$s \cdot x_\mathrm{fD} \cdot i_\mathrm{f}(s) + (r_\mathrm{D} + s \cdot x_\mathrm{D}) \cdot i_\mathrm{D}(s) = -s \cdot x_\mathrm{dD} i_\mathrm{d}(s) + \psi_\mathrm{D0} \tag{16.128}$$

Die Determinante Det (16.129) des Gleichungssystems (16.127), (16.128) wird mit der Regel von Sarrus bestimmt und mit den Eigenzeitkonstanten (16.99) und der oben verwendeten Blondel'schen Streuziffer gemäß (16.130) formuliert.

$$\begin{vmatrix} r_\mathrm{f} + s \cdot x_\mathrm{f} & s \cdot x_\mathrm{fD} \\ s \cdot x_\mathrm{fD} & r_\mathrm{D} + s \cdot x_\mathrm{D} \end{vmatrix} = r_\mathrm{f} r_\mathrm{D} + s \cdot (x_\mathrm{D} r_\mathrm{f} + x_\mathrm{f} r_\mathrm{D}) + s^2 \cdot (x_\mathrm{f} x_\mathrm{D} - x_\mathrm{fD}^2) \tag{16.129}$$
$$Det = r_\mathrm{f} r_\mathrm{D} \cdot \left(1 + s \cdot (\tau_\mathrm{f} + \tau_\mathrm{D}) + s^2 \cdot \sigma_\mathrm{fD} \cdot \tau_\mathrm{f} \cdot \tau_\mathrm{D}\right) = r_\mathrm{f} r_\mathrm{D} \cdot \Delta \tag{16.130}$$

Aus (16.127) und (16.128) werden $i_\mathrm{f}(s)$, $i_\mathrm{D}(s)$ mit (16.130) mit der Cramer'schen Regel berechnet.

$$\begin{aligned} i_\mathrm{f}(s) = \frac{1}{r_\mathrm{f} r_\mathrm{D} \Delta} \cdot \Big\{ \big[s^2 \cdot x_\mathrm{dD} \cdot x_\mathrm{fD} - s \cdot x_\mathrm{df} \cdot (r_\mathrm{D} + s \cdot x_\mathrm{D}) \big] \cdot i_\mathrm{d}(s) + \\ + (u_\mathrm{f}(s) + \psi_\mathrm{f0}) \cdot (r_\mathrm{D} + s \cdot x_\mathrm{D}) - s \cdot x_\mathrm{fD} \cdot \psi_\mathrm{D0} \Big\} \end{aligned} \tag{16.131}$$

$$\begin{aligned} i_\mathrm{D}(s) = \frac{1}{r_\mathrm{f} r_\mathrm{D} \Delta} \cdot \Big\{ \big[s^2 \cdot x_\mathrm{df} \cdot x_\mathrm{fD} - s \cdot x_\mathrm{dD} \cdot (r_\mathrm{f} + s \cdot x_\mathrm{f}) \big] \cdot i_\mathrm{d}(s) - \\ - (u_\mathrm{f}(s) + \psi_\mathrm{f0}) \cdot s \cdot x_\mathrm{fD} + (r_\mathrm{f} + s \cdot x_\mathrm{f}) \cdot \psi_\mathrm{D0} \Big\} \end{aligned} \tag{16.132}$$

In die Statorflussverkettungsgleichung (16.124) mit Substraktion von ψ_d0/s

$$\psi_\mathrm{d}(s) - \frac{\psi_\mathrm{d0}}{\mathrm{s}} = x_\mathrm{d} \cdot i_\mathrm{d}(s) + x_\mathrm{dD} \cdot i_\mathrm{D}(s) + x_\mathrm{df} \cdot i_\mathrm{f}(s) - \frac{\psi_\mathrm{d0}}{\mathrm{s}}$$

werden die beiden Ströme (16.131), (16.132) eingesetzt.

$$\psi_{\rm d}(s) - \frac{\psi_{\rm d0}}{s} =$$
$$= \left\{x_{\rm d} + \frac{x_{\rm df}\left[s^2 x_{\rm dD} x_{\rm fD} - s x_{\rm df}(r_{\rm D} + s x_{\rm D})\right] + x_{\rm dD}\left[s^2 x_{\rm df} x_{\rm fD} - s x_{\rm dD}(r_{\rm f} + s x_{\rm f})\right]}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta}\right\} \cdot i_{\rm d}(s) +$$
$$+ \frac{x_{\rm df} \cdot (r_{\rm D} + s x_{\rm D}) - s \cdot x_{\rm dD} x_{\rm fD}}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} \cdot u_{\rm f}(s) +$$
$$+ \frac{x_{\rm df} \cdot (r_{\rm D} + s x_{\rm D}) - s \cdot x_{\rm dD} x_{\rm fD}}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} \cdot \psi_{\rm f0} + \frac{x_{\rm dD} \cdot (r_{\rm f} + s x_{\rm f}) - s \cdot x_{\rm df} x_{\rm fD}}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} \cdot \psi_{\rm D0} - \frac{\psi_{\rm d0}}{s}$$

Der Term bei $i_{\rm d}(s)$ wird umgeformt.

$$\{\ldots\} = x_{\rm d} + \frac{x_{\rm df}\left[s^2 x_{\rm dD} x_{\rm fD} - s x_{\rm df}(r_{\rm D} + s x_{\rm D})\right] + x_{\rm dD}\left[s^2 x_{\rm df} x_{\rm fD} - s x_{\rm dD}(r_{\rm f} + s x_{\rm f})\right]}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} =$$
$$= \frac{x_{\rm d} r_{\rm f} r_{\rm D} \cdot \left(1 + s \cdot (\tau_{\rm f} + \tau_{\rm D}) + s^2 \cdot \sigma_{\rm fD} \cdot \tau_{\rm f} \cdot \tau_{\rm D}\right)}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} +$$
$$+ \frac{x_{\rm df} \cdot \left\{s^2 \cdot (x_{\rm fD} x_{\rm dD} - x_{\rm df} x_{\rm D}) - s \cdot x_{\rm df} r_{\rm D}\right\}}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} + \frac{x_{\rm dD} \cdot \left\{s^2 \cdot (x_{\rm df} x_{\rm fD} - x_{\rm dD} x_{\rm f}) - s \cdot x_{\rm dD} r_{\rm f}\right\}}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta}$$

Mit Verwendung von

$$\frac{x_{\rm df}^2}{r_{\rm f}} = \tau_{\rm f} \cdot x_{\rm d} \cdot (1 - \sigma_{\rm df}), \qquad \frac{x_{\rm dD}^2}{r_{\rm D}} = \tau_{\rm D} \cdot x_{\rm d} \cdot (1 - \sigma_{\rm dD})$$

und (16.126) erhalten wir:

$$\{\ldots\} = \frac{1}{\Delta} \cdot \left\{x_{\rm d} + s \cdot \left(x_{\rm d}(\tau_{\rm f} + \tau_{\rm D}) - \frac{x_{\rm df}^2}{r_{\rm f}} - \frac{x_{\rm dD}^2}{r_{\rm D}}\right)\right\} +$$
$$+ \frac{s^2}{\Delta} \cdot \left\{\sigma_{\rm fD} \tau_{\rm f} \tau_{\rm D} \cdot \left(x_{\rm d} \cdot \frac{x_{\rm f} x_{\rm D} \sigma_{\rm fD}}{x_{\rm f} x_{\rm D} \sigma_{\rm fD}} + \frac{x_{\rm df} x_{\rm fD} x_{\rm dD} - x_{\rm df}^2 x_{\rm D}}{x_{\rm f} x_{\rm D} \sigma_{\rm fD}} + \frac{x_{\rm df} x_{\rm fD} x_{\rm dD} - x_{\rm dD}^2 x_{\rm f}}{x_{\rm f} x_{\rm D} \sigma_{\rm fD}}\right)\right\} =$$
$$= \frac{1}{\Delta} \cdot \left\{x_{\rm d} + s x_{\rm d} \cdot (\tau_{\rm f} \sigma_{\rm df} + \tau_{\rm D} \sigma_{\rm dD}) + s^2 \sigma_{\rm fD} \tau_{\rm f} \tau_{\rm D} \cdot x_{\rm d}''\right\}$$

Der Term bei $u_{\rm f}(s)$ wird mit (16.99) und der Abkürzung

$$\mu_{\rm D} = 1 - \frac{x_{\rm dD} x_{\rm fD}}{x_{\rm D} x_{\rm df}} \tag{16.133}$$

umgeformt.

$$\frac{1}{r_{\rm f} r_{\rm D} \Delta} \cdot \{x_{\rm df} \cdot (r_{\rm D} + s x_{\rm D}) - s \cdot x_{\rm dD} x_{\rm fD}\} = \frac{x_{\rm df}}{r_{\rm f} \Delta} \cdot \{1 + s \cdot \mu_{\rm D} \cdot \tau_{\rm D}\}$$

Weiter ersetzen wir in obigem Ausdruck für $\psi_{\rm d}(s)$ die Größen $\psi_{\rm d0}$, $\psi_{\rm f0}$, $\psi_{\rm D0}$ durch die Flussverkettungen der Anfangswerte

$$\psi_{\rm d0} = x_{\rm d} \cdot i_{\rm d0} + x_{\rm dD} \cdot i_{\rm D0} + x_{\rm df} \cdot i_{\rm f0} \tag{16.134}$$

$$\psi_{f0} = x_{df} \cdot i_{d0} + x_f \cdot i_{f0} + x_{fD} \cdot i_{D0} \tag{16.135}$$

$$\psi_{D0} = x_{dD} \cdot i_{d0} + x_{fD} \cdot i_{f0} + x_D \cdot i_{D0} \tag{16.136}$$

und ordnen diese drei verbleibenden Terme nach i_{d0}, i_{f0}, i_{D0}, sodass folgende Neuordnung dieser drei Terme entsteht.

$$\frac{\{x_{df} \cdot (r_D + sx_D) - s \cdot x_{dD}x_{fD}\}}{r_f r_D \Delta} \cdot \psi_{f0} + \frac{\{x_{dD} \cdot (r_f + sx_f) - s \cdot x_{df}x_{fD}\}}{r_f r_D \Delta} \cdot \psi_{D0} - \frac{\psi_{d0}}{s} =$$
$$= \frac{x_d \cdot \left[1 + s(\sigma_{df}\tau_f + \sigma_{dD}\tau_D) + s^2\left(\sigma_{fD}\tau_f\tau_D + \frac{2x_{df}x_{fD}x_{dD} - x_{df}^2 x_D - x_{dD}^2 x_f}{x_d r_f r_D}\right)\right]}{s \cdot \Delta} \cdot i_{d0} +$$
$$+ \frac{x_f\left(x_{df}r_D + s(x_{df}x_D - x_{dD}x_{fD})\right) + x_{fD}\left(x_{dD}r_f + s(x_{dD}x_f - x_{df}x_{fD})\right) - \frac{x_{df}r_f r_D \Delta}{s}}{r_f r_D \Delta} \cdot i_{f0} +$$
$$+ \frac{x_{fD}\left(x_{df}r_D + s(x_{df}x_D - x_{dD}x_{fD})\right) + x_D\left(x_{dD}r_f + s(x_{dD}x_f - x_{df}x_{fD})\right) - \frac{x_{dD}r_f r_D \Delta}{s}}{r_f r_D \Delta} \cdot i_{D0}$$

Den ersten dieser drei Terme, jenen bei i_{d0}, formen wir mit (16.126) um, und erkennen, dass er bis auf den Faktor $1/s$ mit dem Ausdruck bei $i_d(s)$ in der Flussverkettungsgleichung $\psi_d(s)$ übereinstimmt und die Proportionalität zwischen der Ständerflussverkettung $\psi_d(s)$ und dem Ständerstrom $i_d(s)$ in der d-Achse angibt. Wir nennen den Ausdruck (bis auf $1/s$) daher $x_d(\mathrm{s})$.

$$-\frac{x_d + sx_d(\sigma_{df}\tau_f + \sigma_{dD}\tau_D) + s^2\left(x_d\sigma_{fD}\tau_f\tau_D + \frac{2x_{df}x_{fD}x_{dD} - x_{df}^2 x_D - x_{dD}^2 x_f}{r_f r_D}\right)}{s \cdot \Delta} =$$
$$= -\frac{x_d + sx_d(\sigma_{df}\tau_f + \sigma_{dD}\tau_D) + s^2 x_d'' \sigma_{fD}\tau_f\tau_D}{s \cdot \Delta} = -\frac{x_d(s)}{s}$$

Den zweiten obiger drei Terme, jenen bei i_{f0}, formen wir mit (16.133) um. Er stimmt (bis auf s/r_f) mit dem Ausdruck bei $u_f(s)$ in der Flussverkettungsgleichung $\psi_d(s)$ überein, und stellt die Proportionalität zwischen der Ständerflussverkettung $\psi_d(s)$ und dem Feldstrom-Anfangswert i_{f0} her. Wir nennen daher diesen Ausdruck (bis auf $1/s$) $x_f(\mathrm{s})$.

$$\frac{x_f\left(x_{df}r_D + s(x_{df}x_D - x_{dD}x_{fD})\right) + x_{fD}\left(x_{dD}r_f + s(x_{dD}x_f - x_{df}x_{fD})\right) - \frac{x_{df}r_f r_D \Delta}{s}}{r_f r_D \Delta} =$$
$$= -\frac{x_{df} \cdot (1 + s \cdot \mu_D \tau_D)}{s \cdot \Delta} = -\frac{x_f(s)}{s}$$

Den dritten obiger drei Terme, jenen bei i_{D0}, formen wir mit

$$\mu_f = 1 - \frac{x_{fD}x_{df}}{x_f x_{dD}} \tag{16.137}$$

um.

$$\frac{x_{\mathrm{fD}}\left(x_{\mathrm{df}}r_{\mathrm{D}}+s(x_{\mathrm{df}}x_{\mathrm{D}}-x_{\mathrm{dD}}x_{\mathrm{fD}})\right)+x_{\mathrm{D}}\left(x_{\mathrm{dD}}r_{\mathrm{f}}+s(x_{\mathrm{dD}}x_{\mathrm{f}}-x_{\mathrm{df}}x_{\mathrm{fD}})\right)-\frac{x_{\mathrm{dD}}r_{\mathrm{f}}r_{\mathrm{D}}\Delta}{s}}{r_{\mathrm{f}}r_{\mathrm{D}}\Delta}=$$
$$=-\frac{x_{\mathrm{dD}}\cdot(1+s\cdot\mu_{\mathrm{f}}\tau_{\mathrm{f}})}{s\cdot\Delta}=-\frac{x_{\mathrm{D}}(s)}{s}$$

Dieser Ausdruck stellt die Proportionalität zwischen der Ständerflussverkettung $\psi_{\mathrm{d}}(s)$ und dem Dämpferstrom-Anfangswert in der d-Achse i_{D0} her. Wir nennen diesen Ausdruck (bis auf $1/s$) daher x_{D}(s) und erhalten schlussendlich für die Ständerflussverkettung $\psi_{\mathrm{d}}(s)$ im Laplace-Bildbereich den folgenden Ausdruck mit den Reaktanzoperatoren $x_{\mathrm{d}}(s)$, $x_{\mathrm{f}}(s)$, $x_{\mathrm{D}}(s)$ in der d-Achse für die Statorwicklung, die Feld- und die Dämpferwicklung.

$$\psi_{\mathrm{d}}(s)-\frac{\psi_{\mathrm{d0}}}{\mathrm{s}}=x_{\mathrm{d}}(s)\cdot\left(i_{\mathrm{d}}(s)-\frac{i_{\mathrm{d0}}}{s}\right)+x_{\mathrm{f}}(s)\cdot\left(\frac{u_{\mathrm{f}}(s)}{r_{\mathrm{f}}}-\frac{i_{\mathrm{f0}}}{s}\right)-x_{\mathrm{D}}(s)\cdot\frac{i_{\mathrm{D0}}}{s} \quad (16.138)$$

$$x_{\mathrm{d}}(s)=\frac{x_{\mathrm{d}}+s\cdot x_{\mathrm{d}}\cdot(\sigma_{\mathrm{df}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}+\sigma_{\mathrm{dD}}\cdot\tau_{\mathrm{D}})+s^2\cdot x_{\mathrm{d}}''\cdot\sigma_{\mathrm{fD}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}\cdot\tau_{\mathrm{D}}}{1+s\cdot(\tau_{\mathrm{f}}+\tau_{\mathrm{D}})+s^2\cdot\sigma_{\mathrm{fD}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}\cdot\tau_{\mathrm{D}}} \quad (16.139)$$

$$x_{\mathrm{f}}(s)=\frac{x_{\mathrm{df}}\cdot(1+s\cdot\mu_{\mathrm{D}}\tau_{\mathrm{D}})}{1+s\cdot(\tau_{\mathrm{f}}+\tau_{\mathrm{D}})+s^2\cdot\sigma_{\mathrm{fD}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}\cdot\tau_{\mathrm{D}}} \quad (16.140)$$

$$x_{\mathrm{D}}(s)=\frac{x_{\mathrm{dD}}\cdot(1+s\cdot\mu_{\mathrm{f}}\tau_{\mathrm{f}})}{1+s\cdot(\tau_{\mathrm{f}}+\tau_{\mathrm{D}})+s^2\cdot\sigma_{\mathrm{fD}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}\cdot\tau_{\mathrm{D}}} \quad (16.141)$$

Mit (16.133) und $x_{\mathrm{df}}=x_{\mathrm{dD}}=x_{\mathrm{fD}}=x_{\mathrm{dh}}$ entsteht für $x_{\mathrm{f}}(s)$ gemäß

$$x_{\mathrm{df}}\cdot(1+s\cdot\mu_{\mathrm{D}}\cdot\tau_{\mathrm{D}})=x_{\mathrm{df}}\cdot\left(1+s\cdot\left(1-\frac{x_{\mathrm{dD}}x_{\mathrm{fD}}}{x_{\mathrm{D}}x_{\mathrm{df}}}\right)\cdot\frac{x_{\mathrm{D}}}{r_{\mathrm{D}}}\right)=$$
$$=x_{\mathrm{dh}}\cdot\left(1+s\cdot\left(\frac{x_{\mathrm{D}}}{r_{\mathrm{D}}}-\frac{x_{\mathrm{dh}}}{r_{\mathrm{D}}}\right)\right)=x_{\mathrm{dh}}\cdot\left(1+s\cdot\frac{x_{\mathrm{D}\sigma}}{r_{\mathrm{D}}}\right)$$

der Sonderfall (16.96) und mit (16.137) für $x_{\mathrm{D}}(s)$ in gleicher Weise der Sonderfall (16.95), wie sie nachstehend nochmals angegeben sind.

$$x_{\mathrm{f}}(s)=\frac{s\cdot\frac{x_{\mathrm{D}\sigma}}{r_{\mathrm{D}}}+1}{s^2\cdot\sigma_{\mathrm{fD}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}\cdot\tau_{\mathrm{D}}+s\cdot(\tau_{\mathrm{f}}+\tau_{\mathrm{D}})+1}\cdot x_{\mathrm{dh}}$$
$$x_{\mathrm{D}}(s)=\frac{s\cdot\frac{x_{\mathrm{f}\sigma}}{r_{\mathrm{f}}}+1}{s^2\cdot\sigma_{\mathrm{fD}}\cdot\tau_{\mathrm{f}}\cdot\tau_{\mathrm{D}}+s\cdot(\tau_{\mathrm{f}}+\tau_{\mathrm{D}})+1}\cdot x_{\mathrm{dh}}$$

Damit sind die Reaktanzoperatoren der d-Achse für den allgemeinen Fall $x_{\mathrm{df}}\neq x_{\mathrm{dD}}\neq x_{\mathrm{fD}}$ und für den Sonderfall $x_{\mathrm{df}}=x_{\mathrm{dD}}=x_{\mathrm{fD}}=x_{\mathrm{dh}}$ hergeleitet.

16.4 Zeitkonstanten der elektrisch erregten Synchronmaschine mit Dämpferkäfig

Die Herleitung der Reaktanzoperatoren zeigte auch die für das Abklingen der Ausgleichsströme in der Dämpfer- und Feldwicklung verantwortlichen Rotorzeitkonstanten τ_d', τ_d'', τ_q''. Anhand der Ersatzschaltbilder des Zwei- und des Dreiwicklungstransformators werden diese Zeitkonstanten physikalisch anschaulich erläutert und ihre typischen Größenordnungen angegeben.

Bei der Herleitung der Reaktanzoperatoren wurden Zeitkonstanten zu zwei unterschiedlichen Zuständen der Rotorflussverkettung mit der Ständerwicklung unterschieden:

- *Leerlaufbetrieb der Ständerwicklung:* Die Klemmen der Ständerwicklung sind nicht mit einem speisenden oder belastenden elektrischen Spannungsnetz verbunden; der Ständerstrom ist Null: $i_s = 0$.
- *Kurzschlussbetrieb der Ständerwicklung:* Die Ständerwicklung ist an ein speisendes oder belastendes elektrisches Spannungsnetz angeschlossen. Dieses Netz ist „starr", d. h. seine Innenimpedanz ist Null, sodass sich seine Spannung auch bei Belastung nicht ändert. In diesem Fall kann in der Ständerwicklung ein dynamischer Ausgleichsstrom i_s fließen.

Da ein dynamischer Ausgleichsstrom in der Ständerwicklung i. A. nicht die Kurvenform (z. B. Sinusverlauf mit einer bestimmten Frequenz) des angeschlossenen Netzes aufweist, begrenzt die Netzspannung diesen Ausgleichsstrom nicht. Nur die resultierende Impedanz der magnetisch mit den Läuferwicklungen gekoppelten Ständerwicklung und die Innenimpedanz des Netzes („Netzkurzschlussimpedanz") wirken strombegrenzend. Im Vergleich zur Wicklungsimpedanz ist die Netzkurzschlussimpedanz i. A. deutlich kleiner, da die Netzkurzschlussleistung i. A. deutlich größer als die Scheinleistung der betrachteten Maschine ist. Daher ist die Vernachlässigung der Netzkurzschlussimpedanz gegenüber dem Statorwicklungswiderstand r_s und der Statorstreuinduktivität $x_{s\sigma}$ zumeist zulässig. Das Netz stellt für den Ständerausgleichsstrom einen „Kurzschluss" dar, was dem eben erläuterten Begriff des Kurzschlussbetriebs der Ständerwicklung entspricht. Die so berechneten Ständerausgleichsströme sind dadurch etwas größer als in der Realität, was einer „worst-case"-Betrachtung entspricht.

a) Elektrische Zeitkonstante der Feld- und Dämpferwicklung bei Leerlauf der Ständerwicklung: In Abb. 16.17 ist der Leerlaufzustand der Ständerwicklung durch die Schalterstellung 1 gekennzeichnet. Im subtransienten Betriebszustand sind Dämpfer-, Erreger- und Ständerwicklung magnetisch gekoppelt (Dreiwicklungstransformator). In der Ständerwicklung kann im Leerlauf kein Strom fließen. Der Ausgleichsstrom in der Erregerwicklung wird durch die dort einspeisende Gleichspannung nicht begrenzt, da er kein Gleichstrom ist. Die Innenimpedanz der speisenden Gleichspannungsquelle ist gegenüber dem Widerstand der Erregerwicklung klein und wird vernachlässigt. Da die

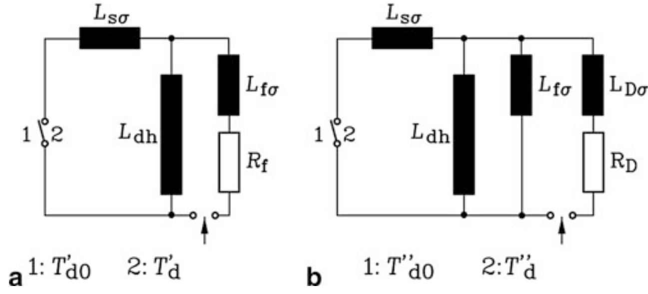


Abb. 16.17 Ersatzschaltbild für die Bestimmung der elektrischen Rotorzeitkonstanten der Synchronmaschine in der d-Achse: Schalterstellung 1: Leerlauf der Ständerwicklung, 2: Kurzschluss der Ständerwicklung (**a**) Zeitkonstante der Erregerwicklung bei bereits stromloser Dämpferwicklung, magnetische Kopplung mit der Ständerwicklung: Transiente Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstante, (**b**) Zeitkonstante der Dämpferwicklung in der d-Achse bei magnetischer Kopplung mit der Ständer- und der Erregerwicklung: Subtransiente Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstante

Zeitkonstante der Dämpferwicklung deutlich kürzer als jene der Erregerwicklung ist, wirkt sich der Widerstand der Feldwicklung auf den Stromverlauf in der Dämpferwicklung zunächst (nahezu) nicht aus, sondern nur die Induktivität der Feldwicklung, wie es in Abschn. 16.1 erläutert wurde. Das Abklingen des subtransienten Dämpferstroms wird im Wesentlichen durch die Verluste im Widerstand der Dämpferwicklung verursacht. Die entsprechende elektrische Zeitkonstante ist bei offenen Statorklemmen die subtransiente Leerlaufzeitkonstante der d-Achse T''_{d0} in Sekunden oder τ''_{d0} in bezogener Darstellung. Aus dem Ersatzschaltbild 16.17b liest man die Zeitkonstante als Verhältnis aus der resultierenden Induktivität der Dämpfer- und Feldwicklung und dem Wicklungswiderstand der Dämpferwicklung in der d-Achse ab. Es ist zu beachten, dass die Strom- und Spannungs-Übersetzungsverhältnisse zwischen Erreger- und Dämpferwicklung in den Induktivitäten und Widerständen berücksichtigt, also nicht extra gekennzeichnet sind.

$$T''_{d0} = \frac{L_{D\sigma} + L_{dh} \cdot (L_{f\sigma}/L_f)}{R_D} \qquad \tau''_{d0} = \frac{x_{D\sigma} + x_{dh} \cdot (x_{f\sigma}/x_f)}{r_D} \tag{16.142}$$

Die Darstellung (16.142) ist identisch mit $\tau''_{d0} = \sigma_{fD} \cdot \tau_D$ aus (16.109b), wie nachstehend gezeigt ist.

$$\tau''_{d0} = \sigma_{fD}\tau_D = \left(1 - \frac{x_{dh}^2}{x_f x_D}\right) \cdot x_D/r_D = \left(x_D - \frac{x_{dh}^2}{x_f}\right)/r_D =$$
$$= \left(x_{D\sigma} + x_{dh} - (x_f - x_{f\sigma})\frac{x_{dh}}{x_f}\right)/r_D = \left(x_{D\sigma} + x_{f\sigma}\frac{x_{dh}}{x_f}\right)/r_D$$

In der Querachse gilt für den subtransienten Betrieb das Ersatzschaltbild Abb. 16.16 im Leerlauf bei Schalterstellung 1. Die subtransiente Leerlaufzeitkonstante der q-Achse T''_{q0} bzw. τ''_{q0} ist demnach identisch mit der Dämpferleerlaufzeitkonstante der Querachse T_Q bzw. τ_Q.

$$T''_{q0} = \frac{L_{Q\sigma} + L_{qh}}{R_Q} = T_Q \qquad \tau''_{q0} = \frac{x_{Q\sigma} + x_{qh}}{r_Q} = \tau_Q \tag{16.143}$$

Nach Abklingen des Dämpferstroms in der d-Achse verbleibt die vom Ausgleichsstrom in der Erregerwicklung erregte Flussverkettung entsprechend dem Ersatzschaltbild Abb. 16.17a. Die resultierende Induktivität der Erregerwicklung bei Schalterstellung 1 ist $L_{dh} + L_{f\sigma} = L_f$ und führt zu der resultierenden Induktivität L_f. Somit tritt die transiente Leerlaufzeitkonstante der d-Achse T'_{d0} in Sekunden bzw. τ'_{d0} in p.u. gemäß (16.144) auf, was mit (16.109a) übereinstimmt.

$$T'_{d0} = \frac{L_f}{R_f} = \frac{L_{dh} + L_{f\sigma}}{R_f} = T_f \qquad \tau'_{d0} = \frac{x_f}{r_f} = \tau_f \tag{16.144}$$

b) Elektrische Zeitkonstante der Feld- und Dämpferwicklung bei Kurzschluss der Ständerwicklung: In Abb. 16.17b ist der Kurzschlusszustand der Ständerwicklung durch die Schalterstellung 2 gekennzeichnet. Aus der resultierenden Induktivität der Verschaltung, die aus dem Dreiwicklungstransformator infolge der magnetischen Kopplung von Dämpfer-, Erreger- und Ständerwicklung berechnet wird, und dem Dämpferwicklungswiderstand erhalten wir die subtransiente Kurzschlusszeitkonstante der d-Achse T''_d in Sekunden bzw. τ''_d in p.u., die einfach auch subtransiente Zeitkonstante der d-Achse genannt wird.

$$T''_d = \frac{L_{D\sigma} + \frac{L_{dh}L_{f\sigma}L_{s\sigma}}{L_{dh}L_{f\sigma}+L_{dh}L_{s\sigma}+L_{f\sigma}L_{s\sigma}}}{R_D} \tag{16.145a}$$

$$\tau''_d = \frac{x_{D\sigma} + \frac{x_{dh}x_{f\sigma}x_{s\sigma}}{x_{dh}x_{f\sigma}+x_{dh}x_{s\sigma}+x_{f\sigma}x_{s\sigma}}}{r_D} \tag{16.145b}$$

Dies ist identisch mit $\tau''_d = x''_d \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_D/(x_d \cdot \sigma_{df})$ aus (16.111), wie nachfolgend gezeigt wird.

$$\tau''_d = \frac{x''_d \cdot \sigma_{fD} \cdot \tau_D}{x_d \cdot \sigma_{df}} = x''_d \cdot \frac{1 - \frac{x_{dh}^2}{x_f x_D}}{1 - \frac{x_{dh}^2}{x_f x_d}} \cdot \frac{x_D}{x_d} \cdot \frac{1}{r_D} = x''_d \cdot \frac{x_f x_D - x_{dh}^2}{x_f x_d - x_{dh}^2} \cdot \frac{1}{r_D}$$

$$\tau''_d = \left(x_{s\sigma} + \frac{1}{\frac{1}{x_{f\sigma}} + \frac{1}{x_{D\sigma}} + \frac{1}{x_{dh}}} \right) \cdot \frac{\frac{1}{x_{f\sigma}} + \frac{1}{x_{D\sigma}} + \frac{1}{x_{dh}}}{\frac{1}{x_{f\sigma}} + \frac{1}{x_{s\sigma}} + \frac{1}{x_{dh}}} \cdot \frac{x_{D\sigma}}{x_{s\sigma}} \cdot \frac{1}{r_D}$$

$$\tau''_d = \left(x_{D\sigma} + \frac{1}{\frac{1}{x_{f\sigma}} + \frac{1}{x_{s\sigma}} + \frac{1}{x_{dh}}} \right) \cdot \frac{1}{r_D} = \left(x_{D\sigma} + \frac{x_{dh}x_{f\sigma}x_{s\sigma}}{x_{dh}x_{f\sigma} + x_{dh}x_{s\sigma} + x_{f\sigma}x_{s\sigma}}\right) \cdot \frac{1}{r_D}$$

Die subtransiente Kurzschlusszeitkonstante der q-Achse T''_q bzw. τ''_q wird einfach auch subtransiente Zeitkonstante der q-Achse genannt und ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild (Abb. 16.16) im Kurzschluss in Schalterstellung 2.

$$T''_q = \frac{L_{Q\sigma} + L_{qh} \cdot (L_{s\sigma}/L_q)}{R_Q} \qquad \tau''_q = \frac{x_{Q\sigma} + x_{qh} \cdot (x_{s\sigma}/x_q)}{r_Q} \tag{16.146}$$

Dies ist identisch mit $\tau_q'' = \tau_{Q\sigma} = \sigma_{qQ} \cdot x_Q / r_Q$ aus (16.108):

$$\tau_q'' = \frac{x_{Q\sigma} + x_{qh} \cdot (x_{s\sigma}/x_q)}{r_Q} = \frac{x_{Q\sigma} + x_{qh} \cdot (x_q - x_{qh})/x_q}{r_Q}$$
$$\tau_q'' = \frac{x_{Q\sigma} + x_{qh} - x_{qh}^2/x_q}{r_Q} = \frac{x_Q - x_Q \cdot x_{qh}^2/(x_q \cdot x_Q)}{r_Q}$$
$$\tau_q'' = \frac{x_Q \cdot (1 - x_{qh}^2/(x_q \cdot x_Q))}{r_Q} = \frac{\sigma_{qQ} \cdot x_Q}{r_Q}$$

Nach Abklingen des Dämpferstroms in der d-Achse verbleibt die vom Ausgleichsstrom in der Erregerwicklung erregte Flussverkettung mit der Ständerwicklung entsprechend dem Ersatzschaltbild Abb. 16.17a bei Schalterstellung 2. Mit der aus dem Ersatzschaltbild abgelesenen resultierenden Induktivität der Erregerwicklung bei Schalterstellung 2 ergibt sich die transiente Kurzschlusszeitkonstante der d-Achse T_d' in Sekunden bzw. τ_d' in p.u., die transiente Zeitkonstante der d-Achse genannt wird.

$$T_d' = \frac{L_{f\sigma} + L_{dh} \cdot (L_{s\sigma}/L_d)}{R_f} = \frac{L_d \cdot (1 - \frac{L_{dh}^2}{L_f L_d})}{L_d} \cdot \frac{L_f}{R_f} = \frac{L_d'}{L_d} \cdot T_{d0}' \qquad (16.147a)$$

$$\tau_d' = \frac{x_d'}{x_d} \cdot \tau_{d0}' \qquad (16.147b)$$

Dies ist identisch mit $\tau_d' = \sigma_{df} \cdot \tau_f$ aus (16.110):

$$\tau_d' = \frac{x_d'}{x_d} \cdot \tau_{d0}' = \frac{\sigma_{df} x_d}{x_d} \cdot \tau_{d0}' = \frac{\sigma_{df} x_d}{x_d} \cdot \frac{x_f}{r_f} = \sigma_{df} \frac{x_f}{r_f} = \sigma_{df} \cdot \tau_f$$

Beachten Sie, dass bei der Herleitung der Zeitkonstanten der d-Achse aus den Reaktanzoperatoren die exakten Ausdrücke (16.106), (16.107) über die Beziehungen $\tau_D << \tau_f$ und $x_{fd} = x_{fD} = x_{dD} = x_{dh}$ durch die Näherungsformeln (16.142), (16.144), (16.145), (16.147) ersetzt wurden. Die Ersatzschaltbilder in Abb. 16.17 beschreiben nur diese Näherungsformeln. Die allgemein gültigen Formeln (16.106), (16.107) mit x_d'' gemäß (16.126) werden durch diese Ersatzschaltbilder nicht korrekt wiedergegeben. In Tab. 16.5 sind die unterschiedlichen Formeldarstellungen der besprochenen Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstanten für den Fall $\tau_D << \tau_f$, $x_{fd} = x_{fD} = x_{dD} = x_{dh}$ zusammengestellt.

c) Elektrische Zeitkonstante der Ständerwicklung (Ankerzeitkonstante): Für die Ständerwicklung wirkt im ersten Moment nach einer Störung des Synchronbetriebs die resultierende Induktivität L_d'' in der Längsachse und in der Querachse L_q'', die beide elektrisch parallel auf der Ständerseite wirksam sind. Damit ist die resultierende wirksame Induktivität L_s'' die Parallelschaltung aus L_d'' und L_q'', multipliziert mit dem Faktor 2, damit sich bei $L_d'' = L_q''$ als resultierende Induktivität wieder L_d'' ergibt. Für die subtransient

Tab. 16.5 Transiente und subtransiente Leerlauf- und Kurzschlusszeitkonstante der d- und q-Achse. Für die d-Achse gelten die Annahmen $\tau_{\mathrm{D}} << \tau_{\mathrm{f}}$ und $x_{\mathrm{df}} = x_{\mathrm{dD}} = x_{\mathrm{fD}} = x_{\mathrm{dh}}$

	Aus den Reaktanzoperatoren	Aus den Ersatzschaltbildern
τ'_{d0}	$\tau'_{\mathrm{d0}} = \tau_{\mathrm{f}}$	$\tau'_{\mathrm{d0}} = x_{\mathrm{f}}/r_{\mathrm{f}} = \tau_{\mathrm{f}}$
τ''_{d0}	$\tau''_{\mathrm{d0}} = \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}$	$\tau''_{\mathrm{d0}} = \frac{x_{\mathrm{D\sigma}} + x_{\mathrm{dh}} \cdot (x_{\mathrm{f\sigma}}/x_{\mathrm{f}})}{r_{\mathrm{D}}}$
τ''_{q0}	$\tau''_{\mathrm{q0}} = \tau_{\mathrm{Q}}$	$\tau''_{\mathrm{q0}} = x_{\mathrm{Q}}/r_{\mathrm{Q}} = \tau_{\mathrm{Q}}$
τ'_{d}	$\tau'_{\mathrm{d}} = \sigma_{\mathrm{df}} \cdot \tau_{\mathrm{f}}$	$\tau'_{\mathrm{d}} = \frac{x'_{\mathrm{d}}}{x_{\mathrm{d}}} \cdot \tau'_{\mathrm{d0}}$
τ''_{d}	$\tau''_{\mathrm{d}} = \frac{x''_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{fD}} \cdot \tau_{\mathrm{D}}}{x_{\mathrm{d}} \cdot \sigma_{\mathrm{df}}}$	$\tau''_{\mathrm{d}} = \dfrac{x_{\mathrm{D\sigma}} + \dfrac{x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{f\sigma}} x_{\mathrm{s\sigma}}}{x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{f\sigma}} + x_{\mathrm{dh}} x_{\mathrm{s\sigma}} + x_{\mathrm{f\sigma}} x_{\mathrm{s\sigma}}}}{r_{\mathrm{D}}}$
τ''_{q}	$\tau''_{\mathrm{q}} = \sigma_{\mathrm{qQ}} \cdot x_{\mathrm{Q}}/r_{\mathrm{Q}}$	$\tau''_{\mathrm{q}} = \frac{x_{\mathrm{Q\sigma}} + x_{\mathrm{qh}} \cdot (x_{\mathrm{s\sigma}}/x_{\mathrm{q}})}{r_{\mathrm{Q}}}$

symmetrische Maschine gilt exakt $x''_{\mathrm{d}} = x''_{\mathrm{q}}$ und daher $x''_{\mathrm{s}} = x''_{\mathrm{d}} = x''_{\mathrm{q}}$.

$$L''_{\mathrm{s}} = 2 \cdot \frac{L''_{\mathrm{d}} \cdot L''_{\mathrm{q}}}{L''_{\mathrm{d}} + L''_{\mathrm{q}}} \qquad x''_{\mathrm{s}} = 2 \cdot \frac{x''_{\mathrm{d}} \cdot x''_{\mathrm{q}}}{x''_{\mathrm{d}} + x''_{\mathrm{q}}} \tag{16.148}$$

Mit L''_{s} und dem Ständerwiderstand je Strang R_{s} ergibt sich die elektrische Zeitkonstante der Ständerwicklung (Ankerzeitkonstante).

$$T_{\mathrm{a}} = 2 \cdot \frac{L''_{\mathrm{d}} \cdot L''_{\mathrm{q}}}{(L''_{\mathrm{d}} + L''_{\mathrm{q}}) \cdot R_{\mathrm{s}}} \approx \frac{L''_{\mathrm{d}}}{R_{\mathrm{s}}} \qquad \tau_{\mathrm{a}} = \frac{2x''_{\mathrm{d}} \cdot x''_{\mathrm{q}}}{(x''_{\mathrm{d}} + x''_{\mathrm{q}}) \cdot r_{\mathrm{s}}} \approx \frac{x''_{\mathrm{d}}}{r_{\mathrm{s}}} \tag{16.149}$$

Im Abschn. 16.5.2 wird gezeigt, dass diese Formel auch direkt aus den dynamischen Gleichungen der Synchronmaschine über die Reaktanzoperatoren hergeleitet werden kann, wenn $r_{\mathrm{s}} << x''_{\mathrm{d}}$ bzw. $r_{\mathrm{s}} << x''_{\mathrm{q}}$ angenommen wird. Im Sonderfall der permanentmagneterregten Synchronmaschine ohne Dämpferkäfig (Kap. 9) ist $x''_{\mathrm{d}} = x_{\mathrm{d}}$ und $x''_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{q}}$ und damit die Ankerzeitkonstante i. A. wesentlich größer als bei einer gleich großen elektrisch erregten Synchronmaschine mit Dämpferkäfig.

$$\tau_{\mathrm{a,PM}} = \frac{2x_{\mathrm{d}} \cdot x_{\mathrm{q}}}{(x_{\mathrm{d}} + x_{\mathrm{q}}) \cdot r_{\mathrm{s}}} \tag{16.150}$$

In Tab. 16.6 sind typische Größenordnungen der Zeitkonstanten der elektrisch erregten Synchronmaschine zusammengestellt.

16.5 Berechnung des dreisträngigen Stoßkurzschlusses

16.5.1 Vereinfachte Betrachtung des Stoßkurzschlusses

Es wird der Kurzschlussstrom in der Ständerwicklung eines vorher leerlaufenden elektrisch erregten Synchrongenerators berechnet, der sich einstellt, wenn infolge eines

Tab. 16.6 Größenordnungen der Zeitkonstanten der elektrisch erregten Synchronmaschine mit Dämpferwicklung (Wertebereich für kleine (kW) ... große (MW) Maschinen)

Transiente Leerlaufzeitkonstante der d-Achse	$T'_{d0} = L_f/R_f = T_f$	2 ... 7 ... 10 s
Transiente Kurzschlusszeitkonstante der d-Achse	$T'_d = (L'_d/L_d) \cdot T'_{d0}$	0.6–0.8 ... 1–2 s
Subtransiente Leerlaufzeitkonstante der d-Achse	T''_{d0}	$T''_{d0} \approx 1.1 \cdot T''_d$
Subtransiente Kurzschlusszeitkonstante der d-Achse	T''_d	0.02 ... 0.1... 0.5s
Subtransiente Kurzschlusszeitkonstante der q-Achse	$T''_q \approx T''_d$	0.02 ... 0.1... 0.5s
Ankerzeitkonstante (Ständerzeitkonstante)	$T_a \approx L''_d/R_s$	0.1 ... 0.4–0.5 s
Nenn-Anlaufdauer	T_J	3 ... 8–10 s

allpoligen, also dreisträngigen Stoßkurzschlusses die drei Klemmen der Ständerwicklung plötzlich kurz geschlossen werden. Bei einem mit offenen Ständerwicklungs-Klemmen im Leerlauf betriebenen Synchrongenerator, der von einer Turbine mit konstanter Drehzahl angetrieben wird, ist die induzierte Leerlaufspannung je Strang (z. B. Strang U)

$$u_s(t) = \hat{U} \sin(\omega_s t + \varphi_0) = u_{s0}(t) \tag{16.151}$$

Erfolgt nun ein plötzlicher Klemmenkurzschluss gleichzeitig in allen drei Strängen, so ist aufgrund der Reaktionsströme in den Läuferwicklungen im Ständer in der Längsachse die subtransiente Induktivität $L''_d = X''_d/\omega_s$ wirksam. Zunächst wird in diesem Abschnitt der Kurzschlussstrom $i_s(t)$ vereinfacht berechnet, um die physikalischen Verhältnisse grundsätzlich zu klären. Es wird gemäß Abb. 16.18 der Ständerwiderstand R_s vernachlässigt und die Maschine subtransient symmetrisch angenommen ($L''_d = L''_q$). Das Abklingen der Ausgleichsströme und der Übergang vom subtransienten in den transienten und anschließend synchronen Betriebszustand werden im nächsten Abschn. 16.5.2 behandelt.

Die Spannungsgleichung je Strang im statorfesten Koordinatensystem folgt aus Abb. 16.18 für die Berechnung von $i_s(t)$ mit der Anfangsbedingung $i_s(0) = 0$, da vor dem Kurzschlusseintritt die Ständerwicklung stromlos war.

$$u_s(t) = 0 = u_{s0}(t) + L''_d \cdot di_s/dt, \qquad t \geq 0 \tag{16.152}$$

$$i_s(t) = -\frac{1}{L''_d} \int_0^t u_{s0}(t)dt = \frac{\hat{U}}{\omega_s L''_d}(\cos(\omega_s t + \varphi_0) - \cos\varphi_0) \tag{16.153}$$

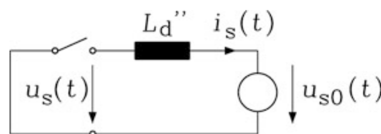


Abb. 16.18 Vereinfachtes, verlustfreies subtransientes Ersatzschaltbild der symmetrischen Synchronmaschine zur Berechnung des Stoßkurzschlussstroms

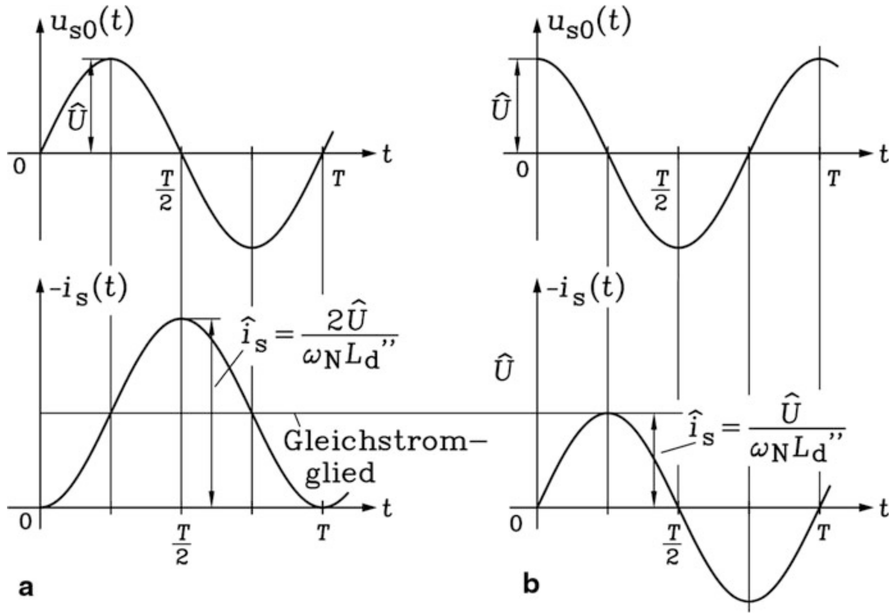


Abb. 16.19 Ungedämpfter zeitlicher Verlauf des Stoßkurzschlussstroms, wenn der Kurzschluss (**a**) im Spannungsnulldurchgang, (**b**) im Spannungsmaximum erfolgt

a) Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang: Erfolgt der Stoßkurzschluss bei $t = 0$ im Spannungsnulldurchgang des Strangs U, also wenn $\varphi_0 = 0$ ist, so ergibt sich für den Strang U der Kurzschlussstrom gemäß Abb. 16.19a.

$$i_s(t) = \frac{\hat{U}}{\omega_s L_d''}(\cos(\omega_s t) - 1) \tag{16.154}$$

Der Strom klingt von 0 bei $t = 0$ auf den doppelten Wert der Wechselstromamplitude $\hat{I}_k''$ auf (bei $t = \pi/\omega_s$). Dem subtransienten Kurzschluss-Wechselstrom $\hat{I}_k''$ ist somit ein Gleichstromglied mit gleich großer Amplitude überlagert, sodass sich ein Stromscheitelwert $\hat{I}_k = 2\hat{I}_k''$ einstellt.

$$\hat{i}_s = \hat{I}_k = 2\hat{I}_k'' = 2\sqrt{2}I_k'' = \frac{2\sqrt{2}U}{\omega_s L_d''} = \frac{2\sqrt{2}U}{X_d''} \tag{16.155}$$

b) Kurzschluss im Spannungsmaximum: Ein zweiter Grenzfall ist der plötzliche Kurzschluss bei $t = 0$ zum Zeitpunkt des Spannungsmaximums ($\varphi_0 = \pi/2$). Aus (16.153) folgt:

$$i_s(t) = -\frac{\hat{U}}{\omega_s L_d''}\sin(\omega_s t) = -\hat{I}_k''\sin(\omega_s t) \tag{16.156}$$

Nun tritt überhaupt kein Gleichstromglied auf, sodass die Amplitude des Kurzschlussstroms auf den halben Wert von (16.155) beschränkt bleibt (Abb. 16.19b). Kurzschlussströme hängen demnach sehr vom Zeitpunkt ab, bei dem der Kurzschluss eintritt. Da man immer „mit dem Schlimmsten" rechnen muss, werden Kurzschlussberechnungen, die z. B. zur Ermittlung der Kurzschlussbeanspruchung von Kraftwerksgeneratoren durchgeführt werden, stets für den ungünstigsten Einschaltaugenblick, also die Kurzschlusseinleitung im Spannungsnulldurchgang durchgeführt.

Beispiel 16.11

Berechnen Sie für eine Synchronmaschine mit den Daten $x''_\mathrm{d} = 0.15$ p.u., $U_\mathrm{U}/U_\mathrm{N} = 1$, $f_\mathrm{s} = 50$ Hz den Scheitelwert des Stoßkurzschlussstroms in Strang U als Vielfaches des Bemessungsstrom-Effektivwerts, wenn im Strang U der Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang eintritt!

Lösung:
$\frac{\hat{I}_\mathrm{k}}{I_\mathrm{N}} = \frac{2\sqrt{2}U_\mathrm{U}/U_\mathrm{N}}{X''_\mathrm{d}/Z_\mathrm{N}} = \frac{2\sqrt{2}\cdot 1}{0.15} = 18.85$ p.u.

Fazit:
Erfolgt der Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang, so ist die Amplitude des Stoßkurzschlussstroms in diesem Wicklungsstrang sehr hoch, da a) die subtransiente Reaktanz klein ist und b) ein Gleichstromglied in der Höhe des Wechselstromglieds auftritt.

Das Auftreten dieses hohen Stoßkurzschlussstroms kann anschaulich aus den Flussverkettungen verstanden werden und wird am Beispiel des Extremfalls „Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang" erklärt (Abb. 16.20).

In Abb. 16.20a ist zunächst ein im Läufer permanentmagneterregter zweipoliger Schenkelpolsynchrongenerator ohne Dämpferkäfig im generatorischen Leerlauf dargestellt. Der Läufer wird von der Turbine mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_syn angetrieben. Die repräsentative Ständerspule ist stromlos (Leerlauf). Es wird in ihr die Spannung $u_\mathrm{s0}(t)$ mit der Amplitude $\hat{U} = \omega_\mathrm{s}\hat{\Psi}_\mathrm{s}$ induziert. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Flussverkettung ψ_s dieser Spule maximal: $\psi_\mathrm{s} = \hat{\Psi}_\mathrm{s}$, daher ist die induzierte Spannung Null. Nun erfolgt der Kurzschluss dieser Spule. Wegen $u_\mathrm{s} = d\psi_\mathrm{s}/dt = 0$ muss $\psi_\mathrm{s} = \text{konst.} = \hat{\Psi}_\mathrm{s}$ bleiben. Nach einer halben Läuferdrehung ($\omega_\mathrm{s}t = \pi$) sind aber die zwei Feldlinien des Erregerfelds (sie stellen $\psi_\mathrm{s} = \hat{\Psi}_\mathrm{s}$ dar) mit umgekehrter Polarität mit der Ständerspule verkettet (Abb. 16.20b). In der Spule muss folglich ein maximaler Strom i_s so fließen, dass er vier Feldlinien mit ursprünglicher Polarität erregt (das entspricht $2\hat{\Psi}_\mathrm{s}$), sodass die resultierende Flussverkettung der Ständerspule konstant bleibt: $2\hat{\Psi}_\mathrm{s} - \hat{\Psi}_\mathrm{s} = \hat{\Psi}_\mathrm{s} = \text{konst.}$ Da die wirksame Induktivität je Strang der Ständerwicklung bei Permanentmagneterregung L_d (siehe 16.1.5) ist, erhalten wir (16.157).

$$L_\mathrm{d}\hat{i}_\mathrm{s} = 2\hat{\Psi}_\mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad \hat{i}_\mathrm{s} = \frac{2\hat{\Psi}_\mathrm{s}}{L_\mathrm{d}} = \frac{2\hat{U}}{\omega_\mathrm{s}L_\mathrm{d}} = i_\mathrm{s}(\omega_\mathrm{s}t = \pi) \qquad (16.157)$$

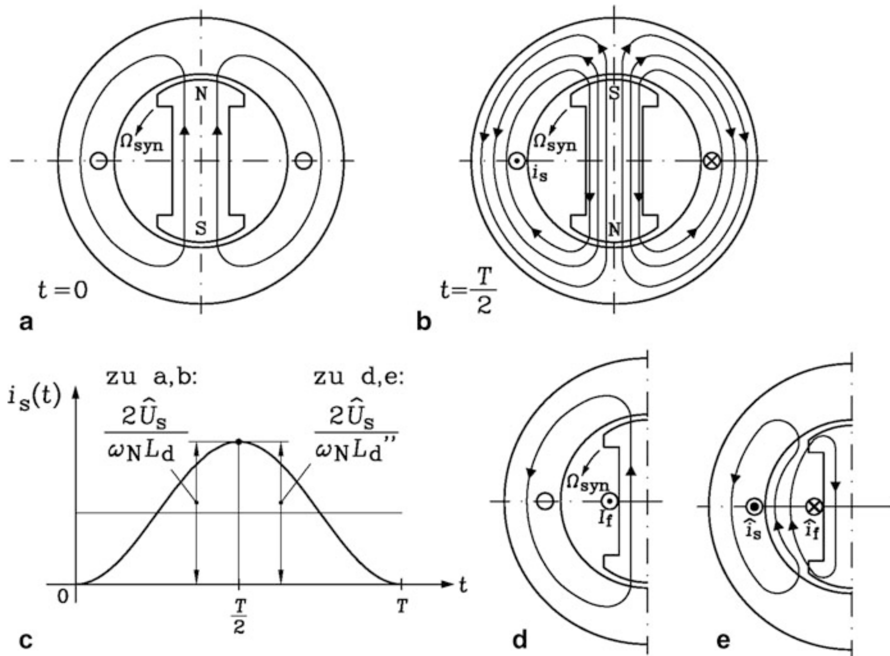


Abb. 16.20 Vereinfachtes Feldbild eines leerlaufenden Synchrongenerators ohne Dämpferkäfig mit Permanentmagneterregung im Rotor (**a**) zum Zeitpunkt des Kurzschlusses und (**b**) eine halbe Umdrehung des Rotors danach, (**c**) Qualitativer Stator-Stromverlauf zu a, b und d, e. Achtung: Stromamplitude bei d, e wegen $L''_\mathrm{d} << L_\mathrm{d}$ viel größer als bei a, b. (**d**), (**e**): Wie a, b, jedoch mit elektrischer Erregung im Rotor: $L'_\mathrm{d} < L_\mathrm{d}$, und bei zusätzlich vorhandenem Dämpferkäfig: $L''_\mathrm{d} << L_\mathrm{d}$

Nach einer vollen Läuferumdrehung ist wieder der Ausgangszustand hergestellt, und der Ständerstrom wird wieder Null, sodass damit die Flussverkettung der Ständerspule $\psi_\mathrm{s} = \hat{\Psi}_\mathrm{s}$ konstant bleibt (Abb. 16.20c).

In gleicher Weise kann graphisch auch der Kurzschlussstrom für den Kurzschluss im Spannungsmaximum für den Fall der Läufer-Permanentmagneterregung hergeleitet werden. Zum Augenblick des Spannungsmaximums steht das Polrad gegenüber Abb. 16.20a um 90° gedreht, sodass die resultierende Flussverkettung mit der Ständerspule Null ist $\psi_\mathrm{s} = 0$. Aufgrund des Spulenkurzschlusses darf sich diese Ständerspulen-Flussverkettung nicht mehr ändern. Es gilt: $\psi_\mathrm{s} = \text{konst.} = 0$. Nach einer Drehung um 90° ist aber die Verkettung des Läuferflusses mit der Ständerspule auf den Wert $\hat{\Psi}_1 = -\hat{U}/\omega_\mathrm{s}$ angewachsen. Daher muss in der Ständerspule ein Strom i_s fließen, dessen Eigenfeld eine Spulenflussverkettung $\hat{\Psi}_2 = \hat{U}/\omega_\mathrm{s}$ hervorruft, sodass die resultierende Spulenflussverkettung $\psi_\mathrm{s} = \hat{\Psi}_1 + \hat{\Psi}_2 = 0$ weiterhin Null bleibt. Mit der bei Läufer-Permanentmagneterregung gültigen Spuleninduktivität L_d folgt daraus

$$L_d \hat{i}_s = \hat{\Psi}_s \quad \Rightarrow \quad \hat{i}_s = \frac{\hat{\Psi}_s}{L_d} = \frac{\hat{U}}{\omega_s L_d} = i_s(\omega_s t = \pi/2). \tag{16.158}$$

Nach einer weiteren Viertelumdrehung ist die Spulenverkettung mit dem Läuferfluss wieder $\psi_s = 0$. Es wird keine Eigenflussverkettung der Ständerspule zur Kompensation der Läuferflussverkettung benötigt, sodass auch der Ständerstrom wieder Null ist: $i_s(\omega_s t = \pi) = 0$. Nach einer weiteren Drehung um 90° ist die Verkettung des Läuferflusses mit der Ständerspule auf den Wert $\hat{U}/\omega_s$ angewachsen. Daher muss in der Ständerspule ein Strom i_s fließen, dessen Eigenfeld eine Spulenflussverkettung $-\hat{U}/\omega_s$ hervorruft, sodass die resultierende Spulenflussverkettung ψ_s weiterhin Null bleibt. Analog zu (16.158) folgt daraus

$$L_d \hat{i}_s = -\hat{\Psi}_s \quad \Rightarrow \quad \hat{i}_s = \frac{-\hat{\Psi}_s}{L_d} = -\frac{\hat{U}}{\omega_s L_d} = i_s(\omega_s t = 3\pi/2). \tag{16.159}$$

Bei $\omega_s t = 2\pi$ ist der Ausgangszustand mit $i_s = 0$ wieder erreicht. Der Ständerkurzschlussstrom ist somit ein Wechselstrom mit der Amplitude $\hat{i}_s = \hat{I}_k = \hat{U}/(\omega_s L_d)$. Es tritt kein Gleichstromglied auf.

Bei elektrisch erregtem Läufer (Abb. 16.20d) mit dem Feldstrom I_f ist auch die Erregerwicklung über den sehr kleinen Innenwiderstand der speisenden Erregerspannungsquelle U_f nahezu kurzgeschlossen. Daher muss auch die Flussverkettung ψ_f der Erregerwicklung zeitlich konstant bleiben, sodass bei ständerseitigem Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang nach einer halben Läuferumdrehung (Abb. 16.20e) Ständer- und Läuferdurchflutung entgegengesetzt gerichtet sind und die von ihnen erregten Magnetfeldlinien sich über den Luftspalt schließen müssen. Das erfordert deutlich höhere Ströme $\hat{i}_s >> 2\hat{U}/(\omega_s L_d)$ und $\hat{i}_f >> I_f$ für die Bedingungen $\psi_s = \hat{\Psi}_s =$ konst. und $\psi_f = \hat{\Psi}_f =$ konst., was statorseitig einer deutlich verringerten Ständerinduktivität $L'_d < L_d$ und bei zusätzlich vorhandenem Dämpferkäfig $L''_d << L_d$ entspricht (vgl. Abb. 16.10c, f). Die Stromamplitude

$$L''_d \hat{i}_s = 2\hat{\Psi}_s \quad \Rightarrow \quad \hat{i}_s = \frac{2\hat{\Psi}_s}{L''_d} = \frac{2\hat{U}}{\omega_s L''_d} = i_s(\omega_s t = \pi) \tag{16.160}$$

ergibt sich in Übereinstimmung mit (16.155) analog zu den obigen Überlegungen mit Läufer-Permanentmagneterregung. Auch in der Läuferwicklung tritt ein erhöhter dynamischer Feldstrom $\hat{i}_f >> I_f$ auf (Abb. 16.20e), und bei vorhandenem Dämpfer auch in diesem. Für den plötzlichen Kurzschluss im Spannungsmaximum gelten analoge Überlegungen, sodass wie in (16.160) ebenfalls L''_d, aber wie in (16.158) kein Gleichanteil im Ständerkurzschlussstrom auftritt. Der Ständerkurzschlussstrom ist ein Wechselstrom mit der Amplitude $\hat{i}_s = \hat{I}''_k = \hat{U}/(\omega_s L''_d)$.

Fazit:
Sowohl graphisch als auch rechnerisch wird die Ständerstromamplitude für den vereinfachten Fall eines ungedämpften Kurzschlussstroms für die zwei folgenden Extremfälle

mit demselben Ergebnis bestimmt: Für den Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang, wo ein Gleichstromglied in voller Höhe der Wechselstromamplitude zusätzlich auftritt, und für den Kurzschluss im Spannungsmaximum, wo nur der Wechselstromanteil auftritt. Der scheinbare Widerspruch, dass bei Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang maximaler Kurzschlussstrom auftritt, löst sich durch die Erkenntnis, dass bei Spannungsnulldurchgang die Flussverkettung der kurzgeschlossenen Spule maximal ist und vom Kurzschlussstrom gemäß der Lenz'schen Regel durch ein Eigenfeld aufrecht erhalten werden muss. Nur so bleibt die Flussverkettung der Spule während des Weiterdrehens des Rotors konstant.

16.5.2 Stoßkurzschluss bei Berücksichtigung der Widerstände

Während des relativ raschen elektrischen Ausgleichsvorgangs nach dem Stoßkurzschluss ändert sich die Drehzahl der Synchronmaschine i. A. kaum, sodass mit der Annahme konstanter Drehzahl die dynamischen Gleichungen im Laplace-Bildbereich (Abschn. 16.3) verwendet werden können, um die Stoßkurzschlussströme in den drei Strängen U, V, W mit Berücksichtigung des dämpfenden Einflusses der Widerstände zu berechnen. Der Kurzschluss erfolgt direkt an den Ständerwicklungsklemmen, sodass ein dämpfender Einfluss der Netzimpedanz entfällt. Die Berechnung erfolgt in bezogenen Größen. Der Ausgangszustand vor Eintritt des Kurzschlusses ist hier generatorischer Leerlaufbetrieb bei Bemessungsdrehzahl:

- Bemessungsdrehzahl $\omega_m = 1$, wobei die Synchronmaschine als Generator angetrieben wird,
- Leerlauf der Ständerwicklung: $i_s = 0$: $i_{d0} = i_{q0} = 0$,
- Stationärbetrieb $d./d\tau = 0$: kein Stromfluss in der Dämpferwicklung: $i_{D0} = i_{Q0} = 0$.
- Die Erregerwicklung wird mit Gleichspannung gespeist: $u_{f0} = r_f \cdot i_{f0}$.
- In der Ständerwicklung wird die Leerlaufspannung induziert: $u_{s0} = u_0$.

Werden diese Anfangsbedingungen in die dynamischen Systemgleichungen (16.90) der Synchronmaschine eingesetzt, ergibt sich aufgrund der Felderregung eine Ständerflussverkettung nur in der Längsachse $\psi_{d0} = x_{dh} i_{f0}$ (Abb. 16.21). In der Querachse tritt keine Flussverkettung auf: $\psi_{q0} = x_q i_{q0} = 0$. Die Flussverkettung in der Längsachse induziert in der Ständerwicklung eine in die Querachse zeigende Spannungskomponente (Abb. 16.21).

$$u_{q0} = r_s \cdot i_{q0} + \omega_m \cdot x_d i_{d0} + \omega_m \cdot x_{dh} i_{f0} = \omega_m x_{dh} i_{f0} = \omega_m \psi_{d0} = u_0 \qquad (16.161)$$

Die Spannungskomponente in der Längsachse ist Null.

$$u_{d0} = r_s \cdot i_{d0} - \omega_m \cdot x_q i_{q0} = 0 \qquad (16.162)$$

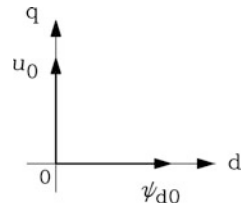


Abb. 16.21 Ständerflussverkettung und Ständerspannung bei Leerlauf im rotorfesten Koordinatensystem

Der zum Zeitpunkt $\tau = 0$ erfolgte allpolige Kurzschluss in der Ständerwicklung schließt die Ständerspannung kurz: $u_d = u_q = 0$. Mit dieser Voraussetzung und $\omega_m = 1$ erhalten wir die nachfolgenden Laplace-transformierten Systemgleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} u_d(s) + \psi_{d0} = r_s \cdot i_d(s) + s \cdot \psi_d(s) - \omega_m \cdot \psi_q(s) \Rightarrow \\ \quad \Rightarrow \psi_{d0} = r_s \cdot i_d(s) + s \cdot \psi_d(s) - \psi_q(s) \\ u_q(s) + \psi_{q0} = r_s \cdot i_q(s) + s \cdot \psi_q(s) + \omega_m \cdot \psi_d(s) \Rightarrow \\ \quad \Rightarrow 0 = r_s \cdot i_q(s) + s \cdot \psi_q(s) + \psi_d(s) \\ \psi_d(s) - \frac{\psi_{d0}}{s} = x_d(s) \cdot i_d(s) \\ \psi_q(s) = x_q(s) \cdot i_q(s) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$(r_s + s \cdot x_d(s)) \cdot i_d(s) + \psi_{d0} - x_q(s) \cdot i_q(s) = \psi_{d0}$$

$$(r_s + s \cdot x_q(s)) \cdot i_q(s) + x_d(s) \cdot i_d(s) = -\psi_{d0}/s = -u_0/s$$

$$\begin{pmatrix} r_s + s \cdot x_d(s) & -x_q(s) \\ x_d(s) & r_s + s \cdot x_q(s) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d(s) \\ i_q(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -u_0/s \end{pmatrix}$$

Die Lösung dieses linearen Gleichungssystems mit den beiden unbekannten Ständerstromkomponenten $i_d(s)$, $i_q(s)$ erfolgt mit der Cramer'schen Regel und der Systemdeterminante *Det*.

$$i_d(s) = -\frac{u_0}{s} \cdot \frac{x_q(s)}{Det}, \quad i_q(s) = -\frac{u_0}{s} \cdot \frac{r_s + s \cdot x_d(s)}{Det} \tag{16.163a}$$

$$Det = (r_s + s \cdot x_d(s)) \cdot (r_s + s \cdot x_q(s)) + x_d(s) \cdot x_q(s) \tag{16.163b}$$

Mit der inversen Laplace-Transformation werden aus (16.163) die beiden Stromkomponenten im Zeitbereich ermittelt. Die exakte Rücktransformation ist aufwendig. Weil aber der bezogene Widerstandswert r_s in der Regel deutlich kleiner ist als die bezogenen Induktivitätswerte x''_d, x''_q, wird (16.163) vereinfacht. Da vor allem der Strom kurz nach Eintreten des Kurzschlusses interessiert, werden mit dem Anfangswertsatz der Laplace-Transformation $\tau \to 0$ (siehe Kap. 12) die Reaktanzoperatoren dort vereinfacht, wo sie in Verknüpfung mit dem Statorwiderstand r_s auftreten.

$$\tau \to 0: \quad \frac{r_s}{x_d(s)} \approx \frac{r_s}{x_d(s \to \infty)} = \frac{r_s}{x''_d} \tag{16.164a}$$

$$\tau \to 0: \quad \frac{r_s}{x_q(s)} \approx \frac{r_s}{x_q(s \to \infty)} = \frac{r_s}{x''_q} \tag{16.164b}$$

Wegen $r_\mathrm{s} << 1$ und $x''_\mathrm{d} \approx x''_\mathrm{q}$ wird mit (16.164) der Ausdruck *Det* vereinfacht.

$$r_\mathrm{s} << 1: \quad Det = x_\mathrm{d}(s) \cdot x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[(\frac{r_\mathrm{s}}{x_\mathrm{d}(s)} + s) \cdot (\frac{r_\mathrm{s}}{x_\mathrm{q}(s)} + s) + 1 \right] \approx$$
$$\approx x_\mathrm{d}(s) x_\mathrm{q}(s) \left[(\frac{r_\mathrm{s}}{x''_\mathrm{d}} + s)(\frac{r_\mathrm{s}}{x''_\mathrm{q}} + s) + 1 \right] =$$
$$= x_\mathrm{d}(s) \cdot x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[s^2 + (\frac{r_\mathrm{s}}{x''_\mathrm{d}} + \frac{r_\mathrm{s}}{x''_\mathrm{q}}) \cdot s + \frac{r_\mathrm{s}^2}{x''_\mathrm{d} x''_\mathrm{q}} + 1 \right] \approx$$
$$\approx x_\mathrm{d}(s) \cdot x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[\left(s + \frac{r_\mathrm{s} \cdot (x''_\mathrm{d} + x''_\mathrm{q})}{2 x''_\mathrm{d} x''_\mathrm{q}} \right)^2 + 1 \right]$$

Wie bereits gezeigt wurde, sind die subtransienten Induktivitäten der Längs- und Querachse etwa gleich groß. Im Falle exakter Übereinstimmung $x''_\mathrm{d} = x''_\mathrm{q}$ ist die letzte näherungsweise Umformung exakt gültig, sodass das Ungefährzeichen $\approx$ durch das Gleichheitszeichen $=$ ersetzt werden kann! Der Kehrwert $1/Det$ ist gemäß (16.163) zur Übertragungsfunktion von der Ständerspannung zum Ständerstrom proportional. Es tritt die Ankerzeitkonstante τ_a als maßgebliche Zeitkonstante in dieser Übertragungsfunktion (16.166) auf und zeigt, dass die im vorigen Abschn. 16.4 heuristisch abgeleitete Formel für τ_a (16.149) im Rahmen der hier getroffenen Vereinfachungen mathematisch korrekt ist.

$$Det \approx x_\mathrm{d}(s) \cdot x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[\left(s + \frac{1}{\tau_\mathrm{a}} \right)^2 + 1 \right], \qquad \tau_\mathrm{a} = \frac{2 x''_\mathrm{d} \cdot x''_\mathrm{q}}{(x''_\mathrm{d} + x''_\mathrm{q}) \cdot r_\mathrm{s}} \tag{16.165}$$

$$i_\mathrm{d}(s) = -\frac{u_0}{s} \cdot \frac{x_\mathrm{q}(s)}{x_\mathrm{d}(s) \cdot x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[\left(s + \frac{1}{\tau_\mathrm{a}} \right)^2 + 1 \right]} = -\frac{u_0}{s} \cdot \frac{1}{x_\mathrm{d}(s) \cdot \left[\left(s + \frac{1}{\tau_\mathrm{a}} \right)^2 + 1 \right]} \tag{16.166a}$$

$$i_\mathrm{q}(s) = -\frac{u_0}{s} \cdot \frac{r_\mathrm{s} + s \cdot x_\mathrm{d}(s)}{x_\mathrm{d}(s) \cdot x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[\left(s + \frac{1}{\tau_\mathrm{a}} \right)^2 + 1 \right]} \approx -\frac{u_0}{s} \cdot \frac{s}{x_\mathrm{q}(s) \cdot \left[\left(s + \frac{1}{\tau_\mathrm{a}} \right)^2 + 1 \right]} \tag{16.166b}$$

Mit den Inversen der Reaktanzoperatoren für die Längs- und Querachse werden die beiden Stromkomponenten $i_\mathrm{d}(\tau)$, $i_\mathrm{q}(\tau)$ im Zeitbereich berechnet. Die Rücktransformation der mit $1/s$ multiplizierten Inversen $1/x_\mathrm{d}(s)$, $1/x_\mathrm{q}(s)$ (16.105) ergibt mit der Tab. 12.1 gemäß (16.167), (16.168) die Zeitfunktionen $f_\mathrm{d}(\tau)$ und $f_\mathrm{q}(\tau)$ für die d- und q-Achse.

$$\frac{1}{s \cdot x_\mathrm{d}(s)} = \frac{1}{s \cdot x_\mathrm{d}} + \left(\frac{1}{x'_\mathrm{d}} - \frac{1}{x_\mathrm{d}} \right) \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{\tau'_\mathrm{d}}} + \left(\frac{1}{x''_\mathrm{d}} - \frac{1}{x'_\mathrm{d}} \right) \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{\tau''_\mathrm{d}}} = f_\mathrm{d}(s)$$
$$\Rightarrow f_\mathrm{d}(\tau) = \frac{1}{x_\mathrm{d}} + \left(\frac{1}{x'_\mathrm{d}} - \frac{1}{x_\mathrm{d}} \right) \cdot e^{-\tau/\tau'_\mathrm{d}} + \left(\frac{1}{x''_\mathrm{d}} - \frac{1}{x'_\mathrm{d}} \right) \cdot e^{-\tau/\tau''_\mathrm{d}} \tag{16.167}$$

$$\frac{1}{s \cdot x_q(s)} = \frac{1}{s \cdot x_q} + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cdot \frac{1}{s + \frac{1}{\tau''_q}} = f_q(s)$$

$$\Rightarrow f_q(\tau) = \frac{1}{x_q} + \left(\frac{1}{x''_q} - \frac{1}{x_q}\right) \cdot e^{-\tau/\tau''_q} \tag{16.168}$$

Die Rücktransformation der Stromkomponenten in den Zeitbereich erfolgt mithilfe der Faltung (Tab. 12.2). Dazu werden aus den Funktionen $g_d(s)$, $g_q(s)$ in (16.169), (16.170) die Zeitfunktionen $g_d(\tau)$ und $g_q(\tau)$ mit der inversen Laplace-Transformation mit Tab. 12.1 bestimmt und dabei wieder $r_s << 1$ berücksichtigt.

$$g_d(s) = \frac{1}{\left(s + \frac{1}{\tau_a}\right)^2 + 1} \Rightarrow g_d(\tau) = e^{-\tau/\tau_a} \cdot \sin\tau \tag{16.169}$$

$$\left.\frac{s}{\left(s + \frac{1}{\tau_a}\right)^2 + 1}\right|_{r_s<<1} \approx \frac{s + 1/\tau_a}{\left(s + \frac{1}{\tau_a}\right)^2 + 1} = g_q(s) \tag{16.170a}$$

$$g_q(s) = \frac{s + 1/\tau_a}{\left(s + \frac{1}{\tau_a}\right)^2 + 1} \Rightarrow g_q(\tau) = e^{-\tau/\tau_a} \cdot \cos\tau \tag{16.170b}$$

Damit sind für die Rücktransformation von (16.166) Faltungsintegrale

$$f(s) \cdot g(s) \Rightarrow f(\tau) * g(\tau) = \int_0^\tau f(\tau - \xi) \cdot g(\xi) \cdot d\xi$$

mit den Zeitfunktionen (16.167) …(16.170) zu lösen. Die Faltungsprodukte haben die Struktur: $1 * e^{-\alpha\tau} \cdot \sin\tau$, $1 * e^{-\alpha\tau} \cdot \cos\tau$, $e^{-\beta\tau} * e^{-\alpha\tau} \cdot \sin\tau$, $e^{-\beta\tau} * e^{-\alpha\tau} \cdot \cos\tau$, wobei die Abkürzungen α und β für $\alpha = 1/\tau_a \sim r_s$ und $\beta = 1/\tau''_d \sim r_D$ bzw. $\beta = 1/\tau'_d \sim r_f$ oder $\beta = 1/\tau''_q \sim r_Q$ stehen. Wegen der gegenüber den bezogenen Induktivitäten x''_d, x''_q kleinen Widerstände r_s, r_D, r_Q und dem gegenüber x'_d kleinen Widerstand r_f sind auch α und β klein. Bei der Berechnung der Faltungsintegrale wird daher im Folgenden α, $\beta << 1$ angenommen.

$$\begin{aligned} e^{-\beta\tau} * e^{-\alpha\tau} \cdot \sin\tau &= \int_0^\tau e^{-\beta(\tau-\xi)} e^{-\alpha\xi} \cdot \sin\xi \cdot d\xi = \\ &= \frac{e^{-\beta\tau}}{1 + (\beta - \alpha)^2} \cdot \left[1 - e^{(\beta-\alpha)\tau}\cos\tau + (\beta - \alpha) \cdot e^{(\beta-\alpha)\tau}\sin\tau\right]_{\alpha,\beta<<1} \approx \\ &\approx e^{-\beta\tau} - e^{-\alpha\tau}\cos\tau \end{aligned}$$

$$e^{-\beta\tau} * e^{-\alpha\tau} \cdot \cos\tau = \int_0^\tau e^{-\beta(\tau-\xi)} e^{-\alpha\xi} \cdot \cos\xi \cdot d\xi =$$

$$= \frac{e^{-\beta\tau}}{1+(\beta-\alpha)^2} \cdot \left[e^{(\beta-\alpha)\tau} \sin\tau + (\beta-\alpha) \cdot e^{(\beta-\alpha)\tau} \sin\tau - (\beta-\alpha)\right]_{\alpha,\beta<<1} \approx$$
$$\approx e^{-\alpha\tau} \sin\tau$$

Wir erhalten somit für die Faltungsintegrale mit α, $\beta << 1$ bzw. $\alpha << 1$, $\beta = 0$ folgende Lösungen:

$$e^{-\beta\tau} * e^{-\alpha\tau} \cdot \cos\tau = \int_0^\tau e^{-\beta(\tau-\xi)} e^{-\alpha\xi} \cdot \cos\xi \cdot d\xi \cong e^{-\alpha\tau} \sin\tau$$

$$e^{-\beta\tau} * e^{-\alpha\tau} \cdot \sin\tau = \int_0^\tau e^{-\beta(\tau-\xi)} e^{-\alpha\xi} \cdot \sin\xi \cdot d\xi \cong e^{-\beta\tau} - e^{-\alpha\tau} \cos\tau$$

$$\beta = 0: \quad 1 * e^{-\alpha\tau} \cdot \sin\tau = \int_0^\tau e^{-\alpha\xi} \cdot \sin\xi \cdot d\xi \cong 1 - e^{-\alpha\tau} \cos\tau$$

$$\beta = 0: \quad 1 * e^{-\alpha\tau} \cdot \cos\tau = \int_0^\tau e^{-\alpha\xi} \cdot \cos\xi \cdot d\xi \cong e^{-\alpha\tau} \sin\tau$$

Mit diesen Beziehungen werden die für kleine Widerstände gültigen *d*- und *q*-Komponenten des Ständerstroms im Zeitbereich berechnet.

$$i_\mathrm{d}(\tau) = -u_0 \cdot \left[\frac{1}{x_\mathrm{d}}\left(1 - e^{-\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \cos\tau\right) + \left(\frac{1}{x'_\mathrm{d}} - \frac{1}{x_\mathrm{d}}\right) \cdot \left(e^{-\tau/\tau'_\mathrm{d}} - e^{\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \cos\tau\right) + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{1}{x''_\mathrm{d}} - \frac{1}{x'_\mathrm{d}}\right) \cdot \left(e^{-\tau/\tau''_\mathrm{d}} - e^{-\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \cos\tau\right)\right]$$
$$i_\mathrm{d}(\tau) = -u_0 \cdot \left[\frac{1}{x_\mathrm{d}} + \left(\frac{1}{x'_\mathrm{d}} - \frac{1}{x_\mathrm{d}}\right) \cdot e^{-\tau/\tau'_\mathrm{d}} + \left(\frac{1}{x''_\mathrm{d}} - \frac{1}{x'_\mathrm{d}}\right) \cdot e^{-\tau/\tau''_\mathrm{d}} - \frac{1}{x''_\mathrm{d}} e^{-\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \cos\tau\right] \tag{16.171a}$$

$$i_\mathrm{q}(\tau) = -u_0 \cdot \left[\frac{1}{x_\mathrm{q}} \cdot e^{-\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \sin\tau + \left(\frac{1}{x''_\mathrm{q}} - \frac{1}{x_\mathrm{q}}\right) \cdot e^{-\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \sin\tau\right] = -\frac{u_0}{x''_\mathrm{q}} \cdot e^{-\tau/\tau_\mathrm{a}} \cdot \sin\tau \tag{16.171b}$$

Daraus werden die drei Strangströme entweder direkt über die inverse Park-Transformation berechnet oder Schritt für Schritt über die Koordinatentransformation vom rotor- ins statorfeste System bestimmt. So ist z. B. der Strom in Strang U der Realteil des komplexen Stator-Stromraumzeigers im statorfesten Koordinatensystem (vgl. Kap. 14). Der mit (16.171) ermittelte Stromraumzeiger $\underline{i}_{\mathrm{s(r)}} = i_\mathrm{d} + j \cdot i_\mathrm{q}$ im rotorfesten Koordinatensystem wird über $\underline{i}_{\mathrm{s(s)}} = \underline{i}_{\mathrm{s(r)}} e^{j\gamma}$ und $\gamma = \omega_\mathrm{m}\tau + \gamma_0 = \tau + \gamma_0$ in das statorfeste Koordinatensystem transformiert.

$$i_U(\tau) = \text{Re}\left\{\underline{i}_s\right\} = \text{Re}\left\{(i_d + j \cdot i_q) \cdot (\cos\gamma + j \cdot \sin\gamma)\right\} = \\ = i_d \cdot \cos(\tau + \gamma_0) - i_q \cdot \sin(\tau + \gamma_0) \tag{16.172}$$

Mit der Umformung

$$\cos\tau \cdot \cos(\tau + \gamma_0) = \frac{1}{2} \cdot (\cos\gamma_0 + \cos(2\tau + \gamma_0)),$$
$$\sin\tau \cdot \sin(\tau + \gamma_0) = \frac{1}{2} \cdot (\cos\gamma_0 - \cos(2\tau + \gamma_0))$$

wird mit (16.171) daraus der Zeitverlauf des Stroms in Strang U erhalten.

$$i_U(\tau) = -u_0 \cdot \left[\frac{1}{x_d} + \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_d}\right) \cdot e^{-\tau/\tau'_d} + \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x'_d}\right) \cdot e^{-\tau/\tau''_d}\right] \cdot \cos(\tau + \gamma_0) + \\ + u_0 \cdot \left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x''_d} + \frac{1}{x''_q}\right) \cdot \cos\gamma_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x''_q}\right) \cdot \cos(2\tau + \gamma_0)\right] \cdot e^{-\tau/\tau_a} \tag{16.173}$$

- Der erste Teil der Lösung (16.173) $[\ldots]\cdot\cos(\tau+\gamma_0)$ ist der Kurzschlusswechselstrom mit der Frequenz $\omega_m = 1$. Er beginnt bei $\tau = 0$ mit der großen Amplitude des subtransienten Kurzschlusswechselstroms u_0/x''_d, die nach etwa drei subtransienten Zeitkonstanten $3\tau''_d$ in die kleinere Amplitude des transienten Kurzschlusswechselstroms u_0/x'_d übergeht, da die resultierende Ständerinduktivität von x''_d auf x'_d angestiegen ist. Nach etwa drei transienten Zeitkonstanten $3\tau'_d$ wird der Dauerkurzschlusswechselstrom im synchronen Betrieb mit der Amplitude u_0/x_d als stationärer Stromverlauf erreicht.
- Der zweite Teil der Lösung (16.173) $[\ldots] \cdot \cos\gamma_0$ ist der Gleichanteil des Kurzschlussstroms, der mit der Ankerzeitkonstante τ_a aufgrund der Verluste im Ständerwiderstand auf Null abklingt. Seine Größe hängt vom Phasenwinkel γ_0 der Spannung ab, der den Zeitpunkt des Kurzschlusses in Bezug zur Strangspannung des Strangs U festlegt.
- Der dritte Teil der Lösung (16.173) $[\ldots]\cdot\cos(2\tau+\gamma_0)$ ist der Kurzschlusswechselstrom mit doppelter Frequenz $2\omega_m = 2$, der nur auftritt, wenn die subtransienten Reaktanzen der Maschine unsymmetrisch sind ($x''_d \neq x''_q$). Er klingt ebenfalls mit der Ankerzeitkonstante τ_a auf Null ab und ist wegen seiner kleinen Amplitude (Differenz von $1/x''_d$ und $1/x''_q$!) von geringem technischen Interesse.

Der Einfluss des Winkels γ_0, bei dem der Kurzschluss eintritt, ist gemäß (16.173) für die Größe des Gleichstromglieds wichtig. Der Raumzeiger der Ständerleerlaufspannung im rotorfesten Koordinatensystem $\underline{u}_{s(r)} = u_d + j \cdot u_q = j \cdot u_0$ ist im statorfesten Koordinatensystem durch $\underline{u}_{s(s)} = \underline{u}_{s(r)} \cdot e^{j\gamma}$ gegeben. Daraus erhalten wird die Leerlaufspannung im Strang U gemäß Abb. 16.22.

$$u_{s,U}(\tau) = \text{Re}\left\{\underline{u}_{s(r)} \cdot e^{j\gamma}\right\} = \text{Re}\left\{j \cdot u_0 \cdot e^{j(\tau+\gamma_0)}\right\} = -u_0 \cdot \sin(\tau + \gamma_0) \tag{16.174}$$

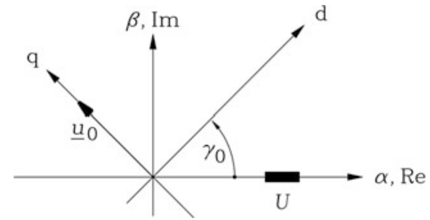


Abb. 16.22 Statorspannungsraumzeiger $\underline{u}_0$ im Leerlaufbetrieb im rotor- und statorfesten Koordinatensystem

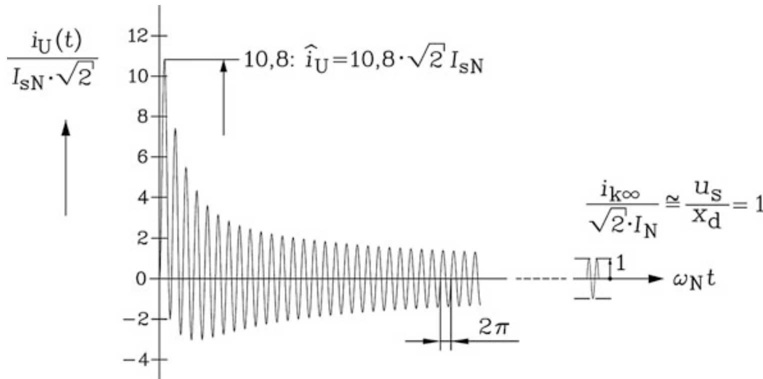


Abb. 16.23 Mit (16.173) berechneter Verlauf des Stoßkurzschlussstroms in Strang U im „worst case" (Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang: $\gamma_0 = 0$). Daten vom Beispiel 16.12

- Worst case (Stoßkurzschluss bei Spannungsnulldurchgang): Tritt der Kurzschluss zum Zeitpunkt $\tau = 0$ bei $\gamma_0 = 0$ auf, dann ist in Strang U zu diesem Zeitpunkt die induzierte Spannung Null. Das führt wegen $\cos\gamma_0 = \cos 0 = 1$ zu einem maximalen Gleichstromanteil im Strang U. Bei $x''_\mathrm{d} = x''_\mathrm{q}$ und $r_\mathrm{s} = 0$ sind die subtransiente Wechselstromamplitude und der Gleichstromanteil gleich groß, sodass der Kurzschlussstrom bei $\tau = \pi$ doppelt so groß wie der Wechselstromanteil ist (Abb. 16.23).

$$\hat{i}_\mathrm{U} \approx \frac{2u_0}{x''_\mathrm{d}} \tag{16.175}$$

- Best case (Stoßkurzschluss bei Spannungsmaximum): Wenn der Kurzschluss im Strang zum Zeitpunkt $\tau = 0$ bei $\gamma_0 = \pi/2$ stattfindet, dann ist die Strangspannung maximal. In diesem Fall tritt kein Gleichstromglied im Strang U auf, denn es ist $\cos\gamma_0 = 0$, sondern nur der Kurzschlusswechselstrom (Abb. 16.24) mit dessen subtransienter Amplitude (16.176) bei $\tau = \pi/2$.

$$\hat{i}_\mathrm{U} \approx \frac{u_0}{x''_\mathrm{d}} \tag{16.176}$$

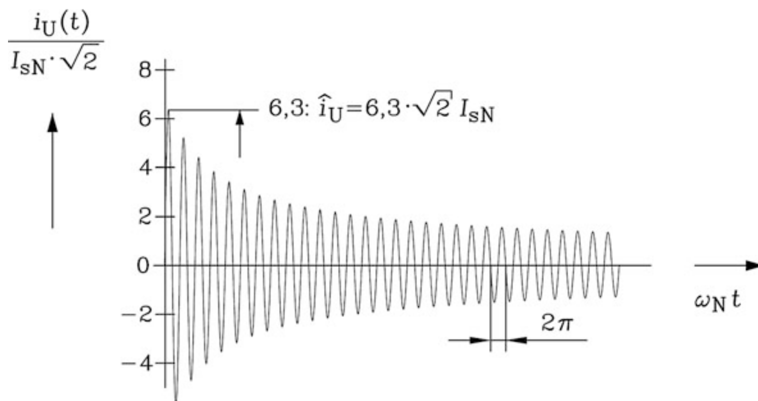


Abb. 16.24 Mit (16.173) berechneter Stoßkurzschlussstrom im Strang U im „best case" (Kurzschluss erfolgt im Spannungsmaximum: $\gamma_0 = \pi/2$). Daten vom Beispiel 16.12

Beispiel 16.12

Berechnung des Stoßkurzschlussstroms eines 24-poligen Wasserkraftgenerators im Leerlauf mit (16.173) bei Bemessungsspannung $u_0 = 1$ und Bemessungsdrehzahl, somit bei der Bemessungsstatorfrequenz $f_N = 50\,\text{Hz}$, mit (16.173).
Maschinendaten: $S_N = 300\,\text{MVA}$, $U_N = 24\,\text{kV}$, $I_N = 7217\,\text{A}$, $x_d = 1$, $x'_d = 0.3$, $x''_d = x''_q = 0.15$
Zeitkonstanten:

$$T_a = 0.03\,\text{s},\ T'_d = 0.3\,\text{s},\ T''_d = 0.05\,\text{s} \Rightarrow\ \tau_a = 9.42,\ \tau'_d = 94.2,\ \tau''_d = 15.7.$$

Lösung:
a) Kurzschluss bei $\gamma_0 = 0$:
Den Dauerkurzschlussstrom erhält man für $\tau \to \infty$ mit der bezogenen Amplitude $i_s = \hat{I}_{s,U}/(\sqrt{2}I_N) = u_0/x_d = 1/1 = 1\,\text{p.u.}$, die hier einem Effektivwert 7217 A entspricht. Der Scheitelwert des Stoßkurzschlussstroms im Strang U bei vernachlässigter Dämpfung durch die Widerstände tritt nach einer halben Periode auf und ist das 13.3-fache des Bemessungsstromscheitelwerts $\hat{i}_U \approx \frac{2u_0}{x''_d} = \frac{2\cdot 1}{0.15} = 13.3$. Infolge der Dämpfung des Kurzschlussstroms durch die Verluste in den Widerständen erreicht der Stoßkurzschlussstrom tatsächlich nur das 10.8-fache, was immer noch den großen Wert $10.8 \cdot \sqrt{2} \cdot 7217 = 110.3\,\text{kA}$ (!) ergibt.
b) Kurzschluss bei $\gamma_0 = \pi/2$:
Der Scheitelwert des Kurzschlusswechselstroms bei vernachlässigter Dämpfung tritt nach einer Viertelperiode auf und beträgt $\hat{i}_U \approx \frac{u_0}{x''_d} = \frac{1}{0.15} = 6.7$. Mit Berücksichtigung

der Dämpfung des Kurzschlussstroms ist der Wechselstromscheitelwert gemäß Abb. 16.24 nur das 6.3-fache des Bemessungsstromscheitelwerts
$6.3 \cdot \sqrt{2} \cdot 7217 = 64.3\,\text{kA}$.

Beispiel 16.13

Dreisträngiger Stoßkurzschluss des Synchrongenerators von Beispiel 16.12, jedoch mit erhöhter Ankerzeitkonstante (ca. 3-fach) und verringerter transienter und subtransienter Zeitkonstante (ca. 2/3):
$T_a = 0.1\,\text{s},\; T'_d = 0.2\,\text{s},\; T''_d = 0.03\,\text{s} \quad \Rightarrow \quad \tau_a = 31.4,\; \tau'_d = 62.8,\; \tau''_d = 9.4$
Da die Ankerzeitkonstante dreimal größer als die subtransiente Zeitkonstante ist, sinkt das Gleichstromglied dreimal langsamer als die Wechselstromkomponente. Während einer Zeit von etwa fünf Netzperioden (Zeitspanne A in Abb. 16.25) erfolgt kein Nulldurchgang des Strangstroms. Ein Wechselstrom-Leistungsschalter kann während dieser Zeit den Kurzschlussstrom nicht abschalten, da aufgrund der fehlenden Stromnulldurchgänge der Lichtbogen nicht gelöscht werden kann. Der Strom wird also frühestens nach etwa sechs Netzperioden abgeschaltet (im 50 Hz-Netz sind das $6 \cdot 20 = 120$ms). Während dieser Zeit muss der Generator den enormen Wechselkräften (etwa Faktor 100 gegenüber Bemessungsbetrieb: $\hat{F}_k/\hat{F}_N \sim \hat{I}_k^2/\hat{I}_N^2 \sim 10^2 = 100$, vgl. Kap. 4) standhalten. Vor allem der Bereich im Wickelkopf ist kritisch, da die

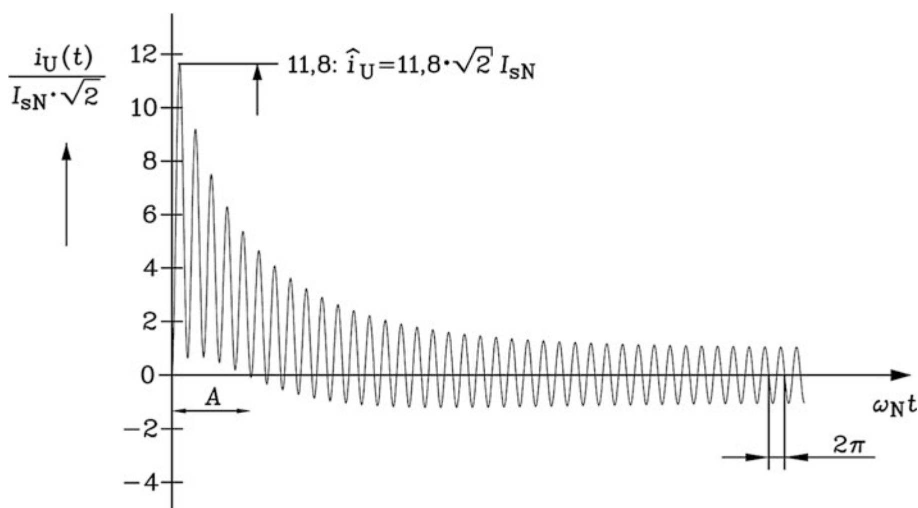


Abb. 16.25 Mit (16.173) berechneter Stoßkurzschlussstrom in Strang U im „worst case" (Kurzschluss im Spannungsnulldurchgang: $\gamma_0 = 0$) mit gegenüber der subtransienten Zeitkonstante deutlich erhöhten Ankerzeitkonstanten (Faktor 3!). Während der Zeitspanne A erfolgen keine Stromnulldurchgänge, sodass ein Wechselstromleistungsschalter den Kurzschlussstrom nicht abschalten kann, da die Lichtbogenlöschung nicht möglich ist

Leiter dort nicht in Nuten liegen, sodass eine ausreichende mechanische Abstützung durch zusätzliche konstruktive Maßnahmen gewährleistet werden muss. Das gegenüber Beispiel 16.12 langsamer abklingende Gleichstromglied verursacht übrigens einen höheren Kurzschlussstrom-Scheitelwert (11.8-facher Bemessungsstromscheitelwert statt 10.8-fach).

Thermische und mechanische Beanspruchung der Ständerwicklung: Quadratisch mit dem hohen Kurzschlussstrom steigen die Stromwärmeverluste an und heizen die Wicklungen auf. Bei z. B. 10-fachem Strom wirken in der Wicklung kurzzeitig die 100-fachen Verluste. Die Stromkräfte zwischen den einzelnen Spulen, die ebenfalls quadratisch mit dem Strom zunehmen, wirken vor allem auf die Stirnverbinder (Brandl 1980), die mechanisch nicht so gut abgestützt sind wie die in den Nuten liegenden Teile der Wicklung. Durch diese hohen Kräfte können die Leiter sich verbiegen und die Leiter-Isolation beschädigen. Daher sind die Wickelkopfabstützungen für den Störfall „Stoßkurzschluss" entsprechend mechanisch zu bemessen (Drubel et al. 2000).

Kraftwerksnaher allpoliger Kurzschluss: Große Generatoren in Kraftwerken weisen Bemessungsspannungen von typisch bis zu 30kV auf. Für die Übertragung der elektrischen Leistung im Hochspannungsnetz sind aber deutlich höhere Spannungen (z. B. 380 kV) erforderlich, um die Ströme und damit die Stromwärmeverluste auf den Freileitungen entsprechend zu verringern. Daher wird zwischen Generator und Freileitung ein so genannter Blocktransformator angeordnet, der die Generatorspannung auf die deutlich höhere Spannung im Hochspannungsnetz hoch transformiert (Bohn 1987). Die drei Stromschienen der Phasen U,V,W, die die Generatorwicklung mit der Primärwicklung des Transformators verbinden, sind in der Regel jede für sich durchgängig mit Aluminiumrohren umkapselt. Ein Kurzschluss direkt an den Generatorklemmen zwischen diesen Stromschienen ist daher praktisch ausgeschlossen. Daher gilt der kraftwerksnahe Kurzschluss an oder nahe den Transformatorklemmen der netzseitigen Sekundärwicklung als schwerwiegendster Störfall (Öding und Oswald 2004). Neben dem symmetrischen, dreipoligen Kurzschluss treten auch unsymmetrische Kurzschlüsse auf, nämlich der zweipolige Kurzschluss zwischen zwei Strängen und der einpolige Kurzschluss zwischen einem Strang und Erde (Böning 1978). Hier wird nur auf den symmetrischen dreipoligen Kurzschluss aus dem Leerlaufbetrieb als rechnerisch einfachsten Fall eingegangen. Beim allpoligen Kurzschluss tritt jedenfalls im Vergleich zu anderen Kurzschlussarten der höchste Scheitelwert des Stoßkurzschlussstroms auf, allerdings nicht die größte Amplitude des Wechselmoments. Im Abschn. 16.5.3 wird das Stoßkurzschlussmoment beim symmetrischen allpoligen Kurzschluss abgeschätzt. Es sei darauf hingewiesen, dass beim unsymmetrischen zweipoligen Kurzschluss zwischen zwei Strängen der Scheitelwert des dynamischen Stoßkurzschluss-Drehmoments um ca. 30 % höher ist („worst case") als beim symmetrischen dreipoligen Kurzschluss, während der Scheitelwert des Stoßkurzschlussstroms etwas kleiner ist (bei $R_s \approx 0$, $L''_d \approx L''_q$ im Verhältnis $\sqrt{3}/2 = 0.866$ kleiner)

(Laible 1952; Böning 1978). Zur Berechnung der Kurzschlussströme für die Generatordimensionierung, die Dimensionierung des Transformators, der benötigten Schalter, Stromschienen, Isolatoren und anderer Anlagenteile im Netz, die vom Kurzschlussstrom beaufschlagt werden, ist der Strom mindernde Einfluss der Impedanz des Blocktransformators zu berücksichtigen. Dies wird im Folgenden erläutert und deshalb kurz auf einige Grundlagen von Transformatoren eingegangen, die genauer z. B. in Bohn (1987), Fischer (2004) nachzulesen sind. Dreiphasige Transformatoren weisen gemäß Abb. 16.26 einen geschlossenen Eisenkreis auf und eine konzentrische Anordnung von Ober- und Unterspannungswicklung der drei Phasen U,V,W auf den drei senkrechten Eisenschenkeln, die durch quer liegende Eisenjoche verbunden sind.

Es ergibt sich wie beim Drehtransformator in Kap. 4 und der Asynchronmaschine in Kap. 5 ein T-Ersatzschaltbild je Strang (Abb. 16.27). Die Frequenz von Strom und Spannung ist ober- und unterspannungsseitig einheitlich Netzfrequenz. In Abb. 16.27 wäre die Primärseite mit dem Index 1 z. B. die Unterspannungsseite (Generatorseite) und die Sekundärseite mit dem Index 2 die Oberspannungsseite (Netzseite) (Richter 1954a).

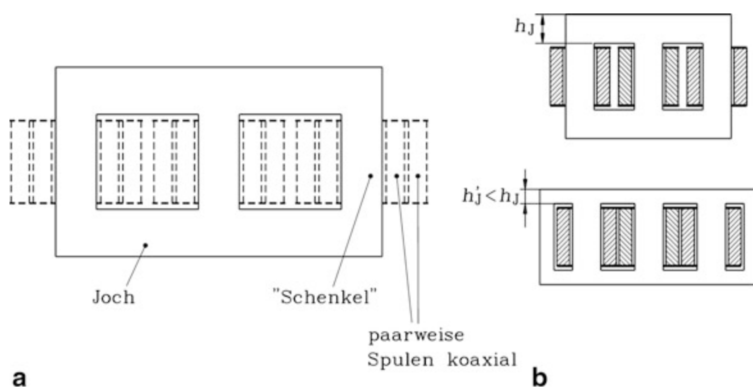


Abb. 16.26 Bauformen von Drehstrom-Transformatoren: (**a**) Dreischenkel-Typ (Kerntyp); Unter- und Oberspannungswicklung sind je Strang koaxial angeordnet, wobei die Unterspannungswicklung die innere, kernnahe Wicklung ist. (**b**) Fünfschenkel-Typ (Manteltyp), unten, im Vergleich zum Dreischenkel-Typ, oben, zur Verringerung der Jochhöhe h_J

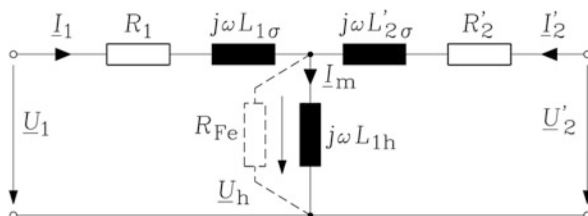


Abb. 16.27 T-Ersatzschaltbild je Strang des Drehstrom-Transformators für zeitlich sinusförmig veränderliche Spannungen, Ströme und Flüsse. Über den Eisenwiderstand R_{Fe} parallel zur Hauptreaktanz werden die Ummagnetisierungsverluste im Eisenkern je Strang berücksichtigt (gestrichelt)

Aufgrund des geschlossenen Eisenkreises ist die Hauptinduktivität bei diesen Transformatoren deutlich höher als bei vergleichbaren Asynchronmaschinen, da Transformatoren keinen Luftspalt haben. Der Magnetisierungsstrom I_{m} beträgt bei großen Transformatoren weniger als 1 % des Bemessungsstroms $I_{1\mathrm{N}}$, sodass er für die Untersuchung von Transformatoren im Netzbetrieb vernachlässigt werden kann. Dies entspricht der Annahme einer unendlich großen Hauptreaktanz $\omega \cdot L_{1\mathrm{h}}$ in Abb. 16.27, was zum vereinfachten Ersatzschaltbild je Strang Abb. 16.28 führt.

Es verbleiben im Ersatzschaltbild je Strang bei Vernachlässigung der Ummagnetisierungsverluste ($R_{\mathrm{Fe}} \to \infty$) die Summe aus den ohm'schen Widerständen der Primär- und Sekundärwicklung und die Summe der primären und sekundären Streureaktanzen. Der Spannungsfall an dieser resultierenden Betriebsimpedanz je Strang bei Bemessungsstrom heißt Kurzschlussspannung.

$$U_{\mathrm{k}} = \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2} \cdot I_{1\mathrm{N}} \tag{16.177}$$

$$u_{\mathrm{R}} = \frac{(R_1 + R_2') \cdot I_{1\mathrm{N}}}{U_{1\mathrm{N}}} = \frac{R_{\mathrm{k}} \cdot I_{1\mathrm{N}}}{U_{1\mathrm{N}}} = r_1 + r_2' \tag{16.178}$$

$$u_{\mathrm{S}} = \frac{(X_{1\sigma} + X_{2\sigma}') \cdot I_{1\mathrm{N}}}{U_{1\mathrm{N}}} = \frac{X_{\mathrm{k}} \cdot I_{1\mathrm{N}}}{U_{1\mathrm{N}}} = x_{\mathrm{k}} \tag{16.179}$$

$$u_{\mathrm{k}} = \sqrt{u_{\mathrm{R}}^2 + u_{\mathrm{S}}^2} = \frac{U_{\mathrm{k}}}{U_{1\mathrm{N}}} \tag{16.180}$$

Da der ohm'sche Anteil der Betriebsimpedanz in der Regel deutlich kleiner als der induktive Anteil ist, kann hier in Abb. 16.28 der ohm'sche Anteil vernachlässigt werden. Mit dieser Vereinfachung ist die auf die Bemessungsspannung bezogene Kurzschlussspannung u_{k} identisch mit der Summe von primärer und sekundärer Streureaktanz je Strang in bezogener Darstellung: $u_{\mathrm{k}} = x_{\mathrm{k}}$. Je größer die Bemessungsleistung der Transformatoren ist, umso größer ist die bezogene Kurzschlussspannung u_{k}. Transformatoren mit Bemessungsleistungen von 1 kVA bis 1000 kVA haben Kurzschlussspannungen von typisch 3 % bis 6 % bzw. 0.03 p.u. bis 0.06 p.u.. Große Leistungstransformatoren mit Bemessungsleistung von 1 bis 1000 MVA haben Kurzschlussspannungen von ca. 6 % bis 16 % und mehr. Bei der Kurzschlussstromberechnung mit allpoligem

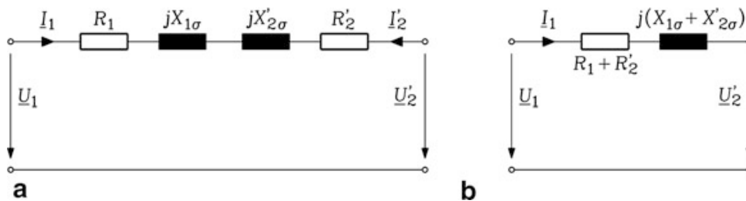


Abb. 16.28 Wegen des kleinen Magnetisierungsstroms wird außer bei Leerlaufbetrieb dieses vereinfachte Ersatzschaltbild je Strang für Transformatoren bei zeitlich sinusförmig veränderlichen Betriebsgrößen verwendet. (**b**) entsteht aus (**a**) durch Zusammenfassung der Primär- und Sekundärgrößen

Kurzschluss an den sekundärseitigen Transformatorklemmen wird die Kurzschlussreaktanz des Transformators x_k zur Streureaktanz $x_{s\sigma}$ der Synchronmaschine addiert. Will man den dämpfenden Einfluss der Stromwärmeverluste im Transformator ebenfalls berücksichtigen, so sind die bezogenen Wicklungswiderstände $r_1 + r_2'$ zum Strangwiderstand r_s der Synchronmaschine zu addieren. Erfolgt der Kurzschluss in einem bestimmten Abstand vom Transformator auf der Freileitung, so sind ohm'scher Widerstand und Reaktanz dieses Leitungsabschnitts ebenfalls zu berücksichtigen.

Allpoliger Kurzschluss bei belasteter Synchronmaschine: Die Anfangsbedingungen für $\psi_{d0}, \psi_{q0}, u_{d0}, u_{q0}, i_{d0}, i_{q0}$, die im vorliegenden Beispiel auf den leerlaufenden Generator zugeschnitten waren, sind natürlich bei einem allgemeinen Zustand der Belastung vor Eintritt des Kurzschlusses entsprechend der stationären Lösung der Gleichungen zu bestimmen und der Rechnung im Laplace-Bereich vorzugeben. Darauf soll hier verzichtet und dafür eine Abschätzung gemacht werden. Die Größe des Kurzschlussstromes hängt im Wesentlichen von der Hauptflussverkettung ab, die gemäß Kap. 8 proportional zur induzierten Hauptfeldspannung U_h ist. Im Leerlauf war $U_h = U_p = U_0$ die Ständerleerlaufspannung, also die Klemmenspannung. Unter Last ist gemäß Kap. 8 je nach Betriebszustand U_h größer oder kleiner als die Klemmenspannung U_s. Sie „treibt" den Kurzschlussstrom. Im generatorischen übererregten Betriebszustand (z. B. Abb. 16.33) ist U_h größer als die Klemmenspannung. Mit der Abschätzung $U_h \approx 1.1 \cdot U_s$ für übererregten Generatorbetrieb bei einer Ständer-Streureaktanz $x_{s\sigma} = 0.15$ und $\cos\varphi_s = -0.8$ ersetzen wir in den Gleichungen für den Stoßkurzschlussstrom u_0 durch $1.1u_0$, sodass der Kurzschlussstrom bei Kurzschluss der belasteten Maschine um 10 % höher ausfällt als bei Kurzschluss der leerlaufenden Maschine.

Allpoliger Kurzschluss der Permanentmagnetsynchronmaschine: Bei permanentmagneterregten Synchronmaschinen ist der Kurzschlussstrom deutlich kleiner als bei elektrisch erregten Synchronmaschinen (Deak und Binder 2006), da die subtransiente und transiente Reaktanz (bei Vernachlässigung von Wirbelströmen in den Läufermagneten und im Läufereisen) identisch mit der Synchronreaktanz sind: $x_d = x_d' = x_d''$. Im „worst case", wenn bei vernachlässigter Dämpfung Wechsel- und Gleichstromkomponenten gleich groß sind, ist der Stoßkurzschlussstrom-Scheitelwert nur doppelt so hoch wie der Scheitelwert des Dauerkurzschlussstroms. Wird bei Läufern mit Oberflächenmagneten die Eisensättigung für *d*- und *q*-Achse etwa gleich groß angenommen, so ist $x_d = x_q$ und daher die Ankerzeitkonstante einfach durch $\tau_a = x_d/r_s$ bestimmt. Die Berechnung des Stosskurzschlussstroms vereinfacht sich dadurch erheblich und kann – anders als in (16.164) – für beliebig große Werte r_s und auch nach vorheriger Belastung $\underline{i}_s \neq 0$ mit den Anfangswerten $i_{d0} = i_d(0)$, $i_{q0} = i_q(0)$ exakt durchgeführt werden (siehe Aufgabe A16.7 in dem begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch"). Für eine beliebige bezogene Drehzahl ω_m folgt statt (16.163) aus (16.113):

$$\begin{pmatrix} r_s + s \cdot \omega_m x_d & -\omega_m x_q \\ \omega_m x_d & r_s + s \cdot \omega_m x_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_d(s) \\ i_q(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_m x_d i_{d0} \\ \omega_m x_d i_{q0} - \omega_m \psi_p / s \end{pmatrix}.$$

Die aus diesem linearen Gleichungssystem zweiter Ordnung mit der Cramer-Regel bestimmten Ausdrücke $i_d(s)$, $i_q(s)$ werden als $i_d(\tau)$, $i_q(\tau)$ in den Zeitbereich Laplace-rücktransformiert und gemäß (16.172) in das ständerfeste Koordinatensystem transformiert, wo über Realteilbildung der Kurzschlussstrom $i_U(\tau)$ im Strang U bestimmt wird. Mit $i_0 = i_{d0} \cdot \cos\gamma_0 - i_{q0} \cdot \sin\gamma_0$ als Anfangbedingung und $u_p = \omega_m \psi_p$ als Polradspannung gilt für $\tau \geq 0$:

$$i_U(\tau) = \left(i_0 - \frac{u_p \cdot (r_s \cdot \sin\gamma_0 - \omega_m x_d \cdot \cos\gamma_0)}{r_s^2 + \omega_m^2 x_d^2}\right) \cdot e^{-\frac{\tau}{\tau_a}} + \\ + \frac{u_p \cdot (r_s \cdot \sin(\omega_m\tau + \gamma_0) - \omega_m x_d \cdot \cos(\omega_m\tau + \gamma_0))}{r_s^2 + \omega_m^2 x_d^2}. \tag{16.181}$$

Der „worst case" im Strang U tritt auf, wenn im Kurzschlusszeitpunkt die Flussverkettung $\psi_{sU}(0)$ mit dem Strang U maximal ist, was für $\gamma_0 + \gamma_\psi = 0$ (also $\gamma_0 = -\gamma_\psi$ in (16.181) eingesetzt) der Fall ist.

$$\psi_{sU}(0) = x_d \cdot (i_{d0}\cos\gamma_0 - i_{q0}\sin\gamma_0) + \psi_p \cos\gamma_0 = \\ = \psi_{sU} \cdot \cos(\gamma_0 + \gamma_\psi) \tag{16.182}$$

$$\psi_{sU} = \sqrt{(x_d i_{d0} + \psi_p)^2 + (x_d i_{q0})^2},\ \gamma_\psi = \arctan\left(\frac{x_d i_{q0}}{x_d i_{d0} + \psi_p}\right) \tag{16.183}$$

Aus (16.181) wird für $r_s << \omega_m x_d$, $\omega_m = 1$, $u_0 = u_p$, $i_{d0} = i_{q0} = 0$ wieder der Ausdruck (16.173) erhalten, wenn $x_d = x_d' = x_d'' = x_q$ gesetzt wird.

16.5.3 Stoßkurzschlussmoment

Die Berechnung des elektromagnetischen Drehmoments kann im Zeitbereich über die Berechnung der Längs- und Querflussverkettung $\psi_d(\tau)$, $\psi_q(\tau)$ aus den Strömen $i_d(\tau)$, $i_q(\tau)$, $i_D(\tau)$, $i_Q(\tau)$, $i_f(\tau)$ mit der Formel $m_e(\tau) = i_q(\tau) \cdot \psi_d(\tau) - i_d(\tau) \cdot \psi_q(\tau)$ erfolgen. Eine einfache Abschätzung gelingt bei Vernachlässigung der Dämpfung, um den „worst case" des Scheitelwerts des Kurzschlussmoments kurz nach Eintreten des Kurzschlusses zu ermitteln. Der Zeitbereich $\tau \to 0$ entspricht im Laplace-Bildbereich dem Bereich $s \to \infty$. Die Reaktanzoperatoren für $s \to \infty$ sind $x_d(s \to \infty) = x_d''$, $x_q(s \to \infty) = x_q''$. Mit den Anfangsbedingungen $i_{d0} = 0$, $i_{q0} = 0$ (Generator-Leerlauf) werden die Flussverkettungen $\psi_d(\tau)$, $\psi_q(\tau)$ kurz nach Eintritt des Stoßkurzschlusses berechnet.

$$\psi_d(s) - \frac{\psi_{d0}}{s} = x_d(s) \cdot \left(i_d(s) - \frac{i_{d0}}{s}\right) \quad \Rightarrow \quad \psi_d(\tau) \cong \psi_{d0} + x_d'' \cdot i_d(\tau) \tag{16.184a}$$

$$\psi_q(s) - \frac{\psi_{q0}}{s} = x_q(s) \cdot \left(i_q(s) - \frac{i_{q0}}{s}\right) \quad \Rightarrow \quad \psi_q(\tau) \cong \psi_{q0} + x_q'' \cdot i_q(\tau) \tag{16.184b}$$

Die Anfangsbedingungen für die Flussverkettungen der Ständerwicklung bei Generatorleerlauf lauten gemäß Abschn. 16.5.2: $\psi_{d0} = u_0$, $\psi_{q0} = 0$. Die d- und q-Stoßkurzschlussstrom-Komponenten bei vernachlässigter Dämpfung folgen aus (16.171).

$$i_\mathrm{d}(\tau) \cong -\frac{u_0}{x''_\mathrm{d}} \cdot [1-\cos\tau] \qquad i_\mathrm{q}(\tau) \cong -\frac{u_0}{x''_\mathrm{q}} \cdot \sin\tau \tag{16.185}$$

und führen zu der d- und q-Komponente der Ständerflussverkettung bei vernachlässigter Dämpfung.

$$\psi_\mathrm{d}(\tau) = u_0 + x''_\mathrm{d} \cdot (-\frac{u_0}{x''_\mathrm{d}}) \cdot [1-\cos\tau] = u_0 \cdot \cos\tau \tag{16.186a}$$

$$\psi_\mathrm{q}(\tau) = x''_\mathrm{q} \cdot (-\frac{u_0}{x''_\mathrm{q}}) \cdot \sin\tau = -u_0 \cdot \sin\tau \tag{16.186b}$$

Aus (16.185) und (16.186) wird das ungedämpfte elektromagnetische Luftspalt-Drehmoment bei Stoßkurzschluss berechnet.

$$\begin{aligned} m_\mathrm{e}(\tau) &= i_\mathrm{q}(\tau) \cdot \psi_\mathrm{d}(\tau) - i_\mathrm{d}(\tau) \cdot \psi_\mathrm{q}(\tau) = \\ &= -\frac{u_0}{x''_\mathrm{q}} \cdot \sin\tau \cdot u_0 \cdot \cos\tau - \frac{u_0}{x''_\mathrm{d}} \cdot [1-\cos\tau] \cdot u_0 \cdot \sin\tau \\ m_\mathrm{e}(\tau) &= -\frac{u_0^2}{x''_\mathrm{d}} \cdot \sin\tau + \frac{u_0^2}{2}\left(\frac{1}{x''_\mathrm{d}} - \frac{1}{x''_\mathrm{q}}\right) \cdot \sin(2\tau) \end{aligned} \tag{16.187}$$

Fazit:
Bei subtransient symmetrischen Synchronmaschinen $x''_\mathrm{d} = x''_\mathrm{q}$ *pulsiert das ungedämpfte dynamische Kurzschluss-Drehmoment mit der mechanischen Drehfrequenz* ω_m *(hier:* $\omega_\mathrm{m} = 1$*) mit der großen Amplitude* u_0^2/x''_d*. Der Mittelwert des Drehmoments ist Null, da die Dämpfung und damit die Verluste in der Maschine vernachlässigt sind, sodass der Maschine im Mittel keine mechanische Leistung und damit kein mittleres Drehmoment zugeführt werden.*

Die Momentenpulsation kommt durch die Kraftwirkung des rotierenden Rotormagnetfelds mit dem räumlich ruhenden Ständermagnetfeld zustande, das von dem Gleichstromglied des Ständerkurzschlussstroms in der Ständerwicklung erregt wird, und damit die durch die mechanische Drehfrequenz des Polrads bestimmte Pulsationskreisfrequenz ω_m des Wechselmoments erklärt. Bei Berücksichtigung der Dämpfung, also des Abklingens des Ständergleichstromglieds, nimmt das mit ω_m pulsierende Drehmoment mit der Ankerzeitkonstante τ_a ab. Der Drehmomentmittelwert $m_\mathrm{e,av}$ ist nun größer als Null, da die mechanisch zugeführte Leistung $p_\mathrm{m} = \omega_\mathrm{m} \cdot m_\mathrm{e,av}$ die Verlustleistung p_d in der Maschine (Stromwärmeverluste in Ständer- und Dämpferwicklung, Stromwärmeverluste des transienten Stroms in der Feldwicklung, Reibungs- und Ummagnetisierungsverluste) decken muss ($p_\mathrm{m} = p_\mathrm{d}$). Trotzdem ist das Verhältnis des Scheitelwerts des Kurzschlussmoments im Verhältnis zum Mittelwert des Drehmoments sehr groß, sodass im Wesentlichen die Maschinenwelle mit einem Wechsel-Torsionsmoment beansprucht wird, dass im ungünstigsten Fall zum Wellenbruch führen kann. Deshalb ist der Durchmesser der Maschinenwelle mit einem

entsprechenden mechanischen Sicherheitszuschlag für den Scheitelwert des Kurzschlusswechselmoments (16.187) zu bemessen. Neben dieser mechanischen Beanspruchung der Generatorwelle sind weitere hohe mechanische Belastungen infolge dynamischer Ausgleichsvorgänge bei der Wellenbemessung zu berücksichtigen, wie z. B. die bereits erwähnte kritische Beanspruchung bei Fehlsynchronisation durch Kurzschlussfortschaltung innerhalb der kritischen Fehlerklärungszeit (siehe Abschn. 16.7).

Es ist zu beachten, dass nicht nur in der Abschätzung (16.187), sondern allgemein das dynamische Drehmoment nicht vom Winkel γ_0 abhängt, der den Einfluss der Flussverkettung zum Zeitpunkt des Kurzschlusses auf die Höhe des Kurzschlussstroms in den einzelnen Strängen bestimmt, denn das Kurzschlussmoment wird von allen drei Strangströmen gemeinsam in Wechselwirkung mit dem Rotorfeld verursacht.

Beispiel 16.14

Berechnung des Scheitelwerts des ungedämpften Kurzschlussmoments für den Synchrongenerator von Bsp. 16.12.

Lösung:
Der auf das Bezugsmoment M_B bezogene Scheitelwert des Drehmoments ist näherungsweise 6.67-fach: $u_0^2/x''_\mathrm{d} = 1/0.15 = 6.67$. Mit dem Bezugsmoment $M_\mathrm{B} = \frac{S_\mathrm{N}}{\omega_\mathrm{N}/p} = \frac{300}{2\pi \cdot 50/12} = 11.46\,\mathrm{MNm}$ erhalten wir den Scheitelwert des Drehmoments zu $6.67 \cdot 11.46 = 76.43\,\mathrm{MNm}$.

Beispiel 16.15

Exakte Formel für das Stoßkurzschlussmoment einer permanentmagneterregten, dämpferlosen Synchronmaschine nach vorangegangenem generatorischem Leerlauf ($r_\mathrm{s} > 0$, $x_\mathrm{d} = x_\mathrm{q} = x'_\mathrm{d} = x''_\mathrm{d} = x''_\mathrm{q}$, bezogene Drehzahl ω_m, Herleitung siehe Aufgabe A16.8 im begleitenden Band „Elektrische Maschinen und Antriebe: Übungsbuch“):

$$m_\mathrm{e}(\tau) = -\frac{\omega_\mathrm{m}\psi_\mathrm{p}^2}{\sqrt{r_\mathrm{s}^2 + (\omega_\mathrm{m}x_\mathrm{d})^2}} \cdot \left[e^{-\frac{\tau}{\tau_\mathrm{a}}} \cdot \sin(\omega_\mathrm{m}\tau - \beta(\omega_\mathrm{m})) + \frac{r_\mathrm{s}}{\sqrt{r_\mathrm{s}^2 + (\omega_\mathrm{m}x_\mathrm{d})^2}} \right]$$

$$\tau_\mathrm{a} = x_\mathrm{d}/r_\mathrm{s}, \quad \beta(\omega_\mathrm{m}) = \arctan\left(\frac{r_\mathrm{s}}{\omega_\mathrm{m}x_\mathrm{d}}\right).$$

Der Dauermomentanteil (zweiter Term) entsteht durch die in „Bremswärme“ umgesetzten Stromwärmeverluste der drei Ständerkurzschlussströme in den Wicklungswiderständen der drei Statorstränge und ist bei $L_\mathrm{d} = L_\mathrm{q}$ identisch mit (9.137), dort in unbezogenen Größen. Bei $r_\mathrm{s} \approx 0$ und $\omega_\mathrm{m} = 1$ verbleibt nur der transiente Anteil (erster Term) als nun nicht abklingender statorfrequenter Wechselanteil, der wegen $x_\mathrm{d} = x''_\mathrm{d} = x''_\mathrm{q}$ identisch mit (16.187) ist.

$$m_\mathrm{e}(\tau) = -\frac{u_0^2}{x_\mathrm{d}} \cdot \sin\tau$$

Da aber bei PM-Synchronmaschinen ohne Dämpferkäfig die subtransient wirkende Reaktanz (abgesehen von einer Wirbelstrombildung in leitfähigen Rotorteilen) gleich der Synchronreaktanz ist, sind Stoßkurzschlussstrom und Stoßkurzschlussmoment wegen $x_d/x_d'' > 1$ deutlich kleiner (z. B. Faktor 1/3 … 1/4) als bei elektrisch erregten Synchronmaschinen gleicher Baugröße mit Dämpferkäfig.

16.5.4 Experimentelle Bestimmung der dynamischen Parameter

Aus dem gemessenen Verlauf des Stoßkurzschlussstroms eines Stranges aus vorhergehendem generatorischem Leerlauf (Leerlauf-Strangspannung u_0) wird dessen Einhüllende bestimmt. Durch Mittelwertbildung der oberen und unteren Hüllkurve wird der Gleichanteil ermittelt und die Einhüllenden des reinen Stoßkurzschluss-Wechselstroms durch Subtraktion des Gleichanteils von der oberen und unteren Hüllkurve gewonnen (Abb. 16.29). Dies entspricht der Kurzschlussrechnung in Abschn. 16.5.2 für den Kurzschluss bei $\gamma_0 = \pi/2$ (Abb. 16.24). Da die subtransienten Reaktanzen für Längs- und Querachse i. A. sich nur wenig unterscheiden, kann mit guter Annäherung eine subtransient symmetrische Maschine unterstellt werden. Damit verschwindet der Einfluss des doppelt netzfrequenten Kurzschlussstroms. Es verbleibt als Einhüllende die Zeitfunktion (16.188) aus Abschn. 16.5.2.

$$i_{s,\text{Hüll}}(\tau) = u_0 \cdot \left[\frac{1}{x_d} + \left(\frac{1}{x_d'} - \frac{1}{x_d}\right) \cdot e^{-\tau/\tau_d'} + \left(\frac{1}{x_d''} - \frac{1}{x_d'}\right) \cdot e^{-\tau/\tau_d''}\right] \tag{16.188}$$

$$I_{s,\text{Hüll}}(t) = U_0 \cdot \left[\frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d}\right) \cdot e^{-t/T_d'} + \left(\frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'}\right) \cdot e^{-t/T_d''}\right] \tag{16.189}$$

$$I_{s,\text{Hüll}}(t) = I_{sk} + \left(I_{sk}' - I_{sk}\right) \cdot e^{-t/T_d'} + \left(I_{sk}'' - I_{sk}'\right) \cdot e^{-t/T_d''} \tag{16.190}$$

Die Kurve (16.190) ist in Abb. 16.29 für das Beispiel $U_0 = U_{sN}$ und $T_d'/T_d'' = 4/0.7$ dargestellt. Aus ihr werden T_d', T_d'', $X_d'' = U_{sN}/I_{sk}''$, $X_d' = U_{sN}/I_{sk}'$ und $X_d = U_{sN}/I_{sk}$ abgelesen.

Wird $\lg\left(I_{s,\text{Hüll}}\right)$ über der Zeit aufgetragen, so ergeben die beiden e-Potenzen in (16.189) annähernd zwei Geraden und erlauben so die Ermittlung der transienten und subtransienten Zeitkonstante T_d', T_d'' und der Reaktanzen X_d, X_d', X_d'' noch besser als in Abb. 16.29. Das Verfahren ist genormt und in IEC 60034-4 dokumentiert.

16.6 Transientes Kippmoment

Ein interessantes Phänomen bei der elektrisch erregten Synchronmaschine ist die Tatsache, dass selbst bei Lastsprüngen, deren Drehmoment (in gewissen Grenzen) über dem stationären Kippmoment M_{p0} liegt $\left(M_L > M_{p0}\right)$, die Synchronmaschine trotzdem kurzfristig

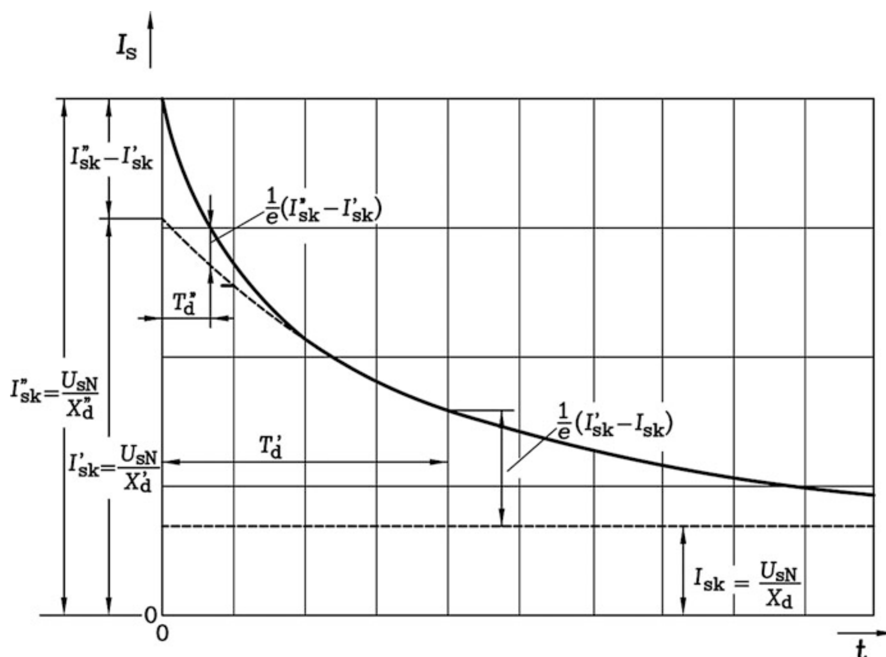


Abb. 16.29 Obere Einhüllende des gemessenen symmetrischen Stoßkurzschluss-Wechselstroms, aus deren Verlauf die transiente, subtransiente und synchrone Reaktanz sowie die transiente und subtransiente Zeitkonstante bestimmt werden können (Annahme: $U_0 = U_{sN}$)

(= innerhalb etwa 2 ... 3 transienten Zeitkonstanten $3T'_d$) stabil bleibt und nicht kippt (El-Serafi 1964). Die elektrisch erregte Synchronmaschine reagiert offenbar nicht mit dem stationären, sondern einem erhöhten „dynamischen" Kippmoment $M_{p,dyn} > M_{p0}$. Dieses Phänomen wird „transiente Stabilität" genannt und erlaubt es dem Erregerstromregler, innerhalb der Zeit $3T'_d$ den Erregerstrom in der Feldwicklung soweit zu erhöhen, dass auch die Stabilität $M_{p0} > M_L$ im nachfolgenden stationären Zustand erfüllt wird, indem M_{p0} durch ein erhöhtes Rotorfeld ausreichend angehoben wird. Wird der Erregerstrom nicht erhöht, so kippt die Maschine nach Abklingen des transienten Ausgleichsstroms in der Feldwicklung, da stationär die Stabilitätsbedingung wegen $M_L > M_{p0}$ verletzt ist. Die transiente Stabilität kann unmittelbar durch Lösen der dynamischen Systemgleichungen bei sprungartiger Erhöhung des Lastmoments $m_L(t)$ nachgewiesen werden, doch kann mit der Vereinfachung einer vernachlässigten Dämpfung des transienten Ausgleichsstroms in der Feldwicklung ihre Wirkung auch analytisch bestimmt werden. Wir verwenden die Gleichungen aus Abschn. 16.3 im per-unit-System. Da i. A. die Drehzahländerung während des kurzen transienten Ausgleichsvorgangs gering ist, wird die Drehzahl als konstant angenommen. Ausgangspunkt ist der Stationärbetrieb der Synchronmaschine vor dem Lastsprung ($\tau \leq 0$), indem die stationäre Lösung der dynamischen Systemgleichungen im rotorfesten Koordinatensystem (Statorspannungs- und Flussverkettungsgleichungen) verwendet wird.

$$u_{\mathrm{d}0} = r_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{d}0} - \omega_{\mathrm{s}} \psi_{\mathrm{q}0} = r_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{d}0} - \omega_{\mathrm{s}} x_{\mathrm{q}} i_{\mathrm{q}0} \tag{16.191}$$

$$u_{\mathrm{q}0} = r_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{q}0} + \omega_{\mathrm{s}} \psi_{\mathrm{d}0} = r_{\mathrm{s}} i_{\mathrm{q}0} + \omega_{\mathrm{s}} x_{\mathrm{d}} i_{\mathrm{d}0} + \omega_{\mathrm{s}} x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f}0} \tag{16.192}$$

$$\psi_{\mathrm{d}0} = x_{\mathrm{d}} i_{\mathrm{d}0} + x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f}0}, \qquad \psi_{\mathrm{q}0} = x_{\mathrm{q}} i_{\mathrm{q}0} \tag{16.193}$$

$$\psi_{\mathrm{f}0} = x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d}0} + x_{\mathrm{f}} i_{\mathrm{f}0} \tag{16.194}$$

Die Polradspannung im Stationärbetrieb ist

$$u_{\mathrm{p}0} = \omega_{\mathrm{s}} x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f}0} \tag{16.195}$$

und der Ständerstrom in seinen beiden Komponenten

$$i_{\mathrm{d}0} = (\psi_{\mathrm{d}0} - x_{\mathrm{dh}} \cdot i_{\mathrm{f}0})/x_{\mathrm{d}} = (\psi_{\mathrm{d}0} - u_{\mathrm{p}0}/\omega_{\mathrm{s}})/x_{\mathrm{d}}, \quad i_{\mathrm{q}0} = \psi_{\mathrm{q}0}/x_{\mathrm{q}}. \tag{16.196}$$

Nach einem plötzlichen Lastsprung erhöht sich der Polradwinkel rasch, und es werden in der Dämpfer- und Feldwicklung Ausgleichsströme durch Spannungsinduktion hervorgerufen. Nach etwa drei subtransienten Zeitkonstanten $3\tau_{\mathrm{d}}''$ sind die Dämpferströme abgeklungen. Während des transienten Zustands der Synchronmaschine $3\tau_{\mathrm{d}}'' < \tau < 3\tau_{\mathrm{d}}'$ fließt in der Feldwicklung zusätzlich zum Erreger-Gleichstrom ein transienter Feldstrom und erregt ein zusätzliches Magnetfeld, das in Wechselwirkung mit dem Ständerstromsystem versucht, den ursprünglichen Polradwinkel aufrecht zu erhalten und so ein stabilisierendes Drehmoment erzeugt. Für diesen transienten Strom in der Feldwicklung wirkt die speisende Quelle der Erreger-Gleichspannung (z. B. der Erregerstromrichter) bei vernachlässigtem Innenwiderstand wie ein Kurzschluss:

$$0 = r_{\mathrm{f}} \cdot i_{\mathrm{f}}(\tau) + \frac{d\psi_{\mathrm{f}}(\tau)}{d\tau}. \tag{16.197}$$

Wir vernachlässigen vereinbarungsgemäß die Dämpfung dieses transienten Ausgleichsstroms durch Vernachlässigung des Widerstands r_{f} der Erregerwicklung und erhalten $d\psi_{\mathrm{f}}/d\tau = 0 \Rightarrow \psi_{\mathrm{f}} = \text{konst.} = \psi_{\mathrm{f}0}$. Die Flussverkettung der Feldwicklung bleibt somit während des transienten Zustands der elektrisch erregten Synchronmaschine annähernd konstant.

$$\psi_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d}} + x_{\mathrm{f}} i_{\mathrm{f}} = \text{konst.} = x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d}0} + x_{\mathrm{f}} i_{\mathrm{f}0} \tag{16.198}$$

Der resultierende Erregerstrom i_{f} in der Feldwicklung, der sich aus dem Erregergleichstrom $i_{\mathrm{f}0}$ und dem transienten Ausgleichsstrom zusammensetzt, wird aus der Bedingung bestimmt, dass die Flussverkettung ψ_{f} konstant bleibt.

$$i_{\mathrm{f}} = (\psi_{\mathrm{f}} - x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d}})/x_{\mathrm{f}} \tag{16.199}$$

Mit (16.199) wird die transiente Ständerflussverkettung berechnet.

$$\begin{aligned} \psi_{\mathrm{d}} &= x_{\mathrm{d}} i_{\mathrm{d}} + x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{d}} i_{\mathrm{d}} - (x_{\mathrm{dh}}^2/x_{\mathrm{f}}) \cdot i_{\mathrm{d}} + (x_{\mathrm{dh}}/x_{\mathrm{f}}) \cdot \psi_{\mathrm{f}} = \\ &= x_{\mathrm{d}}' i_{\mathrm{d}} + (x_{\mathrm{dh}}/x_{\mathrm{f}}) \cdot \psi_{\mathrm{f}} \end{aligned} \tag{16.200}$$

Dabei tritt die in Abschn. 16.3 definierte transiente Induktivität x'_{d} als wirksame Ständerinduktivität je Strang auf. Für die Spannungskomponente in der Querachse folgt damit (16.201).

$$u_{\mathrm{q}} = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{q}} + \omega_{\mathrm{s}} \cdot \psi_{\mathrm{d}} = r_{\mathrm{s}} \cdot i_{\mathrm{q}} + \omega_{\mathrm{s}} x'_{\mathrm{d}} \cdot i_{\mathrm{d}} + (x_{\mathrm{dh}}/x_{\mathrm{f}}) \cdot \omega_{\mathrm{s}} \psi_{\mathrm{f}} \tag{16.201}$$

In (16.201) tritt die transiente Polradspannung u'_{p}

$$u'_{\mathrm{p}} = \frac{x_{\mathrm{dh}}}{x_{\mathrm{f}}} \omega_{\mathrm{s}} \psi_{\mathrm{f}} \tag{16.202}$$

als Spannung „hinter der transienten Reaktanz“ auf, die auch häufig u'_{q} genannt wird. In manchen Lehrbüchern (Müller und Ponick 2009) wird u'_{p} als komplexer Zeiger $\underline{u}'_{\mathrm{p}} = u'_{\mathrm{d}} + ju'_{\mathrm{q}}$ ($r_{\mathrm{s}} \cong 0$) gemäß $\underline{u}'_{\mathrm{p}} + j\omega_{\mathrm{s}} x'_{\mathrm{d}} \underline{i}_{\mathrm{s}} = \underline{u}_{\mathrm{s}}$ definiert, dessen Komponente in der q-Achse, von der d-Flussverkettung induziert, die Größe u'_{q} ist. Da aber nur die Flussverkettung in der d-Achse eine transient wirksame Reaktanz x'_{d} aufweist, die Flussverkettung in der q-Achse aber die transient wirksame Reaktanz x_{q}, wird hier diese Definition nur für die Spannungskomponente in der q-Achse verwendet: $u'_{\mathrm{p}} + \omega_{\mathrm{s}} x'_{\mathrm{d}} i_{\mathrm{d}} = u_{\mathrm{q}}$. Wir bestimmen $u'_{\mathrm{p}} = u'_{\mathrm{q}}$ mit (16.195), (16.198) und der Umformung $x^2_{\mathrm{dh}}/x_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{d}} - x'_{\mathrm{d}}$ (siehe (16.201)) aus (16.202) aus den stationären Größen u_{p} und i_{d0}.

$$u'_{\mathrm{p}} = \frac{x_{\mathrm{dh}}}{x_{\mathrm{f}}} \omega_{\mathrm{s}} (x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{d0}} + x_{\mathrm{f}} i_{\mathrm{f0}}) = \omega_{\mathrm{s}} \frac{x^2_{\mathrm{dh}}}{x_{\mathrm{f}}} i_{\mathrm{d0}} + \omega_{\mathrm{s}} x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f0}} \tag{16.203}$$

$$u'_{\mathrm{p}} = \omega_{\mathrm{s}} \cdot (x_{\mathrm{d}} - x'_{\mathrm{d}}) \cdot i_{\mathrm{d0}} + u_{\mathrm{p}} \tag{16.204}$$

Wir lernen daraus, dass die transiente Polradspannung aus dem stationären Zeigerdiagramm dadurch zu gewinnen ist, dass in der q-Achse zur stationären Polradspannung u_{p} der Spannungsfall $\omega_{\mathrm{s}}(x_{\mathrm{d}} - x'_{\mathrm{d}}) \cdot i_{\mathrm{d0}}$ zu addieren ist, wobei der stationäre Wert des d-Stroms i_{d0} zu verwenden ist. Anders ausgedrückt: Werden die Gleichungen für die q-Komponente der Ständerspannung in der q-Achse im stationären (16.192) und transienten Zustand (16.201) verglichen, fällt auf:

a) An die Stelle der Synchroninduktivität x_{d} ist die transiente Induktivität x'_{d} getreten.
b) An die Stelle der Rotorflussverkettung mit der Ständerwicklung $\psi_{\mathrm{f}} = x_{\mathrm{dh}} i_{\mathrm{f0}}$, die die Polradspannung u_{p} induzierte, ist der kleinere Wert $(x_{\mathrm{dh}}/x_{\mathrm{f}}) \cdot \psi_{\mathrm{f}}$ getreten. Es wird somit anstelle der Polradspannung u_{p} die kleinere transiente Polradspannung u'_{p} induziert.

In der Querachse sind die transiente und die synchrone Induktivität bzw. Reaktanz gleich groß: $x'_{\mathrm{q}} = x_{\mathrm{q}}$; folglich sind die stationäre und transiente q-Ständerflussverkettung identisch und damit auch die von ihnen verursachte d-Komponente der Ständerspannung.

Mit diesen Erkenntnissen werden im Folgenden für eine Vollpolmaschine $\left(x_{\mathrm{d}} = x_{\mathrm{q}}\right)$ das Strom- und Spannungs-Raumzeigerdiagramm je Strang im rotorfesten Koordinatensystem für den transienten Zustand beispielhaft in unbezogenen Größen gezeichnet (Abb. 16.30). Im Vergleich zum Zeigerdiagramm für Synchronbetrieb, ebenfalls in

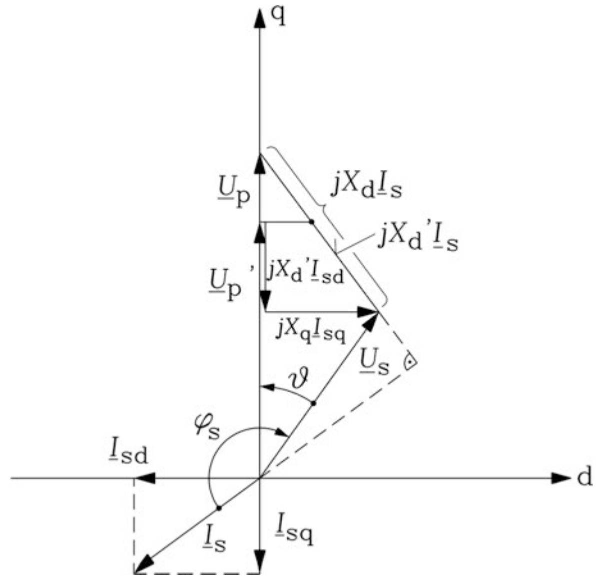


Abb. 16.30 Stationäres und transientes Strom- und Spannungsraumzeigerdiagramm (auch als stationäres Zeitzeigerdiagramm gemäß Kap. 8 zu interpretieren) für die elektrische erregte Vollpolmaschine ($X'_q = X_q = X_d$, $X'_d < X_d$, vernachlässigter Ständerwiderstand $R_s = 0$): Übererregter Generatorbetrieb. Für stationären und transienten Betrieb sind dieselben Stator-Strom- und Spannungszeiger angenommen

Abb. 16.30 dargestellt, müssen anstelle u_p die transiente Polradspannung u'_p und anstelle der Synchronlängsreaktanz x_d die transienten Längsreaktanz x'_d verwendet werden. In Abb. 16.30 sind das stationäre und das transiente Zeigerdiagramm für denselben Ständer-Stromraumzeiger $\underline{I}_s = \underline{I}_{sd} + \underline{I}_{sq}$ dargestellt. Der Ständerwicklungswiderstand ist vernachlässigt. Die Ständerspannung $\underline{U}_s$ ist durch das starre Netz vorgegeben. Die Spannung $\underline{U}'_p$ wird aus der Polradspannung $\underline{U}_p$ des vorherigen Stationärzustands über (16.204) gewonnen.

Aus dem Zeigerdiagramm Abb. 16.30 für die Vollpolmaschine im transienten Betrieb wird die elektrische Leistung der Maschine $P_{e,dyn}$ bei vernachlässigten Verlusten und daraus ihre maximale Leistung, die „transiente Kippleistung", abgeleitet. Für die d- und q-Komponente der vorgegebenen Netzspannung je Strang lauten die unbezogenen Spannungsgleichungen:

$$U_d = -X_q I_q = -X_d I_q, \qquad U_q = X'_d I_d + U'_p \tag{16.205}$$

$$\underline{U}_s = U_d + jU_q, \quad \underline{I}_s = I_d + jI_q. \tag{16.206}$$

Die Strom- und Spannungskomponenten werden in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ ausgedrückt.

$$U_d = U_s \cdot \sin\vartheta, \quad U_q = U_s \cdot \cos\vartheta \tag{16.207a}$$

$$I_d = (U_q - U'_p)/X'_d, \quad I_q = -U_d/X_d \tag{16.207b}$$

Die elektrische Leistung im transienten Zustand wird damit in Abhängigkeit von ϑ berechnet.

$$P_{\mathrm{e,dyn}} = m_{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{Re}\left\{\underline{U}_{\mathrm{s}} \cdot \underline{I}_{\mathrm{s}}^{*}\right\} = m_{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{Re}\left\{(U_{\mathrm{d}} + jU_{\mathrm{q}}) \cdot (I_{\mathrm{d}} - jI_{\mathrm{q}})\right\} = \tag{16.208}$$

$$= m_{\mathrm{s}} \cdot (U_{\mathrm{d}} I_{\mathrm{d}} + U_{\mathrm{q}} I_{\mathrm{q}})$$

$$P_{\mathrm{e,dyn}} = m_{\mathrm{s}} \cdot U_{\mathrm{d}} \cdot \left(-\frac{U'_{\mathrm{p}} - U_{\mathrm{q}}}{X'_{\mathrm{d}}} - \frac{U_{\mathrm{q}}}{X_{\mathrm{d}}}\right)$$

$$P_{\mathrm{e,dyn}} = -m_{\mathrm{s}} \cdot \left(\frac{U_{\mathrm{s}} U'_{\mathrm{p}}}{X'_{\mathrm{d}}} \sin\vartheta - \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{2}\left(\frac{1}{X'_{\mathrm{d}}} - \frac{1}{X_{\mathrm{d}}}\right)\sin(2\vartheta)\right) \tag{16.209}$$

Wie das nachfolgende Beispiel 16.16 zeigt, ist trotz der kleineren transienten Polradspannung $U'_{\mathrm{p}} < U_{\mathrm{p}}$ die dynamische Kippleistung $P_{\mathrm{e,dyn,p}}$ größer als die stationäre Kippleistung $P_{\mathrm{e,p0}}$, da die transiente Reaktanz der Längsachse X'_{d} deutlich kleiner als die synchrone Reaktanz X_{d} ist. Dies gilt in gleicher Weise auch für das dynamische Kippmoment $M_{\mathrm{p,dyn}} = P_{\mathrm{e,dyn,p}}/\Omega_{\mathrm{syn}}$.

$$M_{\mathrm{p,dyn}} > M_{\mathrm{p,0}} \tag{16.210}$$

Kippleistung und Kippmoment treten bei einem höheren Kippwinkel $\vartheta_{\mathrm{p,dyn}}$ als im Stationärbetrieb auf.

$$\vartheta_{\mathrm{p,dyn}} > \vartheta_{\mathrm{p,0}} \tag{16.211}$$

Fazit:
Während des transienten Zustands hängen die elektrische und mechanische Leistung $P_{\mathrm{e,dyn}}(\vartheta)$ der elektrisch erregten Synchronmaschine gemäß Abb. 16.31 von U_{s} und U'_{p} und nicht von U_{p} ab! Die transiente Leistung $P_{\mathrm{e,dyn}}(\vartheta)$ der Vollpolmaschine hat – wie die stationäre elektrische Leistung der Schenkelpolmaschine $P_{\mathrm{e}}(\vartheta)$ – auch eine Abhängigkeit von 2ϑ, da im transienten Zustand die Reaktanzen der d- und q-Achse unterschiedlich sind: $X'_{\mathrm{d}} \neq X'_{\mathrm{q}} = X_{\mathrm{q}} = X_{\mathrm{d}}$. Dieses „dynamische Reluktanzmoment“ ist proportional zu $\sin 2\vartheta$. Wegen $X'_{\mathrm{d}} < X_{\mathrm{d}}$ hat es ein zum synchronen Reluktanzmoment der Schenkelpolmaschine (für

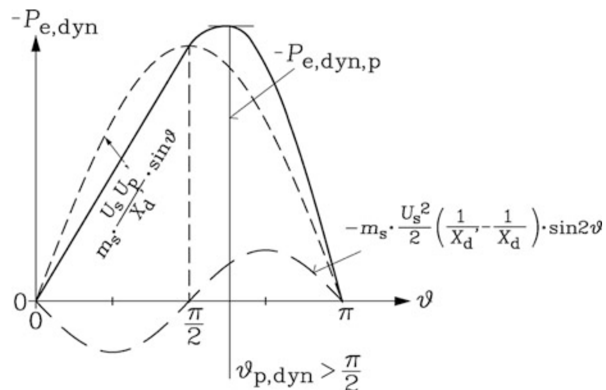


Abb. 16.31 Abhängigkeit der transienten Leistung $P_{\mathrm{e,dyn}}$ der elektrisch erregten Vollpolmaschine im Generatorbetrieb ($X'_{\mathrm{q}} = X_{\mathrm{q}} = X_{\mathrm{d}}$, $X'_{\mathrm{d}} < X_{\mathrm{d}}$, vernachlässigter Ständerwiderstand $R_{\mathrm{s}} = 0$)

$X_q < X_d$) entgegengesetztes Vorzeichen (vgl. Kap. 8 und 10) und schwächt damit den zu $\sin\vartheta$ proportionalen Momentenanteil aus Stator- und Rotorfeld. Folglich ist der transiente Polrad-Kippwinkel $\vartheta_{p,dyn}$, bei dem die maximale Leistung („transiente oder dynamische Kippleistung" $P_{e,dyn,p}$) auftritt, im Gegensatz zur Schenkelpolmaschine im Stationärbetrieb nicht kleiner, sondern größer als 90°.

Beispiel 16.16

Berechnen Sie die stationäre und die zu dieser Erregung gehörende dynamische (bzw. transiente) Kippleistung eines übererregten Vollpol-Synchrongenerators mit den Daten: $u_s = 1$, $i_s = 1$, $\vartheta_N = 45°$, $x_d = 1$, $x'_d = 0.3$, $r_s \approx 0$.

Lösung:
a) Kippleistung im Stationärbetrieb:
Aus Abb. 16.32 erhalten wir die Polradspannung bei Bemessungsbetrieb:

- $u_p = u_s / \sin(\vartheta_N) = 1.41$ p.u.
- Der Kippwinkel im Stationärbetrieb ist gemäß Kap. 8 $\vartheta_{p0} = 90°$.
- Die Kippleistung im stationären Generatorbetrieb ist im Verbraucherzählpfeilsystem negativ und beträgt gemäß Kap. 8 $P_{e,p0}/(m_s U_N I_N) = -u_s u_p / x_d = -1.41$ p.u.

b) Dynamische (transiente) Kippleistung:
Aus (16.204) erhalten wir die transiente Polradspannung.

$$u'_p = U'_p / U_N = u_s \cos\vartheta_N + i_s x'_d \cos(\pi - \vartheta_N) = 0.71 + 0.3 \cdot 0.71 = 0.92$$

Der dynamische Kippwinkel $\vartheta_{p,dyn}$ wird über die maximale elektrische Leistung als Extremwertaufgabe $d\left(p_{e,dyn}\right)/d\vartheta = 0$ ermittelt. Die Ableitung der bezogenen transienten Leistung (16.209)

$$p_{e,dyn} = P_{e,dyn} / (m_s U_N I_N) = -A \cdot \sin\vartheta + B \cdot \sin(2\vartheta)$$

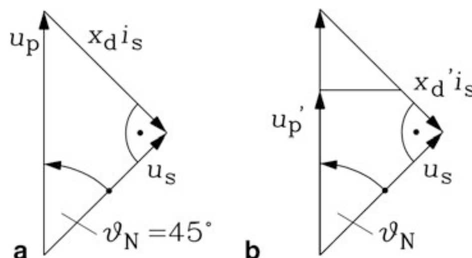


Abb. 16.32 Spannungszeigerdiagramm zu Beispiel 16.16 im (**a**) stationären und (**b**) transienten Betriebszustand bei Betrieb mit dem Bemessungspolradwinkel $\vartheta_N = 45°$, der Bemessungsspannung und dem Bemessungsstrom für einen übererregten Synchron-Vollpol-Generator: $X'_q = X_q = X_d$, $X'_d < X_d$, ($R_s = 0$)

nach dem Polradwinkel $d\left(p_{\mathrm{e,dyn}}\right)/d\vartheta$ mit den Abkürzungen

$$A = u_{\mathrm{s}} u'_{\mathrm{p}} / x'_{\mathrm{d}} = 3.07, \quad B = \frac{u_{\mathrm{s}}^2}{2}\left(\frac{1}{x'_{\mathrm{d}}} - \frac{1}{x_{\mathrm{d}}}\right) = 1.17$$

führt auf den dynamischen Kippwinkel 116.84°.

$$dp_{\mathrm{e,dyn}}/d\vartheta = 0 \Rightarrow \cos(\vartheta_{\mathrm{p,dyn}}) = \frac{A}{8B} - \sqrt{\left(\frac{A}{8B}\right)^2 + \frac{1}{2}} = -0.4515$$

$$\Rightarrow \qquad \vartheta_{\mathrm{p,dyn}} = 116.84^\circ > 90^\circ$$

Die zugehörige dynamische Kippleistung erhält man durch Einsetzen des Kippwinkels in die Leistungsgleichung.

$$p_{\mathrm{e,p,dyn}} = P_{\mathrm{e,p,dyn}}/(m_{\mathrm{s}} U_{\mathrm{N}} I_{\mathrm{N}}) = -A \cdot \sin\vartheta_{\mathrm{p,dyn}} + B \cdot \sin(2\vartheta_{\mathrm{p,dyn}}) = -3.68$$

Fazit:
Während des transienten Betriebszustands ist die verfügbare Kippleistung gegenüber dem Stationärbetrieb deutlich erhöht. Im Beispiel 16.16 beträgt der Vergrößerungsfaktor 2.6 (3.68/1.41 = 2.6). In gleicher Weise erhöht sich das dynamische Kippmoment $M_{\mathrm{p,dyn}}$, das bei einem gegenüber dem Stationärbetrieb erhöhten Polradwinkel $\vartheta_{\mathrm{p,dyn}}$ auftritt.

Die hier vorgestellte Rechnung für das Verhalten im transienten Zustand stellt hinsichtlich der Überlastfähigkeit eine „best case"-Abschätzung dar, da die Verluste vernachlässigt wurden. Für eine quantitativ genaue Rechnung müssen die dynamischen Systemgleichungen gelöst werden. Der praktische Nutzen der „transienten" Stabilität liegt in dem Vorteil, dass selbst bei Lastsprüngen, die stationär zum Kippen der Maschine führen würden, weil das statische Kippmoment M_{p0} und der zugehörige Kippwinkel (bei der Vollpolmaschine 90°) überschritten würden, die Maschine u. U. während der kurzen Zeitspanne von etwa drei transienten Zeitkonstanten (ca. 1 ... 3 s) im Synchronismus verbleibt. In dieser Zeitspanne kann durch einen Feldstromregler bereits eine Anhebung des Erregerstroms erfolgen, um die Maschine auch anschließend stationär im Synchronismus zu halten. Bei langsamer Steigerung der Belastung (= z. B. rampenartige Zunahme des Lastmoments mit einer Rampenzeit, die deutlich länger als die transiente Zeitkonstante ist), wird kein transienter Ausgleichsstrom in der Feldwicklung hervorgerufen, sodass dessen Stützwirkung entfällt. In diesem Fall wird das Betriebsverhalten der Synchronmaschine durch Aneinanderreihen stationärer Betriebspunkte beschrieben, deren Stabilitätsgrenze durch das stationäre Kippmoment M_{p0} beschrieben wird.

Bei Schenkelpol-Synchronmaschinen mit elektrischer Erregung kann in gleicher Weise wie hier beschrieben die Erhöhung des Kippmoments im transienten Zustand berechnet werden (Laible 1952). Für die Näherungsrechnung mit $R_{\mathrm{s}} = 0$ ergibt die Rechnung (16.205) ... (16.209) für $X_{\mathrm{d}} \neq X_{\mathrm{q}}$ die dynamische Kippleistung (16.212) der Schenkelpolmaschine.

$$P_{\mathrm{e,dyn}} = -m_{\mathrm{s}} \cdot \left(\frac{U_{\mathrm{s}} U'_{\mathrm{p}}}{X'_{\mathrm{d}}} \cdot \sin\vartheta - \frac{U_{\mathrm{s}}^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{X'_{\mathrm{d}}} - \frac{1}{X_{\mathrm{q}}} \right) \cdot \sin(2\vartheta) \right) \tag{16.212}$$

16.7 Transiente Stabilität und kritische Fehlerklärungszeit

Eine Anwendung des transienten Betriebsverhaltens der Synchronmaschine ist die transiente Stabilität und die Bestimmung der kritischen Fehlerklärungszeit (Öding und Oswald 2004). Tritt ein plötzlicher Kurzschluss mit der Folge des hohen dynamischen Kurzschlussstroms auf, so wird dies über Stromwandler erfasst. Allerdings werden der Generator und der Blocktransformator eines Kraftwerks, die auf diesen Kurzschluss speisen, nicht sofort vom Netz getrennt, sondern es wird über das Schutzsystem des Netzes versucht, den Fehler zu orten und die betroffenen Netzabschnitte über Leistungsschalter abzuschalten (Fehlerfortschaltung), ohne die speisenden Generatoren vom Netz zu nehmen. Da während des Kurzschlusses die mittlere Leistungsabgabe der Generatoren je nach Distanz zwischen Kurzschlussort und Generator verringert ist (bei Klemmenkurzschluss wäre sie nahezu Null), die antreibenden Turbinen aber nicht so rasch in ihrer Antriebsleistung verringert werden können, werden die Generatorsätze beschleunigt, sodass deren Polradwinkel zunimmt. Wenn nach erfolgter Fehlerfortschaltung die Netzspannung an den Generatorklemmen in voller Höhe wiederkehrt, ist nicht sichergestellt, dass der Generator wieder auf das Netz synchronisiert, denn durch seine Beschleunigung sind der Polradwinkel und die Drehzahl angewachsen. Interessant ist nun, dass auch bei Polradwinkeln, die größer als der statische Kippwinkel sind, aufgrund der transienten Stabilität ein Synchronisieren noch möglich sein kann. Diese Synchronisierung erfolgt mit einem dynamischen Ausgleichsvorgang, bei dem allerdings große Ströme und Momente auftreten können. Grund für diese mögliche Synchronisierung ist das im vorhergehenden Abschnitt erläuterte transiente Betriebsverhalten der Synchronmaschine mit dem gegenüber dem statischen Kippmoment deutlich größeren dynamischen Kippmoment. Jene maximal zulässige Zeit zwischen dem Auftreten des Fehlers (hier des Netzkurzschlusses) und der Fehlerfortschaltung, sodass noch eine Synchronisierung der Synchronmaschine auf das Netz möglich ist, nennt man kritische Fehlerklärungszeit. Wird diese überschritten, so ist auch trotz des dynamischen Stabilitätsverhaltens der Synchronmaschine keine Synchronisierung mehr möglich. Der Generator kippt und wird von der Generatorschutzeinrichtung über den Generatorschalter vom Netz getrennt. Es muss dann über die Synchronisierungseinrichtung die Maschine erneut an das Netz geschaltet werden, wie in Kap. 8 erläutert wurde. Eine brauchbare Abschätzung der kritischen Fehlerklärungszeit wird im Folgenden dargestellt, die sich der transienten Momentenkurve des vorhergehenden Abschnitts bedient. In Abb. 16.33 ist das stationäre Zeigerdiagramm einer Vollpolmaschine im übererregten Generatorbetrieb dargestellt, wobei der Spannungsfall an der Transformator-Kurzschlussreaktanz (vgl. Abb. 16.28) ebenfalls eingetragen ist. Die dahinter liegende Spannung ist die Netzspannung $\underline{U}_{\mathrm{Netz}}$. Die Widerstände der Statorwicklung und der Transformatorwicklungen sind vernachlässigt. Neben dem Polradwinkel

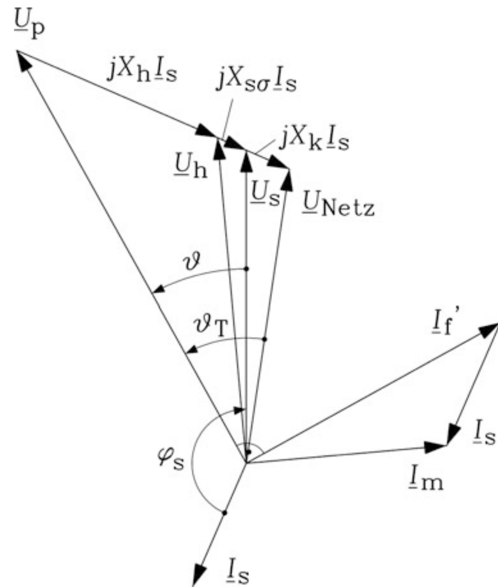


Abb. 16.33 Zeigerdiagramm einer Synchron-Vollpolmaschine im stationären, übererregten Generatorbetrieb inklusive dem Spannungsfall an der Kurzschlussreaktanz X_k des vorgeschalteten Blocktransformators. Die ohm'schen Spannungsfälle sind vernachlässigt

ϑ zwischen Polradspannung und Klemmenspannung des Generators ist auch der größere Polradwinkel ϑ_T zwischen Polradspannung und Netzspannung dargestellt. Der in Abb. 16.33 dargestellte Betriebszustand ist der stationäre Ausgangspunkt vor Eintritt des Kurzschlusses. Nach Auftreten des Kurzschlusses wirkt die transiente Momentenkurve der Synchronmaschine gemäß Abb. 16.34. Das antreibende Turbinenmoment M_s beschleunigt den Generatorläufer, sodass der Läuferwinkel γ zunimmt. Es ist angenommen, dass der Kurzschluss nahe am Generator stattfindet, sodass das mittlere elektromagnetische Drehmoment M_e der Synchronmaschine Null ist, denn beim generatornahen Kurzschluss gemäß Abschn. 16.5.3 ist das Stoßkurzschlussmoment nahezu ein reines Wechselmoment.

$$J \cdot \frac{\ddot{\gamma}}{p} = M_\mathrm{e} - M_\mathrm{s} = -M_\mathrm{s} \tag{16.213}$$

Beim generatorfernen Kurzschluss im vermaschten Netz verbleibt auch nach dem Kurzschluss eine nun verringerte Einspeiseleistung des Generators, die einem mittleren elektrischen Drehmoment der Maschine entspricht. Dieser Fall wird hier nicht betrachtet. Er kann z. B. in Öding und Oswald 2004 nachgelesen werden. Die Winkelzunahme von γ wird durch zweimalige Integration von (16.213) berechnet.

$$\gamma = -p \cdot \frac{M_\mathrm{s}}{J} \cdot \frac{t^2}{2} + \dot{\gamma}_0 \cdot t + \gamma_0 \tag{16.214}$$

Dabei ist J das Trägheitsmoment des Generator-Turbinensatzes und γ_0 der Läuferwinkel in elektrischen Graden zum Zeitpunkt des Fehlereintritts $t = 0$. Im

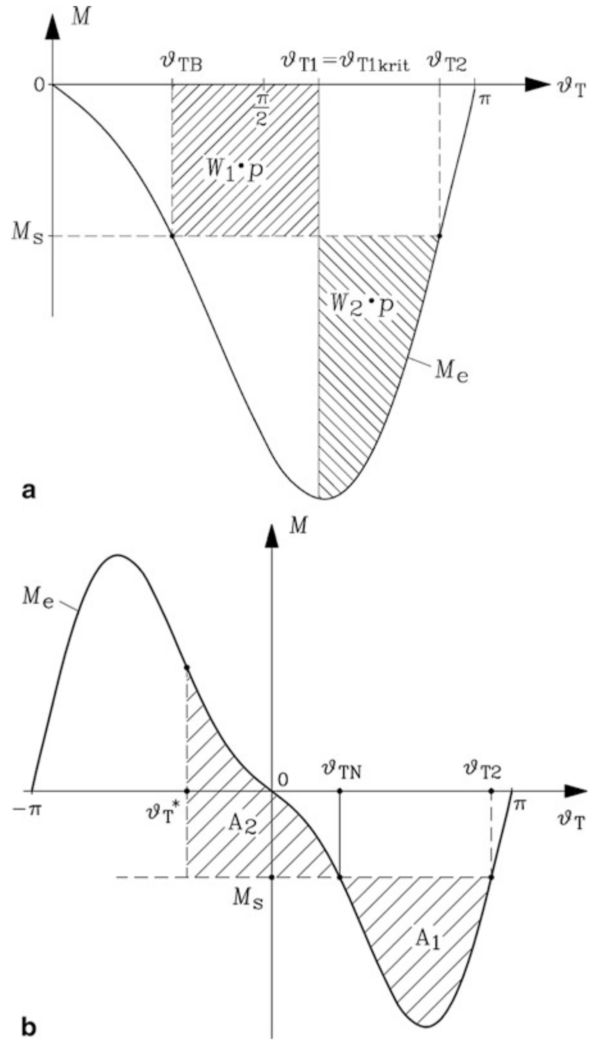


Abb. 16.34 Transient wirksames elektromagnetisches Drehmoment M_e in Abhängigkeit des Polradwinkels ϑ_T (vgl. Abb. 16.33) bei Generatorbetrieb der Synchron-Vollpolmaschine. (**a**) Die vom Turbinenmoment M_s geleistete Arbeit W_1 zur Beschleunigung der rotierenden Massen ist als Rechteckfläche $W_1 \cdot p$ schraffiert dargestellt, und führt zur Vergrößerung des Polradwinkels von ϑ_{TB} auf ϑ_{T1}. Der stationäre Betriebspunkt ϑ_{TB} als Ausgangspunkt liegt sowohl auf der dazu ermittelten transienten Momentenkurve als auch auf der vorhergehenden stationären Momentenkurve (vgl. Kap. 8 und Bsp. 16.17). (**b**) Flächenabgleich zur Berechnung der transienten Pendelfrequenz

Verbraucherzählpfeilsystem ist das antreibende Turbinenmoment M_s negativ und daher $-M_s$ positiv, sodass γ quadratisch mit der Zeit zunimmt. Die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_m zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die synchrone Winkelgeschwindigkeit Ω_{syn}.

$$\frac{d\gamma}{dt} = \Omega_m \cdot p = -p \cdot \frac{M_s}{J} \cdot t + \dot{\gamma}_0 \bigg|_{t=0} = \dot{\gamma}_0 = \Omega_{syn} \cdot p \qquad (16.215)$$

Der Polradwinkel ϑ_T ist die Differenz aus dem Läuferwinkel γ, den das Polrad überstreicht, und dem Ständerwinkel γ_s, den das mit der Ständerwicklung verkettete resultierende ständerseitige Magnetfeld überstreicht. Dieses resultierende ständerseitige

Magnetfeld umfasst hier auch das Streufeld im Transformator, deshalb beschreibt der Winkel ϑ_T letztlich den Phasenwinkel zwischen dem Zeiger der Polradspannung und dem Zeiger der Netzspannung $\underline{U}_{Netz}$ des starren Netzes, das den Transformator speist (Abb. 16.33).

$$\vartheta_T = \gamma - \gamma_s \tag{16.216}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist ϑ_T der Polradwinkel im stationären Betrieb ϑ_{TB}.

$$\vartheta_T(t = 0) = \vartheta_{TB} = \gamma_0 - \gamma_{s0} \tag{16.217}$$

Die Polradwinkeländerung zum Zeitpunkt $t = 0$ ist Null.

$$\dot{\vartheta}_T(t = 0) = \dot{\gamma}_0 - \dot{\gamma}_{s0} = \left(\Omega_{syn} - \Omega_{syn}\right) \cdot p = 0. \tag{16.218}$$

Daraus folgt mit (16.214) die zeitliche Zunahme des Polradwinkels ϑ_T.

$$\vartheta_T = -p \cdot \frac{M_s}{J} \cdot \frac{t^2}{2} + \dot{\vartheta}_0 \cdot t + \vartheta_0 = -p \cdot \frac{M_s}{J} \cdot \frac{t^2}{2} + \vartheta_{TB}. \tag{16.219}$$

Wir berechnen die Wirkung der Beschleunigung der rotierenden Massen zwischen zwei Zeitpunkten t_0 und t_1.

$$\frac{J}{p} \cdot \ddot{\gamma} = M_e - M_s \Bigg| \cdot \frac{\dot{\gamma}}{p} \Rightarrow \frac{J}{p^2} \cdot \ddot{\gamma} \cdot \dot{\gamma} = \frac{J}{p^2} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{\gamma}^2}{2}\right) = \frac{M_e - M_s}{p} \cdot \frac{d\gamma}{dt} \tag{16.220}$$

Durch Integration der rechten Seite von (16.220) erhalten wir eine Drehmomentfläche (16.222). Beachten Sie, dass ϑ_T in elektrischen Graden gezählt wird, also ϑ_T/p in mechanischen Graden, sodass die Drehmomentfläche als „Drehmoment x mechanischer Winkel" der vom Drehmoment geleisteten mechanischen Arbeit entspricht.

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{J}{p^2} \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{\gamma}^2}{2}\right) \cdot dt = \frac{J}{p^2} \cdot \frac{\dot{\gamma}^2}{2}\Bigg|_{\dot{\gamma}_0}^{\dot{\gamma}_1} = J \cdot \left(\frac{\Omega_{m1}^2}{2} - \frac{\Omega_{m0}^2}{2}\right) \tag{16.221}$$

Gemäß (16.220) folgt durch Integration der rechten Seite:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{M_e - M_s}{p} \cdot \frac{d\gamma}{dt} \cdot dt = \int_{\gamma_0}^{\gamma_1} \frac{M_e - M_s}{p} \cdot d\gamma = \int_{\vartheta_{T0}}^{\vartheta_{T1}} \frac{M_e - M_s}{p} \cdot d\vartheta_T \tag{16.222}$$

Die zu $d\gamma$ korrespondierende Änderung des Polradwinkels ist gemäß (16.216) $d\vartheta_T$, was in (16.222) verwendet wurde.

Fazit:
Die Änderung der kinetischen Bewegungsenergie der rotierenden Massen ist als Fläche unter der Kurve $M(\vartheta_T)$ im Drehmoment-Polradwinkel-Diagramm in Abb. 16.34 sichtbar.

Die Arbeit W_b zum Beschleunigen der rotierenden Massen

$$W_\mathrm{b} = \int_{\vartheta_\mathrm{T0}}^{\vartheta_\mathrm{T1}} \frac{M_\mathrm{e} - M_\mathrm{s}}{p} \cdot d\vartheta_\mathrm{T} \qquad (16.223)$$

entspricht im $M(\vartheta_\mathrm{T})$-Diagramm der Fläche $W_\mathrm{b} \cdot p$, da ϑ_T in elektrischen Graden gezählt wird, also p-mal so groß ist wie der zugehörige überstrichene Winkel in mechanischen Graden. Dabei ist bei der Berechnung des transienten Drehmoments $M_\mathrm{e}(\vartheta_\mathrm{T}) = P_\mathrm{e,dyn}(\vartheta_\mathrm{T})/\Omega_\mathrm{syn}$ aus (16.209) als Spannung vor dem Eintritt des Kurzschlusses die Netzspannung U_Netz anstelle von U_s zu verwenden, da der Kurzschluss an den Transformator-Sekundärklemmen stattfindet. Ebenso ist der Polradwinkel ϑ_T anstatt ϑ zu verwenden (Abb. 16.33). Die Transformator-Kurzschlussreaktanz X_k muss deshalb additiv gemäß $X_\mathrm{d} + X_\mathrm{k}$, $X'_\mathrm{d} + X_\mathrm{k}$ in (16.209) berücksichtigt werden.

Ausgehend von $\vartheta_\mathrm{T0} = \vartheta_\mathrm{TB}$, dem Betriebspunkt auf der stationären Momentenkennlinie gemäß Kap. 8, beschleunigt das Turbinenmoment M_s gemäß der Fläche $W_\mathrm{b} \cdot p = W_1 \cdot p$ in Abb. 16.34a die rotierenden Massen von $\Omega_\mathrm{m0} = \Omega_\mathrm{syn}$ auf die höhere Winkelgeschwindigkeit Ω_m1 zum Zeitpunkt t_1. Es tritt der größere Polradwinkel ϑ_T1 auf. Beachten Sie, dass aufgrund des Wechsels von der stationären zur transienten Momentenkurve der Ausgangsbetriebspunkt $\vartheta_\mathrm{T0} = \vartheta_\mathrm{TB}$ nicht auf der transienten Momentenkurve liegt. Dies ist durch den von uns vorgenommenen „abrupten" Wechsel vom stationären zum transienten Maschinenmodell verursacht. Bei einer numerischen Lösung der dynamischen Systemgleichungen würde so eine „Diskontinuität" natürlich nicht auftreten. Nun wird der Fehler fort geschaltet, die Netzspannung kehrt an den Generatorklemmen zurück, und dieser bremst mit dem transienten Drehmoment M_e. Die bremsende Arbeit $W_\mathrm{b} = W_2$ des resultierenden Moments $M_\mathrm{e} - M_\mathrm{s}$ ist in Abb. 16.34a als schraffierte Fläche $W_2 \cdot p$ dargestellt. Während sich der Polradwinkel ϑ_T weiter vergrößert, sinkt die Drehzahl wieder ab. Bei $W_2 = W_1$ wird wieder die synchrone Winkelgeschwindigkeit Ω_syn erreicht. Ab diesem Zeitpunkt läuft der Generator wieder synchron am Netz. Der Grenzfall, wo jener maximale Zuschaltwinkel $\vartheta_\mathrm{T1} = \vartheta_\mathrm{T1krit}$ auftritt, bei dem noch $W_2 = W_1$ möglich ist, ist in Abb. 16.34a gezeigt. Diesem Winkel entspricht die kritische Fehlerklärungszeit t_krit. Bei größeren Winkeln ϑ_T1 und ϑ_T2 als in Abb. 16.34a wird die Fläche W_2 zwischen diesen beiden Winkeln kleiner als W_1, sodass die sich einstellende Drehzahl höher als die Synchrondrehzahl ist. Der Generator läuft übersynchron, sodass keine Selbstsynchronisation mehr erfolgt. Aus (16.219) folgt für die Bedingung $W_2 = W_1$ die kritische Fehlerklärungszeit.

$$\vartheta_\mathrm{T1krit} = -p \cdot \frac{M_\mathrm{s}}{J} \cdot \frac{t_\mathrm{krit}^2}{2} + \vartheta_\mathrm{TB} \qquad (16.224)$$

Bei Vernachlässigung der Verluste im Generator folgt mit

$$M_\mathrm{s} = P/\Omega_\mathrm{syn} = S_\mathrm{N} \cdot \cos\varphi_\mathrm{s}/\Omega_\mathrm{syn} \qquad (16.225)$$

und der und der Nenn-Anlaufdauer T_J aus Abschn. 14.6 gemäß

$$T_J = J \cdot \frac{\omega_N}{p \cdot M_B} = J \cdot \frac{\omega_N^2}{p^2 \cdot S_N} \tag{16.226}$$

aus (16.224) die kritische Fehlerklärungszeit (16.227).

$$t_{krit} = \sqrt{(\vartheta_{T1krit} - \vartheta_{TB}) \cdot \frac{2T_J}{\omega_N \cdot (-\cos\varphi_s)}} \tag{16.227}$$

Im hier verwendeten Verbraucher-Zählpfeilsystem sind im Generatorbetrieb $-\cos\varphi_s > 0$ und $\vartheta_T > 0$. Im Motorbetrieb sind $-\cos\varphi_s < 0$ und $\vartheta_T < 0$, sodass in jedem Fall der Ausdruck unter der Wurzel in (16.227) positiv ist.

Fazit:
Mithilfe der transienten Stabilität wird die kritische Fehlerklärungszeit t_{krit} für eine erfolgreiche Selbstsynchronisation der Synchronmaschine beim Wiederzuschalten ans Netz bestimmt. Diese Zeit ist umso größer, je größer das Trägheitsmoment der rotierenden Massen ist. Deshalb wird bei kleineren Generatorsätzen im unteren MW-Bereich, bei denen das Eigenträgheitsmoment von Generator und Turbine relativ klein ist, das Gesamtträgheitsmoment durch ein zusätzliches Schwungrad künstlich erhöht.

Beispiel 16.17

Berechnen Sie die kritische Fehlerklärungszeit für einen zweipoligen Turbogenerator in einem thermischen Kraftwerk mit den Generatordaten:
Bemessungsscheinleistung $S_N = 850\,\text{MVA}$, 50 Hz; Nenn-Anlaufdauer $T_J = 5.4\,\text{s}$; Leistungsfaktor bei Bemessungsbetrieb: $\cos\varphi_s = \cos\varphi_N = -0.9$; Reaktanzen: $x_d = 1.85\,\text{p.u.}$; $x'_d = 0.29\,\text{p.u.}$

Die Kurzschlussreaktanz des Blocktransformators ist $x_k = 0.16\,\text{p.u.}$

1. Berechnen Sie im Stationärbetrieb im Bemessungspunkt mithilfe des Zeigerdiagramms die Polradspannung u_p, die Polradwinkel $\vartheta = \vartheta_N$ und $\vartheta_T = \vartheta_{TN}$ und die Netzspannung u_{Netz} an den Transformator-Sekundärklemmen!
2. Bestimmen Sie die transiente Polradspannung u'_p und die Zahlenwertgleichung für das transiente Drehmoment $m_e(\vartheta_T)$!
3. Bestimmen Sie gemäß Abb. 16.34a mit den Ergebnissen von 1) und 2) die Polradwinkel ϑ_{T1krit} und ϑ_{T2} und daraus die kritische Fehlerklärungszeit t_{krit} für sichere Selbstsynchronisation nach dem Wiederzuschalten des Generators ans Netz nach vorangegangenem Kurzschluss an den Transformator-Netzklemmen!

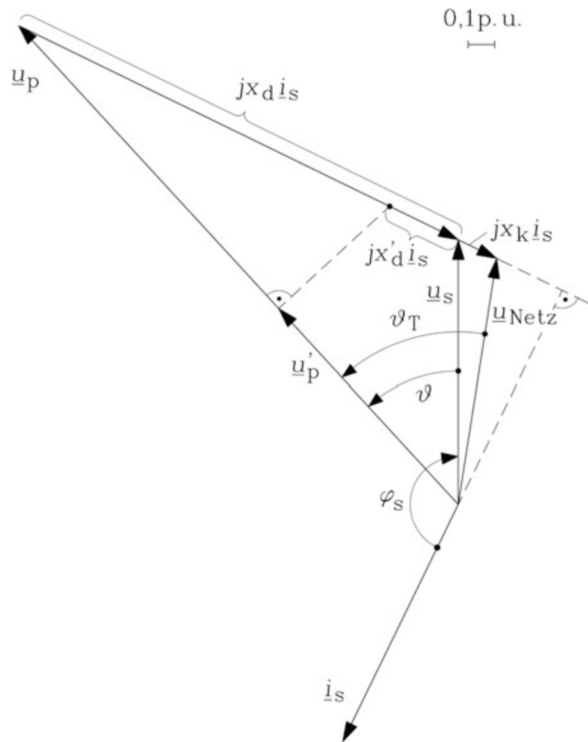


Abb. 16.35 Zeigerdiagramm des Synchron-Vollpolgenerators von Bsp. 16.17 im Bemessungspunkt inklusive dem Spannungsfall an der Kurzschlussreaktanz X_k des vorgeschalteten Blocktransformators. Die ohm'schen Spannungsfälle sind vernachlässigt. Zusätzlich ist die transiente Polradspannung u'_p eingetragen

Lösung:

1) Aus dem Zeigerdiagramm Abb. 16.35 für den generatorischen Bemessungsbetrieb bei Bemessungsspannung und Bemessungsstrom $u_s = 1$, $i_s = 1$ werden folgende Betriebsparameter abgelesen, die auch durch analytische Rechnung über die Dreiecksbeziehungen im Zeigerdiagramm kontrolliert wurden:

$$\vartheta_N = 42.7°,\ \vartheta_{TN} = 51.5°,\ u_p = 2.46,\ u_{Netz} = 0.94.$$

2) Aus dem Zeigerdiagramm Abb. 16.35 erhält man die transiente Polradspannung $u'_p = 1.005$ p.u.. Wegen

$$\frac{P_{e,dyn}}{S_N} = p_{e,dyn} = m_e = \frac{M_e \cdot \omega_N}{p \cdot S_N} = \frac{M_e}{M_B}$$

ist die Formel für die bezogene dynamische Wirkleistung aus Abschn. 16.6 auch für das bezogene transiente elektromagnetische Drehmoment gültig. Da der Kurzschluss an den Sekundärklemmen des Transformators erfolgt, sind dessen Reaktanz, die Netzspannung und der Polradwinkel im Bezug auf die Netzspannung zu verwenden.

$$m_{\mathrm{e}}\left(\vartheta_{\mathrm{T}}\right)=-\frac{u_{\mathrm{Netz}} u_{\mathrm{p}}^{\prime}}{x_{\mathrm{d}}^{\prime}+x_{\mathrm{k}}} \cdot \sin \vartheta_{\mathrm{T}}+\frac{u_{\mathrm{Netz}}^2}{2} \cdot\left(\frac{1}{x_{\mathrm{d}}^{\prime}+x_{\mathrm{k}}}-\frac{1}{x_{\mathrm{d}}+x_{\mathrm{k}}}\right) \cdot \sin \left(2 \vartheta_{\mathrm{T}}\right)$$
$$m_{\mathrm{e}}\left(\vartheta_{\mathrm{T}}\right)=-2.099 \cdot \sin \vartheta_{\mathrm{T}}+0.762 \cdot \sin \left(2 \vartheta_{\mathrm{T}}\right)$$

3) Wegen $M_{\mathrm{s}} = P/\Omega_{\mathrm{syn}} = S_{\mathrm{N}} \cos\varphi_{\mathrm{s}}/\Omega_{\mathrm{syn}}$ ist $m_{\mathrm{s}} = \cos\varphi_{\mathrm{s}} = -0.9$. Mit diesem Turbinenmoment m_{s} = konst. als horizontale Gerade im Drehmoment-Polradwinkel-Diagramm und der Kennlinie $m_{\mathrm{e}}(\vartheta_{\mathrm{T}})$ ergibt sich bei deren Schnittpunkt gemäß Abb. 16.34a der Polradwinkel $\vartheta_{\mathrm{T2}} = 165.4°$ bzw. 2.887 rad. Durch numerische Integration wird über die Bedingung $W_1 = W_2$ der Winkel $\vartheta_{\mathrm{T1krit}} = 1.980$ rad bzw. 113.45° erhalten. Daraus folgt die kritische Fehlerklärungszeit zu 203 ms oder zehn Netzperioden. Als Ausgangs-Polradwinkel ist $\vartheta_{\mathrm{TB}} = \vartheta_{\mathrm{TN}} = 51.5°$ bzw. 0.899 rad zu verwenden.

$$t_{\mathrm{krit}}=\sqrt{\left(\vartheta_{\mathrm{T1krit}}-\vartheta_{\mathrm{TB}}\right) \cdot \frac{2 T_{\mathrm{J}}}{\omega_{\mathrm{N}} \cdot\left(-\cos \varphi_{\mathrm{s}}\right)}}=\sqrt{(1.98-0.899) \cdot \frac{2 \cdot 5.4}{2 \pi 50 \cdot 0.9}}$$
$$t_{\mathrm{krit}}=0.203\ \mathrm{s}$$

Bei transient stabilem Verhalten kommt mit Erreichen des maximalen Winkels ϑ_{T2} in Abb. 16.34a die gegenüber der Netzkreisfrequenz voreilende Pendelschwingung der Generatorsatzwelle zur Ruhe und beginnt zurückzuschwingen. Ursache dafür ist der Bremsmomentüberschuss des transienten Bremsmoments, der als Fläche A_1 in Abb. 16.34b dargestellt ist. Die Welle bleibt nun hinter der Synchrondrehzahl zurück. Der auf der transienten Momentenkurve sich einstellende stationäre Arbeitspunkt bei ϑ_{TN} wird mit maximaler Geschwindigkeitsdifferenz durchlaufen, der Nacheilwinkel wächst weiter, bis bei ϑ_{T}^* das Zurückschwingen gestoppt wird, weil das Beschleunigungsmoment entsprechend der Fläche A_2 das bremsende entsprechend Fläche A_1 gerade kompensiert. Ohne die hier vernachlässigte Dämpfung würde die Welle dauernd zwischen den maximalen Vorlauf- und Nacheilwinkeln ϑ_{T2} und ϑ_{T}^* hin und her schwingen.

$$A_1=\int_{\vartheta_{\mathrm{TN}}}^{\vartheta_{\mathrm{T2}}} \frac{M_{\mathrm{e}}-M_{\mathrm{s}}}{p} \cdot d \vartheta_{\mathrm{T}} \tag{16.228}$$

$$A_2=-\int_{\vartheta_{\mathrm{T}}^*}^{\vartheta_{\mathrm{TN}}} \frac{M_{\mathrm{e}}-M_{\mathrm{s}}}{p} \cdot d \vartheta_{\mathrm{T}} \tag{16.229}$$

Gleichsetzen der Lösungen beider Integrale erlaubt die Auflösung nach ϑ_{T}^*. Die beim Bewegen des Läufers zwischen ϑ_{T}^* und ϑ_{T2} verstreichende Zeit kann berechnet werden und daraus die ungedämpfte Pendel-Torsionsfrequenz ermittelt werden. Man erhält für das Beispiel 16.17 (850 MVA-Generator) eine Pendelfrequenz von ca. 1.5 Hz. Sie wird einerseits durch die transiente Momentenkurve, also das Niveau der bremsenden und beschleunigenden transienten Momente, aber auch durch das resultierende Massenträgheitsmoment des Generatorsatzes bestimmt.

Beanspruchung durch die Kurzschlussfortschaltung innerhalb der kritischen Fehlerklärungszeit: Die bei der Herleitung der kritischen Fehlerklärungszeit angenommenen Vereinfachungen:

a) einer konzentrierten rotierenden Masse mit dem Trägheitsmoment J,
b) des Modells der transienten Stabilität für die Beschreibung der Synchronmaschine und
c) einer einzigen elektrischen Leitung vom Generator zum starren Netz

können bei genaueren Berechnungen schrittweise durch verfeinerte Modelle ersetzt werden. Anstelle des Modells der transienten Stabilität kann direkt das dynamische Gleichungssystem der Synchronmaschine aus Abschn. 16.2 verwendet werden. Damit werden auch die dynamischen Momentenanteile beim Auftreten des Kurzschlusses und bei der Wiederkehr der Klemmenspannung berechnet, wobei der Schaltaugenblick der Spannungswiederkehr relativ zur augenblicklichen Polradlage von entscheidender Bedeutung für die Höhe des dynamischen Momentenstoßes ist. Die schrittweise numerische Lösung der dynamischen Gleichungen zeigt auch unmittelbar, ob sich die Synchronmaschine nach der Spannungswiederkehr selbst synchronisiert oder nicht, d. h. ob sich ein stationärer Arbeitspunkt einstellt. Das mechanische Modell kann ebenfalls verfeinert werden. Abb. 16.36a zeigt schematisch den Wellenstrang eines Dampfturbosatzes eines thermischen Kraftwerks, bestehend aus der Hochdruckdampfturbine HD, der doppelflutig ausgeführten Mitteldruckdampfturbine MD und den beiden nachgeschalteten doppelflutig ausgeführten Niederdruckdampfturbinen ND1 und ND2. Sie sind über die Kupplungen 1, 2 und 3 gekuppelt. Über Kupplung 4 ist der Synchrongenerator G in Vollpolausführung gekuppelt, der über die bürstenlose Erregermaschine BER erregt wird (vgl. Kap. 8), die über Kupplung 5 an den Generator geflanscht ist. Die sechs Trägheitsmomente J_{HD}, J_{MD}, J_{ND1}, J_{ND2}, J_{G} und J_{BER} sind über die fünf elastischen Kupplungen mit den Drehfederkonstanten c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 torsionselastisch verbunden. In Kap. 9 wurde anhand eines Zwei-Massen-Schwingers mit zwei Trägheitsmomenten J_1 und J_2 und einer elastischen Kupplung c gezeigt, dass dieses System eine mechanische Torsionseigenfrequenz besitzt. Bei der Anordnung in Abb. 16.36a erhöht sich die Anzahl der Torsionseigenfrequenzen (Wiedemann und Kellenberger 1967), sodass sich die Gefahr erhöht, dass die Frequenz des Wechselanteils des dynamischen Luftspaltmoments im Generator bzw. des Ausgleichsmoments bei der Spannungswiederkehr in der Nähe einer dieser Eigenfrequenzen liegt. Dann stellen sich resonanzartig überhöhte Kupplungsmomente ein, die zu einem Wellenbruch bzw. Kupplungsbruch führen können.

Anstelle des einfachen Netzmodells (Abb. 16.33) treten in der Praxis vermaschte Netzkonfigurationen auf, z. B. zwei parallele Leitungen wie in Abb. 16.36b oder Leitungsabzweige bzw. Stichleitungen zu einzelnen Verbrauchern. In Abb. 16.36b tritt der Kurzschluss nur auf einer der beiden Parallelleitungen auf. Für den Generator und für das starre Netz wirkt dies als allpoliger Kurzschluss, sodass an den Transformatorabgangsklemmen die Spannung auf Null zusammenbricht. Die mit numerischer Integration berechneten Verläufe des dynamischen Luftspaltmoments im Generator m_{e} und des

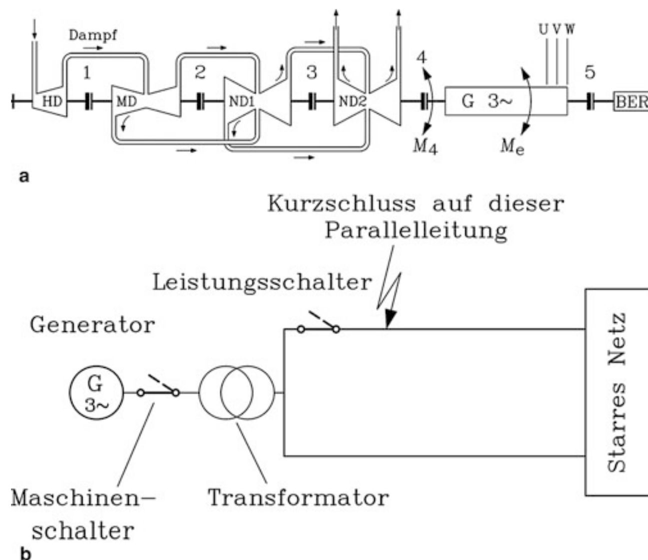


Abb. 16.36 (**a**) Schematische Darstellung des Wellenstrangs eines Dampfturbosatzes in einem thermischen Kraftwerk, bestehend aus Hochdruck-, Mitteldruck- und Niederdruckteil HD, MD, ND1, ND2, dem Synchrongenerator G und der bürstenlosen Erregermaschine BER sowie den Kupplungen 1 bis 5. Das Kupplungsmoment M_4 und das Luftspaltmoment M_e sind in Abb. 16.37 für eine Kurzschlussfortschaltung rechnerisch dargestellt. (**b**) Der Generator G ist über den Blocktransformator und zwei parallele Leitungen mit dem starren Netz verbunden. Auf der oberen Parallelleitung findet ein allpoliger plötzlicher Kurzschluss statt

Kupplungsmoments m_4 in Abb. 16.37 zeigen nach Auftreten des Kurzschlusses das in Abschn. 16.5.3 beschriebene Pendeln des Luftspaltmoments mit der Statorfrequenz f_s. Die dadurch angeregte Torsionsschwingung des Wellenstrangs ist eine Überlagerung von mehreren Torsionseigenschwingungen unterschiedlicher Eigenfrequenzen und der erzwungenen Schwingung mit der Anregefrequenz f_s. Dies zeigt auch der Verlauf des Moments m_4. Da Synchrongeneratoren gemäß der Norm IEC 60034-3 der Kurzschlussbelastung standhalten müssen, erfolgt, wie erwähnt, keine automatische Freischaltung des Generators G über den Maschinenschalter (Abb. 16.36b). Man lässt den Generator auf den Kurzschluss speisen und aktiviert den Netzschutz. Dieser muss innerhalb der kritischen Fehlerklärungszeit den Netzfehler finden. Ansonsten wird danach der Generator vom Netz genommen. Im Beispiel von Abb. 16.37 wird der Fehler nach etwa 190 ms und damit noch innerhalb der kritischen Fehlerklärungszeit gefunden, und es wird die fehlerhafte Parallelleitung in Abb. 16.36b abgeschaltet. Der Generator bleibt mit dem starren Netz über die andere Leitung verbunden. An den Generatorklemmen erscheint durch das Wegschalten der fehlerhaften Leitung schlagartig die Netzspannung des starren Netzes. Es gibt eine Fehlsynchronisation, weil der Generatorläufer während des Kurzschlusses durch die antreibende Turbine, wie oben erwähnt, leicht beschleunigt worden ist (Abb. 16.37). Der Zeitpunkt dieser Netzspannungswiederkehr unterliegt dem

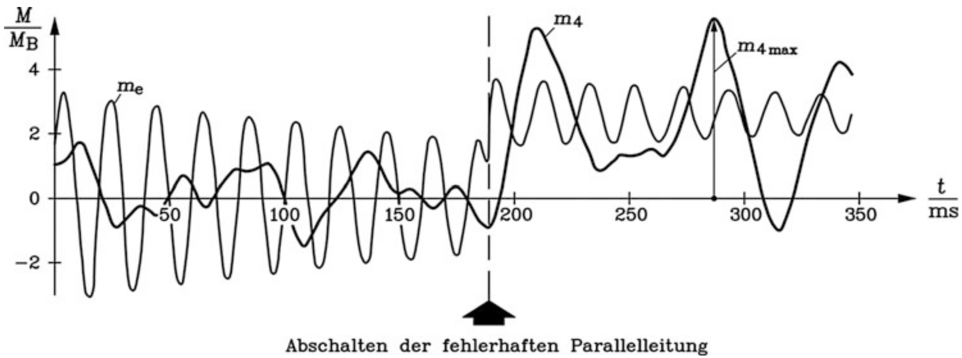


Abb. 16.37 Berechnetes elektrisches Luftspaltmoment m_e und Kupplungsmoment m_4 für den Störfall eines Kurzschlusses gemäß Abb. 16.36 zum Zeitpunkt $t = 0$ und Abschalten der fehlerhaften Leitung zum Zeitpunkt $t = 190$ ms (Quelle: Liese, TU Dresden)

Zufall. Im ungünstigsten Fall erfolgt die Fehlsynchronisation mit einer Phasenwinkeldifferenz von 120° zwischen den Phasenspannungen von Generator und Netz. Dies führt zu den größtmöglichen Torsionsmomenten der Turbosatzwelle, wie man durch ausführliche numerische Berechnung zeigen kann. In Abb. 16.37 liegt dieser Fall in etwa vor. Abhängig von diesem Schaltaugenblick, dem damit auftretenden Moment und den damit verbundenen Drehwinkelausschlägen zu diesem Zeitpunkt ergibt sich nun ein neuer elektrischer und mechanischer Ausgleichsvorgang, der dazu führen kann, dass durch Torsionsresonanz das Kupplungsmoment m_4 sogar größere Werte aufweist als vor dem Freischalten, wie dies Abb. 16.37 eindrucksvoll zeigt.

Fazit:
Das Torsionsfeder-Drehmasse-System des Wellenstrangs wird bei Auftreten eines Kurzschlusses stoßartig angeregt und führt danach Torsionsschwingungen aus, die durch die Nähe der Anregefrequenz zu den zahlreichen Torsionseigenfrequenzen des Feder-Masse-Systems bestimmt sind. Wegen des nicht mit der Anregefrequenz koordinierten Einschwingverhaltens des Wellenstrangs erfolgen Anregungen und Bremsungen der Torsionsschwingungen in nicht elementar vorhersehbarer Weise. Bei der Einleitung der Fehlsynchronisation durch Wegschalten der als fehlerhaft erkannten Leitung aus dem Netz („Fehlerfortschaltung") verursacht der Generator ein weiteres dynamisches Luftspaltmoment, das nun, abhängig vom Augenblick der Fehlerfortschaltung, zu Kupplungsmomenten führen kann, die das elektrische Luftspaltmoment erheblich übertreffen.

Daher wird die Rechnung für unterschiedliche Fehlerfortschaltaugenblicke wiederholt, um den ungünstigsten Fall mit größtmöglichen Torsionsmomenten zu ermitteln. In gleicher Weise werden die anderen Kupplungsmomente m_1, m_2, m_3 und m_5 im mechanischen Schwingungssystem berechnet und analysiert. Die Analyse kann zur Umdimensionierung der Welle führen, wenn Torsionseigenfrequenzen des Wellenstrangs zu nahe an den

Anregefrequenzen des Generatormoments liegen. Der Generator muss die Fehlsynchronisation normgemäß nicht aushalten. Eine Verformung der Wickelköpfe durch große Wickelkopfkräfte könnte auftreten. Die Fehlsynchronisation wird daher eine Inspektion des Generators und eventuell auch eine Reparatur im Wickelkopf zur Folge haben. Es darf aber nach allgemeinem Verständnis der Kraftwerksbetreiber keine irreparablen Wellenschäden geben. Bei ungünstigen Zuschaltwinkeln der Netzspannung sind aber die auftretenden Torsionsmomente so groß, dass sie eine Ermüdung des Wellenstahls zur Folge haben. Die Auslegung der Welle und der Kupplungen erfolgt z. B. so, dass je Fehlerfortschaltung und Fehlsynchronisation etwa 15 % der Wellenlebensdauer, bezogen auf eine torsionale Wechselbeanspruchung, als Ermüdung des Wellenstahls verbraucht werden. Der Wellenstrang würde damit theoretisch sieben ($1/0.15 \cong 7$) Fehlsynchronisationen standhalten, bevor es zum Wellenbruch kommt. Dies ist in modernen und entsprechend sicheren Netzen eine faktisch unerreichbar große Zahl für einen einzelnen Generator-Turbinen-Satz. Dieses Beispiel soll zeigen, dass auf die Analyse des dynamischen elektrischen Moments alleine aufgebaute Überlegungen ohne die Berücksichtigung des mechanischen Modells häufig an den relativ komplexen Realitäten vorbeigehen. Erst die Kombination von mechanischem und elektrischem Modell führt zur bedarfsgerechten Dimensionierung des Wellenstrangs (Wiedemann und Kellenberger 1967).

Im begleitenden Übungsbuch wird in Aufgabe A16.1 der Stoßkurzschluss bei einem Schenkelpol-Synchron-Wasserkraftwerksgenerator untersucht und in A16.2 die dynamisch wirksamen bezogenen Reaktanzen berechnet. In A16.3 wird der feldorientierte Betrieb einer umrichtergespeisten Permanentmagnet-Synchronmaschine behandelt, und in A16.4 das dynamische Verhalten eines ähnlichen Motors bei Drehzahl Null untersucht. In Aufgabe A16.5 wird ein elektrisch erregter zweipoliger hochtouriger Synchronmotor am Stromzwischenkreisumrichter als Kompressorantrieb berechnet, und in A16.6 die stator- und rotorseitigen Anfangskurzschlusswechselströme ohne und mit Berücksichtigung der rotorseitigen Koppelreaktanz bestimmt. Aufgabe A16.7 ist der analytischen Ermittlung des Stoßkurzschlussstroms einer PM-Synchronmaschine gewidmet und A16.8 dem zugehörigen Zeitverlauf des dynamischen Stoßkurzschlussmoments. Aufgabe A16.9 behandelt die stationäre Stromortskurve und den allpoligen Stoßkurzschluss einer Synchron-Reluktanzmaschine.

Literatur

Monographien

Brosch P (2007) Moderne Stromrichterantriebe – Leistungselektronik und Maschinen. Vogel-Verlag, Kamprath-Reihe, Würzburg
Budig P-K (2001) Stromrichtergespeiste Drehstromantriebe. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Budig P-K (2003) Stromrichtergespeiste Synchronmaschinen. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Dubey GK (2000) Fundamentals of electrical drives. Narosa Publishing House, New Delhi
Farschtschi A (2001) Elektromaschinen in Theorie und Praxis. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Felderhoff R, Busch U (2006) Leistungselektronik, 4. Aufl. Carl Hanser Verlag, München
Fischer R (2004) Elektrische Maschinen, 12. Aufl. Carl Hanser Verlag, München
Fitzgerald AE, Kingsley C, Umans SD (2002) Electric machinery. McGraw-Hill, New York
Garbrecht FW (2008) Auswahl von Elektromotoren – leicht gemacht. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Gasch R, Nordmann R, Pfützner H (2002) Rotordynamik. Springer, Berlin
Giersch H-U, Harthus H, Vogelsang N (1998) Elektrische Maschinen, 4. Aufl. Teubner, Stuttgart
Gißler J (2005) Elektrische Direktantriebe. Franzis-Verlag, Poing
Hambley AR (2008) Electrical engineering. Pearson Education Inc., Upper Saddle River, New Jersey
Hindmarsh J (1985) Electrical machines and drives – Worked examples. Pergamon Press, Oxford
Hindmarsh J (1991) Electrical machines and their applications. Pergamon Press, Oxford
Hofmann W (2013) Elektrische Maschinen. Pearson, München
Jordan H, Weis M (1969) Asynchronmaschinen. Vieweg, Braunschweig
Jordan H, Weis M (1970) Synchronmaschinen, Band I + Band II. Vieweg, Braunschweig
Kiel E (2007) Antriebslösungen – Mechatronik für Produktion und Logistik. Springer, Berlin
Kleinrath H (1975) Grundlagen elektrischer Maschinen. Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden
Lazaroiu DF, Slaiher S (1976) Elektrische Maschinen kleiner Leistung. VEB-Verlag Technik, Berlin
Meisel J (1966) Principles of electromechanical energy conversion. McGraw-Hill Book Company, New York
Merz H, Lipphardt G (2008) Elektrische Maschinen und Antriebe. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Mohan N (1995) Power electronics, converters, applications and design. John Wiley & Sons, New York
Nürnberg W (1976) Die Asynchronmaschine. Springer, Berlin
Prechtl A (1995) Vorlesungen über Grundlagen der Elektrotechnik – Bände 1 und 2. Springer, Wien

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6

Reiser J (1968) Elektrische Maschinen I, Grundlagen und Transformatoren. Carl Hanser Verlag, München
Reiser J (1969) Elektrische Maschinen II, Induktionsmaschinen. Carl Hanser Verlag, München
Reiser J (1970) Elektrische Maschinen IV, Wechselstromkommutatormaschinen, Synchronmaschinen. Carl Hanser Verlag, München
Reiser J (1971) Elektrische Maschinen III, Gleichstrommaschinen. Carl Hanser Verlag, München
Schönfeld R, Hofmann W (2005) Elektrische Antriebe und Bewegungssteuerungen. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Seinsch H-O (1993) Grundlagen elektrischer Maschinen und Antriebe. Teubner, Stuttgart
Späth H (1984) Elektrische Maschinen und Stromrichter. G. Braun, Karlsruhe
Spring E (1998) Elektrische Maschinen – Eine Einführung. Springer, Berlin
Stepina J (1982) Die Einphasen-Asynchronmaschine. Springer, New York
Stölting H-D, Beisse A (1987) Elektrische Kleinmaschinen. Teubner, Stuttgart
Stölting, H-D, Kallenbach E (2001) Handbuch Elektrische Kleinantriebe. Carl Hanser Verlag, München
Taegen F (1970) Einführung in die Theorie elektrischer Maschinen, Bd I. Vieweg, Braunschweig
Taegen F (1971) Einführung in die Theorie elektrischer Maschinen, Bd II. Vieweg, Braunschweig

Weiterführende Fachbücher

Aichholzer G (1975) Elektromagnetische Energiewandler, Halbbände 1+2. Springer, Wien, New York
Amin B (2001) Induction motors. Springer, Berlin
Auweter-Kurtz M (1992) Lichtbogenantriebe für Weltraumaufgaben. Teubner, Stuttgart
Bezner H (1993) Fachwörterbuch Energie- und Automatisierungstechnik – Bd. 1: Deutsch/Englisch, Bd. 2: Englisch/Deutsch. Siemens AG, Berlin München
Bödefeld TH, Sequenz H (1971) Elektrische Maschinen – Eine Einführung in die Grundlagen. Springer, Wien
Bohn T (Hrsg) (1987) Elektrische Energietechnik. Aus: Handbuchreihe Energie Bd: 4 von 5, TÜV Rheinland, Köln
Boldea I, Nasar SA (1986) Electric machines dynamics. Macmillan, New York
Boldea I (1996) Reluctance synchronous machines and drives. Clarendon Press, Oxford
Boldea I, Nasar SA (1999) Electric drives. CRC Press, Boca Raton
Bonfert K (1962) Betriebsverhalten der Synchronmaschine. Springer, Wien
Böning W (1978) HÜTTE – Elektrische Energietechnik, Bd. 1: Maschinen. Springer, Berlin
Bühler H-R (1962) Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe. Birkhäuser, Basel Stuttgart
Bühler H-R (1977) Einführung in die Theorie geregelter Drehstromantriebe – Bd. 1: Grundlagen, Bd. 2: Anwendungen. Birkhäuser, Basel Stuttgart
Byerly RT, Kimbark EW (Hrsg) (1974) Stability of large electric power systems. IEEE Press, New York
Clarke E (1943) Circuit analysis of AC power systems, Bd. 1. J. Wiley & Sons, New York
Concordia C (1951) Synchronous machines – theory and performance. John Wiley & Sons Inc., Chapman & Hall Ltd., New York
Constantinescu S (1999) Elektrische Maschinen und Antriebssysteme – Komponenten, Systeme, Anwendungen. Vieweg, Wiesbaden
Dirschmid H-J (1992) Mathematische Grundlagen der Elektrotechnik. Vieweg, Wiesbaden

Dirschmid H-J (1996) Mathematische Grundlagen der Elektrotechnik – Lösungen und Hinweise. Vieweg, Wiesbaden
Dreyfus L (1924) Die Theorie des Drehstrommotors mit Kurzschlussanker. Ingeniörsvetenskapsakademiens Handlingar 34, AB Gunnar Tisells Tekniska Förlag, Stockholm
Dreyfus L (1929) Die Stromwendung großer Gleichstrommaschinen. Springer, Berlin
Dreyfus L (1954) Die Stromwendung großer Gleichstrommaschinen – Theorie der Kommutierungsstörungen. Generalstabens Litografiska Förlag, Stockholm
Drury B (2009) The control techniques drives and controls handbook. IET Power and Energy Series 57, Athenaeum Press Ltd., Stevenage
Falk K (1997) Der Drehstrommotor – Ein Lexikon für die Praxis. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Fasching G (1994) Werkstoffe der Elektrotechnik. Springer, Wien
Gieras J (2000) Permanent magnet motor technology. Wiley, New York
Gotter G (1962) Erwärmung und Kühlung elektrischer Maschinen. Springer, Berlin
Groß H, Hamann J, Wiegärtner G (2000) Elektrische Vorschubantriebe in der Automatisierungstechnik. Publicis MCD Verlag, München
Groß H, Hamann J, Wiegärtner G (2006) Technik elektrischer Vorschub-antriebe in der Fertigungs- und Automatisierungstechnik. Publicis Corporate Publishing, Erlangen
Hague B (1962) The principles of electromagnetism applied to electrical machines. Dover Publications Inc., New York
Hanselman D (2003) Brushless permanent magnet motor design. The Writer's Collective, 2. Aufl. Cranston, Rhode Island
Heller B, Hamata V (1977) Harmonic field effects in induction machines. Elsevier Scientific Publishing Company, Oxford, New York
Heller B, Veverka A (1957) Stoßerscheinungen in elektrischen Maschinen. VEB-Verlag Technik, Berlin
Hendershot J (1993) Design of brushless permanent-magnet motors. Clarendon Press, Oxford
Hering E, Vogt A (1999) Handbuch der Elektrischen Anlagen und Maschinen. Springer, Berlin
Heumann K (1985) Grundlagen der Leistungselektronik. Teubner, Stuttgart
Hibbeler RC (2005) Technische Mechanik 1 – Statik. Pearson, München, Boston
Hibbeler RC (2006a) Technische Mechanik 2 – Festigkeitslehre. Pearson, München, Boston
Hibbeler RC (2006b) Technische Mechanik 3 – Dynamik. Pearson, München, Boston
Holm R (1967) Electric contacts handbook. Springer, Berlin
Ilschner B, Singer R (2001) Werkstoffwissenschaften und Fertigungstechnik. Springer, Berlin
Isermann R (2002) Mechatronische Systeme. Springer, Berlin
Jäger R (1977) Leistungselektronik. VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Jordan H (1950) Geräuscharme Elektromotoren. Verlag W. Girardet, Essen
Kenjo I, Sugawara A (1995) Stepping motors and their microprocessor control. Oxford Univ. Press, Oxford
Kimbark EW (1968) Power system stability – Bd. 3: Synchronous machines. Dover Public. Inc., New York
Kleinrath H (1980) Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen. Springer, Wien
Koch J, Ruschmeyer K (1982) Permanentmagnete I und II. Verlag Boysen und Maasch, Hamburg
Komarek P (1995) Hochstromanwendung der Supraleitung. Teubner, Stuttgart
Kovacs KP (1962) Symmetrische Komponenten in Wechselstrommaschinen. Birkhäuser-Verlag, Basel Stuttgart
Kovacs KP, Racz I (1959) Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Verlag d. Ung. Akademie d. Wissenschaften, Budapest
Kummel F (1985) Elektrische Antriebstechnik, Teil 1: Maschinen. Bd. 1 von 3, VDE-Verlag, Berlin Offenbach

Kümmel F (1986) Elektrische Antriebstechnik, Teil 2: Leistungsstellglieder. B.d 2 von 3, VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Kümmel F (1998) Elektrische Antriebstechnik, Teil 3: Antriebsregelung. Bd. 3 von 3, VDE-Verlag, Berlin Offenbach
Laible T (1952) Die Theorie der Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb. Springer, Berlin
Lappe R (1988) Leistungselektronik. Springer, Berlin
Leonhard W (1980) Regelung in der elektrischen Energieversorgung. Teubner, Stuttgart
Leonhard W (1996) Control of electrical drives. Springer, Berlin
Miller JM (2004) Propulsion systems for hybrid vehicles. IEE Power Energy Series 45, MPG Books, Stevenage
Miller T (1993) Switched reluctance motors and their control. Clarendon Press, Oxford
Müller G, Ponick B (2005) Grundlagen elektrischer Maschinen. Wiley-VHC Verlag, Weinheim
Müller G, Ponick B (2009) Theorie elektrischer Maschinen. Wiley-VHC Verlag, Weinheim
Müller G, Vogt K, Ponick B (2007) Berechnung elektrischer Maschinen. Wiley-VHC Verlag, Weinheim
Neidhöfer G (2004) Michael von Dolivo-Dobrowolsky und der Drehstrom. VDE Verlag, Berlin Offenbach
Nürnberg W, Lax F (Hrsg) (1970) Synchronmaschinen. AEG-Telefunken-Handbücher Bd. 12, Berlin
Nürnberg W, Hanitsch R (2001) Die Prüfung elektrischer Maschinen, 7. Aufl. Springer, Berlin
Ollendorff F (1932) Potentialfelder der Elektrotechnik. Springer, Berlin
Öding B, Oswald BR (2004) Elektrische Kraftwerke und Netze. Springer, Berlin
Parasiliti F, Bertoldi P (Hrsg) (2003) Energy efficiency in motor driven systems. Springer, Berlin Heidelberg
Parkus H (1966) Mechanik fester Körper. Springer, Wien
Pfaff G (1990) Regelung elektrischer Antriebe I, 4. Aufl. Oldenbourg Verlag, München
Pichelmayer K (1908) Handbuch der Elektrotechnik – Dynamobau (Berechnen und Entwerfen der elektrischen Maschinen und Transformatoren). Leipzig, S. Hirzel
Polifke W, Kopitz J (2005) Wärmeübertragung. Pearson Studium, München
Polyanin AD, Zaitsev VF (1996) Handbuch der linearen Differentialgleichungen. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg Berlin
Rentzsch H (1992) Elektromotoren – Electric Motors, 4. Aufl. ABB-Fachbuch, ABB-Drives AG, Turgi, Schweiz
Richter R (1950) Stromwendermaschinen für ein- und mehrphasigen Wechselstrom. Bd. 5 von 5, Springer, Berlin
Richter R (1954a) Die Transformatoren. Bd. 3 von 5, Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart
Richter R (1954b) Die Induktionsmaschinen. Bd. 4 von 5, Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart
Richter R, Brüderlink R (1963) Elektrische Maschinen: Synchronmaschinen und Einankerumformer. Bd. 2 von 5, Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart
Richter R, Prassler H (1967) Elektrische Maschinen: Allgemeine Berechnungselemente, die Gleichstrommaschine. Bd. 1 von 5, Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart
Rummich E (Hrsg) (1992) Elektrische Schrittmotoren und -antriebe. Bd. 365, expert-Verlag, Ehringen Böblingen
Ruschmeyer K (1983) Motoren und Generatoren mit Dauermagneten. expert-Verlag, Grafenau
Rziha E von (1955) Starkstromtechnik. Bd. 1, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin
Salon S (1995) Finite element analysis of electrical machines. Springer, Berlin
Schmidt EF (1975) Unkonventionelle Energiewandler. Elitera-Verlag, Berlin
Schröder D (1998) Elektrische Antriebe. Bände 1 bis 4 (Bd. 1: Grundlagen, Bd. 2: Regelung von Antrieben, Bd. 3: Leistungselektronische Bauelemente, Bd. 4: Leistungselektronische Schaltungen), 1. Aufl. Springer, Berlin

Schröder D (2006) Leistungselektronische Bauelemente, 2. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg
Schröder D (2008) Leistungselektronische Schaltungen – Funktion, Auslegung und Anwendung, 2. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg
Schröder D (2009a) Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen. 3. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg
Schröder D (2009b) Elektrische Antriebe – Grundlagen, 4. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg
Schuisky W (1960) Berechnung elektrischer Maschinen. Springer, Wien
Schweitzer G, Traxler A, Bleuler H (1993) Magnetlager. Springer, Berlin
Shobert EI (1965) Carbon brushes. Chemical Publishing Company, New York
Seinsch H-O (1992) Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen. Teubner, Stuttgart
Sequenz H (1950) Die Wicklungen elektrischer Maschinen. Bd. 1: Wechselstrom-Ankerwicklungen, Springer, Wien
Sequenz H (1952) Die Wicklungen elektrischer Maschinen. Bd. 2: Wenderwicklungen, Wien
Sequenz H (1954) Die Wicklungen elektrischer Maschinen. Bd. 3: Wechselstrom-Sonderwicklungen, Springer, Wien
Sequenz H (Hrsg) (1973) Herstellung der Wicklungen elektrischer Maschinen. Springer, Wien
Steimel A (2004) Elektrische Triebfahrzeuge und ihre Energieversorgung. Oldenbourg Industrieverlag, München
Vogt K (1996) Berechnung elektrischer Maschinen. VCH Verlag, Weinheim
Volkmann W (1980) Kohlebürsten. Schunk Kohlenstofftechnik, Gießen
Weickert F (1958) Krankheiten elektrischer Maschinen und Transformatoren. VEB-Verlag, Leipzig
Wiedemann E, Kellenberger W (1967) Konstruktion elektrischer Maschinen. Springer, Berlin
Wittenburg J, Pestel E (2001) Festigkeitslehre – ein Lehr- und Arbeitsbuch. Springer, Berlin
Zurmühl R (1965) Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker. Springer, Berlin

Beitragswerke

Binder A (2008) Zusatzbeanspruchungen der Drehfeldmaschine. In: Schröder D (Hrsg) Leistungselektronische Schaltungen – Funktion, Auslegung und Anwendung, 2. Aufl. Springer, Berlin, Heidelberg, S 724–775
Petrovic L, Binder A, Deak C, Irimie D, Reichert K, Purcarea C (2007) Numerical methods for calculation of eddy current losses in permanent magnets of synchronous machines. In: Wiak S et al (Hrsg) Advanced computer techniques in applied electromagnetics, IOS Press, Amsterdam, S 116–123
Schneider T, Binder A, Chen L (2006) Design procedure of bearingless high-speed permanent magnet motors. In: Krawczyk A et al (Hrsg) Electromagnetic fields in mechatronics, electrical and electronic engineering. IOS Press, Amsterdam, S 473–478

Zeitschriftenbeiträge

Ade M, Binder A (2004) Modellierung der parallelen Antriebsstränge für ein Hybrid-Elektrofahrzeug vom Typ „Through the road". e&i 121(4):145–149
Amann C, Reichert K, Joho R, Posedel Z (1988) Shaft voltages in generators with static excitation systems – problems and solutions. IEEE T Energy Conver 3(2):409–419

Amin B (1992) Structure of high performance switched reluctance machines and their power feeding circuitries. Europ Trans Electr Power ETEP 2(4):215–221

Andresen E-C (1985) Einfluss von Umrichterart, Magnethöhe, Polbedeckung und Wicklungsanordnung auf den Betrieb von Synchronmotoren mit radialen SmCo5-Magneten. etz-Archiv 7:263–270

Andresen E-C, Bieniek K, Pfeiffer R (1982) Pendelmomente und Wellenbeanspruchungen von Drehstrom-Käfigläufermotoren bei Frequenzumrichterspeisung. etz-Archiv 4:25–33

Andresen E-C, Müller W (1983) Berechnung der Anlaufdaten von Asynchron-Käfigläufermotoren verschiedener Stabformen mit der Methode der finiten Differenzen. Archiv für Elektrotechnik 66:179–185

Aoulkadi M, Binder A (2008) When loads stray – Evaluation of different measurement methods to determine stray load losses in induction machines. IEEE Ind Electron Mag 2(1):21–30

Aoyama Y, Miyata K, Ohashi K (2005) Simulation and experiments on eddy current in NdFeB magnets. IEEE Trans Magn 41(10):3790–3792

Atallah K, Howe D, Mellor PH, Stone DA (2000) Rotor loss in permanent magnet brushless AC machine. IEEE Trans Ind Appl 36(6):1612–1618

Auernhammer E, Binder A, Manowarda M, Spingler H (1992) Kompakte Gleichstromantriebe durch Leistungssteigerung. Elektrotechn. Zeitschrift etz 113:1342–1349

Auinger H (1981) Einflüsse der Umrichterspeisung auf elektrische Drehfeldmaschinen, insbesondere auf Käfigläufer-Induktionsmotoren. Siemens-Zeitschrift 45:46–49

Auinger H (2000) Energieverbrauchsoptimierung mit drehzahlveränderbaren elektrischen Antriebssystemen. Automatisierungstechn. Praxis atp 42(2):33–39

Auinger H, Künzel E (2000) Vergleich genormter Verfahren zur Wirkungsgradbestimmung von Käfigläufer-Asynchronmaschinen. Elektrie 54:294–302

Bahtia R, Krattiger H-U, Bonanini A, Schafer D, Inge JT, Sydnor GH (1998) Weltweit größter drehzahlvariabler Antrieb mit Synchronmotor. ABB Technik (6):14–20

Barnes M, Pollock C (1998) Power electronic converters for switched reluctance drives. IEEE Trans Power Electron 13(6):1100–1111

Bapat P (1973) Das Entstehen der Schlingstromverluste in elektrischen Maschinen und Maßnahmen zu ihrer Verringerung. AEG-Telefunken Techn Mitt 63(1):18–23

Bausch H, Jordan H, Lorenzen HW (1964) Anlauf von Reluktanzmotoren mit geblechtem Läufer. ETZ-A 85:170–173

Beckert U (2007) Berechnung zweidimensionaler Wirbelströme in kurzen Permanentmagneten von Synchronmaschinen. antriebstechnik 46(6):44–48

Benecke W (1966) Temperaturfeld und Wärmefluss bei kleineren oberflächengekühlten Drehstrommotoren mit Käfigläufer. ETZ-A 87(13):455–459

Bertotti G (1988) General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. IEEE Trans Magn 24(1):621–630

Bianchi N, Bolognani S, Luise F (2004) Potentials and limits of high-speed PM motors. IEEE Trans Ind Appl 40(6):1570–1578

Bianchi N, Bolognani S, Dai Pre M, Grezzani G (2005) Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines. IEEE Trans Ind Appl 42(4):997–1007

Binder A (1989) Untersuchung zur magnetischen Kopplung von Längs- und Querachse durch Sättigung am Beispiel der Reluktanzmaschine. Archiv für Elektrotechnik 72: 277–282

Binder A (1990) Angenäherte Berechnung des zweidimensionalen gesättigten Luftspaltfelds bei Drehstrom-Asynchronmaschinen im Leerlauf. Archiv für Elektrotechnik 73:131–139

Binder A (1991) Additional losses in converter-fed uncompensated DC motors – their calculation and measurement. Archiv für Elektrotechnik 74:357–369

Binder A (1996a) The „Torus-Flux“ motor – a novel permanent magnet synchronous machine. Archiv für Elektrotechnik 79:31–38
Binder A (2000) Switched reluctance drive and inverter-fed induction machine – a comparison of design parameters and drive performance. Electr Eng 28(5):238–239
Binder A, Doppelbauer M, Gold P, Hofmann W (2009) Innovationen und Trends bei mechatronischen Antriebssystemen. Elektrotechn. Zeitschrift etz, Sonderheft: 44–50
Binder A, Greubel K, Piepenbreier B, Tölle HJ (1998a) Permanent-magnet synchronous drive with wide field-weakening range. Europ Trans Electr Power ETEP 8:157–166
Binder A, Kaumann U, Storath A (1998b) Moderne Antriebstechnik spart Energie. Elektrie 52(H.1/2):47–55
Binder A, Mütze A (2008) Scaling effects of inverter-induced bearing currents in AC machines. IEEE Trans Ind Appl 44(3):769–776
Binder A, Pollmeier S, Wick A (2003) Vernetzte Antriebe – aktueller Stand. Elektrotechn. Zeitschrift etz: 84–93
Binder A, Rummich E (1990) Besonderheiten bei der Selbsterregung von Asynchrongeneratoren im Inselbetrieb. etz-Archiv 12:251–257
Binder A, Wick A, Gold PW (2005) Antriebssysteme: Trends – Innovationen – Mechatronik. Elektrotechn. Zeitschrift etz, Sonderheft: 68–75
Blaschke F (1971) Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlage für die Transvektorregelung von Drehstrommaschinen. Siemens-Zeitschrift 45:757–768
Bolte E (1985) Theorie des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung des zweidimensionalen Feldes im Luftspalt und den Nuten und aller Ankerrückwirkungen. Archiv für Elektrotechnik 68:433–441
Bonnett AH, Albers T (2001) Squirrel-cage rotor options for AC induction motors. IEEE Trans Ind Appl37(4):1197–1209
Bönning H, Jäger K (1989) Neue Entwicklungen bei luftgekühlten Synchronmaschinen in Turbobauart. etz-Archiv 11:109–112
Braess H, Eckhardt H, Weh H (1966) Zur magnetischen Schwingungsanregung bei Gleichstrommaschinen. ETZ-A 87:257–264
Brandl P (1980) Forces on the end windings of AC machines. Brown Boveri Rev 67(2): 128–134
Brunsbach BJ (1993) Lagegeregelte Servoantriebe ohne mechanische Sensoren. Archiv für Elektrotechnik 76:335–341
Brunsbach BJ, Henneberger G (1990) Einsatz eines Kalman-Filters zum feldorientierten Betrieb einer Asynchronmaschine ohne mechanische Sensoren. Archiv für Elektrotechnik 73: 325–335
Budig P-K (1979) Thyristorgespeiste dynamisch hochwertige Gleichstrommaschinen. Elektrie 33(5):248–250, (6):309–313, (7):348–351
Bunzel E, Krüger HT (1987) Asynchroner Hochlauf von Synchronmaschinen unter Einbeziehung der Dauermagneterregung. Elektrie 41(2):57–59
Busse L, Soyk K-H (1997) Weltweit leistungsstärkste Dampfturbogruppen für Braunkohlekraftwerk Lippendorf. ABB Technik (6):13-22
Buttkereit H, Jordan H, Weis M (1968) Das Durchfahren von synchronen Drehmomentsätteln von Drehstrom-Asynchronmotoren mit Käfigläufern. Elektrotech. u. Masch.bau EuM 85: 350–354
Calverley SD, Jewell GW, Saunders RJ (2000) Aerodynamic losses in switched reluctance machines. IEE Proc-Electr Power Appl 147(6):443–448
Canay IM (1967) Anlaufverfahren bei Synchronmaschinen. Brown Boveri Mitteilungen 54(9):619–628

Canay IM (1970) Ersatzschemata der Synchronmaschine zur Berechnung von Polradgrößen bei nichtstationären Vorgängen sowie asynchronem Anlauf, Teil 1: Turbogeneratoren, Teil 2: Schenkelpolmaschinen. Brown Boveri Mitteilungen 56(5):135–145

Cros J, Viarouge P (2002) Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings. IEEE Trans Energy Conver17(2):248–253

Deak C, Binder A (2006a) Highly utilised permanent magnet synchronous machines with tooth-wound coils for industrial applications. Electromotion 13:36–41

Deak C, Binder A (2007a) Design of compact permanent-magnet synchronous motors with concentrated windings. Revue Roumaine des Science Techniques, Serie Électrotechnique et Énergétique 52(2):183197

Depenbrock M (1985) Direkte Selbstregelung (DSR) für hochdynamische Drehfeldantriebe mit Stromrichterspeisung. etz-Archiv 7(7):211–218

Depenbrock M, Klaes N (1988) Zusammenhänge zwischen Schaltfrequenz, Taktverfahren, Momentpulsation und Stromverzerrung bei Induktionsmotoren am Pulswechselrichter. etz-Archiv 10:131–134

Doppelbauer M (2008) Direktantrieb oder doch besser Getriebemotor? – Systematische Analyse der Vor- und Nachteile beider Konzepte. antriebstechnik 47(4):66–73

Drehmann A (1943) Intrittfallvorgang bei unter Last anlaufenden Synchronmotoren. Elektrotechn. und Masch.bau EuM 61(11/12):109–118

Dreyfus L (1928) Über die zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren. Archiv für Elektrotechnik 20:37–87, 188–210, 273–298

Drubel O, Hobelsberger M (2006) Medium frequency shaft voltages in large frequency converter driven electrical machines. Electr Eng 89:29–40

Drubel O, Kulig S, Senske K (2000) End winding deformations in different turbo generators during three-phase short circuit and full load operation. Electr Eng 82:145–152

Eckels PW, Snichtler G (2005) 5 MW high temperature superconductor ship propulsion motor design and test results. Naval Engineers J 117(4):31–36

Ede JD, Atallah K, Jewell GW, Wang JB, Howe D (2007) Effect of axial segmentation of permanent magnets on rotor loss in modular permanent-magnet brushless machines. IEEE Trans Ind Appl 43(5):1207–1213

El-Refaie AM (2005) Optimal flux weakening in surface PM machines using fractional-slot concentrated windings. IEEE Trans Ind Appl 41(3):790–800

Eriksson G (2001) Motoren zum direkten Anschluss an Hochspannung. Bulletin SEV/AES 92(11):39–41

Esson WB (1891) Der Entwurf multipolarer Dynamos. ETZ 1891 (27):355–356

Flügel W (1982) Drehzahlregelung der spannungsumrichtergespeisten Asynchronmaschine im Grunddrehzahl- und Feldschwächbereich. etz-Archiv 4:143–150

Fräger C (2006) Permanentmagnet-Synchronantriebe im Feldschwächbetrieb. Bulletin SEV/AES 97(3):8–14

Fraunbaum E (1984) 6-MW-Gleichstrommotor für 2.7-m-Breitband-Vorgerüst. ELIN-Zeitschrift 36(3/4):103–110

Frohne H (1968) Über den einseitigen Zug in Drehfeldmaschinen. Archiv für Elektrotechnik 51(5):300–308

Früchtenicht J, Schröder RD, Seinsch H-O (1981) Physikalische Ursache und praktische Bedeutung von Gehäuseschwingungen doppelter Netzfrequenz bei zweipoligen Asynchronmotoren. etz-Archiv 3:389–396

Fuchs EF, Senske K (1981) Comparison of iterative solutions on the finite difference method with measurements as applied to Poisson's and the diffusion equations. IEEE Trans Power App Syst100(8):3983–3992

Gabsi MK (1989) Calculation and measurement of commutation currents in DC machines. Electr Mach Power Syst 17:167–182
Gahleitner A (1971) Anlaufmoment und Pendelmoment beim zweisträngigen Kondensatormotor mit Einfach- und Doppelkäfigläufer. ETZ-A 92:95–99
Gerlach R (1978) Stromrichtererregung für schnelllaufende Synchrongeneratoren. AEG-Telefunken Techn Mitt 68:57–66
Gutt HJ (1987) Vergleich von Gleichstrom-, Asynchron- und dauermagneterregten Synchronmaschinen für Stellantriebe in Industrierobotern. etz-Archiv 9:55–63
Gutt HJ (1988) Reluktanzmotoren kleiner Leistung. etz-Archiv 10:345
Gutt HJ (1990) Permanenterregte und Massivläufer-Kleinmaschinen für hohe Drehzahlen. Elektrotechnik und Informationstechnik e&i 107:469–475
Hall RD, Konstanty WJ (2010) Commutation of DC motors. IEEE Ind Appl Mag 16(6):56–62
Heil W (1995) Höhere Leistung pro Baugröße – die neue Gleichstrommotorenreihe DMA+. ABB Technik (4):19–25
Heller F, Kauders, W (1935) Das Görges'sche Durchflutungspolygon. Archiv für Elektrotechnik 29:599–616
Heller B, Klima V (1968) Das Görges'sche Durchflutungspolygon, Teil II. Archiv für Elektrotechnik 52:114–125
Heller B, Klima V (1970a) Die synchronen parasitären Momente bei Stillstand und bei Anlauf des Käfigankermotors, Teil I. Archiv für Elektrotechnik 53:215–223
Heller B, Klima V (1970b) Regeln zur Vermeidung von Ausgleichsströmen im Dreieck bzw. in parallelen Zweigen. Acta Technika CSAV 15:1–15
Hemmingson E, Brautmark H (1998) Palettenroboter für die Konsumgüterindustrie. ABB Technik (4):17–24
Henneberger G, Schleuter W (1989) Servoantriebe für Werkzeugmaschinen und Industrieroboter. Elektrotechn. Zeitschrift etz 110(5):274–279
Hentschel E, Niedermeier K, Schäfer K (1993) Beanspruchung der Wicklungsisolierung von Drehstrommaschinen. Elektrotechn. Zeitschrift etz 114(7):1074–1077
Hipfl J (1983) Berechnung des magnetischen Feldes einer Gleichstrommaschine zur Optimierung der Haupt- und Wendepolform mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente. ELIN-Zeitschrift 35:17–23
Hopper E (1992) Geschalteter Reluktanzmotor als lohnenste Alternative. Elektrotechnik 26: 72–75
Höppner R, Waldinger H (1980) Motoren für drehzahlveränderbare Antriebe. Siemens Sonderdruck E319/1126 „Antriebstechnik mit System", Erlangen, S 23–26
Howald W, Stöckli F (1994) Generatoren für das weltgrößte Hochdruck-Wasserkraftwerk. ABB Technik (10):13–19
Hügel H, Schleswig G (1991) Neues Stromregelverfahren für Drehstrom-Asynchronmotoren. antriebstechnik 30(12):36–42
Huth G (1989) Grenzkennlinien von Drehstrom-Servoantrieben in Blockstromtechnik. etz-Archiv 11(12):401–408
Huth G (1995) Nutrastung von permanenterregten AC-Servomotoren mit gestaffelter Rotoranordnung. Archiv für Elektrotechnik 78:391–397
Huth G (1999) Optimierung des Wicklungssystems bei permanenterregten AC-Servomotoren. Archiv für Elektrotechnik 81:375–383
Huth G (2005) Permanent-magnet-excited AC servo motors in tooth-coil technology. IEEE Trans Energy Convers 20(2):300–307
Ishak D, Zhu ZQ (2005) Permanent-magnet brushless machine with unequal tooth widths and similar slot and pole numbers. IEEE Trans Ind Appl 41(2):584–590

Ishak D, Zhu ZQ, Howe D (2005) Eddy-current loss in the rotor magnets of permanent magnet brushless machines having a fractional number of slots per pole. IEEE Trans Mag 41(9):2462–2469

Jacob A, Seinsch H-O (2001) Einfluss magnetischer Nutverschlusskeile auf den magnetisch wirksamen Luftspalt und die Nutstreuung. Electr Eng 83:103–113

Jäger K (1973) Flüssigkeitskühlung bei elektrischen Maschinen. ETZ-B 25(18):490–497

Jöckel A (2003) Getriebelose Drehstromantriebe für Schienenfahrzeuge. Elektrische Bahnen 101(3):113–119

Jokinen T, Arkkio A, Negrea M, Waltzer I (2005) Thermal analysis of AZIPOD permanent magnet propulsion motor. Int J Electr Eng Transport IJEET 1(1):15–20

Joksimovic G (2005) Dynamic simulation of cage induction machine with air gap eccentricity. IEE Proc-Electr Power Appl 152(4):803–811

Joksimovic G, Binder A (2004) Additional no-load losses in inverter-fed high speed cage induction motors. Electr Eng 86(2):105–116

Jordan H, Pfaff G (1962) Dynamische Kennlinien von Drehstrom-Asynchronmotoren. ETZ-A 83:388–390

Jordan H, Lorenzen HW, Taegen F (1964) Über den asynchronen Anlauf von Synchronmaschinen. ETZ-A 85:296–305

Jordan H, Weis M (1967) Nutschrägung und ihre Wirkungen. ETZ-A88:528–533

Jordan H, Raube W (1972) Zum Problem der Zusatzverluste in Drehstrom-Asynchronmaschinen. ETZ-A93:541–545

Kaufhold M, Auinger H, Berth M, Speck J, Eberhardt M (2000) Electrical stress and failure mechanism of the winding insulation in PWM-inverter-fed low-voltage induction motors. IEEE Trans Ind Electron 47(2):396–402

Kaufhold M, Börner G (1993) Langzeitverhalten der Isolierung von Asynchronmaschinen bei Speisung mit Pulsumrichtern. Elektrie 47(3):90–95

Kawase Y, Ota T, Fukunaga H (2000) 3-D eddy current analysis in permanent magnet of interior permanent magnet motors. IEEE Trans Mag 36(4):1863–1866

Kazmierkowski MP, Köpcke HJ (1982) Vergleich dynamischer Eigenschaften verschiedener Steuer- und Regelverfahren für umrichtergespeiste Asynchronmaschinen. etz-Archiv 4:269–277

Kellenberger W (1980a) The optimum angle for the support of vertical hydro-electric generators with skew arms or skew leaf springs. Brown Boveri Rev 67(2):108–116

Kellenberger W (1980b) Forced resonances in rotating shafts – The combined effects of bending and torsion. Brown Boveri Rev 67(2):117–121

Kim H, Harke MC, Lorenz RD (2003) Sensorless control of interior permanent-magnet machine drives with zero phase lag position estimation. IEEE Trans Ind Appl 39(6):1726–1733

Klautschek H (1976) Asynchronmaschinenantriebe mit Strom-Zwischenkreisumrichtern. Siemens-Zeitschrift 50:23–28

Kleinrath H (1976) Das elektromechanische Verhalten der stromrichtergespeisten Asynchronmaschine. Archiv für Elektrotechnik 57:297–306

Kleinrath H (1993) Ersatzschaltbilder für Transformatoren und Asynchronmaschinen. Elektrotechnik und Informationstechnik e&i 110(2):68–74

Kleinrath H (2006) Das Kurzschlussverhalten kleiner permanenterregter Synchronmaschinen. Elektrotechnik und Informationstechnik e&i123(9):396–401

Koch T, Körner O, Binder A (2002) Direktantriebe für Lokomotiven. Eisenbahningenieur EI 53:59–65

Kugler H (1976) Schäden an Turbogeneratoren. Der Maschinenschaden 49(6):221–235

Laithwaite ER, Eastham JF, Bolton HR (1971) Linear motors with transversal flux. Proc IEE 118(12):1761–1767

Lawrenson PJ, Gupta SK (1967) Developments in the performance and theory of segment-rotor reluctance motors. Proc IEE 114(5):645–653, Korrespondenz: (1968) Proc IEE 115(9):1283–1285; (1970) Proc IEE 117(12):2271–2272

Lehmann R (1989) Technik der bürstenlosen Servoantriebe, Teil 1. Elektrotechnik 21:96–101

Leijon M (1998) Powerformer – ein grundlegend neuer Generator verbessert die Gesamtwirtschaftlichkeit von Kraftwerken. ABB Technik (2):21–26

Lendenmann H, Moghaddam RR, Tammi A, Thand L-E (2011) Motoren mit Zukunft – Frequenzumrichtergespeiste Synchronmotoren. ABB Technik (1):56–61

Leukert W (1966) 100 Jahre dynamoelektrisches Prinzip – 100 Jahre Elektromaschinenbau. ETZ-A 87:841–847

Liese M (1998) Entwicklung und Perspektive supraleitender Generatoren,. Elektrie 52(7–9):188–193

Liese M, Brown M (2008) Design-dependent slot discharge and vibration sparking on high voltage windings. IEEE Trans Dielectr Electr Insul 15(4):927–932

Maier F (1968) Berechnung der Kommutierungsinduktivitäten von Ankerwicklungen. Brown Boveri Mitt 55:569–583

Maiß KJ (1981) Drehstromantriebe für Vollbahn-, Werkbahn- und Nahverkehrs-Triebfahrzeuge. Nahverkehrspraxis 29:242–250

Marinescu M (1988) Einfluss von Polbedeckungswinkel und Luftspaltgestaltung auf die Rastmomente in permanenterregten Motoren. etz-Archiv 10:83–88

Mellor PH, Burrow SG, Sawata T, Holme M (2005) A wide-speed-range hybrid variable-reluctance/permanent-magnet generator for future embedded aircraft generation systems. IEEE Trans Ind Appl 41(2):551–556

Merino JM, Lopez A (1996) Effizienterer und flexiblerer Betrieb von Wasserkraftwerken mit Varspeed-Generatoren. ABB Technik (3):33–38

Merwerth J (2003) Eine permanentmagneterregte Synchronmaschine für den Direktantrieb einer Herzunterstützungspumpe. Elektrie 57:39–45

Mitcham AJ, Prothero DH, Brooks JC (1989) The self-excited homopolar generator. IEEE Trans Mag 25:Part 1:362–368, Part 2:369–375

Morimoto S, Kawamoto K, Sanada M, Takeda Y (2002) Sensorless control strategy for salient pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame. IEEE Trans Ind Appl 38:1054–1061

Moritz WD, Röhlk J (1979) Drehstrom-Asynchron-Fahrmotoren für elektrische Triebfahrzeuge. Elektrische Bahnen 50(3):65–71

Mühlegger W, Rentmeister M (1992) Die permanenterregte Synchronmaschine im Feldschwächbetrieb. Elektrotechnik und Informationstechnik e&i 109(6):293–299

Müller S, Deicke M, deDoncker R (2002) Doubly fed induction generator systems for wind turbines. IEEE Ind Appl Mag 8:26–33

Mütze A, Binder A (2005) Umrichterbedingte Lagerströme in Industrieantrieben im Leistungsbereich 1...500 kW – Größenordnungen und Abhilfen. antriebstechnik 44:36–40

Musil R von, Schmatloch W (1987) Bemessung und Ausführung großer drehzahlveränderbarer Synchronmotoren. Siemens Energie & Automation Bd. 9 Spezial “Drehzahlveränderbare elektrische Großantriebe”. S 32–41

Neidhöfer G (1965) Optimierung auf kleinste Ventilations- und Stromwärmeverluste bei gasgekühlten Läufern von Großturbogeneratoren. ETZ-A 86:353–360

Neidhöfer G (1968) Innenkühlung von Roebelstäben und Massnahmen zur Verminderung der Zusatzverluste. Scientia Electrica 14(3):49–80

Neidhöfer G (1992) Geschichtliche Entwicklung der Synchronmaschine. ABB Technik (suppl 1): 1–11

Neidhöfer G (2008) Der Weg zur Normfrequenz 50 Hz. Bulletin SEV/AES 99(17):29–34

Neidhöfer G, Troedson AG (1999) Large converter-fed synchronous motors for high speeds and adjustable speed operation: design features and experience. IEEE Trans Energy Conver 14(3):633–636

Neuhaus W, Weppler R (1967) Einfluss der Querströme auf die Drehmomentkennlinie polumschaltbarer Käfigläufermotoren. ETZ-A 88:80–84

Noser R (1973) Materials in electrical machines – Today and tomorrow. Trans South African Inst Electr Eng 64(12):238–249

Oberretl K (1965) Die Oberfeldtheorie des Käfigmotors unter Berücksichtigung der durch die Ankerrückwirkung verursachten Oberströme und der parallelen Wicklungszweige. Archiv für Elektrotechnik 49:343–364

Oberretl K (1969) 13 Regeln für minimale Zusatzverluste in Induktionsmotoren. Bulletin Oerlikon 389/390:1–11

Oberretl K (1970) Field-harmonic theory of slip-ring motor taking multiple armature reaction into account. IEE Proc-Electr Power Appl 117:1667–1674

Oberretl K (1973) Dreidimensionale Berechnung des Linearmotors mit Berücksichtigung der Endeffekte und der Wicklungsverteilung. Archiv für Elektrotechnik 55:181–190

Oberretl K (2007) Losses, torques and magnetic noise in induction motors with static converter supply, taking multiple armature reaction and slot openings into account. IET Electr Power Appl 1(4):517–531

Pakaste R, Laukia K, Wilhelmson M, Kuuskoski J (1999) Erfahrungen mit AZIPOD-Antriebssystemen auf Schiffen. ABB Technik (2):12–18

Paustian R (1996) Drehstrommotoren mit integriertem Frequenzumrichter für Pumpenantriebe. antriebstechnik 35(8):40–41

Pindeus A (1966) Energetische Behandlung der Stromwendung als Schaltvorgang. ELIN-Zeitschrift 18:170–182

Polinder H, Hoeijmakers MJ (1999) Eddy current losses in the segmented surface-mounted magnets of a PM machine. IEE Proc-Electr Power Appl 146(3):261–266

Ponick B (1998) Das Luftspaltmoment elektrischer Maschinen unter Berücksichtigung parametrischer Effekte. Electr Eng 81:291–296

Prassler H (1954) Zusatzverluste und Stromwendespannung bei Kommutatormaschinen mit massiven Ankerstäben. Archiv für Elektrotechnik 42:209–222

Pratt WJ (1978) The influence of the design parameters on the sparkless zones of DC machines. GEC J Sci Technol 45:51–55

Reiche H (1992) Objektive Bewertung der Kommutierungsgüte – ein Beitrag zur Entwicklung des Gleichstromantriebes. Elektrie 46(4):10–11

Reichert K (1966) Die einseitige Stromverdrängung in rechteckförmigen Hohlleitern. Archiv für Elektrotechnik 51(1):58–74

Reinboth H (1966) Kornorientierte Elektrobleche und ihre Eigenschaften. Elektrotechnik 48:568–571

Russell DRL, Norsworthy KH (1958) Eddy current and wall losses in screened-rotor induction motors. Proc IEE 95:163–175

Salzmann Th, Wokusch H (1980) Direktumrichterantrieb für große Leistungen und hohe dynamische Anforderungen. Siemens Energietechnik 2:409–413

Schröder M (1988) Einfach anzuwendendes Verfahren zur Unterdrückung der Pendelmomente dauermagneterregter Synchronmaschinen. etz-Archiv 10(1):15–18

Schröder RD, Seinsch H-O (1981) Über die Problematik von unipolaren Luftspaltfeldern in Drehfeldmaschinen. etz-Archiv 3:7–12

Schuler R (1980) Insulation system for the hydro-electric generator – State of the art and operating experience. Brown Boveri Rev 67(2):135–140

Schwarz B (1986) Ausnutzung von Pulsumrichtern in Servoantrieben mit permanenterregten Synchronmaschinen. etz-Archiv 7:263–270

Seifert S, Strangmüller F (1989) Stoßmoment und Stoßstrom der Asynchronmaschine. etz-Archiv 11:283–389
Simitsis L, Xypteras J (1999) Magnetic relief of the yoke of AC electrical machines by the iron frame. Europ Trans Electr Power ETEP 9(4):271–274
Simond JJ, Neidhöfer G (1980) A more accurate method of calculating the waveform and harmonic content of the voltage in salient pole machines. Brown Boveri Rev 67(2):122–127
Spatz G (1972) Gleichstrombremsung von Asynchronmaschinen bei Speisung über einen Drehstromsteller. ETZ-A 93:551–555
Steinbrink J (2008) Rastmomente in Synchronmotoren analytisch berechnen. Bulletin SEV/AES 99(17):21–27
Stephan C-E, Baer J, Zimmermann H, Neidhöfer G, Egli R (1996) Neuer luftgekühlter Turbogenerator der 300-MVA-Klasse. ABB Technik (1):20–28
Stiebler M (1983) Ein Verfahren zur Berechnung der Kommutierungsströme und Bürstenspannungen von Gleichstrommaschinen. Archiv für Elektrotechnik 66:309–316
Stillmann H (1997) IGCT2 – Megawatt-Halbleiterschalter für den Mittelspannungsbereich. ABB Technik (3):12–17
Stix R (1930) Zusätzliche Kommutierungsverluste in Gleichstromwicklungen bei endlicher Stromwendedauer. Archiv für Elektrotechnik 23:593–608
Stix R (1962) Zahnsättigungsverluste bei Gleichstrommaschinen. Elektrotechn und Maschbau EuM 79:499–504
Stupin P, Kühne S (2005) Doppeltspeisende Asynchrongeneratoren bis 6,5 MW für die Windenergie. Elektrotechn Zeitschrift etz 7:50–55
Taegen F (1968) Zusatzverluste von Asynchronmaschinen. Acta Technika CSAV 1:1–31
Taegen F (1990) Elektromagnetisches Geräusch von Reluktanzmaschinen mit segmentiertem Läufer. Archiv für Elektrotechnik 73:253–260, 293–298
Taegen F, Kolbe J (1994) Drehmomente und Geräusche der modularen Dauermagnetmaschine. Archiv für Elektrotechnik 77:391–399
Taegen F, Walczak R (1987) Experimental verification of stray losses in cage induction motors under no-load, full-load and reverse rotation test conditions. Archiv für Elektrotechnik 70:255–263
Takahashi I, Noguchi T (1986) A new quick-response and high-efficiency control strategy of an induction motor. IEEE Trans Ind Appl 22(5):820–827
Taylor RP, Binder A (1997) Ertüchtigung der Frequenzumrichtertechnik für den Einsatz in Umrichtermotoren. antriebstechnik 36(7):42–44
Thorén S (1998) Neue wassergekühlte Turbogeneratoren für den Leistungsbereich ab 400 MVA. ABB Technik (1):10–16
Tüxen E (1940) Doppelverkettete Streuung von Drehstrom-Zweischichtwicklungen. Elektrotechn u Masch bau EuM 58:264–268
Urgell JJ, Regis A (1991) A new spindle drive: High power-to-weight and low speed through magnetic flux control. GEC Alsthom Techn Rev 6:67–74
Üner Z, Jordan H (1964) Berechnung der Eigenfrequenzen der Blechpakete von Drehstrommaschinen. Konstruktion 16:108–111
Utecht M (1987) Schwingungstechnische Auslegung von Stromrichtermotoren. Energie&Automation Bd. 9 Spezial "Drehzahlveränderbare Grossantriebe", S 42–55
Vaske P (1965a) Über den Betrieb von Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Kondensator am Einphasennetz. ETZ-A 86:500–505
Vaske P (1965b) Die Bemessung der Anlaufshilfsphase zweisträngiger Einphasen-Asynchronmotoren. ETZ-A 86:553–562
Vetter W, Reichert K (1987) Stern-Dreieck-Anlauf von Asynchronmaschinen – eine alte Lösung mit neuen Problemen. Bulletin SEV 78:1182–1187
Volkrodt W (1962) Polradspannung, Reaktanzen und Ortskurve des Stromes der mit Dauermagneten erregten Synchronmaschine. ETZ-A 83(16):517–522

Volkrodt W (1975) Ferritmagneterregung bei größeren elektrischen Maschinen. Siemens Zeitschrift 49(6):368–374

Wark W (1969) Zweckmäßige Treppenwicklungen und andere Maßnahmen zur Steigerung der Ausnutzung von Gleichstrommaschinen. ETZ-A 90:64–68

Weber W (1977) Experimentelle Untersuchung des Einflusses der Läuferschränkung auf das Geräusch einer Drehstrommaschine. ETZ-A 98:495–497

Weh H (1984) Zur Weiterentwicklung wechselrichtergespeister Reluktanzmaschinen für hohe Leistungsdichte und große Leistungen. etz-Archiv 10:135–143

Weh H (1988) Permanentmagneterregte Synchronmaschinen hoher Kraftdichte nach dem Transversalflusskonzept. etz-Archiv 10(5):143–149

Weigelt K (1989) Konstruktionsmerkmale großer Turbogeneratoren. ABB Technik (1):3–14

Weninger R (1981) Einfluss der Maschinenparameter auf Zusatzverluste, Momentenoberschwingungen und Kommutierung bei Umrichterspeisung von Asynchronmaschinen. Archiv für Elektrotechnik 63:19–28

Weppler R (1966) Ein Beitrag zur Berechnung von Asynchronmotoren mit nichtisoliertem Käfig. Archiv für Elektrotechnik 50:238–252

Weppler R, Neuhaus W (1969) Der Einfluss der Nutöffnungen auf den Drehmomentenverlauf von Drehstrom-Asynchronmotoren mit Käfigläufern. ETZ-A 90:186–191

Werner U (2008) A mathematical model for lateral rotor dynamic analysis of soft mounted asynchronous machines. Z Angew Math Mech ZAMM 88(11):910–924

Weschta A (1979) Pendelmomente von permanenterregten Synchron-Servomotoren. etz-Archiv 5:141–144

Wiedemann E (1966) Großturbogeneratoren mit ausschließlicher Wasserkühlung. Brown Boveri Mitt 53(9)501–512

Williamson S, Poh CY, Sandy-Smith AC (2004) Estimation of the inter-bar resistance of a cast cage rotor. IEEE Trans Ind Appl 40(2):558–564

Woda K (1970) Kohlebürsten für Maschinen mit Kommutatoren. Elektrotechn u Masch bau EuM 87:36–47

Wolff A (1980) Die untersynchrone Stromrichterkaskade, ein drehzahlgeregelter Antrieb mit Drehstrommotor. Elektrie 34:241–243

Wolff J, Neubert T (2002) Drehzahlveränderbare elektrische Antriebssysteme im Vergleich. Automatisierungstechn. Praxis atp 44(11):52–60

Yamazaki K, Watari S (2005) Loss analysis of permanent-magnet motor considering carrier harmonics of PWM inverter using combination of 2D and 3D finite-element method. IEEE Trans Mag 41(5):1980–1983

Zorn M (1962) Verfahren zur objektiven Beurteilung der Stromwendung von Gleichstrommaschinen während des Betriebes. Siemens Zeitschrift 36:407–413

Zweygbergk S von, Sokolov E (1969) Verlustermittlung im stromrichtergespeisten Asynchronmotor. ETZ-A 90:612–616

Konferenzbeiträge

Ackva A, Binder A, Greubel K, Piepenbreier B (1997) Electric vehicle drive with surface-mounted magnets for wide field-weakening range. In: European Conference on Power Electronics EPE, Trondheim, Bd. 1, S 548–553

Andresen E-C (1989) Fundamentals for the design of high speed induction motor drives with transistor inverter supply. In: European Conference on Power Electronics EPE, Aachen, S 823–828

Arkkio A (1992) On the choice of the number of rotor slots for inverter-fed cage induction motors. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Manchester, S 366–370

Bausch H, Kolletschke HD (1984) A novel polyphase multipole permanent-magnet machine for wheel drive applications. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, München, S 591–594

Binder A (1996b) Measures to cope with AC motor insulation stress due to IGBT-inverter supply. In: IEE Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives PEVD, Nottingham, S 569–574

Binder A (2000) Analytical calculation of eddy-current losses in massive rotor parts of high speed permanent magnet machines. In: International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion SPEEDAM, Ischia, S C2-1–C2-6

Binder A, Klohr M, Schneider T (2004) Losses in a high speed permanent magnet motor with magnetic levitation for 40000/min, 40 kW. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Cracow, 6 pages CD-ROM

Binder A, Schrepfer A (1998) Bearing currents in induction machines due to inverter supply. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Istanbul, S 586–591

Blissenbach R, Henneberger G (2001) New design of a soft magnetic composite transversal flux machine with special attention on the loss mechanism. In: International Conference Electromotion, Bologna, Bd. 2, S 409–414

Budig P-K (2009) Rotierende und lineare Direktantriebe. ETG-Fachtagung, Düsseldorf, ETG-Fachbericht Bd. 119, FT 3+4, S 65–72

Canders W-R (1998) High-speed machines on magnetic bearings – design and power limits. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Istanbul, S 20–25

Canders W-R, May H, Palka R (1998) Loss reduction in synchronous machines by appropriate feeding patterns. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Istanbul, S 181–186

Deak C, Binder A (2006b) Design of compact permanent-magnet synchronous motors with concentrated windings. In: International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment OPTIM, Brasov, S 9–14

Deak C, Binder A, Magyari K (2006) Magnet loss analysis of permanent-magnet synchronous motors with concentrated windings. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Chania, 6 pages CD-ROM

Deak C, Binder A (2007b) Increased torque density of permanent-magnet motors using concentrated windings and intensive cooling. In: International Conference on Power Conversion and Intelligent Motion PCIM, Nürnberg: 6 pages CD-ROM

Deak C, Petrovic L, Binder A, Mirzaei M, Irimie D, Funieru B (2008) Calculation of eddy current losses in permanent magnets of synchronous machines. In: International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion SPEEDAM, Ischia paper no. MEM201, S 26–31

Doppelbauer M (2007) Energieeffiziente Elektromotoren. ETG-Fachtagung, Karlsruhe, ETG-Fachbericht Bd. 107 FT 1+2, S 197–206

Gertmar L, Sadarangani C, Johansson M (1989) Rotor design for inverter-fed high speed induction motors. In: European Conference on Power Electronics EPE, Aachen, Bd. 1, S 51–56

Greubel K, Helbig F, Heinemann G, Papiernik W (1999) Einsatz von Linearantrieben zur Herstellung von Konturenwirkware. ETG-Fachtagung, Nürnberg, ETG-Fachbericht Bd. 79, S 461–470

Greubel K, Storath A (2007) Torquemotoren versus Getriebemotoren – ein technischer Vergleich hinsichtlich Beschleunigung und Energieeffizienz. ETG-Fachtagung, Karlsruhe, ETG-Fachbericht Bd. 107 FT 1+2, S 243–254

Huth G (1989) Entwicklungstendenzen und Realisierungsmöglichkeiten bei AC-Hauptspindelantrieben. ETG-Fachtagung, Augsburg, ETG-Fachbericht, S 243–251

Jurisch F (2007) Herstellungsbedingte Abweichungen der Orientierung anisotroper Dauermagnete und die Anwendung auf das Betriebsverhalten elektrischer Maschinen und magnetischer Sensoren. ETG-Fachtagung, Karlsruhe, ETG-Fachbericht Bd. 107 FT 1+2, S 255–260

Kalsi SS (2003) Advances in synchronous machines employing high temperature superconductors (HTS). In: IEEE International Conference on Electrical Machines and Drives IEMDC, Madison, Wisconsin, S 24–28

Kamper MJ, Trübenbach RA (1992) Vector control and performance of a reluctance synchronous machine with a flux barrier rotor. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Manchester, S 547–551

Kamper MJ (1997) The reluctance synchronous machine as traction motor. World Conference on Railways WCRR (16.-19.11.1997), Florenz, Bd. D, S 335–341

Kleinrath H (1982) A new approach to the commutation of large DC machines. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Budapest, S 484–487

Koch T, Binder A (2002) Permanent magnet machines with fractional slot winding for electric traction. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Bruges, 6 pages CD-ROM

Lateb R, Takorabet N, Meibody-Tabar F, Enon J, Sarribouette A (2004) Design technique for reducing the cogging torque in large surface mounted magnet motors. In: Internaional Conference on Electrical Machines ICEM, Cracow, 6 pages CD-ROM

Lawrenson PJ (1992) Switched reluctance drives: a perspective. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Manchester, S 12–21

Liese M (2004) Innovative Turbogeneratoren im Sog der GuD-Kraftwerkstechnik. VDE-Kongress, Berlin, ETG-ITG-Fachtagungsbericht Bd. 1, S 467–472

Lloyd MR (1992) Development in large variable speed drives. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Manchester, S 7–11

Lutz JF (1996) Selecting pole count for permanent magnet motor designs. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Vigo Bd. 2: 3675–380

Mirzaei M, Binder A, Deak C (2010) 3D analysis of circumferential and axial segmentation effect on permanent magnet eddy current loss in permanent magnet synchronous machines with concentrated windings. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Rome: paper no. RF-7021, 6 pages CD-ROM

Nagrial MH, Lawrenson PJ (1984) Optimum steady-state and transient performance of reluctance motors. International Conference on Electrical Machines ICEM. Lausanne, S 321–324

Omekanda AM, Broche C, Renglet M, Warren MI (1992) Quadratic hybrid boundary integral equation-finite element method applied to magnetic analysis of a switched reluctance motor. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Manchester, S 499–502

Pillay P, Krishnan R (1988) An investigation into the torque behaviour of a brushless DC drive. In: Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Pittsburgh Bd. 1, S 201–207

Reichert K (2004) A simplified approach to permanent magnet and reluctance motor characteristics determination by finite-element methods. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Cracow: 4 pages, CD-ROM

Reichert K (2009) Große Synchronmaschinen mit Zahnspulen und Permanentmagneterregung, Problemstellungen, Lösungen und Anwendungen. ETG-Fachtagung, Düsseldorf, ETG-Fachbericht Bd. 119, FT 3+4, S 109–113

Richter E, Ferreira A, Radun AV (1996) Testing and performance analysis of a high speed, 250kW switched reluctance starter generator system. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Vigo Bd. 3, S 364–369

Schäfer H (2007) Antriebskonfigurationen für Hybridfahrzeuge. ETG-Fachtagung, Karlsruhe, ETG-Fachbericht Bd. 107 FT 1+2, S 27–36
Schrödl M (1992a) Sensorless control of induction motors at low speed and standstill. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Manchester, S 863–867
Sedlazeck K, Richter C, Strack S, Lindholm S, Pipkin J, Fu F, Humphries B, Montgomery L (2009) Type testing a 2000 MW turbo generator. In: IEEE International Conference on Electrical Machines and Drives IEMDC, Miami, Florida, S 465–470
Storath A, Zelleröhr M (2002) Antriebe für Spritzgießmaschinen. VDE-Kongress, Dresden, ETG-ITG-Fachtagungsbericht Bd. 1, 509–519
Traxler-Samek G, Schwery A, Zickermann R, Ramirez C (2004) Optimised calculation of losses in large hydro generators using statistical methods. In: International Conference on Electrical Machines ICEM, Cracow: 6 pages CD-ROM
Weidner J (2008) Design und Überwachung von Grenzflächen bei Ständerwicklungen großer Turbogeneratoren. 3. ETG-Fachtagung „Grenzflächen in elektrischen Isoliersystemen", Würzburg, 12 Seiten CD-ROM
Weidner J (2009) Verfügbarkeitssteigerung und Lebensdauerverlängerung von großen Turbogeneratoren durch eine betriebsbegleitende Langzeitdiagnostik. ETG-Fachtagung, Karlsruhe, ETG-Fachbericht Bd. 119 FT 3+4 supplement, S 1–11

Dissertationen, Habilitationen

Ade M (2008) Ein Beitrag zur Modellierung des Antriebsstranges von Hybrid-Elektrofahrzeugen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen
Andresen EC (1960) Die Stromwendung von Grenzleistungs-Kommutatormaschinen mit maschenbildenden Hilfselementen (Punga-Verbinder und S-Verbinder). Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen
Bahr K (1964) Die Theorie der Stromverdrängung in einer Maschinennut von rechteckigem Querschnitt. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen
Binder A (1988) Vorausberechnung der Betriebskennlinien von Drehstrom-Kurzschlussläufer-Asynchronmaschinen mit besonderer Berücksichtigung der Nutung. Dissertation, Technische Universität Wien
Binder A (1993) Schwerpunkte bei der Entwicklung von hochausgenützten wartungsarmen Gleichstrommaschinen. Habilitationsschrift, Technische Universität Wien
Bork M (1996) Entwicklung und Optimierung einer fertigungsgerechten Transversalflussmaschine. Dissertation, Rheinisch-westfälische Technische Universität (RWTH) Aachen
Brach K (1990) Wellenspannung bei Drehstrom-Induktionsmaschinen mit Käfigläufer. Dissertation, Universität Hannover, VDI-Verlag, VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 21, No. 63
Canay IM (1968) Ersatzschemata der Synchronmaschine sowie Vorausberechnung der Kenngrößen mit Beispielen. Dissertation, École Polytechnique Université Lausanne
Demel HK (1987) Baugröße und Verluste von permanenterregten Synchronmaschinen bei unterschiedlichem Verlauf des Stromes. Dissertation, Rheinisch-westfälische technische Hochschule (RWTH) Aachen
Eckhardt H (1964) Schwingungsanregung bei Gleichstrommaschinen mit geblechtem Magnetgestell durch radiale Feldkräfte. Dissertation, Technische Universität Braunschweig

El-Serafi A (1964) Untersuchungen über die Stabilität der Synchronmaschine bei kleinen und großen Schwingungen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen

Fischer R (1965) Das dynamische Verhalten des Gleichstrom-Fahrmotors. Dissertation, Technische Universität Darmstadt

Frohne H (1959) Über die primären Bestimmungsgrößen der Lautstärke bei Asynchronmaschinen. Dissertation, Universität (TH) Hannover

Fürst R (1993) Anwendungsnahe Dimensionierung und messtechnische Überprüfung von Langstator-Linearmotoren für Magnetschnellbahnen. Dissertation, Technische Universität Berlin

Gao H (1994) Numerisches Berechnungsverfahren für Synchronmaschinen in Transversalfluss-Bauweise. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 21 No. 151 VDI-Verlag

Hackmann W (2003) Systemvergleich unterschiedlicher Radnabenantriebe für den Schienennahverkehr: Asynchronmaschine, permanenterregte Synchronmaschine, Transversalflussmaschine. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Hasse K (1969) Zur Dynamik drehzahlgeregelter Antriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron-Kurzschlussläufermaschinen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt

Haun A (1992) Vergleich von Steuerverfahren für spannungseinprägende Umrichter zur Speisung von Käfigläufermotoren. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, VDI-Fortschrittsbereichte, Reihe 21 No. 113 VDI-Verlag

Hofmann M (2001) Design of a Linear Induction machine for Railway Systems using Finite Element Calculation. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Jajtić Ž (1994) Vortriebskraftoptimierung bei der elektrisch erregten Transversalflussmaschine. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Papierflieger-Verlag, Clausthal-Zellerfeld

Jöckel S (2002) Calculation of Different Generator Systems for Wind Turbines with Particular reference to Low-Speed Permanent-Magnet Machines. Dissertation, Technische Universität, Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Klohr M (2007) Entwicklung und Konstruktion einer umrichtergespeisten magnetgelagerten Permanentmagnet-Synchronmaschine für 40kW/40000/min. Dissertation, Technische Universität, Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Koch T (2006) Permanentmagneterregte Synchronmaschine als Direktantrieb für die elektrische Traktion. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Kolbe J (1983) Zur numerischen Berechnung und analytischen Nachbildung des Luftspaltfeldes von Drehstrommaschinen. Dissertation, Hochschule der Bundeswehr Hamburg

Kolletschke HD (1987) Die modulare Dauermagnetmaschine – Aufbau und Eigenschaften. Dissertation, Hochschule der Bundeswehr München-Neubiberg

Kremser A (1988) Theorie der mehrsträngigen Bruchlochwicklungen und Berechnung der Zweigströme in Drehfeldmaschinen. Dissertation, Universität, Hannover, VDI-Verlag, VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 21, No. 28

Kurscheidt P (1961) Theoretische und experimentelle Untersuchung einer neuartigen Reaktionsmaschine. Dissertation, Rheinisch-westfälische technische Hochschule (RWTH) Aachen

Lange A (2000) Analytische Methoden zur Berechnung elektromagnetischer und thermischer Probleme in elektrischen Maschinen. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Papierflieger-Verlag, Clausthal-Zellerfeld

Lemp D (1997) Realisierung eines asynchronen Antriebs mit direkter Fluss- und Drehmomentregelung. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Lu T (2004) Weiterentwicklung von hochtourigen permanenterregten Drehstromantrieben mit Hilfe von Finite-Element-Berechnungen und experimentellen Untersuchungen. Dissertation, Technische Universität, Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Mütze A (2004) Bearing Currents in Inverter-Fed AC-Motors. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Neudorfer H (2010) Weiterentwicklung von elektrischen Antriebssystemen für Elektro- und Hybridstraßenfahrzeuge. Habilitationsschrift, Technische Universität Darmstadt, OVE-Schriftenreihe für Habilitationen und Dissertationen, BD. 2, Wien

Nickel A (1998) Die Geschaltete Reluktanzmaschine als gesteuerte Drehstromquelle. Dissertation, Universität der Bundeswehr München-Neubiberg

Purkermani M (1971) Beitrag zur Erfassung der Sättigungsoberfelder in Drehstrom-Asynchronmaschinen. Dissertation, Universität (TU) Hannover

Reinert J (1998) Optimierung der Betriebseigenschaften von Antrieben mit Geschalteter Reluktanzmaschine. Dissertation, Rheinisch-westfälische technische Hochschule (RWTH) Aachen

Rennicke K (1969) Stabilitätsprobleme beim Betrieb von Asynchronmaschinen über Reihenimpedanzen in symmetrischen und unsymmetrischen Schaltungen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen

Rieke B (1981) Untersuchungen zum Betriebsverhalten stromrichtergespeister Reluktanzantriebe. Dissertation, Hochschule der Bundeswehr München-Neubiberg

Russenschuck S (1990) Mathematische Optimierung permanenterregter Synchronmaschinen mit Hilfe der numerischen Feldberechnung. Dissertation, Technische Universität Darmstadt

Schätzer C (2001) Ein Verfahren zur Optimierung bei elektrischen Maschinen mit Hilfe der numerischen Feldberechnung. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Schencke T (1997) Drehmomentglättung von geschalteten Reluktanzmotoren durch eine angepasste Blechgestaltung. Dissertation, TU Ilmenau, Verlag ISLE, Ilmenau

Schmidt E (2007) Finite Element Analysis of Electrical machines, Transformers and Electromagnetic Actuators. Habilitationsschrift, Technische Universität Wien

Schrödl M (1992b) Sensorless Control of AC machines. Habilitationsschrift, VDI-Fortschrittsberichte Nr. 117, Reihe 21, VDI-Verlag Düsseldorf

Stiebler M (1967) Stationäre und dynamische Stromverteilung in Dämpferkäfigen von Synchronmaschinen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen

Takahashi A (2010) Dynamic and Steady-State Characteristics of Line-Starting Permanent Magnet Motors. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Thum E (1966) Zusätzliche Kupferverluste infolge der Zahnsättigung bei großen Gleichstrommaschinen. Dissertation, Universität (TH) Stuttgart

Traxler-Samek G (2002) Zusatzverluste im Stirnraum von Hydrogeneratoren mit Roebelstabwicklung. Dissertation, Technische Universität Wien

Wagner W (1986) Berechnung von Drehstromasynchronmaschinen mit Käfigläufern unter Berücksichtigung von mehrfacher Ankerrückwirkung, Nutenöffnungen und Rotorquerströmen. Dissertation, Universität Dortmund

Wehner H-J (1997) Betriebseigenschaften, Ausnutzung und Schwingungsverhalten bei geschalteten Reluktanzmotoren. Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg

Weidauer M (1999) Drehgeberlose Regelung umrichtergespeister Induktionsmaschinen in der Traktion. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum

Werle T (2003) Bemessung und Vergleich von Linear-Boostern für den Einsatz bei elektrischen Bahnen. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Werner U (2006) Rotordynamische Analyse von Asynchronmaschinen mit magnetischer Unsymmetrie. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D 17 Darmstädter Dissertationen, Shaker Verlag, Aachen

Wolff J (1999) Drehzahlveränderbarer Industrieantrieb mit Geschaltetem Reluktanzmotor. Dissertation, TU Karlsruhe, Verlag Mainz, Wissenschaftsverlag, Aachen

Druckschriften

Berger-Lahr (1994) Drei-Phasen-Schrittmotoren und Leistungsansteuerungen. Motorenkatalog Fa. Berger-Lahr

Bürger K-G (1995) Elektrik und Elektronik für Kraftfahrzeuge – Generatoren. Technische Unterrichtung, 3. Ausgabe. Robert Bosch GmbH, Stuttgart

Philips (1986) Stepping motors and associated electronics. Philips Data Handbook: Components and Materials, Book C17, Philips Export B.V., Eindhoven, Netherlands

Voith (1995) Voith Transversalflussmaschine – Entwicklung eines elektrischen Einzelradantriebes für Citybusse der Zukunft. Druckschrift Fa. Voith G1401 d 5.95, Heidenheim

Stichwortverzeichnis

A. Binder, *Elektrische Maschinen und Antriebe*,
https://doi.org/10.1007/978-3-662-53241-6

E

Q

R

S

T